УДК 519.6;629.735.33

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Г.С. Вересников, О.В. Огородников, Л.А. Панкова, В.А. Пронина

Рассмотрено оптимальное проектирование сложных технических систем с неопределенными параметрами. Описана методика решения задач предварительного проектирования в условиях параметрической неопределенности. Решена практическая задача предварительного аэродинамического проектирования — задача оптимизации характеристик силовой установки сверхзвукового маневренного самолета при выполнении основных требований к характеристикам дозвукового полета в условиях параметрической неопределенности. Для решения применена теория неопределенности Б. Лю, позволяющая свести модели оптимизации с неопределенностью к моделям математического программирования. Вычислительная эффективность предложенного метода продемонстрирована путем сравнения с методом имитационного моделирования.

Ключевые слова: предварительное проектирование, эпистемическая неопределенность, модели неопределенного программирования, детерминированный эквивалент, Парето-решения.

ВВЕДЕНИЕ

Предварительное аэродинамическое проектирование сопряжено со многими трудностями, среди которых можно выделить: большое количество взаимосвязанных проектируемых параметров (десятки тысяч), наличие разнообразных, часто противоречивых требований к летно-техническим и маневренным характеристикам, а также высокая степень неопределенности (неточности) параметров. Это длительный итерационный процесс принятия решений, предполагающий решение оптимизационных задач. Оптимизационные задачи обычно большой размерности и многокритериальные, при этом целевые функции и ограничения чаще всего нелинейные.

Когда значения параметров определены неточно, применение моделей многокритериальной оптимизации, предназначенных для вычислений с точными значениями, может привести к недопустимым решениям [1]. Возникает проблема учета параметрической неопределенности. Для решения этой проблемы сейчас применяют прямые расчеты с помощью методов Монте-Карло и планирования экспериментов, требующих значительных временных затрат.

В настоящей работе предлагается метод расчета параметров самолета на этапе предварительного проектирования в условиях характерной для этого этапа параметрической неопределенности, сокращающий время и стоимость расчетов. Предлагается решать такие задачи как задачи поиска Парето-решений[1] многокритериальной оптимизационной задачи в условиях параметрической неопределенности.

Рассматривается задача расчета проектируемых параметров силовой установки маневренного самолета, обеспечивающих удовлетворение требований по дальности сверхзвукового крейсерского полета (СКП) и приоритетных тактико-технических требований (ТТТ) в дозвуковой области в условиях параметрической неопределенности. Для представления неопределенных параметров используется теория неопределенности Б. Лю [2—4], в которой существует эффективный инструмент (в достаточно широком классе функций) для решения оптимизационных задач с параметрической неопределенностью. Задача решается с использованием модели неопределенного многокритериально-

[1] Парето-решение — недоминируемое по Парето решение. Недоминируемость по Парето — невозможность улучшения любой оптимизируемой функции без ухудшения других.

го программирования [2—4], что на порядок сокращает время расчетов по сравнению с методом Монте-Карло.

В § 1 описывается общая методика решения задач предварительного проектирования в условиях параметрической неопределенности. В § 2 дается краткий обзор способов представления и учета неопределенности параметров в задачах оптимизации. В § 3 даны необходимые сведения из теории неопределенности: способ получения экспертной информации для представления неопределенных переменных и модели неопределенного программирования. В § 4 решается задача оптимизации параметров маневренного самолета. Для сравнения приводится расчет параметров с помощью метода Монте-Карло.

1. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Для формализации задачи оптимального предварительного проектирования как задачи оптимизации следует перейти от заданных ТТТ к целевым функциям, отражающим степень удовлетворения ТТТ. Как правило, наиболее существенные обобщенные проектные параметры, инвариантные по отношению к самолетам различных типов и поколений, рассматриваются как целевые функции в задаче оптимизации.

Следующий шаг формализации задачи проектирования состоит в классификации переменных и определении допустимых областей изменения этих переменных. Искомые оптимизируемые параметры летательного аппарата (ЛА) назовем проектируемыми переменными. Остальные параметры ЛА назовем неопределенными переменными, если их значения не могут быть точно заданы к данному моменту, и определенными переменными, если их значения заданы.

Далее определяются ограничения, которым должны удовлетворять параметры. Если функции ограничений включают в себя неопределенные параметры, определяется тип ограничений — жесткие, если они должны выполняться при любом значении неопределенных параметров, или мягкие, если они должны выполняться с заданным значением меры (степени) неопределенности.

Тип информации о неопределенных параметрах: статистическая или экспертная — определяет тип неопределенности: алеаторную и эпистемическую соответственно [5]. Алеаторная неопределенность возникает, когда параметры характеризуются вариабельностью, зафиксированной в результатах статистических данных, достаточных для принятия статистических гипотез о неопределенных параметрах. В этом случае параметры представляются функциями распределения вероятности, и в задачах оптимизации применяют трудоемкие стохастические методы, требующие вычисления многократных интегралов. Эпистемическая неопределенность возникает из-за недостатка знаний, результатов наблюдений. В этом случае информацию получают от экспертов. Существует много способов представления параметров с эпистемической неопределенностью.

Способ представления неопределенных параметров определяет множество моделей многокритериальной оптимизации с неопределенными параметрами. Эти модели сводят к детерминированным моделям, заменяя целевые функции и ограничения с неопределенными параметрами соответствующими детерминированными эквивалентами. Таким образом, модели многокритериальной оптимизации с неопределенными параметрами представляют собой детерминированные модели.

Далее выбирается алгоритм решения детерминированной задачи многокритериальной оптимизации, например многокритериальный эволюционный алгоритм.

Анализируя полученный Парето-фронт[2], лицо, принимающее решение (ЛПР) выбирает предпочтительную точку (вектор в пространстве целевых функций) и соответствующее Парето-решение (проектируемые параметры). В подавляющем большинстве многокритериальных задач множество Парето оказывается довольно большим, и выбор в его пределах может быть затруднительным для ЛПР. По этой причине возникает проблема сужения множества Парето. Очевидно, что сузить множество Парето можно только при наличии той или иной дополнительной информации о предпочтениях ЛПР. К настоящему времени для решения этой проблемы предложено множество различных подходов (от эвристических до аксиоматических) и интерактивных человеко-машинных процедур [6].

Таким образом, методика решения задач предварительного проектирования при наличии неопределенных параметров включает в себя следующие шаги.

1. Формализация задачи оптимального проектирования.

1.1. Определение целевых функций — критериев оптимизации.

1.2. Классификация параметров: проектируемые, остальные — неопределенные и определенные; определение допустимых пределов изменения параметров.

1.3. Определение ограничений, выбор их типа (жесткие или мягкие), если функции ограничений включают в себя неопределенные параметры.

[2] Парето-фронт (Парето-граница) — образ Парето-множества в пространстве оптимизируемых функций. Парето-множество — множество недоминируемых по Парето-решений.

1.4. Выбор способа получения информации для представления неопределенных параметров (статистического или экспертного). В случае экспертного способа получения информации выбор способа представления параметров с эпистемической неопределенностью.

1.5. Выбор модели многокритериальной оптимизации при наличии неопределенных параметров.

2. Выбор алгоритма решения задачи многокритериальной оптимизации.

3. Анализ Парето-фронта и выбор решения из множества Парето-решений.

2. СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭПИСТЕМИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Неопределенные параметры с алеаторной неопределенностью представляются функциями распределения вероятностей или ее характеристиками. В предварительном проектировании, как правило, недостаточно статистических данных или они отсутствуют, и для представления неопределенных параметров следует использовать эпистемическую неопределенность.

Для представления эпистемической неопределенности существует более 20 «теорий неопределенности» [7]. Наиболее популярны интервальная математика [8], теория нечетких множеств [9], основанная на теории нечетких множеств Л. Заде, и теория возможностей [10] — расширение теории нечетких множеств и нечеткой логики Л. Заде. Предложены различные расширения нечетких множеств, такие как: нечеткие множества второго типа (когда значениями функции принадлежности являются нечеткие множества), интервальные нечеткие множества (interval-valued fuzzy sets), нечеткие параметризованные мягкие множества (fuzzy parameterized soft sets) и др. В 2011 г. для учета надежности предоставляемой информации о неопределенной переменной Заде ввел концепцию Z-числа как упорядоченную пару нечетких чисел (A, B): первый компонент — значение переменной, второй компонент — степень уверенности эксперта в первом компоненте [11]. С 2002 г. многие теории, моделирующие эпистемическую неопределенность об алеаторной неопределенности (суждения экспертов о случайном параметре), т. е. неопределенность второго порядка [12], объединены научным направлением «неточные вероятности» (imprecise probability, http://www.sipta.org/).

Для учета эпистемической неопределенности в задачах оптимизации необходимо обеспечить:

— формальное представление неопределенных переменных;

— формальное представление функции от неопределенных переменных (метод распространения неопределенности входных неопределенных переменных на функцию от этих переменных);

— модели оптимизации в условиях параметрической неопределенности.

В интервальной математике, где неопределенная переменная представляется интервалом, при распространении неопределенности от параметров к функции с увеличением числа операций резко увеличивается интервал неопределенности функции. В теории нечетких множеств нечеткая переменная представляется нечетким множеством. В теории возможностей возможностная переменная представляется функцией распределения возможностей. В нечетком и возможностном программировании существуют эффективные методы распространения неопределенности параметров только на линейные целевые функции и функции ограничений, позволяющие свести модели нечеткого и возможностного программирования к моделям линейного программирования. Для нелинейных функций в нечетком и возможностном программировании авторам не известны эффективные методы распространения неопределенности и решения задач оптимизации. В теории Z-чисел к настоящему времени нет результатов, позволяющих применять их при решении практических оптимизационных задач. Для распространения неточных вероятностей описано несколько подходов, которые требуют больших вычислительных затрат [13].

Теория неопределенности, предложенная Б. Лю в 2007 г. (усовершенствована в 2009 г.) [2—4], служит новым инструментом для представления эпистемической неопределенности и манипулирования с ней. Теория неопределенности обеспечивает эффективные методы распространения неопределенности для достаточно широкого класса функций — неопределенные переменные независимы, функции строго монотонны по этим переменным. Если целевые функции и функции ограничений принадлежат этому классу функций, модели неопределенного программирования сводятся к эквивалентным моделям математического программирования, что обеспечивает вычислительную эффективность. Модели неопределенного программирования уже нашли достаточно широкое применение в прикладных задачах [14—19].

В решаемой задаче для представления эпистемической неопределенности применяется теория неопределенности [2—4].

3. ИЗ ТЕОРИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ Б. ЛЮ

Эпистемическая неопределенность события в теории неопределенности Лю — это степень уверенности эксперта в том, что событие {*} произой-

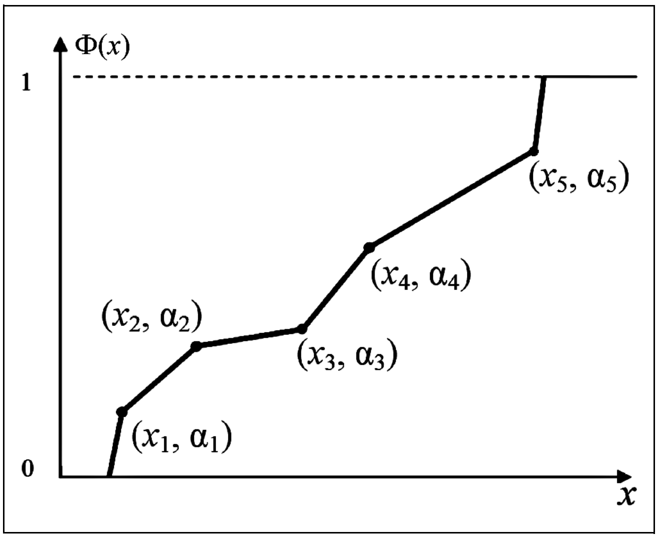

Рис. 1. Эмпирическая функция распределения

дет, т. е. мера неопределенности этого события M{*}.

В основе теории неопределенности Лю лежат три базовых понятия:

— мера неопределенности M, удовлетворяющая аксиомам нормальности, дуальности, субаддитивности, произведения[3];

— вещественная неопределенная переменная ξ;

— функция распределения неопределенности неопределенной переменной $\Phi(x) = M\{\xi \le x\}$.

С помощью эксперта строятся функции распределения неопределенности для неопределенных параметров.

3.1. Способы получения экспертной информации для представления неопределенных параметров в теории неопределенности

Эксперт задает области значений неопределенных параметров и ряд значений функций распределения. При этом он отвечает на вопросы типа: «Какова степень уверенности M в том, что данный неопределенный параметр ξ будет меньше или равен фиксированному значению x_i из области значений неопределенного параметра ξ, или какова $M\{\xi \le x_i\}$ — мера неопределенности события $\xi \le x_i$?».

Пусть эксперт определил степени уверенности, равные a_i, $i = 1, ..., n$, в том, что $\xi \le x_i$: (x_1, a_1), (x_2, a_2), ..., (x_n, a_n), где $x_1 < x_2 < ... < x_n$; $0 \le a_1 \le \le a_2 \le ... \le a_n \le 1$. На основе данных, полученных от эксперта, производится линейная аппроксимация функции распределения каждого неопределенного параметра, которая дает так называемую эмпирическую функцию распределения [4] (рис. 1):

$$\Phi(x) = \left\{\begin{array}{l} 0, \text{ если } x \le x_1; \\ \alpha_i + \dfrac{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)(x - x_i)}{x_{i+1} - x_i}, \\ \text{если } x_i \le x \le x_{i+1},\ 1 \le i < n; \\ 1, \text{ если } x > x_n. \end{array}\right\}.$$

При аппроксимации могут использоваться другие типы функций распределения неопределенного параметра: линейная, зигзагообразная, нормальная, логнормальная и др. [5].

3.2. Модели неопределенного программирования

Неопределенное программирование [2—4] — это математическое программирование с неопределенными параметрами: целевые функции и функции ограничений включают в себя неопределенные параметры.

Рассмотрим формальную постановку задачи неопределенного программирования. Пусть $\bar{x}$ — вектор решений, $\bar{\xi}$ — вектор параметров, $f(\bar{x}, \bar{\xi})$ — целевая функция, $g_j(\bar{x}, \bar{\xi}) \le 0$, $j = 1, 2, ..., p$, — ограничения. Если $\bar{\xi}$ — вектор неопределенных параметров, то целевая функция $f(\bar{x}, \bar{\xi})$ при каждом фиксированном векторе $\bar{x}$ является неопределенной переменной со своей функцией распределения.

В качестве детерминированного эквивалента целевой функции $d[f(\bar{x}, \bar{\xi})]$ в неопределенном программировании по аналогии со стохастическим программированием используют характеристики этой функции: ожидаемое значение, дисперсия, критические значения и др. В теории неопределенности определены аналитические выражения этих характеристик для функций, строго монотонных по независимым неопределенным параметрам.

Функции ограничений $g_j(\bar{x}, \bar{\xi}) \le 0$, $j = 1, 2, ..., p$, при каждом фиксированном векторе $\bar{x}$ являются неопределенными переменными. В случае мягких ограничений экспертом задаются доверительные уровни $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p$, $0 \le \alpha_j \le 1$, $j = 1, 2, ..., p$, степеней уверенности M (мер неопределенности) выполнения ограничений: $M\{g_j(\bar{x}, \bar{\xi}) \le 0\} \ge \alpha_j$, $j = 1, 2, ..., p$.

Приведем аналитические выражения для ожидаемого среднего функции и мягких ограничений.

Пусть функция $f(\bar{x}, \xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$ — непрерывная строго возрастающая по $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_m$ и строго убывающая по $\xi_{m+1}, \xi_{m+2}, ..., \xi_n$. Тогда, если $\xi_1, \xi_2, ...,$

[3] Мера произведения событий равна минимальной из мер этих событий.

ξ_n — независимые неопределенные переменные с обратными функциями распределения неопределенности $\Phi_1^{-1}, \Phi_2^{-1}, ..., \Phi_n^{-1}$ соответственно, то:

$$E[f(\bar{x}, \bar{\xi})] = \int_0^1 f(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \Phi_2^{-1}(\alpha), ..., \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \Phi_{m+2}^{-1}(1-\alpha), ..., \Phi_n^{-1}(1-\alpha))d\alpha,$$

и для любого $\alpha \in [0, 1]$ неравенство $\mathrm{M}\{f(\bar{x}, \xi_1, \xi_2, ..., \xi_n) \le 0\} \ge \alpha$ эквивалентно неравенству $f(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \Phi_2^{-1}(\alpha), ..., \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \Phi_{m+2}^{-1}(1-\alpha), ..., \Phi_n^{-1}(1-\alpha)) \le 0$.

Таким образом, задача неопределенного программирования с использованием эквивалента $E[f(\bar{x}, \bar{\xi})]$ неопределенной целевой функции и эквивалентов мягких ограничений становится детерминированной задачей математического программирования: найти

$$\min_{\bar{x}}(\max_{\bar{x}})\int_0^1 f(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha), \Phi_2^{-1}(\alpha), ..., \Phi_m^{-1}(\alpha), \Phi_{m+1}^{-1}(1-\alpha), \Phi_{m+2}^{-1}(1-\alpha), ..., \Phi_n^{-1}(1-\alpha))d\alpha$$

при условии

$$g_j(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha_j), \Phi_2^{-1}(\alpha_j), ..., \Phi_{m_j}^{-1}(\alpha_j), \Phi_{m_j+1}^{-1}(1-\alpha_j), \Phi_{m_j+2}^{-1}(1-\alpha_j), ..., \Phi_n^{-1}(1-\alpha_j)) \le 0,$$

$$\alpha_j \in [0, 1], \quad j = 1, 2, ..., p.$$

Перейдем к задаче многокритериального математического программирования. Пусть $f_i(\bar{x}, \bar{\xi})$, $i = 1, 2, ..., m$, — целевые функции.

Обобщенная модель многокритериального неопределенного программирования имеет вид [18]: найти

$$\min_{\bar{x}}(\max_{\bar{x}})(D_1[f_1(\bar{x}, \bar{\xi})], D_2[f_2(\bar{x}, \bar{\xi})], ..., D_m[f_m(\bar{x}, \bar{\xi})],$$

где $D_i[f_i(\bar{x}, \bar{\xi})] = \{d_1^i[f_i(\bar{x}, \bar{\xi})], ..., d_{k_i}^i[f_i(\bar{x}, \bar{\xi})]\}$,

при условии

$$g_j(\bar{x}, \Phi_1^{-1}(\alpha_j), \Phi_2^{-1}(\alpha_j), ..., \Phi_{m_j}^{-1}(\alpha_j), \Phi_{m_j+1}^{-1}(1-\alpha_j), \Phi_{m_j+2}^{-1}(1-\alpha_j), ..., \Phi_n^{-1}(1-\alpha_j)) \le 0,$$

$$\alpha_j \in [0, 1], \quad j = 1, 2, ..., p,$$

где $d_r^i \in D_i \subseteq D$, $r = 1, 2, ..., k_i$, $i = 1, 2, ..., m$, D — множество характеристик неопределенной целевой функции.

Выбор эквивалентов неопределенной целевой функции является прерогативой ЛПР, так как отражает его личные предпочтения относительно оптимизации системы. Заметим, что для разных целевых функций могут быть выбраны различные эквиваленты и для одной функции — несколько различных эквивалентов. Обобщенная модель позволяет учитывать различные предпочтения ЛПР относительно как одной целевой функции, так и разных целевых функций. Например, для одной целевой функции предпочтительно оптимизировать ожидаемое значение и дисперсию, а для другой — только ожидаемое значение.

При невыполнении условий на класс функций: неопределенные переменные независимы и функции строго монотонны по этим переменным, т. е. при отсутствии аналитических выражений для эквивалентов, необходимо воспользоваться имитационным моделированием для вычисления эквивалентов целевых функций и ограничений [20].

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРЕННОГО САМОЛЕТА

4.1. Особенности предварительного проектирования

Традиционно процесс проектирования разделяют на внешнее (концептуальное) проектирование, в ходе которого формулируются ТТТ к будущему самолету, и внутреннее проектирование. В свою очередь, внутреннее проектирование принято разделять на предварительное (ПП), эскизное и рабочее.

Этап ПП наиболее важный, так как здесь принимаются решения, определяющие на 80 % эффективность и стоимость жизненного цикла будущего самолета [21]. В предварительном проектировании на основе определенных в концептуальном проектировании ТТТ формируется облик будущего самолета — выбирается аэродинамическая схема самолета, определяются основные параметры компоновки и силовой установки, проектируется конструктивно-силовая схема, определяется состав бортового оборудования и др.

Все требования к проектируемому самолету подразделяются на несколько групп. Наиболее важные требования носят качественный характер, без указания каких-либо численных значений. Другие требования — с указанием численных значений или ограничений для основных летно-технических параметров и маневренных характеристик самолета. Требования обычно ранжированы по важности. Для маневренных самолетов требования к летно-техническим характеристикам в дозвуковой области полета, как правило, считаются приоритетными.

Для преодоления выше отмеченных трудностей аэродинамического проектирования практика выработала методологические принципы декомпозиции, итеративности, учета неопределенности исходной информации. Традиционно ПП декомпозируется на несколько различных дисциплинарных стадий, где определяются параметры, соответствующие данной дисциплине при зафиксированных остальных, которые обеспечивают удовлетворение ТТТ. Затем в итерационном процессе многодисциплинарной оптимизации учитываются связи между несколькими стадиями и различные ТТТ. Так как ТТТ часто противоречивы, выбираются значения взаимосвязанных проектируемых параметров самолета, которые обеспечивают достижение компромисса между требованиями различных дисциплин. Искомые значения проектируемых параметров формируются как результаты решения различных многокритериальных оптимизационных задач.

Среди ТТТ к сверхзвуковому маневренному самолету содержатся требования к дозвуковым и сверхзвуковым характеристикам. На этапе ПП сначала определяются параметры компоновки и силовой установки, удовлетворяющие приоритетным ТТТ, определенным в дозвуковой области. Затем при зафиксированных параметрах, обеспечивающих выполнение ТТТ на «дозвуке», рассчитываются параметры силовой установки, обеспечивающие выполнение ТТТ на «сверхзвуке». Основное требование к сверхзвуковым режимам — требование к дальности СКП, которое в значительной степени зависит от параметров силовой установки на режиме СКП.

4.2. Задача расчета параметров силовой установки, обеспечивающих удовлетворение требования по дальности СКП и приоритетных ТТТ на «дозвуке»

Рассматривается СКП при числе Маха $M = 1{,}5$ [22] на высоте полета $H = 11$ км. Для расчета дальности участка L СКП применяется формула Бреге [23]:

$$L = \frac{KV_{\text{кр}}}{c_e}\ln\frac{G_1}{G_2},$$

где K — аэродинамическое качество самолета, $V_{\text{кр}}$ — скорость на крейсерском участке полета, c_e — коэффициент удельного расхода топлива, G_1 и G_2 — начальный и конечный вес самолета.

Отношение G_1/G_2 определяется на основе статистических данных для самолетов аналогичного типа. Итак, можно считать, что максимизация дальности при заданном числе M эквивалентна максимизации величины [24]:

$$\frac{K}{c_e} = \frac{l\sqrt{\pi q k_{osw}(P - k_w C_{f_{eqv}} S_{\text{ом}} q)}}{P(c_{e_{\text{макс}}} + \bar{c}_e^{P}(\bar{P} - \bar{P}_{\text{макс}}))}, \qquad (1)$$

$$\bar{P}_{\text{макс}} = P_{\text{макс}}/P_{0\Phi}, \quad \bar{P} = P/P_{0\Phi},$$

где q — скоростной напор при заданной высоте и скорости, l — размах крыла, $S_{\text{ом}}$ — площадь омываемой поверхности самолета, k_{osw} — коэффициент Освальда, $C_{f_{eqv}}$ — коэффициент эквивалентного трения, k_w — показатель уровня волнового сопротивления, P — тяга двигателя, $P_{0\Phi}$ — проспектная тяга двигателя на режиме «полный форсаж» ($H = 0$, $M = 0$), $c_{e_{\text{макс}}}$ — коэффициент удельного расхода топлива на режиме работы двигателя «максимал», $\bar{c}_e^{P}$ — наклон удельной сверхзвуковой дроссельной характеристики, $\bar{P}_{\text{макс}}$ — относительная тяга двигателя на режиме «максимал» [22—26].

Будем считать, что предварительно были вычислены параметры геометрии $S_{\text{ом}}$, l и проспектная тяга $P_{0\Phi}$, обеспечивающие выполнение основных (дозвуковых) ТТТ [26]. Параметры силовой установки ($\bar{P}_{\text{макс}}$, $c_{e_{\text{макс}}}$, $\bar{c}_e^{P}$) на сверхзвуковом режиме заданы интервалами допустимых значений и должны быть определены. Параметры $C_{f_{eqv}}$ и k_{osw} заданы интервалами допустимых значений.

Показатель уровня волнового сопротивления k_w — комплексный параметр, отражающий дозвуковые и сверхзвуковые аэродинамические характеристики ЛА, — определяется компоновкой самолета. По определению, показатель уровня волнового сопротивления равен отношению коэффициентов лобового сопротивления при нулевой подъемной силе на сверхзвуковых и на дозвуковых скоростях.

Практика показывает, что в случае компоновки с высоким значением k_w проще обеспечить выполнение дозвуковых ТТТ. Однако при увеличении k_w уменьшается максимальная дальность сверхзвукового полета (формула (1)). На маневренных самолетах третьего поколения (Су-17, МиГ-23) данное противоречие решалось применением крыла изменяемой стреловидности [27]. Однако сейчас это решение не применяется из-за увеличения веса и усложнения конструкции ЛА с крылом изменяемой стреловидности.

Таким образом, возникает задача поиска компромиссных решений, обеспечивающих наибольшую возможную дальность L и наибольшее значение показателя уровня волнового сопротивления k_w. Такая задача формализуется с помощью понятия Парето-оптимальности решений многокритериальных задач оптимизации.

Первым критерием является отношение K/c_e, зависимость которого от параметров силовой установки определяется формулой (1).

Получим зависимость второго критерия k_w от параметров силовой установки ЛА.

Численные расчеты и известные данные маневренных самолетов пятого поколения показывают [24], что значение степени дросселирования, обеспечивающее максимум дальности СКП, лежит в пределах 30—50 % диапазона между режимами «максимал» и «полный форсаж»:

$$\bar{P}_{opt} = \bar{P}_{\text{макс}} + (\bar{P}_{\text{форс}} - \bar{P}_{\text{макс}})STC_{opt},$$

$$0{,}3 < STC_{opt} < 0{,}5,$$

$$\bar{P}_{\text{форс}} = P_{\text{форс}}/P_{0\Phi}, \quad \bar{P}_{opt} = P_{opt}/P_{0\Phi},$$

где $\bar{P}_{\text{форс}}$ — относительная тяга двигателя на режиме «полный форсаж», STC_{opt} — сверхзвуковой коэффициент дросселирования, соответствующий $\bar{P}_{opt}$.

По определению, параметр STC_{opt} означает степень форсирования двигателя в диапазоне между режимами «максимал» и «полный форсаж» на режиме эффективного СКП [28]. Это комплексный показатель, характеризующий общий уровень технологического совершенства маневренного самолета (в области аэродинамики, двигателя и конструкции). По статистике, авиационным комплексам четвертого поколения соответствует $STC_{opt} = 1$ (режим полного форсирования), поколению 4^+ — $STC_{opt} = 0{,}7 \div 0{,}8$ (режим промежуточного форсирования), поколению 5 — $STC_{opt} = 0{,}3 \div 0{,}5$ (режим промежуточного форсирования) [28]. Положим $STC_{opt} = 0{,}4$.

С другой стороны, теоретический максимум параметра K/c_e по тяге двигателя (максимум дальности) достигается при P_{opt} [24]:

$$P_{opt} = (4X_0 + P^* + \sqrt{(4X_0 - 2P^*)^2 - 3P^{*2}})/6,$$

где $P^* = P_{\text{макс}} - c_{e_{\text{макс}}}/c_e^P$, $X_0 = S_{\text{ом}} C_{f_{eqv}} k_w q$, $c_e^P = \bar{c}_e^P P_{0\Phi}$.

Отсюда получено выражение для второго критерия оптимизации — показателя уровня волнового сопротивления k_w как зависимости от параметров силовой установки:

$$k_w = \frac{P_{0\Phi}\bar{P}_{opt}}{2S_{\text{ом}}C_{f_{eqv}}q}\left(\frac{\bar{P}_{opt}}{2\bar{P}_{opt} - \bar{P}_{\text{макс}} + c_{e_{\text{макс}}}/\bar{c}_e^P} + 1\right).$$

4.3. Постановка задачи

Заданы целевые функции:

$$\left(\frac{K}{c_e}\right)_{\max} = \frac{l\sqrt{\pi q k_{osw}(P_{opt} - k_w C_{f_{eqv}} S_{\text{ом}} q)}}{P_{opt}(c_{e_{\text{макс}}} + \bar{c}_e^P(\bar{P}_{opt} - \bar{P}_{\text{макс}}))},$$

$$k_w = \frac{P_{0\Phi}\bar{P}_{opt}}{2S_{\text{ом}}C_{f_{eqv}}q}\left(\frac{\bar{P}_{opt}}{2\bar{P}_{opt} - \bar{P}_{\text{макс}} + c_{e_{\text{макс}}}/\bar{c}_e^P} + 1\right),$$

где $\bar{P}_{opt} = \bar{P}_{\text{макс}} + (\bar{P}_{\text{форс}} - \bar{P}_{\text{макс}})STC_{opt}$, $STC = 0{,}4$.

Проектируемые (искомые) параметры — $\bar{P}_{\text{форс}}$, $\bar{P}_{\text{макс}}$, $c_{e_{\text{макс}}}$, $\bar{c}_e^P$; неопределенные параметры с заданными функциями распределения — $C_{f_{eqv}}$, k_{osw}.

В качестве детерминированных эквивалентов целевых функций с неопределенными параметрами используем ожидаемые средние E. Тогда модель многокритериальной оптимизации с неопределенными параметрами имеет вид:

$$\max\,(E_1[(K/c_e)_{\max}],\ E_2[k_w]).$$

Примем, что неопределенные параметры $C_{f_{eqv}}$ и k_{osw} независимые. Пусть эксперты задали интервалы изменения и линейные функции распределения неопределенности этих переменных. Так как выбранные целевые функции строго монотонны по этим переменным, то можно воспользоваться аналитическими выражениями для ожидаемых средних целевых функций:

$$E\left[\left(\frac{K}{c_e}\right)_{\max}\right] = \int_0^1 \frac{l\sqrt{\pi q((1-\alpha)k_{osw}^a + \alpha k_{osw}^b) \times}}{P_{opt} \times} \to$$

$$\to \frac{\times (P_{opt} - k_w(\alpha C_{f_{eqv}}^a + (1-\alpha)C_{f_{eqv}}^b)S_{\text{ом}}q)}{\times (c_{e_{\text{макс}}} + \bar{c}_e^P(\bar{P}_{opt} - \bar{P}_{\text{макс}}))}\,d\alpha,$$

$$E[k_w] = \int_0^1 \frac{P_{0\Phi}\bar{P}_{opt}}{2S_{\text{ом}}(\alpha C_{f_{eqv}}^a + (1-\alpha)C_{f_{eqv}}^b)q} \times$$

$$\times \left(\frac{\bar{P}_{opt}}{2\bar{P}_{opt} - \bar{P}_{\text{макс}} + c_{e_{\text{макс}}}/\bar{c}_e^P}\right)d\alpha,$$

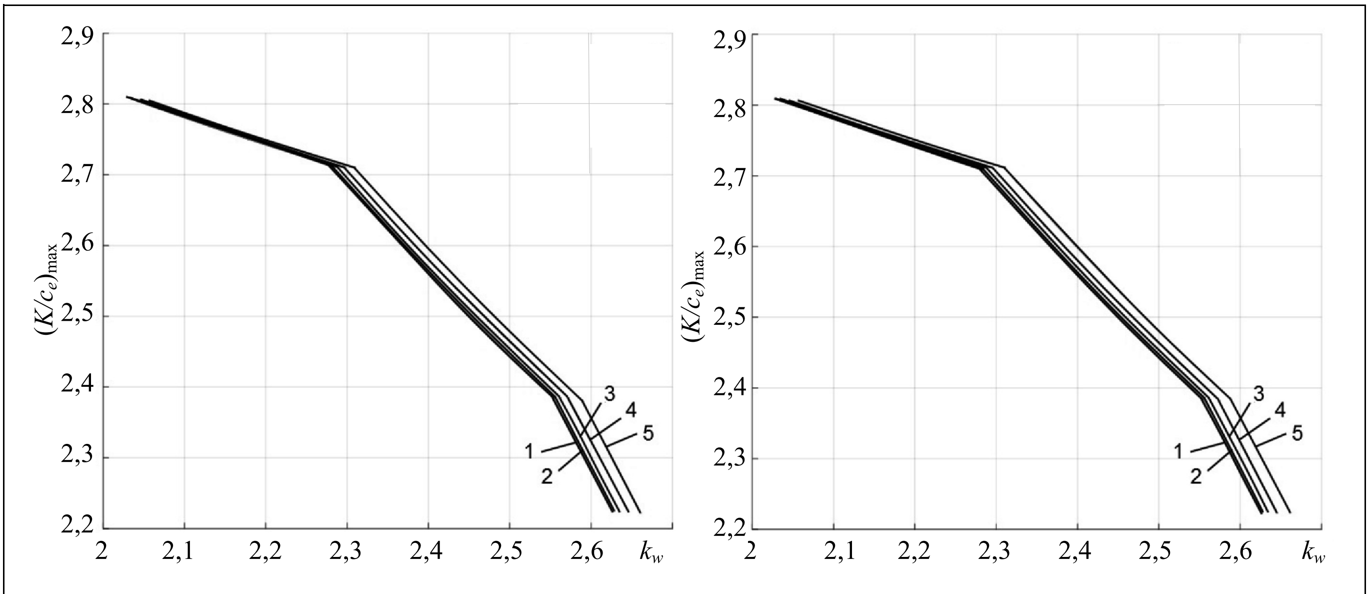

Рис. 2. Парето-фронты, полученные на основе модели неопределенного программирования (*а*) и на основе метода Монте-Карло (*б*): *1* — 0 %; *2* — 5 %; *3* — 10 %; *4* — 15 %; *5* — 20 %

где $[C^a_{f_{eqv}}, C^b_{f_{eqv}}]$, $[k^a_{osw}, k^b_{osw}]$ — интервалы изменения параметров $C_{f_{eqv}}$, k_{osw}.

4.4. Решение задачи на основе модели неопределенного программирования и сравнение с решением на основе метода Монте-Карло

Для подтверждения обоснованности и эффективности применения теории неопределенности задача решалась двумя методами: на основе модели неопределенного программирования и на основе метода Монте-Карло.

В методе Монте-Карло ожидаемые средние для целевых функций вычисляются как

$$E\left[\left(\frac{K}{c_e}\right)_{\max}\right] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\frac{K}{c_e}\right)_{\max}\right)_i,$$

$$E[k_w] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(k_w)_i,$$

где N — число сформированных случайным образом комбинаций неопределенных переменных.

В обоих методах для получения Парето-фронтов и Парето-решений применялся многокритериальный эволюционный алгоритм.

В обоих методах для получения Парето-фронтов и Парето-решений применялся многокритериальный эволюционный алгоритм.

В расчете были взяты параметры геометрии и характеристики двигателя самолета типа F/A-22. Расчеты производились для пяти диапазонов изменения неопределенных переменных: 0, 5, 10, 15 и 20 % от заданных номинальных значений. В методе Монте-Карло значения неопределенных переменных генерировались в каждом диапазоне 10^5 раз.

На рис. 2 представлены результаты многокритериальной оптимизации в виде Парето-фронтов для различных диапазонов изменения неопределенных переменных.

Парето-фронты, полученные обоими методами расчета, практически совпадают. Максимальная разница значений проектируемых переменных для обоих методов расчета равна примерно 0,3 %. Как и следовало ожидать, при увеличении диапазона изменения неопределенных переменных Парето-фронт удаляется от Парето-фронта для номинальных значений неопределенных переменных.

Пусть требуемое значение L (дальность СКП) 1300 км. По формуле Бреге данному значению соответствует $K/c_e = 2{,}61$. По Парето-фронту (рис. 2, *а*) соответствующие значения k_w равны 2,260, 2,265, 2,279, 2,303 и 2,336 для разброса в 0, 5, 10, 15 и 20 %, соответственно. Полученный результат хорошо согласуется со значениями k_w современных и вновь разрабатываемых маневренных самолетов. Время расчета при применении теории неопределенности на порядок меньше, чем методом Монте-Карло.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод решения задач предварительного аэродинамического проектирования в условиях параметрической неопределенности с помощью неопределенного программирования Б. Лю. Метод апробирован при расчете проектируемых параметров силовой установки маневренного самолета, обеспечивающих удовлетворение требованиям по дальности сверхзвукового крейсерского полета и приоритетных тактико-технических требований в дозвуковой области в условиях параметрической неопределенности. Для сравнения задача решена с помощью метода имитационного моделирования Монте-Карло. Результаты, полученные обоими методами расчета, практически совпадают. Значения найденных параметров самолета хорошо согласуются со значениями параметров современных и вновь разрабатываемых маневренных самолетов. Время расчета по модели неопределенного программирования составляет несколько минут, по методу Монте-Карло — несколько часов. Направление дальнейших исследований может быть связано с разработкой робастных моделей неопределенного программирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nemirovski A.* Lectures on Robust Convex Optimization. H. Milton Stewart School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology. [Atlanta Georgia], 30332-0205. — URL: http://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/RO_LN (дата обращения: 10.04.2017).
2. *Liu B.* Uncertainty Theory. — 2-nd ed. — Berlin: Springer-Verlag, 2007. — 485 p.
3. *Liu B.* Theory and Practice of Uncertain Programming. — 3-rd ed. — Berlin: Springer-Verlag, 2009. — 201 p.
4. *Liu B.* Uncertainty Theory. — URL: http://orsc.edu.cn/liu/ut.pdf (дата обращения: 10.04.2017).
5. *Der Kiureghian A.* Aleatory or epistemic? Does it matter? // Special Workshop on Risk Acceptance and Risk Communication March 26—27, Stanford University, 2007. — P. 1—13.
6. *Ногин В.Д.* Сужение множества Парето: аксиоматический подход. — М.: Физматлит, 2015. — 236 с.
7. *Zimmerman H-J.* Fuzzy set theory // Inc.WIREs Comp Stat. John Wiley & Sons. — 2010. — Vol. 2. — P. 317—332.
8. *Шокин Ю.И.* Интервальный анализ. — Новосибирск: Наука, 1981. — 112 с.
9. *Zimmerman H.-J.* Fuzzy Set Theory and Applications: 4th Rev. ed. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001. — 514 p.
10. *Wagenknecht M.*, *Yazenin A.* Possibilistic optimization. — Tver': TvGU, 2012. — 140 p.
11. *Zadeh L.A.* A Note on *Z*-numbers // Information Sciences. — 2011. — N 181. — P. 2923—2932.
12. *Zadeh L.* Computation with imprecise probabilities. — URL: https://pdfs.semanticscholar.org/a868/3cb22a55edc37ca96ca85215ea082ff9b628.pdf (дата обращения: 10.04.2017).
13. *Bruns M.*, *Paredisa C.*, *Ferson S.* Computational Methods for Decision Making based on Imprecise Information // Proc. of the Reliable Engineering Computing Workshop, Savannah, GA, February. — 2006. — P. 22—24.
14. *Rong L.* Two New Uncertainty Programming Models of Inventory with Uncertain Costs // Journal of Information & Computational Science. — 2011. — Vol. 8, N 2. — P. 280—288.
15. *Bhattacharyya R.*, *Chatterjee A.*, *Kar S.* Uncertainty Theory Based Novel Multi-Objective Optimization Technique Using Embedding Theorem with Application to R & D Project Portfolio Selection // Applied Mathematics. — 2010. — Vol. 1. — P. 189—199.
16. *Zhou J.*, *Li Z.*, *Wang K.* A Multi-Objective Model for Fire Station Location under Uncertainty // Advances in Information Sciences and Service Sciences. — 2013. — Vol. 5, N 7. — P. 1184—1191.
17. *Ding S.* A New Uncertain Programming Model for Grain Supply Chain Design // Information: An International Interdisciplinary Journal. — 2013. — Vol. 16, N 2 (A). — P. 1069—1076.
18. *Veresnikov G.S.*, *Pronina V.A.*, *Pankova L.A.* Uncertain programming in preliminary design of technical systems with uncertain parameters // Proc. of the 12th Intern. Symposium Intelligent Systems. — Atlanta: Elsevier, 2017. — Vol. 103. — P. 36—43.
19. *Вересников Г.С.*, *Панкова Л.А.*, *Пронина В.А.* Неопределенное многокритериальное программирование в проектировании летательных аппаратов // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2014. — № 4. — С. 18—24.
20. *Yuanguo Z.* Functions of Uncertain Variables and Uncertain Programming // Journal of Uncertain Systems. — 2012. — Vol. 6, N 4. — P. 278—288.
21. *Комаров В.А.*, *Кузнецов А.С.* Выбор облика летательного аппарата с использованием технологии многодисциплинарной оптимизации: электронное учебное пособие / Минобрнауки России, Самарский гос. аэрокосмический ун-т им. С.П. Королева. — Самара, 2012. — URL: http://www.ssau.ru/files/education/uch_posob/Выбор%20облика-Комаров%20ВА.pdf (дата обращения: 10.04.2017).
22. *Никитин Г.А.*, *Баканов Е.А.* Основы авиации: учеб. для вузов гражданс. авиации. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Транспорт, 1984. — 261 с.
23. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. Г.С. Бюшгенса. — М.: Наука, 1998. — 816 с.
24. *Башкиров И.Г.* Сверхзвуковой бесфорсажный крейсерский полет: мифы и реалии // Техника воздушного флота. — 2007. — Т. 81, № 2 (685). — С. 31—34.
25. *Самойлович О.С.*, *Стрелец Д.Ю.* Расчет коэффициента Освальда на этапе предварительного проектирования. // Тр. науч. чтений ВВИА им. Н.Е. Жуковского. — М., 1997.
26. *Bashkirov I.G.*, *Irodov R.D.* Calculation of Jet Aircraft Parameters Under Design Requirements, paper № 975598 // World Aviation Congress, October 13—16. — Anaheim, CA, 1997. — P. 1—3.
27. *Башкиров И.Г.* Сверхзвуковой крейсерский полет с точки зрения аэродинамического проектирования // Материалы XXVI науч.-техн. конф. по аэродинамике. — Пос. им. Володарского (Моск. обл.), 2015. — С. 44—45.
28. *Морозов В.П.*, *Обухович В.А.*, *Сидоренко С.И.* Энциклопедия современной военной авиации 1945—2002. — М.: АСТ; Минск: Харвест, 2005. — 836 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Вересников Георгий Сергеевич — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ✉ veresnikov@mail.ru,

Огородников Олег Владимирович — аспирант,
✉ lapom_13@mail.ru,

Панкова Людмила Александровна — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ✉ ludmila_pankova@bk.ru,

Пронина Валерия Александровна — канд. техн. наук,
ст. науч. сотрудник, ✉ valeria.pronina@gmail.com.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.