

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОЛЛИНГА С АДАПТИВНЫМ ЦИКЛИЧЕСКИМ ОПРОСОМ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ<sup>1</sup>

В.М. Вишнеvский, О.В. Семенова, З.Т. Буй

**Аннотация.** Рассмотрена система поллинга с адаптивным динамическим порядком опроса для моделирования широкополосной беспроводной сети с централизованным механизмом управления. Разработан новый алгоритм расчета стационарного распределения вероятностей числа пакетов в абонентских станциях, дающий возможность вычислять среднее время ожидания и другие основные характеристики производительности сети. Исследована система массового обслуживания с несколькими очередями, в которых обслуживающий прибор в определенном порядке обслуживает очереди в соответствии с динамическим порядком их опроса. Такой порядок обслуживания очередей предполагает пропуск очередей, которые в предыдущем цикле опроса были пусты. Очереди, пропущенные в данном цикле, обслуживающий прибор может опросить лишь в следующем цикле. Указанный алгоритм обслуживания очередей позволяет сократить продолжительность времени их опроса и таким образом повысить производительность системы. Приведен сравнительный численный анализ различных вариантов построения и оценки характеристик производительности широкополосных беспроводных сетей IEEE 802.11 с централизованным механизмом управления. Численные исследования проведены с помощью пакета прикладных программ расчета систем стохастического поллинга.

**Ключевые слова:** беспроводная сеть, системы поллинга, циклический адаптивный опрос, исчерпывающее обслуживание, метод производящих функций.

## ВВЕДЕНИЕ

Прикладной характер систем стохастического поллинга (циклического опроса) ставит перед исследователями новые и все более сложные задачи. Модели стохастического поллинга эффективно применяются для оценки производительности, проектирования и оптимизации структуры телекоммуникационных систем и сетей, транспортных систем и систем управления дорожным движением,

производственных систем и систем управления запасами и др.

В силу широкого практического применения исследованию моделей поллинга посвящено значительное количество статей зарубежных [1–6] и отечественных [7–13] авторов, а также обзоров [14–16] и монография [17].

Цель настоящей работы заключается в исследовании системы массового обслуживания с несколькими очередями, в которых обслуживающий прибор в определенном порядке обслуживает очереди в соответствии с динамическим порядком их опроса. Впервые такой порядок обслуживания очередей введен в статье авторов [9] и предполагает пропуск очередей, которые в предыдущем цикле

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 19-29-06043.



опроса были пусты. Очереди, пропущенные в данном цикле, обслуживающий прибор может опросить лишь в следующем цикле. Указанный алгоритм обслуживания очередей позволяет сократить продолжительность времени их опроса и таким образом повысить производительность системы. В отличие от предыдущих работ, в частности, работы [10], где рассмотрен случай, когда обслуживающий прибор, подключившись к очереди, обслуживает лишь те заявки, которые присутствовали в ней момент подключения, в настоящей работе исследуется динамический алгоритм обслуживания очередей, при котором обслуживание очереди производится до момента ее опустошения.

Предложен новый подход для исследования рассматриваемой системы, позволяющий найти ее основные характеристики.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В рассматриваемой модели обслуживающий прибор динамически опрашивает  $N$  очередей, в каждую из которых поступает простейший поток заявок (с параметром  $\lambda_i$  для  $i$ -й очереди). Обозначим очереди системы через  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$ . Обслуживающий прибор, подключившись к очереди, обслуживает ее до момента, пока все заявки в этой очереди не будут полностью обслужены.

Длительность обслуживания заявок в  $i$ -й очереди распределена по произвольному закону  $B_i(t)$  с начальными моментами  $b_i$  и  $b_i^{(2)}$ . Пусть также

$$\tilde{B}_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dB_i(t).$$

Обслуживание очередей осуществляется в соответствии с расписанием  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N, Q_1, Q_2, \dots$

Под циклом динамического опроса будем понимать время, которое затрачивает обслуживающий прибор на посещение очередей от  $Q_1$  до  $Q_N$ , возможно, исключая очереди, которые будут пропущены в соответствии с динамическим алгоритмом. Переход обслуживающего прибора от одной очереди к другой осуществляется за случайное время с законом распределения  $S_i(t)$  с начальными

моментами  $s_i$  и  $s_i^2$ ,  $\tilde{S}_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dS_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

В отличие от большинства моделей поллинга, в данной модели предполагается, что длина  $i$ -й очереди становится известной лишь в момент подключения обслуживающего прибора к ней. Этот момент назовем моментом опроса. Если в момент подключения очередь оказывается пустой, то она

не будет обслуживаться в следующем цикле, и ее номер будет исключен из расписания следующего цикла.

В случае, когда, начиная с произвольной очереди, все  $N$  очередей опрошены по кругу подряд и оказались пусты, обслуживающий прибор останавливается у последней опрошенной очереди и возобновляет обслуживание через случайное время, имеющее функцию распределения  $H(t)$  с начальными моментами  $\beta$  и  $\beta^{(2)}$ ,  $\tilde{H}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dH(t)$ . По

завершении отдыха обслуживающий прибор подключается к следующей очереди, и процедура обслуживания повторяется вновь.

Для данной системы условием существования стационарного режима является выполнение неравенства  $\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i < 1$ , где  $\rho_i = \lambda_i b_i$ . Под временем

цикла понимается время, которое затрачивает обслуживающий прибор на обслуживание очередей с  $Q_1$  по  $Q_N$ , включая возможное время отдыха сервера. Ключевым параметром исследования такой системы является стационарная вероятность  $u_i$  того, что очередь  $Q_i$  обслуживается в произвольном цикле. Среднее время цикла  $C$  зависит от этой величины следующим образом:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^N s_i u_i + \beta \prod_{i=1}^N (1 - u_i)}{1 - \rho}. \quad (1)$$

В свою очередь, вероятности  $u_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , зависят от того, поступали ли заявки в  $i$ -ю очередь между моментами ее опроса или нет. Для того чтобы найти эти вероятности, будем пользоваться следующим подходом. Полагаем, что вероятность  $u_i$  того, что очередь обслуживается в цикле, равна сумме двух слагаемых, первое из которых есть вероятность того, что очередь была пропущена (с вероятностью  $1 - u_i$ ), а второе есть вероятность того, что очередь обслуживалась и до следующего ее обслуживания в нее поступали заявки.

Таким образом, вероятность  $u_i$  имеет вид:

$$u_i = 1 - u_i + u_i(1 - e^{-\lambda_i C}),$$

откуда следует

$$u_i = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_i C}}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Соотношения (1) и (2) образуют систему уравнений для вычисления неизвестных  $C$  и  $u_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

## 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ

Далее приводим результаты модели системы динамического опроса. Обозначим через  $X_i^j$  длину  $j$ -й очереди в произвольный момент опроса  $i$ -й очереди,  $i, j = \overline{1, N}$ . Пусть также  $A_i(T)$  — число заявок, поступивших в  $i$ -ю очередь в интервале  $(0, T)$ ;  $\Theta_{i,k}$  — период занятости обслуживающего прибора, порожденный  $k$ -й заявкой в  $i$ -й очереди;  $S_i$  — длительность переключения сервера к этой очереди,  $B$  — длительность простоя обслуживающего прибора (в случае, когда все очереди подряд оказываются пустыми при их опросе). Отметим, что преобразование Лапласа — Стильтеса  $\tilde{\Theta}_i(w)$  функции распределения случайных величин  $\Theta_{i,k}$  определяется в соответствии с работой [18] как решение функционального уравнения  $\tilde{\Theta}_i(w) = \tilde{B}_i(w + \lambda_i - \lambda_i \tilde{\Theta}_i(w))$ . Средняя продолжительность обслуживания  $i$ -й очереди составляет  $\Theta_i = -\tilde{\Theta}'_i(0) = \frac{b_i}{1 - \rho_i}$ .

Для рассматриваемого нами динамического алгоритма зависимость между величинами  $X_i^j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ , имеет вид:

$$\begin{aligned}
 X_{i+1}^j | M_{i+1}^{(0)} &= \begin{cases} X_i^j + A_j \left( \sum_{k=1}^{X_i^j} \Theta_{i,k} + S_{i+1} \right), & i \neq j, \\ A_j(S_{i+1}), & i = j, \end{cases} \\
 X_{i+1}^j | M_{i+1}^{(1)} &= \begin{cases} X_{i-1}^j + A_j \left( \sum_{k=1}^{X_{i-1}^j} \Theta_{i-1,k} + S_{i+1} \right), & i-1 \neq j, \\ A_j(S_{i+1}), & i-1 = j, \end{cases} \\
 X_{i+1}^j | M_{i+1}^{(2)} &= \\
 &= \begin{cases} X_{i-2}^j + A_j \left( \sum_{k=1}^{X_{i-2}^j} \Theta_{i-2,k} + S_{i+1} \right), & i-2 \neq j, \\ A_j(S_{i+1}), & i-2 = j, \\ \dots \end{cases} \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_{i+1}^j | M_{i+1}^{(N-1)} &= \\
 &= \begin{cases} X_{i-N+1}^j + A_j \left( \sum_{k=1}^{X_{i-N+1}^j} \Theta_{i-N+1,k} + S_{i+1} \right), & i-N+1 \neq j, \\ A_j(S_{i+1}), & i-N+1 = j, \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_{i+1}^j | M_{i+1}^{(N)} &= \\
 &= \begin{cases} X_{i-N}^j + A_j \left( \sum_{k=1}^{X_{i-N}^j} \Theta_{i-N,k} + B + S_{i+1} \right), & i-N \neq j, \\ A_j(B + S_{i+1}), & i-N = j, \end{cases}
 \end{aligned}$$

где  $M_{i+1}^{(j)}$  — событие, состоящее в том, что обслуживающий прибор пропускает ровно  $j$  очередей перед обслуживанием очереди  $Q_{i+1}$ . При  $i-k < 0$  мы предполагаем, что  $X_{i-k}^j = X_{i-k+N}^j$ .

При фиксированном  $i$  вероятности событий  $M_{i+1}^{(j)}$ ,  $j = \overline{0, N}$ , имеют вид:

$$\begin{aligned}
 P\{M_{i+1}^{(0)}\} &= u_i, \\
 P\{M_{i+1}^{(1)}\} &= (1 - u_i)u_{i-1}, \dots, P\{M_{i+1}^{(i-1)}\} = \\
 &= (1 - u_i)(1 - u_{i-1}) \cdots (1 - u_2)u_1, \\
 P\{M_{i+1}^{(i)}\} &= \prod_{k=1}^i (1 - u_k)u_N, \\
 P\{M_{i+1}^{(i+1)}\} &= \prod_{k=1}^i (1 - u_k)(1 - u_N)u_{N-1}, \quad (4) \\
 P\{M_{i+1}^{(N)}\} &= \prod_{k=1}^i (1 - u_k)(1 - u_N) \cdots (1 - u_{i-1}) = \\
 &= \prod_{k=1}^i (1 - u_k).
 \end{aligned}$$

Пусть  $p_i(k_1, k_2, \dots, k_N)$  — стационарная вероятность того, что в момент опроса  $Q_i$  в очередях  $Q_1, \dots, Q_N$  находится  $k_1, k_2, \dots, k_N$  заявок, соответственно. Введем производящую функцию  $F_i(\mathbf{z}) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \dots \sum_{k_N=0}^{\infty} p_i(k_1, k_2, \dots, k_N) z_1^{k_1} z_2^{k_2} \cdots z_N^{k_N} = \mathbf{M} \left[ \prod_{j=1}^N z_j^{X_i^j} \right]$ ,  $i = \overline{1, N}$ , где  $\mathbf{M}$  — символ среднего



значения,  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_p, \dots, z_N)$ . Из выражений (3) и (4) получаем:

$$F_{i+1}(\mathbf{z}) = \sum_{k=0}^N \mathbf{M} \left[ \prod_{j=1}^N z_j^{X_{i+1}^j} \middle| M_{i+1}^{(k)} \right] = u_i M_{i+1}^{(0)}(\mathbf{z}) + (1 - u_i) u_{i-1} M_{i+1}^{(1)}(\mathbf{z}) + (1 - u_1) \cdots (1 - u_{N-1}) \times u_N M_{i+1}^{(N-1)}(\mathbf{z}) + (1 - u_1) \cdots (1 - u_N) M_{i+1}^{(N)}(\mathbf{z}), \quad (5)$$

где  $u_{i-N} = u_i$ ,  $F_{i-N}(\mathbf{z}) = F_i(\mathbf{z})$ ,

$$M_{i+1}^{(l)}(\mathbf{z}) = M = \left[ \prod_{j=1}^N z_j^{X_{i+1}^j} \middle| M_{i+1}^{(l)} \right], \quad l = \overline{0, N}.$$

Среднее значение случайной величины  $z_j^{A_j(T)}$ , где  $T$  — случайная величина с функцией распределения  $D(T)$ , имеет вид  $\mathbf{M}[z_j^{A_j(T)}] = \tilde{D}(\lambda_j(1 - z_j))$ ,

где  $\tilde{D}(\omega) = \int_0^\infty e^{-st} dD(t)$ . Далее имеем  $\mathbf{M} = \left[ \prod_{j=1}^N z_j^{A_j(T)} \right] = \tilde{D}(\alpha(\mathbf{z}))$ , где  $\alpha(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(1 - z_j)$ .

Из соотношений (3) и (4) получаем функции  $M_{i+1}^{(l)}(\mathbf{z})$ ,  $l = \overline{0, N}$ :

$$M_{i+1}^{(l)}(\mathbf{z}) = F_i(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, \tilde{\Theta}_i(\alpha(\mathbf{z})), z_{i+1}, \dots, z_N) \tilde{S}_{i+1}(\alpha(\mathbf{z})), \quad l = \overline{0, N-1}.$$

$$M_{i+1}^{(N)}(\mathbf{z}) = F_i(z_1, z_2, \dots, z_{i-1}, \tilde{\Theta}_i(\alpha(\mathbf{z})), z_{i+1}, \dots, z_N) \tilde{S}_{i+1}(\alpha(\mathbf{z})) \tilde{H}(\alpha(\mathbf{z})). \quad (6)$$

Следовательно, равенства (5) и (6) задают систему функциональных уравнений для  $2N(N + 2)$  неизвестных функций  $F_i(\mathbf{z})$  и  $M_i^{(k)}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $k = \overline{0, N}$ . Дальнейший анализ случайных величин  $X_i^j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$  ограничим лишь нахождением их первых двух моментов  $f_i(j)$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ , и  $f_i(j, k)$ ,  $i, j, k = \overline{1, N}$ , что позволяет получить значения  $W_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , средних времен ожидания в очередях.

Первые моменты  $f_i(j) = \mathbf{M}[X_i^j]$  случайных величин  $X_i^j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ , вычисляются по формуле:  $f_i(j) = \mathbf{M}[X_i^j] = \left. \frac{\partial F_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{1}}$ , где  $\mathbf{1}$  — вектор-строка, состоящий из единиц.

Дифференцируя равенства (5) с учетом равенства (6), получаем систему линейных алгебраических уравнений для  $f_i(j)$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ :

$$f_{i+1}(j) = u_i \left[ k_{i,j} f_i(j) + k_{i,j} \lambda_j \frac{b_i}{1 - \rho_i} f_i(i) + \lambda_j s_{i+1} \right] + (1 - u_i) u_{i-1} \left[ k_{i-1,j} f_{i-1}(j) + k_{i-1,j} \lambda_j \frac{b_{i-1}}{1 - \rho_{i-1}} f_{i-1}(i-1) + \lambda_j s_{i+1} \right] + (1 - u_1) \cdots (1 - u_N) \left[ k_{i-N,j} f_{i-N}(j) + k_{i-N,j} \lambda_j \frac{b_{i-N}}{1 - \rho_{i-N}} f_{i-N}(i-N) + \lambda_j (s_{i+1} + \beta) \right].$$

Решая эту систему, получаем средние значения первых моментов случайных величин  $X_i^j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ . Вторые моменты случайных величин  $X_i^j$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ , вычисляются в виде

$$f_i(j, k) = \mathbf{M}[X_i^j X_i^k] = \left. \frac{\partial^2 F_i(\mathbf{z})}{\partial z_j \partial z_k} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{1}},$$

$$f_i(i, i) = \mathbf{M}[X_i^i (X_i^i - 1)] = \left. \frac{\partial^2 F_i(\mathbf{z})}{\partial z_i^2} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{1}}.$$

В этом случае система (5) преобразуется к виду

$$f_{i+1}(j, k) = \sum_{m=0}^N \left. \frac{\partial^2 M_{i+1}^{(m)}(\mathbf{z})}{\partial z_j \partial z_k} \right|_{\mathbf{z}=\mathbf{1}} P\{M_{i+1}^{(m)}\}, \quad (7)$$

где частные производные второго порядка для  $\frac{\partial^2 M_{i+1}^{(k)}(\mathbf{z})}{\partial z_j \partial z_k}$ ,  $k = \overline{0, N}$ , нетрудно получить из равенств (6). Преобразуя выражение (7) к виду системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $f_i(j, k)$ ,  $i, j, k = \overline{1, N}$ , далее решаем ее численными методами. Значения  $W_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , далее вычисляются по формуле:  $W_i = \frac{\lambda_i b_i^{(2)}}{2(1 - \rho_i)} + \frac{f_i(i, i)}{2\lambda_i f_i}$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

### 3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОЙ СЕТИ IEEE 802.11 ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ АБОНЕНТСКИХ СТАНЦИЙ

Механизм циклического опроса широко применяется в современных беспроводных сетях, включая: комплексы Wi-Fi; перспективные сети миллиметрового диапазона радиоволн (MMWave); радиочастотную идентификацию транспортных средств и сети «интернета вещей» (IoT). В комплексах Wi-Fi центральная станция (AccessPoint) осуществляет опрос очередей пакетов абонентских станций согласно таблице опроса.

Проведем сравнительный анализ характеристик производительности беспроводной сети при двух алгоритмах опроса — динамического и традиционного последовательного опроса точкой доступа абонентских станций от первой до последней. Будем полагать, что число абонентских станций  $N = 4$ .

В таблице представлены значения  $V^{(1)}$  и  $V^{(2)}$  среднего времени нахождения пакетов в очереди и на обслуживании в системах с первым и вторым типом обслуживания соответственно, при интенсивности входных потоков пакетов в абонентские станции  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/(600 \text{ мкс})$ ,  $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda$  принимают значения от 1 до 200 с шагом 10. Время обслуживания очередей имеет функцию распределения  $B_i(t) = 1 - e^{-\mu_i t}$ , где  $\mu_1 = \mu_3 = \mu_4 = 1/(200 \text{ мкс})$ ,  $\mu_2 = 1/(300 \text{ мкс})$ ,  $S_i(t) = 1 - e^{-s_i t}$ , где  $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = 1/(600 \text{ мкс})$ . Численные исследования проведены с помощью пакета прикладных программ расчета систем стохастического поллинга [19].

В данном примере выигрыш от применения алгоритма типа 1 по сравнению со вторым алгоритмом составляет 15,99 % в случае, когда очереди 3 и 4 имеют малую загрузку относительно первых двух очередей. При увеличении интенсивности входного потока выигрыш постепенно снижается до нуля, и алгоритм первого типа начинает вести себя как обычный циклический опрос.

Значения  $V^{(1)}$  и  $V^{(2)}$

$\lambda_3 = \lambda_4$	$V^{(1)}$	$V^{(2)}$	$\lambda_3 = \lambda_4$	$V^{(1)}$	$V^{(2)}$
1	0,00515	0,00613	100	0,00793	0,00816
10	0,00542	0,00627	130	0,00888	0,00911
50	0,00648	0,00698	160	0,0100	0,0101
70	0,00704	0,00742	200	0,0119	0,0119

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена новая математическая модель и методы исследования беспроводных сетей, в которых базовая станция обслуживает пакеты абонентских станций в соответствии с динамическим протоколом опроса. Выполнен сравнительный анализ характеристик производительности таких сетей для двух алгоритмов опроса (динамического, а также последовательного опроса точкой доступа абонентских станций от первой до последней) с помощью разработанного авторами статьи программного комплекса исследования систем поллинга.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Вишневецкий В.М., Семенова О.В. Системы адаптивного динамического поллинга с коррелированными входными потоками: препринт. — М.: ИПУ РАН, 2017. — 88 с. [Vishnevskiy, V.M., Semenova, O.V. Adaptive dynamic polling systems with correlated arrivals: preprint. — Moscow, IPU RAN, 2017. — 88 p. (In Russian)]
2. Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A., Ivanov, R.E. UHF RFID in Automatic Vehicle Identification: Analysis and Simulation // IEEE Journal of Radio Frequency Identification. — 2017. — Vol. 1, no. 1. — P. 3–12. DOI: 10.1109/JRFID.2017.2751592.
3. Bekker, R., Vis, P., Dorsman, J.L., et al. The Impact of Scheduling Policies on the Waiting-time distributions in Polling Systems // Queueing Systems. 2015. — Vol. 79, no. 2. — P. 145–172.
4. Saffer, Z., Telek, M., Horvath, G. Fluid Polling System with Markov Modulated Load and Gated Discipline // Lecture Notes in Computer Science. — 2018. — Vol. 10932. — P. 86–102.
5. Meyfroyt, T.M.M., Boon, M.A.A., Borst, S.C., Boxma, O.J. Performance of Large-Scale Polling Systems with Branching-Type and Limited Service // Performance Evaluation. — 2019. — Vol. 133, September 2019. — P. 1–24.
6. Kim, B., Kim, J. Analysis of the Waiting Time Distribution for Polling Systems with Retrials and Glue Periods // Annals of Operations Research. — 2019. — Vol. 277, no. 2. — P. 197–212.
7. Гайдмака Ю.В. Модель с пороговым управлением нагрузкой для анализа серверов протокола SIP в режиме перегрузок // Автоматика и вычислительная техника. — 2013. — Вып. 47, № 4. — С. 65–75. [Gaidamaka, Yu.V. Model with Threshold Control for Analyzing a Server with a SIP Protocol in the Overload Mode // Automatic Control and Computer Sciences. — 2013. — Vol. 47, no 4. — P. 211–218.]
8. Сонькин М.А., Моисеев А.Н., Сонькин Д.М., Буртова Д.А. Объектная модель приложения для имитационного моделирования циклических систем массового обслуживания // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. — 2017. — № 40. — С. 71–80. [Sonkin, M.A., Moiseev, A.N., Sonkin, D.M., Burtovaya, D.A. Object model of application for simulation of cyclic queueing systems // Tomsk State University Journal of Control and Computer Science. — 2017. — Vol. 40. — P. 71–80. (In Russian)]
9. Vishnevsky, V.M., Dudin, A.N., Klimenok, V.I., et al. Approximate Method to Study M/G/1-Type Polling System with Adaptive Polling Mechanism // Quality Technology and Quantitative Management. — 2012. — Vol. 2. — P. 211–228.
10. Semenova, O.V., Bui, D.T. Method of Generating Functions for Performance Characteristic Analysis of the Polling Systems with Adaptive Polling and Gated Service // Communications



- in Computer and Information Science. — 2018. — Vol. 912. — P. 348–359.
11. Рыков В.В. К анализу поллинг-систем // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 6. — С. 90–114. [Rykov, V.V. On Analysis of Periodic Polling Systems // Automation and Remote Control. — 2009. — Vol. 70. — P. 997–1018.]
  12. Matveev, A., Feoktistova, V., Bolshakova, K. On Global Near Optimality of Special Periodic Protocols for Fluid Polling Systems with Setups // Journal of Optimization Theory and Applications. — 2016. — Vol. 171, no. 3. — P. 1055–1070.
  13. Zorine, A.V. On Ergodicity Conditions in a Polling Model with Markov Modulated Input and State-Dependent Routing // Queueing Systems. — 2014. — Vol. 76, no. 2. — P. 223–241.
  14. Вишнеvский В.М., Семенова О.В. Математические методы исследования систем поллинга // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 2. — С. 3–56. [Vishnevskii, V.M., Semenova, O.V. Mathematical Methods to Study the Polling Systems // Automation and Remote Control. — 2006. — Vol. 67, no. 2. — P. 173–220.]
  15. Boon, M.A.A., van der Mei, R.D., Winands, E.M.M. Applications of Polling Systems // Surveys in Operations Research and Management Science. — 2011. — Vol. 16, no. 2. — P. 67–82.
  16. Borst, S.C., Voxma, O. Polling: Past, Present, and Perspective // TOP. — 2018. — Vol. 26, no. 3. — P. 335–369.
  17. Вишнеvский В.М., Семенова О.В. Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях. — М.: Техносфера, 2007. — 309 с. [Vishnevskii, V.M., Semenova, O.V. Polling systems: theory and applications in broadband wireless networks. — Moscow: Technosphere, 2007. — 309 p. (In Russian)]
  18. Вишнеvский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными входными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. — М.: Техносфера, 2018. — 564 с. [Vishnevskiy, V.M., Dudin, A.N., Klimenok, V.I. Stochastic systems with correlated arrivals. Theory and applications in telecommunication networks. — Moscow, Technosphere, 2018. — 564 p. (In Russian)]
  19. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019614554 РФ; Зарег. 08.04.2019. Программный комплекс оценки характеристик систем стохастического поллинга / В.М. Вишнеvский, О.В. Семенова, З.Т. Буй. [Certificate of state registration of a computer program No. 2019614554 RF; Registered 04/08/2019. Software complex for evaluating the characteristics of stochastic polling systems / V.M. Vishnevsky, O.V. Semenova, D.T. Bui. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.*
- Поступила в редакцию 16.04.2020, после доработки 10.06.2020. Принята к публикации 18.06.2020.*
- Вишнеvский Владимир Миронович** — д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ vishn@inbox.ru,
- Семенова Ольга Валерьевна** — канд. физ.-мат. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ olgasmnv@gmail.com,
- Буй Зуи Тан** — аспирант, Московский физико-технический институт, г. Москва, ✉ duytan@phystech.edu.

## INVESTIGATION OF THE STOCHASTIC POLLING SYSTEM AND ITS APPLICATIONS IN BROADBAND WIRELESS NETWORKS

V.M. Vishnevsky<sup>1</sup>, O.V. Semenova<sup>2</sup>, D.T. Bui<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

<sup>1</sup>✉ vishn@inbox.ru, <sup>2</sup>✉ olgasmnv@gmail.com, <sup>3</sup>✉ duytan@phystech.edu

**Abstract.** A polling system with adaptive dynamic polling order for modeling a broadband wireless network with a centralized control mechanism is considered. A new algorithm for calculating the stationary state probability distribution of the number of packets in subscriber stations has been developed, which makes it possible to calculate the average waiting time and other characteristics of the network performance. A queueing system with several queues is investigated, in which the server serves queues in a dynamic polling order. This order of queueing involves skipping queues that were empty in the previous polling cycle. The queues that were skipped in this cycle the server can poll only in the next cycle. The specified queue servicing algorithm allows to reduce the duration of the queue polling time and thus increase the system performance. A comparative numerical analysis of various options for constructing and evaluating the performance characteristics of broadband wireless IEEE 802.11 networks with a centralized control mechanism is presented. Numerical studies were carried out using a software package for evaluating the stochastic polling systems.

**Keywords:** broadband wireless network, polling systems, adaptive polling order, exhaustive service, generating function method.

**Funding.** The work was performed with financial support of Russian Foundation of Basic Research (project no. 19-29-06043).