

ЭКОНОМИЧНОЕ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ РАЗГРУЗКЕ СИЛОВОГО ГИРОКОМПЛЕКСА СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ МИНИ-СПУТНИКА¹

С.Е. Сомов

Кратко рассмотрены приемы моделирования, анализа устойчивости и синтеза цифрового и широтно-импульсного управления в линейных стационарных системах при наличии многократной дискретной фильтрации измерений и временных запаздываний различных типов. Представлены результаты по цифровому гиросиловому управлению движением мини-спутника землеобзора и по широтно-импульсному управлению магнитным и плазменным приводами при разгрузке силового гироскопического комплекса, экономичной в отношении затрат энергии и топлива.

Ключевые слова: мини-спутник землеобзора, широтно-импульсное управление, разгрузка.

ВВЕДЕНИЕ

Мини-спутники землеобзора применяются для оптико-электронного наблюдения при орбитальной высоте полета от 600 до 800 км, их конструкция содержит крупногабаритные панели солнечных батарей для обеспечения энергией электро-механических и магнитных приводов, а также плазменных ЭРД.

В состав исследуемой в настоящей статье системы управления КА входит астроинерциальная система для определения углового положения и исполнительные органы: СГК на основе трех гироскопов [1, гл. 4] с цифровым управлением, магнитный привод [2, 3], который создает механический момент благодаря взаимодействию с магнитным полем Земли, и КДУ на основе восьми ЭРД. Применяемая схема КДУ [4] обладает возможностью одновременно создавать внешние силы и моменты произвольного направления в системе координат, связанной с корпусом спутника (ССК), путем применения ШИМ [5] управления тягой ЭРД. Широтно-импульсное управление применяется также и для разгрузки СГК с помощью МП

[6], но при формировании механического момента этого привода следует учитывать, что его значение в ССК существенно зависит от текущего направления вектора индукции магнитного поля Земли. Силовой гироскопический комплекс служит основным приводом для управления ориентацией КА, его разгрузка от накопленного кинетического момента выполняется в общем случае при одновременной работе как МП, так и КДУ. При этом магнитный привод является основным, а КДУ — дополнительным приводом для гарантированной разгрузки СГК и основным исполнительным органом для управления орбитальным движением спутника. Одновременное создание внешних сил и моментов произвольного направления с помощью КДУ представляет собой актуальную проблему управления движением как крупногабаритных [7, 8], так и малых [9] информационных спутников.

Принятые сокращения:

ГД — гироскоп;
КА — космический аппарат;
КДУ — комплексная двигательная установка;
МП — магнитный привод;
ОСК — орбитальная система координат;
СГК — силовой гироскопический комплекс;
ССК — связанная система координат;
ШИМ — широтно-импульсная модуляция;
ЭРД — электрореактивный двигатель.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 14-08-01091, 14-08-91373) и отделения ЭММПУ РАН (Программа фундаментальных исследований № 14).



В статье рассматриваются вопросы многократной [10] дискретной фильтрации и экономичного управления ориентацией мини-спутников земного обзора при разгрузке СГК с помощью МП и КДУ при наличии временных запаздываний различных типов [11–14]. Сначала кратко представлена методика анализа устойчивости и синтеза цифрового и широтно-импульсного управления в непрерывно-дискретных системах с тремя типами запаздывания, которая далее применяется для решения задач управления силовым гироскопическим комплексом и его разгрузки.

1. УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКРАТНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Вводится линейный стационарный объект с кусочно-постоянным управлением

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_k(t), \quad \dot{\mathbf{u}}_k(t) = 0; \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t - T_{zy}); \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0,\end{aligned}\quad (1)$$

где $t \in T_0 \equiv [t_0, +\infty)$, $t_0 = 0$, вектор $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ описывает состояние объекта, вектор-функция управления $\mathbf{u}_k(t) = \{u_{jk}(t)\} \in \mathbf{R}^r$ с определением $\mathbf{u}_k(t_k) = \mathbf{u}_k = \mathbf{v}_{k-1}$ и $\mathbf{u}_k(t_k + T_{zu}) = \mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{v}_k$ вычисляется в дискретные моменты времени $t_k + T_{zu}$ и далее при ШИМ управления с физическим запаздыванием T_{zu} , где $0 \leq T_{zu} < T_u$, формируется как

$$\begin{aligned}u_{jk}(t) &= U_j^m PWM(t - T_{zy}, t_k, \tau_{jk}, v_{jk}); \\ PWM(t, t_k, \tau_{jk}, v_{jk}) &\equiv \begin{cases} \text{sign } v_{jk}, & t \in [t_k, t_k + \tau_{jk}), \\ 0, & t \in [t_k + \tau_{jk}, t_{k+1}); \end{cases} \quad (2) \\ \tau_{jk} &= \begin{cases} 0 & |v_{jk}| \leq \tau_m, \\ \text{sat}(T_u |v_{jk}|) & |v_{jk}| > \tau_m, \end{cases}\end{aligned}$$

где $U_j^m = \text{const} > 0$; $t_k = kT_u$, $k \in N_0 \equiv \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Вектор $\mathbf{v}_k = \{v_{jk}\} \in \mathbf{R}^r$ представляет дискретную текущую команду — выход дискретного алгоритма управления, формируемый в дискретные моменты времени t_k . При цифровом управлении вектор $\mathbf{u}_k(t)$ фиксируется на полуинтервале времени $t \in [t_k + T_{zu}, t_{k+1} + T_{zu})$, что при определении функции-фиксатора $Zh(t, t_k, v_{jk}) \equiv v_{jk} = \text{const} \forall t \in T_k \equiv [t_k, t_{k+1})$ представляется в виде $\mathbf{u}_k(t) = \{u_{jk}(t)\}$, где

$$\begin{aligned}u_{jk}(t) &= Zh(t - T_{zu}, t_k, v_{jk}) = \\ &= \begin{cases} v_{jk-1}, & t \in [t_k, t_k + T_{zu}), \\ v_{jk}, & t \in [t_k + T_{zu}, t_{k+1}). \end{cases} \quad (3)\end{aligned}$$

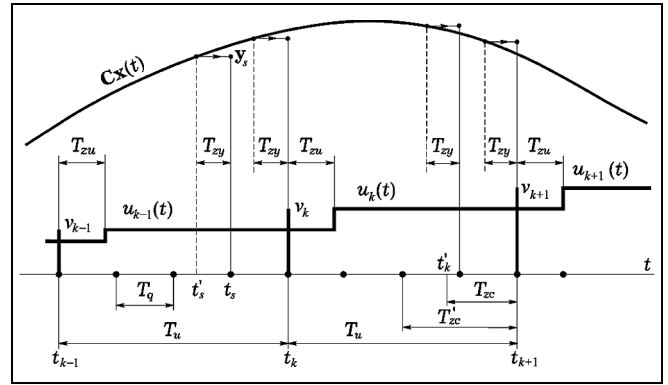


Рис. 1. Схема формирования управления с тремя видами запаздывания

Измерение $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t - T_{zy})$ состояния объекта (1) является неполным и выполняется в моменты времени $t_s = sT_q$, $s \in N_0$ с периодом $T_q \leq T_u$, кратным периоду управления T_u , рис. 1.

Для $T_q < T_u$ при вычислении вектора $\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}(t_{k+1})$ могут использоваться измерения, не более поздние, чем

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(t'_k) &\equiv \mathbf{y}(kT_u + n_{vc}T_q) = \\ &= \mathbf{C}\mathbf{x}((k+1)T_u - (n_{zy} + n_{zc})T_q),\end{aligned}\quad (4)$$

где $n_q = T_u/T_q$; $T_{vc} = T_u - T_{zc}$; $n_{vc} = E[T_{vc}/T_q]$; $n_{zc} = n_q - n_{vc}$; $k = E[s/n_q]$, $E[\cdot]$ — символ целой части, причем в общем случае $T_{zc} \neq T'_{zc} \equiv n_{zc}T_q$. Пусть при вычислении вектора дискретной команды управления $\mathbf{v}_k$ применяется дискретный фильтр рекуррентного типа

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{s+1} &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{y}_s, \quad \tilde{\mathbf{x}}_s \in \mathbf{R}^m; \\ \tilde{\mathbf{y}}_s &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{y}_s, \quad \mathbf{y}_s, \tilde{\mathbf{y}}_s \in \mathbf{R}^l, \quad s \in N_0,\end{aligned}\quad (5)$$

с периодом квантования T_q и выходным сигналом $\mathbf{y}(t'_k) = \mathbf{y}_k^f = \tilde{\mathbf{y}}_s|_{s=n_q \cdot k^*}$ при $t'_k = k^*T_u$, где

$k^* = E[(s + n_{zc})/n_q]$ и $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$, $\tilde{\mathbf{D}}$ — матрицы соответствующей размерности. Сигналы $\mathbf{y}_k^f$ этого фильтра поступают в обобщенный дискретный динамический регулятор

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{A}_{0d}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{0d}\mathbf{v}_k + \mathbf{Q}_{0d}\mathbf{y}_k^f, \quad \hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbf{R}^p; \\ \mathbf{v}_{k+1} &= \mathbf{K}_u(\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{x}\mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_{k+1}),\end{aligned}\quad (6)$$

с периодом дискретизации T_u , где $\mathbf{r}_k = \mathbf{C}_0\mathbf{x}_k^r$ — сигнал команды, $\mathbf{r}_k \in \mathbf{R}^l$, $\mathbf{r}_k = \{r_{ik}\}$; $\mathbf{x}_k^r$ — вектор эта-

лонных переменных состояния системы; χ — диагональная матрица с элементами, равными 1 либо 0 при замыкании, либо размыкании системы по отдельным каналам, а A_{0d} , B_{0d} , Q_{0d} , C_0 и K_u — постоянные матрицы соответствующей размерности. Дискретную модель объекта (1) с цифровым управлением (3) и учетом запаздывания (4) при его формировании можно представить как

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{A}_d^{\nu_u} \mathbf{B}_d^{\varepsilon_u} \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_d^{\nu_u} \mathbf{v}_k; \\ \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{v}_k, \end{aligned} \quad (7)$$

где $k \in N_0$; $T_{vu} = T_u - T_{zu}$; $\varepsilon_u = T_{zu}/T_u$; $\nu_u = T_{vu}/T_u = 1 - \varepsilon_u$; $\mathbf{A}_d = \exp(T_u \mathbf{A}) = \mathbf{A}_d^{\nu_u} \mathbf{A}_d^{\varepsilon_u}$; $\mathbf{A}_d^{\varepsilon_u} = \exp(T_{zu} \mathbf{A})$;

$$\mathbf{A}_d^{\nu_u} = \exp(T_{vu} \mathbf{A}); \quad \mathbf{B}_d^{\varepsilon_u} = \int_0^{T_{zu}} \exp(\tau \mathbf{A}) d\tau \mathbf{B}; \quad \mathbf{B}_d^{\nu_u} = \int_0^{T_{vu}} \exp(\tau \mathbf{A}) d\tau \mathbf{B}.$$

Непрерывно-дискретный объект (1) с ШИМ управления (2) является нелинейным, возможно лишь его приближенное представление в виде линейной дискретной модели. При $\tau_m = 0$, $T_{zu} = 0$ и $\mathbf{x}_k \equiv \mathbf{x}(t_k)$, $\mathbf{u}_k \equiv \mathbf{u}_k(t_k)$ получается нелинейное разностное уравнение вида $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \Sigma \mathbf{Q}(\tau_{jk}) \mathbf{b}_j U_j^m \text{sign} v_{jk}$, где $\tau_{jk} = \text{sat}(T_u, |v_{jk}|)$; $\mathbf{Q}(\tau) \equiv \exp((T_u - \tau) \mathbf{A}) \int_0^\tau \exp(t \mathbf{A}) dt$.

С учетом свойств матричной экспоненты и интеграла от нее нетрудно получить представление $\mathbf{Q}(\tau) = \mathbf{A}_d (\mathbf{I} - (\mathbf{A}\tau)/2! + (\mathbf{A}\tau)^2/3! - \dots) \tau$. Поэтому предполагая выполнение условий $\tau_{jk} \ll T_u$; $T_u \ll 2\pi/|\lambda_i|$, где λ_i — собственные значения матрицы $\mathbf{A}$ в выражении (1), выделяется линейная часть матрицы $\mathbf{Q}(\tau_{jk})$ по отношению к $\tau_{jk} = |v_{jk}|$ и выполняется линеаризация ШИМ управления. В результате получается линейная дискретная модель движения объекта в виде $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{v}_k$, где матрица $\mathbf{B}_d = \mathbf{A}_d \mathbf{B} \text{diag}\{U_j^m\}$. Линеаризованная дискретная модель объекта (1) с ШИМ управления (2) при $\tau_m = 0$ и учетом запаздывания (4) также имеет представление (7), но с матрицами $\mathbf{B}_d^{\varepsilon_u} = \varepsilon_u \mathbf{A}_d \mathbf{B} \text{diag}\{U_j^m\}$ и $\mathbf{B}_d^{\nu_u} = \nu_u \mathbf{A}_d \mathbf{B} \text{diag}\{U_j^m\}$.

При векторе команды $\mathbf{r}_k = 0$ определение устойчивости нулевого решения $\mathbf{x}(t) = 0$, $t \in T_0$; $\tilde{\mathbf{x}}_s = 0$; $\hat{\mathbf{x}}_k = 0$, $s, k \in N_0$, непрерывно-дискретной системы

управления понимается как прямая композиция понятий устойчивости ее непрерывной и дискретной частей. Для исследования устойчивости и получения гарантированных оценок качества линеаризованной модели замкнутой непрерывно-дискретной системы многократного типа, в общем случае с запаздыванием трех типов (при измерении T_{zv} , при вычислении команды T_{zc} и при физическом формировании управления T_{zu}) применяются методы пространства состояний линейных систем управления [10, 11, 13], а также классические спектральные и частотные методы теории линейных дискретных систем в векторно-матричном представлении. Здесь основная задача состоит в построении эквивалентной дискретной модели с главным периодом T_u как наибольшему из имеющихся периодов квантования. Решение этой задачи представлено в работе [14], в результате получаются дискретные модели как замкнутой, так и разомкнутой системы по любому из компонентов выходного вектора относительно любого компонента входного вектора $\mathbf{r}_k$. Это позволяет выполнить параметрический синтез дискретного фильтра (5) и динамического регулятора (6) для дискретного объекта (7) с цифровым либо линеаризованным управлением с ШИМ при учете всех указанных видов запаздывания.

2. МОДЕЛЬ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В дополнение к ССК *Охуз* вводятся инерциальная и орбитальная системы координат. Ориентация ССК в инерциальной системе координат определяется кватернионом $\Lambda = (\lambda_0, \lambda)$, $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$, а относительно ОСК $Ox^\circ y^\circ z^\circ$ — кватернионом Λ° и вектором-столбцом $\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$, который составлен из углов рыскания $\phi_1 = \psi$, крена $\phi_2 = \varphi$ и тангажа $\phi_3 = \theta$. Орбита КА считается известной, вектор возмущающих моментов $\mathbf{M}^d$ представляется аналитической зависимостью только от кватерниона Λ° ориентации спутника в ОСК. Пусть $\omega(t)$ представляет собой вектор абсолютной угловой скорости корпуса КА, $\dot{\mathbf{v}}_0^\circ = \{0, 0, \dot{v}_0\}$ — вектор угловой скорости орбитального движения КА в ОСК, где $\dot{v}_0(t)$ — истинная аномалия. Далее применяются стандартные обозначения $\langle \cdot, \cdot \rangle$, $\{\cdot\} \equiv \text{col}(\cdot)$, $[\cdot] \equiv \text{line}(\cdot)$ для векторов, $[\mathbf{a} \times]$, $[\cdot] \equiv \text{diag}(\cdot)$, $(\cdot)^t$ для матриц и $(\circ)$, $(\circ)$ для кватернионов. Пусть $\Lambda^p(t)$ и $\omega^p(t) = \{\omega_i^p(t)\}$ представляют собой кватернион и вектор угловой скорости корпуса КА при его программном движении. Тогда кватернион $\mathbf{E}$ рассогласования фор-

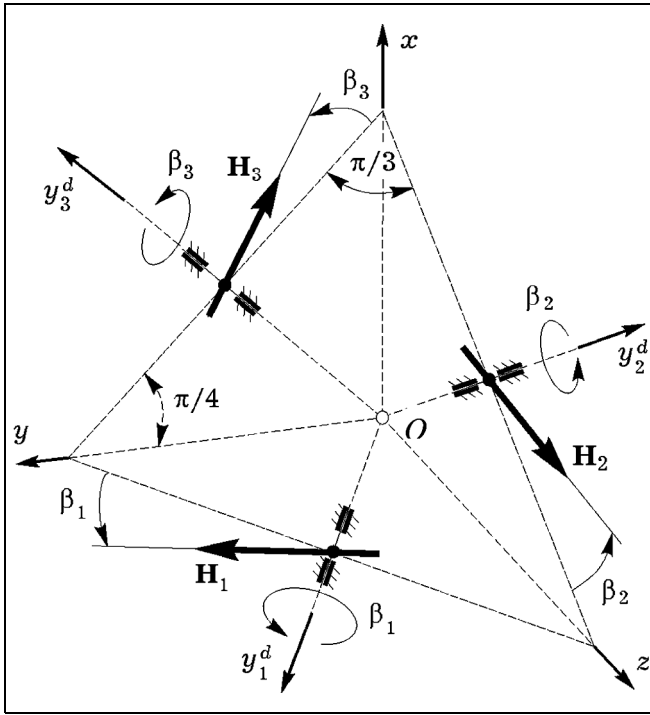


Рис. 2. Схема *Star* силового гироскопического комплекса на основе трех гиринов

мируется в виде $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p(t) \circ \mathbf{A}$, вектор параметров Эйлера $\mathbf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$ и матрица погрешности ориентации $\mathbf{C}_e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$, где матрица $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$ с определителем $\det(\mathbf{Q}_e) = e_0$. При этом вектор $\delta \omega$ погрешности угловой скорости определяется в ССК как $\delta \omega = \omega - \mathbf{C}_e \omega^p(t)$.

При получении моделей движения упругого КА применяется метод Релея — Ритца — Галеркина в форме метода конечных элементов. Здесь расчет форм колебаний выполняется с редукцией по тонам колебаний, на ЭВМ вычисляются матрицы коэффициентов взаимовлияния движений как твердых, так и деформируемых тел, которые в совокупности составляют конструкцию КА. Принятая модель углового движения мини-спутника землеобзора с упругими панелями солнечных батарей и СГК на основе трех гиринов по схеме *Star* (рис. 2) с применением стандартных обозначений имеет вид

$$\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2; \quad \dot{\Lambda}^0 = (\Lambda^0 \circ \omega - \dot{\Lambda}_0^0 \circ \Lambda^0) / 2; \quad (8)$$

$$\mathbf{A}^0 \{\dot{\omega}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\beta}\} = \{\mathbf{F}^0, \mathbf{F}^q, \mathbf{F}^\beta\};$$

$$\mathbf{F}^0 = -\mathbf{A}_H(\beta) \dot{\beta} - \omega \times \mathbf{G} + \mathbf{M}^m + \mathbf{M}^e + \mathbf{M}^d;$$

$$\mathbf{F}^q = \{-a_j^q ((\delta^q / \pi) \Omega_j^q \dot{q}_j + (\Omega_j^q)^2 q_j)\};$$

$$\mathbf{F}^\beta = \mathbf{A}_H^t(\beta) \omega + \mathbf{m}_b^g + \mathbf{m}_f^g + \mathbf{m}_g^g.$$

Здесь $\mathbf{A}_H(\beta) = [\partial \mathbf{H}(\beta) / \partial \beta]$; $\mathbf{G} = \mathbf{G}^0 + \mathbf{D}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_g \dot{\beta}$;

$\omega = \{\omega_i\}$; $\mathbf{q} = \{q_i\}$; $\beta = \{\beta_i\}$; $\mathbf{G}^0 = \mathbf{J} \omega + \mathbf{H}(\beta)$;

$\mathbf{A}^q = [a_j^q]$; $\mathbf{A}^g = \mathbf{J}_g \mathbf{I}_3$;

$\mathbf{m}_b^g = \{m_{bi}^g\}$; $\mathbf{m}_f^g = \{m_{fi}^g\}$;

$\mathbf{m}_g^g = \mathbf{m}_k^g(t) = \{m_{ik}^g(t)\}$; $\mathbf{H}(\beta) = \sum \mathbf{H}_i(\beta_i)$;

$$\mathbf{A}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q & \mathbf{D}_g \\ \mathbf{D}_q^t & \mathbf{A}^q & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_g^t & \mathbf{0} & \mathbf{A}^g \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_H(\beta) = H \begin{bmatrix} -C_1 & -a S_2 & -a S_3 \\ -a S_1 & -C_2 & a S_3 \\ a S_1 & -a S_2 & -C_3 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{H}(\beta) = H \begin{bmatrix} -S_1 - a C_2 + a C_3 \\ a C_1 - S_2 - a C_3 \\ -a C_1 + a C_2 - S_3 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_g = a \mathbf{J}_g \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad S_i \equiv \sin \beta_i; \quad C_i \equiv \cos \beta_i; \quad a = \cos(\pi/4);$$

$$m_{bi}^g = \begin{cases} 0 & |\dot{\beta}_i| \leq \dot{\beta}_g^0, \\ b_i^g (\dot{\beta}_i - \dot{\beta}_g^0 \text{sign} \dot{\beta}_i) & |\dot{\beta}_i| > \dot{\beta}_g^0, \end{cases}$$

$$m_{fi}^g = \text{sat}(m_{fi}^f, \dot{\beta}_i / \dot{\beta}_g^0),$$

где использована стандартная функция $\text{qntn}(a, x)$ квантования по уровню и вектор $\mathbf{m}_k^g(t) = \{m_{ik}^g(t)\}$ представляет механические моменты приводов по осям подвеса ГД, которые формируются по значениям вектора $\mathbf{m}_k^g = \{m_{ik}^g\}$ команд цифрового управления с периодом T_u .

Вектор механического момента МП $\mathbf{M}^m$ формируется по соотношению $\mathbf{M}^m(t) = \{\mathbf{M}_i^m(t)\} = -\mathbf{L}(t) \times \mathbf{B}(t)$, где $\mathbf{B}(t)$ представляет вектор индукции магнитного поля Земли и вектор электромагнитного момента МП $\mathbf{L}(t) = \{l_i(t)\}$ при периоде ШИМ управления $T_u^m \gg T_u$ имеет компоненты $l_i(t) \in (-l^m, 0, l^m) \forall t \in [t_n, t_{n+1})$, $t_{n+1} = t_n + T_u^m$; $t_n = n T_u^m$, $n \in N_0$.

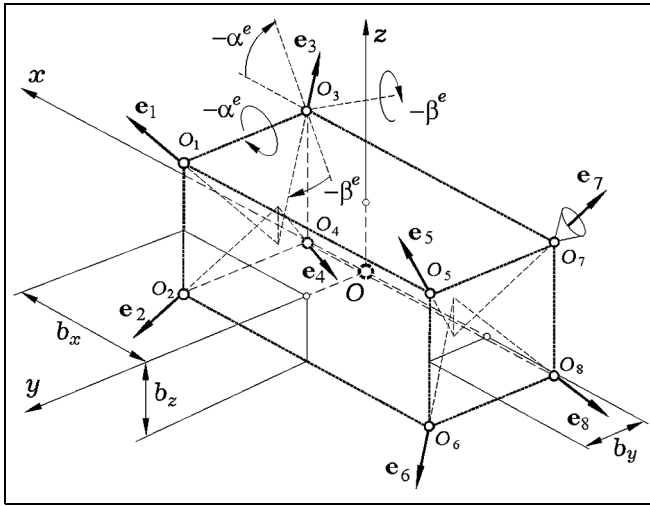


Рис. 3. Схема комплексной двигательной установки на основе восьми электрореактивных двигателей

На рис. 3 представлена схема КДУ на основе восьми ЭРД [4]. Здесь орты $\mathbf{e}_p$ осей сопел ЭРД имеют в ССК представления в виде столбцов

$$\mathbf{e}_1 = -\mathbf{e}_8 = \begin{bmatrix} C_\alpha C_\beta \\ C_\alpha S_\beta \\ S_\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e}_2 = -\mathbf{e}_7 = \begin{bmatrix} C_\alpha C_\beta \\ C_\alpha S_\beta \\ -S_\alpha \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_6 = \begin{bmatrix} C_\alpha C_\beta \\ -C_\alpha S_\beta \\ S_\alpha \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e}_4 = -\mathbf{e}_5 = \begin{bmatrix} C_\alpha C_\beta \\ -C_\alpha S_\beta \\ -S_\alpha \end{bmatrix},$$

где $S_x = \sin x$, $C_x = \cos x$, $x = \alpha^e, \beta^e$. Обозначим радиус-вектор точки O_p приложения вектора тяги p -го ЭРД как ρ_p , которые в ССК представляются векторами-столбцами

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_2 = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ -b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_3 = \begin{bmatrix} b_x \\ -b_y \\ b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_4 = \begin{bmatrix} b_x \\ -b_y \\ -b_z \end{bmatrix};$$

$$\rho_5 = \begin{bmatrix} -b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_6 = \begin{bmatrix} -b_x \\ b_y \\ -b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_7 = \begin{bmatrix} -b_x \\ -b_y \\ b_z \end{bmatrix}; \quad \rho_8 = \begin{bmatrix} -b_x \\ -b_y \\ -b_z \end{bmatrix}.$$

Каждый ЭРД имеет ШИМ тяги $p_p(t) = P^m PWM(t - T_{zu}^e, t_r, \tau_m, v_{pr}) \forall t \in [t_r, t_{r+1}]$ с периодом $T_u^e \gg T_u$ и запаздыванием T_{zu}^e , где $t_{r+1} = t_r + T_u^e$;

$t_r = rT_u^e$, $r \in N_0$, P^m — номинальное значение тяги, одинаковое для всех ЭРД. В ССК вектор тяги p -го ЭРД вычисляется по формуле $\mathbf{P}_p(t) = -p_p(t)\mathbf{e}_p$, а векторы силы $\mathbf{R}^e$ и момента $\mathbf{M}^e$ комплексной двигательной установки — по соотношениям $\mathbf{R}^e = \Sigma \mathbf{P}_p(t)$ и $\mathbf{M}^e = \Sigma [\rho_p \times] \mathbf{P}_p(t)$.

3. ДИСКРЕТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Применяемый дискретный рекуррентный фильтр измерений с периодом T_q описывается дискретной передаточной функцией $W_f(z_q) = (1 + b_1^f)/(1 + b_1^f z_q^{-1})$, $z_q \equiv \exp(sT_q)$ при условии $W_f(1) = 1$, где $b_1^f \equiv -\exp(-T_q/T_f)$ и T_f — постоянная времени фильтра. Фильтрация дискретного рассогласования по части вектора параметров Эйлера $\mathbf{E}_s = \{e_{0s}, \mathbf{e}_s\}$ выполняется с периодом квантования T_q согласно выражению (5) в виде $\tilde{\mathbf{x}}_{s+1} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{e}_s^f$; $\mathbf{e}_s^f = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{e}_s$, $s \in N_0$ с выходным сигналом $\mathbf{e}_k^f$, где элементы диагональных матриц $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$, $\tilde{\mathbf{D}}$ имеют вид $\tilde{a}_i = -b_1^f$; $\tilde{b}_i = b_1^f$; $\tilde{c}_i = -(1 + b_1^f)$; $\tilde{d}_i = (1 + b_1^f)$.

Собственные динамические свойства информационного мини-спутника существенно зависят от механических характеристик его конструкции. Рассмотрим КА данного класса с массой 400 кг и такими значениями параметров модели (8) в нутационной теории гироскопических систем при стандартной размерности:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 50 & -5 & 0 \\ -5 & 130 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix};$$

$$a_j^q = (25,67 \ 28,94 \ 22,54); \quad \Omega_j^q = (0,8 \ 2,2 \ 3,6);$$

$$\delta^q = 0,005; \quad J_g = 0,05; \quad H = 2.$$

При данных параметрах гиросиловая система имеет собственные частоты нутации Ω_i^n по каналам в виде набора значений $(\Omega_i^n) = (1,42 \ 0,88 \ 1)$ рад/с, поэтому при выборе коэффициентов демпфирования в виде $b_i^g = 2\xi\Omega_i^n J_g$ со значением $\xi = 0,8$ СГК обладает существенными демпфирующими свойствами, обусловленными силовым гироскопическим связыванием движений гиродин и уп-

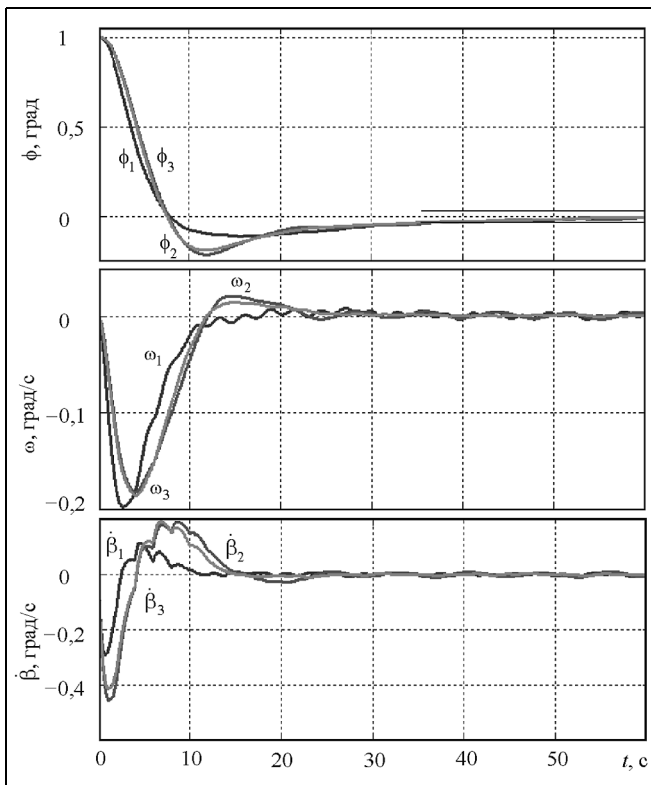


Рис. 4. Переходные процессы в замкнутой системе

ругих колебаний конструкции КА. В контуре цифрового управления ориентацией КА вектор углового рассогласования ε представляется как $\varepsilon = \delta\phi = \{\delta\phi_i\} = \{-2e_0e\}$. Его дискретно измеренные и отфильтрованные значения ε_k^f используются в нелинейном векторном законе цифрового управления СГК $m_k^g = m_k^g(\varepsilon_k^f, \beta_k, \omega_k^p)$, представленного с векторной «рабочей» переменной g в дискретной рекуррентной форме

$$\begin{aligned} g_{k+1} &= g_k + \varepsilon_k^f; \\ m_k^g &= -A_H^t(\beta_k)(\omega_k^p + K^g(\varepsilon_k^f + a_g g_k)). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь диагональная матрица $K^g = [k_i^g]$ и скалярный параметр $a_g = T_u/T_1$, где T_1 — постоянная времени изодрома. Параметры данного закона были синтезированы по методике § 1, с учетом запаздывания при измерении $T_{zv} = 0,125$ с. Для значений $k_i^g = 0,25$, $T_u = 2$ с и $T_1 = 22$ с были рассчитаны переходные процессы в гиросиловой системе стабилизации упругого спутника с нелинейным законом управления СГК (9), результаты представлены на рис. 4. Здесь начальные условия при $t = 0$ зада-

ны в виде $\phi_i(0) = 1^\circ$ по углам ориентации КА и нулевых значений по всем остальным переменным, использованы параметры ГД $\dot{\beta}_g^0 = 5 \cdot 10^{-6}$ рад/с, $m_g^f = 10^{-3}$ Н·м и учтен дискретный шум с нормальным законом распределения при измерении углового положения спутника в каждом канале со среднеквадратичным отклонением $\sigma^m = 10''$. Нетрудно убедиться, что переходные процессы по углам ориентации и угловым скоростям корпуса спутника имеют приемлемые показатели демпфирования упругих конструкции КА и время регулирования составляет приблизительно 35 с.

Нелинейный цифровой закон управления СГК (9) был исследован применительно к мини-спутнику землеобзора на солнечно-синхронной орбите с высотой полета 600 км. На рис. 5 представлена схема землеобзора с двумя маршрутами трассовой сканирующей оптико-электронной съемки, где указаны трасса спутника (штриховая линия), первый маршрут M_1 в направлении надира, след линии визирования бортового телескопа при выполнении поворотного маневра спутника и второй маршрут M_2 с отклонением линии визирования телескопа от надира по крену на угол 30° . Программа углового наведения спутника была синтезирована с учетом ограничения на модуль вектора угловой скорости корпуса КА в виде $|\omega(t)| \leq 0,35^\circ/\text{с}$. Принятые длительности временных интервалов таковы: маршрут M_1 при $t \in [0, 20]$ с, поворот-

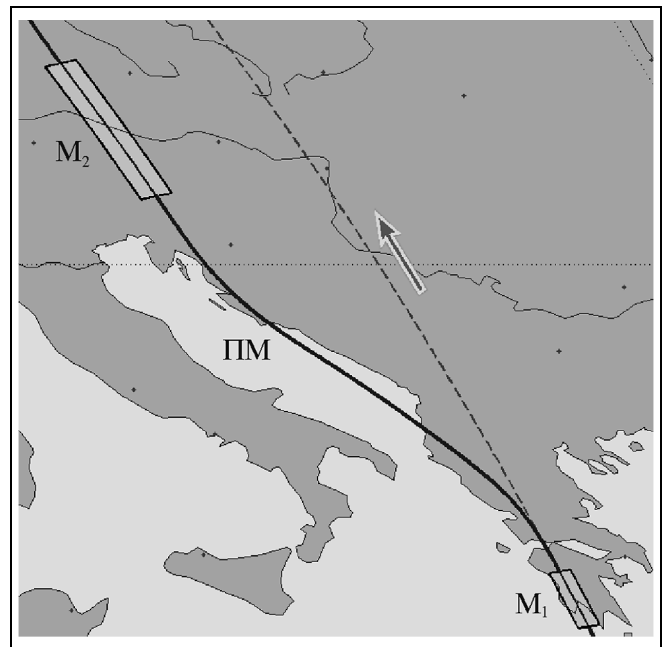


Рис. 5. Схема землеобзора с двумя маршрутами

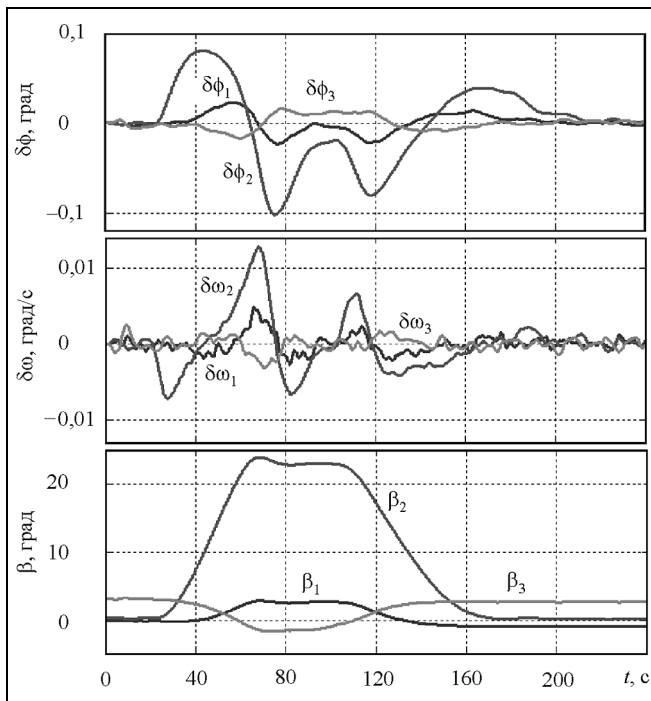


Рис. 6. Ошибки стабилизации и углы гироцинов

ный маневр при $t \in [20, 180)$ с и маршрут M_2 при $t \in [180, 240]$ с. Результаты компьютерной имитации углового движения КА при реализации указанной программы наведения представлены на рис. 6 в виде погрешностей стабилизации по углам ориентации и угловым скоростям, а также значений углов поворота всех трех ГД.

4. ШИРотно-импульсное управление магнитным приводом

Как было отмечено, МП служит основным исполнительным органом системы разгрузки СГК от накопленного кинетического момента. Будем считать, что при $t_n = n T_u^m$ известны значение $\mathbf{B}_n = \mathbf{B}(t_n)$ вектора индукции магнитного поля Земли и значение требуемого уменьшения вектора накопленного кинетического момента СГК $\mathbf{H}_n^a$. Тогда определяется значение требуемого импульса момента $\mathbf{M}_n^p$ разгрузки СГК как $\mathbf{M}_n^p = -\mathbf{H}_n^a$, вычисляются орты $\mathbf{b}_n \equiv \mathbf{B}_n / \|\mathbf{B}_n\|$, $\mathbf{m}_n = -\mathbf{H}_n^a / \|\mathbf{H}_n^a\|$ и мера их близости $\kappa = \langle \mathbf{b}_n, \mathbf{m}_n \rangle$. Импульс момента $\mathbf{M}_n^p$ распределяется между МП и КДУ в форме $\mathbf{M}_n^p = \mathbf{M}_n^{pm} + \mathbf{M}_n^{pe}$, где векторы $\mathbf{M}_n^{pm} = \mathbf{b}_n \times (\mathbf{M}_n^p \times \mathbf{b}_n)$ и $\mathbf{M}_n^{pe} = \mathbf{b}_n \langle \mathbf{M}_n^p, \mathbf{b}_n \rangle$.

Анализируя зависимость вектора $\mathbf{M}_n^{pm}$ от орта $\mathbf{b}_n$ и вектора $\mathbf{M}_n^p = -\mathbf{H}_n^a$ с ортом $-\mathbf{m}_n$, нетрудно сообразить, что при $|\kappa| = 1$ получается $\mathbf{M}_n^{pm} = \mathbf{0}$, т. е. в такой ситуации МП не способен создавать механический момент в требуемом направлении. Поэтому принята такая логика применения КДУ: если $|\kappa| \leq \cos(\pi/3) = 1/2$, то КДУ не включается, так как ресурсы МП достаточны для эффективной разгрузки СГК. Этот прием обеспечивает экономию расхода топлива КДУ.

Вектор импульса $\mathbf{L}_n^p = \{l_{in}^p\}$ требуемого электромагнитного момента МП определяется в виде $\mathbf{L}_n^p = \mathbf{b}_n \times \mathbf{M}_n^{pm} / \|\mathbf{B}_n\|$, при этом вычисляются значения $s_{in} = \text{sign } l_{in}^p$, $\tilde{\tau}_{in} = l_{in}^p / l^m$ и далее, если $\max(\tilde{\tau}_{in}) = \tilde{\tau}_{in}^m > T_u^m$, то формируются значения $\tau_{in} = T_u^m \tilde{\tau}_{in} / \tilde{\tau}_{in}^m$, которые вместе со значениями s_{in} используются при ШИМ управления магнитным приводом. При этом обеспечивается экономичность МП в отношении потребляемой энергии, в среднем приблизительно 35 % в сравнении со стандартными релейно-логическими законами управления МП [2, 3].

В качестве примера, пусть в ССК задан вектор накопленного кинетического момента СГК в виде вектора-столбца $\mathbf{H}^a = \{1, 1, 1\} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, и корпус мини-спутника стабилизируется в ОСК. При значении $l^m = 10 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ и периоде ШИМ управления МП $T_u^m = 16 \text{ с}$ на рис. 7 представлены компоненты $l_i(t)$ вектора электромагнитного момента $\mathbf{L}(t)$ МП,

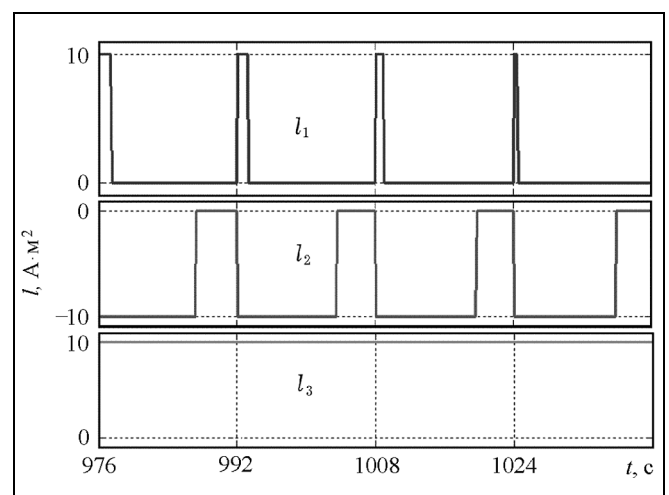


Рис. 7. Электромагнитные моменты магнитного привода

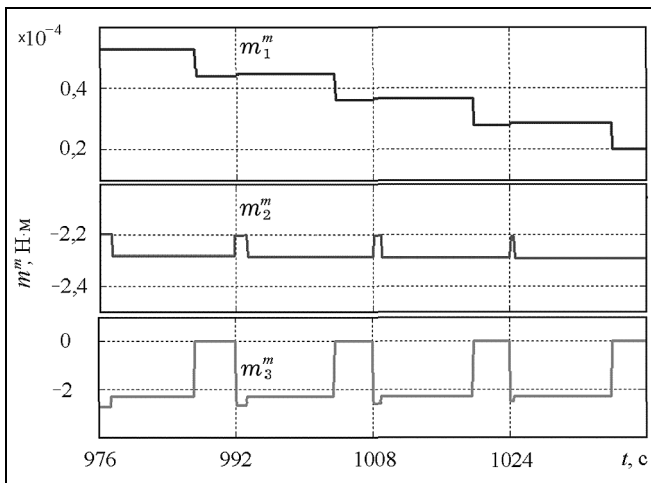


Рис. 8. Механические моменты магнитного привода

а на рис. 8 — компоненты $m_i^m(t)$ вектора его механического момента $\mathbf{M}^m(t)$ в ССК. Отметим, что такая магнитная разгрузка выполняется на интервале времени $t \in [976, 1040]$ с при значениях $|k| \leq 1/2$.

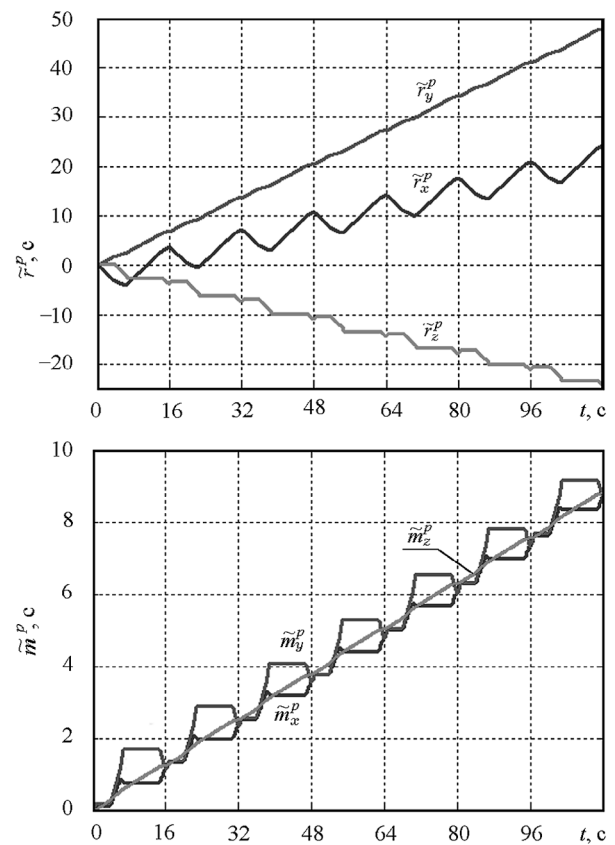
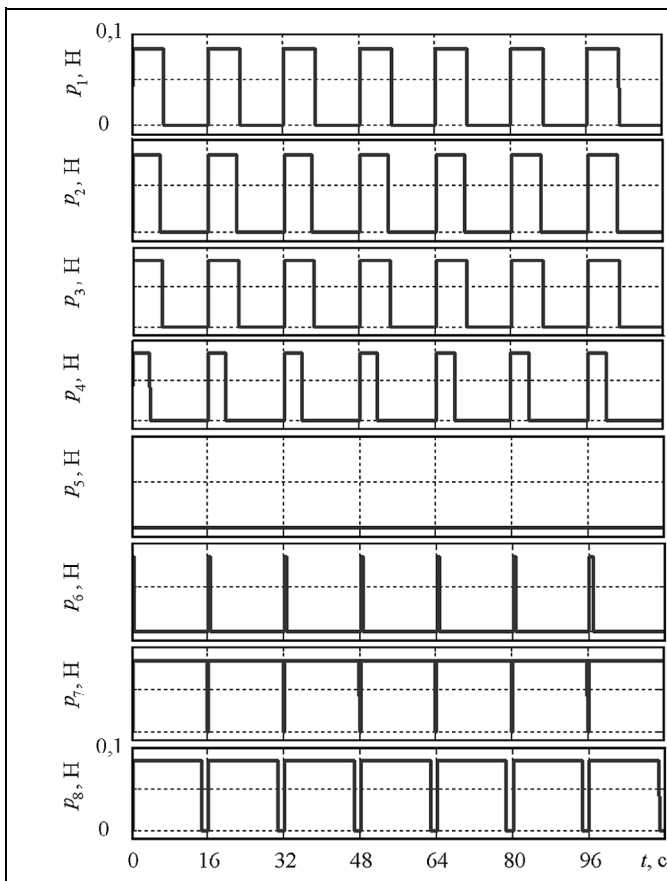


Рис. 9. Временные диаграммы тяги электрореактивных двигателей и нормированных импульсов силы и момента комплексной двигательной установки

5. ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ

Орты $\mathbf{r}_p$ векторов ρ_p вычисляются как $\mathbf{r}_p = \rho_p / \rho$, $\rho = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}$. При обозначениях $\tau_r = \{\tau_{pr}\}$; $\mathbf{D}^e = \{[\mathbf{e}_p], [\mathbf{r}_p \times \mathbf{e}_p]\}$; $\tilde{\mathbf{r}}^{pg} = \mathbf{R}^{pg} / P^m$; $\tilde{\mathbf{m}}^{pg} = \mathbf{M}^{pg} / (P^m \rho)$; $\mathbf{t}^{pg} = \{\tilde{\mathbf{r}}^{pg}, \tilde{\mathbf{m}}^{pg}\}$, где векторы $\mathbf{R}^{pg}$ и $\mathbf{M}^{pg}$ представляют заданные в ССК импульсы векторов сил $\mathbf{R}^e$ и моментов $\mathbf{M}^e$ КДУ, проблема заключается в решении уравнения $\mathbf{D}^e \tau_r = \mathbf{t}^{pg}$, где $\tau_r \in \mathbf{R}_+^8$ и $\mathbf{t}^{pg} \in \mathbf{R}^6$, относительно компонентов вектора-столбца $\tau_r = \{\tau_{pr}\}$ при условии $0 \leq \tau_{pr} \leq T_u^e \forall p = 1 \div 6$, когда матрица $\mathbf{D}^e$ и вектор-столбец $\mathbf{t}^{pg} \in \mathbf{R}^6$ заданы. С применением псевдообратной матрицы $(\mathbf{D}^e)^\# \equiv (\mathbf{D}^e)^t (\mathbf{D}^e \mathbf{D}^e)^t)^{-1}$ разработанный закон распределения длительностей τ_{pr} тяги всех восьми ЭРД в составе КДУ на каждом полуинтервале ШИМ управления с периодом

T_u^e при указанных условиях имеет простую алгоритмическую форму:

$$\hat{\tau}_r \equiv \{\hat{\tau}_{pr}\} = (\mathbf{D}^e)^{\#} \mathbf{t}^{pg}; \quad \tilde{\tau}_{pr} =: \hat{\tau}_{pr} - \min(\hat{\tau}_{pr});$$

$$\text{if } q \equiv \max(\tilde{\tau}_{pr}) > T_u^e \text{ then } \tau_{pr} = \tilde{\tau}_{pr} - T_u^e \tilde{\tau}_{pr}/q.$$

На рис. 9 представлены результаты имитации ШИМ управления тягой восьми электрореактивных двигателей КДУ при параметрах $b_x = 1$ м, $b_y = 0,7$ м, $b_z = 0,6$ м; $\alpha^e = \pi/3$, $\beta^e = \pi/6$; $T_u^e = 16$ с; $\tau_m = 0,25$ с; $T_{zu}^e = 0,25$ с; $P^m = 0,083$ Н, когда заданы векторы импульсов силы $\mathbf{R}^{pg} = \{2, 4, -2\}$ Н·с и момента $\mathbf{M}^{pg} = \{1, 1, 1\}$ Н·м·с. Если вектор требуемого импульса силы $\mathbf{R}^{pg} = 0$, то КДУ на основе плазменных ЭРД обеспечивает только разгрузку силового гироскопического комплекса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена методика анализа устойчивости и синтеза цифрового и широтно-импульсного управления в непрерывно-дискретных многократных системах с тремя типами запаздывания — при неполном дискретном измерении состояния, при вычислении дискретных команд управления и при физическом формировании цифрового либо широтно-импульсного управления.

На основе разработанной методики решены задачи многократной дискретной фильтрации доступных измерений с запаздыванием, цифрового управления силовым гироскопическим комплексом системы ориентации мини-спутника и экономичного (в отношении затрат энергии и топлива) широтно-импульсного управления разгрузкой этого гироскопического комплекса от накопленного кинетического момента с помощью магнитного привода и восьми электрореактивных двигателей малой тяги в составе комплексной двигательной установки, которая обладает возможностью одновременного создания внешних сил и моментов произвольного направления. При этом использована модель углового движения мини-спутника землеобзора в нутационной теории гироскопических систем и обеспечивается существенное демпфирование упругих колебаний конструкции спутника за счет их естественного силового гироскопического связывания с движениями гиродин. Эффективность разработанных алгоритмов цифрового гиросилового управления ориентацией мини-спутника и широтно-импульсного управления при разгрузке его силового гироскопического комплекса на основе трех гиродин подтверждена результатами имитационного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кульба В.В., Микрин Е.А., Павлов Б.В., Платонов В.Н. Теоретические основы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов. — М.: Наука, 2006.
2. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1975.
3. Алтапов А.П., Драновский В.И., Салтыков Ю.Д., Хорошилов В.С. Динамика космических аппаратов с магнитными системами управления. — М.: Машиностроение, 1978.
4. Давыдов А.А., Игнатов А.И., Сазонов В.В. Применение реактивных двигателей для управления поступательным движением КА одновременно с разгрузкой кинетического момента электромеханических исполнительных органов // Препринт ИПМ РАН. — 2006. — № 082.
5. Дискретные нелинейные системы / Под ред. Ю.И. Топчеева. — М.: Машиностроение, 1982.
6. Nakajima Y., Murakami N., Ohtani T., et al. SDS-4 attitude control — system: in-flight results of three axis attitude control for small satellites // Proc. of 19th IFAC Symp. on Automatic Control in Aerospace. — 2013. — P. 283–288. — URL: <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/63213.html> (дата обращения 12.06.2014).
7. Платонов В.Н. Одновременное управление движением центра масс и вокруг центра масс при маневрах космических аппаратов на геостационарной и высокоэллиптических орбитах с использованием электрореактивных двигателей // Космическая техника и технологии. — 2013. — № 1. — С. 56–65.
8. Garulli A., Giannitrapani A., Leomanni M., Scortecchi F. Autonomous low-Earth-orbit station-keeping with electric propulsion // Journal of Guidance Control and Dynamics. — 2011. — Vol. 34, N 6. — P. 1683–1693.
9. Rayburn C.D., Campbell M.E., Mattick A.T. Pulsed plasma thruster system for microsatellites // Journal of Spacecraft and Rockets. — 2005. — Vol. 42, N 1. — P. 161–170.
10. Иванов В.А., Ющенко А.С. Теория дискретных систем автоматического управления. — М.: Наука, 1983.
11. Sami Fadali M., Visoli A. Digital Control Engineering / 2nd Ed. — Burlington: Academic Press, 2012.
12. Madsen J.M., Shieh L.S., Guo S.M. State-state PID Controller design for multivariable analog systems with multiple delays // Asian Journal of Control. — 2006. — Vol. 8, N 2. — P. 161–173.
13. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории линейных дискретных систем управления. — М.: Наука, 1985.
14. Сомов Е.И. Робастная стабилизация упругих космических аппаратов при неполном дискретном измерении и запаздывании в управлении // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2001. — № 2. — С. 124–143.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Сомов Сергей Евгеньевич — науч. сотрудник,
Самарский государственный технический университет,
☎ (846) 278-44-88, ✉ s_somov@mail.ru.