

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РЕГУЛИРУЕМЫМ МОНОПОЛЬНЫМ РЫНКОМ ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ<sup>1</sup>

В.А. Стенников, О.В. Хамисов, А.В. Пеньковский

**Аннотация.** Сформулирован один из возможных подходов по управлению централизованным теплоснабжением потребителей в условиях иерархической двухуровневой системы, в которой верхний уровень представлен регулирующим органом (региональная служба по тарифам), в обязанности которого входит регулирование тарифа на тепловую энергию для потребителей, а нижний – системой централизованного теплоснабжения, технологически и организационно объединяющей функции по производству и транспортировке тепловой энергии в рамках единой теплоснабжающей организации. Дано описание взаимодействия участников процесса теплоснабжения потребителей. Предложены критерии оптимизации верхнего и нижнего уровней. На основе моделей теории гидравлических цепей и двухуровневого программирования разработана иерархическая математическая модель системы централизованного теплоснабжения потребителей, функционирующая в условиях регулируемого монопольного рынка тепловой энергии. С помощью разработанного научно-методического обеспечения выполнены практические исследования реальной системы централизованного теплоснабжения г. Ангарска.

**Ключевые слова:** системы централизованного теплоснабжения, рынок тепловой энергии, математическое моделирование, иерархическая схема управления, оптимизация.

## ВВЕДЕНИЕ

На рынках тепловой энергии многих стран важная роль отводится централизованному теплоснабжению. В мире сейчас насчитывается около 80 тыс. систем централизованного теплоснабжения (СЦТ) [1], из них 50 тыс. СЦТ находятся в России [2], 6 тыс. крупных СЦТ действуют в Европе [3], прочие 24 тыс. СЦТ расположены в Китае, США, Канаде, в странах бывшего СССР (Украина, Казахстан, Беларусь и др.).

Согласно данным компании Global Market Insights<sup>2</sup>, объем мирового рынка централизованного теплоснабжения в 2019 г. составил более 150 млрд

долларов США, на нем было произведено около 3300 млн Гкал тепловой энергии, из них почти 1300 млн Гкал (или почти 40%) – в Российской Федерации.

В мировой практике для управления рынками централизованного теплоснабжения применяются две организационные модели: конкурентная модель и модель естественной монополии.

Наличие конкуренции на рынке централизованного теплоснабжения, как и в других сферах, играет весьма важную роль, так как это способствует росту эффективности производства тепловой энергии, улучшению ее качества и, как следствие, снижению ее цены, что может благоприятно отразиться на развитии отрасли. Технологическая основа конкурентной модели складывается из нескольких независимых источников тепла (ИТ), которые связаны с потребителями тепловыми сетями (ТС). При этом необходимо, чтобы ТС были организационно отделены от генерации тепла и объединены в единую теплосетевую компанию, относящуюся к самостоятельной сфере деятельности. Подобную организационную модель принято называть «Единый

<sup>1</sup> Исследования выполнены в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН в рамках проектов государственного задания № FWEU-2021-0002 (регистрационный номер АААА-А21-121012090012-1) и FWEU-2021-0006 (регистрационный номер АААА-А21-121012090034-3) фундаментальных исследований СО РАН.

<sup>2</sup> URL: <https://www.gminsights.com/industry-analysis/district-heating-market> (дата обращения: 26.09.2021).



закупщик» [4, 5]. Конкурентная модель на рынке централизованного теплоснабжения успешно функционирует в некоторых европейских странах, таких как Германия [3], Финляндия [6], Швеция [7].

Для организации теплоснабжения потребителей наиболее часто применяется модель теплового рынка в виде естественной монополии, которой свойственно регулирование тарифа для потребителей. Подобная модель теплового рынка имеет место во многих странах Европейского союза, таких как Нидерланды [8], Польша [9], Литва [10], Латвия [11, 12], Норвегия [13], Эстония [14], а также в России, Китае и др. В каждой конкретной стране контроль над размером тарифов на тепловую энергию осуществляет, как правило, орган исполнительной власти в области государственного регулирования цен (тарифов) либо орган местного самоуправления в случае наделения его соответствующими полномочиями (табл. 1).

Организационная модель управления теплоснабжением потребителей в форме естественной монополии с регулированием тарифа для потребителей может быть представлена в виде иерархической вертикально интегрированной системы, состоящей из двух уровней рис. 1.

Верхний уровень здесь представлен регулятором, в обязанности которого входит регулирование тарифа на тепловую энергию для потребителей, а нижний – СЦТ, в которой технологически и организационно объединены производство и транспор-

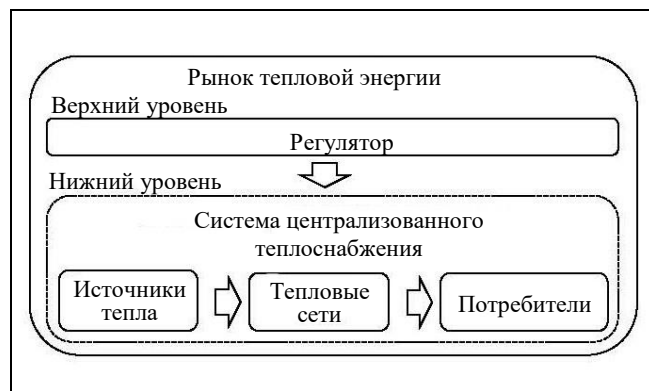


Рис. 1. Двухуровневая модель управления теплоснабжением потребителей

тировка тепловой энергии (ТЭ) в рамках единой теплоснабжающей организации (ЕТО). Основная идея двухуровневого построения схемы управления монопольным рынком централизованного теплоснабжения заключается в выделении подсистем, соответствующих конкретным субъектам рынка, для их дальнейшего моделирования с учетом реализации поставленных целевых установок.

Участники рынка теплоснабжения взаимодействуют друг с другом следующим образом. На основе прогнозных значений величины спроса на ТЭ со стороны потребителей ЕТО производит ТЭ и реализует ее потребителям исходя из того, что ИТ в совокупности производили бы такой суммарный объем ТЭ, который покрывал бы заданный

Таблица 1

#### Органы, осуществляющие регулирование тарифов на тепловую энергию в различных странах мира

Страна	Нидерланды	Польша	Литва	Латвия
Регулирующий орган	Управление по защите потребителей и рынков (Authority for Consumer and Market <sup>3</sup> )	Управление по вопросам энергетического регулирования (Energy Regulatory Office <sup>4</sup> )	Национальная комиссия по энергетическому контролю и ценам (National Control Commission for Prices and Energy <sup>5</sup> )	Комиссия по коммунальным предприятиям, (Sabiedrisko pakalpojumu regulēšanas Komisijas <sup>6</sup> )
Страна	Норвегия	Эстония	Россия	Китай
Регулирующий орган	Норвежское управление водных ресурсов и энергетики (Norwegian Water Resources and Energy Directorate <sup>7</sup> )	Управление по вопросам конкуренции Эстонии (Republic of Estonian Competition Authority <sup>8</sup> )	Федеральная антимонопольная служба, органы местного самоуправления <sup>9</sup>	Муниципальные органы власти [15]

<sup>3</sup> URL: <https://www.acm.nl/en/about-acm/our-organization/the-netherlands-authority-for-consumers-and-markets> (дата обращения: 01.10.2021).

<sup>4</sup> URL: <http://www.ure.gov.pl/en/about-us/presidents-duties/22,Presidents-duties.html> (дата обращения: 01.10.2021).

<sup>5</sup> URL: <http://www.regula.lt/en/Pages/default.aspx> (дата обращения: 01.10.2021).

<sup>6</sup> URL: <https://www.sprk.gov.lv/content/siltumenergija> (дата обращения: 01.10.2021).

<sup>7</sup> URL: <https://www.nve.no/energy-market-and-regulation/?ref=mainmenu> (дата обращения: 01.10.2021).

<sup>8</sup> URL: <https://www.riigiteataja.ee/en/eli/ee/Riigikogu/act/520062017016/consolidate> (дата обращения: 01.10.2021)

<sup>9</sup> Федеральный закон «О теплоснабжении» от от 27.07.2010 № 190-ФЗ.

спрос со стороны потребителей, обеспечивая при этом получение ими максимальной прибыли, с учетом имеющихся возможностей по мощностям ИТ и физико-технических ограничений ТС. В свою очередь, регулятор, защищая права потребителей, устанавливает такой уровень тарифа на ТЭ, который, с одной стороны, стимулировал бы ИТ удовлетворить заданный спрос со стороны потребителей, а с другой стороны, позволил бы им получить максимальную прибыль от продажи ТС при соблюдении оптимальных режимов в ТС.

Математическое описание такой системы осуществляется с помощью двухуровневого моделирования [16]. Переход к одноуровневой задаче оптимизации осуществляется путем замены задачи выпуклой оптимизации второго (нижнего) уровня условиями оптимальности первого порядка. Отметим, что данные исследования являются развитием существующих подходов и методов и опираются в большей мере на работу [17], из которой приняты основные положения при математическом моделировании объектов теплоснабжающей системы, включая источники тепловой энергии, тепловые сети и потребителей. Необходимо уточнить, что исследуемая постановка принципиально отличается от модели, описанной в статье [17], где рассматривается равноправное взаимодействие участников теплоснабжения, в то время как предлагаемая далее модель является иерархической и, следовательно, обладает совершенно иными математическими свойствами.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГУЛИРУЕМОГО РЫНКА ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ

### 1.1. Моделирование систем централизованного теплоснабжения

Топология СЦТ описывается матрицей инцидентности  $A$ , в которой число строк совпадает с числом узлов ( $i = 1, \dots, m$ ), а число столбцов с числом ветвей ( $j = 1, \dots, n$ ). Элементы  $a_{ji}$  матрицы  $A$  определяются так:

$$a_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{если дуга } i \text{ не имеет связи с узлом } j, \\ 1, & \text{если поток на дуге } i \text{ исходит из узла } j, \\ -1, & \text{если поток на дуге } i \text{ входит в узел } j, \end{cases}$$

$$i \in I, j \in J,$$

где  $I$  – множество участков тепловой сети;  $J$  – множество узлов тепловой сети.

Моделирование СЦТ осуществляется на временном интервале, который определяется началь-

ным моментом времени  $\tau_0 = 1$  (соответствующим суммарной расчетной тепловой нагрузке) и конечным (расчетным) моментом времени  $\tau_{fin}$  (например, календарным числом часов в году – 8760). Множество  $T = \{1, 2, \dots, \tau_{fin}\}$  есть множество всех временных интервалов.

### 1.2. Моделирование источников тепловой энергии

Моделирование поведения ИТ в условиях рынка осуществляется с учетом того, что в каждый момент времени  $\tau \in T$  они в совокупности производят такой объем тепловой энергии, который бы, с одной стороны, покрывал заданный спрос со стороны потребителей, а с другой стороны, позволял бы ИТ максимизировать свою прибыль с учетом затрат на производство тепла и имеющихся ограничений на производительность.

Каждому источнику тепла сопоставим переменную  $Q_{ij}^G$  – объем тепла, производимого в момент времени  $\tau \in T$  источником  $j \in J_G$ , где  $J_G$  – множество источников тепловой энергии. Обозначим через  $w_{ij}^{HE}$  цену за единицу тепловой энергии, получаемую генератором  $j \in J_G$  в момент времени  $\tau$ , а через  $w_j^p = \gamma_j / \bar{Q}_j^G$  – фиксированную плату (ставку) за единицу установленной мощности, где  $\gamma_j$  – условно-постоянные затраты источника тепла  $j$ ,  $\bar{Q}_j^G$  – установленная (максимальная) мощность источника тепла  $j$ . Тогда прибыль  $j$ -го источника от произведенного им тепла в момент времени  $\tau$  с учетом его ограничений по производительности тепловой энергии определяется, аналогично работе [17], исходя из решения следующей задачи оптимизации, дополнительно учитывающей выручку за предоставленную тепловую мощность:

$$F_{ij}^G(Q_{ij}^G) = w_j^p \bar{Q}_j^G + w_{ij}^{HE} Q_{ij}^G - Z_{ij}^G(Q_{ij}^G) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\underline{Q}_j^G \leq Q_{ij}^G \leq \bar{Q}_j^G, \quad (2)$$

где  $\underline{Q}_j^G$  – минимально допустимая используемая мощность источника тепла;  $Z_{ij}^G(Q_{ij}^G)$  – затраты  $j$ -го источника на производство тепловой энергии в объеме  $Q_{ij}^G$ , которые представляются в виде полинома второй степени [17].

Цену  $w_{ij}^{HE}$  в задаче (1), (2) будем рассматривать как внешний параметр. Цена  $w_j^p$  – заданная константа. Функция прибыли  $F_{ij}^G(Q_{ij}^G)$  – сильно вогнутая функция, следовательно, задача (1), (2) имеет единственное решение  $Q_{ij}^{G,*}(w_{ij}^{HE})$ :



$$Q_{vj}^{G,*}(w_{vj}^{HE}) = \begin{cases} \underline{Q}_j^G, & w_{vj}^{HE} < \underline{w}_{vj}^{HE}, \\ \frac{w_{vj}^{HE} - \beta_j}{2\alpha_j}, & \underline{w}_{vj}^{HE} \leq w_{vj}^{HE} \leq \overline{w}_{vj}^{HE}, \\ \overline{Q}_j^G, & w_{vj}^{HE} > \overline{w}_{vj}^{HE}, \end{cases} \quad (3)$$

$$Q_{vj}^{DH} = Q_{vj}^{DHH} + Q_{vj}^{DHW}, \quad j \in J_{DH}.$$

где  $\underline{w}_{vj}^{HE} = 2\alpha_j \underline{Q}_j^G + \beta_j$ ,  $\overline{w}_{vj}^{HE} = 2\alpha_j \overline{Q}_j^G + \beta_j$  – цены на тепловую энергию источника  $j$ , соответствующие минимальной и установленной (максимальной) мощностям;  $\alpha_j, \beta_j$  – коэффициенты аппроксимации в функции затрат ИТ  $Z_{vj}^G(Q_{vj}^G)$  [17].

### 1.3. Моделирование потребителей тепловой энергии

Множество потребителей тепловой энергии  $J_D$  укрупненно можно представить как объединение трех подмножеств  $J_D = J_{DH} \cup J_{DIG} \cup J_{DIN}$ , где  $J_{DH}$  – потребители жилищно-коммунального хозяйства (ЖКХ);  $J_{DIG}$  – промышленные потребители, присоединенные к тепловым сетям, не являющимся узлами – источниками (коллекторами) тепла;  $J_{DIN}$  – промышленные потребители, расположенные на коллекторах источников тепла. Нетрудно видеть, что введенное множество обладает свойством

$$J_{DIN} \subset J_G, J_G \cap J_{DIG} = \emptyset, J_{DIN} \cap J_{DIG} = \emptyset. \quad (4)$$

Пусть  $Q_{vj}^D$  – суммарный спрос потребителей в узле  $j \in J_D$  в момент времени  $\tau \in T$ . Для краткости изложения спрос потребителей ЖКХ на тепловую энергию  $Q_{vj}^D, j \in J_{DH}$ , где  $J_{DH}$  – множество потребителей ЖКХ, будем обозначать как  $Q_{vj}^{DH}$ , спрос потребителей промышленного сектора, присоединенных к тепловым сетям  $Q_{vj}^D, j \in J_{DIG}$ , – через  $Q_{vj}^{DIG}$ ; спрос потребителей промышленного сектора, расположенных на коллекторах источников  $Q_{vj}^D, j \in J_{DIN}$ , – через  $Q_{vj}^{DIN}$ . Тогда с учетом выражения (4),

$$Q_{vj}^D = \begin{cases} Q_{vj}^{DH} + Q_{vj}^{DIG}, & j \in J_{DH} \cap J_{DIG}, \\ Q_{vj}^{DH} + Q_{vj}^{DIN}, & j \in J_{DH} \cap J_{DIN}, \\ Q_{vj}^{DH}, & j \in J_{DH} \setminus (J_{DIG} \cap J_{DIN}), \\ Q_{vj}^{DIG}, & j \in J_{DIG} \setminus J_{DH}, \\ Q_{vj}^{DIN}, & j \in J_{DIN} \setminus J_{DH}. \end{cases}$$

Суммарный спрос на тепловую энергию со стороны потребителей ЖКХ  $Q_{vj}^{DH}$  в каждый момент времени  $\tau$  складывается из спроса на тепловую энергию для нужд отопления  $Q_{vj}^{DHH}$  (эта величина изменяется в течение отопительного периода в зависимости от температуры наружного воздуха) и горячего водоснабжения  $Q_{vj}^{DHW}$  (не изменяется в течение года):

Определение спроса на тепловую энергию для нужд отопления со стороны потребителей ЖКХ осуществляется с помощью уравнения Россандера [17].

Развитие рыночных принципов функционирования энергетической отрасли в России, в частности, в системах централизованного теплоснабжения, привело к появлению новой переменной, которой является стоимость (цена) тепловой энергии. С точки зрения экономической теории потребность в каком-либо товаре характеризуется кривой спроса, показывающей зависимость спроса от цены.

Для большинства рынков централизованного теплоснабжения характерен неэластичный спрос. Это объясняется тем, что в течение отопительного сезона спрос на рынках тепла представляет собой фиксированную величину и поэтому жестко привязан к конкретной системе. При этом цены на тепловую энергию не корректируются в режиме реального времени в зависимости от загрузки ИТ, а рассчитываются и утверждаются на среднесрочную или долгосрочную перспективу. Вместе с тем, в теплоснабжении уже сформировался рынок современного и эффективного оборудования малой и средней мощности (как правило, это котельные). С его расширением нередко становится экономически целесообразным сооружение собственных ИТ (как правило, на площадках промышленных объектов или индивидуальные ИТ в частной жилой застройке) небольшой мощности с приемлемыми единовременными затратами и минимальными сроками окупаемости. В результате этого спрос на тепловую энергию может приобретать эластичный характер.

Моделирование поведения потребителей промышленного сектора осуществляется на основе обратной функции спроса, построение которой, как правило, осуществляется по результатам реальных расчетов для отдельно рассматриваемых промышленных потребителей путем аппроксимации ретроспективных данных, при этом учитываются прогнозные оценки объемов потребления тепловой энергии и цены на нее. Так, для промышленных потребителей, присоединенных к тепловым сетям, обратная функция спроса  $w_{vj}^{DIG} = \Phi^{-1}(Q_{vj}^{DIG})$ , где  $w_{vj}^{DIG}$  – покупная цена, которую потребитель готов заплатить за тепло, полученное в объеме  $Q_{vj}^{DIG}$ , руб./Гкал, имеет линейный вид [17].

Аналогично, для промышленных потребителей, расположенных на коллекторах источника тепла, обратная функция спроса примет вид

$$w_{ij}^{DIN} = \xi_j^{DIN} - \vartheta_j^{DIN} Q_{ij}^{DIN}, \quad j \in J_{DIN},$$

где  $\xi_j^{DIN}$ ,  $\vartheta_j^{DIN}$  – постоянные, полученные в процессе аппроксимации фактических значений объема покупки тепловой энергии промышленным предприятием  $j \in J_{DIN}$  в зависимости от ее цены;  $w_{ij}^{DIN}$  – покупная цена, которая определяется только стоимостью производства тепловой энергии, руб./Гкал;  $Q_{ij}^{DIN}$  – объем тепловой энергии, приобретаемой промышленным предприятием  $j \in J_{DIN}$ , расположенным на коллекторах источника тепловой энергии, Гкал/ч.

Колебания спроса на тепло в зависимости от времени суток и от погодных условий относятся к основной проблеме рынка теплоэнергии. Поэтому предлагается исследовать взаимодействие производителей и потребителей в течение каждого часа из заданного временного периода. Такой дискретный подход к моделированию является практически значимым, поскольку позволяет учитывать как суточные, так и сезонные факторы спроса на тепловую энергию, которые могут существенным образом повлиять на решение задачи по определению объемов спроса и производства тепловой энергии для каждого ИТ, а значит, и на размер получаемой ими прибыли.

#### 1.4. Моделирование тепловых сетей

Математическая модель, описывающая тепловые сети с организацией ЕТО, в отличие от модели конкурентного рынка тепловой энергии (экстремальная постановка) [17], представляет собой систему линейных и нелинейных уравнений, а именно, к материальному балансу (первый закон Кирхгофа), который выступает в качестве ограничений в задаче оптимизации затрат в тепловые сети [17], добавляются уравнения, отражающие второй закон Кирхгофа (5) и замыкающие соотношения (6):

$$y_\tau - A^T p_\tau = 0, \quad (5)$$

$$y_{ti} - s_i x_{ti} |x_{ti}| = -H_{ti}, \quad i \in I, \quad (6)$$

где  $y_\tau = (y_{\tau 1}, \dots, y_{\tau n})^T$ ,  $y_{ti}$  – перепад давления на  $i$ -м участке тепловой сети в момент времени  $\tau$ , м вод. ст.;  $A^T$  – транспонированная матрица инцидентности;  $p_\tau = (p_{\tau 1}, \dots, p_{\tau m})^T$ ,  $p_{ij}$  – давление в  $j$ -м узле в момент времени  $\tau$ , м вод. ст.;  $s_i$  – коэффициент гидравлического сопротивления ветвей  $i$ -го участка тепловой сети (м<sup>2</sup>/Г<sup>2</sup>);  $x_\tau = (x_{\tau 1}, \dots, x_{\tau n})^T$ ,  $x_{ti}$  – расход теплоносителя на  $i$ -м участке тепловой сети в момент времени  $\tau$ , т/ч;  $H_{ti}$  – действующий напор

на  $i$ -м участке тепловой сети в момент времени  $\tau$ , м вод. ст.

Переменные в системе уравнений, определяющие оптимальное потокораспределение в тепловой сети, представлены векторами  $x_\tau$ ,  $y_\tau$  и  $p_\tau$ . Если в каждый момент времени  $\tau \in T$  соблюдается материальный баланс

$$\sum_{j \in J_G} Q_{ij}^G = \sum_{j \in J_{DH}} Q_{ij}^{DH} + \sum_{j \in J_{DIG}} Q_{ij}^{DIG} + \sum_{j \in J_{DIN}} Q_{ij}^{DIN},$$

то данная система имеет решение  $(x_\tau^*, y_\tau^*, p_\tau^*)$  [18]. Это решение будет всегда единственным по переменным  $(x_\tau^*, y_\tau^*)$  и не единственным по переменным  $p_\tau^*$ . Для того чтобы добиться единственности по  $p_\tau^*$ , достаточно зафиксировать давление в одном узле [18]. Методология поиска оптимального потокораспределения в ТС в виде решения системы линейных и нелинейных уравнений хорошо отработана [18], ее применение не представляет большого труда.

Решение задачи нахождения оптимального потокораспределения в ТС в условиях рынка усложняется по сравнению с решением традиционной задачи их технико-экономического расчета, так как в балансовом соотношении известны только фиксированные нагрузки потребителей ЖКХ  $Q_{ij}^{DH}$ . Объемы производства источниками тепла  $Q_{ij}^G$  и нагрузки промышленных потребителей  $Q_{ij}^{DIG}$  и  $Q_{ij}^{DIN}$  неизвестны, следовательно, задача поиска оптимального потокораспределения в ТС становится недоопределенной.

Предположим, что набор цен производства тепловой энергии источниками  $w_\tau^{HE} = \{w_{ij}^{HE}: j \in J_G\}$  задан. Тогда по формуле (3) находятся значения объема генерации для каждого источника

$$Q_{ij}^G = Q_{ij}^{G,*}(w_{ij}^{HE}), \quad j \in J_G,$$

и суммарное предложение теплоэнергии  $\sum_{j \in J_G} Q_{ij}^G = \sum_{j \in J_G} Q_{ij}^{G,*}(w_{ij}^{HE})$ . После этого можно определить объем тепла  $Q_\tau^{TSI}(w_\tau^{HE})$ , предложенного промышленному сектору:

$$Q_\tau^{TSI}(w_\tau^{HE}) = \sum_{j \in J_G} Q_{ij}^{G,*}(w_{ij}^{HE}) - \sum_{j \in J_{DH}} Q_{ij}^{DH}. \quad (7)$$

Остается выяснить, как суммарное предложение  $Q_\tau^{TSI}(w_\tau^{HE})$  распределится между конкретными потребителями тепла промышленного сектора, т. е. определить узловы величины  $Q_{ij}^{DIN}$  и  $Q_{ij}^{DIG}$ , которые должны удовлетворять равенству

$$\sum_{j \in J_{DIG}} Q_{ij}^{DIG} + \sum_{j \in J_{DIN}} Q_{ij}^{DIN} = Q_\tau^{TSI}(w_\tau^{HE}).$$

Для нахождения этих узловых величин применяется подход, основанный на построении избыточных проектных схем теплоснабжающих систем [18]. Избыточная схема формируется на базе исходной расчетной схемы теплоснабжающей систе-



мы путем введения фиктивного узла с номером  $m + 1$  и фиктивных дуг, выходящих из узлов  $j \in J_{DIN} \cap J_{DIG}$ , в которых находятся промышленные потребители, и входящих в фиктивный узел  $m + 1$ . Фиктивным дугам присваиваются номера от  $n + 1$  до  $n + r$ , где  $r$  – количество промышленных потребителей (количество элементов множества  $J_{DIN} \cup J_{DIG}$ ). В фиктивном узле задается суммарный спрос промышленных потребителей, равный  $Q_{\tau}^{TSI}(w_{\tau}^{HE})$  из формулы (7), а сам спрос промышленных потребителей в узлах  $j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$  полагается равным нулю. Поток тепла из каждого узла  $j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$  в узел  $m + 1$  обозначается через  $x_{\eta(j)}$ , где  $\eta(j) \in \{n + 1, \dots, n + r\}$  – номер фиктивной дуги, исходящей из узла  $j$ . Сопротивления и напоры фиктивных дуг также полагаются равными нулю т. е.  $s_{\eta(j)} = 0, H_{\eta(j)} = 0, j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$ . Тогда в силу замыкающих соотношений вида (6) перепады давления также будут равны нулю:  $y_{\eta(j)} = 0, j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$ . Далее из формулы (5) получаем  $(A)_{\eta(j)}^T p_{\tau} = 0$ , где  $(A)_{\eta(j)}^T$  –  $\eta(j)$ -я строка транспонированной матрицы инцидентности. Равенства  $(A)_{\eta(j)}^T p_{\tau} = 0, j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$ , эквивалентны равенствам  $p_{\tau} = p_{\tau(m+1)}, j \in J_{DIN} \cup J_{DIG}$ , т. е. давление в узлах промышленного сектора равно давлению в фиктивном узле. Как упоминалось выше, для достижения единственности решения по  $p_{\tau}$  достаточно зафиксировать давление в одном из узлов СЦТ, поэтому, не уменьшая общности, традиционно [18] будем считать, что  $p_{\tau(m+1)} = 0$ . Вследствие этого, аналоги уравнений (5), (6), соответствующие фиктивным ветвям, отсутствуют. Итоговая система уравнений избыточной схемы с учетом балансовых (материальных) соотношений в узлах (первый закон Кирхгофа, см. формулы (8)–(16)) примет вид

$$A_j x_{\tau} + x_{\eta(j)} = Q_{\tau}^{G,*}(w_{\tau}^{HE}) - Q_{\tau}^{DH}, j \in J_{DH} \cap J_{DIN}, \quad (8)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{\tau}^{G,*}(w_{\tau}^{HE}) - Q_{\tau}^{DH}, j \in J_G \cap J_{DH} \setminus J_{DIN}, \quad (9)$$

$$A_j x_{\tau} + x_{\eta(j)} = Q_{\tau}^{G,*}(w_{\tau}^{HE}), j \in J_{DIN} \setminus J_{DH}, \quad (10)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{\tau}^{G,*}(w_{\tau}^{HE}), j \in J_G \setminus J_{DH} \cup J_{DIN}, \quad (11)$$

$$A_j x_{\tau} = -Q_{\tau}^{DH}, j \in J_{DH} \setminus (J_G \cup J_{DIG}), \quad (12)$$

$$A_j x_{\tau} + x_{\eta(j)} = 0, j \in J_{DIG} \setminus J_{DH}, \quad (13)$$

$$A_j x_{\tau} + x_{\eta(j)} = -Q_{\tau}^{DH}, j \in J_{DH} \setminus J_{DIG}, \quad (14)$$

$$A_j x_{\tau} = 0, j \in J_0, \quad (15)$$

$$-\sum_{j \in J_{DIN} \cup J_{DH}} x_{\eta(j)} = -Q_{\tau}^{TSI}(w_{\tau}^{HE}), \quad (16)$$

$$y_{\tau} - A^T p_{\tau} = 0, \quad (17)$$

$$y_{\tau i} - s_i x_{\tau i} |x_{\tau i}| = -H_{\tau i}, i \in I. \quad (18)$$

Уравнение (16) соответствует введенному фиктивному узлу. В силу балансового соотношения (7) данная система всегда имеет решение  $(x_{\tau}^*(w_{\tau}^{HE}), y_{\tau}^*(w_{\tau}^{HE}), p_{\tau}^*(w_{\tau}^{HE}))$ . Объем потребления тепла промышленными потребителями будет определяться равенствами

$$\begin{aligned} Q_{\tau}^{DIG}(w_{\tau}^{HE}) &= x_{\tau\eta(j)}^*(w_{\tau}^{HE}), j \in J_{DIG}, \\ Q_{\tau}^{DIN}(w_{\tau}^{HE}) &= x_{\tau\eta(j)}^*(w_{\tau}^{HE}), j \in J_{DIN}. \end{aligned} \quad (19)$$

Применение метода избыточных проектных схем проиллюстрируем на примере теплоснабжающей системы, изображенной на рис. 2, а. Здесь и на рис. 2, б цифрами обозначены номера узлов, цифрами в кружках – номера ветвей;  $Q_1^G, Q_5^G$  – нагрузки источников тепла;  $Q_1^{DIN}$  – нагрузка потребителя, расположенного на коллекторе источника тепла;  $Q_3^{DIG}$  – нагрузка промышленного потребителя, присоединенного к тепловым сетям;  $Q_2^{DH}, Q_4^{DH}$  – нагрузки потребителей ЖКХ;  $Q_6^{TSI}$  – суммарная нагрузка промышленных потребителей. Рассматриваемая теплоснабжающая система (см. рис. 2, а) состоит из  $m = 5$  узлов,  $n = 8$  ветвей,  $J = \{1, 2, 3, 4, 5\}, I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Соответствие между ветвями и узлами представлено в табл. 2.

Матрица инцидентности для схемы, изображенной на рис. 2, а, имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Узлы – источники тепла представлены множеством  $J_G = \{1, 5\}$ ; узлы – потребители ЖКХ – множеством  $J_{DH} = \{2, 4\}$ ; узлы, в которых есть промышленные потребители, но нет источников тепла – множеством  $J_{DIG} = \{3\}$ ; узлы, в которых есть источники тепла и промышленные потребители – множеством  $J_{DIN} = \{1\}$ , простые узлы разветвления представлены пустым множеством  $J_0 = \emptyset$ . С учетом изложенного, уравнения первого закона Кирхгофа для приведенной на рис. 2, а схемы теплоснабжения будут иметь вид

$$\begin{aligned} x_{\tau 1} + x_{\tau 2} + x_{\tau 3} &= Q_{\tau 1}^G - Q_{\tau 1}^{DIN}, \\ -x_{\tau 1} + x_{\tau 4} - x_{\tau 6} &= -Q_{\tau 2}^{DH}, \\ -x_{\tau 2} - x_{\tau 4} - x_{\tau 5} - x_{\tau 7} &= -Q_{\tau 3}^{DIG}, \\ -x_{\tau 3} + x_{\tau 5} - x_{\tau 8} &= -Q_{\tau 4}^{DH}, \\ x_{\tau 6} + x_{\tau 7} + x_{\tau 8} &= Q_{\tau 5}^G. \end{aligned}$$

Пусть объемы производства тепла источниками  $Q_{\tau 1}^G, Q_{\tau 5}^G$  и спрос в узлах с потребителями ЖКХ  $Q_{\tau 2}^{DH}, Q_{\tau 4}^{DH}$  известны, тогда суммарный спрос со стороны промышленных потребителей определится следующим образом:

$$Q_{\tau}^{TSI} = Q_{\tau 1}^{DIN} + Q_{\tau 3}^{DIG} = Q_{\tau 1}^G + Q_{\tau 5}^G - Q_{\tau 2}^{DH} - Q_{\tau 4}^{DH}.$$

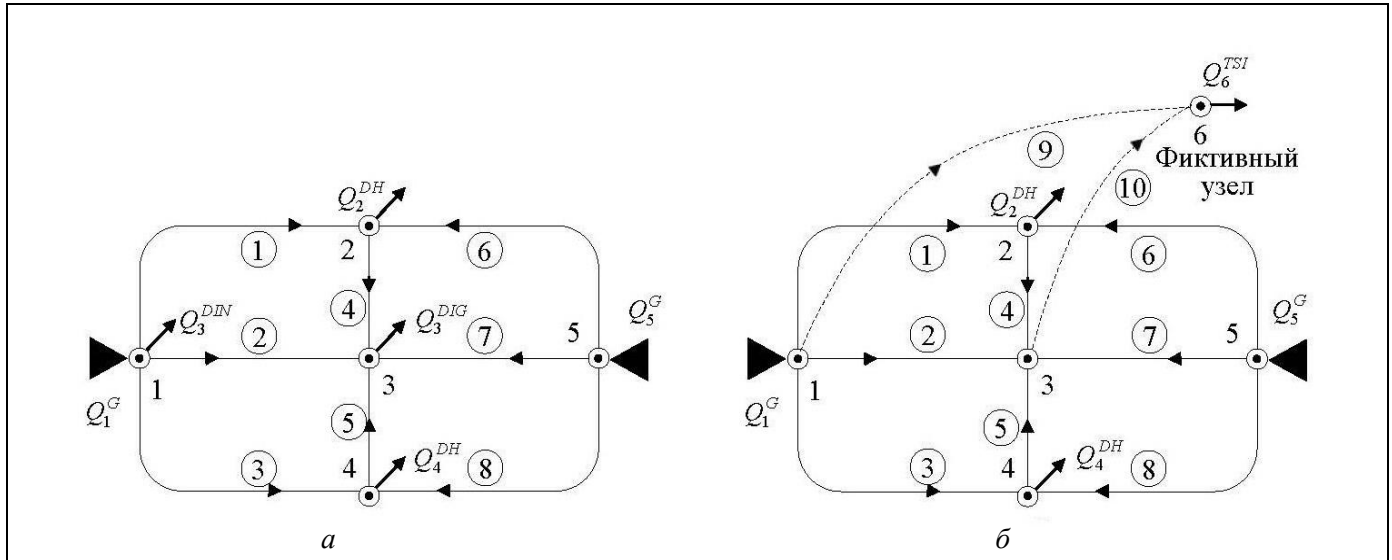


Рис. 2. Схема теплоснабжения: а – расчетная, б – избыточная

Таблица 2

Соответствие между ветвями и узлами

	Ветвь 1	Ветвь 2	Ветвь 3	Ветвь 4	Ветвь 5	Ветвь 6	Ветвь 7	Ветвь 8
Начальный узел	1	1	1	2	4	5	5	5
Конечный узел	2	3	4	3	3	2	3	4

Будем полагать, что  $Q_{\tau}^{TSI} > 0$ , иначе ситуация тривиальная. Схема на рис. 2, а представлена двумя промышленными потребителями  $J_{DIN} \cup J_{DIG} = \{1, 3\}$ ,  $r = 2$ . Введем фиктивный узел под номером 6, фиктивную ветвь под номером 9, соединяющую узлы 1 и 6, и фиктивную ветвь под номером 10, соединяющую узлы 3 и 6, при этом  $\eta(1) = 9$  и  $\eta(3) = 10$  (рис. 2, б). В этом случае система уравнений, отражающая первый закон Кирхгофа для избыточной схемы, запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{\tau 1} + x_{\tau 2} + x_{\tau 3} + x_{\tau 9} &= Q_{\tau 1}^G, \\ -x_{\tau 1} + x_{\tau 4} - x_{\tau 6} &= -Q_{\tau 2}^{DH}, \\ -x_{\tau 2} - x_{\tau 4} - x_{\tau 5} - x_{\tau 7} + x_{\tau 10} &= 0, \\ -x_{\tau 3} + x_{\tau 5} - x_{\tau 8} &= -Q_{\tau 4}^{DH}, \\ x_{\tau 6} + x_{\tau 7} + x_{\tau 8} &= Q_{\tau 5}^G, \\ -x_{\tau 9} - x_{\tau 10} &= -Q_{\tau 6}^{TSI}. \end{aligned}$$

Вектор перетоков  $x_{\tau}^*(w_{ij}^{HE})$ , полученный в ходе решения системы уравнений поиска оптимального потокораспределения в ТС, соответствует минимальным затратам на транспортировку тепла по сети [18]. Тогда объем тепла, доставляемый промышленным потребителям в соответствии с выражением (7), определяется исходя из минимизации сетевых затрат на основе оптимального потокораспределения в ТС, согласно изложенному в работе [18]. За полученный объем тепла участники про-

мышленного сектора готовы платить по ценам, определяемым в соответствии с обратными функциями спроса  $w_{ij}^{DIN} = \Phi^{-1}(Q_{ij}^{DIN})$ ,  $w_{ij}^{DIG} = \Phi^{-1}(Q_{ij}^{DIG})$ .

После расчета установившегося потокораспределения определяются сетевые затраты согласно формуле, приведенной в работе [17].

### 1.5. Модель управления теплоснабжением потребителей

При формировании математической модели управления теплоснабжением потребителей на регулируемом монопольном рынке централизованного теплоснабжения необходимо сформулировать постановку самой задачи, которая заключается в следующем. Требуется найти такое состояние регулируемого монопольного рынка централизованного теплоснабжения, при котором ИТ в совокупности производили бы такой суммарный объем ТЭ, который покрывал бы заданный спрос со стороны потребителей исходя из условия получения ими максимальной прибыли, а также с учетом имеющихся возможностей по мощностям ИТ и физико-технических ограничений ТС. При этом цена на ТЭ для промышленных потребителей определяется исходя из заданных для них обратных функций спроса, а регулятор устанавливает справедливый тариф на тепловую энергию для потребителей ЖКХ.



Для моделирования поведения регулятора необходимо формализовать его критерий цели. Будем считать, что регулятор, отстаивая интересы потребителей ЖКХ, стремится определить минимальный для них тариф на тепловую энергию  $w_\tau^{DH}$ . Запишем экономический баланс СЦТ:

$$\sum_{j \in J_G} \left( w_{tj}^{HE} Q_{tj}^G + w_j^P \bar{Q}_j \right) + Z_\tau^{NET} (x_\tau) = w_\tau^{DH} \sum_{j \in J_{DH}} Q_{tj}^{DH} + \sum_{j \in J_{DIG}} w_{tj}^{DIG} Q_{tj}^{DIG} + \sum_{j \in J_{DIN}} w_{tj}^{DIN} Q_{tj}^{DIN}, \quad (20)$$

где  $Z_\tau^{NET} (x_\tau)$  – затраты ТС, руб., которые рассчитываются по формуле, приведенной в работе [17].

Определим суммарный спрос из баланса (20). Выразим цену на ТЭ потребителей ЖКХ как аффинную функцию остальных переменных:

$$w_\tau^{DH} = f_\tau \left( w_\tau^{HE}, Q_\tau^G, Z_\tau^{NET}, w_\tau^{DIG}, Q_\tau^{DIG}, w_\tau^{DIN}, Q_\tau^{DIN} \right) = \frac{1}{\sum_{j \in J_{DH}} Q_{tj}^{DH}} \left[ \sum_{j \in J_G} \left( w_{tj}^{HE} Q_{tj}^G + w_j^P \bar{Q}_j \right) + Z_\tau^{NET} (x_\tau) - \sum_{j \in J_{DIG}} w_{tj}^{DIG} Q_{tj}^{DIG} - \sum_{j \in J_{DIN}} w_{tj}^{DIN} Q_{tj}^{DIN} \right]. \quad (21)$$

Источники тепловой энергии, тепловая сеть и промышленные потребители функционируют исходя из своих интересов и напрямую не подчиняются регулятору. Как было описано ранее, ИТ максимизируют свою прибыль, тепловая сеть оптимизирует свои издержки на транспортировку тепловой энергии (путем решения задачи оптимального потокораспределения в ТС) от источников к потребителям, поведение промышленных потребителей формируется обратными функциями спроса. При этом определяющим в поведении источников, тепловых сетей, а также промышленных потребителей является вектор цен  $w_\tau^{DH}$ . Следовательно, варьируя вектор цен  $w_\tau^{HE}$ , регулятор может минимизировать тариф  $w_\tau^{DH}$  в формуле (21), учитывая интересы источников, тепловых сетей и промышленных потребителей.

В соответствии с изложенным, приходим к следующей, двухуровневой модели. Регулятор представляет верхний уровень и в каждый момент времени  $\tau \in T$  решает задачу оптимизации

$$w_\tau^{DH} = f_\tau \left( w_\tau^{HE}, Q_\tau^G, Z_\tau^{NET}, w_\tau^{DIG}, Q_\tau^{DIG}, w_\tau^{DIN}, Q_\tau^{DIN} \right) \rightarrow \min, \quad (22)$$

$$w_\tau^{HE} \leq w_\tau^{HE} \leq w_\tau^{-HE}, \quad j \in J_G. \quad (23)$$

Вектор цен  $w_\tau^{HE}$  регулятор передает на нижний уровень, состоящий из источников тепла, тепловых сетей и потребителей. Источники тепловой энер-

гии  $j \in J_G$  решают задачи максимизации собственной прибыли (1), (2) и производят тепловую энергию в объеме  $Q_{tj}^G = Q_{tj}^{G*} (w_{tj}^{HE})$  в соответствии с формулой (3). Спрос на тепловую энергию со стороны ЖКХ является постоянным, не зависящим от  $w_\tau^{HE}$ . Зная величину предложения тепловой энергии со стороны источников и спрос со стороны ЖКХ, тепловая сеть, используя избыточную схему, решает задачу оптимального потокораспределения, определяя сетевые затраты и объемы тепловой энергии

$$Q_\tau^{DIG} = Q_{tj}^{DIG} (w_{tj}^{HE}), \quad Q_\tau^{DIN} = Q_{tj}^{DIN} (w_{tj}^{HE}),$$

поставляемые промышленным потребителям (19). Зная эти значения объемов, промышленные потребители назначают соответствующие цены согласно их функциям обратного спроса. После этого становятся известными все аргументы функции регулятора  $f$  в формуле (22), и он может определить полученный тариф на тепловую энергию для потребителей ЖКХ, соответствующий вектору  $w_\tau^{HE}$ . Детальная схема взаимодействия между верхним и нижним уровнем системы представлена на рис. 3.

Опишем алгоритм  $FV(w_\tau^{HE})$  вычисления значений целевой функции верхнего уровня.

Входная информация – вектор цен  $w_\tau^{HE}$ .

Выходная информация – значение функции  $FV(w_\tau^{HE})$ .

**Шаг FV.1.** Вычислить объем  $Q_{tj}^G = Q_{tj}^{G*} (w_{tj}^{HE})$ ,  $j \in J_G$ , используя формулу (3).

**Шаг FV.2.** Вычислить объем  $Q_\tau^{TSI} (w_{tj}^{HE,k})$  по формуле (7).

**Шаг FV.3.** Определить перетоки  $x_\tau^k = x_\tau^* (w_\tau^{HE,k})$ ,  $\tilde{x}_\tau^k = \tilde{x}_\tau^* (w_\tau^{HE,k})$ , решив систему уравнений (8)–(18).

**Шаг FV.4.** Вычислить сетевые затраты  $Z_\tau^{NET}$  согласно изложенному в работе [17].

**Шаг FV.5.** Определить объемы тепловой энергии  $Q_\tau^{DIG}$  и  $Q_\tau^{DIN}$  по формулам (19).

**Шаг FV.6.** Вычислить цены  $w_\tau^{DIG}$  и  $w_\tau^{DIN}$  по формулам обратного спроса.

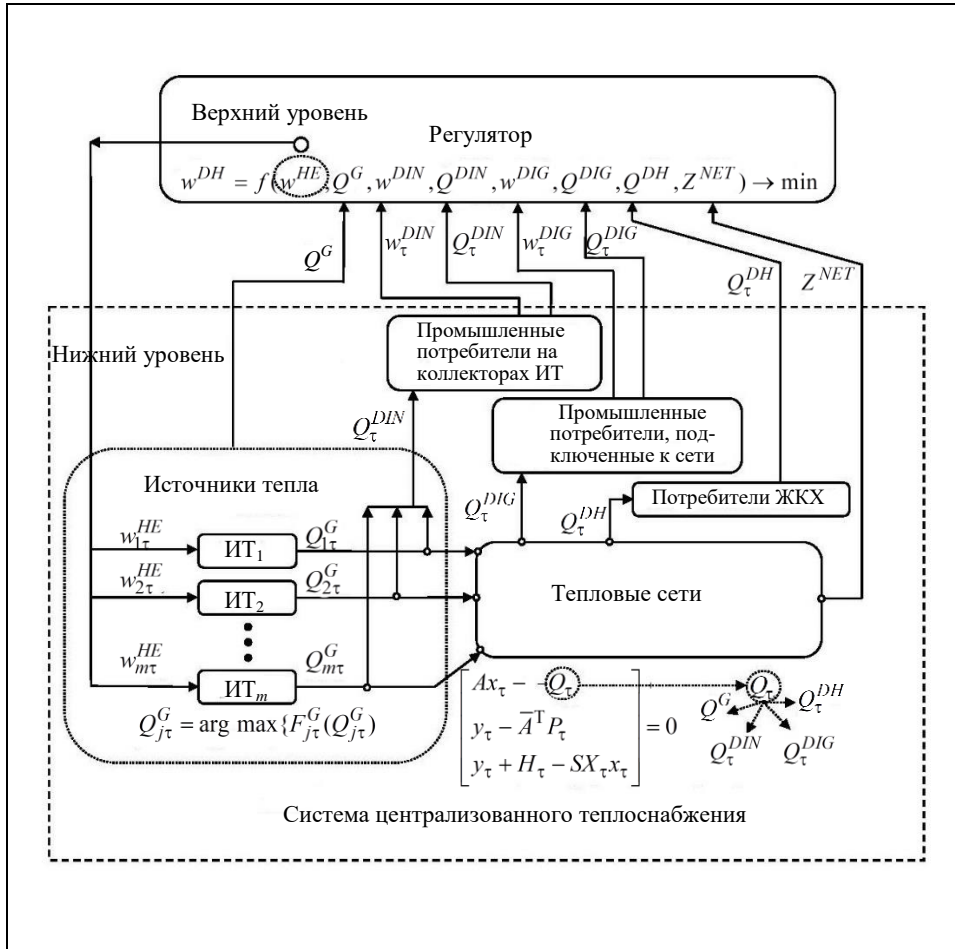
**Шаг FV.7.** Вычислить величину  $FV(w_\tau^{HE}) = f_\tau \left( w_\tau^{HE}, Q_\tau^G, Z_\tau^{NET}, w_\tau^{DIG}, Q_\tau^{DIG}, w_\tau^{DIN}, Q_\tau^{DIN} \right)$ , используя формулу (22).

С учетом введенной в рассмотрение функции  $FV$ , значения которой находятся по приведенному выше алгоритму, задача (22), (23) может быть переформулирована следующим образом:

$$FV(w_\tau^{HE}) \rightarrow \min,$$

$$w_\tau^{HE} \leq w_\tau^{HE} \leq w_\tau^{-HE}, \quad j \in J_G.$$





Предлагаемый выше алгоритм минимизации целевой функции (22) представляет собой адаптацию метода покоординатного спуска применительно к рассматриваемой задаче [19].

Графическая интерпретация работы предлагаемого алгоритма в виде пошагового вычислительного процесса представлена на рис. 4.

Рис. 4, а иллюстрирует изменение функции цены тепловой энергии для потребителей ЖКХ в зависимости от значения цены производимой ТЭ источниками для теплоснабжающей системы с двумя источниками (см. рис. 2), а рис. 4, б отображает изолинии функции цели, показывающие область изменения цены на тепловую энергию для потребителей ЖКХ при различных комбинациях возможных значений цен производства тепловой энергии ИТ.

Рис. 3. Поток входных и выходных параметров в задаче двухуровневого управления теплоснабжением потребителей

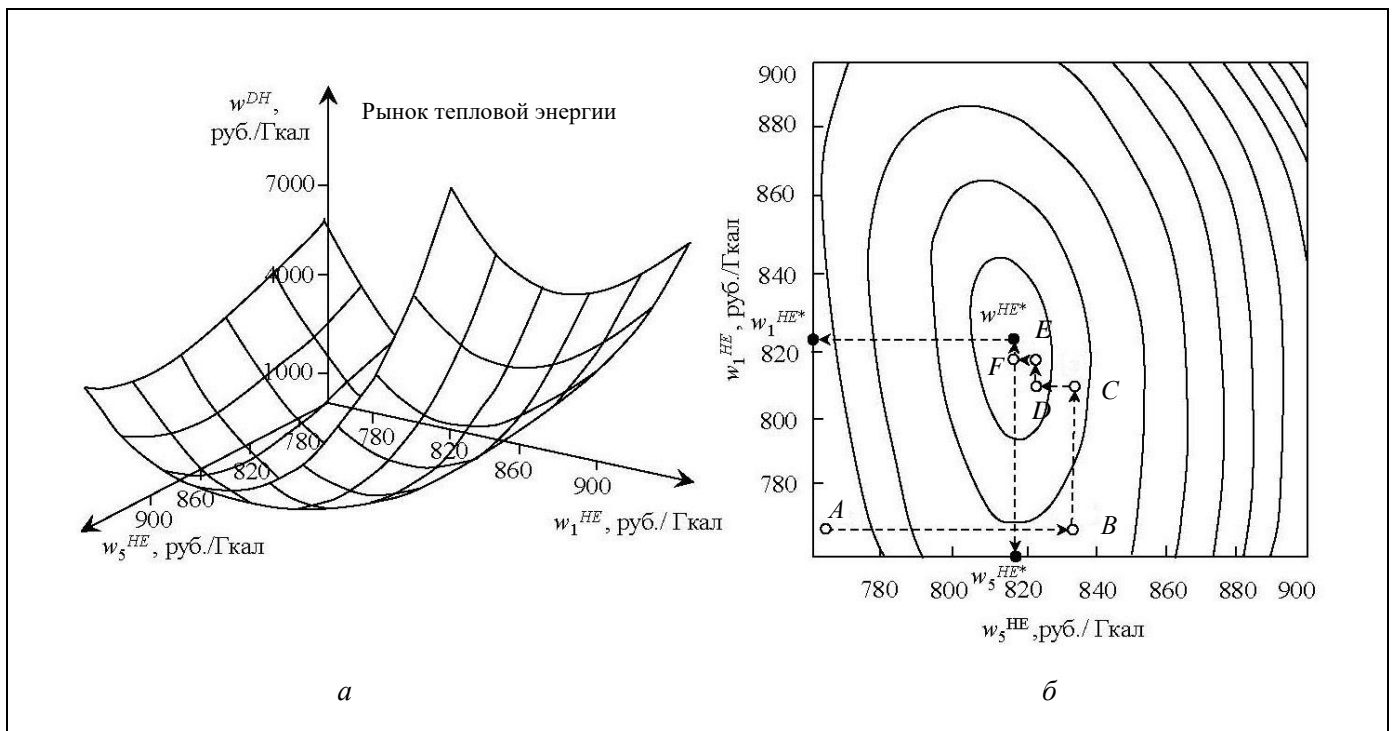


Рис. 4. Графическая интерпретация вычислительного алгоритма



Вычислительный процесс может начинаться, например, в нулевой точке и далее выполняется в направлении убывания функции цены на тепловую энергию, при этом каждый ИТ последовательно оптимизирует свою цену производства ТЭ при заданном (зафиксированном) значении цены производства ТЭ другим ИТ. Оптимальное решение задачи по определению значения цены производства тепла источниками, которое удовлетворяет условию минимальной цены на тепловую энергию для потребителей ЖКХ в рассматриваемой теплоснабжающей системе, достигается уже на пятой итерации и отмечено точкой  $w^{HE*}$ , а траектория вычислительного процесса изображена на рис. 4, б в виде ломаной  $A-B-C-D-E-F-w^{HE*}$ .

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЕМ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

Расчеты выполнялись для теплоснабжающей системы г. Ангарска, которая в укрупненном виде состоит из 1273 участков и 1242 узлов (рис. 5).

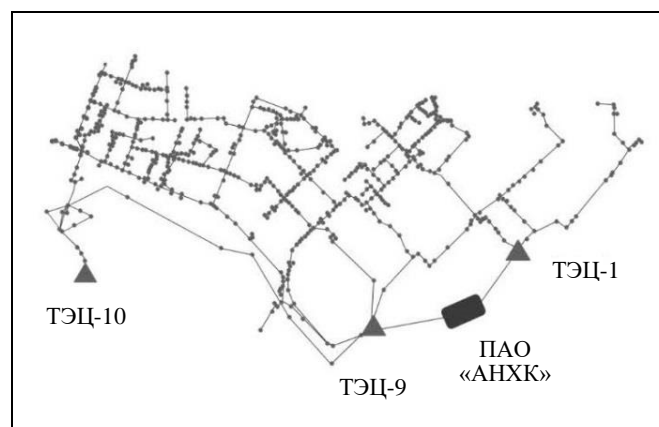


Рис. 5. Расчетная схема теплоснабжения г. Ангарска

Число обобщенных потребителей на схеме представлено 534 узлами, из них 533 узла соответствуют потребителям с фиксированными тепловыми нагрузками (потребители ЖКХ), и один узел – Публичному акционерному обществу «Ангарская нефтехимическая компания» (ПАО «АНХК»), расположенному на коллекторах ТЭЦ-1 и ТЭЦ-9. В качестве исходных данных были приняты: схема теплоснабжения г. Ангарска с техническими характеристиками (диаметры, длины, сопротивления) участков тепловой сети, места расположения источников тепловой энергии в теплоснабжающей системе, функции затрат источников тепла, темпе-

ратурный график, климатические характеристики региона, расчетные тепловые нагрузки потребителей ЖКХ, функция спроса на тепловую энергию ПАО «АНХК».

Расчеты выполнялись для временного интервала длиной в один год с шагом в один час. Расчетные интегральные показатели теплоснабжающей системы г. Ангарска представлены в табл. 3.

Таблица 3

### Расчетные интегральные технико-экономические показатели теплоснабжающей системы г. Ангарска

Наименование показателей	Значение
Объем производства тепловой энергии, млн Гкал, в том числе:	<b>6,85</b>
ТЭЦ-1	1,55
ТЭЦ-9	3,92
ТЭЦ-10	1,38
Затраты на производство тепловой энергии (топливные), млрд руб. в том числе:	<b>3,30</b>
ТЭЦ-1	0,78
ТЭЦ-9	1,91
ТЭЦ-10	0,61
Затраты условно-постоянные (эксплуатационные), млрд руб., в том числе:	<b>2,19</b>
ТЭЦ-1	0,43
ТЭЦ-9	1,05
ТЭЦ-10	0,71
Стоимость производства тепловой энергии, руб./Гкал:	
ТЭЦ-1	647,6
ТЭЦ-9	646,8
ТЭЦ-10	649,7
Цена за единицу мощности, руб./Гкал	
ТЭЦ-1	29,4
ТЭЦ-9	36,0
ТЭЦ-10	42,3
Прибыль, млрд руб., в том числе:	<b>1,02</b>
ТЭЦ-1	0,22
ТЭЦ-9	0,62
ТЭЦ-10	0,18
Затраты тепловых сетей, млрд руб.	1,22
Цена тепловой энергии для потребителей ЖКХ, руб./Гкал	862,7
Цена тепловой энергии для ПАО «АНХК», руб./Гкал	1350,5
Объем потребления тепловой энергии АНХК, млн Гкал	2,10
Объем потребления тепловой энергии потребителями ЖКХ, млн Гкал	4,75

Из табл. 3 видно, что при организации теплоснабжения потребителей в рамках ЕТО ТЭЦ-9 покрывает 57,3 % от суммарной тепловой нагрузки, доля ТЭЦ-1 составляет 22,6 %, ТЭЦ-10 – 20,1 %. Основным потребителем тепловой энергии в г. Ангарске является сектор ЖКХ, на него приходится 69,3 % всего произведенного тепла в СЦТ г. Ангарска и 30,7 % тепла потребляют технологические объекты ПАО «АНХК».

Среднегодовой минимальный тариф для потребителей ЖКХ составит 862,7 руб./Гкал (без НДС), а для ПАО «АНХК» – 1350,5 руб./Гкал. Суммарная выручка ЕТО от продажи ТЭ потребителям составит 5,65 млрд руб., а суммарная прибыль источников тепловой энергии за рассмотренный период – 1,22 млрд руб. из которых 0,22 млрд руб. приходится на ТЭЦ-1, 0,62 млрд руб. – на ТЭЦ-9 и 0,18 млрд руб. – на ТЭЦ-10. Затраты на транспортировку тепловой энергии (затраты в тепловые сети) составили 1,22 млрд руб., что соответствует удельному значению в размере около 178,1 руб./Гкал.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены:

– новая постановка задач развития систем централизованного теплоснабжения для организационной модели в виде регулируемого монопольного рынка;

– требования к математическим моделям и методам, применяемым для их решения;

– концептуальные положения взаимодействия участников процесса теплоснабжения потребителей в виде иерархической вертикально интегрированной системы.

На основе этого разработана математическая модель системы централизованного теплоснабжения, функционирующей в рамках двухуровневой системы управления, когда регулирующий орган управляет тарифами для потребителей ЖКХ, промышленные потребители покупают тепловую энергию в соответствии с функцией спроса, а источники тепловой энергии покрывают заданный суммарный спрос со стороны потребителей исходя из условия получения максимальной прибыли. Предложен критерий оптимизации регулятора. С помощью двухуровневого подхода рассчитаны значения технико-экономических показателей теплоснабжающей системы г. Ангарска.

Предлагаемая математическая двухуровневая модель в наибольшей степени отражает реальные условия, формирующиеся на локальных рынках тепловой энергии. Данная модель обоснованно учитывает установившиеся «правила поведения» на рынке тепла, а также физико-технические и экономические ограничения рассматриваемой системы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Frederiksen, S., Werner, S.* District Heating and Cooling. – Lund: Studentlitteratur, 2013. – 588 p.
2. *Бауммаков А.И.* Анализ основных тенденций развития систем теплоснабжения России // Новости теплоснабжения. – 2008. – № 2. – С. 6-9. [*Bashmakov, A.I.* Analiz osnovnykh tendentsii razvitiya sistem teplosnabzheniya Rossii // Novosti teplosnabzheniya. – 2008. – No. 2. – P. 6–9. (In Russian)]
3. *Wenren, S.* District Heating and Cooling in Sweden // *Energy*. – 2013. – No. 126. – P.419–429.
4. *Belyaev, L.* Electricity Market Reforms: Economics and Policy Challenges. – New York: Springer – Verlag, 2011. – 252 p.
5. *Stoft, S.* Power System Economics: Designing Markets for Electricity. – Wiley-IEEE Press, 2002. – 493 p.
6. *Paiho, S., Saastamoinen, H.* How to Develop District Heating in Finland? // *Energy Policy*. – 2018. – No. 122. – P. 668–676.
7. *Biggara, D., Soderberg, M.* Empirical Analysis of How Political Ideology and Ownership Influence Price Stability in the Swedish District Heating Market// *Energy Policy*. – 2020. – No. 145. – P. 1–7.
8. *Osman, N.* Barriers to District Heating Development in the Netherlands: A Business Model Perspective: Master thesis for Business Administration. – Enschede: University of Twente, 2017. – URL: [https://essay.utwente.nl/73054/1/Osman\\_BA\\_BMS.pdf](https://essay.utwente.nl/73054/1/Osman_BA_BMS.pdf).
9. *Wojdyga, K., Chorzelski, M.* Chances for Polish District Heating Systems // *Energy Procedia*. – 2017. – No. 116. – P. 106–118.
10. *District Heating and Cooling, Combined Heat and Power and Renewable Energy Sources.* – URL: <http://basrec.net/wp-content/uploads/2014/06/Appendix%20-%20country%20survey.pdf> (дата обращения 06.02.2021).
11. *Ziemelel, J., Vigants, G., Vitolins, V., Blumberga, D., Veidenbergs, I.* District Heating Systems Performance Analyses. Heat Energy Tariff // *Environmental and Climate Technologies*. – 2014. – No. 13. – P. 32–43.
12. *Sarma, U., Bazbauers, G.* District Heating Regulation: Parameters for the Benchmarking Model // *Energy Procedia*. – 2016. – No. 95. – P. 401–407.
13. *Askeland, K., Bozhkova, K.* District Heating in Norway. An Analysis of Shifting from Individual Electric Heating to District Heating: Master's Thesis. – Aalborg: Aalborg University, 2017. – URL: [https://projekter.aau.dk/projekter/files/260084106/Master\\_thesis\\_Askeland\\_Bozhkova.pdf](https://projekter.aau.dk/projekter/files/260084106/Master_thesis_Askeland_Bozhkova.pdf).
14. *Šommet, J.* Sustainable Development in Estonian Mining // *Environmental and Climate Technologies*. – 2013. – No. 11. – P. 34–40.
15. *Jing, Lin, Boqiang, Lin.* Heat Tariff and Subsidy in China Based on Heat Cost Analysis // *Energy Economics*. – 2018. – No. 71. – P. 411–420.



16. *Dempe, S.* Foundations of Bi-level Programming. – Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 318 p.
17. *Стенников В.А., Пеньковский А.В., Хамисов О.В.* Поиск равновесия Курно на рынке тепловой энергии в условиях конкурентного поведения источников тепла // Проблемы управления. – 2017. – № 1. – С. 10–18. [*Stennikov, V.A., Penkovskii, A.V., Khamisov, O.V.* Search for Cournot Equilibrium on the Heat Energy Market in the Conditions of Heat Sources Competitive Behaviour / Control Sciences. – 2017. – No. 1. – P. 10–18. (In Russian)]
18. *Меренков А.П., Хасилев В.Я.* Теория гидравлических цепей. – Москва: Наука, 1985. – 294 с. [*Mererkov, A.P., Khasilev, V.Ya.* Theory of Hydraulic Circuits. – Moscow: Nauka, 1985. – 294 p. (In Russian)]
19. *Shoup, E.* A practical Guide to Computer Methods for Engineers. – England: Prentice-hall, 1979. – 255 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 9.04.2021,  
после доработки 13.04.2022.  
Принята к публикации 13.04.2022.

**Стенников Валерий Алексеевич** – д-р техн. наук,  
✉ SVA@isem.irk.ru,

**Хамисов Олег Валерьевич** – д-р физ.-мат. наук,  
✉ Khamisov@isem.irk.ru,

**Пеньковский Андрей Владимирович** – канд. техн. наук,  
✉ penkoffsky@isem.irk.ru,

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН,  
г. Иркутск.

## A MATHEMATICAL MODEL OF MANAGING A REGULATED MONOPOLY DISTRICT HEATING MARKET

V.A. Stennikov<sup>1</sup>, O.V. Khamisov<sup>2</sup>, and A.V. Penkovskii<sup>3</sup>

Melentiev Energy Systems Institute, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russia

<sup>1</sup>✉ SVA@isem.irk.ru, <sup>2</sup>✉ Khamisov@isem.irk.ru, <sup>3</sup>✉ penkoffsky@isem.irk.ru

**Abstract.** This paper formulates an approach to managing the district heating of consumers in a hierarchical two-level system. The upper level is a regulator (e.g., a regional tariff service) that adjusts the heat energy tariff for consumers. The lower level is a district heating system that technologically and organizationally combines heat energy production and transport within a unified heat supply organization. The interaction of all participants in the process of heat supply to consumers is described. Optimization criteria are proposed for the upper and lower levels. A bi-level mathematical model of the district heating system is developed using the theory of hydraulic circuits and bi-level programming. This model operates in the conditions of a regulated monopoly heat energy market. The developed approach is applied to the real district heating system of Angarsk.

**Keywords:** district heating systems, heat energy market, mathematical modeling, hierarchical management, optimization.

**Funding.** This work was performed at Melentiev Energy Systems Institute (SB RAS) within state orders FWEU-2021-0002 (registration no. AAA-A21-121012090012-1) and FWEU-2021-0006 (registration no. AAA-A21-121012090034-3) of the fundamental research of SB RAS.