

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ПРОХОДКИ С ТРЕМЯ ПАРАМЕТРАМИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ БУРЕНИЯ НЕФТЕГАЗОВЫХ СКВАЖИН

А.А. Цуприков

Аннотация. Рассмотрены виды разрушения породы на забое при различных значениях нагрузки на долото, проанализированы известные отечественные и зарубежные модели скорости проходки. Выявлено, что как функции степенного вида они экстремумов не имеют, поэтому для оптимизации бурения непригодны. Кроме того, с их помощью можно оперативно управлять регулированием только одного параметра – нагрузки на долото. Построена математическая модель на базе кривой синусоиды, позволяющая одновременно управлять тремя параметрами режима бурения – осевой нагрузкой на долото, частотой его вращения и расходом бурового раствора для промывки скважины. Проверена адекватность модели процессу бурения, выполнена её программная реализация. Модель позволяет автоматически в ходе бурения распознавать породу на забое, адаптироваться под неё и вычислять параметры управления, оптимальные для разрушения проходимой породы. Модель предназначена для применения в интеллектуальной системе оптимального адаптивного управления бурением нефтегазовых скважин.

Ключевые слова: анализ математических моделей скорости бурения, экстремум функции, модель с тремя параметрами управления, оптимальное адаптивное управление, адекватность модели.

ВВЕДЕНИЕ

Основным буровым процессом при строительстве скважин является механическое разрушение породы долотом на забое, которое описывается уравнением механической скорости проходки v_m . На величину скорости бурения оказывают влияние многочисленные факторы – нагрузка на долото, крутящий момент на долоте, частота его вращения, расход и давление бурового раствора, реологические свойства раствора, литологические характеристики породы на забое и др.

На большом массиве промысловых и экспериментальных данных бурения М.Г. Бингхэм (США) подробно изучил функцию $v_m = f(\bar{G})$, где \bar{G} – удельная (т.е. приведённая к площади забоя $S_3 = \pi D_d^2/4$, D_d – диаметр долота) осевая нагрузка на долото [1, 2]. Он пришёл к выводу, что эта функция является степенной и унимодальной, а также имеет форму S-образной кривой, приведённой на рис. 1. Качественная связь функции с физико-механическими свойствами проходимого пласта породы и параметрами промывочной жидкости

также определена Бингхэмом. Отечественная и зарубежная практика бурения подтверждает эти выводы, см. работы [2 – 9] и др.

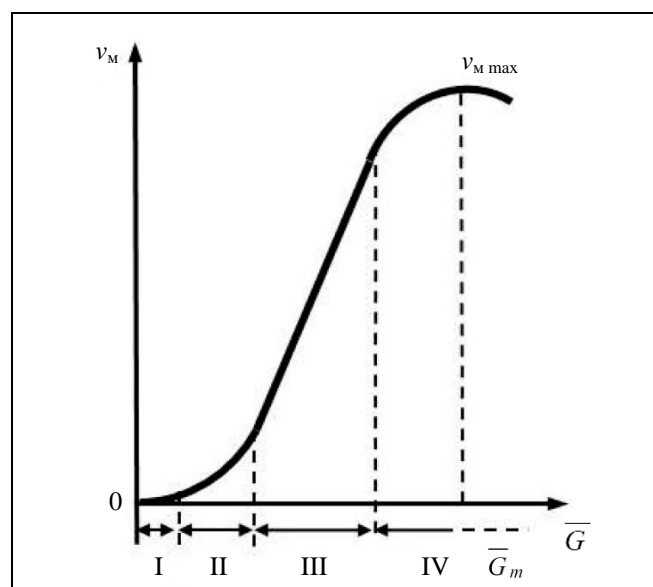


Рис. 1. S-образная кривая Бингхэма

Согласно М.Г. Бингхэму, функция скорости v_m имеет несколько зон:

- зона I – осевые нагрузки малы, разрушение породы несущественное, в виде поверхностного истирания, давление зубьев долота на породе меньше предела её прочности;
- зона II – контактное давление зубьев долота на забой возрастает, от породы откалываются небольшие кусочки, что приводит к заметному росту скорости v_m по нелинейному закону степенного вида;
- зона III – значение нагрузки G становится больше, чем предел прочности породы, это приводит к значительному объёмному разрушению породы по закону, близкому к линейному, но с наклоном, существенно большим, чем в зоне I;
- зона IV характеризуется тем, что промывочная жидкость не успевает выносить выбуренную

породу на поверхность, шлам оседает на забой и повторно перемалывается. При этом значение скорости v_m становится максимальным при осевой нагрузке G_m и затем уменьшается.

Математическая модель скорости бурения должна достоверно отражать описанные зоны разрушения породы и иметь экстремум для расчёта оптимальных значений режимных параметров. Важным также является определение состава управляющих параметров модели.

1. МОДЕЛИ БУРЕНИЯ

Для описания процесса разрушения породы разработано множество математических моделей скорости проходки, как в России, так и за рубежом [1–3, 5–8, 10–12]. Основные и наиболее характерные модели и формы кривых для механической скорости проходки приведены в табл. 1.

Таблица 1

Математические модели и графики изменения механической скорости бурения

Модели	Графики функций
<p>Модель ВНИИБТ [6, 7]</p> $v_m = k_b G^\delta n^\alpha,$ <p>где k_b – коэффициент буримости породы, зависит от типа долота, свойств породы и раствора; n – частота вращения долота, об/мин; δ, α – показатели, задающие крутизну кривой</p>	
<p>Модель А.А. Погарского [5–7]</p> $v_m = \frac{a n^\alpha \bar{G}^2}{1 + b^4 \bar{G}^4},$ <p>где a – коэффициент буримости; α – показатель, влияющий на крутизну кривой; b – коэффициент, зависящий от расхода раствора</p>	

См. окончание табл. 1

<p>Модель фирмы “Теннеко Oil Company”(США) [2, 7]</p> $v_m = \frac{k_6 (G - G_0) n^\alpha}{f(h)},$ <p>где G_0 – критическая нагрузка на долото, обеспечивающая внедрение зубьев в породу; $f(h)$ – функция, характеризующая состояние долота</p>	
<p>Модель Галле – Вудса – Лубинского (США) [2, 7]</p> $\frac{dh}{dt} = k_6 \frac{\bar{G}^\beta r}{[a(D_3)]^b},$ <p>где β – показатель степени при осевой нагрузке; r – функция, зависящая от оборотов n и рассчитываемая отдельно для пород разной твёрдости; $a(D_3)$ – функции износа вооружения долота; D_3 – степень относительного износа вооружения долота; b – показатель степени для функции $a(D_3)$;</p>	

Анализ показывает, что приведённые модели с различной степенью точности описывают работу долота преимущественно на линейном участке III кривой М.Г. Бингхэма, максимума не имеют, поэтому для оптимизации непригодны. Кроме того, в практике бурения управление скоростью проходки по этим моделям производится в основном путём регулирования только осевой нагрузки на долото G , а параметры n и Q принимаются в ходе рейса неизменными, что также не обеспечивает оптимальность режимов бурения.

Вклад осевой нагрузки на долото G в скорость проходки количественно составляет до 43 %, частоты вращения долота n – до 14 %, расхода бурового раствора Q – до 7 % [13], поэтому их обязательно следует учитывать при расчёте оптимальных параметров режимов бурения.

2. МОДЕЛЬ БУРЕНИЯ С ТРЕМЯ ПАРАМЕТРАМИ

Как уравнение регрессии, кривая М.Г. Бингхэма в виде функции $v_m = f(G)$ может быть представлена фрагментом синусоиды, сдвинутой в первый квадрант координатной плоскости (рис. 2), для че-

го нужно поднять график на единицу по оси y и сдвинуть его вправо на 1,57 рад по оси x .

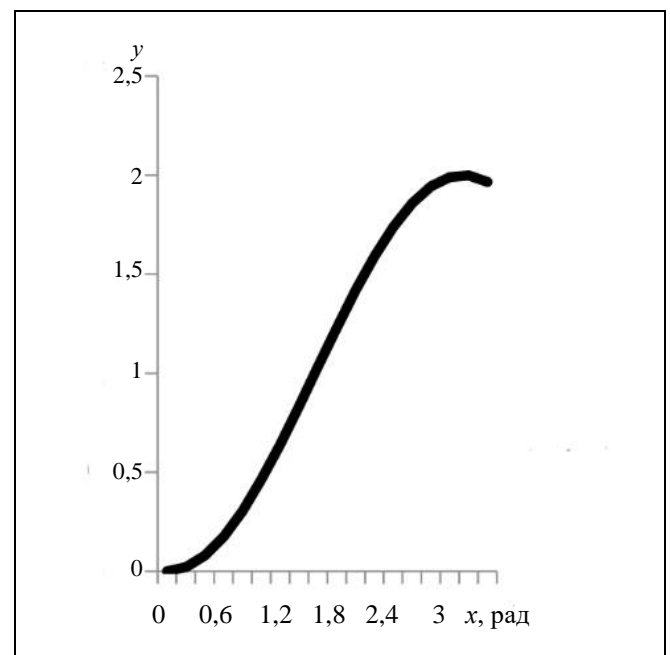


Рис. 2. График фрагмента синусоиды $\sin(x - \pi/2) + 1$, смещённой в I квадрант

Поскольку при рабочих режимах бурения, в зависимости от мощности бурового станка и глубины скважины осевая нагрузка на долото G изменяется в диапазоне от 0 до 40 Н, а величина скорости бурения может достигать 10–14 м/ч и выше [4–8, 10–12, 14], то для соответствия аргумента x величинам нагрузки на долото G , а функции y – реальной скорости бурения v_m их нужно перемасштабировать, для чего ввести в уравнение соответствующие коэффициенты:

– константу C_G , предназначенную для преобразования радианной меры измерения аргумента x в единицы измерения нагрузки на долото G , Н;

– коэффициент пропорциональности k_v , предназначенный для масштабирования функции y по вертикали.

В результате зависимость $v_m = f(G)$ примет вид

$$v_m = k_G \sin(C_G G - 1,57) + 1.$$

Согласно работам [3, 10–12] и др. функции $v_m = f(n)$ при $G = \text{const}$, $Q = \text{const}$ и $v_m = f(Q)$ при $G = \text{const}$, $n = \text{const}$ тоже являются унимодальными, их графики представлены на рис. 3 и также могут быть аппроксимированы фрагментами синусоиды.

Кривая $v_m = f(n)$ описывается уравнением $v_m = k_n \sin(C_n n)$, а кривая $v_m = f(Q)$ – уравнением $v_m = k_Q (\sin(C_Q Q - 0,7) + 0,645)$, где величины k_n , k_Q , C_n и C_Q имеют тот же смысл, что и k_G , C_G для кривой нагрузки на долото. Рабочий диапазон из-

менения частоты вращения долота для скважин находится в пределах от 10 до 120 об/мин, а расхода бурового раствора – от 20 до 80 л/сек [4 – 8, 10–12, 14].

Полная математическая модель скорости бурения $v_m = f(G, n, Q)$ как функция трёх параметров для оптимального управления процессом бурения содержит их произведение и имеет вид

$$v_m = k_v (\sin(C_G G - 1,57) + 1) \times \sin(C_n n) \times (\sin(C_Q Q - 0,7) + 0,645), \quad (1)$$

где $k_v = k_G k_n k_Q$ – общий коэффициент формы кривой, эквивалентный коэффициенту буримости проходимой долотом породы на забое.

Проверка достоверности полученной модели и её адекватности реальным условиям бурения проведена с использованием данных, содержащихся в буровых рапортах по законченным в Краснодарском крае скважинам Восточно-Прибрежная № 9, Песчаная № 7 и Крупская № 1 (на рис. 4 – скв. № 1, скв. № 2 и скв. № 3 соответственно). Средние отклонения экспериментальных данных от данных, определённых по модели (1), составили 12%, 13% и 23% соответственно, что является хорошим показателем, так как скважины бурились согласно проекту на бурение, а не на оптимальных режимах. Самые близкие к оптимальным результаты были получены на скважине Восточно-Прибрежная № 9 (скв № 1).

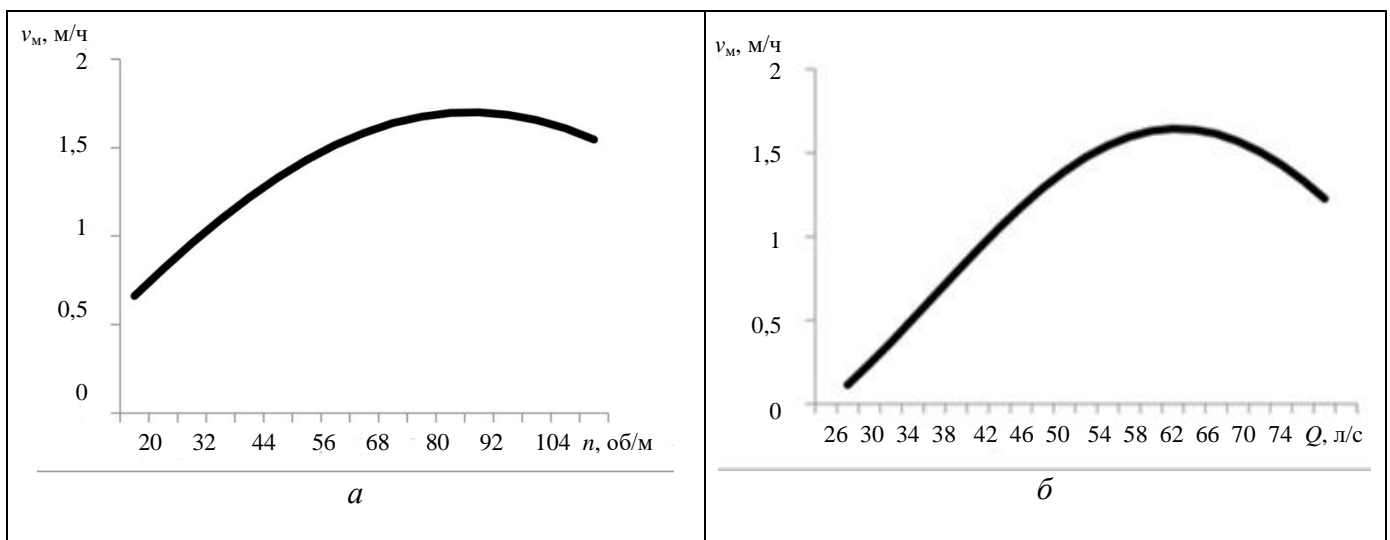


Рис. 3. Графики функций: а – $v_m = f(n)$; б – $v_m = f(Q)$

График функции (1), её составляющих и буровые данные трёх скважин приведены на рис. 4.

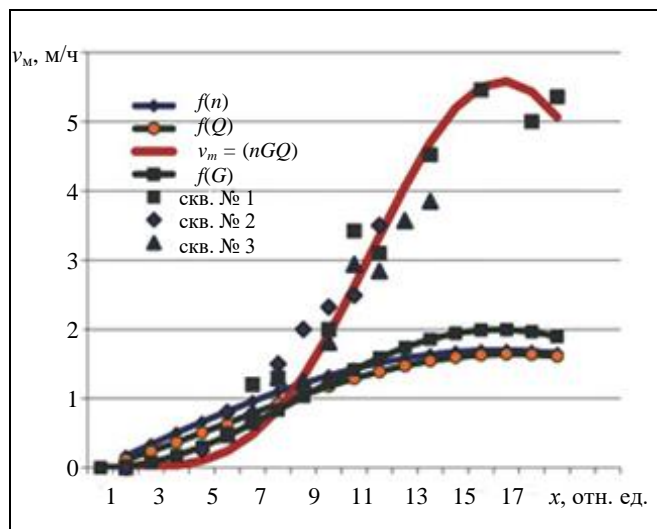


Рис. 4. Графики функций $v_m = f(G)$, $v_m = f(n)$, $v_m = f(Q)$, $v_m = f(n, G, Q)$

Для изображения четырёхмерной функции $v_m = f(G, n, Q)$ на двумерной плоскости координат аргумент функций x на рис. 4 представлен в относительных единицах, при этом $x = G$ для функции $v_m = f(G)$, $x = n/6$ для функции $v_m = f(n)$ и $x = Q/4$ для функции $v_m = f(Q)$.

В итоге можно сделать следующие выводы.

- Данные, полученные с пробуренных скважин, подтверждают, что модель бурения (1) достаточно точно, со средними погрешностями 12 – 23 % описывает процесс механического разрушения породы. При этом стоит учитывать, что бурение скважин проводилось на значениях параметров, рекомендованных проектами, которые составляются по результатам проводки соседних скважин, но для данной скважины они практически не являются оптимальными.
- В ходе бурения были достигнуты оптимальные режимы только на отдельных интервалах глубины, в основном, для скважины № 1.
- Опытные и модельные данные подтверждают, что кривая М.Г. Бингхэма имеет S-образную форму.

3. ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

Рекомендуется [15] использовать общепринятые статистические критерии для оценки адекватности и качества созданных математических моделей, которые позволяют быстро оценивать их основные параметры. Указанные рекомендации разработаны применительно к транспортным сетям,

но так как статистические критерии являются универсальными, то они могут быть применены к моделям любых процессов и объектов.

Согласно рекомендациям [15], для оценки моделей используются пять показателей:

- абсолютная средняя ошибка δ_a ;
- относительная средняя ошибка δ_p ;
- отклонение среднеквадратическое ϑ_a ;
- относительное отклонение среднеквадратическое ϑ_p ;
- коэффициент корреляции r .

В настоящее время пока не выработаны четкие значения этих критериев, при которых модель считается достоверной, но для практического применения рекомендовано, что относительные показатели не должны быть более 10 %, а коэффициент корреляции не должен быть менее 0,9 [15].

Значения критериев для модели (1) представлены в табл. 2.

Таблица 2

Значения критериев адекватности модели

Критерий	Скв. № 1	Скв. № 7	Скв. № 9
δ_a	0,33	0,16	0,38
δ_p	10,01 %	9,08 %	18,40 %
ϑ_a	2,02	0,93	1,21
ϑ_p	6,13 %	5,59 %	5,85 %
r	0,98	0,74	0,89

Результаты показывают, что модель хорошо коррелирует с буровыми процессами и пригодна для управления оптимальной проводкой скважин, коэффициент корреляции модели с буровыми данными близок к единице.

4. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Работа модели проверялась с помощью метода «брянских партизан» [16] – интеллектуального метода поиска глобальных экстремумов функции нескольких переменных. Суть метода такова: на первом этапе («разведка») область определения функции делится пополам по каждому аргументу, в каждой полученной зоне посредством генератора случайных чисел инициализируется до 30 агентов, находится экстремум каждой зоны и выбирается зона с наилучшим оптимумом. На втором этапе («диверсия») в выделенной зоне инициализируется до 500 агентов, рассчитываются их экстремумы и выбирается наилучший оптимум всей функции. Программа поиска экстремумов разработана на языке Python, запускалась при числе разбиений

зоны первого этапа от одной до четырёх, числе агентов этапа «разведки» от 10 до 50 и числе агентов этапа «диверсии» от 200 до 500, полученные результаты совпадают, один из вариантов расчёта максимума скорости бурения представлен на рис. 5.

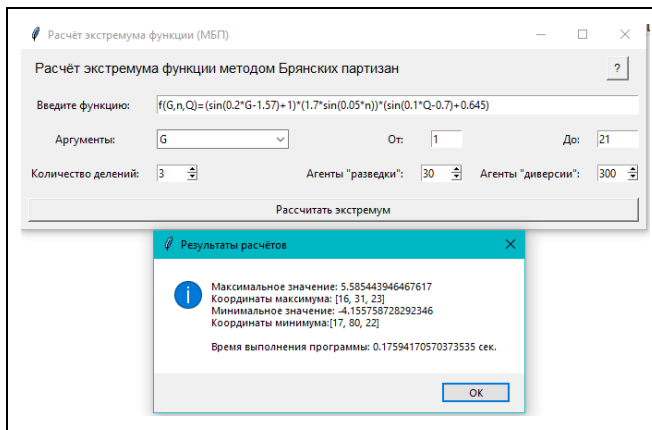


Рис. 5. Интерфейс программы поиска экстремумов

Результат расчёта – максимум механической скорости $v_{M \max} = 5,58$ м/ч – достигается при значениях параметров $G_{\text{опт}} = 16$ Н, $n_{\text{опт}} = 31$ об/м, $Q_{\text{опт}} = 23$ л/с, что соответствует реальным параметрам управления буровым процессам.

5. АДАПТИВНЫЙ СПОСОБ БУРЕНИЯ

Модель (1) предназначена для адаптивного способа оптимального управления бурением.

В статье [17] описана методика адаптации компьютерных систем к внешним воздействиям (вторжениям) через их классификацию, которая состоит из пяти модулей – этапов: обработка воздействия – входящих данных, их преобразование (автокодирование), поиск аналогов в базе данных (БД), классификация и обратная связь – выработка реакции системы на входные воздействия. Для процесса бурения данный принцип адаптации модифицирован и заключается в следующем:

- через выбранный шаг интервала проходки, например, через каждые 0,3 м проходки в модель вводятся текущие значения параметров бурения G , n , Q и полученная на них скорость проходки v_M ;

- пересчитываются величины коэффициентов модели k и C при введённых значениях G , n , Q и v_M тем самым модель адаптируется к породе на забое. При этом автоматически распознаётся тип проходимой долотом породы;

- по адаптированной модели рассчитываются оптимальные значения параметров $G_{\text{опт}}$, $n_{\text{опт}}$, $Q_{\text{опт}}$

(согласно критерию «максимум механической скорости $v_M = \max$ »);

- значения параметров $G_{\text{опт}}$, $n_{\text{опт}}$, $Q_{\text{опт}}$ устанавливаются на буровой и проводка следующего интервала в 0,3 м выполняется в оптимальном режиме.

Далее цикл ввода новых значений G , n , Q и v_M , распознавания породы и адаптации к ней модели, расчёта оптимальных параметров и бурения на них повторяется до достижения заданной проектом глубины скважины или износа долота. Преимущество данной методики заключается в том, что не требуется этап идентификации разбуриваемой на забое породы с имеющейся в литологической базе данных скважины и её классификация, тем более что порода может отсутствовать в БД.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Анализ основных известных моделей бурения показал, что они используют в основном линейный участок кривой М.Г. Бингхэма, регулируют только один параметр управления, экстремума не имеют, поэтому для оптимизации непригодны.

Новая модель бурения, построенная на базе кривой синусоиды, позволяет одновременно и оптимально управлять тремя буровыми параметрами – нагрузкой на долото, частотой его вращения и расходом бурового раствора, имеет общий для них экстремум, её достоверность подтверждена результатами, полученными на пробуренных скважинах, коэффициент корреляции модели с буровыми данными близок к единице.

Результаты расчёта оптимальных параметров с помощью компьютерной программы поиска экстремумов подтвердили пригодность модели для оптимального управления процессом бурения нефтегазовых скважин.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bingham, M.G.* A New Approach to Interpreting Rock Drillability, Petroleum Publishing Company, 1965.
2. *Совершенствование технологии и оптимизация режимов бурения.* – М.: МНП, ВНИИОЭНГ, сер. Бурение, 1970. – 172 с. [*Sovershenstvovanie tekhnologii i optimizatsiya rezhimov bureniya.* – М.: MNP, VNIIOEHNG, ser. Burenie, 1970. – 172 s. (In Russian)].
3. *Козловский Е.А.* Кибернетика в бурении / Е.А. Козловский, В.М. Питерский, М.А. Комаров. – М.: Недра, 1982. – 300 с. [*Kozlovsky, E.A. Cybernetics in drilling / E.A. Kozlovsky, V.M. Petersky, M.A. Komarov.* – М.: Nedra, 1982. – 300 p. (In Russian)].
4. *Мусанов А.М.* Техника и технология бурения нефтегазовых скважин: учебник. – М.: Фолиант, 2017. – 222 с. [*Mu-*



- sanov, A.M. Tekhnika i tekhnologiya bureniya neftegazovykh skvazhin: uchebnyk. – M.: Foliant, 2017. – 222 s. (In Russian)].
5. *Григулецкий В.Г.* Оптимальное управление при бурении скважин. – М.: Недра, 1988. – 227 с. [Griguletskii, V.G. Optimal'noe upravlenie pri burenii skvazhin. – M.: Nedra, 1988. – 227 s. (In Russian)].
 6. *Погарский А.А., Чефранов К.А., Шишкин О.П.* Оптимизация процессов глубокого бурения / А.А. Погарский, К.А. Чефранов, О.П. Шишкин. – М.: Недра, 1981. – 296 с. [Pogarsky, A.A., Chefranov, K.A., Shishkin, O.P. Optimization of deep drilling processes / A.A. Pogarsky, K.A. Chefranov, O.P. Shishkin. – M.: Nedra, 1981. – 296 p. (In Russian)].
 7. *Погарский, А.А.* Автоматизация процесса бурения глубоких скважин / А.А. Погарский. – М.: Недра, 1972. – 216 с. [Pogarsky, A.A. Automation of the process of drilling deep wells / A.A. Pogarsky. – M.: Nedra, 1972. – 216 p. (In Russian)].
 8. *Басарыгин Ю.М., Булатов А.И., Проселков Ю.М.* Бурение нефтяных и газовых скважин: учебное пособие / Ю.М. Басарыгин, – М.: Недра, 2002. – 631 с [Basarygin, Yu.M. Bulatov, A.I., Proselkov, Yu.M. Drilling of oil and gas wells: a textbook / Yu.M. Basarygin. – M.: Nedra, 2002. – 631 p. (In Russian)].
 9. *Sun, T., Fu, H.* Rheological Analysis of Soft Rock Unloading Combined with Finite Element Analysis Based on H-K Constitutive Model // Hindawi Mathematical Problems in Engineering. – Vol. 2022. – Article ID 8949590. – 7 p. – DOI: <https://doi.org/10.1155/2022/8949590>
 10. *Шмелев В.А., Сердобинцев Ю.П.* Повышение эффективности бурения скважин. 1 часть. Моделирование процесса разрушения горных пород при бурении скважин // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море: науч.-техн. журн. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ». – 2020. – № 7 (331). – С. 5-12. [Shmelev, V.A., Serdobintsev, Yu.P. Improving the efficiency of drilling wells. 1 part. Modeling of the process of rock destruction during well drilling // Construction of oil and gas wells on land and at sea: scientific and technical journal. – M.: JSC «VNIIOENG», 2020. – № 7 (331). – P. 5–12. (In Russian)].
 11. *Irwan, S.* Optimization of Weight on Bit during Drilling Operation Based on Rate of Penetration Model / Journal Universitas Pasir Pengaraian. – 2012. – Vol. 4, no. 12. – P. 1690–1695.
 12. *Dupriest, F.E., and Koederitz, W.L.* Maximizing Drill Rates with Real-Time Surveillance of Mechanical Specific Energy / Proceedings of the SPE/IADC Drilling Conference, Society of Petroleum Engineers, Amsterdam, The Netherlands, February 2005.
 13. *Цуприков А.А.* Чувствительность показателей механического бурения к изменению параметров управления / А.А. Цуприков // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – № 3(80). – С. 131–134. [Tsouprikov, A.A. Chuvstvitel'nost' pokazatelei mekhanicheskogo bureniya k izmeneniyu parametrov upravleniya / A.A. Tsouprikov // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPBGPU. – SPb.: Izd-vo Politekh. un-ta, 2009. – № 3(80). – С. 131–134. (In Russian)].
 14. *Цуприков А.А.* Интеллектуальный буровой автомат для оптимального управления бурением нефтегазовых скважин / А.А. Цуприков. Автоматизация и информатизация ТЭК. – М.: Изд-во «Издательский дом «Губкин», 2022. – № 4(585). – С. 52–54. [Tsouprikov, A.A. Intelligent drilling machine for optimal control of drilling oil and gas wells / A.A. Tsouprikov. Automation and informatization of the fuel and energy complex. – M.: Publishing House «Gubkin», 2022. – № 4(585). – P. 52–54. (In Russian)].
 15. *Методические рекомендации по разработке и реализации мероприятий по организации дорожного движения* Использование программных продуктов математического моделирования транспортных потоков при оценке эффективности проектных решений в сфере организации дорожного движения. – М.: Минтранс РФ, 2017. – 72 с. [Metodicheskie rekomendatsii po razrabotke i realizatsii meropriyatii po organizatsii dorozhnogo dvizheniya Ispol'zovanie programmykh produktov matematicheskogo modelirovaniya transportnykh potokov pri otsenke ehffektivnosti proektnykh reshenii v sfere organizatsii dorozhnogo dvizheniya. – M.: Mintrans RF, 2017. – 72 s. (In Russian)].
 16. *Цуприков А.А.* Интеллектуальный метод поиска экстремума функции / А.А. Цуприков. World Science: Problems and Innovations. Сб. статей LXIV Международной научно-практической конференции. – Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение». – 2022. – С. 50–53. [Tsouprikov, A.A. Intellektual'nyi metod poiska ehkstreumuma funktsii / A.A. Tsouprikov. World Science: Problems and Innovations. Sbornik statei LXIV Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. – Penza: MTSNS «Nauka i ProsveshcheniE». – 2022. – S. 50–53. (In Russian)].
 17. *Ugendhar, A., Illuri, B., Vulapula, S.R., et al.* A Novel Intelligent-Based Intrusion Detection System Approach Using Deep Multilayer Classification. – 2022. Hindawi, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2022, Article ID 8030510, – P. 1–10. – DOI: <https://doi.org/10.1155/2022/8030510>

Статья представлена к публикации членом редколлегии
Н.Н. Бахтмадзе.

Поступила в редакцию 31.05.2022,
Принята к публикации 11.07.2022.

Цуприков Александр Александрович – канд. техн. наук, Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар, ✉ tsouprikov@mail.ru.



A MATHEMATICAL MODEL OF MECHANICAL PENETRATION RATE WITH THREE CONTROL PARAMETERS TO OPTIMIZE OIL AND GAS WELL DRILLING

A.A. Tsouprikov

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

✉ tsouprikov@mail.ru

Abstract. The types of rock destruction at the bottom hole under different loads on the drilling bit are considered, and well-known domestic and foreign models of the penetration rate are analyzed. As shown, they have no optima as power-type functions, being unsuitable for drilling optimization. In addition, they can be used for quick drilling control by adjusting only one parameter (the load on the bit). A mathematical model based on a sinusoid curve is constructed. This model allows the simultaneous control of three drilling mode parameters, namely, the axial load on the bit, its rotation frequency, and the mud flow rate for flushing the well. The adequacy of the model to the drilling process is verified, and its software implementation is performed. This model automatically recognizes the rock at the bottom hole during drilling, adapts to it, and calculates the optimal control parameters for destructing the traversed rock. The model is intended for an intelligent optimal adaptive control system for oil and gas well drilling.

Keywords: analysis of mathematical models of drilling rate, the optimum of a function, a model with three control parameters, optimal adaptive control, adequacy of the model.