УДК 658.314.7:330.115

ПРАВИЛЬНЫЕ АДАПТИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ С ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ[1]

В.В. Цыганов

Рассмотрены проблемы построения адаптивных механизмов функционирования активных систем, обеспечивающих как стремление их элементов к выполнению планов, так и раскрытие их потенциала и идентификацию их параметров. Поставлена задача синтеза правильного адаптивного механизма функционирования двухуровневой активной системы с идентификацией, в котором планирование и стимулирование выполнения плана сочетается с эффективной настройкой моделей ограничений активных элементов на основе информации об их входах и выходах. Найдены достаточные условия правильности адаптивного механизма с идентификацией. Полученные результаты проиллюстрированы на примере механизма повышения энергоэффективности железнодорожного транспорта.

Ключевые слова: активность, адаптивность, механизм, план, идентификация, энергоэффективность.

ВВЕДЕНИЕ

Один из подходов к построению механизмов функционирования организационных систем в условиях неопределенности основан на идее адаптации. Теоретическое направление, связанное с построением адаптивных механизмов функционирования (АМФ) организационных систем, нашло свое отражение в работах [1—5]. В таких механизмах информация о состояниях элементов системы, получаемая в процессе управления, используется органом управления (Центром) для настройки подсистем АМФ — процедур планирования, распределения ресурсов и стимулирования с целью повышения эффективности. Таким образом, адаптивные механизмы со временем улучшаются. Необходимость в их применении возникает, если Центр работает в условиях неопределенности и имеющаяся априори информация недостаточна для того, чтобы заранее спроектировать эффективный детерминированный механизм. Адаптивный механизм должен обеспечить достижение цели системы, а сбор, хранение и переработка информации о ее элементах необходимы лишь в минимальной степени.

При построении АМФ организационной системы естественно попытаться применить методы и алгоритмы идентификации и самоорганизации, развитые для решения задач управления техническими системами [6, 7]. Однако при этом следует учитывать человеческий фактор — активность элементов системы, связанную с наличием у них собственных целей. Ведь информация о процедурах адаптивного управления позволяет дальновидному активному элементу (АЭ) предсказывать будущие управляющие решения (планы, ресурсы, стимулы), в зависимости от выбора им собственного состояния «сегодня». При этом АЭ может выбирать свое состояние так, чтобы, применяя указанные процедуры, максимизировать собственную целевую функцию. Выбранное таким образом состояние АЭ, как правило, отличается от желательного для Центра. В этих условиях непосредственное применение Центром алгоритмов идентификации, разработанных применительно к техническим системам, вообще говоря, неэффективно.

Например, на практике механизм функционирования сложной организации в условиях неопределенности часто основан на адаптивной, по сути, процедуре планирования «от достигнутого», при которой планы растут при увеличении показателей АЭ [4, 5]. Тогда, занижая свои показатели, АЭ может добиться менее напряженных планов в будущем. Поэтому эффективность такого механизма

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и ОАО «РЖД» (проект № 17-20-05216).

зависит от заинтересованности АЭ в использовании своего производственного, финансового, коммерческого и иных потенциалов.

Прогрессивные АМФ ориентированы на раскрытие потенциала АЭ, неизвестного Центру. Они позволяют не только повысить текущую эффективность функционирования АС, но и идентифицировать структуру АЭ. Например, в работе [2] была поставлена задача точной идентификации детерминированной структуры АЭ, определяемой скалярным параметром. Было получено условие сильной прогрессивности, обеспечивающее максимальную скорость сходимости оценки к параметру АЭ. В дальнейших исследованиях прогрессивных АМФ рассматривались более сложные АС (подробный обзор этих работ дан в монографии [1]). Например, в работе [4] рассмотрены АС с зависимыми векторными АЭ, имеющими недетерминированные структуры, определяемые случайными векторными параметрами. Даны постановки задач синтеза и найдены достаточные условия существования прогрессивных АМФ, в которых стимулирование АЭ увязано с результатами идентификации.

Правильные адаптивные механизмы. Недостаток прогрессивных АМФ — отсутствие гарантий выполнения планов. Поэтому и задачи синтеза процедур планирования в прогрессивных АМФ практически не рассматривались. С другой стороны, правильные механизмы функционирования АС ориентированы на выполнение планов [5]. В связи с этим, в работе [6] было введено понятие правильного АМФ, нацеленного на выполнение АЭ планового задания Центра в случае, если плановые показатели достижимы в сложившейся ситуации. В противном случае, правильный АМФ должен обеспечить заинтересованность АЭ в максимальной степени выполнения планов. В работе [4] рассматривалась АС, содержащая Центр и АЭ с управляемой стохастической моделью ограничений. Была поставлена и решена задача оптимального синтеза правильного АМФ. Недостаток такого АМФ — отсутствие гарантий раскрытия потенциала и идентификации модели ограничений АЭ.

Изложенное обусловливает актуальность рассматриваемой в настоящей работе задачи построения правильного АМФ с идентификацией, который обеспечивал бы как стремление АЭ к выполнению планов, так и раскрытие потенциала, с возможностью прогнозирования параметров АС.

1. СТРУКТУРА И МЕХАНИЗМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим двухуровневую АС, на верхнем уровне которой находится Центр, а на нижнем — N активных элементов. Состояние i-го АЭ в периоде t характеризует величина[2] $y_t^i \in R^1$, $i \in N$. На вход i-го АЭ в периоде t подается известное воздействие (ресурс) r_t^i, $r_t^i \in Q_t^i \subset R^M$, $i \in N$. Кроме того, i-й АЭ подвергается неизвестному Центру воздействию внешней среды. При этом

$$y_t^i \in Y_t^i(p_t^i) = [0,\ W_t^i(p_t^i)], \quad p_t^i = (\zeta_t^i,\ r_t^i),$$

$$p_t^i \in P_t^i = \Xi_t^i \cup Q_t^i, \quad t = 1, 2, ..., \qquad (1)$$

где $Y_t^t(p_t^i)$ и $W_t^i(p_t^i)$ — соответственно множество допустимых состояний i-го АЭ и его ограничение; ζ_t^i — экзогенный параметр i-го АЭ, характеризующий влияние внешней среды на эти множества, $\zeta_t^i \in \Xi_t^i$; $p_t^i = (\zeta_t^i,\ r_t^i)$ — параметр множества допустимых состояний i-го АЭ, $i \in N$. Введем также обозначения: $z_t^i = W_t^i(p_t^i)$, где z_t^i — максимальное состояние (потенциал) i-го АЭ; $z_t = (z_t^1, ..., z_t^N)$ — потенциал АС; $\zeta_t = (\zeta_t^1, ..., \zeta_t^N)$, $p_t = (p_t^1, ..., p_t^N)$, $p_t \in P_t = \bigcup_{i=1}^{N}(\Xi_t^i \cup Q_t^i)$, где P_t — множество допустимых параметров АС; $Y_t(p_t) = \bigcup_{i=1}^{N} Y_t^t(p_t^i)$ — множество допустимых состояний АС, $t = 1, 2, ...$

Порядок и механизм функционирования. Рассмотрим следующий порядок функционирования АС в периоде t, $t = 1, 2, ...$ В начале этого периода Центру и АЭ становится известна $r_t = (r_t^1, ..., r_t^N)$. Кроме того, Центру известен вектор a_{t-1} такой, что:

$$x_t = \pi(a_{t-1}), \quad x_t = (x_t^1, ..., x_t^N) \in R^N,$$

$$\pi(a_{t-1}) = [\pi^1(a_{t-1}), ..., \pi^N(a_{t-1})], \qquad (2)$$

где x_t^i — план i-го АЭ на период t, вектор-функция $\pi(a_{t-1})$ — процедура планирования, $t = 1, 2, ..., a_\tau = (a_\tau^1, ..., a_\tau^N)^T \in R^N$, $\tau = 0, 1, 2, ...$, $a_0^i = a_i^0$, $i \in N$. Предполагается, что функция $\pi^i(a_{t-1})$ монотонно возрастает по каждому аргументу: $\partial\pi^i(..., a_{t-1}^j, ...)/\partial a_{t-1}^j > 0$, $i, j \in N$.

Далее, i-му АЭ становится известна реализация — конкретное значение параметра ζ_t^i в периоде t. Тем самым, ему становится известен па-

[2] Для формализации натурального ряда индексов от 1 до N употребляется запись $i \in N$.

раметр p_t^i. Исходя из этого, i-й АЭ выбирает состояние $y_t^i \in Y_t^i(p_t^i)$, $i \in N$. После этого Центру становится известно состояние АС $y_t = (y_t^1, ..., y_t^N)$. Далее, в зависимости от выполнения плана x_t, Центр назначает стимул i-му АЭ:

$$\varphi_t^i = f^i(x_t, y_t) \in R^1, \quad \partial f^i(x_t, y_t)/\partial y_t^i > 0,$$
$$\partial f^i(x_t, y_t)/\partial x_t^k < 0, \quad k \in N, \qquad (3)$$

где $f^i(x_t, y_t)$ — процедура стимулирования i-го АЭ, $i \in N$.

В конце периода t Центр, основываясь на известной величине r_t и наблюдении y_t, формирует вектор a_t с помощью рекуррентной процедуры идентификации:

$$a_t = I_t(a_{t-1}, r_t, y_t), \quad I_t(\cdot) = [I_t^1(\cdot), ..., I_t^N(\cdot)],$$
$$\partial I_t^i(a_{t-1}, r_t, y_t)/a_{it-1} > 0, \; a_0 = (a_1^0, ..., a_N^0)',$$
$$t = 1, 2, ..., \qquad (4)$$

где $I_t(a_{t-1}, r_t, y_t)$ — вектор-функция. Совокупность процедур идентификации (4), планирования (2) и стимулирования (3) называется адаптивным механизмом функционирования АС и обозначается $\Sigma = (I, \pi, f)$.

2. РЕШЕНИЕ ИГРЫ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассмотрим игру АЭ как некооперативную параллельную дискретную игру с ненулевой суммой и неполной информацией. Именно, будем предполагать, что i-й АЭ стремится к увеличению суммы дисконтированных стимулов (3):

$$V_t^i = \sum_{\tau=t}^{t+T} \rho_i^{\tau-t} \varphi_\tau^i, \quad 0 < \rho_i < 1, \quad t = 1, 2, ..., \qquad (5)$$

где ρ_i — коэффициент дисконтирования, T — дальновидность i-го АЭ. Для оценки величины (5) в условиях неопределенности i-й АЭ использует собственные прогнозы:

— множеств возможных параметров АС $P_{i\tau}$, причем $P_{i\tau} \subset P_\tau$, $\tau = \overline{t+1, t+T}$, $i \in N$;

— множеств возможных состояний АС $Y_{i\tau}(p_{i\tau})$, причем $Y_{i\tau}(p_{i\tau}) \subset Y_\tau(p_\tau)$, $\tau = \overline{t+1, t+T}$, $i \in N$.

При выборе состояния y_t^i в условиях неопределенности АЭ ориентируется на гарантированное значение целевой функции (5) при собственных прогнозах:

$$w_t^i(x_t, y_t) =$$
$$= \min_{p_\tau \in P_{i\tau}, i \in N, \tau = \overline{t+1, t+T}} \; \min_{y_\tau \in Y_{i\tau}(p_{i\tau}), i \in N, \tau = \overline{t+1, t+T}} V_t^i. \qquad (6)$$

В качестве решения игры АЭ рассмотрим равновесие Нэша в чистых стратегиях. Именно, множество решений игры как состояний АС, максимизирующих гарантированные значения целевых функций АЭ (6), имеет вид

$$R_t(\Sigma, p_t) = \{y_t^* \in Y(p_t) | w_t^i(x_t, y_t^{i*}, y_t^{-i*}) \ge$$
$$\ge w_t^i(x_t, y_t^i, y_t^{-i*}), \; y_t^i \in Y_t^i(p_t^i), \; i \in N\}, \qquad (7)$$

где $y_t^{-i*} = (y_t^{1*}, ..., y_t^{i-1*}, y_t^{i+1*}, ..., y_t^{N*})$. Предполагается, что справедлива гипотеза благожелательности АЭ по отношению к Центру: если $z_t \in R_t(\Sigma, p_t)$, то $y_t^* = z_t$, $t = 1, 2, ...$ Содержательно она означает, что АЭ не занижают свои показатели, если им это невыгодно.

3. ПРОГРЕССИВНЫЕ АДАПТИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Как указывалось в § 1, потенциал АС z_t зависит от параметра АС ζ_t, неизвестного Центру. Поэтому, чтобы управлять АС, Центру нужна настраиваемая модель потенциала АС. Модели такого рода широко используются в технических системах [3]. Проблема в том, что АЭ может влиять на результаты настройки модели, выбирая состояния так, чтобы увеличить свой доход [1].

Предположим вначале, что все АЭ раскрывают свои потенциалы: $y_t^* = z_t$. Тогда для настройки модели потенциала АС можно воспользоваться типовым алгоритмом идентификации [3]. Именно, полагая, что АС функционирует в стационарном режиме (или режиме нормальной работы) [3], рассмотрим настраиваемую модель потенциала i-го АЭ:

$$\hat{z}_t^i = c_{t-1}^i q^i(r_t), \; \hat{z}_t = (\hat{z}_t^1, ..., \hat{z}_t^N),$$

$$c_{t-1} = (c_{t-1}^1, ..., c_{t-1}^N)', \; t = 1, 2, ..., \; c_0^i = a_i^0, \qquad (8)$$

где $\hat{z}_t^i$ и $\hat{z}_t$ — соответственно оценка потенциала i-го АЭ и АС в периоде t, c_t^i и c_t — соответственно настраиваемый параметр модели i-го АЭ и АС, q^i — функция входа r_t, $q^i(r_t) \ge 0$, $i \in N$. Содержательно, (8) — это настраиваемая модель производственной функции i-го АЭ.

Предположим, что Центр наблюдает потенциал АС z_t, а его цель заключается в минимизации средних потерь идентификации $L(c) = M_\zeta\{\Phi(\varepsilon_t)\}$, где функция потерь $\Phi(\varepsilon_t)$ — выпуклая дважды дифференцируемая функция невязки $\varepsilon_t = z_t - \hat{z}_t$, $\Phi(0) = 0$, M_ζ — оператор математического ожидания — усреднения по всем реализациям случайного параметра АС ζ_t. В соответствии с общим подходом [3], обозначим через $L_t(c, z^t) = \left(\sum_{\tau=1}^{t}\Phi(\varepsilon_\tau)\Big|_{c_{\tau-1}=c}\right)/t$ эмпирические средние потери, характеризующие качество идентификации, $z^t = (z_1, ..., z_t)'$. Тогда оптимальная выборочная оценка АС

$$\hat{c}_t = \arg\min_c L_t(c, z^t) = \hat{c}_{t-1} - \gamma_t\nabla_c\Phi(\varepsilon_t) \equiv$$
$$\equiv I_t(\hat{c}_{t-1}, r_t, z_t), \quad t = 1, 2, ..., \quad \hat{c}_0^i = a_i^0, \qquad (9)$$

где $\nabla_c\Phi(\varepsilon_t)$ — градиент функции потерь $\Phi(\varepsilon_t)$: $\nabla_c\Phi(\varepsilon_t) = (\partial\Phi(\varepsilon_t)/\partial c_{t-1}^1, ..., \partial\Phi(\varepsilon_t)/\partial c_{t-1}^N)^T$ — вектор-столбец производных функции $\Phi(\varepsilon_t)$ по c_{t-1}^i; $\gamma_t = (\delta_{ij}\gamma_{it})$ — диагональная матрица коэффициентов усиления порядка N, δ_{ij} — символ Кронекера, $i, j \in N$. Коэффициенты γ_{it} выбираются так, чтобы оценка (9) сходилась к оптимальной оценке $c*$:

$$\hat{c}_t = \arg\min_c L_t(c, z^t) \underset{c}{\to} c* = \arg\min_c L(c),$$
$$\gamma_{it} > \gamma_{it+1} > 0, \quad \gamma_{it}\frac{\partial^2\Phi(\varepsilon_t)}{\partial c_{t-1}^{i\,2}} < 1, \quad i \in N. \qquad (10)$$

С другой стороны, АЭ выбирают состояние y_t^* из множества решений игры $R_t(\Sigma, p_t)$. Поэтому, вообще говоря, $y_t^* \ne z_t$. Предположим, что Центр, наблюдая состояние y_t^*, определяет выборочную оценку a_t настраиваемого параметра c_t с помощью процедуры (9):

$$a_t = \arg\min_a L_t(a, y^{t*}) = a_{t-1} - \gamma_t\nabla_a\Phi(t) \equiv$$
$$\equiv I_t(a_{t-1}, r_t, y_t^*), \quad \Phi(t) \equiv \Phi(y_t^* - \hat{y}_t),$$
$$y^{t*} = (y_1^*, ..., y_t^*)^T, \quad \hat{y}_t = (\hat{y}_t^1, ..., \hat{y}_t^N)^T,$$
$$\hat{y}_t^i = a_{t-1}^i q^i(r_t), \quad a_{t-1} = (a_{t-1}^1, ..., a_{t-1}^N)^T, \ (11)$$
$$\gamma_{it}\frac{\partial^2\Phi(\varepsilon_t)}{\partial c_{t-1}^{i\,2}} < 1, \quad t = 1, 2, ..., \quad a_0^i = a_i^0, \quad i \in N,$$

где $\nabla_a\Phi(t) = (\partial\Phi(t)/\partial a_{t-1}^1, ..., \partial\Phi(t)/\partial a_{t-1}^N)^T$ — вектор-столбец. Тогда, при $y_t^* \ne z_t$, оценка a_t не сходится к оптимальному параметру $c*$. Возникает задача построения АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$, обеспечивающего эту сходимость:

$$a_t = I_t(a_{t-1}, r_t, y_t^*) \underset{t}{\to} c*, \quad y_t^* \in R_t(\Sigma, p_t). \quad (12)$$

Адаптивный механизм $\Sigma = (I, \pi, f)$ называется прогрессивным, если $y_t^* = z_t$, $t = 1, 2, ...$ В силу выражений (10) и (11), прогрессивный АМФ решает задачу (12), обеспечивая идентификацию параметров модели потенциала АС.

Введем оператор $g_t y_t^i$, осуществляющий последовательно следующие операции с дифференцируемой функцией $\Omega(..., y_t^i)$ (такой, как $f^i(x_t, y_t)$):

— дифференцирование функции $\Omega(..., y_t^i)$ по переменной y_t^i;

— устранение неопределенности полученной производной $\partial\Omega(..., y_t^i/\partial y_t^i)$ в отношении параметров и состояний АС, предшествующих выбору y_t, на основе принципа гарантированного результата:

$$g_t y_t^i = \min_{p_t \in P_t}\min_{p_{t-1} \in P_{t-1}}\min_{y_{t-1} \in Y_{t-1}(p_{t-1})} ...$$
$$... \min_{p_1 \in P_1}\min_{y_1 \in Y_1(p_1)}\frac{\partial}{\partial y_t^i}, \qquad (13)$$

где $\min_{p_0 \in P_0}\min_{y_0 \in Y_0(p_0)} \equiv 1$, $i \in N$, $t = 1, 2, ...$

Введем также оператор $d_t u$, сконструированный подобно оператору (13), но отличающийся от оператора $g_t y_t^i$ тем, что $d_t u$ устраняет неопределенность получаемой в результате его применения производной в отношении параметров и состояний АС, следующих за выбором состояния y_t, на всем горизонте дальновидности T:

$$d_t u = \min_{\tau = \overline{t+1, t+T}}\min_{p_{t+1} \in P_{t+1}}\min_{y_{t+1} \in Y_{t+1}(p_{t+1})} ...$$
$$... \min_{p_\tau \in P_\tau}\min_{y_\tau \in Y_\tau(p_\tau)}\frac{\partial}{\partial u}, \quad t = 1, 2, ... \qquad (14)$$

Применяя операторы (13) и (14) и предполагая дифференцируемость вектор-функций $\pi(a_{t-1})$ и $f(x_t, y_t)$, обозначим:

$$F_t^i = (d_t x_\tau^1 \varphi_\tau^i, ..., d_t x_\tau^N \varphi_\tau^i), \quad G_t^i = g_t y_t^i[-\nabla_a\Phi(t)],$$
$$J_t = (d_t a_{\tau-1}^k[-x_\tau^l]), \quad h_{kt} = d_t a_{\tau-1}^k[\partial\Phi(\tau)/\partial a_{\tau-1}^k],$$
$$i, k, l \in N, \quad t = 1, 2, ... \qquad (15)$$

Теорема 1. *Адаптивный механизм функционирования* $\Sigma = (I, \pi, f)$ — *прогрессивный, если*

$$g_t y_t^i \varphi_t^i + F_t^i J_t \sum_{\tau = t+1}^{t+T} \rho_i^{\tau - t}(E - \gamma_t H_t)^{\tau - t - 1}\gamma_t G_t^i \geq 0,$$

$$i \in N, \quad t = 1, 2, \ldots \blacklozenge \tag{16}$$

Доказательство теоремы 1 приведено в Приложении 1.

Заметим, что примененный при доказательстве теоремы 1 метод поиска точки равновесия Нэша для АС с произвольным числом АЭ основан на том, что целевая функция i-го АЭ монотонно возрастает по его состоянию y_t^i на множествах возможных текущих и будущих параметров и состояний АС, если выполняются неравенства (16), $i \in N$. Поскольку условия (14)—(16) налагают конкретные ограничения на процедуры идентификации I, планирования π и стимулирования f в АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$, теорема 1 создает основу для практической реализации прогрессивных АМФ, обеспечивающих стремление всех АЭ к раскрытию потенциала. В свою очередь, это дает возможность решения задачи (12), т. е. идентификации параметров модели потенциала АС.

Отметим, что теорема 1 позволяет решать задачи синтеза процедур планирования в прогрессивных АМФ, которые в работах [1, 2, 4, 6] не рассматривались. Кроме того, подход, использованный при формулировке и доказательстве теоремы 1, применим для синтеза прогрессивных АМФ с апробированными в технических системах рекуррентными алгоритмами адаптивной идентификации [3], которые можно представить в виде (4).

4. ПРАВИЛЬНЫЕ АДАПТИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Как указывалось во Введении, практически важно построить правильный АМФ, нацеленный на выполнение АЭ плановых заданий в случае, если они достижимы в сложившейся ситуации (при конкретной реализации случайного параметра ζ_t). В противном случае правильный АМФ должен обеспечивать заинтересованность АЭ в максимальной степени выполнения плана. В соответствии с изложенным в § 1, план x_t назначается до того, как i-му АЭ становится известным значение случайного параметра ζ_t^i. Более того, Центру значение ζ_t вообще неизвестно. Поэтому план x_t может не принадлежать множеству возможных состояний АС $Y_t(p_t)$.

Формально, план x_t реален (или нереален), если $x_t \in Y_t(p_t)$ (или, соответственно, $x_t \notin Y_t(p_t)$. Следуя общему определению [6], в рассматриваемом случае правильный АМФ должен обеспечивать выбор i-м АЭ состояния y_t^i из некоторого подмножества $A_t^i(x_t^i, p_t^i)$, принадлежащего границе множества возможных состояний i-го АЭ, $i \in N$. Но, согласно выражению (1), эта граница представляет собой точку $W_t^i(p_t^i)$. Следовательно, $A_t^i(x_t^i, p_t^i) = W_t^i(p_t^i)$. Таким образом, согласно работе [6, *см. формулу* (7)], множество оптимальных состояний i-го АЭ в периоде t

$$B_t^i(x_t^i, p_t^i) = \begin{cases} x_t^i, & x_t^i \in Y_t^i(p_t^i), \\ W_t^i(p_t^i), & x_t^i \notin Y_t^i(p_t^i), t = 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{17}$$

Далее, по определению, согласно работе [6 *см. формулу* (8)], АМФ — правильный, если

$$R_t(\Sigma, p_t) \subset B_t(x_t, p_t) \equiv \bigcup_{i=1}^{N} B_t^i(x_t^i, p_t^i) \; \forall p_t \in P_t. \tag{18}$$

Тогда, в рассматриваемом случае, из формул (7), (17) и (18) следует, что АМФ — правильный, если

$$y_t^* = \begin{cases} x_t, & x_t \in Y_t(p_t), \\ W_t(p_t), & x_t \notin Y_t(p_t), t = 1, 2, \ldots \end{cases} \tag{19}$$

Таким образом, вообще говоря, $y_t^* \neq z_t$. Если при этом Центр, наблюдая состояние y_t, определяет выборочную оценку АС с помощью процедуры (11), то эта оценка (a_t) не сходится к оптимальной оценке $(c*)$. Следовательно, проблема идентификации потенциала АС актуальна и при правильном АМФ.

5. СИНТЕЗ ПРАВИЛЬНОГО АДАПТИВНОГО МЕХАНИЗМА С ИДЕНТИФИКАЦИЕЙ

Задача синтеза правильного адаптивного механизма с идентификацией (ПАМИ) ставится как задача построения АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$, обеспечивающего выполнение условий (12) и (19). Обозначим

$$\underline{\pi^i(a_{t-1})} \equiv \min_{p_t \in P_t} \min_{p_{t-1} \in P_{t-1}} \ldots \min_{p_1 \in P_1} \pi^i(a_{t-1}^z),$$

$$i \in N, \; a_\tau^z = I_\tau(a_{t-1}^z, r_\tau, z_\tau), \quad \tau = \overline{1, t-1},$$

$$a_0^z = a^0, \quad t = 2, 3, \ldots \tag{20}$$

Теорема 2. *Адаптивный механизм функционирования* $\Sigma = (I, \pi, f)$ *— ПАМИ, если выполняется условие* (16) *и*

$$\pi^i(a^0) \geq \max_{p_1^i \in P_1^i} W_1^i(p_1^i), \quad i \in N, \tag{21}$$

$$\underline{\pi^i(a_{t-1})} \geq \max_{p_t^i \in P_t^i} W_t^i(p_t^i), \quad t = 2, 3, \ldots \blacklozenge \tag{22}$$

Доказательство теоремы 2 приведено в Приложении.

Заметим, что неравенства (21) и (22) увязывают требования к АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$ (т. е. субъекту управления) с характеристиками АЭ (т. е. объекта управления), которые, вообще говоря, неизвестны Центру. Именно, согласно теореме 2, чтобы обеспечить прогрессивность АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$, Центр должен выбрать процедуру планирования π так, чтобы выполнить неравенства (21) и (22). Но для этого необходимо сопоставить начальные планы и потенциалы всех АЭ, а также их потенциалы и минимальные планы в будущем. Учитывая, что потенциалы АЭ априори неизвестны Центру, возникает вопрос: как Центр может обеспечить выполнение неравенств (21) и (22)? Возможный ответ связан с использованием Центром априорных оценок, заведомо гарантирующих выполнение неравенств (21) и (22). Именно, предположим, что Центру известны множества $\hat{P}_1^i$, $i \in N$, а также множества $\tilde{P}_t$, $t = 2, 3, \ldots$, такие, что

$$\hat{P}_1^i \supset P_1^i, \quad i \in N, \quad \tilde{P}_t \supset P_t, \quad t = 2, 3, \ldots \tag{23}$$

Тогда ответ на поставленный вопрос дает

Следствие. *Адаптивный механизм функционирования* $\Sigma = (I, \pi, f)$ *— ПАМИ, если выполняется условие* (16) *и*

$$\pi^i(a^0) \geq \max_{p_1^i \in \hat{P}_1^i} W_1^i(p_1^i), \quad i \in N, \tag{24}$$

$$\min_{p_t \in \tilde{P}_t} \min_{p_{t-1} \in \tilde{P}_{t-1}} \ldots \min_{p_1 \in \tilde{P}_1} \pi^i(a_{t-1}^z) \geq \max_{p_t^i \in \tilde{P}_t^i} W_t^i(p_t^i),$$
$$t = 2, 3, \ldots \blacklozenge \tag{25}$$

Доказательство следствия приведено в Приложении.

Таким образом, зная априори множества $\hat{P}_1^i$, $i \in N$, а также множества $\tilde{P}_t$, $t = 2, 3, \ldots$, и используя следствие, Центр может строить ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$, не зная точно текущих и будущих параметров и состояний АС. Теорема 2 и следствие создают основу для практической реализации ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$, заинтересовывающих АЭ раскрывать свой потенциал для выполнения планов. При этом неравенства (24) и (25) определяют условия, при которых план, назначаемый АЭ, равен или больше потенциала этого АЭ. Действительно, при выполнении условия (16), как указывалось в § 3, гарантированные значения целевых функций АЭ растут с увеличением показателей их эффективности. Но, согласно неравенствам (21) и (22), назначенный АЭ план равен потенциалу или превышает его. Поэтому стимулы АЭ растут и по мере приближения показателя к плану. Таким образом, при выполнении условий теоремы 2 каждый АЭ заинтересован в увеличении своего показателя эффективности до предельно достижимого уровня (соответствующего потенциалу АЭ) и выполнении планов. Отметим, что подход, использованный при формулировке и доказательстве теоремы 2, применим и для синтеза ПАМИ с помощью рекуррентных алгоритмов [3], представимых в виде (4).

6. СИНТЕЗ ПРОЦЕДУРЫ ПЛАНИРОВАНИЯ

Как уже указывалось, при синтезе прогрессивных АМФ задачи построения процедур планирования в работах [1, 2, 4, 6] не исследовались. Посмотрим, какими свойствами должна обладать процедура планирования π для того, чтобы ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$ удовлетворял условиям теоремы 2, при заданных процедурах идентификации I и стимулирования f. Для простоты предположим, что $N = 1$, и опустим в вышеприведенных формулах индекс $i \equiv 1$. Если функция потерь квадратичная: $\Phi(t) = (y_t - \hat{y}_t)^2/2$, то процедура идентификации, согласно выражению (11), линейная:

$$a_t = I_t^l(a_{t-1}, r_t, y_t) = [1 - \gamma_t q^2(r_t)]a_{t-1} + \gamma_t q(r_t) y_t,$$
$$a_0 = a^0, \quad 0 < \gamma_t q^2(r_t) < 1, \quad t = 1, 2, \ldots \tag{26}$$

Предположим, что процедура планирования (2) также линейная:

$$x_t = \pi_l(a_{t-1}) = k a_{t-1} q(r_t),$$
$$k > 0, \quad t = 1, 2, \ldots, \tag{27}$$

где k — коэффициент усиления плана. Обозначим $\underline{W}_\mu = \min_{p_\mu \in P_\mu} W_\mu(p_\mu)$, $\mu = \overline{1, t-1}$, $\overline{W}_t = \max_{p_t \in P_t} W_t(p_t)$. Тогда, с учетом формулы (27), условие (21) приобретает вид:

$$k \geq \overline{W}_1 / a^0 q(r_1). \tag{28}$$

Далее, воспользовавшись выражением (26) как рекуррентным соотношением, с учетом формулы (27) нетрудно представить условия (22) в виде:

$$k \geq \overline{W}_t \Big/ \Bigg\{ \min_{p_t \in P_t} \min_{p_{t-1} \in P_{t-1}} \ldots \min_{p_1 \in P_1} q(r_t) \times$$

$$\times \Bigg[a^0 \prod_{\tau=1}^{t-1} [1 - \gamma_\tau q^2(r_\tau)] + \sum_{\sigma=1}^{t-2} \theta(t-2)\gamma_\sigma q(r_\sigma)\underline{W}_\sigma \times$$

$$\times \prod_{\tau=\sigma+1}^{t-1} [1 - \gamma_\tau q^2(r_\tau)] + \gamma_{t-1} q(r_{t-1})\underline{W}_{t-1} \Bigg] \Bigg\},$$

$$\theta(t-2) = \begin{cases} 1, & t \geq 3 \\ 0, & t < 3 \end{cases}, \quad t = 2, 3, \ldots \qquad (29)$$

Нетрудно также показать, что условие (16) в рассматриваемом случае имеет вид:

$$k \leq g_t y_t \varphi_t [1 - \rho(1 - \gamma_t \underline{h}_t)]/\rho\gamma_t \underline{q}_t (-F_t) \times$$

$$\times [1 - \rho^T (1 - \gamma_t \underline{h}_t)^T], \quad \underline{q}_t = \min_{r_t \in Q_t} q(r_t),$$

$$\underline{h}_t = \min_{r_\tau \in Q_\tau,\, \tau = \overline{t+1, t+T}} q^2(r_\tau), \quad t = 1, 2, \ldots \qquad (30)$$

Таким образом, теорема 2 устанавливает ограничения снизу и сверху в виде неравенств (28)—(30) на коэффициент усиления k.

Рассмотрим случай стационарных пределов изменения ограничений АЭ: $\underline{W}_t = \underline{W}$, $\overline{W}_t = \overline{W}$, $t = 1, 2, \ldots$ Согласно выражению (1), $\underline{W} \geq 0$. В частности, при $\underline{W} = 0$ для выполнения неравенств (28)—(30) достаточно, чтобы

$$k_{\min} \leq k \leqslant g y_t \varphi_t [1 - \rho(1 - \gamma_t \underline{h}_t)]/\rho\gamma_t \underline{q}_t (-F_t) \times$$

$$\times [1 - \rho^T (1 - \gamma_t \underline{h}_t)^T],$$

$$k_{\min} = \overline{W}/a^0 \underline{q} \prod_{\tau=1}^{S-1} (1 - \gamma_\tau \bar{h}_\tau), \quad t = 1, 2, \ldots \qquad (31)$$

где S — число периодов (дальновидность Центра), на которое Центр устанавливает ПАМИ $\Sigma_l = (I^l, \pi_l, f)$, $\underline{q} = \min_{1 \leq t \leq S} \underline{q}_t$, $\bar{h}_\tau = \max_{r_\tau \in Q_\tau} q^2(r_\tau)$.

Заметим, что, согласно условиям (21) и (22), план не должен быть меньше максимального состояния — потенциала АЭ. В случае, если план превышает потенциал, возникает неустранимый разрыв между планом и состоянием АЭ. В психологии подобный разрыв между ожиданиями и реальностью называют когнитивным диссонансом. На практике он приводит к недовольству АЭ, обоснованно считающего планы завышенными. Центр же недоволен невыполнением планов. Поэтому как Центр, так и АЭ заинтересованы в минимизации когнитивного диссонанса. Для этого в организационных системах применяются адаптивные механизмы и высокие гуманитарные технологии [7]. В рассматриваемом случае, для выполнения неравенств (28)—(30) при минимальном когнитивном диссонансе, следует выбирать минимальный коэффициент усиления плана, удовлетворяющий условиям (31), т. е. $k = k_{\min}$.

Далее предположим, что процедура стимулирования (3) линейна:

$$f(x_t, y_t) = s(y_t - x_t), \quad s > 0. \qquad (32)$$

Тогда, учитывая выражения (13)—(15), получаем, что при $k = k_{\min}$ условие (31) приобретает вид:

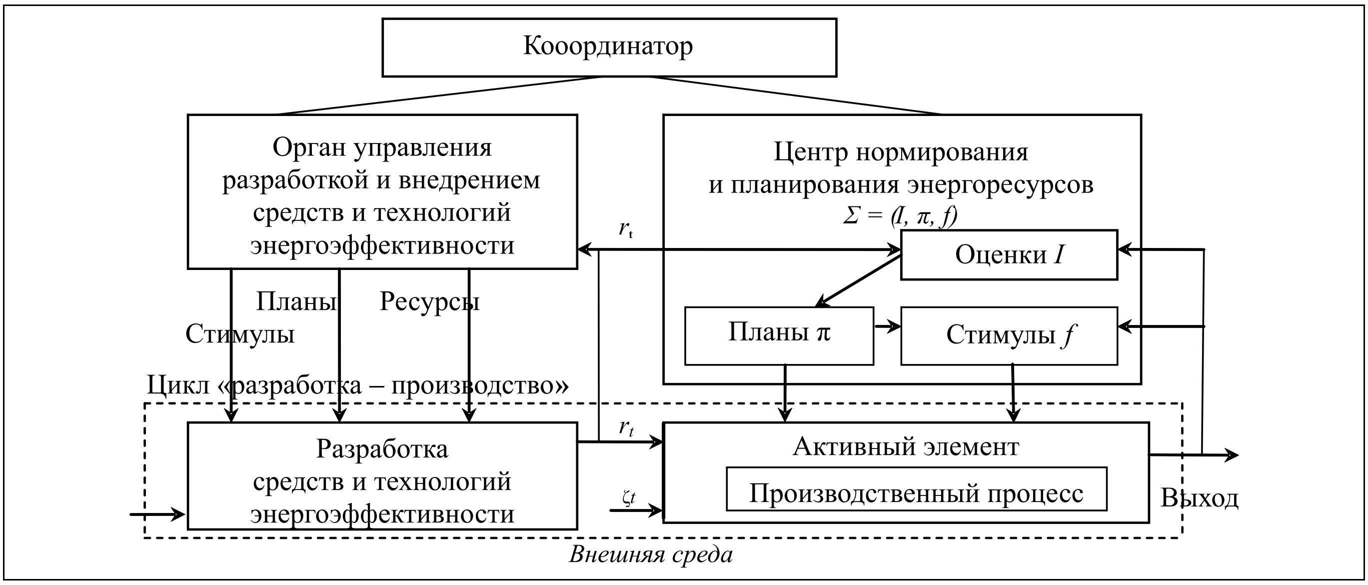
$$\overline{W}/a^0 \underline{q} \prod_{\tau=1}^{S-1} (1 - \gamma_\tau \bar{h}_\tau) \leq [1 - \rho(1 - \gamma_t \underline{h}_t)]/\rho\gamma_t \underline{q}_t \times$$

$$\times [1 - \rho^T (1 - \gamma_t \underline{h}_t)^T], \quad t = 1, 2, \ldots \qquad (33)$$

Рассмотрим, например, случай малости параметра $\gamma_t q^2(r_t)$: $\gamma_t q^2(r_t) \ll 1$, $t = 1, 2, \ldots$ Это возможно, в частности, при малом коэффициенте усиления в процедуре идентификации γ_t, недостатке ресурсов r_t или неэффективном их использовании (малости производственной функции $q(r_t)$). Если $\gamma_t q^2(r_t)$ стремится к нулю: $\gamma_t q^2(r_t) \to 0$, $t = 1, 2, \ldots$, то согласно определению в неравенстве (30), $\gamma_t \underline{h}_t \to 0$. В предельном случае, полагая в выражениях (31) и (33) $\gamma_t \underline{h}_t = \gamma_\tau \bar{h}_\tau = 0$, получаем соответственно, что $k_{\min} = \overline{W}/a^0 \underline{q}$ и $\overline{W}/a^0 \underline{q} \leq (1 - \rho)/[\rho\gamma_t \underline{q}_t [1 - \rho^T)]$, $t = 1, 2, \ldots$ Тогда для синтеза ПАМИ, при минимальном когнитивном диссонансе, достаточно выбрать коэффициент усиления плана $k = \overline{W}/a^0 \underline{q}$. При этом процедура планирования (27) приобретает вид: $x_t = \overline{W} a_{t-1} q(r_t)/a^0 \underline{q}$, $t = 1, 2, \ldots$

7. ПРИМЕР: МЕХАНИЗМЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Проиллюстрируем постановку и результаты решения задачи синтеза ПАМИ на примере построения механизмов внедрения средств и технологий энергоэффективности на железнодорожном транспорте. В условиях роста затрат на энергию необходима система управления энергоэффективностью производственных процессов. Для этого в ОАО «РЖД» создана многоуровневая система энергетического менеджмента (СЭнМ), интегрированная в общую систему управления производственной деятельностью [8]. На корпоративном уровне функционирует управление планирования



Структура управления циклом разработки и внедрения средств и технологий энергоэффективности на железнодорожном транспорте: r_t — ресурсы, выделяемых органом управления разработками на внедрение в производство средств и технологий энергоэффективности, ζ_t — случайное воздействие внешней среды

и нормирования материально-технических ресурсов, а на региональном — топливно-энергетические центры железных дорог, осуществляющие функции управления энергоэффективностью. На каждом уровне назначен руководитель, организующий выделение необходимых для СЭнМ ресурсов — материальных, финансовых, трудовых, информационных и др. Важнейшим ресурсом повышения эффективности СЭнМ служат инновационные средства и технологии энергосбережения.

С другой стороны, инновационную деятельность в ОАО «РЖД» регламентирует стандарт [9], определяющий систему управления научно-техническими работами. Ее функционирование на корпоративном уровне обеспечивает департамент технической политики, а на региональном — службы научно-технической политики железных дорог. Возникает проблема согласования системы научно-технического развития с СЭнМ, которая, по сути, является подсистемой корпоративного управления производством. Сложность проблемы согласования этих разнородных систем и формирования соответствующего целостного цикла «разработка — производство» для крупномасштабной корпорации (такой, как ОАО «РЖД») определяет актуальность разработки моделей и методов построения организационных механизмов внедрения энергоэффективных средств и технологий.

Рассмотрим эту проблему с позиций теории активных систем, а также развитой на ее основе прикладной теории управления отраслевым циклом «разработка — производство» [1]. Организационная структура двухуровневой системы управления разработкой и внедрением средств и технологий энергоэффективности на железнодорожном транспорте представлена на рисунке.

Центр нормирования и планирования энергоресурсов (кратко — Центр) обеспечивает энергоэффективность производственных процессов, используя соответствующие процедуры идентификации I, планирования π и стимулирования f, объединенные в АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$. Орган управления разработкой и внедрением средств и технологий энергоэффективности планирует, обеспечивает и стимулирует соответствующие работы (см. рисунок). Корпоративный центр (координатор) осуществляет общее руководство и координацию управления циклом «разработка — производство» в области энергоэффективности.

В условиях неопределенности реальные механизмы функционирования СЭнМ основаны, как правило, на адаптивных процедурах планирования «от достигнутого». Важно, чтобы эти механизмы учитывали человеческий фактор, были прогрессивными, т. е. заинтересовывали производственный персонал в снижении рисков, сокращении сроков и затрат на внедрение средств и технологий энергоэффективности. Без этого эффективное их внедрение невозможно, и сама их разработка теряет смысл. Прогрессивный же механизм позволяет определить и прогнозировать потенциал энергоэффективности производства, применяя эффективные алгоритмы идентификации [3].

На практике недостаток прогрессивных механизмов заключается в возможности отклонения фактических показателей производства от планов. Однако при акценте на выполнении плана потенциал внедрения средств и технологий энергоэффективности может использоваться не полностью. Ведь при формировании плана Центр не в состоянии учесть случайные помехи и другие факторы, которые становятся известны персоналу лишь в процессе внедрения. Это повышает риски, увеличивает сроки и затраты на внедрение, делает неэффективными типовые алгоритмы идентификации [3].

Теоремы 1 и 2 создают фундамент для практической реализации ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$, обеспечивающих стремление производственного персонала как к выполнению планов, так и к раскрытию потенциала внедрения средств и технологий энергоэффективности. Именно, при выполнении условия (16), гарантированные величины целевых функций (т. е. стимулов) производственных коллективов растут с увеличением показателей их эффективности (например, экономии энергоресурсов). А поскольку, согласно условиям (21) и (22), план равен указанному потенциалу (или превышает его), то стимулы персонала растут и по мере приближения показателя к плану. Таким образом, при выполнении условий теорем 1 и 2, производственный персонал заинтересован в увеличении показателя энергоэффективности до предельно достижимого уровня. Это дает возможность идентификации и прогнозирования потенциала повышения энергоэффективности.

При этом условия (16), (21) и (22) ограничивают параметры процедур идентификации I, планирования π и стимулирования f в ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$. В частности, при заданных процедурах идентификации I и стимулирования f, эти условия налагают конкретные и, в некотором смысле, противоречивые ограничения на процедуру планирования π. Содержательно это означает, что условия (21) и (22) требуют назначения напряженных планов, а условие (16) — ограниченных темпов их роста при увеличении показателей. Ведь, при слишком высоких темпах адаптивного планирования «от достигнутого», теряется заинтересованность персонала в росте энергоэффективности. Таким образом, Центр должен задавать напряженные планы, которые, однако, не должны слишком быстро расти при успешной работе персонала. Например, при линейной процедуре планирования (27) и квадратичной функции потерь идентификации, эти ограничения в ПАМИ $\Sigma_l = (I^l, \pi_l, f)$ имеют вид (31).

Далее, при заданных процедурах идентификации I и планирования π, условие (16) требует гарантированных темпов роста стимулирования при увеличении энергоэффективности. Содержательно, прирост текущего стимула персонала за хорошую работу сегодня должен перекрывать потери от снижения будущих стимулов, связанные с увеличением будущих плановых заданий по энергоэффективности при планировании «от достигнутого».

Рассмотрим, например, адаптивный механизм повышения энергоэффективности железнодорожного предприятия $\Sigma = (I, \pi, f)$ с линейной процедурой идентификации (26), планирования (27) и стимулирования (32). Предположим стационарность верхнего предела потенциала предприятия ($\underline{W}_t = \underline{W}$, $t = 1, 2, \ldots$) и малость $q(r)$: $q(r) \to 0$ (например, из-за недостатка централизованно выделяемых средств r или неэффективного их использования), а также $\underline{W} = 0$. Повторяя рассуждения, проведенные в § 6, получаем, что $\Sigma = (I, \pi, f)$ — ПАМИ, если $a_t = a_{t-1} + \gamma_t q(r_t) y_t + o(q(r_t))$, $x_t = \overline{W}\, a_{t-1} q(r_t)/a^0 \underline{q}$, $f(x_t, y_t) = s(y_t - x_t)$, $a_0 = a^0$, $s > 0$, $t = 1, 2, \ldots$ Теперь Центр (управление планирования и нормирования материально-технических ресурсов ОАО «РЖД» или топливно-энергетический центр железной дороги), зная численные значения a^0, r_t, s и используя коэффициенты γ_t из подходящего алгоритма идентификации [3], а также оценку потенциала АЭ $\underline{W}$, может рассчитывать параметры, планы и стимулы АЭ. Этот пример иллюстрирует прозрачность ПАМИ $\Sigma = (I, \pi, f)$, а также практическую применимость разработанных условий (16), (21) и (22).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставлена задача синтеза адаптивного механизма управления двухуровневой активной системой, обладающего свойствами прогрессивности и правильности. Найдены достаточные условия синтеза правильных адаптивных механизмов с идентификацией (ПАМИ), в которых планирование и стимулирование активных элементов, ориентированное на выполнение планов, совмещается с раскрытием их потенциала и эффективной настройкой моделей ограничений. Эти условия позволяют решать задачи оценки и прогнозирования потенциала организационных систем, применяя алгоритмы адаптивной идентификации в технических системах. Полученные результаты создают теоретическую основу для построения механизмов управления, снижающих риски и сокращающих сроки и затраты на внедрение средств и технологий энергоэффективности, в частности, как показано в рассмотренном примере, на железнодорожном транспорте.

Заметим, что решения задачи синтеза ПАМИ получены в предположениях, что состояние активного элемента (АЭ) характеризует скалярная величина, а его модель ограничений не зависит от других АЭ. Поэтому возможные направления дальнейших исследований ПАМИ связаны с изучением случаев, когда состояние АЭ характеризует вектор, а потенциалы АЭ взаимозависимы. Многообразие алгоритмов идентификации, разработанных применительно к техническим системам, определяет также интерес к исследованию ПАМИ с процедурами идентификации, отличными от рассмотренных выше. Кроме того, как оказалось, синтез ПАМИ, даже при линейных процедурах идентификации, планирования, стимулирования и единственном АЭ, весьма трудоемкий. Поэтому в перспективе придется уделить внимание решению более адекватных практике сложных задач синтеза ПАМИ с нелинейными процедурами идентификации, планирования и стимулирования в активных системах со многими АЭ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Дифференцируя V_t^i по y_t^i, согласно формуле (5) получаем:

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial y_t^i} = \frac{\partial \varphi_t^i}{\partial y_t^i} + \sum_{\tau = t+1}^{t+T} \rho_i^{\tau - t} \sum_{b=1}^{N} \frac{\partial \varphi_\tau^i}{\partial x_\tau^b} \sum_{s=1}^{N} \frac{\partial x_\tau^b}{\partial a_{\tau-1}^s} \frac{\partial a_{\tau-1}^s}{\partial y_t^i},$$

$$i \in N. \qquad (\text{П}.1)$$

Подставляя выражение (11) для a_t в формулу (П.1) и используя его как рекуррентное соотношение, имеем:

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial y_t^i} = \frac{\partial \varphi_t^i}{\partial y_t^i} + \sum_{\tau = t+1}^{t+T} \rho_i^{\tau - t} \Delta_x^T \varphi_\tau^i J_\tau(a_{\tau-1}) \times$$

$$\times \prod_{\sigma = t+1}^{\tau - 1} (E - \gamma_\sigma S_\sigma)\gamma_t \bar{\Phi}_{it}, \quad i \in N, \qquad (\text{П}.2)$$

где $\Delta_x^T \varphi_\tau^i = (\partial\varphi_\tau^i/\partial x_\tau^1, \ldots, \partial\varphi_\tau^i/\partial x_\tau^N)$ — вектор-строка, $J_\tau(a_{\tau-1}) = (\partial x_\tau^k/\partial a_{\tau-1}^l)$ — матрица Якоби вектор-функции $x_\tau = \pi(a_{\tau-1})$ размером $N \times N$; $E = (\delta_{kl})$ — единичная матрица порядка N, $S_\sigma = (\delta_{kl}\Phi''_{k\sigma})$ — матрица размером $N \times N$, в которой $\Phi''_{k\sigma} \equiv \partial^2\Phi(\sigma)/\partial(a_{\sigma-1}^k)^2$ — вторая производная функции $\Phi(\sigma) = \Phi(y_\sigma^* - \hat{y}_\sigma)$ по $a_{\sigma-1}^k$, определяемая согласно выражению (11), $k, l \in N$, $\bar{\Phi}_{it} \equiv$ $\equiv (-\partial^2\Phi(t)/\partial a_{t-1}^1 \partial y_t^i, \ldots, -\partial\Phi^2(t)/\partial a_{t-1}^N \partial y_t^i)^T$ — вектор-столбец.

Рассмотрим знаки и оценки слагаемых в формуле (П.2). Согласно выражению (3), первое слагаемое $\partial\varphi_t^i/\partial y_t^i \ge 0$. В соответствии с определениями (13) и (15), при любых допустимых предшествующих состояниях $y_\mu \in Y_\mu(p_\mu)$ и параметрах $p_\mu \in P_\mu$, $\mu = \overline{1, t-1}$, выполняется

$$\partial\varphi_t^i/\partial y_t^i \ge g y_t^i \varphi_t^i. \qquad (\text{П}.3)$$

Определим теперь знак второго слагаемого. В силу формулы (2) $\partial x_\tau^k/\partial a_{\tau-1}^l > 0$, а в силу формулы (3) $\partial\varphi_\tau^i/\partial x_\tau^k < 0$, $i, k, l \in N$. Далее, учитывая неравенство (11), получаем, что $\Phi''_{k\sigma} \equiv \partial^2\Phi(\sigma)/\partial a_{\sigma-1}^{k\,2} < \gamma_{k\sigma}^{-1}$, так что все диагональные элементы матрицы $\prod_{\sigma=t+1}^{\tau-1}(E - \gamma_\sigma S_\sigma)$ положительны. Кроме того, в матрице $\gamma_t = (\delta_{ij}\gamma_{it})$, согласно условию (10), $\gamma_{it} > 0$. Наконец, $\Phi(y_t - \hat{z}_t)$ — выпуклая дважды дифференцируемая функция, растущая при увеличении невязки $y_t - \hat{z}_t$. Поэтому все компоненты градиента $\nabla_a\Phi(y_t - \hat{z}_t)$ монотонно убывают по y_t^i, так что $\partial^2\Phi(t)/\partial a_{t-1}^k \partial y_t^i < 0$, $k \in N$. Следовательно, все элементы вектор-столбца $\bar{\Phi}_{it}$ положительны, $i \in N$. Учитывая знаки всех сомножителей, получаем, что второе слагаемое в формуле (П.2) отрицательно.

Отсюда, учитывая определения (13)—(15) и условие $\gamma_{it} > \gamma_{it+1}$ (10), нетрудно показать, что при любых допустимых предшествующих состояниях $y_\mu \in Y_\mu(p_\mu)$, $\mu = \overline{1, t-1}$, и параметрах $p_\eta \in P_\eta$, $\eta = \overline{1, t}$, а также при любых допустимых будущих состояниях $y_\beta \in Y_\beta(p_\beta)$ и параметрах $p_\beta \in P_\beta$, $\beta = \overline{t+1, t+T}$, справедливо:

$$\sum_{\tau=t+1}^{t+T} \rho_i^{\tau-t} \nabla'_x \varphi_\tau^i J_\tau(a_{\tau-1}) \prod_{\sigma=t+1}^{\tau-1} (E - \gamma_\sigma H_\sigma)\gamma_t \Phi''_{it} \ge$$

$$\ge F_t^i J_t \sum_{\tau=1}^{T} \rho_i^\tau (E - \gamma_t H_t)^{\tau-1} \gamma_t G_t^i, \; i \in N, \quad t = 1, 2, \ldots \; (\text{П}.4)$$

Суммируя неравенства (П.3) и (П.4), получаем, с учетом формулы (П.2):

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial y_t^i} \ge g_t y_t^i \varphi_t^i + F_t^i J_t \sum_{\tau=1}^{T} \rho_i^\tau (E - \gamma_t H_t)^{\tau-1} \gamma_t G_t^i,$$

$$i \in N, \; t = 1, 2, \ldots$$

Но тогда, по условию теоремы (16), $\partial V_t^i/\partial y_t^i \ge 0$, так что V_t^i — неубывающая функция y_t^i при любых прошлых и будущих допустимых состояниях и параметрах. Учитывая, что $P_{i\tau} \subset P_\tau$ и $Y_{i\tau}(p_{i\tau}) \subset Y_\tau(p_\tau)$, $\tau = \overline{t+1, t+T}$, $i \in N$, согласно формуле (6), максимум $w_t^i(x_t, y_t)$ достигается при $y_t = z_t$. Поэтому, в соответствии с выражением (7), $z_t \in R_t(\Sigma, p_t)$. Но тогда, в силу гипотезы благожелательности АЭ по отношению к Центру, имеем $y_t^* = z_t$, $t = 1, 2, \ldots$ Теорема доказана.

Доказательство теоремы 2. В силу выражения (1), из $x_t \in W_t(p_t)$ следует $x_t = W_t(p_t)$. Учитывая, что $W_t(p_t) = z_t$, условие правильности АМФ (19) можно представить в виде:

$$y_t^* = \begin{cases} x_t, & x_t \in \operatorname{int} Y_t(p_t), \\ W_t(p_t), & x_t \notin \operatorname{int} Y_t(p_t),\ t = 1, 2, ..., \end{cases} \qquad (\text{П.5})$$

где $\operatorname{int} Y_t(p_t)$ — внутренность множества $Y_t(p_t)$: $\operatorname{int} Y_t(p_t) = Y_t(p_t) \backslash W_t(p_t)$. Поэтому для выполнения соотношения (П.2) в периоде t достаточно, чтобы $\pi(a_{t-1}) \notin \operatorname{int} Y_t(p_t)$, $\forall p_t \in P_t$ При этом возможно либо $\pi(a_{t-1}) \in W_t(p_t)$, либо $\pi(a_{t-1}) \notin W_t(p_t)$. В случае $\pi(a_{t-1}) \in W_t(p_t)$ из $x_t \in W_t(p_t)$ следует $x_t = W_t(p_t)$ или $x_t^i = W_t^i(p_t^i)$, $i \in N$. В случае $\pi(a_{t-1}) \notin W_t(p_t)$ имеем $\pi(a_{t-1}) \notin Y_t(p_t)$, так что $x_t^i > W_t^i(p_t^i)$, $i \in N$. Таким образом, условие $\pi(a_{t-1}) \notin \operatorname{int} Y_t(p_t)$ эквивалентно условию

$$x_t^i \geq W_t^i(p_t^i), \quad i \in N, \quad \forall p_t \in P_t, \quad t = 1, 2, ... \qquad (\text{П.6})$$

По условию (21) теоремы, неравенство (П.6) заведомо выполняется при $t = 1$. Далее, при $t = 2, 3, ...$, x_t^i зависит от состояний и параметров АС в предыдущих периодах, $i \in N$. По условию теоремы 2, справедливо условие (16). Но тогда, в силу теоремы 1, имеем $y_t^* = z_t = W_t(p_t)$. Отсюда, применяя оператор (20), получаем: $x_t^i \geq \underline{\pi^i(a_{t-1})}$, $i \in N$, $\forall p_t \in P_t$, $t = 2, 3,...$ Таким образом, при $t = 2, 3, ...$, неравенства (П.6) заведомо выполняются при $\underline{\pi^i(a_{t-1})} \geq \max\limits_{p_t^i \in P_t^i} W_t^i(p_t^i)$, $i \in N$. Но последние неравенства справедливы по условию (22) теоремы. Таким образом, доказано выполнение условия (П.6). Поэтому условие правильности АМФ (П.5) вырождается в равенство $y_t^* = z_t$, $t = 1, 2, ...$ Но тогда из оценок (9) и (11) получаем, вследствие $\hat{c}_0^i = a_0^i = a_i^0$, $i \in N$, что $a_t = I_t(a_{t-1}, r_t, y_t^*) = I_t(\hat{c}_{t-1}, r_t, z_t) = \hat{c}_t$, $t = 1, 2, ...$ Следовательно, в силу оценки (10), $a_t \underset{t}{\rightarrow} c^*$, т. е. выполняется условие идентификации (12). Поэтому АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$, как обеспечивающий выполнение условий (12) и (19), представляет собой ПАМИ. Теорема доказана.

Доказательство следствия. В силу выражения (23) $\hat{P}_1^i \supset P_1^i$, $i \in N$, так что $\max\limits_{p_1^i \in \hat{P}_1^i} W_1^i(p_1^i) \geq \max\limits_{p_1^i \in P_1^i} W_1^i(p_1^i)$, и из условия (24) следует условие (21). Кроме того, $\tilde{P}_t \supset P_t$, $t = 2, 3, ...$, так что $\max\limits_{p_t^i \in \tilde{P}_t^i} W_t^i(p_t^i) \geq \max\limits_{p_t^i \in P_t^i} W_t^i(p_t^i)$. Отсюда, учитывая неравенство (20), из неравенства (25) получаем условие (22). Но тогда, согласно теореме 2, АМФ $\Sigma = (I, \pi, f)$ — ПАМИ. Следствие доказано.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы в отраслевом управлении. — М.: Наука, 1991. — 166 с.
2. *Бурков В.Н.*, *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы функционирования активных систем. I. Активная идентификация и прогрессивность // Автоматика и телемеханика. — 1985. — № 9. — С. 87—94.
3. *Цыпкин Я.З.* Основы информационной теории идентификации. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
4. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы функционирования активных систем. III. Обучение и управление // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 3. — С. 117—126.
5. *Бурков В.Н.*, *Кондратьев В.В.* Механизмы функционирования организационных систем. — М.: Наука, 1981. — 384 с.
6. *Цыганов В.В.* Правильные адаптивные механизмы // Автоматика и телемеханика. — 1989. — № 6. — С. 95—106.
7. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы и высокие гуманитарные технологии. — М.: Академический проект, 2012. — 351 с.
8. *Стандарт* ОАО «РЖД» «Система управления энергоэффективностью производственных процессов. Основные положения». — 2012. — URL: http://jd-doc.ru/2012/dekabr-2012/3945-rasporyazhenie-oao-rzhd (дата обращения: 21.08.2017).
9. *Стандарт* ОАО «РЖД» «Инновационная деятельность в ОАО «РЖД». Управление реализацией научно-технических работ». — 2011. — URL: http://rzd-expo.ru/innovation/standards_in_innovation/ (дата обращения: 21.08.2017).

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.И. Гераськиным.

Цыганов Владимир Викторович — д-р техн. наук,
гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ bbc@ipu.ru.