

ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ В НИЗКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ.

Ч. I. Базовый алгоритм относительного позиционирования

А.К. Волковицкий, Е.В. Каршаков, Б.В. Павлов

Решена задача относительного позиционирования подвижного объекта в низкочастотном электромагнитном поле. Изложены теоретические предпосылки углового и пространственного относительного позиционирования, а также базовый алгоритм решения. Приведены практические результаты, полученные для высокоточного определения расстояний и углов в системе «самолет-буксировщик — буксируемый объект».

Ключевые слова: относительное позиционирование, электромагнитная система, подвижный объект.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность развития методов точного определения координат и углов ориентации того или иного объекта по отношению к некоторой заданной системе координат трудно переоценить. Определение пространственных и угловых координат движущихся объектов лежит в основе решения многих важных научных и технических задач. Управление мобильными роботами, беспилотными и пилотируемыми летательными аппаратами невозможно без точного определения их пространственных координат и угловой ориентации.

Особое место занимают задачи высокоточного управления объектами: маневрирование вблизи поверхности земли, выполнение посадки летательного аппарата, осуществление взаимодействия объектов в группе, стыковка подвижных объектов и пр. Для решения такого рода задач требуется особая точность определения навигационных параметров в весьма ограниченной в пространстве зоне взаимодействия [1].

Среди систем относительного позиционирования важное место занимают низкочастотные электромагнитные системы. Первые упоминания о них относятся к 1970 гг. [2]. Теоретические предпосылки функционирования электромагнитных сис-

тем позиционирования основываются на свойствах магнитного поля, возбуждаемого искусственными источниками, а именно: зависимостью модуля вектора напряженности от расстояния до источника и зависимостью направления этого вектора от углового положения приемника относительно источника.

Идея метода состоит в генерации детерминированного переменного магнитного поля в зоне перемещений позиционируемого объекта и измерении компонент вектора напряженности этого поля подвижным приемником. Сопоставление результатов векторных измерений с расчетными или экспериментально измеренными параметрами пространственного распределения значений вектора напряженности поля позволяет определить положение подвижного объекта. В классической постановке для решения этой задачи применяются корреляционно-экстремальные методы [3].

Устройства, работающие на принципах электромагнитного позиционирования, весьма разнообразны по назначению и особенностям конструкции, однако общим для них является прием сигналов искусственного источника (или системы источников) магниточувствительным приемником (или системой приемников). В частности, такие устройства применяются для контроля положения головы пилота в кабине летательного аппарата для

визирования на отражающее стекло его шлема дополнительной информации, в некоторых системах виртуальной реальности, в медицинских приборах (определяется положение миниатюрного приемника-капсулы внутри тела пациента). В России основные теоретические и практические результаты по электромагнитному позиционированию получены М.В. Желамским [4, 5].

Для определения координат при электромагнитном позиционировании в классической постановке используется априорная информация о пространственной структуре поля, которая либо вычисляется, либо синтезируется путем трехмерного картографирования, а для расчета координат применяются итерационные методы [4].

Для решения задачи относительного позиционирования Р. Смит [6] предложил следующий подход. Пусть поле возбуждения есть поле единственного точечного магнитного диполя. Тогда компоненты поля в любой точке пространства в системе координат, связанной с диполем, выражаются вполне определенными соотношениями [7]. При заданных параметрах магнитного момента диполя из этих соотношений можно определить параметры взаимного расположения передатчика и приемника, однако лишь при условии, что компоненты векторов момента магнитного диполя передатчика и напряженности магнитного поля определены в одной и той же системе координат. Поскольку разработки Р. Смита посвящены оценке положения буксируемого объекта относительно самолета-буксировщика, такой подход в некотором смысле оправдан. И самолет-буксировщик, и буксируемый объект в обычных условиях полета ориентируются в пространстве вдоль траектории своего движения, наклон которой к горизонту невелик и обычно не превышает $2-4^\circ$. Хотя для корректной работы предложенного метода и требуется сторонняя информация о взаимной ориентации передатчика и приемника, применительно к данному случаю можно в первом приближении полагать, что направление осей чувствительности приемника неизменно относительно системы координат передатчика.

В свете изложенного весьма привлекательным представляется распространение метода Р. Смита на общий случай произвольного пространственного и углового движения приемника относительно передатчика. Решению этой задачи и посвящена настоящая статья.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в некоторой точке пространства, совмещенной с началом произвольно выбранной базовой системы координат (рис. 1), располагается точечный магнитный диполь с дипольным момен-

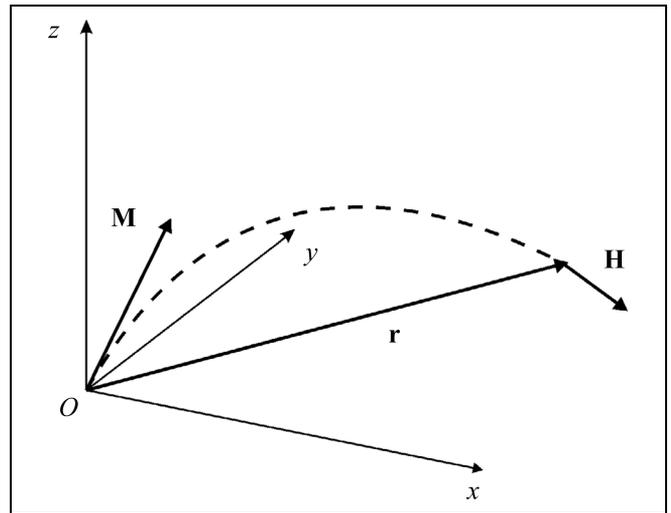


Рис. 1. Поле точечного магнитного диполя

том, заданным вектором \mathbf{M} . Тогда в произвольной точке пространства, координаты которой в базовой системе координат задаются радиус-вектором \mathbf{r} , вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} определяется выражением [7]

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}|^3} (3\mathbf{e}_R(\mathbf{e}_R, \mathbf{M}) - \mathbf{M}),$$

которое тождественными преобразованиями может быть приведено к более удобному виду

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}|^3} (3\mathbf{e}_R\mathbf{e}_R^T - \mathbf{E})\mathbf{M} = \mathbf{\Omega}(\mathbf{r})\mathbf{M},$$

где $\mathbf{e}_R^T\mathbf{e}_R = (\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_R) = 1$, $\mathbf{e}_R\mathbf{e}_R^T = \begin{pmatrix} e_x e_x & e_x e_y & e_x e_z \\ e_y e_x & e_y e_y & e_y e_z \\ e_z e_x & e_z e_y & e_z e_z \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{e}_R = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}.$$

Здесь \mathbf{e}_R — единичный вектор, направленный вдоль вектора \mathbf{r} , $\mathbf{\Omega}(\mathbf{r})$ — действительная матрица, определяющая связь между вектором напряженности поля \mathbf{H} в точке \mathbf{r} и вектором момента возбуждающего диполя \mathbf{M} , \mathbf{E} — единичная матрица.

Матрица $\mathbf{\Omega}(\mathbf{r})$ является невырожденной везде, где она определена, т. е. везде, кроме точки $\mathbf{r} = 0$. Следовательно, везде существует и обратная матрица, $\mathbf{\Theta}(\mathbf{r})$, такая что $\mathbf{M} = \mathbf{\Theta}(\mathbf{r})\mathbf{H}$, где $\mathbf{\Theta}(\mathbf{r}) = \mathbf{\Omega}^{-1}(\mathbf{r}) = = 2|\mathbf{r}|^3(3\mathbf{e}_R\mathbf{e}_R^T - 2\mathbf{E})$. При фиксированном направлении вектора \mathbf{e}_R с изменением расстояния меняется только модуль вектора \mathbf{H} как $1/|\mathbf{r}|^3$. Очевидно, таким же свойством обладает и матрица $\mathbf{\Theta}(\mathbf{r})$: при



фиксированном направлении \mathbf{e}_R с изменением расстояния меняется только модуль вектора \mathbf{M} как $|\mathbf{r}|^3$.

Идея предлагаемого метода определения пространственных и угловых координат может быть представлена следующим образом. Разместим в начале некоторой базовой системы координат три точечных источника переменного магнитного поля, работающие на разных частотах, чтобы вектор напряженности поля каждого из них можно было измерить независимо от двух других (рис. 2).

Пусть также в некоей произвольной точке пространства, определяемой в базовой системе координат радиус-вектором \mathbf{r} , располагается измеритель векторов магнитного поля, оси чувствительности которого взаимно перпендикулярны и задают систему координат приемника, в общем случае развернутую относительно осей базовой системы координат на углы, определяемые ортогональной матрицей \mathbf{R} , $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$. Тогда векторы поля каждого из трех передающих диполей, измеряемые этим приемником, определяются как

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{R}\Omega(\mathbf{r})\mathbf{M}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Для каждого из трех векторов измеренного поля значение вектора возбуждающего момента в системе координат приемника определяется как

$$\mathbf{M}_i = \Theta(\mathbf{r})\mathbf{R}^T\mathbf{H}_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Систему из этих трех алгебраических уравнений можно решить относительно элементов матрицы $\mathbf{R}\Omega(\mathbf{r})$ или $\Theta(\mathbf{r})\mathbf{R}^T$ при известных значениях \mathbf{M}_i и \mathbf{H}_i в какой-нибудь одной из систем координат. Однако такое решение не представляет практического интереса, поскольку при этом элементы матриц \mathbf{R}^T и $\Theta(\mathbf{r})$ по отдельности оказываются не определенными.

Поставим задачу: найти решение, которое позволит определить именно элементы каждой из

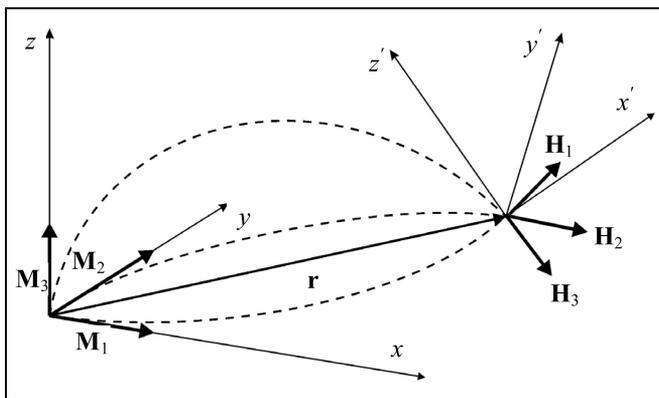


Рис. 2. К постановке задачи позиционирования

матриц — и $\Theta(\mathbf{r})$, и \mathbf{R} , что, в свою очередь, позволит вычислить и компоненты вектора, задающего положение точки измерения в системе координат диполей, и углы поворота системы координат приемника относительно системы координат, заданной системой диполей передатчика.

2. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Пользуясь тем, что значения скалярных произведений векторов не зависят от поворота системы координат, а также преобразованием (1), выпишем выражения для скалярных произведений

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_i, \mathbf{M}_j) &= (\mathbf{M}_i^T \mathbf{R}^T)(\mathbf{R} \mathbf{M}_j) = \\ &= (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R} \Theta^T(\mathbf{r}) \mathbf{R}^T)(\mathbf{R} \Theta(\mathbf{r}) \mathbf{R}^T \mathbf{H}_j), \\ & \quad i, j = 1, 2, 3; \quad j \geq i. \end{aligned} \quad (2)$$

Система уравнений (2) интересна тем, что уравнения справедливы при любом значении ортогональной матрицы \mathbf{R} , и, в то же время, само значение этой матрицы исключено из уравнений автоматически, так как скалярное произведение векторов и квадраты их длины инвариантны к любому повороту системы координат. Полученные выражения содержат только известные величины и искомые элементы матрицы $\Theta(\mathbf{r})$. После раскрытия скобок и необходимых тождественных преобразований система (2) приобретает вид:

$$\begin{aligned} &3e_x e_x (H_{ix} H_{jx}) + 3e_x e_y (H_{ix} H_{jy} + H_{jx} H_{iy}) + \\ &+ 3e_x e_z (H_{ix} H_{jz} + H_{jx} H_{iz}) + 3e_y e_y (H_{iy} H_{jy}) + \\ &+ 3e_y e_z (H_{iy} H_{jz} + H_{jy} H_{iz}) + 3e_z e_z (H_{iz} H_{jz}) + \frac{(\mathbf{M}_i, \mathbf{M}_j)}{4\pi^2 |\mathbf{r}|^6} = \\ &= 4(H_{ix} H_{jx} + H_{iy} H_{jy} + H_{iz} H_{jz}); \\ & \quad i, j = 1, 2, 3, \quad j \geq i. \end{aligned} \quad (3)$$

включая условие нормировки $e_x e_x + e_y e_y + e_z e_z = 1$.

Полученная система уравнений нелинейна и избыточна, поскольку имеется семь уравнений при четырех неизвестных e_x , e_y , e_z и $|\mathbf{r}|$. Однако при замене переменных:

$$\begin{aligned} v_1 &= e_x e_x, & v_2 &= e_x e_y, & v_3 &= e_x e_z, \\ v_4 &= e_y e_y, & v_5 &= e_y e_z, \\ v_6 &= e_z e_z, \\ v_7 &= \frac{1}{4\pi |\mathbf{r}|^6}, \end{aligned} \quad (4)$$

система (3) превращается в систему линейных уравнений и может быть однозначно решена относительно этих новых переменных любым удобным методом, в том числе, и методом исключе-

ний Гаусса, после чего с точностью до знака могут быть получены значения $e_x = \pm v_1^{1/2}$, $e_y = \pm v_4^{1/2}$, $e_z = \pm v_6^{1/2}$.

Найденные абсолютные значения направляющих косинусов, с учетом возможных вариантов расстановки знаков, задают в базовой системе координат передатчика восемь возможных направлений расположения приемника. Кроме того, полученные значения переменных $v_2 = e_x e_y$, $v_3 = e_x e_z$, $v_5 = e_y e_z$ не должны противоречить выбираемым знакам направляющих косинусов. В таблице символически показано возможное сочетание знаков направляющих косинусов и знаков переменных v_2 , v_3 , v_5 .

В соответствии с таблицей решению системы уравнений (3) относительно переменных (4) удовлетворяют две симметрично расположенные точки возможного положения измерителя, что отвечает свойству четности для функции поля точечного диполя, расположенного в начале системы координат: $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(-\mathbf{r})$.

Располагая теперь информацией о пространственном положении каждой из двух получившихся в результате решения точек в системе координат передатчика, нетрудно определить и параметры матрицы поворота \mathbf{R} , являющейся матрицей ориентации системы координат приемника относительно системы координат передающих диполей. Для этого следует решить систему уравнений поля (1), полагая теперь известными коэффициенты оператора $\Theta(\mathbf{r})$, относительно элементов матрицы \mathbf{R} .

Обе полученные точки соответствуют возможному положению точки измерения поля. Более того, для обеих точек матрица поворота чувствительных осей приемника относительно базовой системы координат оказывается одинаковой.

Итак, задача позиционирования решена. Зная параметры векторов дипольных моментов трех пе-

редающих диполей в базовой системе координат и значения векторов напряженности поля в системе координат приемника, удалось с точностью до направления вдоль прямой вычислить значение радиуса-вектора положения точки измерения в базовой системе координат и коэффициенты матрицы поворота системы координат приемника относительно базовой. Задача выбора одной актуальной точки из двух потенциально возможных может быть решена с привлечением весьма грубой дополнительной информации. Например, если передатчик располагается на земле, а приемник на борту движущегося в воздухе летательного аппарата, то выбор единственной точки очевиден.

Соответствующая описанному методу система углового и пространственного относительного позиционирования представляет собой низкочастотный магнитный маяк.

3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СИСТЕМА ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДЧНОГО КОМПЛЕКСА ЕМ4Н

Работоспособность изложенного метода была проверена при полетах с электроразведочной системой ЕМ4Н [8, 9].

Аэроэлектроразведочный комплекс ЕМ4Н предназначен для дистанционного определения электромагнитных характеристик геологической среды (сопротивление, проводимость, поляризуемость), зная которые, можно получить ценную информацию о геологическом строении изучаемого района.

Передатчик, установленный на борту самолета или вертолета, диполь которого представляет собой воздушную катушку с вертикальным вектором момента, возбуждает в пространстве переменное магнитное поле. Индукционный приемник располагается в специальной гондоле, буксируемой за самолетом при помощи троса-кабеля длиной 80 м.

Главная особенность электроразведочной системы такого типа заключается в том, что без привлечения дополнительной информации о взаимном расположении передатчика и приемника невозможно решить задачу отделения вторичного поля, пришедшего от горных пород, от первичного поля, создаваемого передатчиком, а также от поля отклика от проводящих элементов фюзеляжа летательного аппарата, располагающегося также в поле возбуждения. Интеграция в состав комплекса электромагнитной системы относительного позиционирования позволила определить угловые и пространственные параметры взаимного положения передатчика и приемника, что, в свою очередь, позволило выделить сигнал отклика от гео-

Определение знаков направляющих косинусов

e_x	e_y	e_z	$e_x e_y$	$e_x e_z$	$e_y e_z$
-	-	-	+	+	+
+	+	+			
-	+	+	-	-	+
+	-	-			
-	-	+	+	-	-
+	+	-			
-	+	-	-	+	-
+	-	+			

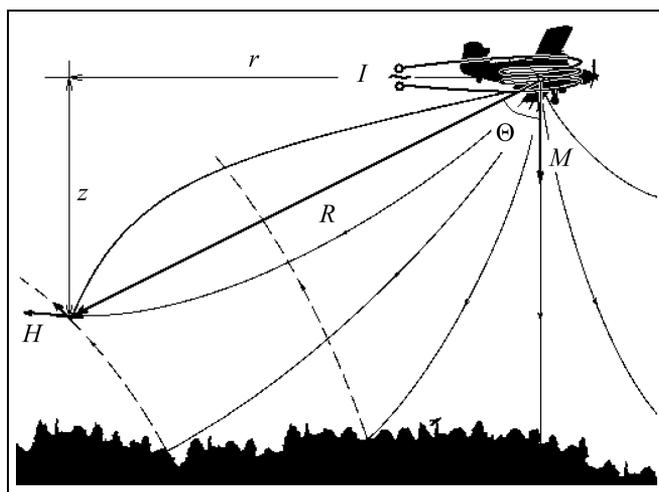


Рис. 3. К пояснению принципа действия электроразведочной системы EM4H

логической среды, необходимый для дальнейшей геолого-геофизической интерпретации. Принцип работы системы поясняется рис. 3.

Для обеспечения работы системы относительного позиционирования в дополнение к основному вертикальному зондирующему диполю, на борту летательного аппарата установлены два ортогональных горизонтальных диполя, а в программном обеспечении комплекса реализован изложенный ранее алгоритм относительного позиционирования. В результате для каждой точки измерения оказываются вычисленными параметры взаимного пространственного расположения и взаимной угловой ориентации приемника и передатчика.

Для оценки точности предложенного метода на борту летательного аппарата и в выпускной гондоле были установлены ГНСС-приемники, что позволило в дифференциальном режиме определить расстояние между летательным аппаратом и гондолой с высокой точностью.

При выполнении полетов для проверки работоспособности алгоритмов было специально нарушено главное условие метода Р. Смита. Буксируемая гондола была искусственно дестабилизирована. Обычно, обладающая хорошей аэродинамикой и ориентированная вдоль траектории движения, в условиях дестабилизации гондола совершала сложное колебательное движение в значительном диапазоне углов.

Качество работы алгоритмов системы относительного позиционирования можно определить путем сравнения геометрических параметров, полученных в ходе этого эксперимента различными методами. Результаты сравнения приведены на графиках.

На рис. 4. показано сравнение вычисленных значений углов и расстояния между передатчиком и приемником. Хорошо видно, что счисление расстояния между передатчиком и приемником по методу Р. Смита не вполне адекватно, особенно в условиях динамичного углового движения буксируемой гондолы. В то же время видно, что значения расстояний, вычисленные с помощью алгоритмов электромагнитной системы позиционирования вполне соответствуют длинам векторов базовой линии, полученным с помощью дифференциального режима ГНСС.

Незначительное их расхождение не является ошибкой и обусловлено тем, что антенна ГНСС-приемника на фюзеляже вертолета располагается не в точке эффективного центра дипольной возбуждающей системы, а также тем, что и в буксируемой гондоле положение антенны смещено относительно центра чувствительности индукционного датчика.

На рис. 4 также приведены результаты вычислений значения угла направления на гондолу — Θ , измеренного относительно направления вертикального диполя передатчика для электромагнитных методов, и относительно местной вертикали для ГНСС. Из рисунка также видно, что значение

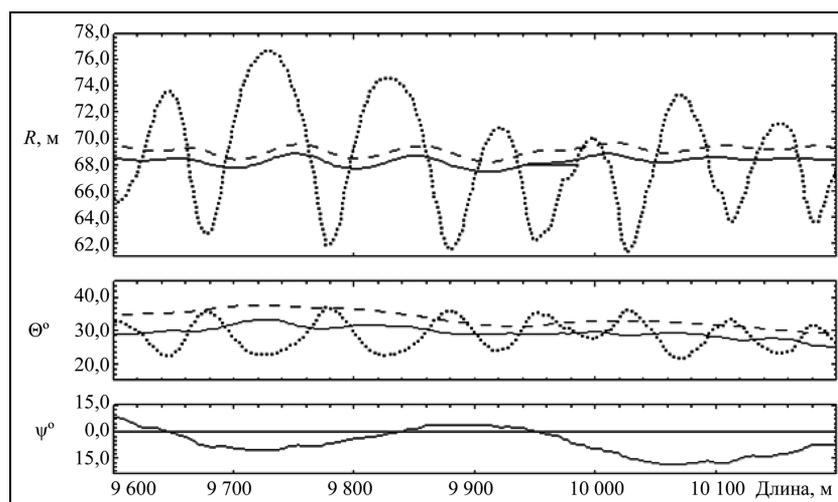


Рис. 4. Счисление расстояний и углов относительного позиционирования: --- R_{GPS} — длина базовой линии между передатчиком и приемником, измеренное с помощью дифференциального режима ГНСС; — R_{EM} — расстояние, вычисленное с использованием алгоритмов электромагнитной системы относительного позиционирования; ····· R_{Sm} — значение расстояния, вычисленное по методу Р. Смита

угла определяется по методу Р. Смита с существенными ошибками, обусловленными влиянием эволюций гондолы. В то же время, при сравнении с результатами дифференциального режима ГНСС видно, что значение этого угла, вычисленное с помощью электромагнитной системы относительного позиционирования, определено достаточно точно. Незначительное расхождение кривых также не является следствием ошибок, а обусловлено тем, что при дифференциальном ГНСС-счислении значение угла определяется в географической системе координат, в то время как электромагнитная система относительного позиционирования вычисляет этот угол в системе координат, связанной с летательным аппаратом. Таким образом, расхождение обусловлено изменением углов тангажа вертолета и гондолы.

Приведенное на нижнем графике изменение значения угла Ψ отклонения гондолы от продольной вертикальной плоскости не измеряется ни средствами ГНСС, ни по методу Р. Смита, но вполне уверенно вычислено по предложенному методу.

Из приведенных данных хорошо видно, что метод, предложенный Р. Смитом, в условиях динамичного полета теряет адекватность. Вычисленные по этому методу значения расстояний и углов в системе «передатчик — приемник» отклоняются от измеренных с помощью дифференциальной пары ГНСС-приемников весьма значительно, что, безусловно, является следствием ошибочности предположения о параллельности осей чувствительности приемных рамок осей системы координат передатчика. В то же время, сопоставление результатов определения геометрических параметров, полученных с помощью реализованного в системе EM-4N алгоритма электромагнитного относительного позиционирования с результатами дифференциального ГНСС-счисления показывает их хорошее соответствие. Незначительные отличия в значениях полученных параметров вполне объяснимы и возникают прежде всего из-за того, что дифференциальное ГНСС-счисление вектора базовой линии осуществляется в географической системе координат, в то время как счисление геометрических параметров в электромагнитной системе относительного позиционирования — в системе координат, связанной с передатчиком (летательным аппаратом), а также из-за того, что антенны ГНСС-приемников и на летательном аппарате, и на буксируемой гондole размещены в точках, не совпадающих с расположением эффективного центра системы передающих диполей и центра чувствительности приемных рамок, соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически доказано, что зная свойства передающей дипольной системы и измерив параметры векторов поля в произвольной точке пространства, можно, решая систему линейных уравнений, определить с точностью до направления вдоль прямой длину и направляющие косинусы радиуса-вектора положения точки измерения в системе координат, связанной с передатчиком, а также углы поворота чувствительных осей приемника в этой системе.

Результаты, полученные в ходе летных экспериментов с помощью низкочастотной магнитной системы относительного позиционирования, показали высокую эффективность применяемых алгоритмов и в настоящее время внедрены в практику применения электроразведочной системы EM4N, что, в свою очередь, обеспечивает высокое качество получаемой геофизической информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Радиогеодезические и электрооптические измерения* / В.Д. Большаков, Ф. Деймлих, А.Н. Голубев, В.П. Васильев. — М.: Недра, 1985. — 303 с.
2. *Raab F.H. Remote Object Position Locater / USA Patent 405488, G01S 3/02. The Austin Company, 1977.*
3. *Желамский М.В.* Первый отечественный магнитный трекер для целеуказания // Датчики и системы. — 2011. — № 1. — С. 9—15.
4. *Желамский М.В.* Полное позиционирование подвижных объектов при помощи одной измерительной системы // Авиакосмическое приборостроение. — 2006. — № 8. — С. 9—17.
5. *Желамский М.В.* Первая отечественная система магнитного позиционирования // Датчики и системы. — 2009. — № 1. — С. 2—7.
6. *Smith R.S.* Tracking the Transmitting-Receiving Offset in Fixed-Wing Transient EM Systems: Methodology and Application // Exploration Geophysics. — 2001. — N 32. — P. 014—019.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: уч. пособие в 10 т. Т. II. Теория поля. — М.: Наука, 1988. — 512 с.
8. *Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Мойлайнен Е.В.* Низкочастотная индуктивная аэроразведочная система EM-4N // Записки Горного института. — 2009. — Т. 183. — С. 224—227.
9. *Павлов Б.В., Волковицкий А.К., Каршаков Е.В.* Низкочастотная электромагнитная система относительной навигации и ориентации // Гироскопия и навигация. — 2010. — № 1 (68). — С. 3—15.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Андрей Кириллович Волковицкий — вед. инженер,
☎ (495) 334-90-80, ✉ avolkovitsky@yandex.ru,

Евгений Владимирович Каршаков — канд. физ.-мат. наук,
ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-90-80, ✉ karshak@mail.ru,

Борис Викторович Павлов — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник,
☎ (495) 334-93-51, ✉ pavlov@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН,
г. Москва.