



СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕЗАКРУТКИ УПРУГОГО СПУТНИКА СЛАБЫМИ ВНУТРЕННИМИ МОМЕНТАМИ¹

Е.И. Сомов

Рассмотрены принципиальные аспекты синтеза закона управления для перезакрутки спутника с целью совмещения вектора угловой скорости, направленного по оси наибольшего момента инерции его корпуса, с произвольно заданным направлением в инерциальной системе координат. Используются только слабые внутренние управляющие моменты, которые формируются силовым гироскопическим комплексом с ограниченными ресурсами.

Ключевые слова: космический аппарат, внутренние управляющие моменты, перезакрутка.

ВВЕДЕНИЕ

По легенде, осознав значение своего открытия свойств рычага, выдающийся древнегреческий математик, механик и инженер Архимед в III веке до н. э. воскликнул: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!». В данной статье решается близкая по смыслу задача, но рассматривается «переворот» применительно к перспективной космической технике и без какой-либо «точки опоры». Академик В.М. Матросов кратко называл эту проблему «задачей Титова» в связи с его учеником Г.П. Титовым (ОАО «Информационные спутниковые системы им. акад. М.Ф. Решетнева»), который впервые сформулировал ее в 2000 г. для специалистов в области теоретической механики и теории управления движением.

Современные спутники с 15-летним сроком активного существования для высокоточной коррекции их орбитального движения оснащаются двигательной установкой на основе плазменных РД, которые имеют высокий удельный импульс и большое энергопотребление. При проектировании малых спутников (массой от 500 до 1000 кг, например, спутников связи на базе платформы «Экспресс-1000» ИСС им. акад. М.Ф. Решетнева), рационально применять только плазменные РД во

всех режимах управления как поступательным, так и вращательным движением КА. Однако такому подходу свойственны ограничения [1]:

— при групповом выводе малых спутников в процессе отделения их от ракеты-носителя каждый КА может обладать вектором начальной угловой скорости *произвольного направления* с модулем до 20°/с; при таком вращении КА электроэнергия, требуемая для его бортового оборудования, обеспечивается панелями солнечных батарей или химическими аккумуляторами, причем энергия, генерируемая фотоэлементами панелей, зависит от угла между нормалью к их активной поверхности и направлением на Солнце;

— плазменные РД обладают малыми значениями тяги (~0,03...0,1 Н) и, следовательно, способны создавать только малые управляющие моменты, что обуславливает длительное время, необходимое для успокоения КА;

— плазменные РД могут использоваться на борту КА только после некоторого временного интервала T_a их технологической подготовки для активизации, который в зависимости от типа РД может составлять от нескольких часов до нескольких суток после отделения;

— строгие требования, предъявляемые к массе системы управления движением малого спутника, приводят к тому, что доступный вектор кинетического момента СГК на основе реактивных маховиков либо гироскопов существенно меньше по модулю вектора КМ корпуса спутника в момент его отделения.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-08-01037) и Отделения ЭММПУ РАН (Программа фундаментальных исследований № 14).

Принятые сокращения:

КА — космический аппарат;
 КМ — кинетический момент;
 РД — реактивный двигатель;
 СГК — силовой гироскопический комплекс;
 ССК — связанная с корпусом КА система координат;
 ТТ — твердое тело.

Проблема состоит в обеспечении такого движения КА после его отделения, при котором удовлетворяются энергетические условия работоспособности системы управления *без использования* плазменных РД. Далее после временного интервала T_a активизации плазменные РД способны завершить успокоение КА и установить его ориентацию относительно направления на Солнце.

Подход к решению этой проблемы основывается на двух принципиальных положениях:

- плазменные РД применяются как для управления ориентацией КА и разгрузки СГК от вектора накопленного КМ, так и для управления поступательным движением центра масс КА — решения задачи коррекции его орбитального движения;
- в начальном режиме движения КА сразу же после его отделения применяется только СГК малой массы, имеющий малые ресурсы по доступному вектору КМ, без включения плазменных РД в контур управления.

В момент времени отделения t_0 вектор КМ корпуса КА $\mathbf{K}_0 \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}(t_0) = \mathbf{G}_0$ имеет произвольное направление, поэтому главная задача состоит в совмещении этого вектора с осью Oy максимального момента инерции корпуса КА, используя при этом только СГК, имеющего малые ресурсы по размерам областей вариации векторов его кинетического $\mathbf{H}(t)$ и управляющего $\mathbf{M}(t)$ моментов. Существенно нелинейные динамические процессы возникают при перемещении вектора $\mathbf{G}(t) = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{H}(t)$ суммарного КМ механической системы относительно ССК $Oxyz$. При этом на борту КА включается малогабаритный датчик Солнца, с помощью которого определяется направление на Солнце в ССК, и, при необходимости, панели солнечных батарей разворачиваются на некоторый угол γ^p , где $0 \leq \gamma^p \leq 270^\circ$. В результате предлагаемой перезакрутки корпуса КА вектор его угловой скорости будет направлен по оси Oy ССК, которая перпендикулярна оси вращения панелей.

В предельных случаях, в зависимости от начальных положений вектора \mathbf{G} и орта \mathbf{S} направления на Солнце, панели солнечных батарей будут освещаться Солнцем либо непрерывно, когда век-

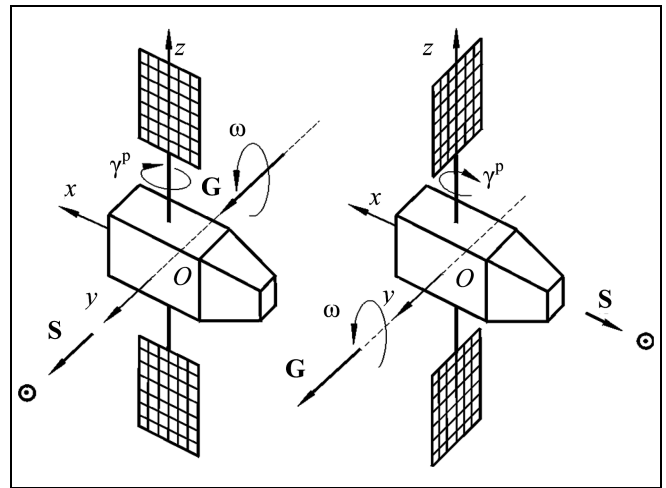


Рис. 1. Расположения космического аппарата относительно Солнца

торы \mathbf{G} и \mathbf{S} совмещены, либо периодически, когда эти векторы перпендикулярны (рис. 1). На этом этапе миссии спутника СГК формирует *внутренние* управляющие моменты и плазменные РД не используются. На следующем этапе начальных режимов системы управления плазменные РД включаются и создают *внешние* управляющие моменты для полного успокоения спутника. Современное состояние рассматриваемой научной проблемы подробно представлено в предыдущих работах [2, 3]. В данной статье намеренно рассматриваются только принципиальные аспекты синтеза нелинейного закона управления для совмещения оси Oy ССК с вектором КМ спутника при отсутствии всех внешних возмущающих моментов. Решение данной весьма непростой задачи теоретической механики и теории управления движением основывается на строгом доказательстве устойчивости требуемого вращения КА. Полученные результаты компьютерной имитации нелинейных колебаний при перезакрутке упругого КА, которые затухают на завершающем этапе этого процесса, подтверждают эффективность предложенного закона управления КА только внутренними моментами, реализуемыми СГК.

1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Модель динамики КА как свободного твердого тела с одной закрепленной точкой и некоторым СГК имеет известный вид:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} &= \mathbf{M} \equiv -\dot{\mathbf{H}}; & \mathbf{K} &= \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}; \\ \mathbf{G} &= \mathbf{K} + \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (1)$$



Здесь векторы-столбцы \mathbf{G} , $\mathbf{K} = \{K_x, K_y, K_z\}$ и $\mathbf{H} = \{H_x, H_y, H_z\}$ соответствующих векторов КМ представлены в ССК и для простоты предполагается, что в ССК Ox_cz_c тензор инерции корпуса КА вместе с неподвижным СГК является диагональным, т. е. $\mathbf{J} = \text{diag}\{J_x, J_y, J_z\}$. Рассматриваются СГК двух типов — на основе четырех реактивных маховиков по схеме GE и на основе четырех гиродинов по схеме $2-SPE$, представленных в приборной канонической системе координат на рис. 2. Форма выпуклых областей допустимой вариации вектора КМ таких СГК определяется углами γ^w и γ^g соответственно, а их требуемое расположение достигается положением приборной системы координат $Ox_c^g y_c^g z_c^g$ в ССК.

При наличии ограничений на модули векторов кинетического момента и управляющего момента каждого реактивного маховика

$$|\mathbf{h}_p(t)| \leq h^{\max}, \quad |\mathbf{M}_p(t)| \leq M^{\max}, \quad p = 1, \dots, 4,$$

либо ограничений на модуль скорости поворота каждого гиродина относительно оси его подвеса

$$|\dot{\beta}_p(t)| \leq u^{\max}, \quad p = 1, \dots, 4,$$

векторы кинетического \mathbf{H} и управляющего $\mathbf{M} \equiv -\dot{\mathbf{H}}$ моментов СГК будут ограничены.

Простейшая модель динамики КА как свободного упругого тела с СГК при стандартных обозначениях представляется в векторно-матричном виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q \\ \mathbf{D}_q^t & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} \\ -(\delta/\pi)\boldsymbol{\Omega}\dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\Omega}^2\mathbf{q} \end{bmatrix},$$

где вектор КМ механической системы $\mathbf{G} = \mathbf{K} + \mathbf{H} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}$ и диагональная матрица $\boldsymbol{\Omega}$ составлена из собственных парциальных частот упругих колебаний конструкции КА.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в начальный момент t_0 вектор КМ $\mathbf{H}(t_0)$ силового гироскопического комплекса равен нулю. Модуль вектора КМ корпуса КА как твердого тела в начальный момент времени t_0 предполагается ограниченным, т. е. $\|\mathbf{K}_0\| \leq k_0^*$, где $k_0^* > 0$, но направление этого вектора произвольное. Поэтому в момент времени $t = t_0$ модуль вектор КМ $\mathbf{G}_0 = \mathbf{K}_0$ всей механической системы также ограничен:

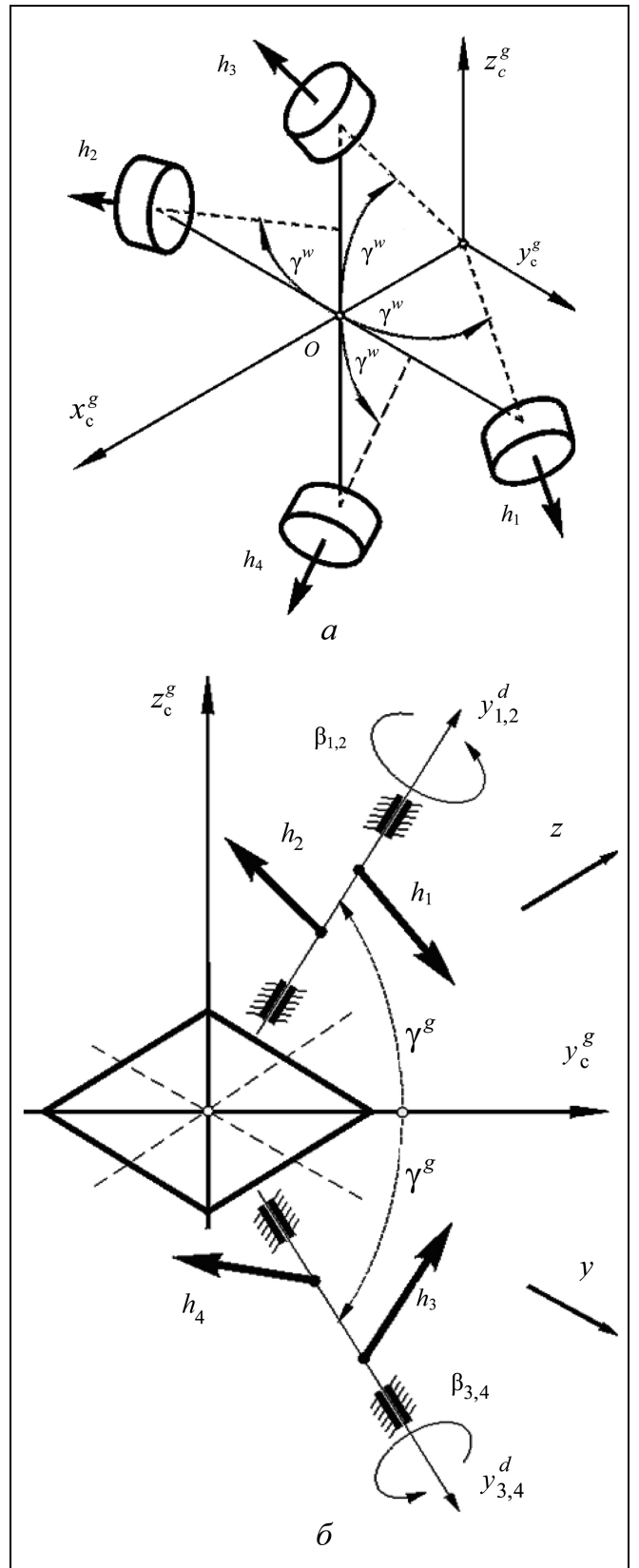


Рис. 2. Схема силового гироскопического комплекса на основе: а — реактивных маховиков; б — гиродинов

$\|\mathbf{G}_0\| \equiv g_0 \leq g_0^* = k_0^*$. Инерционные параметры спутника считаются известными и предполагается возможность измерения векторов $\boldsymbol{\omega}(t) = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$ и $\mathbf{H}(t)$. Введем фиксированный в ССК орт $\mathbf{f} = \mathbf{e}_y = \{0, 1, 0\}$, который направлен по оси Oy максимального момента инерции корпуса КА либо противоположен ему, тогда орт $\mathbf{f} = -\mathbf{e}_y = \{0, -1, 0\}$. Проблема состоит в синтезе закона управления СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{H})$, который обеспечивает выполнение условий $\mathbf{K}_f = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_f$, $\boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f \mathbf{f}$, $\mathbf{H}_f = \mathbf{H}_f \mathbf{f}$ с заданной точностью в некоторый момент времени $t = T_f$, где $\mathbf{K}_f = \mathbf{K}(T_f)$; $\boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f(T_f)$; $\mathbf{H}_f = \mathbf{H}(T_f)$ и $\mathbf{H}_f = \mathbf{H}(T_f)$, в частности, $\mathbf{H}_f = 0$. В последнем случае, учитывая равенство $J_y \omega_f + H_f = g_0$, получаем соотношение $\omega_f = g_0/J_y$.

После решения этой принципиальной проблемы должна быть решена задача распределения вектора управляющего момента СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{H})$ с избыточным числом реактивных маховиков либо гиродинов между этими электромеханическими исполнительными органами. Решение такой задачи опубликовано в работе [3], и поэтому в силу ограниченности объема статьи здесь не приводится.

3. СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

В соответствии с классическими законами теоретической механики при отсутствии внешних моментов вектор суммарного КМ $\mathbf{G}(t) = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{H}(t)$ механической системы «ТТ + СГК» неподвижен в инерциальной системе координат, но кинетическая энергия вращательного движения ТТ может изменяться внутренними моментами [4]. Орт $\mathbf{g}(t) \equiv \{g_i(t)\} \equiv \mathbf{G}(t)/g_0$ указанного вектора КМ также неподвижен в инерциальной системе координат, но в ССК этот орт перемещается в соответствии с уравнением

$$\dot{\mathbf{g}}(t) = -\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{g}(t). \quad (2)$$

Пусть в процессе вращательного движения КА по измерениям векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\mathbf{H}(t)$ в ССК вычисляются следующие функции:

- значение орта $\mathbf{g}(t) = \mathbf{G}(t)/g_0$ суммарного КМ механической системы;
- значение вектора $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{g}(t) \times \mathbf{f}$;
- значение орта $\mathbf{e}_\xi(t) = \boldsymbol{\xi}(t)/\|\boldsymbol{\xi}(t)\|$ при $\|\boldsymbol{\xi}(t)\| = S_\varphi(t) \equiv \sin\varphi(t) \geq \varepsilon_1 = \text{const} > 0$;
- косинус угла $\varphi(t)$ между ортами $\mathbf{g}(t)$ и \mathbf{f} , т. е. $C_\varphi(t) \equiv \cos\varphi(t) = \langle \mathbf{g}(t), \mathbf{f} \rangle$.

Будем также считать, что в момент времени t_0 вычисляется фиксированный индикатор $a_f = \text{Sgn} C_\varphi(t_0)$ направления орта \mathbf{f} в ССК, где $\text{Sgn} x = 1$ при $x \geq 0$ и $\text{Sgn} x = -1$ при $x < 0$. В результате орт \mathbf{f} в ССК вычисляется по соотношению $\mathbf{f} = a_f \mathbf{e}_y$. В ССК векторное рассогласование $\boldsymbol{\eta}(t)$ между действительным и требуемым положениями вектора угловой скорости КА представляется в виде

$$\boldsymbol{\eta}(t) \equiv \delta\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}_f \mathbf{f}. \quad (3)$$

При обозначении $\zeta(t) = \mathbf{g}(t) - \mathbf{f}$ в качестве меры близости ортов $\mathbf{g}(t)$ и \mathbf{f} принимается функция

$$v_p(t) \equiv v_p(\zeta(t)) = \zeta^2(t)/2 = 1 - \langle \mathbf{g}(t), \mathbf{f} \rangle \gg 0. \quad (4)$$

Эта скалярная функция принимает положительные значения при всех $\mathbf{g}(t) \neq \mathbf{f}$ и обращается в нуль только при совпадении указанных ортов. При указанном ранее выборе орта \mathbf{f} в виде $\mathbf{f} = a_f \mathbf{e}_y = a_f \{0, 1, 0\}$ всегда выполняется условие $v_p(t_0) \leq 1$. Учитывая стандартные векторные тождества $\langle \mathbf{a}, (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \rangle \equiv \langle \mathbf{b}, (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \rangle \equiv \langle \mathbf{c}, (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \rangle$ и соотношение для локальных производных векторов в ССК $\dot{\zeta}(t) = \dot{\mathbf{g}}(t) = -\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{g}(t)$ в силу уравнения (2) и неподвижности орта \mathbf{f} в ССК, а также выражения $\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) + \boldsymbol{\omega}_f \mathbf{f}$ из определения (3), производная функции (4) получается в виде

$$\dot{v}_p(t) = \langle \zeta(t), \dot{\zeta}(t) \rangle = \langle \boldsymbol{\xi}(t), \boldsymbol{\eta}(t) \rangle. \quad (5)$$

Векторы $\boldsymbol{\xi}(t)$ и $\zeta(t)$, характеризующие близость ортов $\mathbf{g}(t)$ и \mathbf{f} , связаны между собой важными тождествами:

$$\boldsymbol{\xi}^2 \equiv \zeta^2(1 - \zeta^2/4); \quad \zeta^2 \equiv 2\xi^2/(1 + (1 - \xi^2)^{1/2}), \quad (6)$$

причем вектор $\boldsymbol{\xi}(t)$ изменяется в ССК в соответствии с векторным уравнением

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\phi}, \quad \boldsymbol{\phi} \equiv \mathbf{g}(\mathbf{f}, \boldsymbol{\eta}) - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{f}, \zeta), \quad (7)$$

где использовано векторное тождество $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$. Учитывая, что в ССК $\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \dot{\boldsymbol{\omega}}(t)$ согласно выражению (3), а также соотношения

$$\mathbf{G}(t) = g_0 \mathbf{g} = g_0 \mathbf{f} + g_0(\mathbf{g} - \mathbf{f}) = \mathbf{K}_f + \mathbf{H}_f + g_0 \zeta, \\ \mathbf{v} \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\eta} - g_0 \zeta = -(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f), \quad \dot{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G},$$

векторное уравнение (1) представляется в простейшей форме

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) - g_0 \dot{\zeta}(t) = \mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}. \quad (8)$$

Определенно положительная скалярная функция $v_e = v^2/(2j_h) = (\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)^2/(2j_h)$, где постоянная



величина j_h представляет инерционные свойства СГК, характеризует кинетическую энергию СГК в его движении относительно требуемого положения равновесия в ССК. Требуемое движение ТТ $\mathbf{O}_\eta \equiv \{\xi = \mathbf{0}; \eta = \mathbf{0}\}$ представляется также в виде $\mathbf{O}_v \equiv \{\xi = \mathbf{0}; \mathbf{v} = \mathbf{0}\}$ в силу тождеств (6).

Введем обозначение $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2$ и рассмотрим сначала случай движения ТТ в малой области $\mathbf{O} \equiv \{\|\xi\| < \varepsilon_1\} \cap \{\|\rho\| < \varepsilon_\rho\}$, когда не проявляются ограничения на вектор управляющего момента $\mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}$. Для определения структуры закона формирования вектора управляющего момента СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\omega, \mathbf{H})$ введем функцию Ляпунова

$$V(\zeta, \eta) = abv_\rho(\zeta) + (a/j_h)\langle \mathbf{v}, \mathbf{P}\xi \rangle + v_e(v), \quad (9)$$

где матрица \mathbf{P} определенно положительна и $a > 0$, $b > 0$ — постоянные параметры. С учетом тождеств (6) при большом значении параметра b функция (9) является определенно положительной в отношении переменных $\zeta(\xi)$ и η . Ее производная с учетом выражений (5) и (8) имеет вид

$$\dot{V} = ab\langle \xi, \eta \rangle + [\langle \mathbf{M}, \boldsymbol{\mu} \rangle + \langle \mathbf{v}, \mathbf{P}\dot{\xi} \rangle]/j_h, \quad (10)$$

где вектор $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{v} + a\mathbf{P}\xi$. В области \mathbf{O} закон управления СГК принимается в виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\xi \equiv -qj_h\mathbf{D}\boldsymbol{\mu} = -m[\xi + k\mathbf{D}\mathbf{v}] \quad (11)$$

с параметрами $q > 0$, $m = qj_h a > 0$, $k = 1/a > 0$ и определенно положительной матрицей $\mathbf{D} = -\mathbf{P}^{-1}$.

Теорема. Для требуемого движения \mathbf{O}_η модели механической системы (7), (8) с законом управления (11) гарантируется свойство экспоненциальной устойчивости

$$\rho(t) \leq \rho(t_0)\beta \exp(-\alpha(t - t_0)), \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad (12)$$

для произвольного вектора начальных условий $\{\xi(t_0), \eta(t_0)\} \in \mathbf{O}_0 \subset \mathbf{O}$ при выборе достаточно большого параметра $q(g_0) > 0$.

Доказательство. Производная (10) функции (9) с учетом соотношения (11) представляется в виде

$$\dot{V} = -qa^2\langle \xi, \mathbf{P}\xi \rangle + a(b\langle \xi, \eta \rangle - 2q\langle \xi, \mathbf{J}\eta \rangle) - q\langle \mathbf{v}, \mathbf{D}\mathbf{v} \rangle + (a/j_h)\langle \mathbf{v}, \mathbf{P}(\eta - \phi) \rangle, \quad (13)$$

где вектор $\mathbf{v} = \mathbf{J}\eta - g_0\zeta$ и векторная функция ϕ определена выражением (7). Учитывая представление $\langle \mathbf{v}, \mathbf{D}\mathbf{v} \rangle = \langle \mathbf{D}\mathbf{J}\eta, \mathbf{J}\eta \rangle - 2g_0\langle \mathbf{D}\mathbf{J}\eta, \zeta \rangle + g_0^2\langle \mathbf{D}\zeta, \zeta \rangle$ и аналогичные представления других членов в соотношении (13), а также тождеств (6), и применяя общеизвестную лемму Шура, можно убедиться в справедливости мажорирования $\dot{V} \leq -W(\xi, \eta)$, где скалярная функция $W(\xi, \eta)$ оп-

ределенно положительна в отношении векторных переменных ξ и η при больших значениях положительных параметров b и q , зависящих от модуля g_0 вектора \mathbf{G} КМ системы. По аналогии с подходом Е.Я. Смирнова [5] доказывается, что $W(t) \equiv W(\xi(t), \eta(t)) \Rightarrow 0$ и функция $V(t)$ монотонно уменьшается. Оценка (12) выводится с помощью мажорирования функций V и W квадратичными формами ($a_1\rho^2 \leq V \leq a_2\rho^2$, $a_1 > 0$; $b_1\rho^2 \leq W \leq b_2\rho^2$, $b_1 > 0$) с параметрами $\alpha = b_1/(2a_2)$ и $\beta = (a_2/a_1)^{1/2}$. ♦

Благодаря тождеству $\mathbf{v} \equiv \mathbf{J}\eta - g_0\zeta = -(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)$ закон управления (11) представляется в очень простом виде $\mathbf{M} = \mathbf{M}_\xi \equiv -m[\xi(t) - k\mathbf{D}(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)]$ для вектора состояния системы из малой окрестности требуемого движения ТТ \mathbf{O}_η . Вне этой окрестности такой закон управления неэффективен в силу наличия многообразий стационарных движений гиростата [6], которые существуют при условиях $\mathbf{M}_\xi = \mathbf{J}\dot{\eta} - g_0\dot{\zeta} \equiv \mathbf{0}$, $\mathbf{J}\eta - g_0\zeta = \mathbf{c}$ и $a\mathbf{P}\xi = -\mathbf{c}$, когда постоянный вектор $\mathbf{c} \neq \mathbf{0}$. Поэтому необходимо применять другие простые законы управления для наискорейшей перезакрутки КА, без «застревания» его движения на всех многообразиях, отличных от требуемого движения \mathbf{O}_η , с учетом ограниченности вектора момента $\mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}$ силового гироскопического комплекса.

При обозначениях $\mathbf{M}_\xi^r = -m[\mathbf{e}_\xi(t)\text{Sgn}C_\varphi(t) - k\mathbf{D}(\mathbf{H}(t) - \mathbf{H}_f)]$, $\mathbf{M}^r = -M^*\{\text{Sng}g_i(t), i = x, y, z\}$, где $M^* > 0$ — большой постоянный параметр, предлагается простой закон управления

$$\mathbf{M} = \begin{cases} \mathbf{M}_\xi, & \|\xi\| < \varepsilon_1, \\ \mathbf{M}_\xi^r, & \varepsilon_1 \leq \|\xi\| \leq \varepsilon_2, \\ \mathbf{M}^r, & \|\xi\| > \varepsilon_2, \end{cases} \quad (14)$$

где, например, параметры $\varepsilon_1 = 0,1$ (угол $\varphi = 6^\circ$) и $\varepsilon_2 = 0,5$ (угол $\varphi = 30^\circ$).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИМИТАЦИИ

С применением закона управления (14) была выполнена тщательная компьютерная имитация движения КА при его перезакрутке, при этом были приняты значения диагональных элементов тензора инерции ТТ $J_x = 2900$, $J_y = 3600$, $J_z = 670$ кг·м² [2] и следующие условия: в начальный момент времени t_0 вектор КМ механической системы $\mathbf{G}_0 = \mathbf{K}_0$ с модулем $|\mathbf{G}_0| = g_0 = 300$ Н·м·с направлен по орту $\mathbf{f} = \{0, 0, 1\}$ в ССК, т. е. в ССК $\mathbf{g}(t_0) = \{0, 0, 1\}$, а

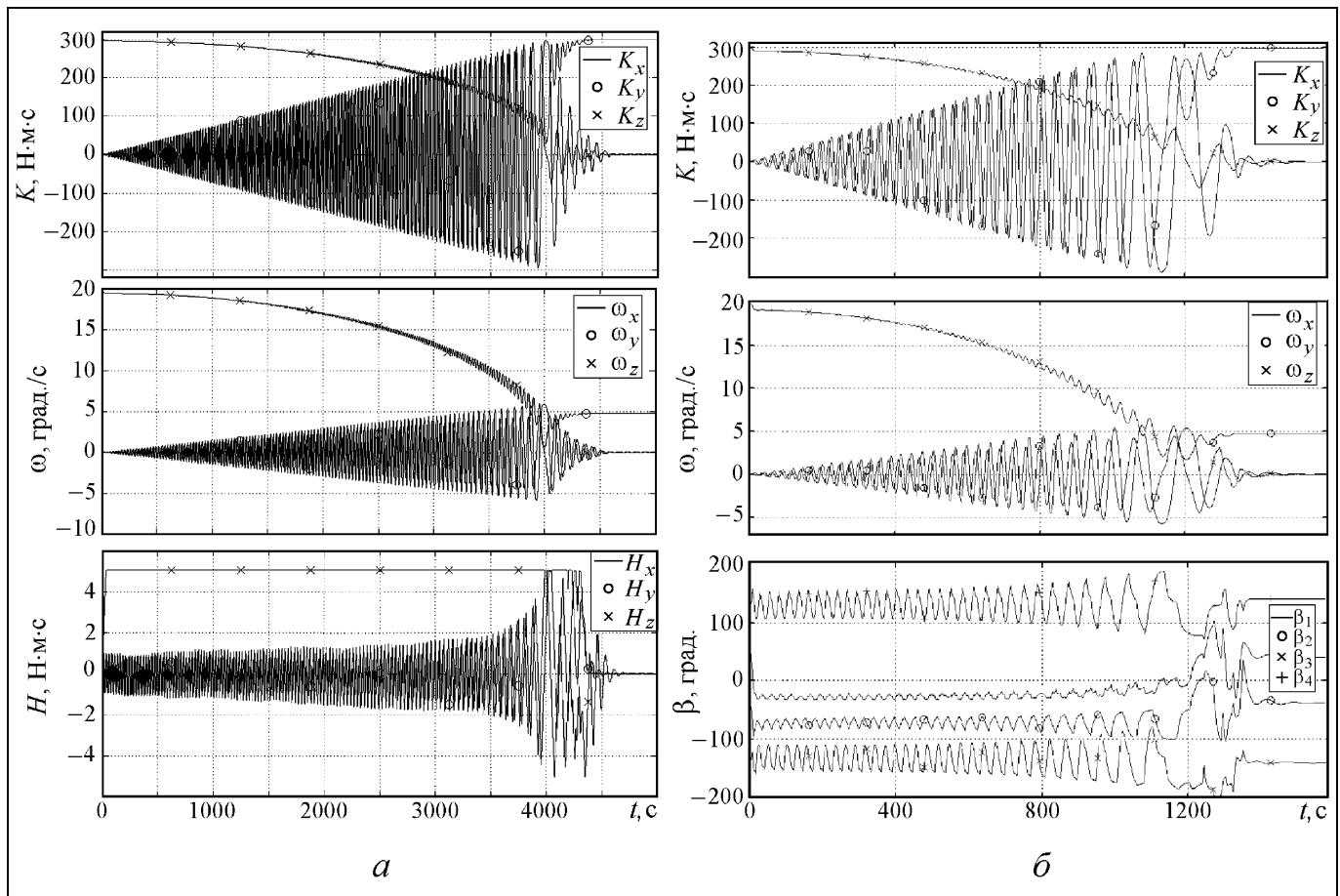


Рис. 3. Перезагрузка космического аппарата как твердого тела:
 а — с помощью трех реактивных маховиков; б — с помощью четырех гироскопов

требуемое положение орта $\mathbf{g}(T_f)$ в ССК задано значением $\mathbf{g}(T_f) = \{0, 1, 0\}$, т. е. в инерциальной системе координат ось вращения КА нужно развернуть на угол 90° . Здесь для простоты и ясности были исследованы две простейшие схемы СГК:

- классическая схема СГК на основе трех реактивных маховиков, $M^m = 0,15 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $h^m = 5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$;
- каноническая схема СГК на основе четырех гироскопов, $\gamma^p = \pi/4$; $|\mathbf{h}_p(\beta_p)| = h_g = 7,5 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ и $u^m = 10^\circ/\text{с}$.

На рис. 3 и 4 представлены полученные результаты по динамике указанной перезагрузки КА как твердого и упругого тела, соответственно. Здесь четко виден асимптотический характер стремления переменных состояния КА и СГК к требуемым значениям при завершении перезагрузки. Просмотр анимации пространственного движения КА как ТТ в рассматриваемом режиме доступен на сайте журнала <http://ru.mtas.ru> в электронном Приложении к настоящей статье.

При практической реализации предложенного подхода необходимо учитывать, что для обеспечения освещенности панелей солнечных батарей угол γ^p их ориентации относительно корпуса КА может быть произвольным, следовательно, тензор инерции спутника в ССК не будет диагональным. Поэтому при формировании вектора управления СГК необходимо выполнять основные расчеты в главных центральных осях инерции текущей конфигурации конструкции КА с пересчетом вектора управления на исполнительные органы СГК, оси которых зафиксированы в ССК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен синтез закона управления для перезагрузки спутника с целью совмещения вектора угловой скорости, направленного по оси наибольшего момента инерции его корпуса, с произвольно заданным направлением в инерциальной системе координат. При этом использованы сла-

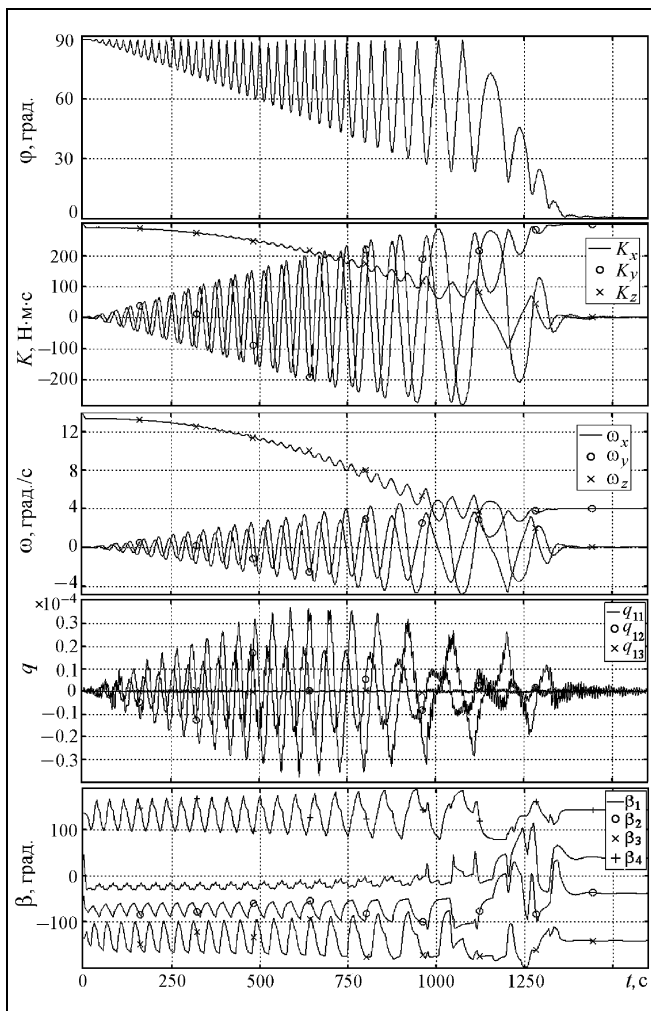


Рис. 4. Перезагрузка упругого космического аппарата с помощью силового гироскопического комплекса на основе четырех гироскопов

бые внутренние управляющие моменты, формируемые силовым гироскопическим комплексом с ограниченными ресурсами. Предложенный простой нелинейный закон управления обеспечивает асимптотическую устойчивость требуемого углового движения спутника. Эффективность предложенного подхода подтверждена результатами тщательной компьютерной имитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Titov G.P., Somov Ye.I., Rayevsky V.A. Nonlinear dynamics of small-mass gyromoment AOCs with plasma thrusters for communication satellites // Proc. of 5th ESA International conference on Guidance, Navigation and Control Systems. Noordwijk: ESTEC. — 2003. — P. 541–550.
2. Somov Ye.I., Titov G.P., Butyrin S.A., Rayevsky V.A., Kozlov A.G. Strongly nonlinear dynamics of a gyrostator respinup by weak control // Proc. of IEEE / EPCS / IUTAM Intern. Conf. on Physics and Control. Saint Petersburg: IPME of RAS. — 2003. — Vol. 1. — P. 127–132.
3. Somov Ye.I., Titov G.P., Butyrin S.A., Rayevsky V.A., Kozlov A.G. Robust control of a spacecraft respinup by weak internal forces // Proc. of 16th IFAC World Congress, Prague. 2005. — Oxford: Elsevier Science. — P. 1–6. <http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/29270.html> (дата обращения: 11.12.2012).
4. Лурье А.И. Аналитическая механика. — М.: Физматлит, 1961. — 824 с.
5. Смирнов Е.Я. Некоторые задачи математической теории управления. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1981.
6. Hall C.D. Spinup dynamics of gyrostats // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. — 1995. — Vol. 18, N 5. — P. 1177–1183.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковскийм.

Евгений Иванович Сомов — канд. техн. наук, нач. отдела «Наведения, навигации и управления движением», НИИ проблем надежности механических систем, Самарский государственный технический университет, ☎ (846) 278-44-88, ✉ e_somov@mail.ru.



VII Международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем» 30 сентября — 2 октября 2013 г.

Направления работы конференции

- Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации
- Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами
- Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем
- Управление топливно-энергетическими, экономическими и другими системами
- Управление транспортными системами
- Управление развитием крупномасштабных технических комплексов и систем в отраслях народного хозяйства
- Управление региональными, городскими, муниципальными системами
- Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности
- Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами
- Мониторинг в задачах управления крупномасштабными системами

Приглашаются ведущие ученые и специалисты НИИ, вузов, государственных и коммерческих структур.

Регистрация участников на сайте <http://mlsd2013ipu.ru/>

Справки: ✉ kuzn@ipu.ru, instepan@ipu.ru, ☎ (495) 334-91-69, (495) 334-90-50.