УДК 519.87
DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2018.5.11

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОТИВОСТОЯНИЯ СТОРОН НА ОСНОВЕ РЕФЛЕКСИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Г.А. Васильев, В.Г. Казаков, А.Ф. Тараканов

Построена математическая модель рефлексивного управления. Описаны процессы выбора стратегий и определена ситуация инициации рефлексивного управления. На основе данной ситуации определена оптимальная стратегия управляющего органа и предложен алгоритм ее нахождения. В качестве приложения модели описано распределение систем вооружения по целям, построен и численно апробирован критерий оценки рефлексивного управления.

Ключевые слова: рефлексивное управление, критерий оценки управления, выбор стратегии.

ВВЕДЕНИЕ

Один из современных путей повышения эффективности процесса выполнения боевой задачи заключается в расширении роли рефлексивного управления противником. По мнению В.А. Лефевра [1], рефлексивное управление — это процесс передачи оснований для принятия решений противнику. Термин «рефлексивный» подчеркивает, что игроки отражают в мышлении рассуждения друг друга. Другими словами, рефлексивное управление — это специальное воздействие на противника с целью склонить его принять решение, предопределенное контролирующей стороной [2]. Множество иллюстративных примеров использования рефлексивного управления противником можно найти в работах [1, 3].

Мы присоединяемся к пониманию рефлексии в том смысле, который в него вкладывал В.А. Лефевр — способности и возможности стать в позицию наблюдателя по отношению к своим мыслям и своим действиям. При этом мы полагаем, что оптимальным местом приложения рефлексивного управления является процесс формирования замысла боевых действий на тактическом уровне. Здесь открываются перспективы получения возможности направлять и координировать действия противника. Рефлексивное пространство или рефлексивная реальность боевых действий — это именно та совместная сфера деятельности противников, в которой они осуществляют борьбу за приоритет и превосходство своей стратегии размышлений, замыслов и решений, которые затем будут воплощены ими в вооруженной борьбе.

Центральный вопрос рефлексивного управления заключается в возможности «мягкого» принуждающего воздействия, результатом которого является снижение эффективности процесса принятия решения, его осмысленности, парализации творческой деятельности командиров и штабов противоборствующей боевой системы, а также уменьшение степени реализации ее оперативных (боевых) возможностей [4].

В работе [5] указано, что в рамках теории игр и теории коллективного поведения развито множество моделей, учитывающих адаптацию, обучение и другие интеллектуальные свойства игроков (например, [6—8]), применение которых в моделировании военных действий позволит более адекватно отражать многие реальные ситуации. Монография [9] посвящена обсуждению современных подходов к математическому моделированию рефлексивных процессов в управлении. Рассматриваются рефлексивные игры, описывающие взаимодействие субъектов (агентов), принимающих решения на основании иерархии представлений, прежде всего, о существенных параметрах (информационная рефлексия), далее о принципах принятия решений оппонентами (стратегическая рефлексия), а также представлений о представлениях и т. д.

В статье рассматривается процесс противостояния (противоборства) в военном плане двух сторон, управление которыми осуществляют Командный центр (далее Центр) и Противник. Модель боевых действий описывается с помощью понятий «стратегия» и «представление о стратегии». Центр, выбирая свою стратегию, осуществляет рефлексивное управление Противником, которое и находит выражение в понятии «представление о стратегии». Описываются процессы выбора стратегий сторонами и строится ситуация инициации рефлексии и оптимальная стратегия Центра.

При построении математической модели рефлексивного управления Противником использованы конструкции из теории иерархических игр, о перспективности которых в применении к боевым действиям сказано в работе [5]. А именно, стратегия Противника является функцией стратегии Центра, которую последний, выполняя свой замысел, «предъявляет» Противнику. Последний, в свою очередь, строит множество возможных ответов на стратегию Центра. Однако принятые в теории иерархических игр понятия «Ведущий» и «Ведомый» нами не употребляются, так как не вполне отражают специфику процесса управления боевыми действиями. Дело в том, что рефлексивное управление предполагает элемент скрытого воздействия для достижения определенной цели.

Предложен алгоритм нахождения оптимальной стратегии. В плане приложения рассмотрено распределение систем вооружения по целям, предложен и апробирован критерий оценки рефлексивного управления по остаточным системам вооружения как функции выигрыша по наносимому ущербу.

Общая логика связи основных разделов статьи такова. В § 1 разъясняются обозначения, используемые в модели, и понятия, связанные с процессом рефлексивного управления Противником. В § 2 на основе рефлексивной стратегии Противника определена оптимальная стратегия Центра, далее в § 3 описан алгоритм ее нахождения. В § 4 сформированы конкретные критерии оптимальности Центра и Противника. В § 5 на основе алгоритма проведены модельные вычисления на примере распределения систем вооружения. Противнику «предъявляется» первоначальный замысел Центра по распределению систем вооружения. Этот замысел инициирует принятие Противником рефлексивного ответа. Центр на основе оценки данного ответа решает задачу оптимального распределения своих систем вооружения. В результате оцениваются значения критерия Центра и критерия Противника.

1. СТРАТЕГИИ, ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О СТРАТЕГИЯХ И ИХ РЕАЛИЗАЦИИ

Пусть имеются две противостоящие друг другу в военном плане стороны — сторона 1 и сторона 2. Управление операциями со стороны 1 осуществляет Командный центр (далее Центр), со стороны 2 — Противник. Модель боевых действий между нашими войсками (силами) и войсками противника задается набором

$$\Gamma = \langle X_1, X_2, Z, \{f_i(x_1, x_2, z), i = 1, 2\}\rangle,$$

где X_1 — множество возможных стратегий (действий) Центра; X_2 — множество возможных стратегий (действий) Противника; $x_1 \in X_1$ — стратегия (план действий) Центра; $x_2 \in X_2$ — стратегия (план действий) Противника (инициативная или реализуемая как реакция на действие Центра), содержание (начало, ход и исход) которой выявлено благодаря средствам разведки; (x_1, x_2) — ситуация, складывающаяся в результате выбора стратегий (планов действий) x_1 и x_2; Z — множество неопределенных факторов; $z \in Z$ — конкретное значение неопределенного фактора; $f_i(x_1, x_2, z)$ — скалярная функция, значения которой характеризуют меру (степень) достижения результата, т. е. успех Центра ($i = 1$) или Противника ($i = 2$).

Предполагается, что $X_1 \subset \mathrm{E}^{n_1}$, $X_2 \subset \mathrm{E}^{n_2}$, где E^{n_k} — n_k-мерное евклидово пространство. Таким образом, стратегия x_i имеет вид $x_i = (x_i^1, x_i^2, ..., x_i^{n_k})^T$ и состоит из совокупности конкретных действий, характеризующих содержание стратегии (решения).

Поясним смысл введенных величин. Множество возможных стратегий X_1 понимается как совокупность возможных действий в рамках имеющихся у Центра ограниченных боевых и технических ресурсов для выполнения боевой задачи (личного состава, вооружения и военной техники, ГСМ и др.). Конкретная стратегия $x_1 = (x_1^1, x_1^2, ..., x_1^{n_1})^T$ состоит из совокупности некоторых действий, составляющих план действий. Этот план может быть подвергнут оценке с помощью критерия $f_i(x_1, x_2, z)$. Стратегия (план) в дальнейшем реализуется на практике, и тогда становится возможным оценить качество реализации выбранной стратегии.

Определение 1. Представлением о стратегии x называется стратегия $\tilde{x}$, знание о которой получено на основе информации от средств разведки. ♦

Очевидно, неравенство $\|x - \tilde{x}\| < \varepsilon$, означающее совпадение истинной стратегии x и представлений $\tilde{x}$ о ней лишь с некоторой точностью.

Определение 2. Реализацией стратегии x называется стратегия $\bar{x}$, если после применения $\bar{x}$ оказывается возможным оценить ее качество с помощью некоторого критерия. ♦

Очевидно неравенство $\|x - \bar{x}\| < \delta$, означающее реализацию стратегии x лишь с некоторой точностью.

Из двух последних неравенств вытекает неравенство $\|\tilde{x} - \bar{x}\| < \varepsilon + \delta$. Отсюда следует, что для достижения желаемой рефлексии (ответа) противника на свои действия необходима максимальная точность реализации $\bar{x}$ стратегии x.

Понятия, только что введенные в определениях, естественно возникают именно в процессе управления боевыми операциями. Дело в том, что разработка штабом оперативного плана боевой операции еще не означает его точного понимания исполнителями и соответствующей точной реализации. Эта неточность обусловлена «человеческим фактором», который неизбежно возникает при взаимодействии людей, особенно в отношениях «начальник — подчиненный». Штабу приходится управлять большими массами людей, организованных в боевые единицы, у которых, в свою очередь, также имеются свои управляющие органы, принимающие тактические (локальные) решения, реализующие общий замысел штаба. Такие тактические решения обретают форму приказов, но реализуются не обязательно в точности с ними. В общем случае один и тот же приказ исполняется разными людьми по-разному (однако результат исполнения приказа примерно одинаков). Поэтому понятия «стратегия», «представление о стратегии» и «реализация стратегии» — близкие, но не тождественные понятия.

Далее будем считать стратегию Центра x_1 и ее реализацию $\bar{x}_1$ совпадающими с приемлемой для Центра погрешностью $\|\bar{x}_1 - x_1\| < \varepsilon$ (которой можно пренебречь). Поэтому вместо реализации $\bar{x}_2(\bar{x}_1)$ стратегии противника в ответ на его представления $\tilde{\bar{x}}_1$ об $\bar{x}_1$ можно употреблять обозначение $\bar{x}_2(\tilde{x}_1)$.

2. ПРОЦЕССЫ ВЫБОРА СТРАТЕГИЙ, СИТУАЦИЯ ИНИЦИАЦИИ РЕФЛЕКСИИ И ОПТИМАЛЬНАЯ СТРАТЕГИЯ ЦЕНТРА

Пусть $\tilde{X}_2$ — множество стратегий противника в представлении Центра. Анализируя сложившуюся ситуацию, исходя из знания своих возможностей и возможностей Противника, на основе информации и своих представлений об $x_2 \in X_2$ в виде $\tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$. Центр формирует подмножество возможных стратегий (действий) из условия неубывания своего критерия

$$X_1^0 = \{x_1^0 \in X_1 | \min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2, z) \geq \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z) \quad \forall x_1 \in X_1, \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2\}.$$

Противник на основе информации и своих представлений об $x_1 \in X_1$ в виде $\tilde{x}_1 \in \tilde{X}_1$ формирует подмножество возможных стратегий (действий) также из условия неубывания своего критерия

$$X_2^0 = \{x_2^0 \in X_2 | \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1, x_2^0, z) \geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1, x_2, z) \quad \forall \tilde{x}_1 \in \tilde{X}_1, \forall x_2 \in X_2\}.$$

Замечание 1. Множество X_1^0 определяет доминирующие стратегии Центра для любых возможных стратегий Противника. В реальности в общем случае доминирующих стратегий может быть несколько. Поэтому вместо предельно жесткого $\max\limits_{x_1 \in X_1}$, не оставляющего выбора среди доминирующих стратегий, был выбран более мягкий вариант неравенства, оставляющего за Центром возможность весьма широкого маневра в выборе стратегии x_1^0 в ответ на представление $\tilde{x}_2$ об x_2. Аналогично и по множеству X_2^0.

Замечание 2. Условия непустоты множеств X_1^0 и X_2^0 (как и множества $R(x_1)$ далее) в контексте построения модели несущественны (хотя неявно, конечно, непустота как требование предполагается).

Замечание 3. Операцию взятия $\min\limits_{z \in Z}$ (т. е. учет наиболее неблагоприятного неопределенного фактора) в X_i^0 будем считать элементарной операцией. Это означает, что в реальных условиях учет самых неблагоприятных неопределенных факторов для лиц, принимающих решение, не составляет труда.

Замечание 4. Множества X_1^0 и X_2^0 всегда можно сделать состоящими из достаточно большого (даже бесконечного) числа стратегий. Например, в случае множества X_1^0 следует найти все максимумы по x_1 функции f_1 в виде множества $X_1^* = \{x_1^*\}$ и выбрать ε-окрестность $U_\varepsilon(x_1^*)$ каждой точки $x_1^* \in X_1^*$. Любая точка $x_1^0 \in U_\varepsilon(x_1^*)$ будет принадлежать X_1^0. ♦

Первым действует Центр и выбирает конкретную стратегию $x_1^0 \in X_1^0$, побуждая тем самым Противника реагировать. Рефлексивная стратегия Противника имеет вид $x_2(\tilde{x}_1^0)$, где $\tilde{x}_1^0$ — его представление о стратегии x_1^0. Так как с точки зрения Противника стратегия $x_2(\tilde{x}_1^0)$ не должна ухудшить его критерий, то он формирует подмножество возможных ответов

$$R(\tilde{x}_1^0) = \{x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in X_2 | \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z) \geq$$
$$\geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0, z) \ \forall x_2^0 \in X_2^0\}$$

и выбирает конкретную стратегию $x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in R(\tilde{x}_1^0)$ (конечно, исходя из конкретной оперативной обстановки).

Определение 3. Пара стратегий $(x_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0)) \in \in X_1^0 \times R(\tilde{x}_1^0)$ называется ситуацией инициации рефлексивной стратегии $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на представление об x_1^0 в виде $\tilde{x}_1^0$, если выполнены условия:

1) $\min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2^0(x_1^0), z) \geq \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2^0(x_1), z)$ $\forall x_1 \in X_1$;

2) $\min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z) \geq \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0, z)$ $\forall x_2^0 \in X_2^0$. ♦

Прокомментируем определение.

Нетрудно видеть, что в определении структура обоих неравенств в совокупности перекликается с равновесием Нэша. Однако из-за наличия представлений о стратегиях пару $(x_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0))$ можно назвать рефлексивным равновесием Нэша. Первое неравенство фиксирует такой выбор Центра x_1^0, чтобы при $x_2^0 \in X_2^0$ не уменьшить критерий Центра. Второе неравенство фиксирует рациональность выбора Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0.

Стратегия x_1^0 отражает замысел Центра, выбирая которую, Центр рассчитывает на то, что Противник в качестве рефлексивного ответа на нее выберет стратегию $\tilde{x}_2^0(x_1^0)$, что означает выполнение неравенства $\|x_1^0 - \tilde{x}_1^0\| < \varepsilon$. Т. е. замысел Центра x_1^0 и представление Противника о нем $\tilde{x}_1^0$ должны быть близки. Другими словами, Центр разрабатывает стратегию x_1^0 так, чтобы Противник узнал о ней в виде $\tilde{x}_1^0$ и выбрал стратегию $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$. Следовательно, представление Центра $\tilde{x}_2^0(x_1^0)$ о рефлексивном ответе Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ на стратегию x_1^0 должно быть достаточно точным (практически безошибочным), что означает выполнение неравенства $\|x_2^0(\tilde{x}_1^0) - \tilde{x}_2^0(x_1^0)\| < \varepsilon$.

Определение 4. Оптимальной стратегией Центра называется стратегия $x_1^* \in X_1$, если выполнены условия:

1) $\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0(x_1^0), z) > \min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2^0(x_1^0), z)$;

2) $\min_{z \in Z} f_2(x_1^*, x_2^0(x_1^0), z) < \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z)$. ♦

Первое неравенство в определении означает, что замысел Центра x_1^0 полностью оправдался, а рефлексивный выбор Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0 после применения x_1^* увеличивает критерий Центра. Второе неравенство означает, что применение стратегии x_1^* в результате успешно наведенной рефлексии в виде $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в ответ на стратегию x_1^0 приводит к уменьшению критерия Противника (поражение).

Отметим, что в идеальном случае вместо неравенств в определении 4 должны выполняться равенства (именно такая задача решается далее в алгоритме):

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0(x_1^*), z) = \max_{x_1 \in X_1} \sup_{\tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2} \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z),$$
$$\min_{z \in Z} f_2(x_1^*, x_2^0(x_1^*), z) =$$
$$= \inf_{x_2^0(\tilde{x}_1^0) \in X_2^0(\tilde{x}_1^0)} \min_{z \in Z} f_2(\tilde{x}_1^0, x_2^0(\tilde{x}_1^0), z).$$

Однако зачастую решение управляющим Центром соответствующей задачи максимизации (первое равенство) затруднительно или невозможно по каким-либо причинам, что, как правило, и происходит при принятии решений в планировании боевых операций. Тем не менее, имея достаточно четкое представление о наилучшей в данных оперативных условиях стратегии, исходя из своих возможностей всегда можно выбрать некоторое приближение к наилучшей стратегии. Именно такой смысл и вкладывается в правило выбора стратегии x_1^* согласно первому неравенству в определении 4. Второе неравенство в определении с точки зрения Центра должно выполниться автоматически, если рефлексивное управление осуществлено по плану Центра.

Обратим внимание на то, что оптимальная стратегия Центра x_1^* может сколь угодно отличаться от его замысла x_1^0, т. е. $\|x_1^* - x_1^0\| > \varepsilon$. Рефлексивный ответ Противника $x_2^0(\tilde{x}_1^0)$ в сочетании с истинной (оптимальной) стратегией x_1^* превращается (с точки зрения Центра должен превратиться!) в ошибочный ответ $x_2^0(x_1^*)$, что выражается неравенством $\|x_2^0(x_1^*) - x_2^0(\tilde{x}_1^0)\| > \varepsilon$.

Результаты решения поставленной задачи именно в терминах стратегий и представлений о них (а не в терминах реализаций стратегий) позволяют дать априорную оценку выбранному решению. Оценка реализаций стратегий будет, очевидно, близка к априорной, но не тождественна ей. Кроме того, с математической точки зрения оперирование со стратегиями и представлениями о них будет корректным при подстановке их в критерии оптимальности.

3. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ

Опишем алгоритм нахождения стратегии x_1^*.

Шаг 1. Выбираем стратегию x_1^0, на которую необходимо получить рефлексивный ответ Противника, из условия

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^0, \tilde{x}_2, z) - \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2, z) \geq \varepsilon$$
$$\forall x_1 \in X_1, \quad \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$$

(число $\varepsilon \geq 0$ отражает свободу выбора стратегии x_1^0 и задает желаемую степень ее успешности).

Шаг 2. Из условия $\min\limits_{z \in Z} f_2(x_1^0, \tilde{x}_2^0, z) - \min\limits_{z \in Z} f_2(x_1^0, \tilde{x}_2, z) \geq \varepsilon \ \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{X}_2$ оцениваем множество $\tilde{X}_2^0$.

Шаг 3. Исходя из представления об $\tilde{X}_2^0$, оцениваем рефлексивный ответ Противника $\tilde{x}_2^0 = \tilde{x}_2(x_1^0) \in \tilde{X}_2^0$.

Шаг 4. Решаем задачу

$$\min_{z \in Z} f_1(x_1^*, \tilde{x}_2^0, z) = \max_{x_1 \in X_1} \min_{z \in Z} f_1(x_1, \tilde{x}_2^0, z).$$

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМ ВООРУЖЕНИЯ ПО ЦЕЛЯМ И КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ РЕФЛЕКСИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Пусть в распоряжении Центра и Противника имеются некоторые системы и средства вооружения (СВ — личный состав, БТР, танки, артиллерия, авиация и др.) в общих количествах соответственно n_1 и n_2. Пусть x_j — количество j-й СВ Центра, y_j — количество j-й СВ Противника. Тогда можно составить наборы СВ Центра $x = (x_1, ..., x_{n_1})$ и Противника $y = (y_1, ..., y_{n_2})$.

Без ограничения общности можно положить $n_1 = n_2 = n$, так как при отсутствии s-го типа СВ $x_s = 0$. Итак, $x = (x_1, ..., x_n)$, $y = (y_1, ..., y_n)$.

Таким образом, x и y есть стратегии Центра и Противника, состоящие в выборе определенных наборов (составов) СВ для выполнения поставленных задач. Ясно, что из всей совокупности имеющихся СВ для выполнения задачи могут быть задействованы не все из них, а только часть. Тогда компоненты наборов x или y, соответствующих незадействованным СВ, равны нулю.

Нетрудно видеть, что множества стратегий Центра X и Противника Y состоят из всех возможных наборов x и y.

Пусть Центр располагает СВ в общих количествах $\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n$, и по имеющейся у Центра информации Противник располагает СВ в общих количествах $\bar{y}_1, ..., \bar{y}_k$.

Против k-й СВ Противника в количестве $y_k \leq \bar{y}_k$ Центр выделяет набор своих СВ $x^k = (x_1^k, ..., x_n^k)$, причем $x_j^k \leq \bar{x}_j$ и некоторые $x_j^k = 0$ из-за того, что не включены в набор x^k. Коэффициент уязвимости j-й СВ Центра обозначим через α_j, Противника — λ_j.

После боевого «взаимодействия» x^k и y_k остаточное количество j-й СВ Центра в наборе x^k

$$\tilde{x}_j^k = x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}, \quad k = \overline{1, n},$$

а во всех наборах $\tilde{x}^k$, $k = \overline{1, n}$,

$$\tilde{x}_j = \sum_{k=1}^{n} \tilde{x}_j^k = \sum_{k=1}^{n} x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}, \quad j = \overline{1, n}. \qquad (1)$$

У Противника останется

$$\tilde{y}_k = y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^{n} x_j^k}, \quad k = \overline{1, n}. \qquad (2)$$

Формулы (1) и (2) называются формулами процентной уязвимости и получены путем развития соответствующих формул из книги [10], где против j-й СВ Противника выделяется j-я же СВ Центра. В нашей модели против k-й СВ Противника в количестве y_k Центр выделяет набор своих СВ $x^k = (x_1^k, ..., x_n^k)$.

Пусть v_j и w_j — стоимости (важности) j-й СВ соответственно Центра и Противника. Тогда суммарная остаточная стоимость всех задействованных СВ выражается критериями:

$$\text{Центра: } F(x, y) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}; \qquad (3)$$

$$\text{Противника: } G(x, y) = \sum_{k=1}^{n} w_k y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^{n} x_j^k}. \qquad (4)$$

Критерии (3) и (4) соответственно линейны и возрастают по x_j^k и y_k, соответственно выпуклы и убывают по y_k и x_j^k. Отметим, что критерии (3) и (4) составлены с точки зрения Центра. Аналогичные критерии можно составить и с точки зрения Противника.

Критерии процентного ущерба по остаточным СВ как функции выигрыша по наносимому ущербу на основе критериев (3) и (4) строятся следующим образом:

$$\text{Центр: } F(x, y) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} w_j\left(1 - e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}}\right); \quad (5)$$

$$\text{Противник: } G(x, y) = \sum_{k=1}^{n} v_k\left(1 - e^{-w_k y_k e^{-\lambda_k \sum_{j=1}^{n} x_j^k}}\right). \quad (6)$$

Критерий (5) возрастает и вогнут по x_j^k, убывает по y_k. Для выпуклости по y_k должно выполняться неравенство $F''_{y_k}(x, y) > 0$, или, следовательно, неравенство

$$F''_{y_k}(x, y) = \sum_{j=1}^{n}\left(v_j x_j \alpha_j^2 x_j^k e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}} - \right.$$

$$\left. - v_j^2 w_j \alpha_j^2 (x_j^k)^2 e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-2\alpha_j \frac{y_k}{n}}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} v_j w_j \alpha_j^2 x_j^k e^{-v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}} e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}\left(1 - v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}\right) > 0,$$

откуда следует неравенство

$$\left(1 - v_j x_j^k e^{-\alpha_j \frac{y_k}{n}}\right) > 0 \quad \forall j = \overline{1, n}$$

(легко достигается масштабированием коэффициентов).

5. ПРИМЕР

Рассмотрим два вида СВ: $и_1$ — истребители типа 1, $и_2$ — истребители типа 2. Коэффициенты уязвимости и важности СВ Центра: $и_1$ — $\alpha_1 = 0{,}24$, $v_1 = 0{,}7$, $и_2$ — $\alpha_1 = 0{,}27$, $v_2 = 0{,}77$. Коэффициенты уязвимости и важности СВ Противника: $и_1$ — $\lambda_1 = 0{,}23$, $w_1 = 0{,}75$, $и_2$ — $\lambda_2 = 0{,}28$, $w_2 = 0{,}788$.

Центр располагает такими количествами СВ: $и_1$ — 14 ед., $и_2$ — 13 ед., а Противник соответственно $и_1$ — 16 ед., $и_2$ — 15 ед. Пусть первоначальное распределение СВ Центра таково:

$$и_1 — x^1 = (x_1^1, x_2^1) = (10{,}5),\ и_2 — x^2 = (x_1^2, x_2^2) = (3{,}11).$$

Тогда соответствующая матрица первоначального распределения СВ Центра по СВ Противника имеет вид:

$$\text{Противник}$$
$$\text{Центр} \quad \begin{array}{c} \\ и_1 \\ и_2 \end{array} \begin{array}{c} и_1 \quad и_2 \\ \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 11 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Пусть данное распределение СВ Центра инициировало следующее распределение СВ Противника:

$$и_1 — y^1 = (y_1^1, y_2^1) = (12{,}6),\ и_2 — y^2 = (y_1^2, y_2^2) = (4{,}11)$$

или в матричном виде

$$\text{Противник}$$
$$\text{Центр} \quad \begin{array}{c} \\ и_1 \\ и_2 \end{array} \begin{array}{c} и_1 \quad и_2 \\ \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 4 & 11 \end{pmatrix} \end{array}.$$

При данных значениях параметров требования положительности вторых производных выполнены:

$$F''_{y_1}(x, y) = 1{,}651 \cdot 10^{-3}, \quad F''_{y_2}(x, y) = 1{,}071 \cdot 10^{-3}.$$

Боестолкновение при данных распределениях СВ дает такие значения критериев: Центр — $F = 1{,}4173$; Противник — $G = 0{,}4975$.

Максимизация критерия Центра приводит к матрице распределения СВ Центра:

$$\text{Противник}$$
$$\text{Центр} \quad \begin{array}{c} \\ и_1 \\ и_2 \end{array} \begin{array}{c} и_1 \quad и_2 \\ \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \end{array}.$$

В результате значения критериев Центра и Противника изменяются в пользу Центра: Центр — $F = 1{,}5268$; Противник — $G = 0{,}4780$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практически все публикации, посвященные проблеме рефлексивного управления (в том числе и противником в ходе боевых действий) имеют качественный характер. В некоторых из них точные построения ограничиваются описанием многоэтапного процесса принятия решений на основе понятия «представление о решении». Исключение составляют немногочисленные работы, в которых построены модели принятия решений на основе «здравого смысла» [1] и, в частности, оптимизационные модели на уровне применения принципов оптимальности (см. например, книгу [9] и обсуждение текущего состояния проблемы во введении к ней). Отметим, что в ней изложено большинство разработанных на тот момент подходов к моделированию рефлексивного управления в разнообразных ситуациях, поэтому данная книга представляет собой, по сути, первый фундаментальный труд по проблемам рефлексивного управления. Однако авторам настоящей статьи не удалось найти публикации, в которых бы строились и апробировались оптимизационные математические модели рефлексивного управления противником в ходе боевых действий.

В настоящей работе использованы конструкции из теории иерархических игр. А именно, стратегия Противника является функцией стратегии Центра; Противник строит множество возможных ответов на конкретную стратегию Центра. При этом за основу взяты естественные рассуждения с точки зрения управляющего Центра и Противника, вытекающие из специфики боевых действий. Последняя продиктовала, чтобы была предусмотрена свобода выбора стратегий конфликтующими сторонами. Эта свобода выразилась в требовании неубывания значений их критериев по выбираемым стратегиям, а не в требовании их максимизации.

В определении оптимальной стратегии управляющего Центра (при условии достаточно точного исполнения его замысла) заложено, что рефлексивный выбор Противника увеличит критерий Центра, а реализация его оптимальной стратегии в результате успешно наведенной рефлексии приведет к уменьшению критерия Противника. Оптимальная стратегия Центра может сколь угодно отличаться от его замысла. Рефлексивный ответ Противника в сочетании с оптимальной стратегией центра приводит к поражению Противника. Предложен и критерий оценки рефлексивного управления по остаточным системам вооружения как функции выигрыша по наносимому ущербу. На основе предложенного алгоритма продемонстрирована работоспособность критерия в процессе рефлексивного управления и выработки оптимальной стратегии по распределению средств вооружения Центра.

Наконец, отметим, что предметная область моделирования — боевые действия — не сводится только к таковым (хотя в боевых действиях эффект от применения идей рефлексивного управления проявляется наиболее ярко), поскольку ситуации противостояния вполне могут возникать также в экономике, политике и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лефевр В.А., Смолян Г.Л.* Алгебра конфликта. — М.: Знание, 1968. — 64 с.
2. *Крамер К.Х., Кайзер Т.Б., Шмидт С.Е.* и др. От предсказаний к рефлексивному управлению // Рефлексивные процессы и управление. — 2003. — Т. 3, № 2. — С. 35—52.
3. *Смолян Г.Л.* Рефлексивное управление — технология принятия манипулятивных решений // Труды ИСА РАН. — 2013. — Т. 63, № 2. — С. 54—61.
4. *Махнин В.Л., Бычков В.Г.* Понятийный аппарат в предметных областях познания и исследования военного искусства (категории, понятия, термины). — М., 2011. — 340 с.
5. *Новиков Д.А.* Иерархические модели боевых действий // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 37. — С. 25—62.
6. *Новиков Д.А.* Модели стратегической рефлексии // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 1. — С. 3—22.
7. *Новиков Д.А.* Математические модели формирования и функционирования команд. — М.: Физматлит, 2008. — 184 с.
8. *Корепанов В.О.* Модели рефлексивного группового поведения и управления. — М.: ИПУ РАН, 2011. — 133 с.
9. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление: математические модели. — М.: Физматлит, 2013. — 412 с.
10. *Данскин Дж.М.* Теория максимина и ее приложение к задачам распределения вооружения. — М.: Советское радио, 1970. — 200 с.

Статья представлена к публикации руководителем регионального редсовета Г.А. Угольницким.

Васильев Геннадий Анатольевич — канд. воен. наук, доцент,
✉ comrud7878@yandex.ru,

Казаков Владимир Геннадьевич — канд. воен. наук, доцент,

Тараканов Андрей Федорович — д-р физ.-мат. наук, профессор,
✉ aft777@mail.ru,

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж.