

## **К ПРОБЛЕМЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ИЗВЛЕЧЕНИЯ НЕФТИ С УЧЕТОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕКОТОРОГО ПАРАМЕТРА СЛОИСТОГО ПЛАСТА<sup>1</sup>**

Р.А. Султанов, В.Д. Слабнов, И.А. Фукин, В.В. Скворцов

Предложена математическая модель процесса двухфазной фильтрации в слоистых пластах, параметры которых могут изменяться по толщине и простираю. Вероятностный закон распределения абсолютной проницаемости по толщине пласта описан дискретным аналогом распределения случайной величины. Сформулированы четыре гипотезы о вытеснении нефти водой из элементарного объема слоистого пласта. Выполнено сравнение основных технологических показателей извлечения нефти, полученных без учета и с учетом оптимального регулирования.

**Ключевые слова:** математическая модель, двухфазная фильтрация, вероятностный закон распределения, случайная величина, слоистый пласт, оптимальное регулирование.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Необходимость повышения объемов нефти, извлекаемой из пластов сложного геологического строения, характеристики которых изменяются по толщине и простираю пласта, делает актуальной проблему оптимального регулирования процесса её извлечения. Для её решения используются усредненные математические модели. Преимущество двухмерных моделей по сравнению с трехмерными связано с недостатком геологической информации о строении пласта и значительным сокращением времени численных расчетов благодаря уменьшению числа ячеек конечно-разностной сетки [1].

В данной работе используется модель Баклея — Леверетта процесса вытеснения нефти водой из слоистых пластов, не учитывающей гравитационные и капиллярные силы [2]. Принимаются во внимание четыре гипотезы о вытеснении нефти

водой из элементарного объема слоистого пласта. Предполагается, что абсолютная проницаемость слоистого пласта может изменяться по толщине и простираю. Вероятностный закон ее распределения в слоистом пласте определяется на основе заданных параметров распределения: математического ожидания, дисперсии и некоторого дополнительного условия. Полученный вероятностный закон используется для построения «фиктивных» (модифицированных) относительных фазовых проницаемостей в слоистом пласте [2]. Усреднение трехмерной модели по толщине пласта позволяет уменьшить размерность исходной модели на единицу.

Численное решение задачи управления для построенной усредненной математической модели позволяет определить симплекс-методом оптимальные дебиты и забойные давления источников и стоков при задании для них двусторонних ограничений и некоторых вариантов граничных условий в элементе заводнения. Критерием оптимизации служит максимизация целевой функции — суммарного отбора нефти [3, 4, 6, 7].

Цель данной работы — построение математической модели двухфазной фильтрации в слоистом

<sup>1</sup> Основное содержание статьи доложено на IV Международной конференции по проблемам управления, Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 26—30 января 2009 г.



пласте с учетом четырех гипотез о вытеснении нефти водой из элементарного объема; постановка задачи оптимального управления; разработка численного алгоритма ее решения; анализ результатов решения задачи оптимального регулирования извлечения нефти из слоистого пласта при варьировании параметров распределения для дискретных аналогов равномерного и логарифмически-нормального законов распределения абсолютной проницаемости; сравнение результатов численного решения задачи без учета и с учетом регулирования.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА 2D ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В СЛОИСТЫХ ПЛАСТАХ, НЕОДНОРОДНЫХ ПО ТОЛЩИНЕ И ПРОСТИРАНИЮ

Рассмотрим нефтяной пласт, в котором происходит процесс вытеснения нефти водой. Кровлю и подошву пласта будем считать непроницаемыми. Введем прямоугольную декартову систему координат  $x, y, z$ . Выделим элементарный объем в виде столбца, ограниченного сверху кровлей, а снизу — подошвой. Его основанием будет служить элементарная площадка  $dx, dy$ , а высотой — толщина пласта  $H$ .

Будем считать, что пласт неоднороден по абсолютной проницаемости, причем проницаемость изменяется по толщине (вертикали) и простиранию (горизонтали) пласта. Это изменение хаотично, и можно считать, что пласт представляет собой  $n_k$  сред с различными значениями абсолютной проницаемости. Поэтому  $j$ -й средой на произвольно выбранной вертикали пласта будем называть сред, содержащую все те пропластки этой вертикали, которые имеют абсолютную проницаемость  $k_{a(j)}$ . Будем полагать, что производные  $\frac{\partial p}{\partial x}$  и  $\frac{\partial p}{\partial y}$ , где  $p$  — пластовое давление, постоянны по вертикали и, в частности, не зависят от  $j$  [2].

Распределение абсолютной проницаемости в слоистом пласте с учетом дискретного аналога вероятностного закона распределения случайной величины можно задавать с помощью гистограммы или ряда распределения, приведенного в табл. 1, где  $\beta_j$  — вероятность того, что абсолютная проницаемость примет значение  $k_{a(j)}$ .

Таблица 1

Распределение абсолютной проницаемости

$k_{a(j)}$	$k_{a(1)}$	$k_{a(2)}$	$k_{a(3)}$	...	$k_{a(n_k)}$
$\beta_j$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	...	$\beta_{n_k}$

Сделаем еще ряд предположений относительно механизма вытеснения нефти водой. Пусть каждая  $j$ -я среда с абсолютной проницаемостью  $k_{a(j)}$  имеет свою остаточную нефтенасыщенность  $s_{*H(j)}$  и долю связанной воды  $s_{*B(j)}$ , которые считаются известными. В этом случае максимальные значения объемов воды и нефти в каждом элементарном столбце имеют следующий вид

$$s_{*B(j)}^* = 1 - s_{*H(j)}, \quad s_{*H(j)}^* = 1 - s_{*B(j)},$$

где буквенный индекс «в» относится к водной фазе, «н» — к нефтяной фазе.

В общем случае  $j$ -я среда может состоять из отдельных частей, которые могут быть расположены в разных местах элементарного столбца.

Пусть  $s_{B(j)}$  и  $s_{H(j)}$  — водо- и нефтенасыщенность  $j$ -й среды соответственно.

Определим активные нефте- и водонасыщенность  $j$ -й среды как

$$\theta_j = \frac{s_{H(j)} - s_{*H(j)}}{s_{*H(j)}^* - s_{*H(j)}}, \quad 1 - \theta_j = \frac{s_{B(j)} - s_{*B(j)}}{s_{*B(j)}^* - s_{*B(j)}}.$$

Отсюда нефте- и водонасыщенность  $j$ -й среды можно представить в виде

$$s_{H(j)} = s_{*H(j)}(1 - \theta_j) + s_{*H(j)}^*, \\ s_{B(j)} = s_{*B(j)}\theta_j + s_{*B(j)}^*(1 - \theta_j).$$

Тогда нефте- и водонасыщенность в элементарном объеме имеют следующий вид:

$$s_H = \sum_{j=1}^{n_k} s_{*H(j)}(1 - \theta_j)\beta_j + \sum_{j=1}^{n_k} s_{*H(j)}^*\theta_j\beta_j, \\ s_B = \sum_{j=1}^{n_k} s_{*B(j)}\theta_j\beta_j + \sum_{j=1}^{n_k} s_{*B(j)}^*(1 - \theta_j)\beta_j. \quad (1)$$

Очевидно, что

$$\sum_{j=1}^{n_k} \theta_j\beta_j + \sum_{j=1}^{n_k} (1 - \theta_j)\beta_j = 1.$$

Обозначим через  $k_{B(j)}(s_B)$  и  $k_{H(j)}(s_H)$  относительные фазовые проницаемости воды и нефти в  $j$ -й среде соответственно. Как видно из формулы (1), они будут зависеть от величины  $\theta_j$ .

Составим уравнение материального баланса для  $i$ -й жидкости:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{H\tilde{k}_a k_i^\phi}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{H\tilde{k}_a k_i^\phi}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial y} \right] = -mH \frac{\partial s_i}{\partial t}, \quad (2)$$

где  $i = \text{в, н}$ ,  $\tilde{k}_a$  — осредненная абсолютная проницаемость,  $m$  — пористость пласта;  $\mu_{\text{в}}$  и  $\mu_{\text{н}}$  — вязкость воды и нефти.

В данной математической модели «фиктивные» относительные фазовые проницаемости  $k_i^\Phi(s_i)$ ,  $i = \text{в, н}$ , построены на основе известных максимальных значений относительных фазовых проницаемостей, активных насыщенных сред и вероятностного закона распределения абсолютной проницаемости по толщине пласта.

Таким образом, математическую модель вытеснения нефти из пласта толщиной  $H$ , в котором абсолютная проницаемость меняется по вертикали и горизонтали, при некоторых допущениях удается свести к математической модели процесса фильтрации в некотором пласте с усредненной абсолютной проницаемостью по толщине пласта с учетом «фиктивных» (модифицированных) относительных фазовых проницаемостей.

Систему уравнений (2) после несложных преобразований и учета закона Дарси можно привести к системе уравнений относительно усредненной скорости фильтрации  $\vec{V}$  и нефтенасыщенности  $s$ :

$$\operatorname{div}(\vec{V}H) = \tilde{q}, \operatorname{div}(\vec{V}H\tilde{F}(s)) = mH\frac{\partial s}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $\vec{V} = -\tilde{\sigma}(s)\operatorname{grad}p$  — суммарная усредненная скорость фильтрации нефти и воды,  $\tilde{q}$  — усредненный дебит скважины,  $\tilde{\sigma}(s) = \tilde{k}_a \left( \frac{k_{\text{н}}^\Phi(s)}{\mu_{\text{н}}} + \frac{k_{\text{в}}^\Phi(s)}{\mu_{\text{в}}} \right)$  — суммарная усредненная проводимость в слоистом пласте,  $\tilde{F}(s) = \tilde{k}_a \frac{k_{\text{н}}^\Phi(s)}{\mu_{\text{н}}} / \tilde{\sigma}(s)$  — усредненная доля нефти в потоке жидкости;

$$\begin{aligned} k_{\text{н}}^\Phi(s_{\text{н}}) &= \frac{1}{k_a} \sum_{j=1}^{n_k} \beta_j k_{a(j)} k_{\text{н}(j)}(s_{\text{н}}), \\ k_{\text{в}}^\Phi(s_{\text{в}}) &= \frac{1}{k_a} \sum_{j=1}^{n_k} \beta_j k_{a(j)} k_{\text{в}(j)}(s_{\text{в}}). \end{aligned} \quad (4)$$

Для решения системы уравнений (3) требуется знать вид «фиктивных» относительных фазовых проницаемостей (4) по некоторому вероятностному закону распределения случайной величины или вид ряда распределения абсолютной проницаемости в каждой точке усредненного слоистого пласта.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ИЗВЛЕЧЕНИЯ НЕФТИ

Постановка задачи регулирования при двухфазной фильтрации с учетом ввода скважин в эксплуатацию на основе математической модели Баклея — Леверетта (3) с начальными и граничными условиями и алгоритм ее решения была дана в работе [5]. Поставим в соответствие размещению  $k$ -й скважины в области фильтрации  $D$  ее номер. Номера добывающих скважин отнесем к множеству  $J^*$ , нагнетательных — к множеству  $J \setminus J^*$ , где  $J$  — множество номеров всех скважин. Предполагается, что срок  $T$  разработки залежи определяется временем отключения последней действующей добывающей скважины. Отключение  $k$ -й добывающей скважины происходит при  $T_k \leq t \leq T$ , где  $T_k$  — время достижения  $k$ -й скважиной заданного предельно-допустимого значения текущей обводненности ее продукции  $1 - F(T_k) = F_{\text{вк}}^*$ . Будем рассматривать регулирование процесса нефтедобычи из неоднородной залежи в условиях принятой модели по критерию максимизации текущей нефтеотдачи на заданные моменты времени  $t_r, r = 0, 1, 2, \dots$

Математическая задача формулируется следующим образом: найти максимальный суммарный отбор нефти

$$\sum_{k \in J^*(t_r)} \int_{t_n}^{t_{n+1}} q_k(t_r) F_{\text{нк}}(t_r) dt_r \rightarrow \max, \quad t_r \in [t_n, t_{n+1}],$$

для заданного планового периода  $[t_n, t_{n+1}]$  и ограничений на режимы действующего фонда скважин

$$p_* \leq p_{3k} \leq p^*, \quad q_* \leq |q_k| \leq q^*, \quad \forall k \in J^*(t_r),$$

с учетом момента времени  $t_r$  начала задачи прогнозирования, который определяется из условия

$$t_r = t(F_{\text{вк}}(t_r)) \geq t(F_{\text{вк}}^*(t_r)), \quad \forall k \in J^*(t_r),$$

где номера добывающих и нагнетательных скважин соответствуют оптимальному подмножеству  $J^*(t_r) \cup J(t_r) \setminus J^*(t_r)$ .

Здесь  $q_k(t_r)$  — дебит  $k$ -й скважины на  $t_r$ -ю дату регулирования,  $F_{\text{вк}}(t_r)$  — доля воды в потоке жидкости для  $k$ -й скважины на  $t_r$ -ю дату регулирования,  $p_{3k}(t_r)$  — забойное давление  $k$ -й скважины на  $t_r$ -ю дату регулирования.

При численном решении задачи управления нефтеизвлечением на каждую контрольную дату  $t_r$  восстанавливается оптимальное поле давления в области фильтрации  $D$  в результате численного



решения задачи линейного программирования (5)–(7) [3, 5, 7, 8]:

$$\sum_{k \in J^*(t_r)} \alpha \sigma^k(s(t_r))(p_{ij}^k(t_r) - p_{3k}(t_r)) F_{nk}(t_r) dt_r \rightarrow \max, \quad t_r \in [t_n, t_{n+1}], \quad (5)$$

при ограничениях

$$\sigma_{i-1j} p_{i-1j} + \sigma_{i+1j} p_{i+1j} + \sigma_{ij-1} p_{ij-1} + \sigma_{ij+1} p_{ij+1} + (\sigma_{ij} + \alpha \delta_{ij}) p_{ij} + \alpha \delta_{ij} p_{3k} = 0 \quad (6)$$

$$p_* \leq p_{3k} \leq p^*, \quad q_* \leq |\alpha \sigma^k(s(t_r))(p_{ij}^k(t_r) - p_{3k}(t_r))| \leq q^*, \quad \forall k \in J^*(t_r), \quad (7)$$

где  $i = \overline{1, M_x}, j = \overline{1, M_y}, M_x$  и  $M_y$  — число узлов по оси  $OX$  и  $OY$  соответственно,  $p_{3k}$  — забойное давление скважин с координатами  $(x_k, y_k), p_{ij}$  — сеточное давление по области фильтрации  $D, \delta_{ij}$  — сеточный аналог функции Дирака,  $p_*$  и  $p^*$  — нижнее и верхнее ограничения на забойные давления скважин соответственно,  $q_*$  и  $q^*$  — нижнее и верхнее ограничения на дебиты скважин соответственно.

Найденное поле давления вместе со значениями оптимальных забойных давлений и дебитов действующих скважин обеспечивают при решении задачи управления максимальный суммарный отбор нефти из неоднородного пласта на  $t_r$ -ю контрольную дату. Здесь линейное программирование используется одновременно в качестве метода решения системы алгебраических уравнений, полученных из разностного аналога (6) для первого уравнения системы (3).

### 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Рассмотрена модель неоднородного пласта прямоугольной конфигурации  $D = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ , вскрытого девятиточечным элементом заводнения (рис. 1), для  $a = b = 850$  м,  $H = 5$  м,  $m = 0,2, \mu_n = 3$  мПа·с,  $\mu_b = 1$  мПа·с,  $s_* = 0,26, s^* = 0,8, p_k = 22$  МПа,  $p_* = 12,5$  МПа,  $p^* = 22$  МПа,  $q_* = 1$  м<sup>3</sup>/сут,  $q^* = 500$  м<sup>3</sup>/сут,  $h_x = h_y = 25$  м. Здесь  $h_x, h_y$  — шаги разностной сетки по осям координат. Относительные фазовые проницаемости  $k_n(s)$  и  $k_b(s)$  — линейные полиномы [5]. Проведена серия вычислительных экспериментов для элемента заводнения в соответствии со следующими гипотезами о характере вытеснения нефти водой.

1. Вода вытесняет нефть из участков (зон) пласта в первую очередь с наилучшей абсолютной проницаемостью, т. е. каждый элементарный объем разбивается на две зоны: водную и нефтяную

(в водной зоне нефтенасыщенность предполагается остаточной, в нефтяной зоне — максимальной). Разделение на две зоны определяется найденным значением абсолютной проницаемости, которое будем называть пороговым значением.

2. Вода вытесняет нефть из участков (зон) пласта в первую очередь с наихудшей абсолютной проницаемостью, т. е. каждый элементарный объем разбивается пороговым значением на две зоны: водную и нефтяную (в водной зоне нефтенасыщенность предполагается остаточной, в нефтяной зоне — максимальной).

3. Вода вытесняет нефть пропорционально найденному переменному коэффициенту.

4. Обобщение гипотез 1 и 3. Каждый элементарный объем разбивается пороговым значением на две зоны: водную и нефтяную. Причем в зоне с наихудшей абсолютной проницаемостью нефтенасыщенность максимальна, а в зоне с наилучшей абсолютной проницаемостью — происходит неполное вытеснение нефти водой пропорционально найденному переменному коэффициенту.

Оптимальные показатели извлечения нефти из слоистого пласта для этих гипотез определялись на основе численного решения задачи управления, где пластовое и забойные давления действующих скважин определялись по предложенному алгоритму. Они сравнивались с неоптимальными показателями, полученными на основе численного решения задачи прогнозирования, где пластовое давление определялось по методу переменных направлений, а забойные давления скважин были заданы.

На рис. 1 показано размещение 9 скважин в элементе заводнения для следующего варианта задания граничных условий: на одной стороне задано граничное условие I рода, контур питания КП, на трех остальных сторонах — граничное условие II рода, непроницаемая граница НГ. Математическое ожидание абсолютной проницаемости  $k_a(x, y)$  в области двухфазной фильтрации  $D$  элемента за-

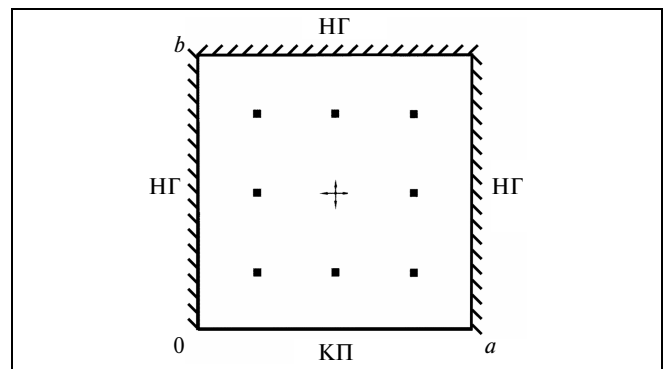


Рис. 1. Элемент заводнения слоистого пласта

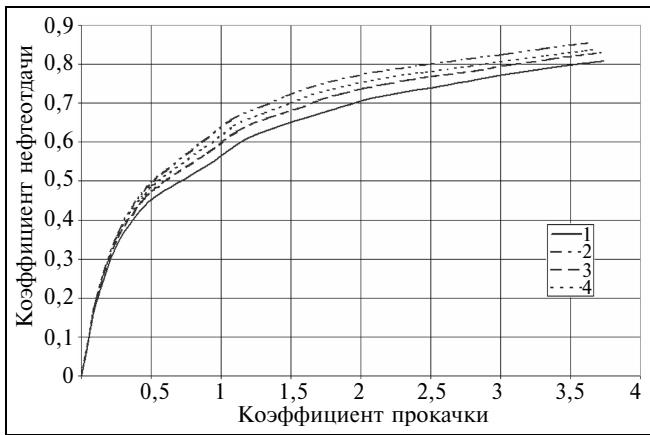


Рис. 2. Графики 1–4 коэффициента нефтеотдачи  $\eta(\tau)$  для гипотез 1–4 соответственно. Дискретный аналог логарифмически-нормального закона,  $\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ ;  $\sigma^2 = 0,001$

воднения принимает следующие значения:  $\tilde{k}_a = 0,1$ ;  $0,3 \text{ мкм}^2$ , дисперсия —  $\sigma^2 = 0,001$ ;  $0,01$ .

Вычислительные эксперименты проводились для дискретных аналогов двух законов распределения:

— ряд распределения с одинаковыми вероятностями того, что случайная величина  $k_a$  по толщине пласта примет данное значение (дискретный аналог равномерного закона распределения случайной величины, табл. 2);

— ряд распределения с различными вероятностями того, что случайная величина  $k_a$  по толщине пласта примет данное значение (дискретный аналог логарифмически-нормального закона распределения случайной величины, табл. 3).

В табл. 4 приведены значения коэффициента прокачки в поровых объемах и соответствующие им значения коэффициента конечной нефтеотдачи для двух законов распределения случайной величины с учетом заданий математического ожидания, дисперсии и гипотез 1, 2 и 4 о вытеснении нефти водой из элементарного объема слоистого пласта. Анализируя данные табл. 4 и графики, представленные на рис. 2, можно сделать вывод, что гипотезы 1 и 2 соответствуют нижнему и верхнему графикам значений коэффициента нефтеотдачи  $\eta$  от коэффициента прокачки поровых объемов  $\tau$ .

Таблица 2

**Равномерный закон**

$\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,001$	$k_{a(j)}$	0,051	0,063	0,075	0,087	0,100	0,112	0,124	0,136	0,149
	$\beta_j$	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111

Таблица 3

**Логарифмически-нормальный закон**

$\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,001$	$k_{a(j)}$	0,058	0,078	0,098	0,118	0,137	0,157	0,177	0,196	0,216
	$\beta_j$	0,050	0,400	0,300	0,100	0,050	0,040	0,030	0,020	0,010

Таблица 4

**Значения коэффициентов прокачки и нефтеотдачи**

Вид закона распределения		Дискретный аналог равномерного закона			Дискретный аналог логарифмически-нормального закона		
Номер гипотезы		1	2	4	1	2	4
$\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,001$	$\tau$	3,744	3,624	3,697	3,737	3,635	3,675
	$\eta$	0,791	0,847	0,831	0,807	0,853	0,837
$\tilde{k}_a = 0,3 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,001$	$\tau$	3,719	3,702	3,719	3,725	3,72	3,719
	$\eta$	0,819	0,836	0,829	0,823	0,839	0,829
$\tilde{k}_a = 0,3 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,01$	$\tau$	3,747	3,617	3,719	3,738	3,625	3,677
	$\eta$	0,788	0,848	0,829	0,806	0,854	0,836

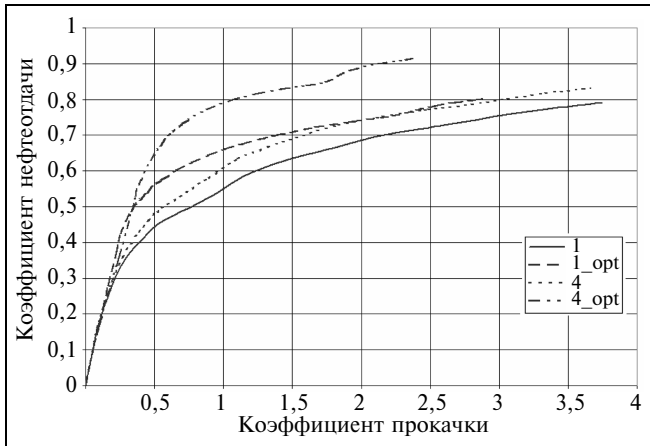


Рис. 3. Графики 1, 4 и 1<sub>opt</sub>, 4<sub>opt</sub> коэффициента нефтеотдачи  $\eta(\tau)$  для гипотез 1 и 4 без учета и с учетом оптимального регулирования соответственно. Дискретный аналог равномерного закона,  $\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ ;  $\sigma^2 = 0,001$

Характер расположения графиков сохраняется как для одинаковых  $\tilde{k}_a$ , но разных  $\sigma^2$ , так и для одинаковых  $\sigma^2$ , но разных  $\tilde{k}_a$ . Графики коэффициента нефтеотдачи  $\eta$  от коэффициента прокачки поровых объемов  $\tau$  для гипотез 3 и 4 расположены между графиками для гипотез 1 и 2. Показатели извлечения нефти из слоистого пласта для гипотезы 4 лучше, чем для гипотезы 3 в случае дискретного аналога равномерного и логарифмически-нормального законов.

На рис. 3 приведены кривые зависимости коэффициента нефтеотдачи от коэффициента прокачки поровых объемов без учета и с учетом оптимального регулирования для дискретного аналога логарифмически-нормального закона в случае принятия гипотез 1 и 4. Анализ графиков показывает значительное превышение коэффициента текущей нефтеотдачи с учетом оптимального регулирования над аналогичным показателем без его учета.

Таблица 5

**Дискретный аналог равномерного закона с учетом оптимального регулирования**

Номер гипотезы		1	2	3	4
$\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ $\sigma^2 = 0,001$	$\tau$	2,907	2,48	2,659	2,405
	$\Delta\eta$	0,01	0,015	0,011	0,084
	$\Delta ВНФ$	2,046	2,593	2,449	3,367

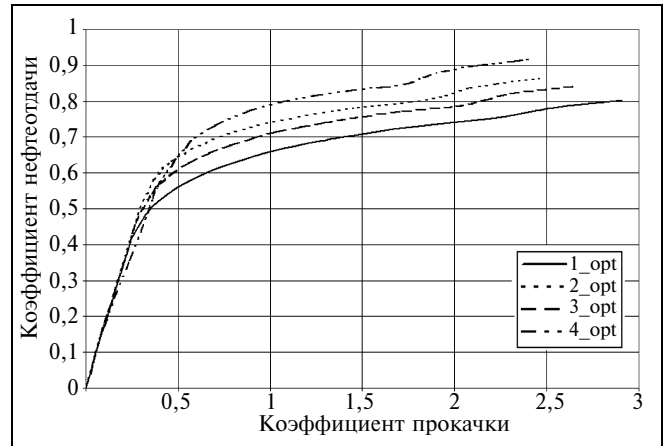


Рис. 4. Графики 1<sub>opt</sub> – 4<sub>opt</sub> коэффициента нефтеотдачи  $\eta(\tau)$  с учетом оптимального регулирования для гипотез 1–4 соответственно. Дискретный аналог равномерного закона,  $\tilde{k}_a = 0,1 \text{ мкм}^2$ ;  $\sigma^2 = 0,001$

В табл. 5 для гипотез 1–4 и дискретного аналога равномерного закона приведены значения  $\tau$  коэффициента прокачки поровых объемов и соответствующие им значения абсолютных разностей для коэффициентов конечной нефтеотдачи  $\Delta\eta$  и водо-нефтяного фактора  $\Delta ВНФ = \Sigma\Delta Q_{в}/\Sigma\Delta Q_{н}$  ( $\Sigma\Delta Q_{в}$ ,  $\Sigma\Delta Q_{н}$  – суммарная добыча воды и нефти) с учетом оптимального регулирования и без его учета, соответственно.

На рис. 4 приведены графики зависимости коэффициента нефтеотдачи  $\eta$  от коэффициента прокачки поровых объемов  $\tau$  с учетом дискретного аналога равномерного закона и гипотез 1–4 для оптимального регулирования. Анализируя кривые, можно сделать вывод о том, что наилучшие показатели получены для гипотезы 4, наихудшие – для гипотезы 1. Для гипотез 2 и 3 данные показатели расположены между двумя графиками, соответствующими гипотезам 1 и 4. Это объясняется видом относительных фазовых проницаемостей для гипотез 1–4 и динамикой изменения поля скоростей нефти в области двухфазной фильтрации элемента заводнения слоистого пласта.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Предложена математическая модель процесса двухфазной фильтрации в нефтяных пластах, параметры которых могут изменяться по толщине и простираю. Вероятностные законы – равномерный или логарифмически нормальный. Сформулированы четыре гипотезы о вытеснении нефти водой из элементарного объема слоистого пласта.

Разработан вычислительный алгоритм для определения модифицированных относительных фазовых проницаемостей на основе этих гипотез для произвольного дискретного аналога вероятностного закона распределения абсолютной проницаемости.

Предложена постановка двумерной нестационарной задачи оптимального регулирования извлечения нефти из слоистого пласта. Приведен алгоритм ее решения. Критерий качества решения — максимальный суммарный отбор нефти. Использование оптимального регулирования улучшило показатели извлечения нефти и водонефтяного фактора по сравнению с показателями прогнозирования.

Описанный подход позволяет решать задачи оптимального управления в элементе заводнения с нерегулярной сеткой скважин и заданием граничных условий I-го или II-го рода и их комбинации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Северов Я.А. Сравнение гидродинамических показателей двухмерного с трехмерным моделированием пласта // Науч. тр. Оренб. нефтян. акцион. компании «ОНАКО». — 2001. — № 3. — С. 165–169.
2. Булыгин Д.В., Булыгин В.Я. Геология и имитация разработки залежей нефти. — М.: Недра, 1996. — 382 с.
3. Мееров М.В. Исследование и оптимизация многофазных систем управления. — М.: Наука, 1986. — 236 с.
4. Закиров Э.С. Трехмерные многофазные задачи прогнозирования, анализа и регулирования разработки месторождений нефти и газа. — М.: Грааль, 2000. — 303 с.
5. Слабнов В.Д., Волков Ю.А., Скворцов В.В. Влияние некоторых факторов регулирования на основные показатели нефтеизвлечения из неоднородного пласта // Математическое моделирование. — 2002. — Т. 14, № 1. — С. 3–15.
6. Dolle N., Brouwer D.R., Jansen J.D. Dynamic Optimization of Water Flooding with Multiple Injectors and Producers using Optimal Control Theory // Proc. XIV Intern. Conf. on Computational Methods in Water Resources. — Delft, 2002. — P. 23–28.
7. Slabnov V.D., Volkov Yu.A. To a problem of optimum oil production process control from seams, development with application of horizontal wells // Вторая междунар. конф. по проблемам управления (Москва, 17 — 19 июня 2003 г. / ИПУ РАН) // Избранные труды в двух томах. — М., 2003. — Т. 2. — С. 57–67.
8. Азиз Х, Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — М.: Недра, 1982. — 407 с.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.П. Боровских.*

**Султанов Рустем Анварович** — канд. физ.-мат. наук, доцент, Казанский государственный финансово-экономический институт, ☎(843) 291-13-71, ✉sultanov@mail.ru,

**Слабнов Виктор Дмитриевич** — канд. физ.-мат. наук, доцент, Институт экономики, управления и права, г. Казань, ☎(843) 231-92-90, ✉slabnov@ieml.ru,

**Фукин Игорь Анатольевич** — канд. физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой, Институт экономики, управления и права, г. Казань, ☎(843) 231-92-90, ✉igor@ieml.ru,

**Скворцов Владимир Викторович** — д-р техн. наук, профессор, Казанский государственный технологический университет, ✉vskvortsov@mail.ru.

## Новая книга

**Новиков Д.А. Теория управления образовательными системами.** — М.: Народное образование, 2009. — 452 с.

Современной теории управления давно известны законы, принципы и механизмы, позволяющие эффективно управлять любой системой. Автор демонстрирует, что эти общие процедуры возможно и целесообразно применять и в образовательных системах.

Управление образовательными системами рассмотрено с общекибернетических позиций, что позволяет изложить компоненты и структуру теории систематически. Значительное внимание уделено программно-целевому (проектному) подходу к управлению образовательными системами. Детально рассмотрены функции, задачи и методы управления образовательными системами. Их изложение сопровождается анализом практических ситуаций, с которыми сталкиваются руководители образовательных систем и на которых иллюстрируется применение теории.

Для сотрудников органов управления образованием, студентов, аспирантов и преподавателей педагогических и управленческих специальностей, руководителей и сотрудников инновационных образовательных учреждений, работников институтов повышения квалификации.

По вопросам приобретения обращайтесь в ООО «НИИ школьных технологий»

(109202, Москва, шоссе Фрезер, д. 17, 3-й этаж, офис 1.

☎/☎ (499) 270-20-65; ✉ market@narodnoe.org).