УДК 629.7.05

DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.3.8

# ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДСТВ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МАГНИТОГРАДИЕНТНЫХ СИСТЕМ

А.К. Волковицкий, А.И. Гладышев, Д.А. Гольдин, Е.В. Каршаков, Б.В. Павлов, М.Ю. Тхоренко

Аннотация. Представлен компьютерный имитационный макет магнитоградиентной измерительной системы. Данный макет предназначен для моделирования процесса оценивания параметров дипольного магнитного момента подвижных объектов по данным магнитоградиентных измерений. Рассматривается как структура всего макета в целом, так и предназначение, и алгоритмы работы отдельных модулей, составляющих данный макет, в том числе модуля определения навигационных параметров, модуля вычисления различных составляющих магнитного поля (собственное магнитное поле подвижного объекта, нормальная составляющая магнитного поля Земли, поле магнитных аномалий и индустриальных помех), модуля оценивания параметров дипольного магнитного момента. В заключение приводится краткое описание численных экспериментов, проведенных авторами с использованием данного макета. Разработанный макет может применяться при разработке систем управления магнитным полем подвижных объектов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, магнитная градиентометрия, дипольный магнитный момент.

## ВВЕДЕНИЕ

Ряд важных для практики задач требуют активного управления магнитным полем подвижных объектов. К числу таких задач, например, относятся: задача подавления влияния поля аппарата-носителя на показания бортового магнитоизмерительного оборудования при аэромагнитной съемке [1], задача уменьшения собственного поля подводного аппарата для обеспечения скрытности от магнитных средств обнаружения [2]. Отметим, что если в первом случае компенсация поля аппарата-носителя может осуществляться аналитически, при обработке полученной измерительной информации, то решение второй задачи требует наличия на борту подвижного объекта специальной размагничивающей системы, представляющей собой набор обмоток с током и способной в определенной мере компенсировать собственное магнитное поле подвижного объекта. Ясно, что качество функционирования такой размагничивающей системы

сильно зависит от выбора законов управления током в обмотках. В работе [3] предложена оригинальная схема управления компенсирующими токами, основанная на оценивании параметров дипольного магнитного момента (ДММ) подвижного объекта с использованием измерений градиента магнитного поля, проводимых в реальном времени с помощью специальной измерительной системы, с последующим учетом полученных оценок ДММ при управлении токами размагничивающего устройства.

Магнитоградиентная измерительная система может быть реализована в очень компактном исполнении, размером от 20 см до 2 м в зависимости от выбранных магниточувствительных элементов. Это позволяет реализовать ее не только в стационарном варианте на стенде, как в настоящее время работают все имеющиеся средства определения ДММ, но и в мобильном или буксируемом варианте. Внедрение подобных систем, которые позволяют оценить ДММ в реальном времени в процессе движения и организовать управление токами в



обмотках, дает возможность существенно повысить качество и надежность размагничивания подвижного объекта (ПО). Преимущества очевидны: вместо компенсации поля ПО на основе данных, полученных когда-то на стенде, появляется возможность построить систему управления с замкнутой обратной связью по величине ДММ. При этом отслеживается не только медленное изменение намагниченности ПО, но и его перемагничивание, связанное с движением ферромагнитных масс в магнитном поле Земли.

Для оценки работоспособности данной схемы компенсации в задаче управления магнитным полем ПО необходимо было разработать комплексный макет функционирования магнитоградиентной измерительной системы, учитывающий как особенности движения ПО и измерителя, так и различные помехи от естественных и искусственных источников, возникающие в процессе измерений градиента магнитного поля. Таким образом, разработанный макет находит свое применение при анализе работы системы управления магнитным полем ПО. Описанию данного макета и посвящена настоящая статья.

# 1. СТРУКТУРА МАКЕТА

Макет, предназначенный для моделирования работы магнитоградиентной измерительной системы, представляет собой совокупность компьютерных программных модулей, объединенных в единую информационную сеть, функционирующую в режиме имитационного моделирования взаимодействия ферромагнитных объектов с естественным магнитным полем Земли (МПЗ), функционирования магнитоградиентных измерительных систем различного типа в условиях движения как объекта, так и измерительной установки, а также алгоритмов дистанционного определения параметров вектора дипольного магнитного момента. Имитационное моделирование может выполняться в реальном масштабе времени.

Информационное взаимодействие в структуре макета осуществляется в режиме «клиент — сервер». Центральным элементом (сервером) в данной схеме является специальный программный модуль, управляющий и координирующий работу всей структуры макета, а также записывающий модельные данные в файлы для последующего анализа.

Кроме сервера в составе макета имеются служебные модули (клиенты) двух принципиально разных типов:

— модули, реализующие алгоритмы математического моделирования виртуальных объектов, систем и процессов (виртуальные устройства);

— модули пользовательского интерфейса, предоставляющие специалисту-исследователю возможность визуализации необходимых параметров, а также осуществления управления параметрами виртуального эксперимента в режиме реального времени (индикаторы).

В состав виртуальных модулей — устройств макета входят модуль определения навигационных параметров подвижного объекта и измерителя, модуль вычисления магнитного поля и его градиента, модуль оценивания параметров ДММ.

Состав модулей-индикаторов зависит от целей виртуального эксперимента и может подбираться оператором-исследователем индивидуально.

Режим имитационного моделирования осуществляется под контролем системного таймера. При этом каждый модуль из состава виртуальных устройств работает самостоятельно, извещая сервер о поступлении новой порции данных. Сервер же, в свою очередь, извещает соответствующие индикаторы о возможности визуализации новых данных, а виртуальные устройства — о получении соответствующих управляющих команд от оператора-исследователя. Информация, вырабатываемая каждым из виртуальных устройств, хранится и обрабатывается в области данных этого устройства; сервер осуществляет передачу этой информации модулям-индикаторам. Индикаторы и виртуальные устройства в процессе визуализации могут быть однозначно связаны (индикатор отражает виртуальное поведение конкретного виртуального устройства), но в общем случае данные всех виртуальных устройств доступны для единого контроля визуализации. Управление работой виртуальных устройств всегда осуществляется индивидуально.

# 2. МОДУЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Задачей модуля определения навигационных параметров является выработка данных о положении, скорости и ориентации ПО и измерителя в различные моменты времени. Отметим что, так как требуется определять два набора параметров движения (для ПО и для измерительной системы), то модуль определения навигационных параметров состоит из двух частей, каждая из которых вырабатывает параметры для одного объекта (ПО или измерителя); при этом есть возможность задавать как независимые, так и зависимые законы движения ПО и измерителя. Последний случай реализуется, если определение параметров ДММ осуществляется по схеме с буксируемым за ПО магнитоградиентометром, как описано в работе [3]. Заметим, что анализ результатов имитационного моделирования, с одной стороны, требует точного задания навигационного плана (сценария) для

66



каждого из вычислительных экспериментов и, соответственно, точного следования этому плану. С другой стороны, необходимо ориентироваться на максимальную степень соответствия модели реальным физическим процессам, в том числе управлять виртуальным ПО так, чтобы его движение было подобно тому, что происходит в реальности. Для удовлетворения этим требованиям авторами был разработан модуль определения навигационных параметров, в котором управление виртуальным движением осуществляется в соответствии с навигационным планом (заданием), причем управление движением в значительной мере сходно с управлением, осуществляемым экипажем судна — штурманом и рулевым.

Навигационный план представляется в форме последовательности заданных линий пути, каждая из которых, в свою очередь, задается набором точек с известными географическими координатами (широтой, долготой, высотой), а также заданной линейной скоростью подвижного объекта. Описание навигационного плана представляет собой структурированную последовательность точек и сохраняется в виде текстового файла. Предполагается, что навигационный план подготавливается для каждого вычислительного эксперимента отдельно и загружается перед его началом; вместе с тем, после загрузки навигационный план может быть изменен по решению оператора в интерактивном режиме с использованием специальных индикаторов.

Имитационное моделирование процесса проводки виртуального объекта по траекториям, заданным навигационным планом, в структуре макета может осуществляться в двух режимах — ручном (движением объекта управляет оператор с клавиатуры) и автоматическом (работу оператора выполняет программа, имитируя действия оператора).

Для удобства управления проводкой предусмотрено формирование вспомогательной управляющей информации, которая служит подсказкой для оператора при ручном управлении и составляет основу для работы виртуального авторулевого. Эта управляющая информация представляет собой скалярный сигнал курсового уклонения (коррекции) как для оператора, так и для авторулевого. Для успешного исполнения навигационного задания от оператора (авторулевого) требуется удерживать такой режим движения, при котором параметр коррекции близок к нулю. Если объекту для следования заданной траектории необходимо отклониться вправо, то показатель коррекции примет положительное значение, влево — отрицательное. Ориентация вычисляется исходя из параметров траектории подвижного объекта с учетом синусоидального возмущения от естественного волнения морской среды. Подробно алгоритм вычисления навигационных параметров описывается в работах [4, 5].

# 3. МОДУЛЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

При вычислении магнитного поля вблизи подвижного объекта предполагается, что это поле создается:

- постоянной составляющей магнитного поля ПО, вызванной «жестким» (постоянным) намагничением материалов корпуса и работой бортового электрооборудования;
- переменной составляющей магнитного поля ПО, вызванной «мягким» (переменным) намагничением корпуса;
  - нормальной составляющей МПЗ;
  - вариационной составляющей МПЗ;
  - полем магнитных аномалий;
- индустриальными помехами (что актуально при береговом расположении магнитоизмерительной системы).

Результирующее магнитное поле вычисляется как сумма полей этих источников. Рассмотрим процесс вычисления каждой из описанных составляющих более подробно.

При вычислении постоянной составляющей магнитного поля ПО предполагается, что внутри корпуса ПО находятся виртуальные источники постоянного (жесткого) намагничения, представляемые в форме системы локальных дипольных излучателей в системе координат, жестко связанной с корпусом ПО. Модельными параметрами являются их дипольные магнитные моменты  $M_i$  (здесь и в дальнейшем мы будем обозначать векторы как трехмерные вектор-столбцы) и координаты центров  $r_i$ , суммарное поле вычисляется так [6]:

$$B_{p} = \sum_{i} \frac{\mu_{0}}{4\pi} \frac{3(M_{i}^{T} R_{i}) R_{i} - M_{i} R_{i}^{2}}{R_{i}^{5}}, \quad R_{i} = r_{i} - r, \quad (1)$$

где r — радиус-вектор точки наблюдения.

Для определения намагничения корпуса, представляемого эллипсоидальной оболочкой, заметим, что магнитное поле, создаваемое оболочкой, может быть представлена в виде градиента некоторого скалярного потенциала [7]:

$$B_{s} = -\nabla u. \tag{3}$$

Можно показать, что введенная таким образом скалярная функция u удовлетворяет уравнению Лапласа как внутри оболочки, так и вне ее; кроме того, на поверхностях оболочки выполняются краевые условия для уравнений Максвелла. Это позволяет записать решение для функции  $u_1$  снаружи



от оболочки,  $u_2$  в стенках оболочки,  $u_3$  внутри оболочки в виде [8]:

$$u_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} D_{mn} Q_n^m(\eta) Y_n^m(\theta, \phi),$$

$$u_{2} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} (B_{mn} Q_{n}^{m}(\eta) + C_{nm} P_{n}^{m}(\eta)) Y_{n}^{m}(\theta, \phi),$$

$$u_{3} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} A_{mn} P_{n}^{m}(\eta) Y_{n}^{m}(\theta, \phi), \tag{4}$$

где n — максимальный порядок разложения,  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  — вытянутые сфероидальные координаты,  $P_n^m(\eta)$ ,  $Q_n^m(\eta)$  — присоединенные функции Лежандра 1-го и 2-го рода соответственно,  $Y_n^m(\theta,\phi)$  — сферические функции [9]. Здесь  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $C_{mn}$ ,  $D_{mn}$  — константы, определяемые как решение системы линейных уравнений

$$B_{mn}Q_{n}^{m}(\eta) + (C_{nm} - A_{nm})P_{n}^{m}(\eta) = 0, \quad \eta = \eta_{2},$$

$$(B_{mn} - D_{nm})Q_{n}^{m}(\eta) + C_{nm}P_{n}^{m}(\eta) = u_{nm}, \quad \eta = \eta_{1},$$

$$\mu B_{mn}Q_{n}^{\prime m}(\eta) + (\mu C_{nm} - \mu_{0}A_{nm})P_{n}^{\prime m}(\eta) = 0, \quad \eta = \eta_{2},$$

$$(\mu B_{mn} - \mu_{0}D_{nm})Q_{n}^{\prime m}(\eta) + \mu C_{nm}P_{n}^{\prime m}(\eta) = \mu_{0}w_{nm},$$

$$\eta = \eta_{1},$$
(5)

где  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  — геометрические параметры, определяющие наружную и внутреннюю эллипсоидальные поверхности, а коэффициенты  $u_{nm}$ ,  $w_{nm}$  определяются так:

$$u_{nm} = \frac{1}{\left\|Y_n^m\right\|^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta u_e(\eta, \theta, \phi) Y_n^m(\theta, \phi),$$

$$w_{nm} = \frac{1}{\|Y_n^m\|^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{\partial u_e(\eta, \theta, \phi)}{\partial \eta} Y_n^m(\theta, \phi), \quad (6)$$

где  $u_e$  — скалярный потенциал внешних источников (МПЗ, магнитного поля системы постоянных диполей). В описываемом компьютерном макете интегралы (6) могут вычисляться двумя способами: с помощью метода Гаусса—Лежандра [10] и с помощью обобщения теоремы отсчетов, данного в работе [11]. После того, как получены коэффициенты  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$ ,  $C_{nm}$ ,  $D_{nm}$  из системы уравнений (5), скалярный потенциал и магнитное поле могут быть вычислены с использованием формул (4), (3). Таким образом, магнитное поле оболочки может

быть вычислено как разложение по сферическим функциям, при этом входными параметрами являются геометрические размеры оболочки и магнитная проницаемость ее материала, а коэффициенты разложения зависят от МПЗ и перевычисляются на каждом шаге алгоритма.

Для вычисления нормальной составляющей МПЗ в данном макете используется модель IGRF 13 [12]. Аналогично полю оболочки, нормальная составляющая МПЗ представляется в виде градиента скалярного потенциала, вычисляемого по формуле

$$u = a \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (g_{nm} \cos m\phi + h_{nm} \sin m\phi) \times P_{n}^{m} (\cos \theta),$$

$$g_{mn} = g_{mn}^{0} + \dot{g}_{mn} (t - t_{0}),$$

$$h_{mn} = h_{mn}^{0} + \dot{h}_{mn} (t - t_{0}),$$
(7)

где r,  $\theta$ ,  $\phi$  — сферические координаты точки наблюдения, t — время. Компоненты вектора магнитной индукции вычисляются по формуле вида (3). Постоянные a,  $t_0$ ,  $g_{mn}^0$ ,  $\dot{g}_{mn}$ ,  $h_{mn}$ ,  $\dot{h}_{mn}$ , входящие в выражение (7), известны и загружаются из файла перед началом работы макета.

Вариационная составляющая магнитного поля представляется в виде суммы синусоидальных составляющих

$$B_{y} = \Sigma_{i}(C_{i}\cos\omega_{i}t + S_{i}\sin\omega_{i}t). \tag{8}$$

Значения  $C_i$ ,  $S_i$ ,  $\omega_i$  в формуле (8) являются входными параметрами и задаются в файле настроек.

В качестве модели аномального поля применяется синтетическая модель, построенная как потенциал случайно распределенных в квадрате 10×10 км диполей, палитра которых периодически повторяется. При моделировании задается глубина слоя, в котором распределены диполи, равная 1 км, а также максимальная амплитуда дипольного момента в диапазоне  $\pm 25 \text{ MAm}^2$ . Аномальное поле не отражает истинной картины строения МПЗ указанного района, а лишь имитирует наличие характерных магнитовозмущающих объектов и неоднородностей намагничения геологических структур. Тем не менее, поведение модели адекватно, по мере увеличения высоты (глубокая вода) амплитуда аномалий уменьшается, а характерный период увеличивается. При вычислении суммарного поля аномалий используется формула, аналогичная выражению (1). Наличие или отсутствие соответствия модели аномального МПЗ истинной картине распределения магнитного поля для работы алгоритмов определения ДММ несущественно, сущест-



венным является само присутствие или отсутствие аномальной составляющей, оказывающей влияние на работу алгоритма. Применение синтетической модели аномального МПЗ позволяет в имитационном режиме оценить меру этого влияния и, соответственно, определить условия, при которых дистанционное определение ДММ в процессе плавания можно считать корректным. Модель не эволюционирует, стабильна во времени. Параметры модели «жестко вмонтированы» в программный код единственной доступной функции, вызов которой и обеспечивает получение параметров модельного поля.

Наконец, для моделирования индустриальных помех используется поле системы бесконечно тонких нитей, питаемых синусоидальным током промышленной частоты (50, 60 Гц). Для магнитного поля нити с током имеется простое аналитическое выражение [6]; поле системы нитей является просто векторной суммой полей отдельных нитей. Входными данными, необходимыми для моделирования, служат геометрические параметры системы и частоты и амплитуды токов, текущих в нитях.

# 4. МОДУЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИПОЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА

Данный модуль отвечает как за моделирование процесса магнитных измерений, так и за определение ДММ по данным этих измерений. Рассмотрим сначала процесс моделирования измерений.

В структуре макета осуществляется моделирование работы измерителя, построенного по пространственно разнесенной схеме компоновки датчиков (рис. 1). Виртуальная установка представлена в виде правильной четырехгранной пирамиды, в четырех вершинах которой установлены магниточувствительные датчики (обозначены Д1 — Д4). Кроме того, предполагается, что установка в своем составе имеет блоки системы ориентации (обозначена ГИС), позволяющие определить пространственное и угловое положение.

В структуре макета предусмотрена возможность моделирования работы измерительной установки с использованием магнитных датчиков трех различных типов:

- скалярные датчики (квантовые датчики) [13],
- векторные трехкомпонентные датчики высокой чувствительности и точности (СКВИД) [14],
- векторные трехкомпонентные датчики низкой чувствительности и точности (феррозондовые магнитометры) [13].

Первый тип соответствует векторному магнитоградиентометру, второй и третий — тензорному магнитоградиентометру.

Имитационная модель работы магниточувствительных датчиков всех трех типов производится по

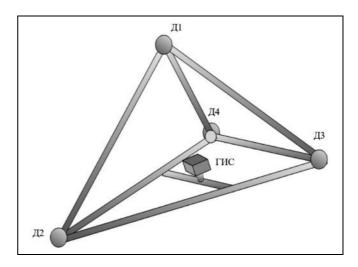


Рис. 1. Магнитоградиентная измерительная установка на разнесенных датчиках

одной и той же схеме — на каждый квант системного времени выполняются следующие действия.

- С использованием процедур модуля навигации измерительной установки вычисляются модельные (так называемые «истинные») параметры положения (координат и угловой ориентации) каждого из датчиков виртуальной магнитоизмерительной установки.
- Вычисляются новые «искаженные» значения пространственных координат измерителей (моделируется ошибка формы платформы магнитоградиентной установки).
- Для новых «искаженных» параметров положения в системе координат, связанной с каждым из датчиков, вычисляются значения компонент модельного (так называемые «истинного») вектора магнитного поля.
- Параметры «истинного» вектора поля подвергаются процедуре виртуального измерения в соответствии с параметрами модели измерительных свойств датчика: вычисляются параметры нового «измеренного» трехкомпонентного вектора поля, искаженного относительно «истинного». Искажения вводятся как влияние систематических ошибок сдвига нуля, отклонения от единицы масштабного коэффициента для каждой из компонент, неортогональности чувствительных осей и шума измерений.
- Если в рамках сценария предполагается моделирование измерительной установки с использованием скалярных магниточувствительных датчиков, то параметры «измеренного» вектора для каждого датчика преобразуются к скалярным значениям путем взятия абсолютной величины.
- В зависимости от типа датчиков автоматически определяется тип магнитоградиентной установ-



ки — установка будет «измерять» вектор градиента абсолютной величины поля при использовании скалярных датчиков и тензор второй производной потенциала поля при использовании векторных датчиков.

• Значения углов ориентации блока «истинных» параметров положения также подвергаются процедуре виртуального измерения, т. е. вычисляются «измеренные» параметры вектора угловой ориентации, отличающиеся от «истинных» влиянием систематических искажений в соответствии с заданными параметрами точности виртуальной системы ориентации измерительной установки.

Совокупность вычисленных «измеренных» параметров образует набор входных данных для алгоритма определения параметров ДММ.

Отметим также, что в макете предусмотрена возможность работы данного модуля в режимах калибровки и измерений. В режиме калибровки включается алгоритм вычисления корректирующих поправок для данных виртуальных измерений. Поправки вводятся на основе «измерения» переменного поля, «возбуждаемого» виртуальным эталонным источником. Режим измерений отличается от режима калибровки тем, что результаты виртуальных измерений не содержат влияния эталонного поля (источник эталонного поля выключен).

Кратко изложим алгоритм оценивания параметров ДММ по измерениям магнитного поля. Рассмотрим для определенности тензорный измеритель. Получим из формулы (1) выражение для случая единственного диполя (в предположении, что диполь находится в начале системы координат):

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} (3rr^{\mathrm{T}} - r^2 I)M. \tag{9}$$

Здесь M — дипольный магнитный момент; I — единичная матрица  $3\times3$ ;  $rr^T$  — матрица диадного произведения векторов. Покажем, как можно определить r и M, если известны значения левой части выражения (9) в нескольких точках измерения, а также расстояния между этими точками. Если имеются четыре векторных датчика поля, для каждого из них можно вычислить

$$B_{i} = \frac{\mu\mu_{0}}{4\pi|\tilde{r} + \delta r_{i}|^{3}} \left( 3 \frac{(\tilde{r} + \delta r_{i})(\tilde{r} + \delta r_{i})^{T}}{(\tilde{r} + \delta r_{i})^{T}(\tilde{r} + \delta r_{i})} - I \right) \tilde{M}, \quad (10)$$

Здесь M и r — оценки векторов M и r,  $\delta r_i$  — известные векторы смещения векторных магнитных датчиков относительно измерительного центра системы;  $B_i$  — расчетное значение вектора поля для текущей гипотезы для i-го датчика.

Поскольку измерение вектора поля подвержено воздействию вариаций, необходимо работать с разностями компонент поля. Вариации магнитного поля достаточно пространственно однородны, чтобы пренебречь их пространственными изменениями на расстояниях до нескольких километров.

Введем вектор оцениваемых параметров

$$x = (r_1, r_2, r_3, m_1, m_2, m_3),$$

где  $r_i$  — компоненты вектора поправок к некой априорной оценке радиус-вектора r точки расположения диполя;  $m_i$  — компоненты вектора поправок к априорной оценке вектора M дипольного момента

$$X = X_0 + x$$
,  $X_0 = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \tilde{r}_3, \tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \tilde{M}_3)$ .

Введем вектор измерений покомпонентных разностей показаний векторных датчиков

$$z = (z_{121}, z_{122}, z_{123}, z_{231}, z_{232}, z_{233}, z_{241}, z_{242}, z_{243}),$$

где первый индекс соответствует номеру датчика — уменьшаемого, второй индекс — номер датчика — вычитаемого, третий индекс — номер оси чувствительности, вдоль которой измеряется разность. Несмотря на то, что всего измеряется 18 таких разностей для четырех датчиков, только 9 можно считать независимыми, поскольку любая другая компонента разностей может быть выражена через параметры вектора z. Введем вектор, содержащий параметры градиента (разностей компонент поля):

$$\begin{split} G &= (G_{121}, \ G_{122}, \ G_{123}, \ G_{231}, \ G_{232}, \ G_{233}, \ G_{241}, \ G_{242}, \ G_{243}), \\ G_{ijk} &= B_{ik} - B_{jk}, \end{split}$$

причем  $G_{ijk}$  выражаются через r и M с помощью формулы (10). Таким образом, требуется найти значения r и M такие, что удовлетворяются соотношения

$$G_{iik} = f_{iik}(r, M),$$

где  $f_{ijk}$  — нелинейные функции r и M, выражающиеся через формулу (10). Для решения данного класса задач можно применить нелинейное обобщение фильтра Калмана — (Iterated Extended Kalman Filter — IEKF) [15—18].

Аналогичный подход можно применить и при решении задачи об определении параметров ДММ по данным измерений вектора градиента. Единственное отличие будет заключаться в том, что в уравнение для измерений войдут не разности компонент векторов поля, а разности их модулей. Отметим, однако, что в рассматриваемой конфигурации измерительной системы (четыре датчика), число независимых измерений в случае векторного градиентометра равно трем, т. е. возможно оп-



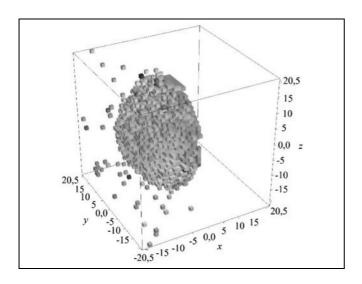


Рис. 2. Область сходимости итерационного алгоритма

ределение только параметров ДММ, но не радиуса-вектора до него.

Численные эксперименты показывают, что при не слишком больших ошибках априорных значений r и M и шумах измерений описанный алгоритм всегда сходится к истинным значениям параметров ДММ. Область сходимости алгоритма показана на рис. 2. Начальные условия брались из куба размером 40 на 40 м: от -20 до +20 по каждой из координат, модельная точка положения диполя — (5; 0; 0,306). Дипольный момент брался равным  $100 \text{ Am}^2$ , шум измерений компонент поля — 1 нТл. Оттенок серого соответствует количеству итераций, затраченных на достижение точки, отвечающей решению. В силу особенностей конструкции градиентометра плоскость, проходящая через его центр с нормалью, направленной на диполь, представляет собой границу области сходимости для данного алгоритма, как видно из рис. 2.

# 5. ПРИМЕРЫ ЧИСЛЕННЫХ ЗКСПЕРИМЕНТОВ, ПРОВОДИМЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАКЕТА

Для демонстрации работоспособности описанных алгоритмов определения ДММ по параметрам градиента магнитного поля в точке расположения детектора авторами проведен ряд численных экспериментов с использованием рассматриваемого макета; результаты некоторых экспериментов излагаются далее. Для контроля точности определения ДММ детектором нами был применен такой подход: задаваясь параметрами модели объекта, вычислялась асимптотика магнитного поля на бесконечности, соответствующая полю точечного магнитного диполя (убывающего не быстрее, чем  $1/r^3$ );

при этом моделируемые нормальная и аномальная составляющая МПЗ, а также индустриальные помехи в выражение для модельного поля не включались.

В ходе первого эксперимента моделировалась простейшая возможная ситуация: движение объекта с буксируемым за ним на гибком тросе детектором по прямолинейному маршруту; при этом в качестве поля объекта выступало поле точечного магнитного диполя, поля магнитных аномалий и индустриальных помех не учитывались. Результаты данного эксперимента отражены на рис. 3—5 (на рис. 5 на правой шкале все значения умножаются на  $10^6$ ).

Видно, что алгоритм вычисления ДММ достаточно быстро сходится к истинному значению ди-

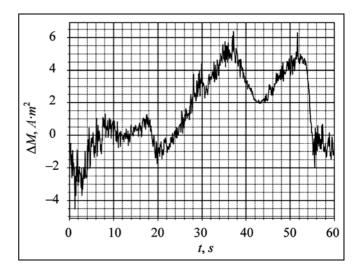


Рис. 3. Ошибка оценивания модуля ДММ

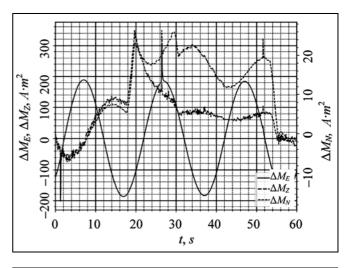


Рис. 4. Ошибка оценивания компонент вектора ДММ



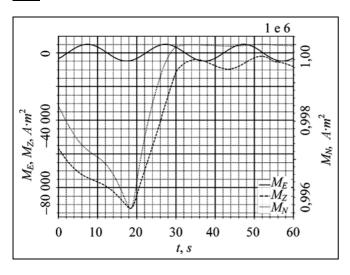


Рис. 5. Компоненты вектора ДММ

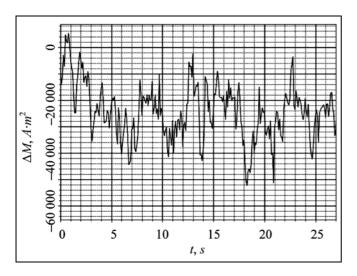


Рис. 6. Ошибка оценивания модуля ДММ

польного момента, определяемому как коэффициент при члене в разложении, убывающем как  $1/r^3$ .

Во втором эксперименте моделировалось оценивание ДММ с учетом помех датчиков и неточного знания геометрии измерителя, результаты приведены на рис. 6—8 (на рис. 8 все значения на правой шкале умножаются на 10<sup>6</sup>). При проведении данного эксперимента предполагались такие значения среднеквадратических ошибок геометрических параметров: 10 см — для расстояния «объект—детектор», 2 мм — для расстояния между отдельными датчиками в составе детектора (при разносе датчиков в 2 м), 10<sup>-4</sup> рад — для ориентации осей чувствительности магнитоизмерительной системы. Видно, что по сравнению с первым

экспериментом качество оценивания, как и ожидалось, ухудшилось.

В ходе третьего эксперимента магнитное поле объекта рассчитывалось как сумма полей системы точечных диполей и однородной оболочки, результаты представлены на рис. 9—11 (на рис. 11 на правой и левой шкалах все значения умножаются на 10<sup>6</sup>). Качество оценивания ДММ хуже, чем в первом эксперименте, что объясняется как особенностями применяемого алгоритма оценивания дипольного момента, основанного на формуле для поля точечного диполя и определяющего ДММ более сложных систем только приблизительно, так и наличием моделируемых шумов измерений. Кроме того, в этом случае предполагалось, что объект движется по криволинейному маршруту и совершает маневры. Отметим к тому же, что результаты

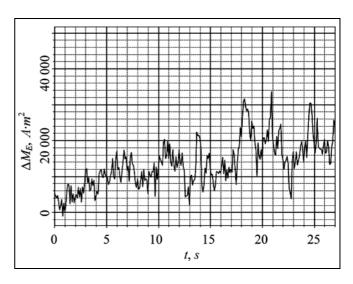


Рис. 7. Ошибки оценивания одной из компонент вектора ДММ

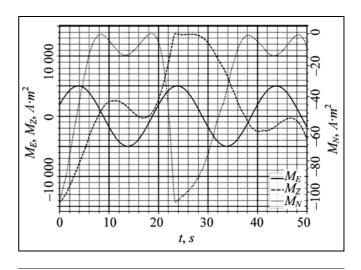


Рис. 8. Компоненты вектора ДММ

**72** 



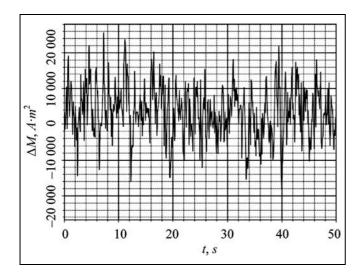


Рис. 9. Ошибка оценивания модуля ДММ

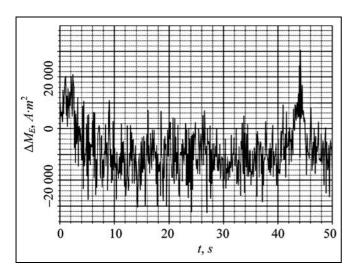


Рис. 10. Ошибка оценивания одной из компонент вектора ДММ

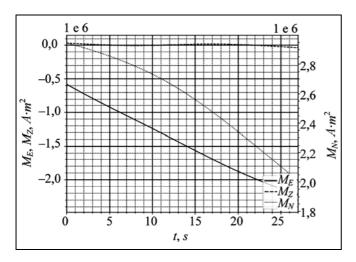


Рис. 11. Компоненты вектора ДММ

ошибки оценок в третьем эксперименте не сильно хуже, чем во втором эксперименте, что доказывает принципиальную возможность применения рассматриваемых алгоритмов оценивания ДММ для объектов с достаточно сложной структурой собственного магнитного поля.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В настоящей статье рассмотрен разработанный авторами макет, предназначенный для моделирования функционирования магнитоградиентного измерителя в процессе оценивания ДММ ПО. Подробно описаны структура макета, принципы его функционирования, назначение отдельных служебных модулей, входящих в состав данного макета. Кроме того, описаны алгоритм моделирования магнитного поля ПО, включающий в себя две составляющие (постоянной части поля, поля эллипсоидальной оболочки), алгоритм моделирования нормальной составляющей МПЗ и различных помех (индустриальной, поля аномалий, вариационной составляющей МПЗ), нелинейный алгоритм оценивания параметров ДММ по измерениям компонент вектора магнитного поля в нескольких точках с фиксированным разносом. Наконец, приведены примеры численных экспериментов, выполненных с использованием данного макета.

Разработанный макет позволяет отрабатывать задачи оценивания ДММ ПО в стационарном, мобильном и буксируемом вариантах. На его основе можно оценивать эффективность внедрения описанных систем оценивания ДММ в реальном времени в процессе движения и отрабатывать управление токами в обмотках при размагничивании ПО, что позволяет значительно повысить его качество и надежность.

# **ЛИТЕРАТУРА**

- Noriega, G. Aeromagnetic Compensation in Gradiometry Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2015. — Vol. 12, iss. 1. — P. 117—121.
- Bayens, T.M. Analysis of the Demagnetisation Process and Possible Alternative Magnetic Treatments for Naval Vessels / A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy in the School of Physics, Faculty of Science at The University of New South Wales. — 2002. — 275 p.
- 3. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Применение магнитоградиентометров для управления магнитным полем подвижного объекта // Проблемы управления. 2017. № 2. С. 68—72. [Volkovitskiy, A.K., Karshakov, E.V., Tkhorenko, M.Yu., Pavlov, B.V. Magnetic gradiometry application for the moving object magnetic field control // Control Sciences. 2017. No. 2. Р. 68—72. (In Russian)]
- Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В. Структура алгоритмов управления проводкой летательного аппарата // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2013. — № 3 (140). — С. 217—225. [Volkovitskiy, A.K., Karshakov, E.V.,



- *Tkhorenko, M.Yu.* The structure of the control algorithms of aircraft navigating // IZVESTIYA SFedU. ENGINEERING SCIENCES. 2013. No. 3. P. 217—225. (In Russian)]
- Karshakov, E.V., Shevchenko, A.M., Garakoev, A.M. Formation of a director index to assist the pilot in conducting airborne geophysical survey // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering — International Workshop on Navigation and Motion Control (NMC 2020). — 2020. — Vol. 984. — C. 012015 (1-10).
- 6. Парсел Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство / пер. с англ. под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. М.: Наука, 1983. 415 с. [Parsell, E. Elektrichestvo i magnetizm: uchebnoe rukovodstvo / per. s angl. pod red. A.I. SHal'nikova i A.O. Vajsenberga. М.: Nauka, 1983. 415 s. (In Russian)]
- Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред // М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 2-е изд.,1982. 621 с. [Landau, L.D., Livshic, E.M. Teoreticheskaya fizika. Elektrodinamika sploshnyh sred // М.: Nauka, gl. red. fiz.-mat. lit., 2-e izd., 1982. 621 s. (In Russian)]
- 8. *Moon*, *P.*, *Spencer*, *D.E.* Field Theory Handbook // Springer-Verlag. 1988. 236 p.
- Abramowitz, M., Stegun, I.A. Handbook of Mathematocal Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables // National Bureau of Standards. — 1964. — 1046 p.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing // Cambridge University Press. — 2007. — 1235 p.
- Dricsoll, J.R., Healy, D.M. Computing Fourier Transforms and Convolutions on 2-Sphere // Advances in Applied Mathematics, 15, 1994. — P. 202—250.
- Thebault, E., Finlay, C.C., Beggan, C.D., et al. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation // Earth, Planets and Space. 2015. Vol. 67, article no. 79. P. 1—19.
- 13. Telford, W.M., Geldart, L.R. and Sherif, R.E. Applied Geophysics / Cambridge University Press, 2004. 744 p.
- 14. Foley, C.P., Tilbrook, D.L., Leslie, K.E., et al. Geophysical Exploration Using Magnetic Gradiometry Based on HTS SQUIDs // IEEE Trans. Appl. Superconductivity. 2001. Vol. 11, no. 1. P. 1375—1378.

- Ллойд Э., Ледерман У. Справочник по прикладной статистике. Том 2. М.: Финансы и статистика. 1990. 526 с. [Llojd, E., Lederman, U. Spravochnik po prikladnoj statistike. Tom 2 // М.: Finansy i statistika. 1990. 526 s. (In Russian)]
- 16. Ственанов. О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации / СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». 2003. 370 с. [Stepanov, O.A. Primenenie teorii nelinejnoj fil'tracii v zadachah obrabotki navigacionnoj informacii / SPb: GNC RF CNII «Elektropribor». 2003. 370 s. (In Russian)]
- 17. Simon, D. Optimal State Estimation. Kalman,  $H_{\infty}$  and Nonlinear Approaches. 2006. 550 p.
- 18. Xu, Y., Chen, X., Li, Q. Adaptive Iterated Extended Kalman Filter and Its Application to Autonomous Integrated Navigation for Indoor Robot // The Scientific World Journal. — 2014. — Vol. 2014. — 7 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Panonopmom.

Поступила в редакцию 7.04.2021, после доработки 22.04.2021. Принята к публикации 13.05.2021.

Гладышев Анатолий Иванович — председатель Секции по оборонным проблемам МО при Президиуме РАН, г. Москва, ⊠ tolyagladyshev@yandex.ru,

**Гольдин Дмитрий Алексеевич** — Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ⊠ goldind@ipu.ru,

**Павлов Борис Викторович** — гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ⊠ pavlov@ipu.ru,

**Тхоренко Максим Юрьевич** — Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ⊠ tkhorenkom@mail.ru.

# A COMPUTER SIMULATION COMPLEX FOR ANALYSIS OF MAGNETIC GRADIOMETRY SYSTEMS

A.K. Volkovitskiy<sup>1</sup>, A.I. Gladyshev<sup>2</sup>, D.A. Goldin<sup>3</sup>, E.V. Karshakov<sup>4</sup>, B.V. Pavlov<sup>5</sup>, and M.Yu. Tkhorenko<sup>6</sup>

<sup>1,3-6</sup> Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup> Chairman, the Defense Problems Section of the Ministry of Defense under the RAS Presidium, Moscow <sup>1</sup>⊠ avolkovitsky@yandex.ru, <sup>2</sup>⊠ tolyagladyshev@yandex.ru, <sup>3</sup>⊠ goldind@ipu.ru, <sup>4</sup>⊠ karshak@mail.ru,

<sup>5</sup>⊠ pavlov@ipu.ru, <sup>6</sup>⊠ tkhorenkom@mail.ru

**Abstract.** A computer simulation complex for magnetic gradiometry systems is described. This complex simulates the estimation procedure for the magnetic dipole moment of a moving object according to the magnetic gradiometry data. The paper considers the software architecture and intended purpose of the complex and the algorithms of its modules, including the magnetic field module, the ambient magnetic field module (the object's magnetic field, the main magnetic field, the magnetic anomaly, and industrial magnetic noise), and the magnetic dipole moment module. Some numerical experiments with the simulation complex are briefly described. This complex can be used to design degaussing systems for the magnetic field of moving object magnetic field, the geomagnetic field, and industrial magnetic noise), and the magnetic dipole moment module. Some numerical experiments with the simulation complex are briefly described. This complex can be used to design control systems for the magnetic field of moving objects.

Keywords: numerical modeling, magnetic gradiometry, magnetic dipole moment.