

# Z-РЕКУРРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ ПРОЦЕССОВ В ЗАДАЧАХ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ<sup>1</sup>

В.А. Твердохлебов

Разработаны основные положения, модели и методы для решения задач контроля и диагностирования процессов в системе по показателям изменений связей событий в процессах. Для этого впервые классическое рекуррентное определение последовательностей расширено до Z-рекуррентного определения последовательностей, позволяющего представлять процессы формальными моделями в виде порядков Z-рекуррентных форм. Разработаны классификация порядков Z-рекуррентных форм и алгоритмы решения задач контроля и диагностирования процессов в системе с помощью представления процессов порядками Z-рекуррентных форм. Для повышения эффективности вычисления порядков Z-рекуррентных форм разработана алгебра отношений предшествования элементов, формулы которой позволяют разработать приемы вычисления порядков Z-рекуррентных форм.

**Ключевые слова:** задача контроля и диагностирования, сложная система, процесс, событие, последовательность, Z-рекуррентное определение, порядок Z-рекуррентной формы, алгебра предшествования элементов.

## ВВЕДЕНИЕ

Управление сложной человеко-машинной системой (СЧМС) предполагает решение задач контроля и диагностирования процессов различной природы — таких, как командно-информационные, действия персонала, работа техники и оборудования, обеспечение энергией и ресурсами и др. [1—3]). Для обеспечения и поддержания безопасности работы системы необходимы контроль и диагностирование протекающих в ней процессов. Общей моделью, имеющей интерпретацию в приложениях, является представление процессов последовательностями причинно-следственно связанных событий с формализацией событий как наборов значений показателей свойств событий в конкретные моменты или интервал времени. Основными направлениями в управлении системой оказываются управление событиями и управление причинно-следственными связями событий. При

управлении событиями формируются события с требующимися значениями показателей свойств, а при управлении причинно-следственными связями событий формируются и поддерживаются заданные функциональные связи значений показателей свойств между событиями, реализующие причинно-следственные связи событий (см., например, работы [4—8]). События-причины определяют аргументы для функциональных связей с значениями показателей свойств событий-следствий. В задаче контроля определяется соответствие значений показателей свойств событий и причинно-следственных связей событий с требующимися и заданными значениями показателей, а в задаче диагностирования устанавливается соответствие фактических значений показателей свойств событий и причинно-следственных связей событий конкретному дефекту события или процесса. При управлении системой выбор управляющего воздействия также связан с применением решений задач контроля и диагностирования. Пусть последовательность

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 17-08-01051.

$$\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle, \quad c \in N^+, \quad (1)$$

представляет собой модель процесса, в котором  $a_1, a_2, \dots, a_c$  обозначают причинно-следственно связанные события. Для представления причинно-следственных связей событий функциональным отношением между элементами последовательности (1) можно воспользоваться известным рекуррентным определением последовательности рекуррентной формой  $F^m$  порядка  $m$ :

$$x_{m+1} = F^m(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (2)$$

где  $1 \leq m \leq c - 1$ , которому соответствует выполнение равенств

$$a_{m+1+t} = F^m(a_{1+t}, a_{2+t}, \dots, a_{m+t}), \quad 0 \leq t \leq c - m - 1. \quad (3)$$

При рекуррентном определении последовательности (1) причинно-следственные связи событий представлены равенствами (2) и (3), в которых события  $a_{1+t}, a_{2+t}, \dots, a_{m+t}$  относятся к причине, а событие  $a_{m+1+t}$  к следствию. Математической моделью более полных и более глубоких по интерпретации причинно-следственных связей событий в процессах предлагается  $Z$ -рекуррентное определение последовательности (1)  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$  порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$ :

$$(x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_{n_2}}) = F^M(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n_1}}),$$

где между элементами множества индексов  $M_1 \cup M_2$  допускаются любые отношения, включая отношение  $M_1 \cap M_2 \neq \emptyset$ . Рекуррентная форма  $F^M$  порядка  $m$  является частным случаем  $Z$ -рекуррентной формы  $F^M$  порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $M_2 = \{m + 1\}$ . Предлагается пользоваться порядком  $M = (M_1, M_2)$   $Z$ -рекуррентной формы  $F^M$  как показателем, по которому можно определять неравенство последовательностей, и учитывать неравенства последовательностей, представляющих процессы, для решения задач контроля и диагностирования.

В задачах контроля и диагностирования событий и процессов задаются:

— множество  $W^*$  рассматриваемых и учитываемых при решении задач контроля и диагностирования процессов в СЧМС;

— множество  $W_0$  событий и множество  $W_0^*$ , где  $W_0^* \subset W^*$ , процессов в работоспособной СЧМС;

— множество  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_r\}$  выбранных для рассмотрения дефектов событий и дефектов процессов (ошибок в командно-информационных управляющих процессах, ошибочных действий человеческих звеньев в органе управления и при реализации управляющих воздействий, неисправностей техники и оборудования и др.);

— разбиение множества  $W^*$ , из которого исключено подмножество  $W_0^*$ , на подмножества  $W_{d_1}^*, W_{d_2}^*, \dots, W_{d_r}^*$  в соответствии с представлением каждого дефекта  $d$  соответствующим ему множеством  $W_d^*$  процессов с дефектом  $d$ .

Разработанный новый метод решения задач контроля и диагностирования основывается на контроле и диагностировании отдельных событий в процессах, на контроле и диагностировании причинно-следственных связей событий в процессах и контроле и диагностировании причинно-следственных связей между процессами. Структуры причинно-следственных связей являются первичными и базовыми для их замены достаточно полными и точными, математически представленными, функциональными связями между значениями показателей свойств событий и процессов [5–7]. Разнообразие процессов не позволяет ограничиться применением какого-то одного математического аппарата, и только структуры причинно-следственных связей позволяют эффективно распределять различные математические средства (дифференциальное и интегральное исчисление, аппарат формальной логики, средства порождающих грамматик, теорию графов и др.) по их применению для построения моделей событий и процессов. Системный подход представляется явным или неявным рассмотрением СЧМС как динамической системы, включая дискретные детерминированные динамические системы, т. е. как конечного автомата. Модель СЧМС может быть представлена иерархической последовательностью моделей, начинающуюся формальными комплексами причинно-следственных связей событий в процессах и процессов и заканчивающуюся достаточно полным и точным построением моделей событий и процессов.

Разработанный новый метод решения задач контроля и диагностирования процессов в СЧМС в условиях работоспособной системы и системы с дефектами предполагает выполнение следующих этапов.

*Этап 1.* В задачах контроля и диагностирования событий и процессов задаются множество  $W^*$  рассматриваемых и учитываемых при решении задач контроля и диагностирования процессов в СЧМС, включающее в себя множество  $W_0$  событий и мно-



жество процессов в работоспособной СЧМС, включающее в себя множество  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_r\}$  выбранных для рассмотрения дефектов событий и дефектов процессов (ошибок в командно-информационных управляющих процессах, ошибочных действий человеческих звеньев в органе управления и при реализации управляющих воздействий, неисправностей техники и оборудования и др.).

**Этап 2.** Разбиение множества  $W^*$ , из которого исключено подмножество  $W_0^*$ , на подмножества  $W_{d_1}^*, W_{d_2}^*, \dots, W_{d_r}^*$  в соответствии с представлением каждого дефекта  $d$  соответствующим ему множеством  $W_d^*$  процессов с дефектом  $d$ .

**Этап 3.** Набору множеств  $W_0^*, W_{d_1}^*, W_{d_2}^*, \dots, W_{d_r}^*$  сопоставляются множества  $\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_r$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм в соответствии с условием: в множество  $\Omega_\nu, 0 \leq \nu \leq r$ , включены порядки всех  $Z$ -рекуррентных форм, которые выполняются для последовательностей из множества  $W_\nu^*$ , и для набора множеств выполняются отношения  $\Omega_\nu \cap \Omega_\mu = \emptyset$ , где  $\nu \neq \mu$  и  $\nu, \mu \in \{0, 1, \dots, r\}$ .

**Этап 4.** В задаче контроля для фактически наблюдаемой последовательности  $\xi'$  определяется множество  $\Omega'$  всех порядков выполняющихся  $Z$ -рекуррентных форм. Проверяется, какое из отношений выполняется:  $\Omega' \subset \Omega_0^*$  или  $\Omega' \subset \bigcup_{i=1}^r \Omega_{d_i}^*$ . По выполняющемуся отношению делается вывод: «в процессах в системе нет дефекта из множества дефектов  $D$ » или «в процессах в системе имеется дефект из множества дефектов  $D$ ».

**Этап 5.** В задаче диагностирования для фактически наблюдаемой последовательности  $\xi'$  определяется множество  $\Omega'$  всех порядков выполняющихся  $Z$ -рекуррентных форм. Проверяется, для какого конкретного множества  $\Omega_z$ , где  $\Omega_z \in \{\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_r\}$ , выполняется отношение  $\Omega' \cap \Omega_z \neq \emptyset$ . Если отношение выполняется, то в процессе, определенном последовательностью  $\xi'$ , имеется дефект  $d_z$ .

**Замечание 1.** Задачи контроля и диагностирования решаются относительно выбранного для анализа множества дефектов  $D$ , выбранного для анализа множества событий и процессов в СЧМС. ♦

Каждая рассматриваемая последовательность  $\xi \in W^*$  для решения задач контроля и диагностирования определяется множеством  $\Omega\{\xi\}$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, определяющих последовательность  $\xi$ . Для вычисления множества  $\Omega\{\xi\}$  требуется анализ множества порядков возможных  $Z$ -рекуррентных определений. Эффективность та-

кого анализа на основе перебора множества  $Z$ -рекуррентных форм ограничивается большими размерами множества. В связи с этим разработаны классификация  $E_1$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, классификация  $E_2$  образов последовательностей, исследованы связи классификаций  $E_1$  и  $E_2$  на основе связей между классами этих классификаций. В разработанном методе контроля и диагностирования множества порядков  $Z$ -рекуррентных форм для последовательностей определяется с помощью классификации  $E_2$  и транслируется на классы классификации  $E_1$ . При таком подходе сохраняется распознавание событий и распознавание процессов на основе их формальных моделей. Принципиально новое заключается в том, что в средствах контроля и диагностирования используются не сами модели событий и процессов, а математические образы таких моделей, представленные числовыми структурами, которые интерпретируются как порядки рекуррентных и  $Z$ -рекуррентных форм. Рассмотрим пример распознавания последовательностей  $\xi_1 = \langle a, a, b, a, c, a, a, c, b, c \rangle$  и  $\xi_2 = \langle a, a, b, a, c, a, a, b, a, c \rangle$  на основе неравенства порядков  $m_1$  и  $m_2$  рекуррентных форм  $F^{m_1}$  и  $F^{m_2}$ , рекуррентно определяющих последовательности  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Непосредственными вычислениями определяется, что рекуррентные формы  $F^{m_1}$  и  $F^{m_2}$  имеют вид:  $x_4 = F^3(x_1, x_2, x_3)$  и  $x_3 = F^2(x_1, x_2)$ , где  $m_1 = 3, m_2 = 2$ , т. е.  $m_1 \neq m_2$ . Полная характеристика последовательности в представлении функциональными связями элементов дается множеством порядков  $Z$ -рекуррентных форм, определяющих последовательность, так как классическое рекуррентное определение дает только одну основную характеристику — наименьший порядок рекуррентной формы, определяющей последовательность.

Для последовательностей  $\xi_3 = \langle a, a, b, a, c, a, a, c, b, c \rangle$  и  $\xi_4 = \langle a, a, b, a, c, a, a, c, b, a \rangle$  соответствующие порядки  $m_3$  и  $m_4$  рекуррентных форм удовлетворяют отношению  $m_3 = m_4 = 3$ , т. е. по показателям рекуррентного определения последовательности  $\xi_3$  и  $\xi_4$  не различаются. Если последовательностям  $\xi_3$  и  $\xi_4$  сопоставлять их  $Z$ -рекуррентные определения  $Z$ -рекуррентными формами, то последовательность  $\xi_3$   $Z$ -рекуррентно определяется  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$  порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{1, 2\}, M_2 = \{5\}$ , а последовательность  $\xi_4$   $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$  порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{1, 2\}, M_2 = \{5\}$ ,  $Z$ -рекуррентно не опреде-

ляется. Действительно, для последовательности  $\xi_4$   $Z$ -рекуррентная форма  $F^M$  порядка  $M = (\{1, 2\}, \{5\})$  не реализуется, так как ее реализацию не позволяют сделать пары парами  $(aa, c)$  и  $(aa, a)$ .  $Z$ -рекуррентная форма  $F^M$  последовательность  $\xi_3$   $Z$ -рекуррентно определяет, следовательно, в задачах распознавания последовательностей  $\xi_3$  и  $\xi_4$  формальными показателями является порядок  $M = (\{1, 2\}, \{5\})$   $Z$ -рекуррентной формы,  $Z$ -рекуррентно определяющей последовательность  $\xi_3$  и не определяющей последовательность  $\xi_4$ .

### 1. АЛГОРИТМ $Z$ -РЕКУРРЕНТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Рассмотрим основной алгоритм для  $Z$ -рекуррентного определения последовательности. Основное логическое свойство, характеризующее  $Z$ -рекуррентное определение последовательности  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ ,  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$  порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$  базируется на выполнении равенств

$$\begin{aligned} & (a_{j_1+t}, a_{j_2+t}, \dots, a_{j_{n_2}+t}) = \\ & = F^M(a_{i_1+t}, a_{i_2+t}, \dots, a_{i_{n_1}+t}), \\ & 0 \leq t \leq c - \max(M_1 \cup M_2), \end{aligned} \quad (4)$$

и представляется формулой

$$\begin{aligned} & ((a_{j_1+t_1}, a_{j_2+t_1}, \dots, a_{j_{n_2}+t_1}) = \\ & = (a_{j_1+t_2}, a_{j_2+t_2}, \dots, a_{j_{n_2}+t_2})) \rightarrow \\ & \rightarrow (F^M(a_{i_1+t_1}, a_{i_2+t_1}, \dots, a_{i_{n_1}+t_1}) = \\ & = F^M(a_{i_1+t_2}, a_{i_2+t_2}, \dots, a_{i_{n_1}+t_2})). \end{aligned} \quad (5)$$

(В формулах (4), (5) в последовательности  $\xi$  элементы  $a_v$ ,  $1 \leq v \leq c$ , размещаются как элементы последовательности, т. е. с указанием их нумерации в последовательности, и затем в равенствах рассматриваются как элементы множества, т. е. без их нумерации в последовательности.)

Для решения задач контроля и диагностирования выбираются для рассмотрения множество  $W^*$  процессов в СЧМС, множество  $W_0^* \subset W^*$  рассматриваемых процессов в работоспособной системе и множество  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_r\}$  дефектов процессов, представленных множествами  $W_{d_1}^*$ ,  $W_{d_2}^*$ , ...,  $W_{d_r}^*$  процессов с дефектами. Критериями для возмож-

ностей решения задач контроля и диагностирования служит выполнение отношений  $W_0^* \cap W_D^* = \emptyset$  и  $W_{d_\nu}^* \cap W_{d_\mu}^* = \emptyset$ ,  $\nu \neq \mu$ ,  $d_\nu, d_\mu \in D$ . В предлагаемых методах решений задач контроля и диагностирования процессами моделями процессов являются порядки вида  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$ , совмещенные для каждой анализируемой последовательности  $\xi$  в множество  $E_{11}^c(\xi)$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, выполняющихся при  $Z$ -рекуррентном определении последовательности  $\xi$ , и в множество  $E_{12}^c(\xi)$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, не выполняющихся при  $Z$ -рекуррентном определении последовательности  $\xi$ .

Методы решения задач контроля и диагностирования процессов, которые основываются на  $Z$ -рекуррентных определениях процессов, базируются на применении следующих алгоритмов.

**Алгоритм 1** проверки для заданных последовательности  $\xi$  и порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$   $Z$ -рекуррентной формы, выполняется ли  $Z$ -рекуррентное определение последовательности  $\xi$  с помощью  $Z$ -рекуррентной формы порядка  $M$ . Целевое предназначение алгоритма — определить правилами действия и порядок действий с исходными данными для проверки выполнимости  $Z$ -рекуррентного определения последовательности  $\xi$  с помощью  $Z$ -рекуррентной формы порядка  $M$ .

*Этап 1.* Порядок  $M$  преобразуется в набор порядков  $M^1 = (M_1, \{j_1\})$ ,  $M^2 = (M_1, \{j_2\})$ , ...,  $M^{n_2} = (M_1, \{j_{n_2}\})$ . Для каждого порядка из этого набора порядков выполняются этапы 2—5.

*Этап 2.* Для порядка  $M^v = (M_1, \{j_v\})$ ,  $1 \leq v \leq n_2$ , (начиная с порядка  $M^1 = (M_1, \{j_1\})$ ) строится матрица  $H_v$  размерности  $c \times c$  по правилу: элементы последовательности  $\xi$  образуют первую строку матрицы  $H_v$ , последующие строки матрицы составляют сдвиги вправо последовательности  $\xi$  на одну позицию с образованием в матрице строк  $a_1, a_2, \dots, a_c; a_1, a_2, \dots, a_{c-1}; \dots; a_1$ . Освободившиеся в матрице места образуют префиксы строк, представленные знаком «—».

*Этап 3.* Матрица  $H_v$  преобразуется в матрицу  $H'_v$  по правилу: из матрицы  $H_v$  исключаются столбцы с номерами от 1 до  $(\min\{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}) - 1$  и исключаются строки с номерами, отличными от 1 и



от элементов множества  $M_1$ . Результат полагается матрицей  $H'_v$ .

**Этап 4.** Для последовательности  $\xi$ , представленной отображением  $\sigma_\xi: \{1, 2, \dots, c\} \xrightarrow{\text{на}} U$ , и числа  $m = |U|$  на множестве  $U$  вводится (произвольный) линейный порядок элементов и определяются  $m$  множеств  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$  из столбцов матрицы  $H'_v$  по правилу: множество  $\gamma_v$ ,  $1 \leq v \leq m$ , составляет все столбцы матрицы  $H'_v$ , которые начинаются одним и тем же элементом из множества  $U$ .

**Этап 5.** Для набора множеств  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$  проверяется, выполняется ли отношение  $\bar{\gamma}_v \cap \bar{\gamma}_\mu = \emptyset$ ,  $1 \leq v, \mu \leq m$ ,  $v \neq \mu$ , где  $\bar{\gamma}_v, \bar{\gamma}_\mu$  — столбцы, полученные из столбцов  $\gamma_v, \gamma_\mu$  исключением верхнего элемента. Если отношение выполняется, то последовательность  $\xi$  определяется  $Z$ -рекуррентной формой порядка  $M^v = (M_1, \{j_v\})$ ,  $1 \leq v \leq n_2$ . В случае, когда для некоторых  $v, \mu$ , где  $v \neq \mu$ , выполняется отношение  $\bar{\gamma}_v \cap \bar{\gamma}_\mu \neq \emptyset$ , последовательность  $\xi$  не имеет  $Z$ -рекуррентного определения  $Z$ -рекуррентной формой порядка  $M^v$ . Последовательность  $\xi$   $Z$ -рекуррентно определяется с помощью  $Z$ -рекуррентной формы порядка  $M = (M_1, M_2)$ ,  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$ , тогда и только тогда, когда последовательность  $\xi$   $Z$ -рекуррентно определяется  $Z$ -рекуррентными формами всех порядков  $M^1, M^2, \dots, M^v$ .

**Алгоритм 2** вычисления для последовательности  $\xi$  разбиения множества порядков  $Z$ -рекуррентных форм на подмножества выполняющихся и не выполняющихся порядков. Исходные данные: последовательность  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ , и классификация  $E_1^c$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм. Целевое предназначение алгоритма 2: определить правилами действия и порядок действий для вычисления выполняющихся и не выполняющихся для последовательности  $\xi$   $Z$ -рекуррентных определений.

**Этап 1.** С помощью матричной формы  $E_1^c$  классификации порядков  $Z$ -рекуррентных форм вводится линейный порядок на множестве порядков  $Z$ -рекуррентных форм.

**Этап 2.** С применением алгоритма 1 и учетом линейного порядка на множестве порядков  $Z$ -рекуррентных форм множество классов в классификации  $E_1^c$  разбивается на два подмножества: подмножество  $E_{11}^c(\xi)$   $Z$ -рекуррентных форм, выполня-

ющихся для последовательности  $\xi$ , и подмножество  $E_{12}^c(\xi)$   $Z$ -рекуррентных форм, не выполняющихся для последовательности  $\xi$ . Подмножества  $E_{11}^c(\xi)$  и  $E_{12}^c(\xi)$  используются при решении задач контроля и диагностирования процессов как значения показателя свойства функциональных зависимостей между элементами в последовательности  $\xi$ .

**Алгоритм 3.** Исходными данными для решения задач контроля и диагностирования служат множества  $A, B, C$ , определенные равенствами:  $A = \bigcup_{\xi \in W_0^*} E_{11}^c(\xi)$  (множество порядков, представляющих варианты функционирования СЧМС в работоспособных состояниях);  $B = \bigcup_{d \in D} \left( \bigcup_{\xi \in W_d} E_{11}^c(\xi) \right)$  (множество порядков, представляющих варианты функционирования СЧМС при дефектах процессов из множества дефектов  $D$ );  $C = E_{11}^c(\xi')$ , где  $\xi'$  — последовательность, являющаяся моделью фактического процесса, реально наблюдаемого средствами контроля и диагностирования. Множества  $A$  и  $B$  вычисляются с помощью алгоритмов 1 и 2. Целевое предназначение алгоритма 3: на основе анализа последовательности  $\xi'$  и сопоставления ей множества  $C$  получить решение задачи контроля и решение задачи диагностирования.

**Этап 1.** Для заданных множеств  $A$  и  $B$  и полученного множества  $C$  определить, какое из отношений имеет место:  $A \cap C = \emptyset$  &  $B \cap C \neq \emptyset$  или  $A \cap C \neq \emptyset$  &  $B \cap C = \emptyset$  (выполняющееся отношение интерпретируется как решение задачи контроля)? Если выполняется первое отношение, то процесс, представленный последовательностью  $\xi'$ , не содержит дефектов из множества дефектов  $D$ . Если выполняется второе отношение, то процесс, представленный последовательностью  $\xi'$ , содержит дефекты из множества дефектов  $D$ .

**Этап 2.** Для решения задачи диагностирования рассматривается отношение:  $C \cap E_{11}^c(\xi) \neq \emptyset$  &  $C \cap E_{11}^c(\xi') = \emptyset$ , где  $\xi \in D$  и  $\xi'' \in D$  &  $\xi'' \neq \xi$  (выполняющееся отношение интерпретируется как решение задачи диагностирования с логическим выводом «в процессе, представленном последовательностью  $\xi'$  и множеством  $C$  порядков, выполняющихся для  $\xi'$   $Z$ -рекуррентных форм, имеется дефект, определенный последовательностью  $\xi$ »).

Как было уже отмечено, решение задач контроля и диагностирования является не абсолютным, а относительным, базирующимся на использовании множеств  $A, B$  и  $C$ . Алгоритм 3 сформулирован для случая множеств вида  $E_{11}^c(\xi)$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, выполняющихся для последова-

тельности  $\xi$ . По принятой классификации порядков  $Z$ -рекуррентных форм множество  $E_{11}^c(\xi)$  однозначно определяет множество  $E_{12}^c(\xi)$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм, не выполняющихся для последовательности  $\xi$ . Это означает, что в алгоритмах 1—3 вместо множеств вида  $E_{11}^c(\xi)$  могут меняться множества вида  $E_{12}^c(\xi)$ .

**Пример 1.** Для последовательности  $\xi = \langle a, a, b, d, a, b, b, d, a, d, d \rangle$  и порядков  $Z$ -рекуррентных форм  $M^1 = (\{1, 2\}, \{4, 6\})$  и  $M^2 = (\{1, 2\}, \{5\})$  рассмотрим применение алгоритма проверки, определяется ли последовательность  $\xi$   $Z$ -рекуррентными формами  $F^{M^1}$  и  $F^{M^2}$ . На первом шаге алгоритма для порядка  $M^1$  строится матрица  $H_1$ . На втором шаге алгоритма матрица  $H_1$  преобразуется в матрицу  $H_2$  в результате исключения столбцов 1, 2, 3 и строк 7, 8, 9, 10:

$$H_1 = \begin{pmatrix} a & a & b & d & a & b & b & d & a & d & d \\ - & a & a & b & d & a & b & b & d & a & d \\ - & - & a & a & b & d & a & b & b & d & a \\ - & - & - & a & a & b & d & a & b & b & d \\ - & - & - & - & a & a & b & d & a & b & b \\ - & - & - & - & - & a & a & b & d & a & b \\ - & - & - & - & - & - & a & a & b & d & a \\ - & - & - & - & - & - & - & a & a & b & d \\ - & - & - & - & - & - & - & - & a & a & b \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & a & a \end{pmatrix},$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} d & a & b & b & d & a & d & d \\ b & d & a & b & b & d & a & d \\ a & b & d & a & b & b & d & a \\ a & a & b & d & a & b & b & d \\ - & a & a & b & d & a & b & b \\ - & - & a & a & b & d & a & b \end{pmatrix}.$$

Следующий, третий шаг алгоритма, предназначен для обеспечения исходными данными декомпозиции порядка  $M^1$  на два порядка:  $M^{11} = (\{1, 2\}, \{4\})$  и  $M^{12} = (\{1, 2\}, \{6\})$ . Применяя эту декомпозицию порядка, проверим выполнимость  $Z$ -рекуррентных определений последовательности  $\xi$  с помощью  $Z$ -рекуррентных форм  $F^{M^{11}}$  и  $F^{M^{12}}$ . (Если последовательность  $Z$ -рекуррентно определяется  $Z$ -рекуррентными формами порядков  $(\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_1\})$ ,  $(\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_2\})$ , ...,  $(\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_{n_1}\})$ , то последовательность  $Z$ -рекуррентно определяется  $Z$ -рекуррентной формой порядка  $(\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\})$ . Из матрицы  $H_2$  извлекаются матрицы  $H_{21}$  и  $H_{22}$ , требующиеся для проверки выполнимости  $Z$ -рекуррентных определений  $Z$ -рекуррентными формами  $F^{M^{11}}$  и  $F^{M^{12}}$ . Для этого по формуле  $r = c - \max(|M_1 \cup M_2|) + 1$ , где  $c = 11$ ,

$M_1 = \{1, 2\}$  и  $M_2 = \{4, 6\}$ , определяется число подпоследовательностей последовательности  $\xi$ , которое требуется рассмотреть при  $Z$ -рекуррентных определениях:  $r = 6$ . Для построения матрицы  $H_{21}$  из матрицы  $H_2$  исключаются строки 2, 5, 6 и столбцы 7, 8, а для построения матрицы  $H_{22}$  исключаются строки 2, 3, 4 и столбцы 1, 2. Матрицы  $H_{21}$  и  $H_{22}$  имеют вид:

$$H_{21} = \begin{pmatrix} d & a & b & b & d & a \\ a & b & d & a & b & b \\ a & a & b & d & a & b \end{pmatrix}, \quad H_{22} = \begin{pmatrix} b & b & d & a & d & d \\ a & b & d & a & b & b \\ a & a & b & d & a & b \end{pmatrix}.$$

По определению  $Z$ -рекуррентные формы  $F^{M^{11}}$  и  $F^{M^{12}}$   $Z$ -рекуррентно определяют последовательность  $\xi$ , если в каждом столбце матриц  $H_{21}$  и  $H_{22}$  представлена функциональная зависимость элементов верхних строк матриц от соответствующих элементов нижних частей столбцов. В рассматриваемом случае  $Z$ -рекуррентные формы  $F^{M^{11}}$  и  $F^{M^{12}}$  не определяют последовательность  $\xi$ , так как в матрице  $H_{21}$  представлены не функциональные связи элементов  $(a, b) \rightarrow a$  и  $(a, b) \rightarrow d$ , а в матрице  $H_{22}$  представлены не функциональные связи элементов  $(a, b) \rightarrow b$  и  $(a, b) \rightarrow d$ . Следовательно, одним из признаков последовательности  $\xi$  является невыполнение для последовательности  $\xi$   $Z$ -рекуррентного определения с помощью  $Z$ -рекуррентной формы порядка  $M^1 = (\{1, 2\}, \{4, 6\})$ . Если для последовательности  $\xi_1 = \langle a, a, b, d, a, b, b, d, a, d, b \rangle$  и порядка  $M^3 = (\{1, 2\}, \{5\})$   $Z$ -рекуррентной формы  $F^{M^3}$  построить матрицу  $H_3$ , аналогично построению матриц  $H_{21}$  и  $H_{22}$ , то получаем, что матрицей  $H_3$  представлены функциональные связи, определяемые порядком  $M^3$ :

$$H_3 = \begin{pmatrix} a & b & b & d & a & d & b \\ b & d & a & b & b & d & a \\ a & a & b & d & a & b & b \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a, b \rightarrow a, & a, b \rightarrow a, \\ a, d \rightarrow b, & b, d \rightarrow d, \\ b, a \rightarrow b, & b, a \rightarrow b, \\ d, b \rightarrow d. \end{matrix}$$

## 2. КЛАССИФИКАЦИИ ПОРЯДКОВ $Z$ -РЕКУРРЕНТНЫХ ФОРМ

Для последовательностей фиксированной длины  $c \in N^+$  классификация порядков  $Z$ -рекуррентных форм является частью классификации для последовательностей большей длины. В общем случае классификации систематизированы в последовательность классификаций  $\Omega_1^1, \Omega_1^2, \dots, \Omega_1^c, \dots$  Порядок  $M = (M_1, M_2)$ , где  $M_1 = \{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}$ ,  $M_2 = \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\}$ , построен из элементов множества  $C = \{1, 2, \dots, c\}$  как выбор из множества  $C$  двух подмножеств  $M_1$  и  $M_2$ . Для любого  $c$  определим



последовательность возможных значений  $M_1$  на основе упорядочивания сочетаний элементов из множества  $C$  по одному, по два, ..., по  $c$ . Для  $M_1$  каждое конкретное сочетание из  $C$  по  $n = 1, 2, 3, \dots, c - 1$  элементов упорядочим в соответствии с естественным порядком чисел и предположением, что  $M_1 \in \{\{1\}, \{1, 2\}, \dots, \{1, c - 1\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \dots, \{1, 2, \dots, c - 1\}\}$ . Последовательность возможных значений  $M_2$  определим аналогично с ограничением условием, что в элементах множества  $M_2$  не содержится 1. Из двух последовательностей возможных значений  $M_1$  и  $M_2$  построим классификацию в форме такой таблицы, в которой в заглавном столбце расположены возможные значения множества  $M_1$ , а в заглавной строке — возможные значения множества  $M_2$ . На пересечении столбцов для множества  $M_1$  и строк для множества  $M_2$  в таблице размещаются показатели порядка  $M = (M_1, M_2)$   $Z$ -рекуррентной формы. С использованием классификации порядков  $Z$ -рекуррентных форм систематизируется построение числовых характеристик.

**Пример 2.** Примером классификации порядков  $Z$ -рекуррентных форм для последовательностей длины  $c = 5$  являются 210 порядков, которые расположены как элементы в таблице с первым столбцом  $\{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}\}$  и с первой строкой  $\{\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}\}$ . Например, порядок  $M = (M_1, M_2) = (\{1, 3\}, \{4\})$   $Z$ -рекуррентной формы в таблице, соответствующий рассматриваемому  $Z$ -рекуррентному определению последовательности, расположен на пересечении строки 3 и столбца 3.

### 3. АЛГЕБРА ОТНОШЕНИЙ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И КЛАССИФИКАЦИЯ ОТНОШЕНИЙ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ

Для получения теоретических результатов требуется развитие  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей на более общей алгебраической основе, позволяющей обобщенное представление последовательности. Пусть последовательность  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ , построена из элементов множества  $W_\xi$ , т. е.  $\xi$  определяется отображением  $\varphi_\xi: \{1, 2, \dots, c\} \xrightarrow{B} W_\xi$ . Различные последовательности имеют различные взаиморасположения элементов. Для того чтобы распознавать последовательности на алгебраической основе, введем для всех сравниваемых последовательностей отношения предшествования « $\prec$ » элементов в соответствии с также вводимым линейным порядком на

множестве  $W_\xi$ . На основании этого каждой анализируемой последовательности сопоставляется фундаментальная структура, в которой представлены не элементы, а их выполняющиеся или не выполняющиеся отношения предшествования. Если отношение предшествования « $\prec$ », введенное на множестве  $W_\xi$ , на каких-то позициях не выполняется, то это будем обозначать знаком « $\succ$ ». Повторы элементов в последовательности требуют употребления знака « $=$ ». Множество знаков  $\{=, \prec, \succ\}$  полагаем алгебраическим множеством в алгебре отношений предшествования

$$\Theta = (\{=, \prec, \succ\}; \{\cdot, \cup, \{\dots\}^*\}),$$

где « $\cdot$ » — операция конкатенации (умножения, сцепления последовательностей), « $\cup$ » — теоретико-множественное объединение, « $\{\dots\}^*$ » — операция ограниченной итерации, т. е. итерации с исключением пустой последовательности.

**Пример 3.** Последовательностям  $\xi_1 = \langle a, a, b, c, d, h \rangle$  и  $\xi_2 = \langle b, b, c, d, e, u \rangle$  относительно линейного порядка  $a, b, c, d, e, h, u$  соответствует одна и та же формула алгебры отношений предшествования  $\langle =, \prec, \prec, \prec, \prec \rangle$ . Это означает, что по показателю  $Z$ -рекуррентного порядка  $M = (M_1, M_2) = (\{1, 2\}, \{3\})$  последовательности  $\xi_1$  и  $\xi_2$  не различаются. Вычислительная эффективность использования замены последовательностей соответствующими им формулами алгебры отношений предшествования возрастает при увеличении длины сравниваемых последовательностей.

Для того чтобы определять порядки  $Z$ -рекуррентных форм в  $Z$ -рекуррентных определениях последовательностей, введем классификацию формул алгебры отношений предшествования.

Рассмотрим классификацию формул алгебры отношений предшествования.

Базовые классы в классификации  $\Omega_2$ :  $K_1 = \{=\}^*$ ;  $K_2 = \{\prec\}^*$ ;  $K_3 = \{\succ\}^*$ ;  $K_4 = \{=\}^* \cdot \{\prec\}^*$ ;  $K_5 = \{=\}^* \cdot \{\succ\}^*$ ;  $K_6 = \{\prec\}^* \cdot \{=\}^*$ ;  $K_7 = \{\succ\}^* \cdot \{=\}^*$ ;  $K_8 = \{\prec\}^* \cdot \{\succ\}^*$ ;  $K_9 = \{\succ\}^* \cdot \{\prec\}^*$ .

Основными производными от базовых классов являются классы:  $K_{10} = \{=\}^* \cdot \{\prec\}^* \cdot \{=\}^*$ ;  $K_{11} = \{=\}^* \cdot \{\succ\}^* \cdot \{=\}^*$ ;  $K_{12} = \{\prec\}^* \cdot \{=\}^* \cdot \{\prec\}^*$ ;  $K_{13} = \{\succ\}^* \cdot \{=\}^* \cdot \{\succ\}^*$ ;  $K_{14} = \{\prec\}^* \cdot \{=\}^* \cdot \{\succ\}^*$ ;  $K_{15} = \{\succ\}^* \cdot \{=\}^* \cdot \{\prec\}^*$ ;  $K_{16} = \{=\}^* \cdot \{\prec\}^* \cdot \{\succ\}^*$ ;  $K_{17} = \{=\}^* \cdot \{\succ\}^* \cdot \{\prec\}^*$ ;  $K_{18} = \{\prec\}^* \cdot \{\succ\}^* \cdot \{=\}^*$ ;  $K_{19} = \{\succ\}^* \cdot \{\prec\}^* \cdot \{=\}^*$ .

Классы  $K_1, K_2, \dots, K_{19}$  не имеют пересечений, и принадлежность последовательности к конкретному классу определяется достаточно просто. Существуют структуры функциональных связей элементов, которые принадлежат классу  $K_0 = \{=, \prec, \succ\}^*$ , но не принадлежат введенным классам  $K_1, K_2, \dots, K_{19}$ . Например, продолжение классификации содержит классы  $K_{20} = \{\langle =, \prec, =, \prec \rangle\}^*$  и  $K_{21} = \{\langle =, \succ, =, \succ \rangle\}^*$ , которые содержат последовательности с легко проверяемыми порядками  $Z$ -рекуррент-

ных определений. Любая последовательность из классов  $K_{20}, K_{21}$   $Z$ -рекуррентно определяется  $Z$ -рекуррентной формой порядка  $M = (M_1, M_2) = (\{1\}, \{2\})$ . Классы  $K_1, K_2, \dots, K_{21}$  соответствуют начальной части классификации.

#### 4. СВОЙСТВА ЛОГИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ ФОРМУЛ АЛГЕБРЫ ОТНОШЕНИЙ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ С $Z$ -РЕКУРРЕНТНЫМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Рассмотренная классификация разработана с целью ее применения для эффективного вычисления соответствующих последовательностям порядков  $Z$ -рекуррентных форм, по которым распознаются последовательности. Примерами такого применения служат следующие утверждения.

**Утверждение 1.** Если последовательность  $\eta$  принадлежит любому из классов  $K_1, K_2, K_3, K_6, K_7, K_{20}, K_{21}$ , то последовательность  $\eta$  определяется  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$ , где  $M = (M_1, M_2) = (\{1\}, \{2\})$ .

**Утверждение 2.** Если последовательность  $\eta$  принадлежит любому из классов  $K_8, K_9$ , то последовательность  $\eta$  определяется  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$ , где  $M = (M_1, M_2) = (\{1, 2\}, \{3\})$ .

**Утверждение 3.** Если последовательность  $\eta$  принадлежит любому из классов  $K_{10}, K_{11}$ , классу  $\{=\}^* \cdot \{<\}^* \cdot \{=\}^*$  и префикс последовательности  $\eta$ , состоящий только из последовательности равенств, имеет длину  $k$ , то последовательность  $\eta$  определяется  $Z$ -рекуррентной формой  $F^M$ , где  $M = (M_1, M_2) = (\{1, 2, \dots, k\}, \{k + 1\})$ . ♦

На основе утверждений 1–3 и аналогичных им утверждений эффективно вычисляются числовые показатели порядков  $Z$ -рекуррентных форм, характеризующих последовательность, т. е. формула алгебры отношения предшествования в ряде случаев определяет порядки  $Z$ -рекуррентных форм проще, чем это можно сделать непосредственной проверкой, выполняется ли для последовательностей  $Z$ -рекуррентная форма рассматриваемого порядка.

#### 5. ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ПРИМЕНЕНИЯ $Z$ -РЕКУРРЕНТНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

При интерпретации формул алгебры отношений предшествования как моделей  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей для последовательности  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ , в соответствующем последовательности отображении  $\varphi_\xi: \{1, 2, \dots, c\} \xrightarrow{\text{на}} W_\xi$  на множестве  $W_\xi$  вводится линейный порядок  $\psi_\xi: \{1, 2, \dots, n\} \xrightarrow{\text{на}} W_\xi$ , где  $n = |W_\xi|$ .

Отображения  $\varphi_\xi$  и  $\psi_\xi$  различаются тем, что в последовательности, определяемой отображением  $\varphi_\xi$ , не содержится повторов элементов, а в последовательности  $\xi$  такого ограничения нет. Если элемент  $a \in W_\xi$  имеет  $k$  вхождений  $a_{v_1}, a_{v_2}, \dots, a_{v_k}$  в последовательность  $\xi$ , то индексы  $v_1, v_2, \dots, v_k$  интерпретируются как номера мест элемента  $a$  в последовательности  $\xi$ . При классическом рекуррентном определении последовательности  $\xi$  с помощью рекуррентной формы  $F^m$  порядка  $m$  каждому варианту  $a_{v_\mu}$ ,  $1 \leq \mu \leq k$ , вхождения элемента  $a$  сопоставляется непосредственно предшествующая подпоследовательность длины  $m$ , однозначно определяющая элемент  $a$ . Для некоторых вхождений однозначное определение элемента  $a$  возможно с помощью непосредственно предшествующей подпоследовательности меньшей длины или предшествующей подпоследовательности с исключенными из подпоследовательности элементами.  $Z$ -рекуррентное определение предназначено для:

— представления функциональных связей элементов в последовательности более полной и глубокой числовой структурой (множеством порядков  $Z$ -рекуррентных форм, выполняющихся при  $Z$ -рекуррентном определении последовательностей);

— исключения в подпоследовательности предшествующих элементов лишних, не требующихся для однозначности определения, элементов;

— исключения условия обязательного предшествования элементов последовательности, относящихся к аргументам, элементам, которые определяются аргументами.

Введение  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей ориентируется на решение задач контроля и диагностирования процессов, представленных последовательностями событий, и на систематизированное представление информации о структурах функциональных связей элементов в последовательностях. При построении различных вариантов математических моделей СЧМС наблюдаемые или теоретически определенные процессы существенно характеризуются функциональными зависимостями между событиями в процессах. При этом построенные по наблюдениям последовательности событий не всегда представляются в последовательностях в соответствии с условием предшествования причины следствию во времени, что учтено в  $Z$ -рекуррентных определениях последовательностей. Задачи контроля и диагностирования в управлении решаются для проверки работоспособности, обнаружения и идентификации дефектов в функционировании СЧМС, а также для использования контрольной и диагностической информации при выборе управляющего воз-





действия. Предполагается, что аппарат  $Z$ -рекуррентного определения последовательностей применяется на базе предварительных построений моделей процессов в системе, на основе использования компактных и заранее вычисленных значений показателей процессов. В реальном масштабе времени числовые характеристики процессов в форме наборов показателей порядков  $Z$ -рекуррентных форм определяются только для фактического, анализируемого процесса.

Задачи контроля и диагностирования при управлении в момент  $t$  (в интервале  $\Delta t$ ) решаются, прежде своего, с целью проверки работоспособности системы и идентификации дефектов в процессах, а также для обеспечения органа и средств управления дополнительной информацией. Принципиальная невозможность полностью заменить СЧМС формальной моделью и, главное, в конкретный момент времени определить соответствие СЧМС ее модели по всем показателям модели приводит к не устраняемой неопределенности. В управлении СЧМС, в которой имеются дефекты и нарушения в процессах, значение контроля и диагностирования процессов возрастает, в частности, возрастают требования к решению задач контроля и диагностирования в реальном масштабе времени. Компактные числовые показатели порядков  $Z$ -рекуррентных форм, определяющих процессы и которые во всех случаях, кроме одного фактического процесса, можно вычислять заранее до реального управления и размещать часть правил управления вне СЧМС. Предполагается, что в взаиморасположении элементов в последовательности представлены для событий группы причин, группы следствий и их причинно-следственные связи.

Для того чтобы применять математический аппарат, требуется причинно-следственные связи событий перевести в функциональные зависимости между значениями показателей свойств событий. Эту первоначальную задачу предлагается решать на основе  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей.

*Задача 1* построения функциональных зависимостей между значениями показателей свойств событий в процессах.

*Заданы:* набор свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$ , по которым характеризуются события; набор множеств  $U_1, U_2, \dots, U_k$  значений показателей свойств; последовательность  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ , для которой каждому элементу  $a_v$ ,  $1 \leq v \leq c$ , сопоставлен вектор  $h(a_v) = (a_{v1}, a_{v2}, \dots, a_{vk})$ , где  $a_{v\mu}$ ,  $1 \leq \mu \leq k$ ; значение свойства  $R_\mu$  в событии  $a_v$ .

*Требуется определить* функциональные зависимости между значениями показателей свойств со-

бытий в процессе, представленном последовательностью  $\xi$ .

*Метод решения* задачи 1. В соответствии с классификацией порядков  $Z$ -рекуррентных форм для последовательностей длины  $c$ , применяя алгоритм  $Z$ -рекуррентного определения последовательностей, вычисляются для последовательности  $\xi$  подмножества  $\Omega_\xi^+$  (выполняющихся для последовательности  $\xi$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм) и  $\Omega_\xi^-$  (не выполняющихся для последовательности  $\xi$  порядков  $Z$ -рекуррентных форм) множества  $\Omega_\xi$ . Если порядок  $M = (\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\})$  принадлежит подмножеству  $\Omega_\xi^+$ , то по порядку  $M$  определяется  $n_2$  функциональных зависимостей  $f_1^\xi, f_2^\xi, \dots, f_{n_2}^\xi$  между значениями показателей свойств событий.

Функция  $f_\omega^\xi$ ,  $1 \leq \omega \leq n$ , определяется множеством равенств  $a_{j_\omega+t} = f_\omega^\xi(a_{i_1+t}, a_{i_2+t}, \dots, a_{i_{n_1}+t})$ , где значения  $t$  соответствуют вхождению элементов  $a_{i_1+t}, a_{i_2+t}, \dots, a_{i_{n_1}+t}, a_{j_\omega+t}$  в последовательность  $\xi$  для проверки выполнимости  $Z$ -рекуррентного порядка  $M^\omega = (\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_\omega\})$ .

Функциональные зависимости  $f_1^\xi, f_2^\xi, \dots, f_{n_2}^\xi$  между значениями показателей свойств событий определяют базу для выбора математического аппарата, представляющего функции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачи контроля и диагностирования реальных СЧМС не имеют абсолютных решений, ставятся и решаются относительно выбранного множества вариантов функционирования в работоспособном состоянии СЧМС и при множестве  $D$  неисправностей в технике и оборудовании, ошибок в командно-информационных управляющих процессах, при неправильных действиях человеческих звеньев в управлении и др. В данной работе предполагается, что в моделях процессов, т. е. в последовательностях, взаиморасположение элементов представляет причинно-следственные связи событий. Это предположение переносится на  $Z$ -рекуррентные определения последовательностей: в порядках  $Z$ -рекуррентных форм предполагаются определенными причинно-следственные связи событий через функциональные зависимости элементов. В  $Z$ -рекуррентных определениях зависимости между элементами обобщены до функциональных зависимостей между местами

для элементов в последовательности. Порядок  $M = (\{i_1, i_2, \dots, i_{n_1}\}, \{j_1, j_2, \dots, j_{n_2}\})$   $Z$ -рекуррентной формы  $F^M$  характеризует последовательность  $\xi$  как последовательность, в которой события, расположенные в ней на местах  $i_1 + t, i_2 + t, \dots, i_{n_1} + t$ , однозначно определяют события, расположенные на местах  $j_1 + t, j_2 + t, \dots, j_{n_2} + t$  (значения  $t$  определяются в соответствии с длиной последовательности  $\xi$  и порядком  $M$ ). Множество порядков  $Z$ -рекуррентных форм, выполняющихся для последовательности  $\xi$ , используется как единственная характеристика процесса по модели в виде последовательности  $\xi$ , но может использоваться как часть информации о событии и процессе для управления СЧМС. Существенное свойство  $Z$ -рекуррентного определения последовательности состоит в том, что при таком определении представляются связи событий, а не изолированные события.

Таким образом, для постановок и решений задач контроля и диагностирования процессов в сложных человеко-машинных системах разработаны основные положения, модели и методы, принципиально расширено классическое рекуррентное определение последовательностей на основе введенного  $Z$ -рекуррентного определения последовательностей. Для последовательностей, представляющих причинно-следственные связи событий, предлагается использовать полную характеристику функциональных связей между элементами последовательности, что возможно при сопоставлении последовательности всех вариантов порядков  $Z$ -рекуррентных форм, выполняющихся для последовательности. Введена классификация порядков  $Z$ -рекуррентных форм и разработаны алгоритмы, реализующие  $Z$ -рекуррентные определения. Разработана алгебра отношений предшествования элементов в последовательности, позволяющая эф-

фективно проверять  $Z$ -рекуррентные определения последовательности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Твердохлебов В.А. Геометрическая форма автоматных отображений, рекуррентное и  $Z$ -рекуррентное определение последовательностей // Изв. Саратовского ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2016. — Т. 16, вып. 2. — С. 232–241.
2. Твердохлебов В.А.  $Z$ -рекуррентное определение последовательностей в задачах контроля и диагностирования процессов в системах // Доклады академии военных наук. — 2016. — № 2 (70). — С. 43–47.
3. Твердохлебов В.А. Управление потоками состояний крупномасштабных систем // Материалы Восьмой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2015» / ИПУ РАН. — М., 2015. — С. 333–335.
4. Аleshкин А.П., Архипова И.Г., Полиенко В.Н. и др. Метод рекуррентного оценивания параметров движения подводного объекта по данным космических навигационных определений буксируемой аппаратуры потребителя // Радиопромышленность. — 2018. — № 1. — С. 57–61.
5. Умирзаков И.Х. Рекуррентный метод определения различных наборов кластеров и распределения кластеров по размерам в системе с конечным числом частиц // Бултеровские сообщения. — 2015. — Т. 44, № 10. — С. 45–63.
6. Брега Г.В. Рекуррентный подход к управлению рисками в инновационной деятельности // Управленческие науки. — 2015. — № 2. — С. 50–57.
7. Анцев Г.В., Лысенко Л.Н., Петров В.А. Повышение точности определения параметров орбит на основе применения операторов совмещения витковых оценок по результатам малоинтервальной обработки данных ГЛОНАСС // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Приборостроение. — 2016. — № 5 (110). — С. 99–110.
8. Daum F. Nonlinear Filters: Beyond the Kalman Filter // IEEE Aerospace and Electronic Syst. — 2005. — Vol. 8. — P. 57–71.

Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

**Твердохлебов Владимир Александрович** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов, ✉ [tverdokhlebovva@list.ru](mailto:tverdokhlebovva@list.ru).

Поступила в редакцию 03.07.2018, после доработки 30.10.2018.  
Принята к публикации 12.11.2018.

## Новая книга

**Салтыков С.А., Русяева Е.Ю. Подходы к определению приоритетов в науке и инновациях.** — М.: ИПУ РАН, 2018. — 150 с.

Представлены подходы к определению приоритетности научных исследований и инноваций. Предложен экспертно-наукOMETрический подход к оценке приоритетности научных коллективов, который соединяет в себе достоинства экспертного и формального подходов. Приоритетность тем научных исследований на различные периоды упреждения определяется с помощью типологии уровней готовности научных исследований, позволившей сформулировать подходы к устранению разомкнутости инновационного цикла. Для различения приоритетности научных тематик различного «размера» предложена типология структурных уровней научного знания, на каждом из которых вопрос о приоритетности ставится по-разному. Для идентификации междисциплинарных тем научных исследований разработана типология междисциплинарности. В качестве примера процедуры определения тематической приоритетности выполнено исследование, показывающее взаимную приоритетность исследований по блокчейну как виду распределенного реестра, приоритетного в цифровой экономике, и работам по теории игр с несовершенной информацией.

Для специалистов в области науковедения, методологии науки, студентов и аспирантов соответствующих специальностей, работников Министерства науки и высшего образования РФ, лиц, интересующихся вопросами организации научных исследований.

Рецензенты: д-р техн. наук Ю.В. Сидельников, д-р экон. наук С.И. Черных.