УДК 004.089 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2021.4.6

ПРИМЕНЕНИЕ КУСОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ НОРМАЛИЗАЦИИ ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

А.А. Сорокин

Аннотация. Предложен метод нормализации входных переменных, основанный на использовании кусочных функций. Метод предназначен для нормализации входных переменных систем нечеткого вывода (СНВ), которые используются для определения комплексной оценки состояния сложного объекта. Предлагаемый метод основан на разделении диапазона значений переменной на несколько интервалов (протяженность каждого из интервалов определяется с учетом специфики переменной) и последующем сопоставлении каждому интервалу определенной функции. Эта функция показывает закономерность изменения значения переменной на нормированной шкале относительно изменения значений переменной на ее абсолютной шкале. Совокупность таких функций для всего диапазона значений переменной образует оператор нормализации. При реализации предложенного оператора нормализации функции подбираются таким образом, чтобы после преобразования все входные переменные имели положительную корреляцию с выходной переменной. Это упрощает построение СНВ, потому что одноименные термы входных переменных после преобразования имеют одинаковое семантическое значение. Проведенное моделирование показало, что СНВ, в которых применяется предложенный метод нормализации, адекватны аналогичным СНВ, в которых нормализация входных переменных не производится. Предложенный метод нормализации позволяет сократить количество правил в базе знаний СНВ для случая, когда входные переменные имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной.

Ключевые слова: система нечеткого вывода, нормализация, входная переменная, база знаний, правило, комплексная оценка, обработка информации.

ВВЕДЕНИЕ

Одна из задач разработки систем поддержки принятия решений заключается в получении комплексной оценки, используемой для ранжирования определенной группы объектов. Ранжирование применяется для различных целей, например, для оценки кредитоспособности клиентов банка. Анализ работ [1–6] показывает, что для решения подобных задач широкое распространение получили системы нечеткого вывода (СНВ).

Обзор работ [1–9] позволяет сделать вывод, что особенностью многих СНВ является агрегирование параметров, имеющих различные единицы измерения, диапазоны оценочных шкал, влияние на выходную переменную, а также различную корреляцию со значениями выходной переменной. Поэтому для упрощения задач по построению СНВ в работах [1, 2, 7–12] применяются методы нормализации – приведения значений входных переменных к единой шкале. Как показал анализ, подобные методы позволяют использовать идентичные функции принадлежности (ФП) при описании входных переменных, а также сделать СНВ инвариантной к изменению диапазона абсолютных значений входных переменных, так как в случае необходимости изменениям подвергается оператор нормализации. С учетом изложенного в работах [1, 2, 7–13], методы нормализации можно разделить на два класса:

– класс 1 – методы, в которых для преобразования используется математическая функция, нормируемый параметр взаимодействует с константами, которые характеризуют нормируемую выборку значений [1, 7–13];

– класс 2 – методы, в которых некоторому интервалу исходного значения параметров сопоставляется интервал нормируемых значений [2].

К ограничениям методов класса 1 можно отнести сложности приведения абсолютных значений входной переменной, имеющей нелинейное влияние на выходную величину, к нормированным значениям, которые имеют линейное влияние на итоговое значение СНВ. К ограничениям методов класса 2 можно отнести то, что в проанализированных работах отсутствует информация о формальной реализации математических методов преобразования абсолютных значений переменных в нормализованные значения на заданном интервале, а само преобразование сохраняет вид корреляции с выходной переменной. Подобные ограничения усложняют формирование правил, при помощи которых в СНВ реализуется преобразование значений входных параметров в значение выходной переменной.

Таким образом, цель настоящей работы заключается в усовершенствовании методов нормализации значений входных переменных для систем нечеткого вывода.

1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Как описывается в работах [1, 2, 14], реализация СНВ состоит из следующих этапов:

- формирование массива агрегируемых переменных $X=\{x_i\}:i=\overline{1,n}$, при этом каждой переменной x_i соответствует шкала значений sc_i;
- формирование массива выходных переменных $Y=\{y_j\}:j=\overline{1,m}$, далее в работе принимается, что на выходе СНВ формируется одна переменная.

После формирования массива входных переменных x_i для каждой переменной задается массив термов $T_i=\{t_k^{x_i}\}:k=\overline{1,r}$. Каждый терм $t_k^{x_i}$ имеет семантическое название, которое характеризует состояние описываемого параметра x_i. Для каждого терма $t_k^{x_i}$ формируется ФП, которую можно представить в виде $\mu_k^{x_i}(x_i)$, где $\mu_k^{x_i}$ выступает в роли оператора преобразования значения входной переменной из четкого значения x_i в нечеткое $x_{fuzz,i}$. Значение ФП показывает уровень достоверности того, что четкое значение переменной соответствует определенному терму. Область значения ФП находится в интервале от нуля до единицы; единице соответствует утверждение, что значение переменной полностью соотносится с семантическим значением терма, а ноль соответствует утверждению, что значение переменной не соотносится с семантическим значением терма. Часто для формирования ФП используются треугольные и трапецеидальные виды функций.

Реализация оператора агрегирования переменных проводится с помощью формирования правил. Часто правило представляет собой логическое утверждение в формате (if $A \Longrightarrow B$), ξ, где A – совокупность начальных условий (антецедент), B – заключение (консеквент), ξ – коэффициент доверия к правилу (далее принимается, что ξ = 1). При формировании совокупности A перечисляется набор комбинаций значений термов входных переменных, который приведет к формированию определенных значений термов выходных переменных B. По конструкции правила могут быть вида MISO (Multiple Input Single Output) или MIMO (Multiple Input Multiple Output). Для агрегирования входных переменных могут использоваться различные логические операции «и», «или», «не». Далее рассматриваются СНВ, основанные на использовании правил структуры MISO, в которых для агрегирования входных переменных используется оператор «и». Перебор комбинаций термов массива входных переменных с указанием целевого значения выходных переменных образует базу знаний (БЗ), которая отображает закономерность влияния значений входных переменных на выходные переменные. Обобщенно при использовании правил структуры MISO СНВ можно представить в виде

$$y=F_{\text{СНВ}}(x_1,\ldots,x_i),$$

где $F_{\text{СНВ}}$ – оператор, реализующий операции по выполнению нечеткого вывода для массива переменных $X=\{x_i\}$. Пример СНВ, которая агрегирует переменные x_1 и x_2, показан на рис. 1, *а*. Как описывается в монографии [1], на вход СНВ переменные могут подаваться в абсолютных или нормализованных единицах измерений. Обычно при использовании нормализованных единиц измерений

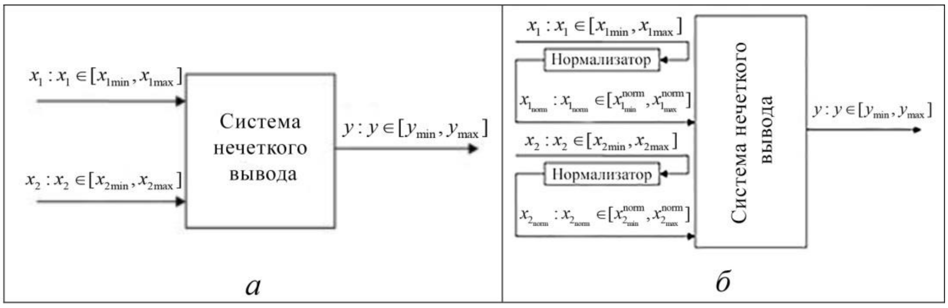

Рис. 1. Структура исследуемых моделей

на вход СНВ подаются значения, которые измеряются на единой шкале. Переход от абсолютных значений $x_{абс}$ к нормализованным единицам проводится при помощи оператора нормализации $f_{норм}$:

$$x_{норм} = f_{норм}\left(x_{абс}\right).$$

С учетом изложенного в монографии [1], структура СНВ, которая агрегирует переменные x_1 и x_2, подвергающиеся нормализации, показана на рис. 1, *б*, блок «Нормализатор» реализует выполнение оператора $f_{норм}$.

Как показывает анализ работ [3–6, 14, 15], часто на комплексную оценку состояния объекта входные переменные оказывают такие виды влияния:

– прямо пропорциональное (например, доход заемщика, желающего получить кредит в банке) – входная переменная имеет положительную корреляцию с выходным значением, характеризующим целесообразность выдачи кредита;

– обратно пропорциональное (например, долговая нагрузка клиента банка, который оформляет заявку на очередной кредит) – входная переменная имеет отрицательную корреляцию с выходным значением;

– экстремальное: существует интервал значений (или точка), смещение от границ которого как в сторону увеличения значения входного параметра, так и в сторону уменьшения его значений приводит к «ухудшению» значения итоговой оценки (например, возраст заемщика).

Дополнительно агрегируемые переменные могут иметь различные единицы измерения, диапазоны значений, уровни значимости влияния на итоговый результат, а сами уровни значимости, в свою очередь, могут зависеть от значения переменной. Подобное разнообразие свойств переменных в случае, если правила формируются экспертом, может приводить к техническим ошибкам при построении логических заключений. Для уменьшения разнообразия свойств переменных в работах [1, 2, 8, 9] предлагается проводить их нормализацию к отрезку [0,1]. Анализ работ [1, 2, 7–13] позволил выявить методы нормализации, основанные на построении общей закономерности для преобразования переменных (методы класса 1) или разделении диапазона абсолютных значений переменных на интервалы и последующем сопоставлении им интервалов на шкале нормированных значений (методы класса 2). При применении методов класса 1 могут учитываться максимальные и минимальные значения параметра, а также статистические показатели нормализуемой выборки. В работах [7, 10] описываются методы нормализации, основанные на использовании соотношения вида

$$x_{норм} = x_{абс} / x_{max}^{абс}, \tag{1}$$

где $x_{max}^{абс}$ – максимальное значение параметра в абсолютных единицах. В работах [1, 11] предлагается учитывать минимальное значение $x_{min}^{абс}$, что можно описать соотношением

$$x_{норм} = \left(x_{абс} - x_{min}^{абс}\right) / \left(x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}\right) \tag{2}$$

или соотношением

$$x_{норм} = \left(x_{абс} - x_{max}^{абс}\right) / \left(x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}\right). \tag{3}$$

В статье [12] встречаются модернизированные варианты соотношений (2), (3), которые можно представить как

$$x_{норм} = D_1 \frac{x_{абс} - x_{min}^{абс}}{x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}} + D_2, \tag{4}$$

где D_1 и D_2 – некоторые константы. В статье [13] приведен метод, в котором для нормализации входных переменных используется оператор вида

$$x_{норм} = \left(x_{абс} - \bar{x}\right) / \sigma, \tag{5}$$

где $\bar{x}$ – выборочное среднее, а σ – стандартное отклонение в нормализуемой выборке. Отметим, что при использовании оператора вида (5) область значений $x_{норм}$ не попадает в диапазон [0,1], а диапазон значений переменной зависит от значений переменной в абсолютных единицах измерения. Это может вызвать дополнительные трудности при реализации СНВ. Сами авторы считают использование подобного соотношения целесообразным для преобразования данных, используемых во время обучения нечеткой нейронной сети. В монографии [1] предлагаются методы, в основе которых заложены соотношения

$$x_{норм} = \left(x_{абс} - x_{mean}^{абс}\right) / \left(x_{max}^{абс} - x_{min}^{абс}\right), \tag{6}$$

где $x_{mean} = 0{,}5\left(x_{max}^{абс} + x_{min}^{абс}\right)$.

В монографии [1] отмечается, что реализацию операторов (1)–(4), (6) можно обобщить к виду

$$x_{норм} = kx_{абс} + b, \tag{7}$$

где k и b – некоторые константы, а (7) представляет собой уравнение прямой.

Особенностью методов, описываемых выражениями (1)–(7), является сложность учета влияния нормализуемого параметра на значение выходной переменной в зависимости от значения данного параметра. Также эти методы не позволяют выделить точку экстремума влияния значения входного параметра на выходную переменную в случае, если эта точка находится в диапазоне между максимальными и минимальными абсолютными значениями переменной. Учет нелинейности влияния может быть реализован в методах класса 2. Так, в монографии [2] интервалам на шкале абсолютных значений параметра сопоставляются определенные интервалы на шкале нормированных значений. Как правило, используется одинаковое количество интервалов относительно точки, расположенной на середине оси нормализации. Для демонстрации работы этого метода в табл. 1 показан пример реализации оператора нормализации для значений параметра $x_{\text{абс}} \in [x_0^{\text{абс}}, x_5^{\text{абс}}]$, который нормируется к отрезку $\left[x_0^{\text{норм}}, x_5^{\text{норм}}\right]$.

Таблица 1

Пример реализации метода нормализации переменных

Интервал абсолютных значений переменной	Интервал нормализованных значений переменной	Номер интервала
$\left[x_0^{\text{абс}}, x_1^{\text{абс}}\right]$	$\left[x_0^{\text{норм}}, x_1^{\text{норм}}\right]$	–2
$\left[x_1^{\text{абс}}, x_2^{\text{абс}}\right]$	$\left[x_1^{\text{норм}}, x_2^{\text{норм}}\right]$	–1
$\left[x_2^{\text{абс}}, x_3^{\text{абс}}\right]$	$\left[x_2^{\text{норм}}, x_3^{\text{норм}}\right]$	0
$\left[x_3^{\text{абс}}, x_4^{\text{абс}}\right]$	$\left[x_3^{\text{норм}}, x_4^{\text{норм}}\right]$	1
$\left[x_4^{\text{абс}}, x_5^{\text{абс}}\right]$	$\left[x_4^{\text{норм}}, x_5^{\text{норм}}\right]$	2

Как следует из монографии [2], при реализации оператора нормализации соблюдается условие $x_0^{\text{абс}} = x_{\min}^{\text{абс}}$, $x_5^{\text{абс}} = x_{\max}^{\text{абс}}$, $x_0^{\text{норм}} = x_{\min}^{\text{норм}}$, $x_5^{\text{норм}} = x_{\max}^{\text{норм}}$, т. е. между переменными наблюдается положительная корреляция. Таким образом, после нормализации с использованием описанного метода корреляция между входной и выходной переменной не изменяется. Кроме этого, в работе [2] не указывается метод аналитического преобразования абсолютных значений в нормализованные значения, не поясняется, как определяется количество интервалов, на которое нужно разбить ось нормируемых значений, не ясно, каким образом проводится выбор точек границ интервалов и каким образом нормализация входной переменной влияет на точность работы СНВ относительно СНВ, в которой входные переменные описываются в абсолютных единицах.

Развитием подобного метода нормализации можно считать метод, описанный в работах [16, 17], который не ориентирован на применение в СНВ. Он основан на разделении нормализованных значений переменной на интервалы с указанием точек – границ интервалов и сопоставлении точкам – границам интервалов на нормализованной шкале точек значений переменной на шкале абсолютных значений. В результате формируются пары точек, по которым строится кривая, реализующая преобразование переменной из одной шкалы в другую. В статье [17] предложено на интервале нормализованных значений выделять точки, разбивающие его на доли: $0 \sim x_{\text{норм}}^0$, $0{,}25 \sim x_{\text{норм}}^{0{,}25}$, $0{,}5 \sim x_{\text{норм}}^{0{,}5}$, $0{,}75 \sim x_{\text{норм}}^{0{,}75}$ и $1 \sim x_{\text{норм}}^1$. Затем этим значениям сопоставляются значения переменной на абсолютной шкале: $x_{\text{абс}}^0$, $x_{\text{абс}}^{0{,}25}$, $x_{\text{абс}}^{0{,}5}$, $x_{\text{абс}}^{0{,}75}$ и $x_{\text{абс}}^1$. В результате оператор преобразования приобретает вид ломаной линии, которая строится по парам точек $\left(x_{\text{абс}}^0; x_{\text{норм}}^0\right)$, $\left(x_{\text{абс}}^{0{,}25}; x_{\text{норм}}^{0{,}25}\right)$, $\left(x_{\text{абс}}^{0{,}5}; x_{\text{норм}}^{0{,}5}\right)$, $\left(x_{\text{абс}}^{0{,}75}; x_{\text{норм}}^{0{,}75}\right)$ и $\left(x_{\text{абс}}^1; x_{\text{норм}}^1\right)$. При этом в работах [16, 17] не описывается аналитический метод преобразования абсолютных значений в нормализованные, а также, аналогично методу, изложенному в монографии [2], до и после преобразования между значениями сохраняется положительная корреляция, т. е. вид корреляции между входной и выходной переменными не изменяется.

Таким образом, в ходе анализа методов построения СНВ [1, 2, 14] и методов нормализации входных переменных [1, 2, 8–13] выявлен ряд ограничений. Они связаны со свойствами входных переменных, которые агрегируются при помощи СНВ. Такими свойствами входных переменных могут быть различные единицы измерения, различные диапазоны значений, различные и/или неравномерные уровни влияния на выходную переменную, различные виды корреляции с выходной переменной. Наличие подобных свойств переменных усложняет для эксперта задачу формирования правил для БЗ СНВ.

Для снятия части ограничений применяются методы нормализации. Подобные методы преимущественно позволяют преобразовать разнообразные значения входных переменных к единой шкале. В основе недостатков проанализированных методов нормализации часто лежит использование статистических показателей нормализуемых выборок значений входных переменных (обычно это максимальное, минимальное, среднее значения). Наиболее универсальными свойствами нормализации переменных обладает метод, основанный на сопоставлении интервалам на шкале абсолютных значений параметра интервала на шкале нормированных значений. Поэтому в рамках дальнейших исследований предлагается усовершенствование этого метода.

2. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА НОРМАЛИЗАЦИИ ЗНАЧЕНИЙ ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

2.1. Предлагаемые теоретические положения

Для усовершенствования положений по нормализации, описанных в монографии [2], предлагается метод нормализации, основанный на формировании оператора $f_{\text{норм}}$, который позволит переводить значения входной переменной из абсолютных значений в нормализованные таким образом, чтобы при увеличении нормированного значения входной переменной значение выходной переменной не уменьшалось, а при уменьшении нормированного значения входной переменной значение выходной переменной не увеличивалось. В качестве допущения принимается, что для описания входных переменных используются трапецеидальные ФП. Допущение оправдано тем, что с учетом изложенного в работах [1, 2, 14] этот тип ФП используется на практике достаточно часто, а сами ФП имеют «четкие» границы носителя и ядра (наличие «четких» границ ядра и носителя ФП будет использовано при формировании метода).

В рамках предлагаемого метода оператор нормализации $f_{\text{норм}}$ реализуется при помощи набора функций: каждому интервалу абсолютных значений входной переменной $x_{\text{абс}}$ соответствует некоторая закономерность $f_{\text{норм},z}$, где z – номер соответствующего интервала. Подобное можно представить в виде

$$x_{\text{норм}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}\left(x_{\text{абс}}\right) \text{ if } x_{\text{абс}} \in \left[x_{\text{абс},i_{\min}},\, x_{\text{абс}.i_1}\right), \\ f_{\text{норм},2}\left(x_{\text{абс}}\right) \text{ if } x_{\text{абс}} \in \left[x_{\text{абс}.i_1},\, x_{\text{абс}.i_2}\right), \\ \dots \\ f_{\text{норм},z}\left(x_{\text{абс}}\right) \text{ if } x_{\text{абс}} \in \left[x_{\text{абс}.i_{\max}-1},\, x_{\text{абс}.i_{\max}}\right). \end{cases} \quad (8)$$

Если закономерности $f_{\text{норм},z}$ для соседних интервалов одинаковые, то интервалы объединяются. Формирование набора функций (8) осуществляется так, что минимальное значение переменной после нормализации $x_{\text{норм}}^{\min}$ оказывает наихудшее (максимально негативное) влияние на значение выходной переменной СНВ, а максимальное значение переменной после нормализации $x_{\text{норм}}^{\max}$ оказывает наилучшее (максимально позитивное) влияние на значение выходной переменной СНВ. Реализацию операторов $f_{\text{норм},z}$ предлагается осуществлять следующим образом:

1. Определяется максимальное и минимальное абсолютное значение переменной $x_{\text{абс}.i}$.

2. Определяется максимальное $x_{\text{норм}}^{\max}$ и минимальное $x_{\text{норм}}^{\min}$ значение этой переменной в относительных единицах, в рамках исследований $x_{\text{норм}}^{\min} = 0$ и $x_{\text{norm}}^{\max} = 100$.

3. На шкале абсолютных значений определяются точки границ интервалов z, применительно к набору функций (8) это точки $x_{\text{абс}.i_1}$, $x_{\text{абс}.i_2}, \dots$, $x_{\text{абс}.i_{\max}-1}$, а на шкале относительных значений задаются их отображения (например, точке $x_{\text{абс}.i_1}$ соответствует точка $x_{\text{норм},i_1}$ и т. д.); значения точек-отображений задаются так:

3.1. эксперты с учетом рекомендаций, описанных в монографии [1], формируют первичное представление нечеткой входной переменной в традиционной форме, используя для ее описания трапецеидальные ФП (в рамках проводимых исследований треугольная ФП рассматривается как частный случай трапецеидальной ФП у которой ядро вырождено в точку);

3.2. границы интервалов – это точки – границы ядер ФП первичного представления переменной в нечеткой форме;

3.3. для описания переменных после нормализации используются аналогичные типы ФП, в качестве границ интервалов выбираются точки, соответствующие границам ядер ФП первичного представления переменной в нечеткой форме;

3.4. если ядро ФП терма относится к интервалу, в котором наблюдается область оптимальности, то оно разделяется дополнительно на два равных интервала.

4. Для каждого интервала z определяется функция $f_{\text{норм},z}\left(x_{\text{абс}.i}\right) = x_{\text{норм}.i}$.

5. На основании множества функций $f_{\text{норм},z}$ формируется оператор нормализации (8).

С учетом изложенного в монографии [1], для реализации функций $f_{\text{норм},z}$ предлагается применять метод построения уравнения прямой, проходящей через две точки, где координаты – это границы интервалов на шкалах нормализованных и абсолютных значений. Например, если для построения оператора $f_{\text{норм},1}$ точка 1 имеет координаты $\left(x_{\text{абс},i_{\min}},\, x_{\text{норм}}^{\min}\right)$, а точка 2 – координаты $\left(x_{\text{абс},i_1},\, x_{\text{норм},i_1}\right)$, то оператор принимает вид

$$\begin{aligned} f_{\text{норм},1}\left(x_{\text{абс}}\right) = \Big[&\left(x_{i_1}^{\text{норм}} - x_{i_{\min}}^{\text{норм}}\right) \times \\ &\times \left(x_{i_{\text{абс}}} - x_{i_{\min}}\right) / \left(x_{i_1} - x_{i_{\min}}\right)\Big] + x_{i_{\min}}^{\text{норм}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Реализация оператора нормализации (8) для случая, когда входные переменные имеют положительную корреляцию со значениями выходной переменной, показана на рис. 2, *а*; случай, когда входные переменные имеют отрицательную корреляцию со значениями выходной переменной, показан на рис. 2, *б*; случай, когда входные переменные имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной, показан на рис. 2, *в*.

Предлагаемые положения позволяют:

– определять количество интервалов разделения оси нормируемых значений на основе методов, которые применяются при построении ФП СНВ (оно равно количеству пар точек границ ядер ФП в случае, если нормализации подвергаются переменные, имеющие положительную или отрицательную корреляцию с выходной переменной, и на единицу больше в случае, когда одна точка экстремума влияет на значение выходной переменной);

– обеспечить, чтобы после нормализации входные переменные имели одинаковую корреляцию с выходной переменной;

– учитывать изменение уровня значимости влияния входной переменной на выходное значение СНВ в зависимости от значения переменной.

2.2. Проверка предлагаемых положений по нормализации входных переменных для систем нечеткого вывода

Проверка предложенных положений проводилась методами математического моделирования. Для этого было построено несколько СНВ, основанных на модели Такаги – Сугено нулевого порядка. Особенностью подобных моделей, с учетом изложенного в статье [18], является использование констант для описания ФП выходной переменной. Исследуемые СНВ имели по две входных переменных x_1 и x_2 и одну выходную переменную y. Всего проведено шесть экспериментов 1:

– переменные x_1 и x_2 имеют положительную корреляцию с переменной y;

– переменные x_1 и x_2 имеют отрицательную корреляцию с переменной y;

– переменные x_1 и x_2 имеют точку экстремума относительно значений переменной y;

– переменная x_1 имеет положительную корреляцию с переменной y, а переменная x_2 имеет отрицательную корреляцию с переменной y;

– переменная x_1 имеет положительную корреляцию с переменной y, а переменная x_2 имеет точку экстремума относительно значений переменной y;

– переменная x_1 имеет отрицательную корреляцию с переменной y, а переменная x_2 имеет точку экстремума относительно значений переменной y.

В рамках каждого эксперимента исследуются две СНВ: СНВ первого типа, в которой применяется предложенный метод нормализации переменных x_1 и x_2, и СНВ второго типа, где переменные x_1 и x_2

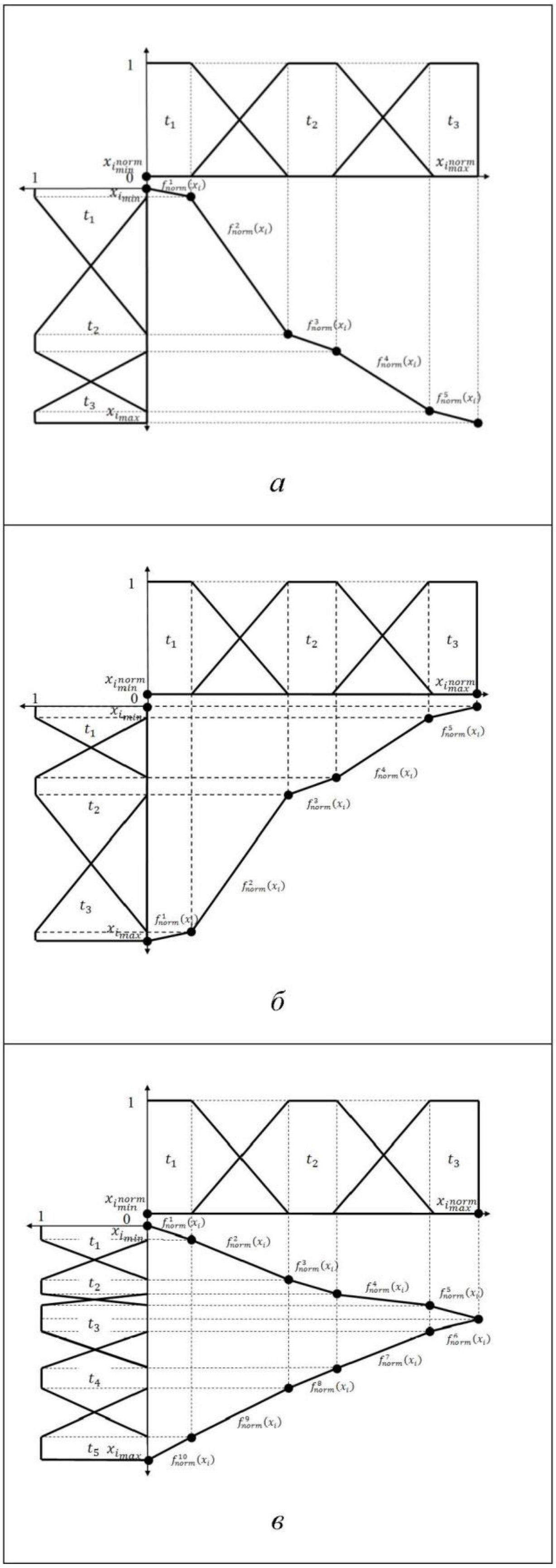

Рис. 2. Примеры операторов нормализации входных переменных для СНВ

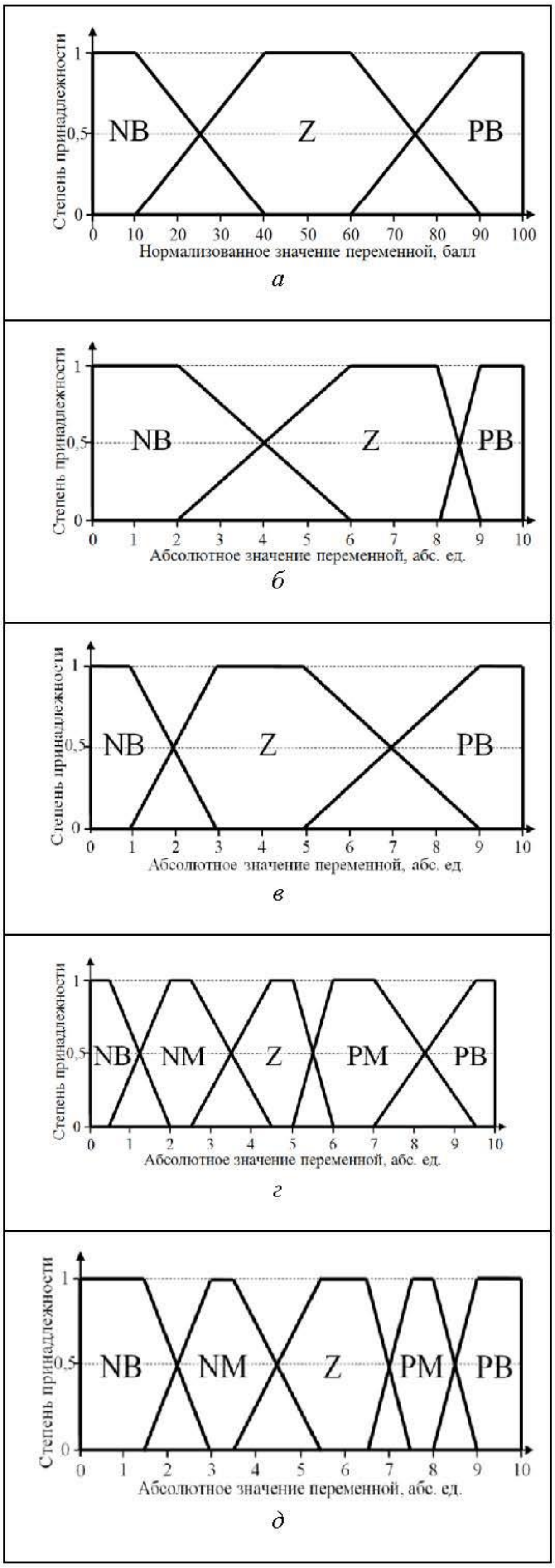

Рис. 3. Функции принадлежности входных переменных

обрабатываются без нормализации. Значения переменных x_1 и x_2 в абсолютных единицах измеряются в диапазоне от 0 до 10 баллов, значения переменных x_1 и x_2 после нормализации – в диапазоне от 0 до 100 баллов, значение переменной y – в диапазоне от 0 до 100 баллов.

Если переменная прошла нормализацию, то ее ФП показаны на рис. 3, *а*. Если переменная имеет положительную корреляцию с переменной y, то ее ФП показаны на рис. 3, *б*. Если переменная имеет отрицательную корреляцию с переменной y, то ее ФП показаны на рис. 3, *в*. Если переменная имеет точку экстремума относительно переменной y, то вариант 1 ее ФП показан на рис. 3, *г*, а вариант 2 – на рис. 3, *д*.

Термам на рис. 3 соответствует такое описание: на рис. 3, *а* NB обозначает плохое влияние на выходную переменную, Z – среднее влияние на выходную переменную, PB – отличное влияние на выходную переменную; на рис. 3, *б – д* NB обозначает низкое значение, NM – значение ближе к среднему, Z – среднее значение, PM – значение ближе к высокому, PB – высокое значение. Выходная переменная y описывается тремя термами в виде констант $t_{NB}^{y}=0$ (низкое значение), $t_{Z}^{y}=50$ (среднее значение) и $t_{PB}^{y}=100$ баллов (высокое значение). Здесь и далее с учетом изложенного в монографии [1] принимается допущение, что при построении ФП соблюдается условие разбиения единицы. Согласно монографии [1], под условием разбиения единицы понимается, что для любого четкого значения переменной x_i сумма степеней принадлежности к ФП термов, которые покрывают соответствующий участок оси четких значений, равна единице. Подобное можно описать в виде: $\sum_k \mu_k^{x_i}\left(x_i\right)\equiv 1 \forall x_i \subset X$.

Операторы нормализации входных переменных с учетом выражений (8) и (9) таковы:

- если они имеют положительную корреляцию с переменной y:

$$x_{\text{норм}}^{\text{direct}}=\begin{cases} f_{\text{норм},1}\left(x_{\text{абс}}\right)=5\,x_{\text{абс}}\,|\,0\le x_{\text{абс}}\le 2,\\ f_{\text{норм},2}\left(x_{\text{абс}}\right)=7{,}5\,x_{\text{абс}}-5\,|\,2<x_{\text{абс}}\le 6,\\ f_{\text{норм},3}\left(x_{\text{абс}}\right)=10\,x_{\text{абс}}-20\,|\,6<x_{\text{абс}}\le 8,\\ f_{\text{норм},4}\left(x_{\text{абс}}\right)=30\,x_{\text{абс}}-180\,|\,8<x_{\text{абс}}\le 9,\\ f_{\text{норм},5}\left(x_{\text{абс}}\right)=10\,x_{\text{абс}}\,|\,9<x_{\text{абс}}\le 10; \end{cases} \qquad (10)$$

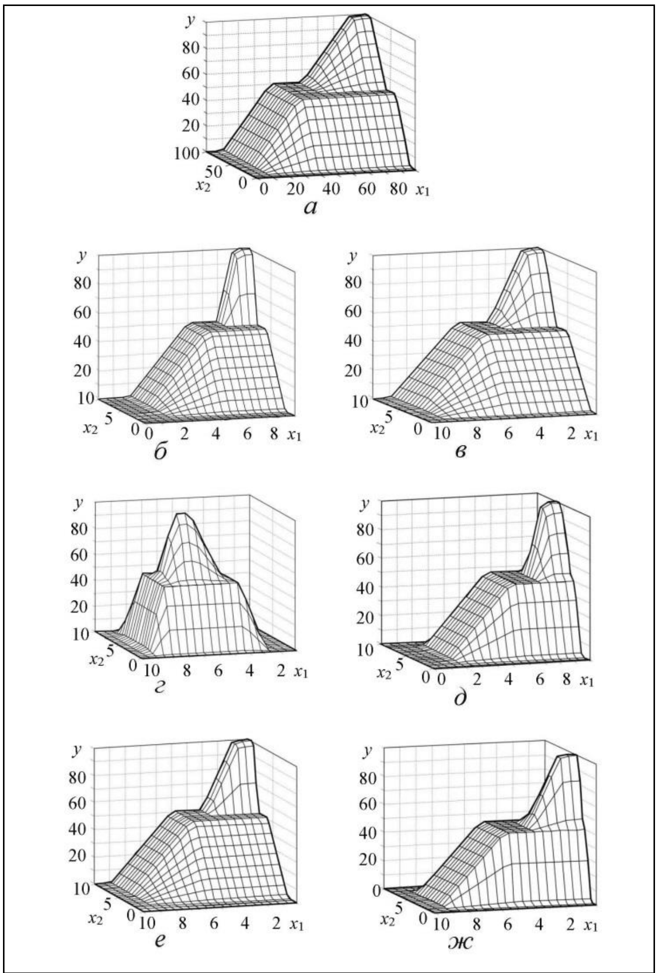

Рис. 4. Поверхности анализируемых сравниваемых СНВ

- если они имеют отрицательную корреляцию с переменной y:

$$x_{\text{норм}}^{\text{invers}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}\left(x_{\text{абс}}\right) = -10\,x_{\text{абс}} + 100 \,|\, 0 \le x_{\text{абс}} \le 1, \\ f_{\text{норм},2}\left(x_{\text{абс}}\right) = -15\,x_{\text{абс}} + 105 \,|\, 1 < x_{\text{абс}} \le 3, \\ f_{\text{норм},3}\left(x_{\text{абс}}\right) = -10\,x_{\text{абс}} + 90 \,|\, 3 < x_{\text{абс}} \le 5, \\ f_{\text{норм},4}\left(x_{\text{абс}}\right) = -7{,}5\,x_{\text{абс}} + 77{,}5 \,|\, 5 < x_{\text{абс}} \le 9, \\ f_{\text{норм},5}\left(x_{\text{абс}}\right) = -10\,x_{\text{абс}} + 100 \,|\, 9 < x_{\text{абс}} \le 10; \end{cases} \qquad (11)$$

- если они имеют точку экстремума относительно значений переменной y (вариант 1):

$$x_{\text{норм}}^{\text{opt.var1}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1\div 2}\left(x_{\text{абс}}\right) = 20\,x_{\text{абс}} \,|\, 0 \le x_{\text{абс}} \le 2, \\ f_{\text{норм},3}\left(x_{\text{абс}}\right) = 40\,x_{\text{абс}} - 40 \,|\, 2 \le x_{abs} \le 2{,}5, \\ f_{\text{норм},4}\left(x_{\text{абс}}\right) = 15\,x_{\text{абс}} + 22{,}5 \,|\, 2{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 4{,}5, \\ f_{\text{норм},5}\left(x_{\text{абс}}\right) = 40\,x_{\text{абс}} - 90 \,|\, 4{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 4{,}75, \\ f_{\text{норм},6}\left(x_{\text{абс}}\right) = -40\,x_{\text{абс}} + 290 \,|\, 4{,}75 \le x_{\text{абс}} \le 5, \\ f_{\text{норм},7}\left(x_{\text{абс}}\right) = -30\,x_{\text{абс}} + 240 \,|\, 5 \le x_{\text{абс}} \le 6, \\ f_{\text{норм},8}\left(x_{\text{абс}}\right) = -20\,x_{\text{абс}} + 180 \,|\, 6 \le x_{\text{абс}} \le 7, \\ f_{\text{норм},9}\left(x_{\text{абс}}\right) = -12\,x_{\text{абс}} + 124 \,|\, 7 \le x_{\text{абс}} \le 9{,}5, \\ f_{\text{норм},10}\left(x_{\text{абс}}\right) = -20\,x_{\text{абс}} + 200 \,|\, 9{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 10; \end{cases} \qquad (12)$$

- если они имеют точку экстремума относительно значений переменной y (вариант 2):

$$x_{\text{норм}}^{\text{opt.var2}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}\left(x_{\text{абс}}\right) = \dfrac{20}{3}\,x_{\text{абс}} \,|\, 0 \le x_{\text{абс}} \le 1{,}5, \\ f_{\text{норм},2}\left(x_{\text{абс}}\right) = 20\,x_{\text{абс}} - 20 \,|\, 1{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 3, \\ f_{\text{норм},3}\left(x_{\text{абс}}\right) = 40\,x_{\text{абс}} - 80 \,|\, 3 \le x_{\text{абс}} \le 3{,}5, \\ f_{\text{норм},4}\left(x_{\text{абс}}\right) = 15\,x_{\text{абс}} + 7{,}5 \,|\, 3{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 5{,}5, \\ f_{\text{норм},5}\left(x_{\text{абс}}\right) = 20\,x_{\text{абс}} - 20 \,|\, 5{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 6, \\ f_{\text{норм},6}\left(x_{\text{абс}}\right) = -20\,x_{\text{абс}} + 220 \,|\, 6 \le x_{\text{абс}} \le 6{,}5, \\ f_{\text{норм},7}\left(x_{\text{абс}}\right) = -30\,x_{\text{абс}} + 285 \,|\, 6{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 7{,}5, \\ f_{\text{норм},8}\left(x_{\text{абс}}\right) = -40\,x_{\text{абс}} + 360 \,|\, 7{,}5 \le x_{\text{абс}} \le 8, \\ f_{\text{норм},9}\left(x_{\text{абс}}\right) = -30\,x_{\text{абс}} + 280 \,|\, 8 \le x_{\text{абс}} \le 9, \\ f_{\text{норм},10}\left(x_{\text{абс}}\right) = -10\,x_{\text{абс}} + 100 \,|\, 9 \le x_{\text{абс}} \le 10. \end{cases} \qquad (13)$$

Во всех экспериментах СНВ первого типа имеют одинаковую поверхность, которая показана на рис. 4, *а*. Остальные параметры СНВ таковы:

– в эксперименте 1 в СНВ первого типа для нормализации переменных x_1 и x_2 используется оператор (10), в СНВ второго типа переменные x_1 и x_2 имеют положительную корреляцию с переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *б*;

– в эксперименте 2 в СНВ первого типа для нормализации переменных x_1 и x_2 используется оператор (11), в СНВ второго типа переменные x_1 и x_2 имеют отрицательную корреляцию с переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *в*;

– в эксперименте 3 в СНВ первого типа для нормализации переменных x_1 и x_2 используются операторы (12) и (13), в СНВ второго типа переменные x_1 и x_2 имеют точку экстремума относительно значений переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *г*;

– в эксперименте 4 в СНВ первого типа для нормализации переменной x_1 используется оператор (10), для нормализации переменной x_2 используется оператор (13), в СНВ второго типа переменная x_1 имеет положительную корреляцию с переменной y, переменная x_2 имеет точку экстремума относительно значений переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *д*;

– в эксперименте 5 в СНВ первого типа для нормализации переменной x_1 используется оператор (10), для нормализации переменной x_2 используется оператор (11), в СНВ второго типа переменная x_1 имеет положительную корреляцию с переменной y, переменная x_2 имеет отрицательную корреляцию с переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *е*;

– в эксперименте 6 в СНВ первого типа для нормализации переменной x_1 используется оператор (11), для нормализации переменной x_2 используется оператор (13), в СНВ второго типа переменная x_1 имеет отрицательную корреляцию с переменной y, переменная x_2 имеет точку экстремума относительно значений переменной y, вид ее поверхности показан на рис. 4, *ж*.

Во время проведения эксперимента на вход исследуемых СНВ подавались значения переменных в диапазоне от 0 до 10 баллов в таких вариантах комбинаций:

– равные значения переменных с шагом 0,5 балла (всего 22 значения каждой переменной),

– значения переменной x_1 с шагом 0,5 балла, и фиксированные значения переменной x_2 начиная с нуля, при этом для каждой следующей серии эксперимента фиксированные значения увеличивались на 0,5 балла (всего 462 значения каждой переменной).

Погрешность результатов определялась как разность между СНВ первого и второго типа:

$$\Delta_{\text{эксп}\,N,w} = \left| y^{\text{СНВ}m1}_{\text{out,эксп}\,N,w} - y^{\text{СНВ}m2}_{\text{out,эксп}\,N,w} \right|, \qquad (14)$$

где N – номер эксперимента; w – номер вектора значений, которые подавались на вход СНВ во время эксперимента; $y^{\text{СНВ}m1}_{\text{out,эксп}\,N,w}$ и $y^{\text{СНВ}m2}_{\text{out,эксп}\,N,w}$ – выходные значения СНВ первого и второго типа соответственно. В результате в экспериментах 1–6 установлено отсутствие погрешностей между выходными значениями СНВ первого типа, где используется предложенный метод нормализации, и СНВ второго типа, где нормализация не использовалась. Для объяснения причины отсутствия погрешностей проведен анализ особенностей функционирования СНВ.

Выходное значение СНВ формируется как аккумулированный результат активации правил, на основе которых построена база знаний. Результат каждого из правил определяется степенями принадлежности четких значений входных переменных к каждому из термов и операторами агрегирования значений этих переменных после фаззификации. В рассматриваемом случае процессы обработки результатов выполнения правил и формирования итогового значения СНВ изменениям не подвергались. Изменения проведены в процессе подготовки переменных, перед подачей на вход СНВ.

Следовательно, для отсутствия погрешности в работе СНВ необходимо, чтобы после процедуры фаззификации переменные имели одинаковые значения вне зависимости от того, использовались ли предложенные положения по нормализации. Проверка этого утверждения проведена при помощи отдельной серии экспериментов. В рамках работы приведен результат сравнения значений входных переменных после фаззификации для ФП, показанных на рис. 3, *а* (используются в СНВ, в которых переменные подвергаются нормализации), и ФП, показанных на рис. 3, *г* (описывают переменную, которая имеет точку оптимума по влиянию на итоговой результат).

Показанные на рис. 3, *а* ФП описываются так:

$$\mu^{3а}_{NB}(x) = \begin{cases} \mu^{3а}_{NB}(x) = 1 \mid 0 \le x < 10, \\ \mu^{3а}_{NB}(x) = -\dfrac{1}{30}x + \dfrac{4}{3} \mid 10 \le x < 40, \\ \mu^{3а}_{NB}(x) = 0 \mid x > 40, \end{cases} \qquad (15)$$

$$\mu^{3а}_{Z}(x) = \begin{cases} \mu^{3а}_{Z}(x) = 0 \mid 0 \le x < 10, \\ \mu^{3а}_{Z}(x) = \dfrac{1}{30}x - \dfrac{1}{3} \mid 10 \le x < 40, \\ \mu^{3а}_{Z}(x) = 1 \mid 40 \le x < 60, \\ \mu^{3a}_{Z}(x) = \dfrac{1}{30}x + 3 \mid 60 \le x < 90, \\ \mu^{3a}_{Z}(x) = 0 \mid x > 90, \end{cases} \qquad (16)$$

$$\mu^{3а}_{PB}(x) = \begin{cases} \mu^{3а}_{PB}(x) = 0 \mid x < 60, \\ \mu^{3а}_{PB}(x) = \dfrac{1}{30}x - 2 \mid 60 \le x \le 90, \\ \mu^{3а}_{PB}(x) = 0 \mid x > 90. \end{cases} \qquad (17)$$

Показанные на рис. 3, *г* ФП описываются так:

$$\mu^{3г}_{NB}(x) = \begin{cases} \mu^{3г}_{NB}(x) = 1 \mid 0 \le x < 0{,}5, \\ \mu^{3г}_{NB}(x) = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{4}{3} \mid 0{,}5 \le x < 2, \\ \mu^{3г}_{NB}(x) = 0 \mid x > 2, \end{cases} \qquad (18)$$

$$\mu^{3г}_{NM}(x) = \begin{cases} \mu^{3г}_{NM}(x) = 0 \mid 0 \le x < 2, \\ \mu^{3г}_{NM}(x) = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{3} \mid 2 \le x < 6, \\ \mu^{3г}_{NM}(x) = 1 \mid 2 \le x < 2{,}5, \\ \mu^{3г}_{NM}(x) = -\dfrac{1}{2}x + 2\dfrac{1}{4} \mid 2{,}5 \le x < 4{,}5, \\ \mu^{3г}_{NM}(x) = 0 \mid x > 4{,}5, \end{cases} \qquad (19)$$

$$\mu^{3г}_{Z}(x) = \begin{cases} \mu^{3г}_{Z}(x) = 0 \mid x \le 2{,}5, \\ \mu^{3г}_{Z}(x) = \dfrac{1}{2}x - 1\dfrac{1}{4} \mid 2{,}5 \le x < 4{,}5, \\ \mu^{3г}_{Z}(x) = 1 \mid 4{,}5 \le x < 5, \\ \mu^{3г}_{Z}(x) = -x + 6 \mid 5 \le x \le 6, \\ \mu^{3г}_{Z}(x) = 0 \mid x > 6, \end{cases} \qquad (20)$$

$$\mu_{PM}^{3г}(x)=\begin{cases}\mu_{PM}^{3г}(x)=0\mid x<5,\\ \mu_{PM}^{3г}(x)=x-5\mid 5\le x<6,\\ \mu_{PM}^{3г}(x)=1\mid 6\le x<7,\\ \mu_{PM}^{3г}(x)=-\dfrac{2}{5}x+3\dfrac{4}{5}\mid 7\le x<9{,}5,\\ \mu_{PM}^{3г}(x)=0\mid x>9{,}5,\end{cases}\qquad (21)$$

$$\mu_{PB}^{3г}(x)=\begin{cases}\mu_{PB}^{3г}(x)=0\mid x<7,\\ \mu_{PB}^{3г}(x)=\dfrac{2}{5}x-2\dfrac{4}{5}\mid 7\le x\le 9{,}5,\\ \mu_{PB}^{3г}(x)=1\mid x>9{,}5.\end{cases}\qquad (22)$$

Дополнительно напоминается о семантической эквивалентности (обозначается знаком $\Leftrightarrow$) термов на рис. 3, *а* и термов на рис. 3, *г*: $NB_{3а}\Leftrightarrow NB_{3г}$, $NB_{3а}\Leftrightarrow PB_{3г}$, $Z_{3а}\Leftrightarrow NM_{3г}$, $Z_{3а}\Leftrightarrow PM_{3г}$ и $PB_{3а}\Leftrightarrow Z_{3г}$. Результаты определения значений входных переменных приведены в табл. 2.

Для наглядности результаты фаззификации после обработки входных переменных при помощи предложенных положений по нормализации выделены в таблице серым цветом.

С учетом семантической эквивалентности термов погрешности с использованием формулы (14) определялись так: сначала были поэлементно сложены столбцы 3 и 7, а также 4 и 6. После этого:

– из суммы элементов столбцов 3 и 7 были вычтены соответствующие элементы столбца 8,

– из суммы элементов столбцов 4 и 6 были вычтены соответствующие элементы столбца 9,

– из элементов столбца 5 вычтены соответствующие элементы столбца 10.

В результате выполненных действий были получены массивы с нулевыми значениями элементов. Результаты подобных экспериментов относительно ФП, показанных на рис. 3, *б*, *в* и *д*, были аналогичные. В условиях описанных ограничений эксперимента подобная точность достигается благодаря тому, что точки границ интервалов на графике оператора нормализации совпадают с точками ядер ФП термов входных нормализуемых переменных.

Предложенные положения позволили сделать замену шести видов различных СНВ (поверхности этих СНВ показаны на рис. 4, *б–ж*) на один вид СНВ (ее поверхность показана на рис. 4, *а*). В эксперименте 3 наблюдается сокращение количества правил на 64 % (в СНВ первого типа используются 9 правил, СНВ второго типа – 25 правил). В экспериментах 5 и 6 наблюдается сокращение количества правил на 40 % (в СНВ первого типа используются 9 правил, СНВ второго типа – 15 правил). В эксперименте 3 агрегировались переменные, которые имели по одной точке экстремума по влиянию на значение выходной переменной, а в экспериментах 5 и 6 одна переменная имела точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной.

Отдельно в рамках эксперимента было проведено сравнение затрат времени на формирование базы правил. Сравнению подвергались базы правил СНВ первого и второго типа в экспериментах 2–6. Сравнение времени формирования СНВ первого и второго типа в эксперименте 1 не проводилось, потому что БЗ в этих СНВ содержат одинаковые правила. В процессе сравнения было сформировано по пять баз правил для каждой из групп СНВ первого и второго типа. В результате затраты времени на формирование базы правил при использовании СНВ первого типа вместо СНВ второго типа были:

- в экспериментах 2 и 5 на ≈ 17 % меньше, что объясняется наличием различных видов корреляций между входными переменными и выходной переменной, соответственно, у эксперта не было необходимости проводить сопоставление семантического значения терма, описывающего диапазон значений входной переменной и ее влияние на итоговый результат;
- в экспериментах 4 и 6 на ≈ 37% меньше, что объясняется количеством правил в БЗ СНВ первого типа (9 правил) и СНВ второго типа (15 правил);
- в эксперименте 3 на ≈ 58 % меньше, что объясняется количеством правил в БЗ СНВ первого типа (9 правил) и СНВ второго типа (25 правил).

Таким образом, среднее сокращение времени на формирование БЗ по результатам анализа всей серии экспериментов с 3-го по 6-й составило около 35%.

3. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

В качестве примера рассматривается упрощенный вариант СНВ для ранжирования клиентов банка по уровню кредитоспособности. В рамках примера решение о целесообразности выдачи кредита определяется на основе трех параметров:

- x_1 – ежемесячный доход заемщика, диапазон значений переменной от 15 до 100 тыс. руб. Переменная имеет положительную корреляцию с выходной переменной, т. е. чем выше доход у человека, тем у него больше шансов получить заем;

Таблица 2

Результаты определения значений для термов ФП, представленных на рис. 3, *а* и 3, *г*

Входные значения		Фаззифицированные значения входных переменных:							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Без нормализации	Нормализованные при помощи оператора (12)	(18) – $\mu^{3г}_{NB}(x)$	(19) – $\mu^{3г}_{NM}(x)$	(20) – $\mu^{3г}_{Z}(x)$	(21) – $\mu^{3г}_{PM}(x)$	(22) – $\mu^{3г}_{PB}(x)$	(15) – $\mu^{3а}_{NB}(x)$	(16) – $\mu^{3а}_{Z}(x)$	(17) – $\mu^{3а}_{PB}(x)$
0,5	10	1	0	0	0	0	1	0	0
1	20	0,667	0,333	0	0	0	0,667	0,333	0
1,5	30	0,333	0,667	0	0	0	0,333	0,667	0
2	40	0	1	0	0	0	0	1	0
2,5	60	0	1	0	0	0	0	1	0
3	67,5	0	0,75	0,25	0	0	0	0,75	0,25
3,5	75	0	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0,5
4	82,5	0	0,25	0,75	0	0	0	0,25	0,75
4,5	90	0	0	1	0	0	0	0	1
5	90	0	0	1	0	0	0	0	1
5,5	75	0	0	0,5	0,5	0	0	0,5	0,5
6	60	0	0	0	1	0	0	1	0
6,5	50	0	0	0	1	0	0	1	0
7	40	0	0	0	1	0	0	1	0
7,5	34	0	0	0	0,8	0,2	0,2	0,8	0
8	28	0	0	0	0,6	0,4	0,4	0,6	0
8,5	22	0	0	0	0,4	0,6	0,6	0,4	0
9	16	0	0	0	0,2	0,8	0,8	0,2	0
9,5	10	0	0	0	0	1	1	0	0
10	0	0	0	0	0	1	1	0	0

- x_2 – доля ежемесячных платежей, которые заемщик вносит в банк для погашения ранее взятых кредитов. Измеряется как процент от его заработка и находится в диапазоне от 0 до 60 %. Считается, что чем больше у человека доля платежей по текущим кредитам, тем у него меньше шансов получить новый заем;
- x_3 – возраст заемщика, диапазон значений переменной от 14 до 85 лет. Переменная имеет интервал наилучших значений в возрасте от 35 до 45 лет (принимается, что в этом возрасте человек обладает наибольшей «жизненной» стабильностью в плане доходов и состояния здоровья).

Цель эксперимента – сравнить результаты, которые будут формировать модель 1 (построенная с использованием предлагаемых положений), модель 2 (в которой не применяются методы нормализации входных переменных) и модель 3 (которая использует метод нормализации, разработанный с учетом положений, описанных в монографии [2], где значения входных переменных разделяются на определенное количество интервалов, и каждому интервалу на оси абсолютных значений сопоставляется интервал на шкале нормализованных значений). Модели – это СНВ, которые имеют три входа (переменные x_1, x_2 и x_3) и один выход (переменная y). Структура моделей 1 и 3 показана на рис. 5, *а*, структура модели 2 показана на рис. 5, *б*.

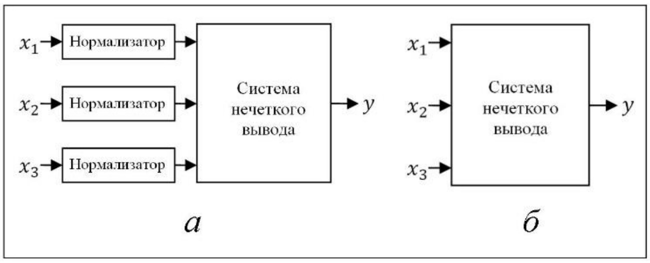

Рис. 5. Структура исследуемых моделей

В модели 1 для описания переменных x_1, x_2 и x_3 используются ФП, показанные на рис. 3, *а*. В модели 2 для описания переменных x_1, x_2 и x_3 используются ФП, показанные соответственно на рис. 6, *а*, *б* и *в*. В модели 3 для описания переменных x_1 и x_2 используются ФП, показанные на рис. 3, *а*, для описания переменной x_3, – ФП, показанные на рис. 6, *г*. Семантические значения термов в модели 1 соответствуют значениям термов, показанным на рис. 3, *а*. Семантические значения термов в моделях 2 и 3 соответствуют значениям термов, показанным на рис. 3, *б–г*. Для описания выходной переменной y использовано терм-множество {*NB*, *NM*, *Z*, *PM*, *PB*}, в котором $NB \sim 0$, $NM \sim 25$, $Z \sim 50$, $PM \sim 75$ и $PB \sim 100$ баллам. Значения термов выходной переменной во всех моделях аналогичны значениям термов выходных переменных в моделях, описанных в § 2, значение терма NM – «ближе к среднему», PM – «ближе к высокому».

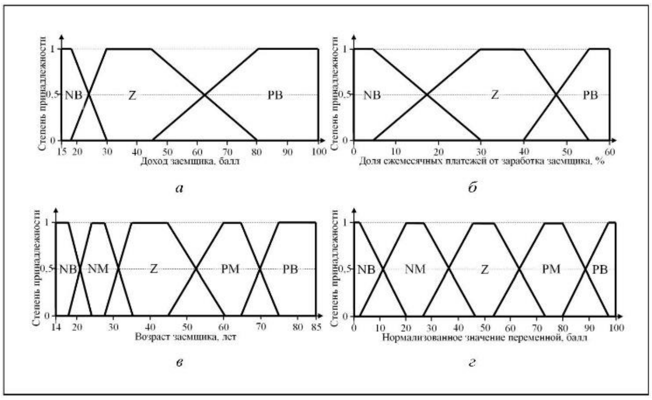

Рис. 6. Функции принадлежности входных переменных для исследуемых моделей

Для описания операторов нормализации для переменных, подаваемых на вход модели 1, используются такие соотношения:

для переменной x_1:

$$x_{1,\text{норм}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_1) = (10/3)x_1 - 50 \mid 15 \le x_1 \le 18, \\ f_{\text{норм},2}(x_1) = 2{,}5x_1 - 35 \mid 18 < x_1 \le 30, \\ f_{\text{норм},3}(x_1) = (4/3)x_1 \mid 30 < x_1 \le 45, \\ f_{\text{норм},4}(x_1) = (6/7)x_1 + (150/7) \mid 45 < x_1 \le 80, \\ f_{\text{норм},5}(x_1) = 0{,}5x_1 + 50 \mid 80 < x_1 \le 100, \end{cases}$$

для переменной x_2:

$$x_{2,\text{норм}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_2) = -2x_2 + 100 \mid 0 \le x_2 \le 5, \\ f_{\text{норм},2}(x_2) = -1{,}2x_2 + 96 \mid 5 < x_2 \le 30, \\ f_{\text{норм},3,4,5}(x_2) = -2x_2 + 120 \mid 30 < x_2 \le 60, \end{cases}$$

для переменной x_3:

$$x_{3,\text{норм}} = \begin{cases} f_{\text{норм},1}(x_3) = 2{,}5x_3 - 35 \mid 14 \le x_3 \le 18, \\ f_{\text{норм},2,3}(x_3) = 5x_3 - 80 \mid 18 \le x_3 \le 28, \\ f_{\text{норм},4}(x_3) = \dfrac{30}{7}x_3 - 60 \mid 28 \le x_3 \le 35, \\ f_{\text{норм},5}(x_3) = 2x_3 + 20 \mid 35 \le x_3 \le 40, \\ f_{\text{норм},6,7}(x_3) = -2x_3 + 180 \mid 40 \le x_3 \le 60, \\ f_{\text{норм},8}(x_3) = -4x_3 + 300 \mid 60 \le x_3 \le 65, \\ f_{norm,9}(x_3) = -3x_3 + 235 \mid 65 \le x_3 \le 75, \\ f_{\text{норм},10}(x_3) = -1x_3 + 85 \mid 75 \le x_3 \le 85. \end{cases}$$

Реализация операторов нормализации для переменных, подаваемых на вход модели 3, проводилась с учетом метода, описанного в монографии [2]. В табл. 3 сопоставлены интервалы между значениями параметра в абсолютных единицах и единицах после нормализации.

На вход исследуемых моделей подавались различные комбинации значений переменных x_1, x_2 и x_3. Всего было подано 100 различных комбинаций значений в абсолютных единицах измерения. Величины представляли собой случайные числа в диапазоне от максимального до минимального значения соответствующего параметра. Результаты, полученные с применением моделей 1, 2 и 3 соответственно показаны на рис. 7, *а*, *б*, и *в*.

Таблица 3

Пример реализации метода нормализации переменных для модели 3

Наименование переменной, единица измерения	Интервал абсолютных значений переменной	Интервал нормализованных значений переменной
x_1 (доход, тыс. руб.)	$15 \le x_1 \le 18$	[0; 10]
	$18 < x_1 \le 30$	[10; 40]
	$30 < x_1 \le 45$	[40; 60]
	$45 < x_1 \le 80$	[40; 90]
	$80 < x_1 \le 100$	[90; 100]
x_2 (долговая нагрузка, % от дохода)	$0 \le x_2 \le 5$	[0; 10]
	$5 < x_2 \le 30$	[10; 40]
	$30 < x_2 \le 40$	[40; 60]
	$40 < x_2 \le 55$	[40; 90]
	$55 < x_2 \le 60$	[90; 100]
x_3 (возраст, лет)	$14 \le x_3 \le 18$	[0; 2,5]
	$18 < x_3 \le 24$	[2,5; 20]
	$24 < x_3 \le 28$	[20; 27]
	$28 < x_3 \le 35$	[27; 46]
	$35 < x_3 \le 45$	[46; 54]
	$45 < x_3 \le 60$	[54; 73]
	$60 < x_3 \le 65$	[73; 80]
	$65 < x_3 \le 75$	[80; 97,5]
	$75 < x_3 \le 85$	[97,5; 100]

Анализ результатов эксперимента показал, что суммарная величина абсолютной погрешности между моделями 1 и 2 составила ≈ 0 баллов, между моделями 2 и 3 составила ≈ 0 баллов. Знак «≈» означает, что максимальное значение погрешности в экспериментах не превышало значения 10^{-13}. Полученный результат показывает, что анализируемые модели формируют практически одинаковые выходные значения. Подобная точность была достигнута при условии, что при проведении нормализации переменных в моделях 1 и 2 соблюдены

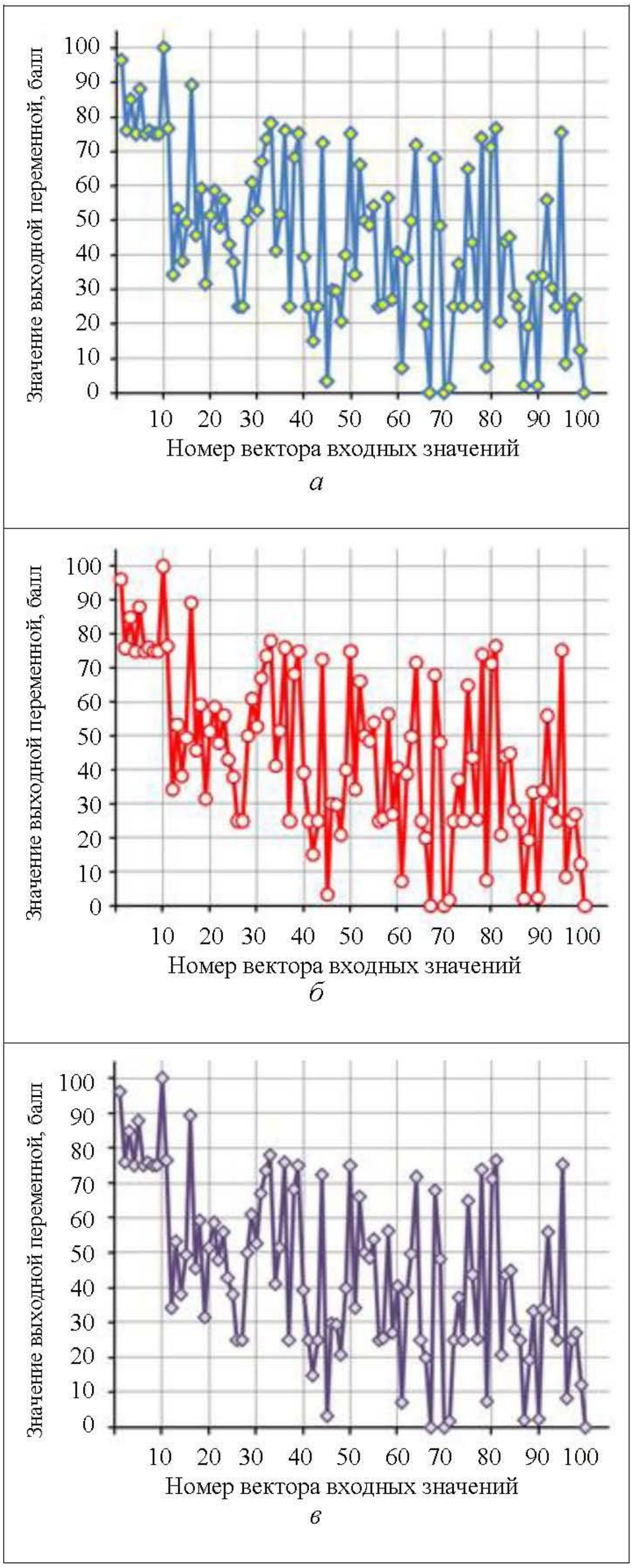

Рис. 7. Результат эксперимента по определению кредитоспособности клиента банка

условия, аналогичные эксперименту, описанному в п. 2.2 настоящей статьи (результаты этого эксперимента показаны на рис. 4, *а–ж*). Проведенный эксперимент подтверждает достоверность предложенного метода нормализации, примененного при формировании модели 1. Проведенный анализ моделей 1–3 показывает, что БЗ моделей 2 и 3 содержат по 45 правил, а БЗ модели 1 – 27 правил. Следовательно, предложенные положения позволили в модели 1 получить аналогичную точность расчетов при меньшем (на 40%) количестве правил в БЗ.

Аналогично предыдущему эксперименту, описанному в § 2, проведено сравнение затрат времени на формирование БЗ СНВ в моделях 1 и 2. Определение затрат времени на формирование БЗ в модели 3 не проводилось, потому, что в ней используются такие же правила, как и в модели 2. Аналогично эксперименту, описанному в § 2, было сформировано по пять БЗ для СНВ моделей 1 и 2. В результате сравнения установлено, что время для формирования БЗ модели 1 почти на ≈ 47 % меньше, чем время для формирования БЗ для модели 2. Подобная разница объясняется тем, что в БЗ модели 2 количество правил больше, чем в модели 1 (45 против 27). Кроме этого, в модели 2 все входные переменные имеют различные виды корреляции с выходной переменной.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Анализ операций предлагаемого метода преобразования значений входных переменных показывает, что возможна его реализация в части формирования оператора нормализации с помощью программных методов, так как он сводится к решению задачи построения массива уравнений прямой линии, проходящих через две заданные точки. Как показали исследования, в случае, если нормализации подвергается переменная, имеющая точку оптимума по влиянию на итоговый результат, наблюдается сокращение количества продукционных правил в БЗ СНВ. Как известно, формирование продукционных правил представляет собой достаточно трудоемкую задачу, которую эксперт часто выполняет вручную. Таким образом, предлагаемые положения позволяют сократить объем трудозатрат экспертных групп, связанных с процессом формирования баз знаний. Дополнительную сложность для экспертов при формировании базы знаний создают различия свойств входных переменных из-за разнообразия диапазонов значений, единиц измерения и видов влияния на значение выходной переменной. В условиях подобного разнообразия требуется, чтобы эксперт помнил специфику каждой переменной и внимательнее анализировал входные переменные во время формирования правил. С учетом изложенного в статье [19], повышенная концентрация внимания человека влечет за собой его более быструю утомляемость, что, в свою очередь, негативно влияет на количество совершаемых ошибок. Устранение ошибок требует дополнительных временных затрат. При использовании предложенных положений после нормализации переменные обладают единым диапазоном значений и имеют одинаковый вид корреляции с выходной переменной. Подобная однородность свойств входных переменных упрощает процесс формирования продукционных правил.

Несмотря на введение дополнительных математических операций, в процессе экспериментов не было выявлено заметного снижения вычислительной производительности аппаратных средств, на базе которых функционировали исследуемые СНВ. Подобное объясняется значительным запасом вычислительных мощностей у современных ЭВМ. Учитывая широкую область применения предложенных положений, ориентированных на реализацию экспертных систем, предназначенных для получения интегральной оценки сложного объекта, возрастающие вычислительные затраты можно считать несущественными в сравнении с упрощением процесса формирования БЗ. Как известно, подобный процесс преимущественно выполняется непосредственно специалистами (экспертами). В экспериментах, описанных в § 2 и § 3, на формирование БЗ СНВ, где применялись методы нормализации, основанные на предложенных положениях, затрачивалось меньше времени (в среднем на ≈ 37 % и ≈ 47 % соответственно), чем на формирование БЗ СНВ, в которых методы нормализации не применялись.

Кроме этого, как следует из монографии [1], одной из проблем построения СНВ является «проклятие размерности». Его сущность заключается в том, что количество правил в БЗ сильно зависит от количества переменных n_{vereb} и количества термов n_{term}, которые описывают каждую из переменных. Например, если для описания всех входных переменных используется одинаковое количество термов (при условии, что правила имеют структуру MISO), то закономерность для определения количества правил имеет вид $n_{rule} = n_{term}{}^{n_{vereb}}$. Для уменьшения негативного влияния «проклятия размерности» необходима разработка положений, позволяющих сократить количество правил в БЗ при сохранении точности СНВ. Как показали проведенные эксперименты, предложенные положения позволили сократить количество правил внутри БЗ в зависимости от условий эксперимента: на 40 % в эксперименте по оценке кредитоспособности заемщика (§ 3) и в экспериментах 5 и 6 (§ 2), а также на 64 % в эксперименте 3 (§ 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследований предложен метод нормализации входных переменных для систем нечеткого вывода. Метод позволяет преобразовать абсолютные значения входных переменных к единому диапазону значений в нормализованных единицах. При этом минимальное значение нормализованной переменной оказывает наихудшее влияние на выходной параметр, а максимальное значение нормализованной переменной оказывает наилучшее влияние на выходной параметр. Метод основан на разделении интервала значений переменной на последовательность отрезков, после этого для каждого отрезка формируется закономерность, позволяющая преобразовать абсолютные значения параметра к нормализованным значениям. Для реализации оператора нормализации на заданном интервале предложено применение метода построения прямой по двум точкам. Проведенное моделирование показало, что в рамках описанных ограничений модели СНВ, в которых применяется предложенный метод нормализации, адекватны моделям, в которых используются СНВ без проведения нормализации входных переменных. Представленный метод нормализации позволил сократить количество правил в базе знаний в зависимости от условий эксперимента: на 40 % в эксперименте по оценке кредитоспособности заемщика (§ 3) и в экспериментах 5 и 6 (§ 2); на 64 % в эксперименте 3 (§ 2); общим свойством систем нечеткого вывода в этих экспериментах было наличие входных переменных, которые имеют точку экстремума по влиянию на значение выходной переменной. В проведенных экспериментах на формирование баз знаний систем нечеткого вывода при использовании методов нормализации затрачивалось меньше времени (в среднем на ≈ 37 % в экспериментах, описанных в § 2, и на ≈ 47 % в эксперименте, описанном в § 3), чем для баз знаний систем нечеткого вывода без применения предложенного метода нормализации.

Предложенные положения открывают возможности дальнейшего развития методов обработки информации для систем поддержки принятия решений различного назначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление. пер. с англ. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2017. – 800 с. [*Pegat, A.* Fuzzy modeling and control. – Moscow: Binom. Knowledge Laboratory, 2017. – 800 s. (In Russian)]

2. *Lee, K.H.* First Course on Fuzzy Theory and Applications. – Springer Science & Business Media, 2004. – 335 p.
3. *Amindousta, A., Ahmeda, S., Saghafiniab, A., Bahreininejada, A.* Sustainable supplier selection: A ranking model based on fuzzy inference system // Applied Soft Computing. – 2012. – No. 12. – P. 1668–1677.
4. *Alavi, N.* Date grading using rule-based fuzzy inference system // Journal of Agricultural Technology. – 2012. – No. 8(4). – P. 1243–1254.
5. *Cavallar, F.* A Takagi-Sugeno Fuzzy Inference System for Developing a Sustainability Index of Biomass // Sustainability. – 2015. – No. 7(9). – P. 12359–12371.
6. *Latinovic, M., Dragovic, I., Arsic, V.B., Petrovic, B.* A Fuzzy Inference System for Credit Scoring using Boolean Consistent Fuzzy Logic // International Journal of Computational Intelligence Systems. – 2018. – Vol. 11, iss. 1. – P. 414–427.
7. *Novacovich, B., Vranjes, B., Novacovich, D.* An optimal adaptation algorithm for fuzzy logic control systems // Theory and practice of control and systems: proceedings of 6th IEEE Mediterranean conference – Alterhero, Sardinia, Italy. – 1998. – P. 629–634.
8. *Grassian, D., Bahatem, M., Scott, T., Olsen, D.* Application of a Fuzzy Expert System to Analyze and Anticipate ESP Failure Modes // Abu Dhabi International Petroleum Exhibition & Conference. – Abu Dhabi, UAE. – 2017. – P. 2–10.
9. *Bermudez, F., Carvajal, G.A., Moricca, G.,* et al. Fuzzy Logic Application to Monitor and Predict Unexpected Behavior in Electric Submersible Pumps (Part of the KwIDF Project) // SPE Intelligent Energy Conference & Exhibition. – Utrecht, The Netherlands. – 2014. – P. 1–13.
10. *Lee, E., Choi, C., Kim, P.* Intelligent Handover Scheme for Drone Using Fuzzy Inference Systems // IEEE Access. – 2017. – Vol. 5. – P. 13712–13719.
11. *Zainol-Abidin, S.N., Jaaman, S.H., Ismail, M., Abu-Bakar, A.S.* Clustering Stock Performance Considering Investor Preferences Using a Fuzzy Inference System // Symmetry. – 2020. – Vol. 12, iss. 7. – P. 1–15.
12. *Özger, M.* Comparison of fuzzy inference systems for stream flow prediction // Hydrological Sciences Journal. – 2009. – Vol. 54. – P. 261–273.
13. *Sonmez, A.Y., Kale, S., Ozdemir, R.C., Kadak, A.E.* An Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) to Predict of Cadmium (Cd) Concentrations in the Filyos River, Turkey // Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences. – 2018. – Vol. 18. – P. 1333–1343.
14. *Штовба С.Д.* Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 288 с. [*Shtovba, S.D.* Design of fuzzy systems by means of MATLAB. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2007. –288 s. (In Russian)]
15. *Шмелева А.Г., Каленюк И.В., Обыденнова С.Ю.* и др. Программная модель оценки кредитоспособности клиентов с применением алгоритмов искусственного интеллекта // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2020. – № 3 (130). – С. 72–79. [*Shmeleva, A.G., Kalenyuk, I.V., Shmeleva A.G.*, et al. A software model for assessing customers' credit worthiness using artificial intelligence algorithms // Proceedings of NSTU named after R.E. Alekseev. – 2020. – No. 3 (130). – P. 72–79 (In Russian)]
16. *Шакиров В.А., Панкратьев П.С.* Поддержка принятия решений на стадии предпроектных исследований на основе двухуровневого многокритериального анализа // Прикладная информатика. – 2013. – № 6 (48). – С. 111–121. [*Shakirov, V., Pankratiev, P.* Decision making support at the pre-feasibility study stage based on two level multi-attribute analysis // Journal of Applied Informatics. – 2013. – No. 6 (48). – P. 111–121. (In Russian)]
17. *Нефедов А.С., Шакиров В.А.* Многокритериальная оценка альтернатив на основе метода TOPSIS в условиях неопределенности предпочтений лица, принимающего решения // Информационные технологии. Проблемы и решения. – 2019. – № 3 (8). – С. 25–32. [*Nefedov, A.S., Shakirov, V.A.* Multi-criteria assessment of alternatives based on the topsis method in the conditions of uncertainty of the preferences of the decision maker // Information technologies. Problems and solutions. – 2019. – No. 3 (8). – P. 25–32. (In Russian)]
18. *Гвоздик М.И., Абдулалиев Ф.А., Шилов А.Г.* Модели оценки рисков в нечеткой среде с использованием логического вывода на нечетких множествах первого порядка // Научно-аналитический журнал Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. – 2017. – № 2. – С. 107–120. [*Gvozdik, M.I., Abdulaliev, F.A., Shilov, A.G.* The risk assessment model in fuzzy environment using logical inference on fuzzy sets of the first order // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta GPS MCHS Rossii. – 2017. – No. 2. – P. 107–120. (In Russian)]
19. *Акимова Г.П., Соловьев А.В., Пашкина Е.В.* Методологический подход к определению влияния человеческого фактора на работоспособность информационных систем // Труды ИСА РАН. – 2007. – Т. 29. – С. 102–112. [*Akimova, G.P., Soloviev, A.V., Pashkina, E.V.* Methodological approach to determining the influence of the human factor on the performance of information systems // Proceeding of the Institute for Systems Analysis of the Russian Academy of Sciences. – 2007. – Vol. 29. – P.102–112. (In Russian)]

Статья представлена к публикации руководителем регионального редсовета В.Ю. Столбовым.

Поступила в редакцию 15.03.2021,
после доработки 7.06.2021.
Принята к публикации 22.06.2021

Сорокин Александр Александрович – канд. техн. наук,
Астраханский государственный технический университет,
✉ alsorokin.astu@mail.ru.

USING PIECEWISE FUNCTIONS TO NORMALIZE INPUT VARIABLES OF FUZZY INFERENCE SYSTEMS

A.A. Sorokin

Astrakhan State Technical University, Astrakhan, Russia

✉ alsorokin.astu@mail.ru

Abstract. This paper proposes a method for normalizing the input variables of fuzzy inference systems (FISs), which are used in assessing integrally the state of a complex object. The method involves piecewise functions: the variable's range is divided into several intervals (the length of each interval depends the variable's specifics), and a particular function is assigned to each interval. This function shows the patterns of the variable's variations on the normalized scale relative to its variations on the absolute scale. The set of these functions for the entire range of the variable forms the normalization operator. When implementing the normalization operator, the functions are selected so that after transformation, all input variables positively correlate with the output variable. This approach simplifies the construction of FISs: the same terms of the input variables have the same semantic meaning after transformation. According to the simulation results, FISs with the proposed normalization method are adequate to similar FISs without the normalization of the input variables. The proposed normalization method allows reducing the number of rules in the FIS knowledge base if the input variables have an optimum of their influence on the value of the output variable.

Keywords: fuzzy inference system, normalization, input variable, knowledge base, rule, integral assessment, information processing.