

ПОИСК РАВНОВЕСИЯ КУРНО НА РЫНКЕ ТЕПЛОЙ ЭНЕРГИИ В УСЛОВИЯХ КОНКУРЕНТНОГО ПОВЕДЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

В.А. Стенников, А.В. Пеньковский, О.В. Хамисов

Рассмотрена организационная модель «Единый закупщик» на рынке тепловой энергии. Разработана математическая модель, в которой на основе подхода Курно определяется оптимальное распределение тепловой нагрузки между источниками тепловой энергии, соответствующее равновесию Нэша. Отмечено, что математическая модель позволяет учитывать затраты на производство и транспорт тепловой энергии, а также физико-технические свойства теплоснабжающих систем. С помощью разработанной модели исследована теплоснабжающая система с тремя источниками тепла.

Ключевые слова: теплоснабжающая система, рынок тепловой энергии, модель «Единый закупщик», оптимизация, равновесие Курно — Нэша.

ВВЕДЕНИЕ

Переход к новым отношениям в экономике страны неизбежно связан с соответствующим реформированием организации управления теплоснабжением потребителей. Появление различных собственников в этом секторе привело к формированию новых экономических отношений между производителями, поставщиками и потребителями тепловой энергии (ТЭ) и созданию рынка тепла.

Основная особенность рынка тепловой энергии, по сравнению с другими энергетическими рынками (электроэнергетическими, газовыми, нефтяными и др.), состоит в локальном характере производства и потребления тепловой энергии, определяемом высокой стоимостью ее транспорта и значительными тепловыми потерями в тепловых сетях (ТС), делающими нецелесообразной передачу тепла на большие расстояния.

В настоящее время на рынке тепловой энергии появилось множество энергоснабжающих организаций, принадлежащих различным собственникам, среди них: муниципальные теплоэнергетические предприятия, теплоснабжающие предприятия территориальных генерирующих компаний, энергетические компании промышленных предприятий и др. Каждый из собственников имеет свои интересы и стремится получить наибольшую выгоду от своей деятельности, поэтому при решении задачи управления развитием теплоснабжающих систем

(ТСС) в сложившихся рыночных условиях требуются новые подходы к их моделированию, расчету и оптимизации, которые должны быть направлены на формирование стимулов у теплоснабжающих организаций, обеспечивать удовлетворение заданного спроса на тепловую энергию со стороны потребителей. В этих условиях особую актуальность приобретает проблема преобразования ТСС в условиях множества интересов в целях повышения их эффективности, надежности и конкурентоспособности. Наряду с совершенствованием существующих методов оптимизации ТСС необходимы разработка и применение новых подходов, позволяющих учитывать интересы всех участников рынка тепловой энергии.

1. ОРГАНИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНТНОГО РЫНКА ТЕПЛОЙ ЭНЕРГИИ

Организационная модель рынка тепловой энергии формируется на базе существующих ТСС. Как и во многих других сферах хозяйственной деятельности, одной из возможных форм организации рынка в теплоснабжении может быть постепенная ориентация на создание конкурентных отношений. Конкурентная модель рынка тепловой энергии может складываться в тех городах, теплоснабжение которых осуществляется от нескольких источников тепла (ИТ), принадлежащих различным собственникам. Тепловые сети, обеспечивающие совместную работу источников, представляют со-

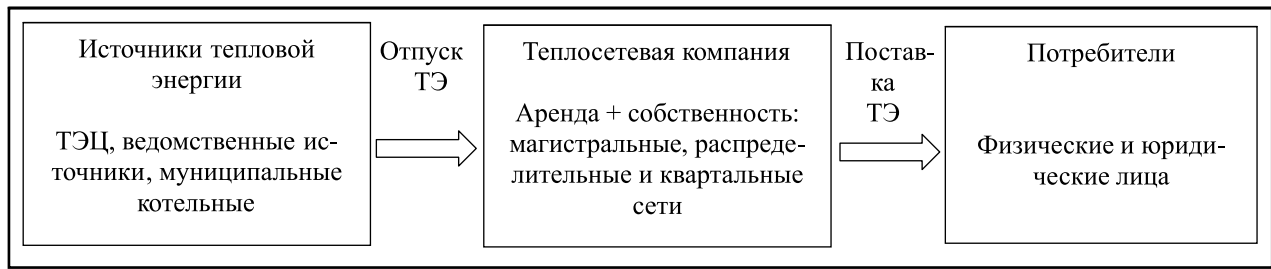


Рис. 1. Модель конкурентного рынка тепловой энергии

бой самостоятельную сферу деятельности, которая организационно отделена от генерации тепла и объединяются в единую теплосетевую компанию. В смысле микроэкономики такая форма организации рынка тепловой энергии относится к олигополии [1]. Теоретическому анализу и математическому моделированию олигополистических рынков посвящено достаточно много работ как в зарубежной литературе [2, 3], так и в отечественной [4, 5], в которых рассматриваются методы поиска равновесия на примере линейных функций спроса и затрат. Однако наибольший интерес вызывают работы по математическому моделированию олигопольных рынков с нелинейными характеристиками спроса и затрат [6], позволяющих более точно учесть динамику реальных процессов формирования затрат производителей товара (услуг).

За последнее десятилетие в зарубежной литературе появился ряд прикладных работ, связанных с применением моделей олигополии для анализа различных энергетических систем. Однако в отечественной литературе практически не встречаются примеры применения моделей олигополии для решения задач функционирования и развития ТСС в условиях рынка, но они успешно используются в электроэнергетике [7–12], нефтегазовом комплексе [13, 14], а также в системах водоснабжения городов [15].

Конкуренция на рынке тепловой энергии — важный элемент рыночной экономики, поскольку она способствует росту эффективности производства ТЭ, улучшению ее качества и, как следствие, снижению ее цены, что может благоприятно отразиться на развитии централизованного теплоснабжения.

Конкуренция между ИТ возникает в связи либо с избыточностью их суммарной мощности по сравнению с суммарным спросом на ТЭ (конкуренция предложения), либо с конкурентной угрозой строительства экономически более эффективных новых ИТ (конкурентная угроза), либо с возможностью ухода потребителей из ТСС (конкуренция спроса) на альтернативный способ теплоснабжения (децентрализованный источник) [16].

Как и в любой другой энергетической отрасли (электроэнергетической, нефтяной, газовой и др.) взаимоотношения между производителями и потребителями тепловой энергии строятся на поиске равенства совокупного спроса (для потребителей) и предложения (для ИТ) тепловой энергии.

Укрупненно, реализация модели конкуренции между ИТ на рынке тепловой энергии может быть представлена в виде схемы, приведенной на рис. 1. Предпосылки, необходимые для формирования такой модели, должны учитывать:

- наличие двух и более ИТ, принадлежащих различным собственникам;
- объединение тепловых сетей (магистральных, распределительных и др.) различных форм собственности (частной, муниципальной и пр.) в «Единую теплосетевую компанию»;
- наличие избытков тепловой мощности ИТ.

Взаимоотношения участников рынка выстраиваются по определенной схеме. Теплосетевая компания, будучи регулируемой естественной монополией на рынке тепла и основываясь на результатах прогнозов спроса, осуществляет поставку тепловой энергии потребителям по тарифу, определяемому как сумма тарифа производства тепловой энергии ИТ и тарифа ее транспорта от ИТ до потребителей. При этом цена закупки ТЭ не регулируется в связи с возможностью рыночного выбора поставщика (ИТ) теплосетевой компанией. Каждый ИТ производит такое количество тепловой энергии, которое максимизирует получаемую им прибыль при условии, что ИТ в совокупности покрывают заданный потребителями спрос на ТЭ и удовлетворяют желанию потребителей платить за этот спрос, а теплосетевая компания минимизирует свои сетевые затраты с учетом физико-технических ограничений и оптимальных потоков теплоносителя в ТС и определяет тариф на транспорт ТЭ на уровне средних суммарных затрат на тепловые сети.

Организационную структуру управления такого типа рынка, как правило, называют моделью «Единый закупщик» [16, 17]. В России и в мире эта

модель широко применяется при моделировании рынка электроэнергетики [7, 18].

Среди наиболее распространенных подходов для анализа и прогнозирования возможных ситуаций при решении задач функционирования систем в условиях олигопольного рынка можно выделить микроэкономическую модель Курно [19]. Это одна из распространенных моделей, применяемых для анализа функционирования и развития различных рынков товаров (услуг), в том числе адекватных тепловому и электроэнергетическому рынкам. В отличие от краткосрочного прогнозирования, когда ИТ могут манипулировать ценами, среднесрочное и долгосрочное прогнозирование характеризуется тем, что в перспективе ситуация на рынке определяется имеющимися мощностями ИТ, следовательно, объемами ТЭ, которые ИТ могут поставить на рынок. В этом случае влияние на цену происходит опосредованно, через объемы, а именно такой подход как раз и лежит в основе модели Курно.

Как правило, модель Курно учитывает лишь технологические особенности производителей, связанные с затратами на производство товара или услуг. Особенность предлагаемой математической модели заключается в том, что в ней совместно рассматриваются источники тепловой энергии и тепловая сеть с характерными для них физико-техническими и экономическими свойствами.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ

Описывается поведение трех агрегированных участников ТЭС: источники тепла, теплосетевая компания и потребители. На рынке тепловой энергии основная задача состоит в формировании баланса между спросом и предложением на ТЭ, соответствующего их равновесию. Найти это равновесие достаточно сложно, необходима математическая модель, которая бы позволяла провести расчет основных параметров этого равновесия: объемы производства и потребление тепловой энергии, затраты на производство ТЭ, затраты на транспортировку тепла, прибыль от продажи ТЭ источниками, установившаяся цена на ТЭ для потребителей и др.

Теплоснабжающая система с множеством источников и тепловыми сетями моделируется гидравлической цепью, состоящей из m узлов и n ветвей [20]. Она представляет собой совокупность упорядоченных множеств: узлов $J = \{j : j = 1, \dots, m\}$; источников $J_{ИТ} \subset J$; потребителей $J_{П} \subset J$; узлов разветвления, в которых нет ни источников, ни потребителей $J_0 \subset J$; ветвей (участков) $I = \{i : i = 1, \dots, n\}$, отображающих заданные попарные связи между узлами. Структура гидравлической цепи описыва-

ется полной матрицей соединений (инцидентий) A , число строк в которой совпадает с числом узлов, а число столбцов с числом ветвей.

Моделирование такой системы осуществляется с определенным временным интервалом, начинающимся с начального момента времени τ_0 (соответствующего расчетной тепловой нагрузке) и заканчивающимся конечным (расчетным) моментом времени T (например, календарным числом часов в году — 8760).

2.1. Математическая модель поведения источников тепла

При моделировании поведения источников в модели «Единый закупщик» предполагается, что в каждый момент времени $\tau = \tau_0, \dots, T$ они оперируют своими объемами производства тепловой энергии $Q_{j\tau}^{ИТ}$, $j \in J_{ИТ}$ и принимают свои решения, исходя из цены производства тепла $w_{\tau}^{ИТ}$, ограничений на объемы производства и затрат, связанных с производством ТЭ.

Затраты ИТ на производство тепловой энергии для любого момента времени τ можно представить в виде функциональной зависимости от количества вырабатываемого ими тепла, которая включает в себя переменные (топливные) и постоянные (на обслуживании) затраты. Вывод функции затрат — задача достаточно сложная, так как каждый тип оборудования, имеющийся на ИТ, имеет свои характеристики и описывается отдельными выражениями. В качестве исходной информации принимаются утвержденные нормативные характеристики основного оборудования, представленные его изготовителями (или полученные в результате испытаний). Полученные расчетным путем характеристики корректируются с учетом влияния различных внутренних и внешних факторов (фактическое давление пара в котле, вид и стоимость используемого топлива, параметры теплоносителя, температура наружного воздуха и др.).

Имеющийся опыт обработки данных по ИТ показал, что наилучшее соответствие функции затрат их реальным значениям может быть получено при задании ее в виде полинома второго порядка [21–23]:

$$Z_{j\tau}^{ИТ}(Q_{j\tau}^{ИТ}) = \alpha_j(Q_{j\tau}^{ИТ})^2 + \beta_j Q_{j\tau}^{ИТ} + \gamma_j,$$

$$\alpha_j > 0, \quad \beta_j > 0, \quad \gamma_j > 0, \quad j \in J_{ИТ}, \quad \tau = \tau_0, \dots, T,$$

где α_j , руб./(Гкал/ч)², β_j , руб./(Гкал/ч), γ_j , руб. — коэффициенты аппроксимации затратной характеристики ИТ.

В силу положительности коэффициентов α_j , β_j и γ_j функция затрат представляет собой сильно вы-



пуклую, монотонно возрастающую функцию, принимающую положительные значения при $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} \geq 0$.

В условиях рынка поведение j -го ИТ определяется выгодой (объемами прибыли), получаемой от производства ТЭ в каждый момент времени τ . Пусть $Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}$ — планируемый производителем j объем производства тепловой энергии, тогда его прибыль составит

$$P_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) = w_{\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}})Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - Z_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}), \text{ руб.},$$

где $Q_{\tau}^{\text{ИТ}} = (Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} : j \in J_{\text{ИТ}})$, $w_{\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}})$ — цена на тепловую энергию, которая зависит от суммарного объема производства тепла всеми производителями.

Оптимальные значения объемов производства тепловой энергии ИТ определяются в процессе решения задачи и соответствуют получению максимальной суммарной прибыли за весь временной интервал $[\tau_0, T]$ для каждого j -го ИТ с учетом ограничений на ее объемы производства ТЭ:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^T P_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) = \sum_{\tau=\tau_0}^T w_{\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}})Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - \sum_{\tau=\tau_0}^T Z_{j\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$Q_{j_{\min}}^{\text{ИТ}} \leq Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} \leq Q_{j_{\max}}^{\text{ИТ}}, \quad \tau = \tau_0, \dots, T, \quad (2)$$

где $Q_{j_{\min}}^{\text{ИТ}}$ и $Q_{j_{\max}}^{\text{ИТ}}$ — минимальный и максимальный уровни производительности j -го ИТ, Гкал/ч.

Из выражений (1) и (2) нетрудно заметить, что рассматриваемая структура источников тепла $j \in J_{\text{ИТ}}$ адекватно описывается моделью Курно, а решение задачи в данном случае будет соответствовать равновесию по Нэшу [19].

2.2. Математическая модель потребителей тепловой энергии

Множество потребителей $J_{\text{П}}$ на рынке тепловой энергии по характеру нагрузки укрупненно можно представить в виде объединения двух множеств: $J_{\text{П}} = J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}} \cup J_{\text{П}}^{\text{ПП}}$, где $J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}$ — потребители жилищно-коммунального хозяйства, $J_{\text{П}}^{\text{ПП}}$ — потребители промышленного сектора. Суммарный спрос потребителей в узле $j \in J_{\text{П}}$ обозначим через $Q_{j\tau}^{\text{П}}$. Спрос потребителей ЖКХ на тепловую энергию $Q_{j\tau}^{\text{П}}$, $j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}$, будем обозначать как $Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}$, а

спрос потребителей промышленного сектора $Q_{j\tau}^{\text{П}}$, $j \in J_{\text{П}}^{\text{ПП}}$, через $Q_{j\tau}^{\text{ПП}}$, тогда

$$Q_{j\tau}^{\text{П}} = Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}} + Q_{j\tau}^{\text{ПП}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{ПП}} \cap J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}},$$

$$Q_{j\tau}^{\text{П}} = Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}} \setminus J_{\text{П}}^{\text{ПП}},$$

$$Q_{j\tau}^{\text{П}} = Q_{j\tau}^{\text{ПП}}, \quad j \in J_{\text{П}}^{\text{ПП}} \setminus J_{\text{П}}^{\text{ЖКХ}}.$$

Спрос $Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}}$ определяется по графику продолжительности тепловой нагрузки. Конфигурация этого графика достаточно хорошо описывается уравнением Россандера, согласно которому тепловая нагрузка в каждый момент времени τ определяется по формуле [24]

$$Q_{j\tau}^{\text{ЖКХ}} = \left[1 - (1-r)(\tau/\tau_{\text{от}})^{\frac{g-r}{1-g}} \right] Q_j^{\text{оп}} + Q_j^{\text{ГВС}}, \text{ Гкал/ч,}$$

$$r = (1-\theta) \frac{t_{\text{вп}} - t_{\text{но}}}{t_{\text{вп}} - t_{\text{нр}}},$$

$$g = (1-\theta) \frac{t_{\text{вп}} - t_{\text{ис}}}{t_{\text{вп}} - t_{\text{нр}}},$$

где $Q_j^{\text{оп}}$ — расчетная тепловая нагрузка на отопление, Гкал/ч; $Q_j^{\text{ГВС}}$ — расчетная тепловая нагрузка горячего водоснабжения, Гкал/ч; r и g — коэффициенты неравномерности графика тепловой нагрузки; θ — доля нагрузки горячего водоснабжения; $t_{\text{вп}}$ — расчетная температура воздуха внутри помещения, °С; $t_{\text{нр}}$, $t_{\text{но}}$ и $t_{\text{ис}}$ — температуры наружного воздуха: расчетная, соответствующая началу отопительного периода (+8 °С) и средняя за отопительный период °С; $\tau_{\text{от}}$ — продолжительность отопительного периода, ч.

Спрос $Q_{j\tau}^{\text{ПП}}$ моделируется на основе реальных расчетов и может быть представлен в виде линейной зависимости [25]:

$$Q_{j\tau}^{\text{ПП}} = \xi_j - \vartheta_j w_{\tau}, \text{ Гкал/ч,} \quad (3)$$

где $\xi_j > 0$, $\vartheta_j > 0$ — постоянные, полученные в процессе аппроксимации фактических данных объема покупки тепловой энергии промышленным предприятием от ее цены; w_{τ} — покупная цена, руб./Гкал.

Волатильность спроса на тепло относится к основной рыночной проблеме теплоэнергии. В связи с этим предлагается рассматривать взаимодействие производителей и потребителей в течение каждого часа из заданного временного периода. Такое дискретное временное моделирование представляет значительный практический интерес, поскольку

ку позволяет учитывать как дневные, так и сезонные факторы спроса на тепловую энергию, которые могут существенно влиять на решение задачи по объемам спроса и производства тепловой энергии для каждого ИТ, а значит, и на размер получаемой ими прибыли.

2.3. Математическая модель тепловой сети

Математические модели тепловых сетей в непрерывной (задачи функционирования) и дискретной (задачи развития) постановках достаточно хорошо исследованы [20, 24, 26]. Для математического описания задачи поиска минимальных затрат теплосетевой компанией воспользуемся следующей экстремальной задачей в непрерывной постановке [20]:

$$Z_{\tau}^{\text{TC}}(x_{\tau}) = \sum_{i=1}^n Z_{i\tau}^{\text{TC}}(x_{i\tau}) = F_1 + F_2 \sum_{i=1}^n x_{i\tau}^2 |x_{i\tau}| s_i \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - Q_{j\tau}^{\text{П}}, \quad j \in J_{\text{ИТ}} \cap J_{\text{П}}, \quad (5)$$

$$A_j x_{\tau} = Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}, \quad j \in J_{\text{ИТ}} \setminus J_{\text{П}}, \quad (6)$$

$$A_j x_{\tau} = -Q_{j\tau}^{\text{П}}, \quad j \in J_{\text{П}} \setminus J_{\text{ИТ}}, \quad (7)$$

$$A_j x_{\tau} = 0, \quad j \in J_0, \quad (8)$$

где $x_{\tau} = (x_{1\tau}, \dots, x_{n\tau})$, $x_{i\tau}$ — расход теплоносителя на i -м участке тепловой сети в момент времени τ , т/ч;

$F_1 = f_c \sum_{i=1}^n [a_i + b_i \chi_i^{0,19 u_i} s_i^{-0,19 u_i} l_i^{0,19 u_i}] l_i / n_{\Gamma}$ — условно-постоянные затраты, руб.; $f_c = 0,075$ — доля условно-постоянных и эксплуатационных издержек по тепловой сети; a_i , руб./м; b_i , руб./м $^{u_i+1}$ и u_i (безразмерная величина) коэффициенты, которые получаются в результате аппроксимации реальных (табличных) значений стоимости трубопроводов различных диаметров; χ_i — коэффициент, зависящий от шероховатости трубопровода (безразмерная величина); s_i — коэффициент гидравлического сопротивления i -й ветви, м \cdot ч 2 /т 2 ; l_i — длина i -го участка сети, м; n_{Γ} — число часов работы насосной установки, ч/год; $F_2 = C_{\text{ЭЭ}}/367,2\eta$ — коэффициент условно переменных затрат в ТС, руб.; $C_{\text{ЭЭ}}$ — цена электроэнергии, руб./кВт \cdot ч; η — коэффициент полезного действия насосной установки.

Поскольку каждая функция $Z_{i\tau}^{\text{TC}}(x_{i\tau})$ является строго выпуклой и коэрцитивной, т. е.

$$\lim_{|x_{i\tau}| \rightarrow \infty} Z_{i\tau}^{\text{TC}}(x_{i\tau}) = \infty,$$

то, следовательно, и целевая функция $Z_{\tau}^{\text{TC}}(x_{\tau})$ суммарных затрат в ТС является строго выпуклой и коэрцитивной. В силу альтернативы Фредгольма система уравнений (5)—(8) является разрешимой тогда и только тогда, когда для любого момента времени τ выполняется равенство:

$$\sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}} - \sum_{j \in J_{\text{П}}} Q_{j\tau}^{\text{П}} = 0, \quad (9)$$

т. е. когда спрос равен предложению. Строго выпуклая коэрцитивная функция на замкнутом выпуклом подмножестве конечномерного пространства достигает своего минимума в единственной точке. Следовательно, задача поиска минимальных затрат на тепловые сети (4)—(8), для которой выполняется условие материального баланса (9) имеет единственное решение.

Будем считать вектор $Q_{\tau}^{\text{ИТ}}$ внешним параметром в задаче оптимизации затрат в тепловые сети (4)—(8), т. е. будем ее решать при разных векторах $Q_{\tau}^{\text{ИТ}}$. Если выполнено условие материального баланса (9), то в силу сказанного, однозначно определяются вектор оптимального потокораспределения $x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{\text{ИТ}})$ и минимальные затраты в ТС $Z_{\tau}^{\text{TC}}(x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}))$. Введем в рассмотрение неявную функцию оптимального значения сетевых затрат $\varphi(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) = Z_{\tau}^{\text{TC}}(x_{\tau}^*(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}))$. Если условие материального баланса не выполняется, то полагаем $\varphi(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) = +\infty$. Цену транспорта тепловой энергии от ИТ до потребителей определим по формуле

$$w_{\tau}^{\text{TC}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) = \varphi(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) / \sum_{j \in J_{\text{ИТ}}} Q_{j\tau}^{\text{ИТ}}, \text{ руб./Гкал.}$$

2.4. Математическое моделирование конкурентного рынка тепловой энергии

Содержательный смысл разрабатываемой математической модели рынка ТЭ состоит в том, чтобы при заданном спросе на тепло со стороны потребителей определить оптимальные условия в соответствии с равновесием спроса и предложения ТЭ, при которых ИТ производили бы такие объемы ТЭ, которые обеспечивали бы удовлетворение спроса на ТЭ со стороны потребителей и получение ими максимальной прибыли, при этом затраты на ТС имели бы минимальные значения.

Цена для потребителей w_{τ} , см. формулу (3), представляет собой сумму:

$$w_{\tau} = w_{\tau}^{\text{ИТ}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}) + w_{\tau}^{\text{TC}}(Q_{\tau}^{\text{ИТ}}). \quad (10)$$



Из условия баланса тепла (9) в ТСС и соотношения (3) получаем

$$\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ} = \sum_{j \in J_{П}^{ЖКХ}} Q_{j\tau}^{ЖКХ} + \sum_{j \in J_{П}^{ПП}} Q_{j\tau}^{ПП} =$$

$$= \sum_{j \in J_{П}^{ЖКХ}} Q_{j\tau}^{ЖКХ} + \sum_{j \in J_{П}^{ПП}} (\xi_j - \vartheta_j w_\tau), \quad (11)$$

откуда

$$w_\tau = \frac{1}{\sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \vartheta_j} \left(\sum_{j \in J_{П}^{ЖКХ}} Q_{j\tau}^{ЖКХ} + \sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \xi_j - \sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ} \right), \quad \tau = \tau_0, \dots, T. \quad (12)$$

Далее, из соотношений (10) и (12) получаем выражение цены производства тепловой энергии ИТ:

$$w_\tau^{ИТ} (Q_\tau^{ИТ}) = \frac{1}{\sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \vartheta_j} \left(\sum_{j \in J_{П}^{ЖКХ}} Q_{j\tau}^{ЖКХ} + \sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \xi_j - \sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ} \right) - \frac{\varphi(Q_\tau^{ИТ})}{\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ}}, \quad \tau = \tau_0, \dots, T. \quad (13)$$

Выражение (13) описывает влияние всех ИТ на цену, по которой они продают тепловую энергию. С математической точки зрения цена для источников представляет собой неявную функцию вектора объемов производства тепловой энергии $Q_\tau^{ИТ} = (Q_{j\tau}^{ИТ} : j \in J_{ИТ})$. Неявный характер зависимости порождается присутствием в выражении (13) функции оптимального значения сетевых затрат $\varphi(Q_\tau^{ИТ})$, т. е. для того, чтобы вычислить цену генерации тепла при заданном векторе $Q_\tau^{ИТ}$, необходимо сначала решить задачу (4)–(8), а затем воспользоваться формулой (13). Отметим, что при таком подходе задача (4)–(8) представляется разрешимой.

В результате выполненных преобразований модель поиска равновесия спроса и предложения на конкурентном рынке тепловой энергии, примет вид:

$$\sum_{\tau=\tau_0}^T P_{j\tau}^{ИТ} (Q_{j\tau}^{ИТ}) = \sum_{\tau=\tau_0}^T w_\tau^{ИТ} (Q_\tau^{ИТ}) Q_{j\tau}^{ИТ} -$$

$$- \sum_{\tau=\tau_0}^T Z_{j\tau}^{ИТ} (Q_{j\tau}^{ИТ}) \rightarrow \max, \quad j \in J_{ИТ}, \quad (14)$$

при условии

$$Q_{j_min}^{ИТ} \leq Q_{j\tau}^{ИТ} \leq Q_{j_max}^{ИТ},$$

$$\tau = \tau_0, \dots, T, \quad j \in J_{ИТ}, \quad (15)$$

$$w_\tau^{ИТ} (Q_\tau^{ИТ}) = \frac{1}{\sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \vartheta_j} \left(\sum_{j \in J_{П}^{ЖКХ}} Q_{j\tau}^{ЖКХ} + \sum_{j \in J_{П}^{ПП}} \xi_j - \sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ} \right) - \frac{\varphi(Q_\tau^{ИТ})}{\sum_{j \in J_{ИТ}} Q_{j\tau}^{ИТ}}, \quad \tau = \tau_0, \dots, T, \quad (16)$$

где $\varphi(Q_\tau^{ИТ})$ — решение задачи (4)–(8).

Описанная модель включает в себя набор условий и ограничений (14), (15), отражающих поведение всех ИТ, связь (16) между ценой $w_\tau^{ИТ} (Q_\tau^{ИТ})$ и суммарными объемами производства ТЭ на рынке. Решение, удовлетворяющее всем соотношениям, и будет равновесием, поскольку учитывает интересы всех участников рынка. Влияние объемов производства ТЭ источника на цену $w_\tau (Q_\tau^{ИТ})$ отражено в балансовом ограничении (11). Они в явном виде не входят в модель (14), (16), однако фигурируют при поиске решения задачи (4)–(8). В число переменных модели входят: вектор объемов тепловой энергии, произведенной ИТ, $Q_\tau^{ИТ}$; спрос промышленных потребителей $Q_\tau^{ПП}$; вектор потоков тепловой энергии по участкам сети x_τ ; цена потребителей тепловой энергии w_τ ; цена производителей тепловой энергии $w_\tau^{ИТ}$. Нахождение решения, удовлетворяющего всем перечисленным требованиям и составляет основное содержание задачи нахождения равновесия.

Методика поиска равновесного решения основана на игровом итерационном процессе (процесс нашупывания по Курно [19]) и заключается в пошаговой последовательности.

Шаг 1. Задается расчетный момент времени $\tau = \tau_0$.

Шаг 2. Рассчитываются нагрузки потребителей ЖКХ ($Q_\tau^{ЖКХ}$) по уравнению Россандера.

Шаг 3. Присваивается $e = 1$ (цикл Курно — Нэша).

Шаг 4. Задается вектор начального приближения объемов производства тепловой энергии источниками $Q_\tau^0 = (Q_{1,\tau}^0, Q_{2,\tau}^0, \dots, Q_{n,\tau}^0)$.

Шаг 5. Задаются значения прибылей источниками тепла $P_{j,0,\tau}^0 = -\infty$.

Шаг 6. Присваиваются $j = 1, k = 1$, где k — шаг в сторону возрастания функции прибыли (14).

Шаг 7. Вычисляется значение конечной цены тепловой энергии по формуле (12), в которую вместо $Q_{j\tau}^{ИТ}$ подставляется $Q_{j,\tau}^{e-1}$.

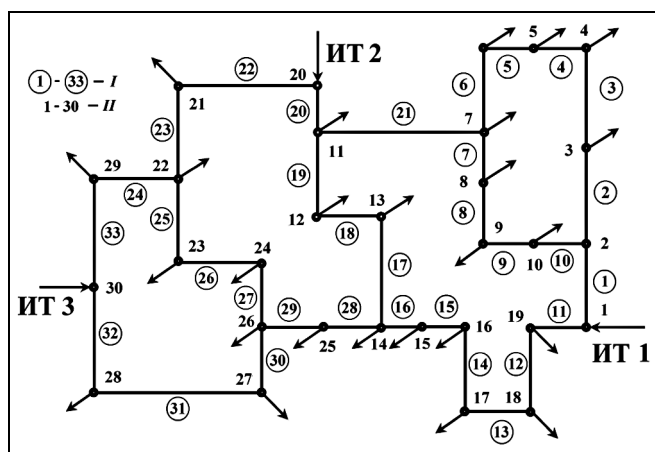


Рис. 2. Расчетная схема теплоснабжающей системы: *I* — номера участков тепловой сети; *II* — номера узлов тепловой сети

Шаг 8. Рассчитывается объем потребления тепловой энергии промышленными потребителями по уравнению (3).

Шаг 9. Рассчитывается потокораспределение в сети по выражениям (4)—(8) и соответствующие ему сетевые затраты.

Шаг 10. Определяется равновесная цена производства ТЭ источниками тепла по формуле (13).

Шаг 11. Рассчитывается прибыль j -го источника

$$\tilde{P}_{j,k,\tau}^e = w_{\tau}^{\text{ИТ}} Q_{j,\tau}^{e-1} - Z_{j,\tau}(Q_{j,\tau}^{e-1}).$$

Шаг 12. Если $\tilde{P}_{j,k,\tau}^{e-1} > \tilde{P}_{j,k-1,\tau}^{e-1}$, то $Q_{j,\tau}^e = Q_{j,\tau}^{e-1} + \Delta Q_j^e$, $k = k + 1$, и переход на шаг 7. Иначе $P_{j,\tau}^e = \tilde{P}_{j,k,\tau}^e$, $j = j + 1$, если $j < n$, переход на шаг 7.

Шаг 13. Проверка: если $|Q_{j,\tau}^e - Q_{j,\tau}^{e-1}| \leq \varepsilon$ для всех $j = 1, \dots, n$, то $\tau = \tau + 1$, переход на шаг 2, иначе $e = e + 1$, переход на шаг 6.

Полученные расчетные показатели суммируются по τ и затем определяется цена на ТЭ для потребителей за рассматриваемый период по формуле

$$\bar{w} = \sum_{\tau=\tau_0}^T w_{\tau} / (T - \tau_0), \text{ руб./Гкал.}$$

3. АНАЛИЗ ТЕПЛОГО РЫНКА С ПОМОЩЬЮ РАЗРАБОТАННОЙ МОДЕЛИ

Расчетная схема рассматриваемой теплоснабжающей системы представлена на рис. 2. Узлы 1, 20 и 30 соответствуют узлам-источникам тепловой энергии, узлы 3—10, 12—19 и 21—28 соответствуют потребителям ЖКХ, а узел 29 — промышленному потребителю. Все источники принадлежат различным собственникам, а их сум-

марная мощность избыточна, относительно подключенных тепловых нагрузок.

В расчете приняты следующие исходные данные.

- Функция затрат первого, второго и третьего источников тепловой энергии, руб.:

$$Z_1(Q_1) = 30247 + 890 Q_1 + 0,025 Q_1^2,$$

$$Z_{20}(Q_{20}) = 38007 + 810 Q_{20} + 0,035 Q_{20}^2,$$

$$Z_{30}(Q_{30}) = 33007 + 850 Q_{30} + 0,03 Q_{30}^2.$$

- Суммарная расчетная тепловая нагрузка потребителей ЖКХ равна 1520 Гкал/ч, а ее распределение по узлам системы представлено в табл. 1.
- Тепловая нагрузка промышленного потребителя, Гкал/ч: $Q_{29} = 37\,207,2 - 20,95w$.
- Ограничения на тепловую мощность источников, Гкал/ч: $0 \leq Q_1 \leq 800$, $0 \leq Q_{20} \leq 1100$, $0 \leq Q_{30} \leq 1400$.
- Коэффициенты в функции капитальных вложений в сеть, руб./м: $a = 6835$, $b = 63\,827$, $u = 1,45$ (безразмерная величина).
- Удельная стоимость электроэнергии, руб./кВт·ч: $C_{\text{э}} = 0,82$.
- Гидравлические сопротивления участков приведены в табл. 2.

Таблица 1

Тепловые нагрузки потребителей ЖКХ

Номер потребителя	Нагрузка отопления, Гкал/ч	Нагрузка горячего водоснабжения, Гкал/ч
3	56	14
4	40	10
5	56	14
6	80	20
7	48	12
8	36	9
9	64	16
10	40	10
12	56	14
13	72	18
14	16	4
15	32	8
16	48	12
17	64	16
18	16	4
19	24	6
21	32	8
22	48	12
23	80	20
24	64	16
25	60	15
26	48	12
27	56	14
28	80	20



- Коэффициент, зависящий от шероховатости трубопровода для всех участков, $\chi = 0,01277$ (при $k = 0,5$ мм).
- Расчетный период равен одному календарному году.
- Продолжительность отопительного периода, ч/год: 5760.
- Расчетная температура воздуха внутри помещения, °С: +20.
- Расчетная температура наружного воздуха, °С: -36.
- Температура, соответствующая началу отопительного периода, °С: +8.
- Средняя температура за отопительный период, °С: -8,9.
- Доля горячего водоснабжения: 0,2.
- КПД насосной установки: 0,8.

Технико-экономические показатели, полученные в процессе расчетов, по теплоисточникам, тепловой сети и потребителям для сформулирован-

Таблица 2

Гидравлические сопротивления участков тепловой сети

Номер участка	Длина, м	Сопротивление, $\text{м} \cdot \text{ч}^2/\text{т}^2$
1	600	0,00011
2	400	0,000117
3	200	0,000077
4	150	0,000157
5	600	0,000257
6	300	0,000236
7	300	0,000256
8	200	0,000356
9	400	0,000156
10	450	0,000296
11	200	0,000206
12	400	0,000156
13	500	0,000216
14	550	0,000276
15	350	0,000356
16	400	0,000456
17	400	0,000156
18	350	0,000166
19	350	0,0002
20	400	0,00017
21	400	0,00019
22	300	0,0002
23	550	0,00025
24	400	0,00014
25	500	0,000203
26	300	0,00015
27	450	0,0001
28	400	0,000356
29	1000	0,000156
30	700	0,00021
31	700	0,00037
32	400	0,00012
33	400	0,0001

Таблица 3

Расчетные технико-экономические показатели

Расчетные показатели	ИТ 1	ИТ 2	ИТ 3
Производство тепловой энергии, млн. Гкал	3,44	4,35	6,70
Затраты на производство тепловой энергии, млрд. руб.	3,36	3,94	5,82
Себестоимость производства тепловой энергии, руб./Гкал	976,7	905,7	868,6
Равновесная цена, руб./Гкал	1 334,71		
Прибыль, млрд. руб.	1,22	1,83	2,81
Объем потребления тепловой энергии промышленным предприятием, млн. Гкал	8,95		
Объем потребления тепловой энергии ЖКХ, млн. Гкал	5,54		
Суммарные сетевые затраты, млрд. руб.	4,81		
Цена на транспорт тепловой энергии, руб./Гкал	330,84		
Суммарная цена для потребителя, руб./Гкал	1665,55		
Рыночная доля, %	23,7	30,0	46,3
Относительная наценка	0,265	0,314	0,285
Средняя относительная наценка	0,288		
Индекс Херфиндаля — Хиршмана	3602		
Показатель дисперсии рыночных долей	0,0089		

ных выше условий представлены в табл. 3. В ней приведены годовые технико-экономические показатели деятельности системы, включая производство тепла теплоисточниками, их потребление, затраты, среднегодовой тариф на производство тепловой энергии теплоисточниками и среднегодовой тариф на транспорт тепла до потребителей. Тариф для потребителей определяется исходя из суммы среднегодовых тарифов производства тепла источниками и транспортировки тепла по тепловой сети. Видно, что наценка на тепловую энергию первого, второго и третьего источников выше их себестоимостей на 26,5, 31,4 и 28,5 % соответственно, а средняя относительная наценка по рынку составляет 28,8 %. Доля цены производства ТЭ в итоговой цене для потребителя составляет около 80 %, а транспорта 20 %. Рыночные доли по генерации тепловой энергии в исследуемом периоде равны 23,7 % для первого ИТ, 30 % для второго ИТ и 46,3 % для третьего ИТ. Данный рынок является высоко концентрированным, это определяется достаточно высоким индексом Херфиндаля — Хиршмана (НИ), который составляет 3 602. Большое значение индекса НИ говорит о том, что на рынке присутствуют достаточно высокие барьеры, препятствующие входу на него других ИТ. Это позволяет сделать выводы, что рассмотренный рынок тепловой энергии высокомонополизированный.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена одна из возможных моделей организации теплоснабжения потребителей, представленная в формате «Единый закупщик». В качестве научно-методической базы для ее описания и исследования предложено принять основополагающие принципы теории игр, базовые положения микроэкономики, модели и методы теории гидравлических цепей. Предложенная оригинальная математическая модель теплоснабжающей системы, работающая в условиях организационной структуры «Единый закупщик», обеспечивает получение решения, удовлетворяющего рыночному равновесию Нэша. Отличительная особенность разработанной математической модели заключается в том, что она, наряду с традиционно решаемыми задачами в рамках двухсторонних отношений — источники тепловой энергии и потребители тепла, учитывает сетевую составляющую с характерными для тепловой сети физико-техническими свойствами, а также экономические факторы, связанные с затратами на производство и транспорт тепловой энергии. Данная модель дает возможность определять оптимальные уровни загрузки источников тепловой энергии, обеспечивающие заданный спрос на тепловую энергию со стороны потребителей с учетом получения источниками тепловой энергии максимально возможной прибыли и выполнения при этом условий формирования минимальных затрат на тепловые сети в рассматриваемый период времени.

Предложенный метод может быть применен для анализа и решения задач управления развитием теплоснабжающих систем в условиях модели рынка «Единый закупщик». Разработанная математическая модель в полной мере отражает современные «правила поведения» производителей и потребителей тепловой энергии. Она позволяет учитывать экономические интересы сторон при выполнении физико-технических условий и ограничений по источникам тепла и тепловым сетям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А. Микроэкономика — третий уровень. — Новосибирск: Новосибирский гос. ун-т, 2003. — 702 с.
2. Tirole J. The Theory of Industrial Organization. — Cambridge, MA: MIT Press, 1988. — 647 p.
3. Carlton D., Perloff J. Modern Industrial Organization. — N.-Y.: Addison-Wesley, 2000. — 254 p.
4. Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков. — М.: Магистр. — 1998. — 320 с.
5. Вурос А.Д., Розанова Н.М. Экономика отраслевых рынков. — М.: Экономический факультет МГУ; ТЕИС, 2002. — 253 с.
6. Зоркальцев В.И., Хамисов О.В. Равновесные модели в экономике и энергетике. — Новосибирск: Наука, 2006. — 221 с.

7. Стофт С. Экономика энергосистем. Введение в проектирование рынков электроэнергии: пер. с англ. — М.: Мир, 2006. — 623 с.
8. Bushnell J., Ishii J. An Equilibrium model of investment in re-structured electricity markets / CSEM WP 164. Center for the Study of Energy Markets, University of California Energy Institute, 2007. — 37 p.
9. Подковальников С.В., Хамисов О.В. Несвершенные электроэнергетические рынки: моделирование и исследование развития генерирующих мощностей // Известия РАН. Энергетика. — 2012. — № 2. — С. 57—76.
10. Коваленко А.Г., Рубцова Т.П. Моделирование оптового рынка электроэнергии // Вестник Самарского гос. ун-та. — 2007. — № 3. — С. 125—131.
11. Diaz C.A., Villar J., Campos F.A., Reneses J. Electricity market equilibrium based on conjectural variations // Electric Power Systems Research. — 2010. — N 10. — P. 1572—1579.
12. Pozo D., Contreras J., Caballero A., Andrus A. Long-term Nash equilibria in electricity markets // Electric Power Systems Research. — 2011. — N 81. — P. 329—339.
13. Чернавский С.Я., Эйсмонт О.А. Экономический анализ либерализации рынка природного газа в России // Тарифное регулирование и экспертиза. — 2009. — № 2. — С. 43—50.
14. Baltensperger T., Fuchslin R., Krytli P., Lygeros J. Multiplicity of equilibria in conjectural variations models of natural gas markets // European Journal of Operational Research. — 2016. — N 252. — P. 646—656.
15. Коваленко А.Г. Развитие математических моделей и методов теории гидравлических сетей и их применение для моделирования рассредоточенного рынка: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. — М.: ВЦ РАН, 2006. — 40 с.
16. Беляев Л.С. Проблемы электроэнергетического рынка. — Новосибирск: Наука, 2009. — 296 с.
17. Агроский В. Единый закупщик в тепловых сетях // Энергорынок. — 2005. — № 4. — С. 23—28.
18. Гительман Л.Д., Ратников Б.Е. Энергетический бизнес. — М.: Дело, 2006. — 600 с.
19. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики: пер. с фр. — М.: Мир, 1985. — 200 с.
20. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. — М.: Наука, 1985. — 278 с.
21. Прузнер С.Л., Златопольский А.Н., Некрасов А.М. Экономика энергетики СССР: учеб. — М.: Высшая школа, 1978. — 471 с.
22. Монахов Г.В., Войтинская Ю.А. Моделирование управления режимами тепловых сетей. — М.: Энергоатомиздат, 1995. — 224 с.
23. Stennikov V.A., Khamisov O.V., Penkovsky A.V. Optimization of Developing Heat Supply System in Competitive Market Environment // International Journal of Energy Optimization and Engineering. — 2013. — N 2 (4). — P. 100—119.
24. Сеннова Е.В., Сидлер В.Г. Математическое моделирование и оптимизация развивающихся теплоснабжающих систем. — Новосибирск: Наука, 1987. — 223 с.
25. Стенников В.А., Хамисов О.В., Пеньковский А.В. Возможные механизмы управления теплоснабжением потребителей в условиях рынка // Известия РАН. Энергетика. — 2009. — № 3. — С. 27—36.
26. Соколов Д.В., Стенников В.А., Ощепкова Т.Б., Барактенко Е.А. Программный комплекс нового поколения для схемно-параметрической оптимизации многоконтурных теплоснабжающих систем // Теплоэнергетика. — 2012. — № 4. — С. 1—6.

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.И. Гераськиным.

Стенников Валерий Алексеевич — чл.-корр. РАН, и. о. зам. директора, ✉ SVA@isem.sei.irk.ru,

Пеньковский Андрей Владимирович — науч. сотрудник, ✉ penkovsky@isem.sei.irk.ru,

Хамисов Олег Валерьевич — д-р физ.-мат. наук, зав. отделом, ✉ khamisov@isem.sei.irk.ru,

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск.