

СЛАБОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ И СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА С КВАТЕРНИОННЫМ ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ ОРИЕНТАЦИИ

Н.Н. Василюк

Аннотация. Отмечено, что в предложенном комплексировавшем фильтре вектор наблюдения содержит только спутниковые измерения координат антенны. Ошибки кватерниона ориентации учитываются в виде вектора малого поворота, из которого строится кватернион апостериорной ошибки ориентации. Кватернион ошибки применяется для мультипликативной коррекции априорной оценки кватерниона ориентации, полученной решением уравнений инерциальной навигации. Априорные оценки остальных компонент вектора состояния фильтра корректируются аддитивным способом. Приведены результаты экспериментальной отработки комплексировавшего фильтра. Выполнен численный анализ наблюдаемости вектора состояния фильтра на экспериментальных траекториях.

Ключевые слова: комплексирование, навигационные данные, слабая интеграция, расширенный фильтр Калмана.

ВВЕДЕНИЕ

Одноантенный навигационный приемник спутниковой навигационной системы, установленный на транспортном средстве, измеряет координаты и скорость фазового центра своей приемной антенны относительно прямоугольной геоцентрической системы координат [1, 2], которые принимаются за координаты и скорость ТС. Начало ГСК располагается в центре Земли, а оси ГСК жестко связаны с вращающейся Землей. Поскольку в одноантенном НП все измерения относятся к одной точке, получение ориентации ТС с помощью только одноантенного приемника (без применения дополнительных навигационных измерителей) невозможно. Навигационный приемник способен выполнять навигационные измерения только при условии стабильного приема навигационных сигналов от минимум четырех различных навигационных спутников [1]. Если это условие не выполняется, точность навигационных измерений НП заметно ухудшается или они становятся недоступными.

Бесплатформенный инерциальный измерительный модуль состоит из трех гироскопов и трех акселерометров, которые измеряют проекции векто-

ров угловой скорости и кажущегося ускорения на оси правой ортогональной измерительной системы координат, жестко связанной с корпусом ИИМ, который закрепляется на корпусе ТС, непосредственно или через амортизаторы. Измерения ИИМ обрабатываются в некотором вычислительном устройстве, которое выполняет (в реальном времени) численное интегрирование системы кинематических уравнений движения твердого тела. Результаты этого интегрирования представляют собой компоненты радиус-вектора и вектора скорости выделенной точки ИИМ (измерительного центра ИИМ) относительно ГСК, а также параметры ориентации ИСК относительно ГСК. Параметры ориентации, как правило, выбираются так, чтобы уравнение ориентации ИСК записывалось в виде системы линейных дифференциальных уравнений относительно вычисляемых параметров — матрицы направляющих косинусов или кватернионы [3]. Также встречаются алгоритмы, в которых параметры ориентации определяются из системы уравнений с квадратичными нелинейностями (векторы конечного поворота [4]) или из существенно нелинейной системы уравнений (углы Эйлера — Крылова [5]).

Принятые сокращения:

ГСК — геоцентрическая система координат;
 ИИМ — инерциальный измерительный модуль;
 ИСК — измерительная система координат;
 НП — навигационный приемник;
 РФК — расширенный фильтр Калмана;
 СКО — среднеквадратическое отклонение;
 СПМ — спектральная плотность мощности;
 ТС — транспортное средство;
 ФЦ — фазовый центр.

Будем считать, что ИИМ закреплен на ТС так, что оси его ИСК ориентированы вдоль одноименных строительных осей ТС. Тогда вычисленная ориентация ИИМ соответствует ориентации ТС (с точностью до механических погрешностей выравнивания осей ИСК относительно осей ТС), а позиция и скорость измерительного центра ИИМ принимаются за позицию и скорость ТС. Эти утверждения справедливы только при правильном задании начальных условий (начальной позиции, скорости и ориентации ИИМ относительно ГСК) для численного интегрирования системы кинематических уравнений. Однако неизбежные случайные и систематические ошибки в измерениях ИИМ приводят к расходимости навигационного решения. По истечении определенного времени накопленные ошибки сделают инерциальное навигационное решение непригодным для навигации ТС.

Комплексирование навигационных измерений различной физической природы выполняется для улучшения качества навигационного решения, обеспечения его полноты и непрерывности, а также взаимной компенсации ошибок, характерных для отдельных видов навигационных датчиков. В данной работе рассматривается комплексирование измерений, получаемых от НП и от ИИМ с применением расширенного фильтра Калмана по принципу «слабой интеграции» или «loose coupling» [2]. Согласно этому принципу, из первичных измерений каждого из комплекслируемых устройств (НП и ИИМ) получаются два частных навигационных решения на заданный момент времени. Из частных навигационных решений строится комплексированное навигационное решение, на основе которого корректируются ошибки частных навигационных решений. Частными навигационными решениями НП являются радиус-вектор (позиция) ФЦ и вектор его скорости относительно ГСК. Для комплексирования, в данной работе, используется только позиция ФЦ. Частными инерциальными навигационными решениями являются радиус-вектор и вектор скорости измерительного центра ИИМ, а также вектор параметров ориентации ИСК. Для комплексиро-

вания используются все выходные параметры алгоритма инерциальной навигации, причем предполагается, что ориентация ИСК задается с помощью кватерниона. Четыре скалярные компоненты кватерниона (из которых только три независимые), задают конечный поворот от ГСК к мгновенному положению ИСК [6] в каждый момент дискретного времени, на который вычисляется навигационное решение.

При составлении уравнений РФК необходимо правильно учитывать корректирующую поправку для кватерниона ориентации ТС. Поскольку кватернион задает расчетное значение поворота от ГСК к ИСК, корректирующая поправка должна задавать поворот от расчетной ориентации ИСК до коррекции к расчетной ориентации ИСК после коррекции. Пространственные повороты некоммутативны, поэтому нужно с осторожностью относиться к простому сложению коэффициентов кватерниона и коэффициентов корректирующей поправки. В работах [7, 8] предлагается задавать корректирующую поправку в виде кватерниона малого поворота. В этом случае коррекция выполняется в виде кватернионного умножения, в котором кватернион ориентации ИИМ — левый множитель, а кватернион поправки — правый. Физически это умножение эквивалентно малому повороту ИСК из ее ориентации, рассчитанной по измерениям ИИМ, в новое расчетное положение, откорректированное по измерениям НП. Порядок следования кватернионных множителей задает порядок следования поворотов — сначала поворот от ГСК к «ИСК до коррекции», затем поворот от «ИСК до коррекции» к «ИСК после коррекции». Такое представление ошибки ориентации (называемое также мультипликативным представлением [7]), применяется в данной работе для составления уравнения ошибок инерциального решения и последующего синтеза РФК.

1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

Перед составлением уравнения состояния опишем условные обозначения для кватернионов. Кватернион Q обозначается в виде упорядоченной совокупности $Q \triangleq (q_0, \mathbf{q})$ его скалярной q_0 и векторной $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ частей либо в виде четырехкомпонентного вектор-столбца $Q \triangleq [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$. Далее будут часто встречаться записи вида $\mathbf{a} \circ Q$ (умножение) или $\mathbf{a} + Q$ (сложение), содержащие арифметические действия между кватернионом Q и вектором $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$, заданным в некоторой правой ортогональной системе координат. В таких записях предполагается, что входящие в них

векторы преобразуются в кватернионы путем добавления нулевой скалярной части, т. е. вектор \mathbf{a} преобразуется в кватернион $(0, \mathbf{a})$, а приведенные сокращенные записи эквивалентны кватернионному умножению $(0, \mathbf{a}) \circ Q$ и сложению $(0, \mathbf{a}) + Q$. Если координаты вектора \mathbf{a} относительно ГСК и ИСК равны $\mathbf{a}_{\text{ГСК}}$ и $\mathbf{a}_{\text{ИСК}}$ соответственно, то эти координаты связаны между собой через ортогональную матрицу $\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}}$: $\mathbf{a}_{\text{ГСК}} = \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \mathbf{a}_{\text{ИСК}}$. Формулы для коэффициентов матрицы $\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}}$ из коэффициентов кватерниона Q выводятся с помощью равенства $\mathbf{a}_{\text{ГСК}} = \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \mathbf{a}_{\text{ИСК}} = Q \circ \mathbf{a} \circ \tilde{Q}$, где \tilde{Q} — кватернион, сопряженный к Q^0 :

$$\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_0q_3 + q_1q_2) & 1 - 2(q_3^2 + q_1^2) & 2(q_3q_2 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_0q_1 + q_2q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix}.$$

Уравнение состояния РФК строится на основе дифференциальных кинематических уравнений поступательного и вращательного движения ТС, которое рассматривается как твердое тело [5]. Движение ТС рассматривается в неинерциальной ГСК, вращающейся вместе с Землей с постоянной угловой скоростью $\Omega_3 = 7,29 \cdot 10^{-5}$ рад/с = 15,037°/ч. Проекция вектора угловой скорости ГСК на ее оси задаются столбцом $\boldsymbol{\Omega} = [0 \ 0 \ \Omega_3]^T$. Кинематические уравнения движения дополняются математическими моделями дрейфов смещений нулей отдельных датчиков ИИМ. В качестве уравнения вращательного движения принимается дифференциальное уравнение для истинного значения кватерниона Q^0 , задающего поворот от ГСК к ИСК: $\dot{Q}^0 = 0,5(Q^0 \circ \boldsymbol{\omega}^0 - \boldsymbol{\Omega} \circ Q^0)$. Форма этого уравнения выбрана так, чтобы входящий в него истинный вектор $\boldsymbol{\omega}^0$ угловой скорости ТС был задан в виде своих проекций на оси ИСК: $\boldsymbol{\omega}^0 = [\omega_x^0 \ \omega_y^0 \ \omega_z^0]^T$. В этом случае компоненты вектора $\boldsymbol{\omega}^0$ могут быть измерены гироскопами ИИМ.

Дифференциальные уравнения для скорости и перемещения ТС записываются на основе истинного значения вектора кажущегося ускорения $\mathbf{n}^0 = [n_x^0 \ n_y^0 \ n_z^0]^T$, заданного своим проекциями на оси ИСК. Для составления дифференциального уравнения для скорости ТС относительно ГСК вектор \mathbf{n}^0 необходимо перепроектировать на ГСК с помощью кватерниона Q^0 и учесть кориолисово

и переносное ускорения, связанные с вращением ГСК. Таким образом, уравнение для истинного значения вектора скорости ТС относительно ГСК приобретает вид:

$$\dot{\mathbf{v}}^0 = Q^0 \circ \mathbf{n}^0 \circ \tilde{Q}^0 + \mathbf{g}(\mathbf{r}^0) - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}^0 - \boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}^0], \quad (1)$$

где \mathbf{r}^0 — истинный радиус-вектор ТС относительно ГСК, $\mathbf{g}(\mathbf{r}^0)$ — вектор ускорения силы тяготения в точке \mathbf{r}^0 , заданный своими проекциями на ГСК. Форма уравнения для \mathbf{r}^0 очевидна: $\dot{\mathbf{r}}^0 = \mathbf{v}^0$.

Полная модель систематических и случайных ошибок измерений микромеханических инерциальных датчиков, которые относятся к датчикам вибрационного типа, достаточно сложна [9]. Однако для целей синтеза уравнения ошибок РФК измерения датчиков можно описать простыми математическими моделями: $\boldsymbol{\omega}_{\text{ИИМ}} = \boldsymbol{\omega}^0 + \mathbf{b}_G^0 + \mathbf{w}_G$,

$\mathbf{n}_{\text{ИИМ}} = \mathbf{n}^0 + \mathbf{b}_A^0 + \mathbf{w}_A$ [5]. Здесь $\boldsymbol{\omega}_{\text{ИИМ}}$, $\mathbf{n}_{\text{ИИМ}}$ — значения проекций векторов угловой скорости и кажущегося ускорения ТС на ИСК, считанные с датчиков ИИМ, $\mathbf{b}_X^0 = [b_{Xx}^0 \ b_{Xy}^0 \ b_{Xz}^0]^T$ — истинные значения медленно меняющихся смещений нулей, $\mathbf{w}_X = [w_{Xx} \ w_{Xy} \ w_{Xz}]^T$ — широкополосные гауссовы шумы измерений датчиков, $X = G, A$ — подстрочный индекс для гироскопов и акселерометров соответственно. Вектор \mathbf{w}_X описывают шумы с постоянной СПМ внутри частотных полос пропускания датчиков: N_G для гироскопов и N_A для акселерометров. В спецификации датчиков уровень этих шумов принято указывать в виде значения $\sqrt{N_{Xs}}$, а ширину полосы — в виде значения частоты среза f_{Xs} , порядка и типа выходного низкочастотного фильтра, где $X = G, A, s = x, y, z$.

Производители инерциальных датчиков могут указывать значение $\sqrt{N_{Xs}}$ как для двусторонней, так и для односторонней СПМ. Например, производитель [10] указывает, что параметр $\sqrt{N_{Xs}}$ должен использоваться для вычисления СКО выходного шума датчика по формуле $\text{СКО} \approx \sqrt{1,57 N_{Xs} f_{Xs}} \approx \sqrt{N_{Xs}} \cdot \sqrt{f_{Xs} \pi / 2}$, множитель $\pi/2 \approx 1,57$ учитывает скаты АЧХ выходного НЧ-фильтра 1-го порядка в полосе подавления. В этой формуле значение $\sqrt{N_{Xs}}$ соответствует значению односторонней СПМ. Согласно методике измерений, принятой у другого производителя [11], значение $\sqrt{N_{Xs}}$ вычисляется по формуле $\sqrt{N_G} = \sigma_{100} / \sqrt{10} = \sigma_{100} \sqrt{T_{\text{уср}}}$ [мкВ/√Гц], где σ_{100} — оценка СКО, рассчитанная по выборке



из 100 отсчетов, причем каждый отсчет получен усреднением выходного сигнала датчика за время $T_{\text{ср}} = 0,1$ с. В этой спецификации параметр $\sqrt{N_G}$ рассчитывается для двусторонней СПМ. Приложение I к стандарту [12] вводит параметры выходных шумов Angular Random Walk (ARW) для гироскопов и Velocity Random Walk (VRW) для акселерометров, численные значения которых равны $\sqrt{N_{X_S}}$, где N_{X_S} — двусторонняя СПМ шума на выходе соответствующего датчика. Далее везде будет предполагаться, что каждая компонента вектора \mathbf{w}_X представляет собой стационарный случайный процесс на выходе НЧ-фильтра с частотой среза f_{X_S} , на вход которого подается белый гауссов шум с ковариационной функцией $0,5N_{X_S}\delta(\tau)$, что соответствует односторонней СПМ N_{X_S} или двусторонней СПМ $0,5N_{X_S}$ [13]. Таким образом, $ARW = \sqrt{0,5N_G}$ для гироскопов и $VRW = \sqrt{0,5N_A}$ для акселерометров.

Перед тем, как использовать измеренные значения $\boldsymbol{\omega}_{\text{ИИМ}}$, $\mathbf{n}_{\text{ИИМ}}$ для решения кинематических уравнений движения ТС, в них нужно устранить смещения нулей:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \boldsymbol{\omega}_{\text{ИИМ}} - \mathbf{b}_G = \boldsymbol{\omega}^0 + \delta\mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G, \\ \mathbf{n} &= \mathbf{n}_{\text{ИИМ}} - \mathbf{b}_A = \mathbf{n}^0 + \delta\mathbf{b}_A + \mathbf{w}_A, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{b}_G, \mathbf{b}_A$ — расчетные значения смещений нулей и $\delta\mathbf{b}_G = \mathbf{b}_G^0 - \mathbf{b}_G, \delta\mathbf{b}_A = \mathbf{b}_A^0 - \mathbf{b}_A$ — ошибки оценки смещений нулей гироскопов и акселерометров. Подставим векторы $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{n} (вместо их истинных значений $\boldsymbol{\omega}^0$ и \mathbf{n}^0) в кинематические уравнения и объединим их в общую систему с уравнениями для оценок смещений нулей $\mathbf{b}_G, \mathbf{b}_A$. В результате получаем уравнение состояния РФК в непрерывном времени с расчетным вектором состояния \mathbf{x} , содержащим 16 параметров:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0,5(Q \circ \boldsymbol{\omega} - \Omega \circ Q) \\ \dots \\ f_G(t) \\ \dots \\ Q \circ \mathbf{n} \circ \tilde{Q} + \mathbf{g}(\mathbf{r}) - 2\Omega \times \mathbf{v} - \Omega \times [\Omega \times \mathbf{r}] \\ \dots \\ f_A(t) \\ \dots \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} Q \\ \mathbf{b}_G \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{b}_A \\ \mathbf{r} \end{bmatrix},$$

где $f_G(t) = \dot{\mathbf{b}}_G, f_A(t) = \dot{\mathbf{b}}_A$ — функции, явные выражения которых здесь не имеют значения.

2. УРАВНЕНИЕ ОШИБОК РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

Расчетный вектор состояния \mathbf{x} является оценкой истинного вектора \mathbf{x}^0 с точностью до вектора ошибок $\delta\mathbf{x}$. Для синтеза РФК достаточно получить систему уравнений для вектора $\delta\mathbf{x}$ в линейном приближении [2]. Представим кватернион Q^0 в виде $Q^0 = Q \circ \delta Q$ [7, 8], где δQ — кватернион малого поворота от расчетной ориентации ИСК (задаваемой кватернионом Q) к истинной ориентации ИСК, задаваемой кватернионом Q^0 , и продифференцируем записанное представление:

$$\begin{aligned} \dot{Q}^0 &= 0,5(Q^0 \circ \boldsymbol{\omega}^0 - \Omega \circ Q^0) = \dot{Q} \circ \delta Q + Q \circ \delta \dot{Q} = \\ &= 0,5Q \circ \boldsymbol{\omega} \circ \delta Q - 0,5\Omega \circ Q \circ \delta Q + Q \circ \delta \dot{Q} = \\ &= 0,5(Q \circ \delta Q \circ \boldsymbol{\omega}^0 - \Omega \circ Q \circ \delta Q). \end{aligned}$$

Умножим результат слева на сопряженный кватернион \tilde{Q} и оставим $\delta \dot{Q}$ в левой части получившегося произведения:

$$\begin{aligned} \delta \dot{Q} &= 0,5(\delta Q \circ \boldsymbol{\omega}^0 - \tilde{Q} \circ \Omega \circ Q \circ \delta Q) - 0,5\boldsymbol{\omega} \circ \delta Q + \\ &+ 0,5\tilde{Q} \circ \Omega \circ Q \circ \delta Q = 0,5(\delta Q \circ \boldsymbol{\omega}^0 - \boldsymbol{\omega} \circ \delta Q). \end{aligned}$$

Подставим в уравнение для $\delta \dot{Q}$ выражение истинного вектора $\boldsymbol{\omega}^0$ через измеряемый вектор $\boldsymbol{\omega}$ из выражения (2):

$$\begin{aligned} \delta \dot{Q} &= 0,5\delta Q \circ (\boldsymbol{\omega} - \delta\mathbf{b}_G - \mathbf{w}_G) - 0,5\boldsymbol{\omega} \circ \delta Q = \\ &= 0,5(\delta Q \circ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \circ \delta Q) - 0,5\delta Q \circ (\delta\mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G). \end{aligned} \quad (4)$$

Кватернион δQ можно записать в тригонометрической форме:

$$\delta Q = (\cos(0,5\alpha), \text{ssin}(0,5\alpha)) \approx (1, 0,5s\alpha) = (1, 0,5\boldsymbol{\alpha}), \quad \boldsymbol{\alpha} = \alpha\mathbf{s}, \quad (5)$$

где α — абсолютное значение малого угла поворота от расчетной к истинной ИСК, \mathbf{s} — единичный направляющий вектор оси поворота, с конца которого поворот виден против часовой стрелки, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_x \alpha_y \alpha_z]^T$ — вектор малого поворота. Подставим формулу (5) в выражение (4), отбросив слагаемые выше первого порядка малости:

$$\begin{aligned} (0, \dot{\boldsymbol{\alpha}}) &= (1, 0,5\boldsymbol{\alpha}) \circ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \circ (1, 0,5\boldsymbol{\alpha}) - \\ &- (1, 0,5\boldsymbol{\alpha}) \circ (\delta\mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G) = \\ &= (-0,5\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\omega} + 0,5\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\omega}, 0,5\boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\omega} - 0,5\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\alpha} - \\ &- (\delta\mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G)) = (0, -\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\alpha} - (\delta\mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G)). \end{aligned}$$

Векторная часть результата дает дифференциальное уравнение для вектора малого поворота $\dot{\alpha} = -\omega \times \alpha - \delta \mathbf{b}_G + \mathbf{w}_G$. Знак перед \mathbf{w}_G здесь не важен, так как конкретное значение этой величины реализуется в широкополосном измерительном шуме гироскопа.

Подставим в уравнение для истинной скорости (1) разложение истинного кватерниона и выражение для \mathbf{n}^0 из формул (2):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}^0 &= Q \circ \delta Q \circ (\mathbf{n} - \delta \mathbf{b}_A - \mathbf{w}_A) \circ \delta \tilde{Q} \circ \tilde{Q} + \mathbf{g}(\mathbf{r} + \delta \mathbf{r}) - \\ &\quad - 2\Omega \times (\mathbf{v} + \delta \mathbf{v}) - \Omega \times [\Omega \times (\mathbf{r} + \delta \mathbf{r})] = \\ &= Q \circ (\delta Q \circ \mathbf{n} \circ \delta \tilde{Q} - \delta Q \circ \delta \mathbf{b}_A \circ \delta \tilde{Q} - \delta Q \circ \mathbf{w}_A \circ \delta \tilde{Q}) \circ \tilde{Q} + \\ &\quad + \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \delta \mathbf{r} - 2\Omega \times (\mathbf{v} + \delta \mathbf{v}) - \\ &\quad - \nabla \Omega \times [\Omega \times (\mathbf{r} + \delta \mathbf{r})], \end{aligned} \quad (6)$$

где $\delta \mathbf{v} = \mathbf{v}^0 - \mathbf{v}$, $\delta \mathbf{r} = \mathbf{r}^0 - \mathbf{r}$ — ошибки определения скорости и позиции ТС. Вычислим векторные части слагаемых, содержащих кватернион δQ , отбрасывая слагаемые с порядком малости выше первого:

$$\begin{aligned} \delta Q \circ \mathbf{n} \circ \delta \tilde{Q} &= (1, 0,5\alpha) \circ \mathbf{n} \circ (1, -0,5\alpha) = \\ &= \mathbf{n} + 0,5[(0, \alpha) \circ \mathbf{n} - \mathbf{n} \circ (0, \alpha)] = \mathbf{n} - \mathbf{n} \times \alpha, \end{aligned}$$

$$\delta Q \circ \delta \mathbf{b}_A \circ \delta \tilde{Q} = \delta \mathbf{b}_A - \delta \mathbf{b}_A \times \alpha \approx \delta \mathbf{b}_A,$$

$$\delta Q \circ \mathbf{w}_A \circ \delta \tilde{Q} = \mathbf{w}_A - \mathbf{w}_A \times \alpha \approx \mathbf{w}_A.$$

Подставим полученные выражения обратно в уравнение (6):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}^0 &= Q \circ (\mathbf{n} - \mathbf{n} \times \alpha - \delta \mathbf{b}_A - \mathbf{w}_A) \circ \tilde{Q} + \mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \delta \mathbf{r} - \\ &\quad - 2\Omega \times (\mathbf{v} + \delta \mathbf{v}) - \Omega \times [\Omega \times (\mathbf{r} + \delta \mathbf{r})] = \\ &= \dot{\mathbf{v}} - \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} [\mathbf{n} \times] \alpha - \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \delta \mathbf{b}_A - \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \mathbf{w}_A - \\ &\quad - 2\Omega \times \delta \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \delta \mathbf{r} - \Omega \times (\Omega \times \delta \mathbf{r}), \end{aligned}$$

где $\dot{\mathbf{v}} = Q \circ \mathbf{n} \circ \tilde{Q} + \mathbf{g}(\mathbf{r}) - 2\Omega \times \mathbf{v} - \Omega \times [\Omega \times \mathbf{r}]$ — уравнение для вектора расчетной скорости из выражения (3), $[\mathbf{n} \times]$ — матрица векторного умножения, $[\mathbf{n} \times] \alpha = \mathbf{n} \times \alpha$. Два последних слагаемых соответствуют «шулеровской» и центростремительной ошибкам определения поступательного ускорения ТС соответственно. В случае с микромеханическими ИИМ этими ошибками можно пренебречь в силу их малости: при $|\delta \mathbf{r}| = 100$ м абсолютные значения

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \delta \mathbf{r} \right| &\approx \frac{8\pi^2}{T_{\text{ш}}^2} |\delta \mathbf{r}| < 0,3 \text{ мм/с}^2, \quad |\Omega \times [\Omega \times \delta \mathbf{r}]| \leq \\ &\leq 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм/с}^2, \quad \text{где } T_{\text{ш}} = 84,4 \text{ мин} \text{ — период шу-} \end{aligned}$$

леровских колебаний. Отсюда получаем уравнение для ошибки вектора скорости:

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{v}} &= -\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} [\mathbf{n} \times] \alpha - \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \delta \mathbf{b}_A - \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} \mathbf{w}_A - \\ &\quad - 2[\Omega \times] \delta \mathbf{v}. \end{aligned}$$

Дифференциальное уравнение для ошибки вектора координат получается очевидным способом:

$$\delta \dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}^0 - \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}^0 - \mathbf{v} = \delta \mathbf{v}.$$

При получении уравнения состояния (3) для расчетных оценок смещений нулей гироскопов и акселерометров были введены уравнения $\dot{\mathbf{b}}_G = \mathbf{f}_G(t)$, $\dot{\mathbf{b}}_A = \mathbf{f}_A(t)$. Расчетные оценки связаны с истинными значениями смещений нулей через аддитивные векторы ошибок $\delta \mathbf{b}_G$ и $\delta \mathbf{b}_A$, описывающие относительно медленные дрейфы нулей гироскопов $\mathbf{b}_G^0 = \mathbf{b}_G + \delta \mathbf{b}_G$ и акселерометров $\mathbf{b}_A^0 = \mathbf{b}_A + \delta \mathbf{b}_A$. Эмпирически установлено [5], что дрейфы микромеханических датчиков можно с приемлемой точностью описать гаусс-марковскими процессами первого порядка:

$$\delta \dot{\mathbf{b}}_{Xs} = -\delta b_{Xs} / \tau_{Xs} + \sqrt{2/\tau_{Xs}} \sigma_{b_{Xs}} \varepsilon_{Xs}, \quad (7)$$

где $X = G, A$, $s = x, y, z$, τ_{Xs} — постоянные времени формирующих фильтров, $\sigma_{b_{Xs}}$ — среднеквадратичные отклонения смещений нулей, $\varepsilon_X = [\varepsilon_{Xx}, \varepsilon_{Xy}, \varepsilon_{Xz}]^T$ — порождающие белые гауссовы шумы с единичными ковариационными матрицами.

Объединяя все полученные уравнения, получаем линеаризованную систему уравнений ошибок для уравнения состояния (3) в непрерывном времени:

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}' \delta \mathbf{x} + \mathbf{G}' \mathbf{w}', \quad (8)$$

$$\mathbf{F}'_1 = -[\omega \times], \quad \mathbf{F}'_3 = \text{diag}\{-1/\tau_{Gx}, -1/\tau_{Gy}, -1/\tau_{Gz}\},$$

$$\mathbf{F}'_4 = -\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}} [\mathbf{n} \times], \quad \mathbf{F}'_5 = -2[\Omega \times], \quad \mathbf{F}'_6 = -\mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}},$$

$$\mathbf{F}'_7 = \text{diag}\{-1/\tau_{Ax}, -1/\tau_{Ay}, -1/\tau_{Az}\},$$

$$\mathbf{G}'_2 = \text{diag}\{k_{Gx}, k_{Gy}, k_{Gz}\}, \quad \mathbf{G}'_3 = \mathbf{S}_{\text{ГСК}}^{\text{ИСК}},$$

$$\mathbf{G}'_4 = \text{diag}\{k_{Ax}, k_{Ay}, k_{Az}\}, \quad k_{Xs} = \sqrt{2/\tau_{Xs}} \sigma_{b_{Xs}},$$

$$X = G, A, \quad s = x, y, z,$$

где $\text{diag}\{\dots\}$ — оператор построения диагональной матрицы, на главной диагонали которой стоят величины, перечисленные в фигурных скобках,

$\mathbf{w}'^T = [\mathbf{w}_G^T \mid \varepsilon_G^T \mid \mathbf{w}_A^T \mid \varepsilon_A^T]^T$, \mathbf{O}_N и \mathbf{I}_N — матрица



нулей и единичная матрица размером $N \times N$ соответственно,

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}'_1 & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{F}'_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{F}'_4 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{F}'_5 & \mathbf{F}'_6 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{F}'_7 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{G}'_2 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{G}'_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{G}'_4 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix},$$

$$\delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \delta \mathbf{b}_G \\ \delta \mathbf{v} \\ \delta \mathbf{b}_A \\ \delta \mathbf{r} \end{bmatrix}.$$

Вектор ошибок $\delta \mathbf{x}$ содержит 15 параметров в отличие от 16-ти параметрического вектора состояния \mathbf{x} . Для получения явного вида ковариационной матрицы вектора \mathbf{w}' частотная зависимость выходного сигнала каждого датчика моделируется в виде апериодического звена первого порядка с постоянной времени $\tau_{wXs} = 1/(2\pi f_{Xs})$ и коэффициентом усиления $k_{wXs} = 1/\tau_{wXs}$, где $X = G, A, s = x, y, z$. В этом случае ковариационная функция стационарного широкополосного шума на выходе датчика $R_{wXs}(t_1, t_2) = N_{Xs} k_{wXs} \exp(-k_{wXs}|t_1 - t_2|)/4$ [8]. Отдельные компоненты вектора \mathbf{w}' предполагаются независимыми, поэтому его ковариационная матрица имеет диагональную форму:

$$\mathbf{Q}'_w(t_1, t_2) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}'_{wG}(t_1, t_2) & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{Q}'_{wA}(t_1, t_2) & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}'_{wX}(t_1, t_2) = \text{diag}\{R_{wXs}(t_1, t_2), R_{wXy}(t_1, t_2), R_{wXz}(t_1, t_2)\}.$$

3. УРАВНЕНИЕ ОШИБОК РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

Навигационный приемник выполняет измерения в дискретные моменты времени с постоянным периодом T_{Π} . Каждый вновь полученный вектор измерений НП используется для коррекции ошибок в расчетном векторе состояния \mathbf{x} , накопившихся от момента получения предыдущего вектора измерений НП (т. е. от момента предыдущей коррекции). Для того чтобы получить значение вектора ошибок $\delta \mathbf{x}$ в момент очередной коррекции, уравнение (8) необходимо проинтегрировать на времен-

ном отрезке $[t_{k-1}, t_k]$ между моментами получения текущего $t_k = kT_{\Pi}$ и предыдущего $t_{k-1} = (k-1)T_{\Pi}$ измерений НП, где $k = 1, 2, \dots$ — номер очередного измерения НП от момента включения алгоритма комплексирования.

Внутри временного отрезка $[t_{k-1}, t_k]$ выполняются измерения ИИМ с периодом $T_{И} \ll T_{\Pi}$. При выборе значения $T_{И}$ необходимо учитывать ограничение $T_{И} < 1/(2f_{\max})$, налагаемое теоремой Котельникова, где f_{\max} — максимальная частота среза среди всех датчиков в составе ИИМ. Моменты времени получения очередного набора измерений от ИИМ внутри отрезка $[t_{k-1}, t_k]$ обозначим $t_{k-1,j} = t_{k-1} + jT_{И}$, где $j = 0, \dots, J, J = T_{\Pi}/T_{И}$ — номер измерения ИИМ внутри отрезка интегрирования. Здесь $t_{k-1,0} = t_{k-1}$ и $t_{k-1,J} = t_k$, т. е. измерения ИИМ и НП предполагаются синхронизированными. Пусть в момент времени t_{k-1} значение вектора ошибок было $\delta \mathbf{x}_{k-1} \triangleq \delta \mathbf{x}(t_{k-1})$. Тогда значение этого вектора в момент времени t_k в линейном приближении относительно T_{Π} :

$$\begin{aligned}
 \delta \mathbf{x}_k &= \delta \mathbf{x}_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} [\mathbf{F}'(t)\delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}'(t)\mathbf{w}'] dt = \\
 &= \delta \mathbf{x}_{k-1} + \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{F}'(t)\delta \mathbf{x}(t) dt + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{G}'(t)\mathbf{w}' dt \approx \\
 &\approx \left(\mathbf{I}_{15} + \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{F}'(t) dt \right) \delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \boldsymbol{\varepsilon} = \\
 &= \mathbf{F}_k \delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \boldsymbol{\varepsilon},
 \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ — 12-мерный вектор порождающих белых шумов дискретного времени с единичной ковариационной матрицей. Матрицы $\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_{15} +$

$\sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{F}'(t) dt$ и \mathbf{G}_k задают матрицу перехода

для вектора ошибок в линейном приближении и матрицу распределения порождающих шумов соответственно. Обе матрицы получаются интегрированием соответствующих матриц непрерывного времени из системы уравнений (8), которое выполнено в Приложении. Окончательный вид линейного уравнения для вектора $\delta \mathbf{x}_k$ ошибок РФК и уравнения для ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k = \text{cov}\{\delta \mathbf{x}_k\}$ в дискретном времени с периодом T_{Π} :

$$\delta \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_k \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{P}_k = \mathbf{F}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k + \mathbf{Q}_k, \quad (9)$$

где $\mathbf{P}_{k-1} = \text{cov}\{\delta\mathbf{x}_{k-1}\}$; $\mathbf{Q}_k = \mathbf{G}_k^T \mathbf{G}_k$ — ковариационная матрица порождающих шумов, распределенных по вектору состояния посредством матрицы \mathbf{G}_k .

4. КОРРЕКЦИЯ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКИ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ

В момент дискретного времени t_k НП выдает измеренные компоненты $\mathbf{r}_{\text{ПК}}$ радиус-вектора ФЦ своей приемной антенны относительно ГСК, которые связаны с их истинными значениями $\mathbf{r}_{\text{ПК}}^0$ через аддитивный вектор ошибок измерения $\mathbf{w}_{\text{ПК}}$: $\mathbf{r}_{\text{ПК}}^0 = \mathbf{r}_{\text{ПК}} + \mathbf{w}_{\text{ПК}}$. Компоненты вектора ошибок считаются независимыми, нормально распределенными, с нулевыми математическими ожиданиями и ковариационной матрицей $\text{cov}\{\mathbf{w}_{\text{ПК}}\} = \mathbf{R}_{\text{ПК}}$. Эта ковариационная матрица рассчитывается в НП для каждого измерения $\mathbf{r}_{\text{ПК}}$ и выдается внешнему потребителю совместно с измеренным вектором.

К моменту времени t_k , до выполнения коррекции по измерениям НП, уже известна априорная оценка вектора состояния \mathbf{x}_k^a , полученная интегрированием уравнения состояния (3) внутри отрезка времени $[t_{k-1}, t_k]$. В качестве начальных условий для интегрирования используется апостериорная оценка вектора состояния \mathbf{x}_{k-1}^p , полученная после коррекции в момент времени t_{k-1} . Расчет априорных смещений нулей датчиков при решении уравнения (3) выполняется по правилу $\mathbf{b}_{Xk}^a = \mathbf{b}_{Xk-1}^p$, $X = A, G$. Априорной оценке \mathbf{x}_k^a соответствует априорная ковариационная матрица ошибок \mathbf{P}_k^a , рассчитываемая в соответствии с уравнением (9): $\mathbf{P}_k^a = \mathbf{F}_k^T \mathbf{P}_{k-1}^p \mathbf{F}_k + \mathbf{Q}_k$, где \mathbf{P}_{k-1}^p — ковариационная матрица апостериорного вектора состояния \mathbf{x}_{k-1}^p (апостериорная ковариационная матрица). Матрицы \mathbf{F}_k и \mathbf{Q}_k рассчитываются с учетом промежуточных значений вектора состояния $\mathbf{x}(t)$, $t \in (t_{k-1}, t_k)$, возникающих в процессе решения уравнения состояния (3) внутри отрезка $[t_{k-1}, t_k]$. Начальное значение вектора состояния \mathbf{x}_0^p в момент времени t_0 старта комплексирующего алгоритма получается из какого-либо алгоритма начальной выставки инерциальной навигационной системы [9]. В процессе выполнения начальной выставки вместе с вектором \mathbf{x}_0^p рассчитывается на-

чальное значение его ковариационной матрицы ошибок \mathbf{P}_0^p .

Приемная антенна и ИИМ устанавливаются в разных местах ТС так, чтобы их относительное положение не изменялось в процессе движения. Смещение ФЦ относительно ИИМ задается постоянным вектором $\mathbf{l} = [l_x \ l_y \ l_z]^T$, начало которого расположено в измерительном центре ИИМ, а конец — в ФЦ приемной антенны. Компоненты вектора \mathbf{l} должны быть заданы относительно ИСК. В этом случае истинные значения координат ФЦ связаны с истинными значениями координат ИИМ относительно ГСК через геометрическое соотношение $\mathbf{r}_{\text{ПК}}^0 = \mathbf{r}_k^0 + \mathbf{Q}_k^0 \circ \mathbf{l} \circ \tilde{\mathbf{Q}}_k^0$. Здесь подстрочный индекс k указывает на истинное значение соответствующей физической величины в момент дискретного времени t_k , т. е. $\mathbf{Q}_k^0 \triangleq \mathbf{Q}^0(t_k)$. Выразим слагаемые в выражении для $\mathbf{r}_{\text{ПК}}^0$ через компоненты априорной оценки вектора состояния \mathbf{x}_k^a :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{ПК}}^0 &= \mathbf{r}_{\text{ПК}} + \mathbf{w}_{\text{ПК}} = \mathbf{r}_k^a + \delta\mathbf{r}_k^a + \\ &+ \mathbf{Q}_k^a \circ \delta\mathbf{Q}_k^a \circ \mathbf{l} \circ \tilde{\mathbf{Q}}_k^a \circ \delta\tilde{\mathbf{Q}}_k^a = \mathbf{r}_k^a + \delta\mathbf{r}_k^a + \\ &+ \mathbf{Q}_k^a \circ (\mathbf{l} + \boldsymbol{\alpha}_k^a \circ \mathbf{l} - \mathbf{l} \circ \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_k^a) \circ \tilde{\mathbf{Q}}_k^a = \\ &= \mathbf{r}_{\text{ПК}}^a - \mathbf{S}_{\text{ГСК}k}^{\text{ИСК}a} [\mathbf{l} \times] \boldsymbol{\alpha}_k^a + \delta\mathbf{r}_k^a, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{r}_{\text{ПК}}^a = \mathbf{r}_k^a + \mathbf{Q}_k^a \circ \mathbf{l} \circ \tilde{\mathbf{Q}}_k^a$ — априорное значение координат ФЦ. Из выражения (10) можно получить разности между априорными и измеренными координатами ФЦ как линеаризованные функции компонент априорного вектора ошибок $\delta\mathbf{x}_k^a$:

$$\mathbf{r}_{\text{ПК}} - \mathbf{r}_{\text{ПК}}^a = \delta\mathbf{z}_{\text{ПК}} = \mathbf{H}_k \delta\mathbf{x}_k^a + \mathbf{w}_{\text{ПК}}, \quad (11)$$

где $\delta\mathbf{z}_{\text{ПК}} = -\mathbf{S}_{\text{ГСК}k}^{\text{ИСК}a} [\mathbf{l} \times] \boldsymbol{\alpha}_k^a + \delta\mathbf{r}_k^a + \mathbf{w}_{\text{ПК}}$; $\mathbf{H}_k = [-\mathbf{S}_{\text{ГСК}k}^{\text{ИСК}a} [\mathbf{l} \times] \mid \mathbf{O}_3 \mid \mathbf{O}_3 \mid \mathbf{I}_3]$ — матрица наблюдения за вектором ошибок $\delta\mathbf{x}_k^a$.

Комплексирующий фильтр с кватернионным представлением ориентации в векторе состояния строится по обычным правилам РФК [2, 5]. В момент времени t_k из оценки \mathbf{x}_k^a рассчитывается матрица \mathbf{H}_k , а НП выдает измеренный вектор координат ФЦ и его ковариационную матрицу, из которых согласно выражению (11) рассчитывается вектор $\delta\mathbf{z}_{\text{ПК}}$. Эти матрицы используются для расчета матричного коэффициента передачи $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^a \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^a \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_{\text{ПК}}]^{-1}$ РФК, апостериорной

оценки $\delta \mathbf{x}_k^p = \mathbf{K}_k \delta \mathbf{z}_{\Pi k}$ ошибок вектора состояния и его ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k^p = [\mathbf{I}_{15} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^a$.

При коррекции априорной оценки \mathbf{x}_k^a с помощью вектора ошибок $\delta \mathbf{x}_k^p$ нужно учитывать, что компоненты α_k^p соответствуют мультипликативной ошибке кватерниона ориентации \mathcal{Q}_k^a который, после коррекции, должен нормироваться к единице. Все остальные компоненты вектора $\delta \mathbf{x}_k^p$ являются аддитивными ошибками вектора \mathbf{x}_k^a :

$$\mathcal{Q}_k^p = \hat{\mathcal{Q}}_k^p / \|\hat{\mathcal{Q}}_k^p\|_2, \quad \hat{\mathcal{Q}}_k^p = \mathcal{Q}_k^a \circ (1, 0, 5\alpha_k^p),$$

$$\mathbf{b}_{Gk}^p = \mathbf{b}_{Gk}^a + \delta \mathbf{b}_{Gk}^p, \quad \mathbf{v}_{Gk}^p = \mathbf{v}_{Gk}^a + \delta \mathbf{v}_{Gk}^p,$$

$$\mathbf{b}_{Ak}^p = \mathbf{b}_{Ak}^a + \delta \mathbf{b}_{Ak}^p, \quad \mathbf{r}_{Gk}^p = \mathbf{r}_{Gk}^a + \delta \mathbf{r}_{Gk}^p.$$

Апостериорная оценка \mathbf{x}_k^p и ее ковариационная матрица \mathbf{P}_k^p являются окончательными оценками параметров вектора состояния РФК в момент времени t_k получения очередного измерения от НП. Эти оценки используются в качестве начальных значений для решения уравнения состояния на следующем временном отрезке $[t_k, t_{k+1}]$.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

5.1. Результаты траекторных измерений

Описанный алгоритм комплексирования был реализован в программном обеспечении НП, способного выполнять фазовые измерения координат с СКО 3 см и периодом $T_{\Pi} = 0,1$ с. В качестве ИИМ использовалась интегральная микросхема MPU9150 [14], установленная внутри НП, с периодом измерения $T_{И} = 0,01$ с. Калибровка неортогональности осей чувствительности и масштабных коэффициентов ИИМ перед экспериментом не выполнялась. При синтезе РФК приняты такие значения параметров уравнения (7): $\tau_G = \tau_A = 70$ с, $\sigma_{bG} = 10^\circ/\text{ч}$, $\sigma_{bA} = 80$ мкг. Значения односторонних СПМ широкополосных шумов датчиков устанавливались в $\sqrt{N_G} = \sqrt{2} \times 0,008^\circ/\text{с}/\sqrt{\text{Гц}}$, $\sqrt{N_A} = \sqrt{2} \times 0,0034 \text{ м}/\text{с}^2/\sqrt{\text{Гц}}$, частота среза $f_G = f_A = 40$ Гц.

Навигационный приемник был закреплен на верхнем конце геодезической вешки, ориентиро-

ванной вертикально, которая переносилась оператором вдоль замкнутой повторяющейся траектории. Вешка могла свободно поворачиваться вокруг своей оси в руках оператора во время его движения. Всего было совершено 14 пеших проходов по замкнутым траекториям, проекции которых на горизонтальную плоскость показаны на рис. 1. Точка A на траекториях соответствует условному моменту завершения переходного процесса РФК при пешем перемещении НП (80-я секунда движения). Этот момент выбирался по достижению установившегося значения в оценках смещения нулей гироскопов. Графики оценок смещения нуля Z-гироскопа, полученные в реальном времени в каждом из 14-ти проходов, показаны на рис. 2. Вертикальной линией при $t = 80$ с выделен момент завершения переходного процесса в РФК. На рис. 3 и 4 показаны графики модуля скорости и угла курса НП, рассчитанные комплексировавшим алго-

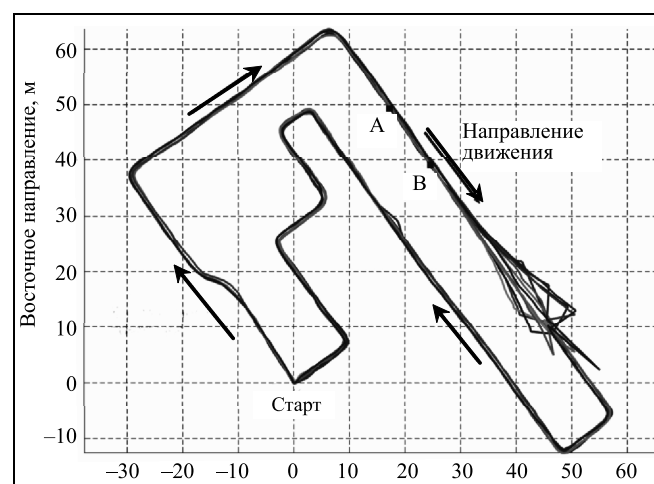


Рис. 1. Расчетные траектории движения навигационного приемника на плоскости местного горизонта

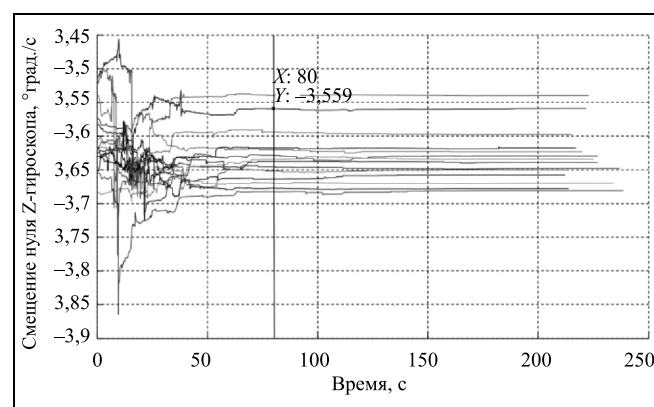


Рис. 2. Графики оценок смещений нулей Z-гироскопа, полученных в реальном времени

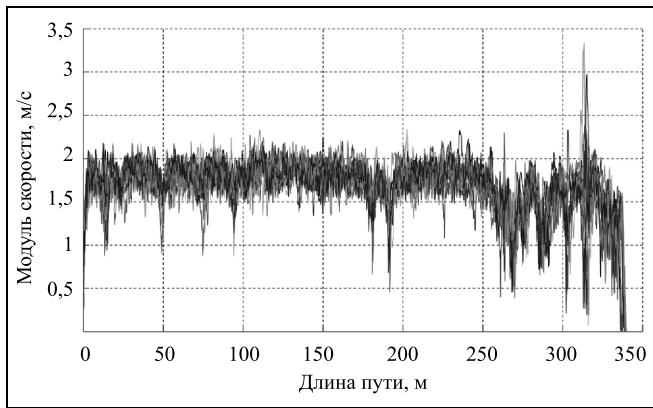


Рис. 3. Графики модуля скорости движения навигационного приемника

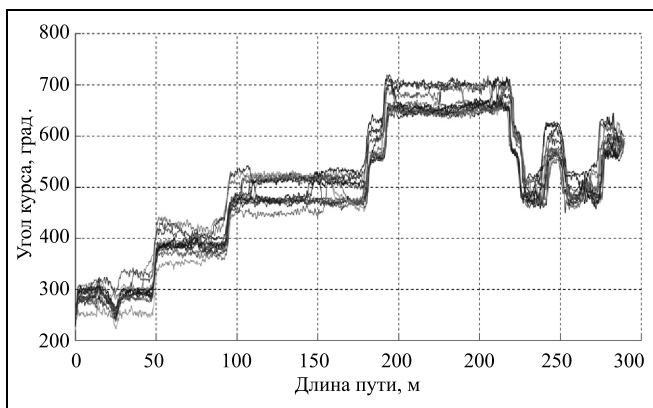


Рис. 4. Графики угла курса навигационного приемника, рассчитанного нарастающим итогом

ритмом в реальном времени. Для наглядности графики курса показаны нарастающим итогом, т. е. из значения угла курса при переходе через 0 в отрицательном направлении вычиталось 2π , а при проходе через 2π в положительном направлении прибавлялось 2π . Графики курса и скорости параметризованы длиной пути, пройденного вдоль траектории.

Для имитации пропадания спутникового сигнала и оценки характеристик системы в некорректируемом режиме в пост-обработке в точке В (см. рис. 1) отключалась коррекция от НП на 20 с для каждой из 14-ти траекторий. В начале каждого 20-секундного участка запускался алгоритм решения уравнения состояния (2) без коррекции, который инициализировался от апостериорного вектора состояния комплексующего фильтра, рассчитанного в момент пропадания спутникового сигнала. Ошибка позиционирования рассчитывалась как разница между координатами ФЦ, полученными в корректируемом и некорректируемом

прогонах алгоритма. Векторы ошибок приводились к локальной системе координат, после чего ошибки усреднялись между траекториями. Графики нарастания СКО ошибки позиционирования показаны на рис. 5, графики роста ошибок углов ориентации — на рис. 6.

5.2. Оценка наблюдаемости отдельных компонент вектора ошибок

Известно [15], что в случае равномерного прямолинейного движения при позиционной коррекции в уравнении ошибок инерциально-спутниковой навигационной системы полностью наблюдаемы только компоненты векторов координат и скорости ТС. Для обеспечения наблюдаемости ориентации и смещений нулей инерциальных датчиков ТС должно совершать на траектории различные маневры — разгоны, торможения, повороты. Экспериментальные траектории (см. рис. 1) состоят из продолжительных прямолинейных участков, соединенных поворотами на 90° . Наблю-

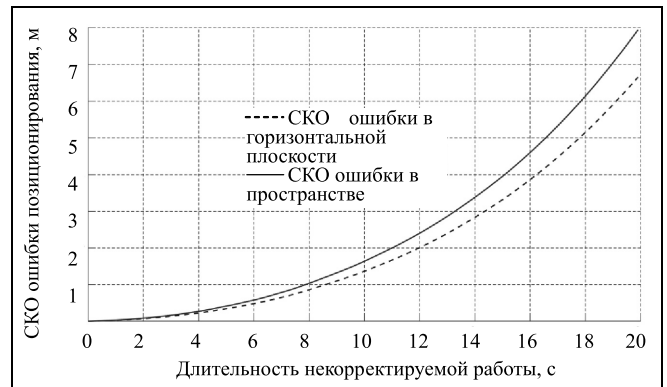


Рис. 5. Графики нарастания ошибки позиционирования по изменению ИИМ при отсутствии измерений НП

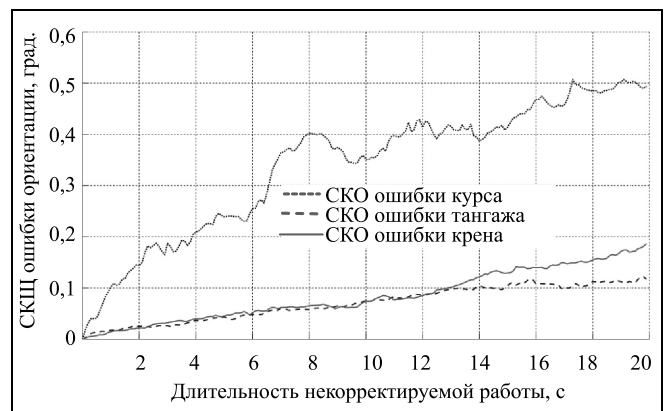


Рис. 6. Графики нарастания ошибки определения углов ориентации по измерениям ИИМ при отсутствии измерений НП

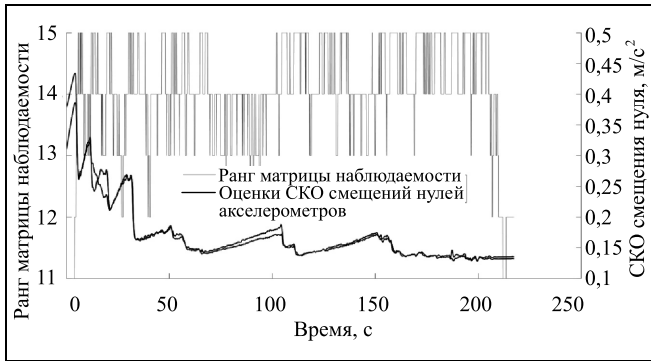


Рис. 7. Ранг матрицы наблюдаемости и СКО оценки смещений нулей горизонтальных акселерометров

даемость компонент вектора $\delta \mathbf{x}_{k-p+1}$ ошибок РФК на таких траекториях можно оценить в пост-процессинге по значению ранга матрицы \mathcal{O} наблюдаемости [16] размера $3p \times 15$, построенной для p последовательных корректирующих измерений, полученных в моменты времени $k-p+1, \dots, k$:

$$\mathcal{O} = [\mathbf{H}_{k-p+1}^T \mid \mathbf{F}_{k-p+1}^T \mathbf{H}_{k-p}^T \mid \dots \mid \mathbf{F}_{k-p+1}^T \dots \dots \mathbf{F}_{k-2}^T \mathbf{H}_{k-1}^T \mid \mathbf{F}_{k-p+1}^T \dots \mathbf{F}_{k-2}^T \mathbf{F}_{k-1}^T \mathbf{H}_k^T]^T. \quad (12)$$

Длительность скользящего интервала, для которого оценивалась наблюдаемость, была установлена в 3 с, что соответствует $p = 31$ при $T_{\Pi} = 0,1$ с. Этот промежуток времени заведомо меньше длительности прямолинейных участков траектории, но достаточен для обнаружения маневров оператора, после которых структура наблюдаемости может кардинально измениться.

Непосредственный подсчет ранга матрицы (12) малопродуктивен, так как при ее составлении используются матричные блоки, содержащие случайные компоненты от шумов датчиков и дрожания вешки с НП в руках оператора. В этом случае формально у матрицы (12) будет полный ранг, но матрица $\mathcal{O}^T \mathcal{O}$ может быть плохо обусловленной. Для выделения ненаблюдаемого подпространства матрица (12) подвергалась сингулярному разложению $\mathcal{O} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T$, где \mathbf{U} — ортогональная матрица размера $3p \times 3p$, \mathbf{V} — ортогональная матрица размера 15×15 , $\mathbf{\Lambda}$ — матрица размера $3(p+1) \times 15$ с неотрицательными сингулярными числами $\lambda_1, \dots, \lambda_{15}$ матрицы \mathcal{O} , расставленными на первой диагонали в порядке убывания. Столбцы $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{15}$ матрицы $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_{15}]$ являются единичными собственными векторами (правыми) матрицы $\mathcal{O}^T \mathcal{O}$. Сингулярные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_r \geq \lambda_{\text{пор}}$, значения которых оказывались не меньше предустановленного поро-

га $\lambda_{\text{пор}} = 0,025$, сохранялись на своих местах. Сингулярные числа $\lambda_{r+1}, \dots, \lambda_{15} < \lambda_{\text{пор}}$ заменялись нулями, а соответствующие им столбцы $\mathbf{v}_{r+1}, \dots, \mathbf{v}_{15}$ матрицы \mathbf{V} отмечались как ортонормированные векторы базиса ненаблюдаемого подпространства матрицы \mathcal{O} . Порог $\lambda_{\text{пор}} = 0,025$ установлен экспериментально как максимальное значение минимального сингулярного числа, обнаруженное на участках почти прямолинейного и равномерного движения оператора. График значения параметра r , который по смыслу аналогичен рангу матрицы (12), показан на рис. 7 для одной из экспериментальных траекторий. На этот график наложены графики оценок СКО смещений нулей горизонтальных акселерометров — двух наименее наблюдаемых величин в данном эксперименте.

Вектор ошибок РФК можно представить как разложение по базису его отдельных компонент

$$\delta \mathbf{x}_{k-p+1} = \delta \alpha_{xk-p+1} \mathbf{e}_1 + \delta \alpha_{yk-p+1} \mathbf{e}_2 + \dots \dots + \delta r_{zk-p+1} \mathbf{e}_{15}, \quad (13)$$

где $\mathbf{e}_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, $\mathbf{e}_2 = [0 \ 1 \ \dots \ 0]^T$, ..., $\mathbf{e}_{15} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$ — единичные базисные векторы размера 15×1 для отдельных компонент вектора ошибок. Для каждого единичного базисного вектора (13) рассчитывалась его проекция на ненаблюдаемое пространство $\hat{\mathbf{e}}_s = \sum_{j=r+1}^{15} (\mathbf{v}_j^T \mathbf{e}_s) \mathbf{v}_j$, $s = 1, \dots, 15$.

Если $|\hat{\mathbf{e}}_s| > 0,5$, т. е. больше половины длины базисного вектора лежит в ненаблюдаемом пространстве, то для компоненты вектора ошибок, соответствующей этому базисному вектору, устанавливался признак ненаблюдаемости. Графики установленных признаков ненаблюдаемости отдельных компонент вектора ошибок показаны на рис. 8. Признаки ус-

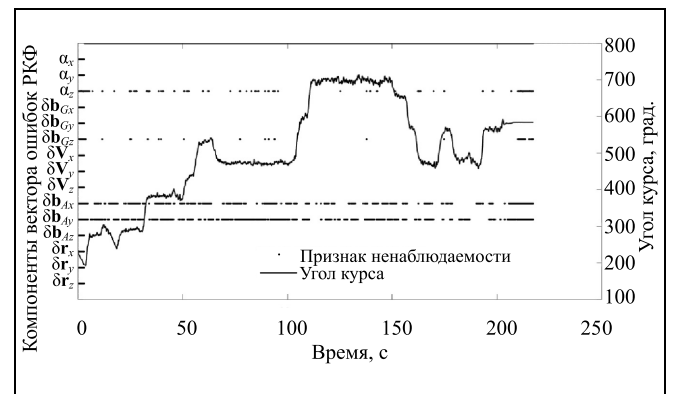


Рис. 8. Признаки ненаблюдаемости отдельных компонент вектора ошибок РФК, сопоставленные с измеренным углом курса НП

танавливаются для ошибки угла курса, смещения нуля курсового z -гироскопа и смещения нулей горизонтальных x , y -акселерометров. На графики признаков наложен график угла курса для рассматриваемой траектории. Из этого графика видно, что наблюдаемость ошибок курсового угла и курсового гироскопа возникает только во время поворотов вешки с НП, которая может поворачиваться независимо от поворотов оператора. Смещения нулей горизонтальных акселерометров практически ненаблюдаемы на всей траектории, за исключением отдельных, достаточно коротких промежутков времени, на которых поворот НП сопровождается поворотом оператора (изменением направления вектора скорости НП относительно ГСК).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный алгоритм слабого комплексирования инерциальных и спутниковых измерений построен на базе РФК, в котором для описания ориентации ТС применяется кватернион. Обычно вектор ошибок δx , возникающий при синтезе РФК, содержит аддитивные ошибки вектора состояния x . В случае применения кватерниона в векторе состояния, аддитивными являются все компоненты вектора ошибок, кроме ошибок ориентации. Ошибки ориентации задаются в виде трехкомпонентного вектора малого поворота, из которого однозначным способом конструируется мультипликативный кватернион ошибки ориентации. В результате истинная ориентация ТС описывается последовательностью из двух поворотов — первый поворот от ГСК к расчетной ориентации ИСК, задаваемый расчетным кватернионом Q . Второй поворот, от расчетной ориентации ИСК к ее истинной ориентации, задается кватернионом ошибки δQ .

Применение предложенного алгоритма для комплексирования позиционных измерений от высокоточного НП и дешевого микромеханического ИИМ позволяет количественно оценить характеристики применимости ИИМ как навигационного датчика в пешеходном режиме. Из рис. 2 видно, что типовое время сходимости оценок смещений нулей такого датчика составляет 60–80 с и определяется наличием траекторных маневров. Если коррекция отключается от НП в установившемся режиме работы РФК, то нарастание СКО ошибки позиционирования в некорректируемом режиме составляет 1,6 м за 10 с и 8 м за 20 с на прямолинейном участке траектории.

Для обычного движения, особенно в городских условиях, характерны продолжительные участки почти прямолинейного равномерного движения.

На таких участках в векторе ошибок РФК, при позиционной коррекции, наблюдаемы только позиция и скорость ТС. Для обеспечения наблюдаемости остальных компонент вектора ошибок ТС должно совершать различные маневры — разгоны/торможения и курсовые повороты. В условиях эксперимента полная наблюдаемость вектора ошибок достигалась на относительно коротких интервалах времени при случайном изменении ориентации (покачивании) НП либо при эпизодических маневрах оператора.

Заметное превышение СКО ошибки измерения курса над СКО ошибок измерения крена и тангажа в данном эксперименте (см. рис. 6) объясняется преимущественно вертикальной ориентацией вешки с НП в процессе движения. Поскольку вешка с НП могла свободно поворачиваться вокруг своей оси, неголономная связь между направлением вектора скорости и углом курса НП, характерная для большинства ТС, в данном эксперименте отсутствовала. Большее число поворотов вокруг вертикальной оси Z , по сравнению с числом поворотов вокруг осей X и Y ИСК, в совокупности с отсутствием коррекции ошибок масштабных коэффициентов гироскопов, неортогональности осей чувствительности и неполной наблюдаемостью ошибки курсового угла и смещения нуля z -гироскопа привело к накоплению большей ошибки ориентации в пересчете на угол курса. В результате некорректируемый рост СКО ошибки курса составил $0,35^\circ$ за 10 с и $0,5^\circ$ за 20 с. Для углов крена и тангажа значения СКО получились равнозначными и составили $0,07^\circ$ за 10 с и $0,2^\circ$ за 20 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Интегрирование уравнения ошибок расширенного фильтра Калмана в непрерывном времени

Для интегрирования уравнения ошибок полагается, что матрица $S_{ГСК}^{ИСК}(t)$ постоянна внутри периода измерений ИИМ и равна своему значению $S_{ГСКk-1,j}^{ИСК}$ в конечный момент очередного отрезка интегрирования $[t_{k-1,j-1}, t_{k-1,j}]$, $j = 0, \dots, J$. Такое предположение упрощает расчетные формулы для коэффициентов матрицы перехода F_k и хорошо согласуется с экспериментом.

Для упрощения выкладок обозначим $S_{ГСКk-1,j}^{ИСК} \triangleq S_{k-1,j}$

$$F_k = I_{15} + \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} F'(t) dt = I_{15} + \begin{bmatrix} F_{1k} & F_{2k} & O_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & F_{3k} & O_3 & O_3 & O_3 \\ F_{4k} & O_3 & F_{5k} & F_{6k} & O_3 \\ O_3 & O_3 & O_3 & F_{7k} & O_3 \\ O_3 & O_3 & F_{8k} & O_3 & O_3 \end{bmatrix},$$



где $\mathbf{F}_{2k} = -T_{\Pi} \mathbf{I}_3$, $\mathbf{F}_{8k} = T_{\Pi} \mathbf{I}_3$, $\mathbf{F}_{3k} = T_{\Pi} \mathbf{F}'_3$, $\mathbf{F}_{5k} = T_{\Pi} \mathbf{F}'_5$, $\mathbf{F}_{7k} = T_{\Pi} \mathbf{F}'_7$,

$$\mathbf{F}_{6k} = - \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{S}_{\Gamma\text{СК}}^{\text{ИСК}} dt = -T_{\Pi} \sum_{j=1}^J \mathbf{S}_{k-1,j}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1k} &= - \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} [\boldsymbol{\omega} \times] dt = - \sum_{j=1}^J [\boldsymbol{\theta}_j \times], \boldsymbol{\theta}_j = \\ &= \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \boldsymbol{\omega}(t) dt, \boldsymbol{\pi}_j = \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{n}(t) dt, \end{aligned}$$

$$\mathbf{F}_{4k} = - \sum_{j=1}^J \int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \mathbf{S}_{\Gamma\text{СК}}^{\text{ИСК}} [\mathbf{n}(t) \times] dt = - \sum_{j=1}^J \mathbf{S}_{k-1,j} [\boldsymbol{\pi}_j \times].$$

Точный вид матрицы \mathbf{G}_k в уравнении (9) для синтеза РФК не важен, значение имеет только ковариационная матрица \mathbf{Q}_k . Поэтому сразу приступим к расчету ее элементов:

$$\mathbf{Q}_{1k} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{Q}'_{wG}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \approx 0,5 T_{\Pi} \text{diag}\{N_{Gz}, N_{Gy}, N_{Gz}\};$$

$$\mathbf{Q}_{2k} = T_{\Pi} \text{diag}\{k_{Gx}^2, k_{Gy}^2, k_{Gz}^2\};$$

$$\mathbf{Q}_{4k} = T_{\Pi} \text{diag}\{k_{Ax}^2, k_{Ay}^2, k_{Az}^2\};$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{3k} &= \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{S}_{\Gamma\text{СК}}^{\text{ИСК}}(\tau_1) \mathbf{Q}'_{wA}(\tau_1, \tau_2) \mathbf{S}_{\Gamma\text{СК}}^{\text{ИСК}}(\tau_2)^T d\tau_1 d\tau_2 \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^J \mathbf{S}_{k-1,j} \left[\int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{Q}'_{wA}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right] \mathbf{S}_{k-1,i}^T. \end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{G}'(\tau_1) \mathbf{Q}'_w(\tau_1, \tau_2) \mathbf{G}'^T(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{1k} & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{Q}_{2k} & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{Q}_{3k} & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{Q}_{4k} & \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix}.$$

Значение двукратного интеграла от \mathbf{Q}'_{wA} в выражении для \mathbf{Q}_{3k} зависит от перекрытия временных отрезков, на которых производится интегрирование:

$$\int_{t_{k-1,j-1}}^{t_{k-1,j}} \int_{t_{k-1,i-1}}^{t_{k-1,i}} R_{wAs}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \begin{cases} Q_{As}^2(i, j), & i \neq j, \\ Q_{As}^1(T_{\Pi}), & i = j, \end{cases}$$

где $Q_{As}^1(\tau) = 0,5 N_{As} [\tau + \tau_{wAs} (e^{-k_{wAs}\tau} - 1)]$, $Q_{As}^2(i, j) = 0,25 N_{As} \tau_{wAs} e^{-k_{wAs}(i-j-1)T_{\Pi}} (e^{-k_{wAs}T_{\Pi}} - 1)^2$.

Отсюда

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{3k} &\approx \sum_{j=1}^J \mathbf{S}_{k-1,j} \mathbf{Q}_A^1(T_{\Pi}) \mathbf{S}_{k-1,i}^T + \\ &+ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1, i \neq j}^J \mathbf{S}_{k-1,j} \mathbf{Q}_A^2(j, i) \mathbf{S}_{k-1,i}^T, \end{aligned}$$

где $\mathbf{Q}_A^1 = \text{diag}\{Q_{Ax}^1(\tau), Q_{Ay}^1(\tau), Q_{Az}^1(\tau)\}$, $\mathbf{Q}_A^2(j, i) = \text{diag}\{Q_{Ax}^2(j, i), Q_{Ay}^2(j, i), Q_{Az}^2(j, i)\}$.

Если при интегрировании вектора шума пренебречь изменением матрицы $\mathbf{S}_{k-1,j}$ за период T_{Π} , т. е. $\mathbf{S}_{\Gamma\text{СК}}^{\text{ИСК}}(t) = \mathbf{S}_{k,0} = \mathbf{S}_{k-1,j}$, то

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{3k} &= \mathbf{S}_{k,0} \left[\int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{Q}'_w(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right] \mathbf{S}_{k,0}^T = \\ &= \mathbf{S}_{k,0} \mathbf{Q}_A^1(T_{\Pi}) \mathbf{S}_{k,0}^T. \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / А.И. Петров и др. — М.: Радиотехника, 2005. — 688 с. [GLONASS. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya / A.I. Petrov i dr. — Moscow: Radiotekhnika, 2005. — 688 s. (In Russian)]
2. Grewal, M.S., Weill, L.R., Andrews A.P. Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, 2nd Edition. — Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc, 2007. — 517 p.
3. Лебедев Р.К. Стабилизация летательного аппарата бесплатформенной инерциальной системой. — М.: Машиностроение, 1977. — 144 с. [Lebedev, R.K. Stabilizatsiya letatel'nogo apparata besplatformennoi inertsiyal'noi sistemoi. — Moscow: Mashinostroyeniye, 1977. — 144 s. (In Russian)]
4. Анучин О.Н., Емельянцева Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: ГИЦ РФ — ЦНИИ «Электроприбор», 2003. — 390 с. [Anuchin, O.N., Emel'yantseva, G.I. Integrirovannyye sistemy orientatsii i navigatsii dlya morskikh podvizhnykh ob'ektov. — 2-e izd., pererab. i dop. — SPb.: GITS RF — TSNI «Ehlektropryor», 2003. — 390 s. (In Russian)]
5. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Б.С. Алешин и др. — М.: Физматлит, 2006. — 424 с. [Orientatsiya i navigatsiya podvizhnykh ob'ektov: sovremennyye informatsionnyye tekhnologii / B.S. Aleshin i dr. — Moscow: Fizmatlit, 2006. — 424 s. (In Russian)]
6. Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. — М.: Физматлит, 2006. — 512 с. [Chelnokov, Yu. N. Kvaternionnyye i bikvaternionnyye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya. — Moscow: Fizmatlit, 2006. — 512 s. (In Russian)]

7. Markley, F.L. Multiplicative versus additive filtering for spacecraft attitude determination / NASA Technical Reports Server, 2003. (URL: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20040037784>).
 8. Markley, F.L. Attitude error representations for Kalman filtering // Journal of guidance, control, and dynamics. — 2003. — Vol. 26, No. 6. — P. 311–317.
 9. IEEE Std 1431-2004 IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros / Published 20.12.2004.
 10. What are the major error sources for inertial sensors? URL: https://www.analog.com/en/education/education-library/faqs/faq_what_are_the_major_error_sources_for_inertial.html (дата обращения 26.12.2018).
 11. URL: https://www.fizoptika.ru/docs/fizoptika_doc105.pdf.
 12. IEEE Std 1293-1998 (R2008) IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers / Published 25.09.1998.
 13. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с. [Chelponokov, Yu. N. Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya. — Moscow: Fizmatlit, 2006. — 512 s. (In Russian)]
 14. MPU-9150 Nine-Axis (Gyro + Accelerometer + Compass) MEMS MotionTracking(NV) Device. (URL: <https://www.invensense.com/products/motion-tracking/9-axis/mpu-9150/>).
 15. Терешков В.М. Прямой метод оценивания погрешностей датчиков бесплатформенных ИНС // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2010. — № 3. С. 68–78. [Tereshkov, V.M. Pryanomoi metod otsenivaniya pogreshnostei datchikov besplatformennykh INS // Vestnik MGTU im. N. Eh. Baumana. Ser. Priborostroenie. — 2010. — No. 3. — S. 68–78. (In Russian)]
 16. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. — М.: Наука, 1987. — 712 с. [Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya / pod red. A.A. Krasovskogo. — Moscow: Nauka, 1987. — 712 s. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.
- Поступила в редакцию 16.07.2018, после доработки 17.01.2019.
Принята к публикации 6.02.2019.
- Василюк Николай Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ООО «Топкон Позиционинг Системз», г. Москва, ✉ nik-vasilyuk@yandex.ru.

LOOSE COUPLING OF INERTIAL AND SATELLITE NAVIGATION MEASUREMENTS WITH THE AID OF EXTENDED KALMAN FILTER WITH ATTITUDE QUATERNION

N.N. Vasilyuk

Topcon Positioning Systems, LLC, Moscow, Russia,
✉ nik-vasilyuk@yandex.ru

Abstract. It is noted that the observation vector of the proposed coupling filter contains only antenna coordinates, measured by GNSS receiver. The errors of the attitude quaternion are considered as a small rotation vector which is used to construct an a-posteriori attitude error quaternion. The error quaternion is used for multiplicative correction of an a-priori estimate of an attitude quaternion obtained by solving inertial navigation equations. A-priori estimates of the remaining components of the filter's state vector are corrected in an additive way. An experimental testing results of the coupling filter are provided. A numerical observability analysis of the filter's state vector on experimental trajectories has been performed.

Keywords: navigation data coupling, loose coupling, extended Kalman filter.

Не забудьте подписаться!

Подписку на журнал «Проблемы управления» можно оформить в любом почтовом отделении (подписной индекс 81708 в каталоге Роспечати или 38006 в объединенном каталоге «Пресса России»), а также через редакцию с любого месяца, при этом почтовые расходы редакция берет на себя. Отдельные номера редакция высылает по первому требованию.