

# ФИЗИКА И СОЦИОФИЗИКА<sup>1</sup>

## Ч. 3. Квазифизическое моделирование в социологии и политологии. Некоторые модели лингвистики, демографии и математической истории

Ю.Л. СЛОВОХОТОВ

Рассмотрены зарубежные и российские работы по социофизике: новому разделу физики, изучающему процессы в человеческом обществе. В ч. 1 обсуждены влияние климата и солнечной активности на исторические события и динамика систем «живых частиц», в ч. 2 — структура и динамика сетей социальных взаимодействий, а также физическое описание явлений экономики (эконофизика). В третьей, последней части обзора рассмотрены методы математического моделирования в социологии и политологии, включая модели, заимствованные из биофизики и физики магнитных явлений. Также представлены некоторые формальные модели других дисциплин, смежных с «физикой общества»: математической лингвистики, демографии, математической истории. Обсуждены связи социофизики с физикой сложных «неживых» систем, возможные пути ее развития и практические приложения.

**Ключевые слова:** междисциплинарные физические исследования, моделирование социальных систем, социофизика.

### ВВЕДЕНИЕ

Общей тенденцией развития науки в XX в., продолжившейся в новом столетии, является постепенное проникновение идей и методов физики (вместе с количественными методами исследования) как в естественные, так и в традиционно гуманитарные дисциплины. Развитие математического и физического моделирования во второй половине XX в. существенно изменило характер таких «общественных» наук, как экономика, социология, политология, лингвистика, а в последние десятилетия также затронуло историю и культурологию. Помимо академических проблем, идеи и методы, заимствованные из экспериментальной

и теоретической физики, активно применяются в задачах планирования и управления (модели эпидемиологии, информатики, транспортных потоков и др.). С середины 1990-х гг. работы физиков в экономике объединяются под общим названием *эконофизика*; с начала 2000-х гг. сетевые социальные структуры и процессы в них относят к *статистической физике сетей*. В литературе последних лет все перечисленные направления объединяются термином *социофизика*, или «физика общества». Главная задача этой новой отрасли науки заключается в поиске общефизических закономерностей, которыми направляются разнородные социальные процессы.

Настоящий обзор посвящен состоянию и перспективам физических исследований общества, представленных в текущей литературе. В его первой части [1] были кратко рассмотрены проявления общефизических закономерностей в социаль-

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-01-00887-а).



ных системах, влияние солнечной активности на общественную динамику и расчетное моделирование систем «живых частиц», включая автомобильный и пешеходный трафики. Во второй части рассматривались сети социальных взаимодействий и процессы в таких сетях, а также физические подходы в экономических дисциплинах [2]. В данной, последней части обзора будут представлены физические и квазифизические модели социологии и политологии; также будут кратко перечислены некоторые новые результаты, полученные в других математизированных «общественных» дисциплинах: лингвистике, демографии, истории. Во всех частях обзора принята единая сквозная нумерация разделов и отдельная нумерация для литературных ссылок, формул и рисунков.

*Социальной системой* в нашем обзоре называется совокупность большого числа ( $N \gg 1$ ) индивидумов, взаимодействующих друг с другом и с внешней средой. Разным видам социальных систем отвечают различные типы взаимодействия «живых частиц». По количеству частиц социальные системы следует относить не к *макроскопическим* ( $N \sim 10^{20} - 10^{25}$ ), а к *мезоскопическим* ( $N \sim 10^4 - 10^{10}$ ) и даже *микроскопическим* (от единиц и десятков до 1–2 тыс. частиц). Этим обстоятельством обусловлен ряд качественных отличий социальных систем от «макроскопических» ( $N \rightarrow \infty$ ) приложений статистической физики — прежде всего обилие квазистационарных состояний и переходов между ними. Тем не менее, в социофизике широко используются термины, вполне корректные лишь для макроскопических систем — такие как фазовые состояния и фазовые переходы, энтропия, температура, а также ряд энергоподобных характеристик (например, *полезность* в экономике и др.).

Исследования общества методами физики позволили установить ряд аналогий в строении и динамике социальных систем с «неживыми» сложными системами: автоволны, «общественное поле», области детерминистского и хаотического поведения в фазовом пространстве, стохастический резонанс и некоторые другие (см. ч. 1 и 2). Для социальных систем характерны сложные, динамические сетевые структуры, «фрактальные» стохастические траектории, нестационарность случайных процессов и негауссовы распределения вероятности (частотности) измеримых параметров с обратной степенной асимптотикой для больших флуктуаций. Модели динамических процессов в обществе обычно переносятся из физики стохастических систем, а в последнее время — также из квантовой физики. Большую роль в социологии и политологии, а также в «поведенческих» (behavioral) теориях экономики и финансов (см. ч. 2) играют агентные модели и формализм математи-

ческой теории игр — последнее направление в нашем обзоре подробно не рассматривается. В этой части обзора обсуждаются основные приложения физических методов исследования к задачам социологии (распространение мнений, эволюция стратегий агентов), культурологии (сближение и поляризация культурных признаков) и политологии (политическая конкуренция и конфликты в человеческом обществе), в том числе на сетевых структурах. В этой области особенно высока доля прикладных политтехнологических задач, подтверждающая общую актуальность социофизических исследований в современном мире.

### 3. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОЦИОФИЗИКИ (окончание)

#### 3.4. Физические модели социологии и политологии

Качественное и количественное моделирование состояний и системной динамики индивидумов, социальных групп и человеческого общества в целом с середины XX в. является одним из инструментов социологии [3–7]. Начиная с 1980-х гг. в описании социальных процессов (демография, миграция населения, формирование общественного мнения и др.) и политических изменений в человеческом обществе в рамках феноменологического (синергетического) подхода (см. пп. 3.3.4 в ч. 2 [2]) все шире используют дифференциальные уравнения [8–10]. Параллельно в социологию и родственные области «социальной инженерии» проникают идеи и методы теоретической физики, модифицируемые для решения новых задач. (Одним из примеров может служить концепция социального поля [11] в расчетном моделировании движения пешеходов, см. пп. 3.1.3 в ч. 1 [1]).

Современный математический аппарат социологии включает в себя методы анализа стохастических процессов на сетях социальных взаимодействий [3], методы теории игр, комбинаторики, некоторых разделов алгебры [4], исследование квази-экономических равновесий [5], анализ устойчивости решений дифференциальных уравнений (теория катастроф) [6] и иные методы, в настоящее время применяемые в социофизике. Математическое описание ряда социальных процессов создано в теории управления [4]. Наиболее распространенные социологические модели (как вербальные, так и формализованные) рассмотрены в книгах [5, 6]; современное состояние отечественной математической социологии представлено в серии монографий «Математическое моделирование социальных процессов» [7]. Физическому подходу к задачам социологии посвящена книга Д. Хелбинга [12].

Методика «измерений» общественного статуса и предпочтений людей в социологии имеет много общего с эконометрикой и развивается во взаимодействии этих дисциплин [6]. В российской научной литературе формализованные социологические модели часто относят к области прикладной математики [7, 13, 14]. Конкуренция теоретических конструкций социологии с новыми моделями социофизики [15–20] в современной научной литературе напоминает взаимоотношения теоретической экономики с экономфизикой (см. ч. 2), включая методологическую полемику [21] — хотя удельный вес физических работ в социологии заметно выше.

Также со второй половины XX в. математические модели разрабатываются в политологии (в западной литературе *political science*) для оценки возможностей конкурирующих политических субъектов (партий, социальных групп, государств), исследования устойчивости системы таких субъектов и прогноза ее эволюции [15, 16, 22–26]. Подобно неоклассическим экономическим теориям, политологические модели периода «холодной войны» часто основывались на идее равновесия в системе со стохастическим «шумом» и включали в себя произвольно определяемые эмпирические параметры [9], а в 1990-е гг. распространились на процессы в нелинейных системах [25]. Из-за близости практических задач политики (эффективное распределение ограниченных ресурсов в изменяющихся внешних условиях) к основной проблеме экономики в растущей смежной области возродился термин *политическая экономия* [22].

С 1990-х гг. в исследованиях политических процессов все шире используются представления, заимствованные из статистической физики [27], а также методы, развитые в описании фазовых переходов и критических явлений в «неживых» физических системах [28], и модели эволюционной биологии (см. далее). В этом смысле формальное описание различных аспектов деятельности социума проходит один и тот же путь к созданию объективных и количественных (т. е. физических) теорий, различаясь лишь нынешним положением на этом пути. В американской научной периодике расчетное моделирование всех социальных систем, включая системы «живых частиц», сети социальных взаимодействий и экономфизику, рассмотренные нами в предыдущих частях этого обзора, объединяются с моделями физики конденсированной среды и математической биологии в единую область *сложных систем* (*complex systems*). Основные направления и наиболее цитируемая литература из этой области представлены в недавнем обзоре Ньюмана [29].

Большинство физических моделей политологии посвящено трем взаимосвязанным практическим задачам:

- формированию общественного мнения;
- прогнозированию избирательных кампаний и управлению их ходом;
- исследованию устойчивости политических систем и условий их разрушения.

К этому направлению примыкают исследования сетей социальных связей и разработка сетевых политтехнологий наподобие «диффузии инноваций» (см. пп. 3.2.5 в ч. 2). Анализ взаимодействий агентов на микроуровне (в составе групп) и между группами, определяющих структуру и динамику политических субъектов, перекрывается с задачами и методами математической социологии. Далее в этом параграфе мы не будем разделять квазифизические модели социологии и политологии.

### 3.4.1. Формирование общественного мнения

«Дискретные» предпочтения людей в социофизике часто анализируют с помощью разнообразных модификаций квантовой модели *Изинга*, первоначально предложенной в 1924 г. для описания магнитных фазовых переходов [28]. В исходной модели Изинга рассматривается система из  $N$  одинаковых частиц в узлах регулярной двумерной решетки (рис. 1, *a*), обладающих магнитными моментами («спинами»)  $\{s_i = \pm 1\}$  и энергией

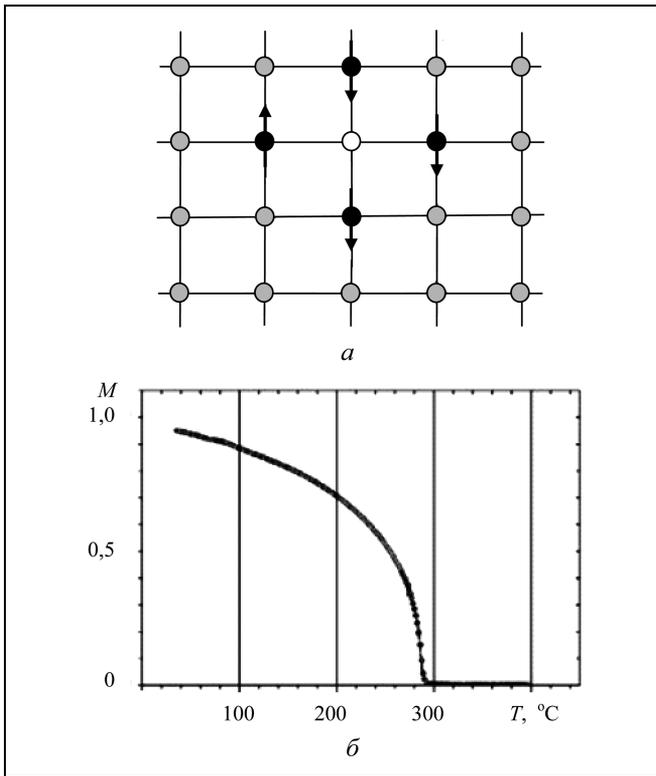
$$E_i = -\sum J s_i s_j - h s_i, \quad (1)$$

где  $J$  — обменный параметр,  $h$  — внешнее магнитное поле и суммирование производится по частицам  $\{j\}$  в соседних узлах решетки. На каждом шаге дискретного времени  $t$  тепловое движение может переворачивать «спины» частиц ( $s_i^{(t)} = +1 \rightarrow s_i^{(t+1)} = -1$ , или наоборот) с вероятностью

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp(\Delta E_i / kT)}, \quad (2)$$

где  $\Delta E_i = E_i(t+1) - E_i(t)$  — изменение энергии  $i$ -й частицы,  $T$  — температура,  $k$  — константа Больцмана (*глауберовская динамика*). В отсутствие внешнего поля ( $h = 0$ ) минимуму полной энергии системы  $E = \sum E_i$  ниже критической температуры  $T_0$  соответствует ферромагнитное состояние с предпочтительной ориентацией «спинов» и ненулевым средним магнитным моментом  $M = (1/N) \sum |s_i|$ ,  $0 < M < 1$ , а при  $T > T_0$  — парамагнитное состояние с равновероятно ориентированными спинами  $\{s_i\} (\pm 1)$  и  $M = 0$  (рис. 1, *b*).

С 1980-х гг. схемы на основе модели Изинга применяют к задачам социологии, в которых состояние агента отражает дискретная переменная (выбор из нескольких стратегий, товаров, полити-

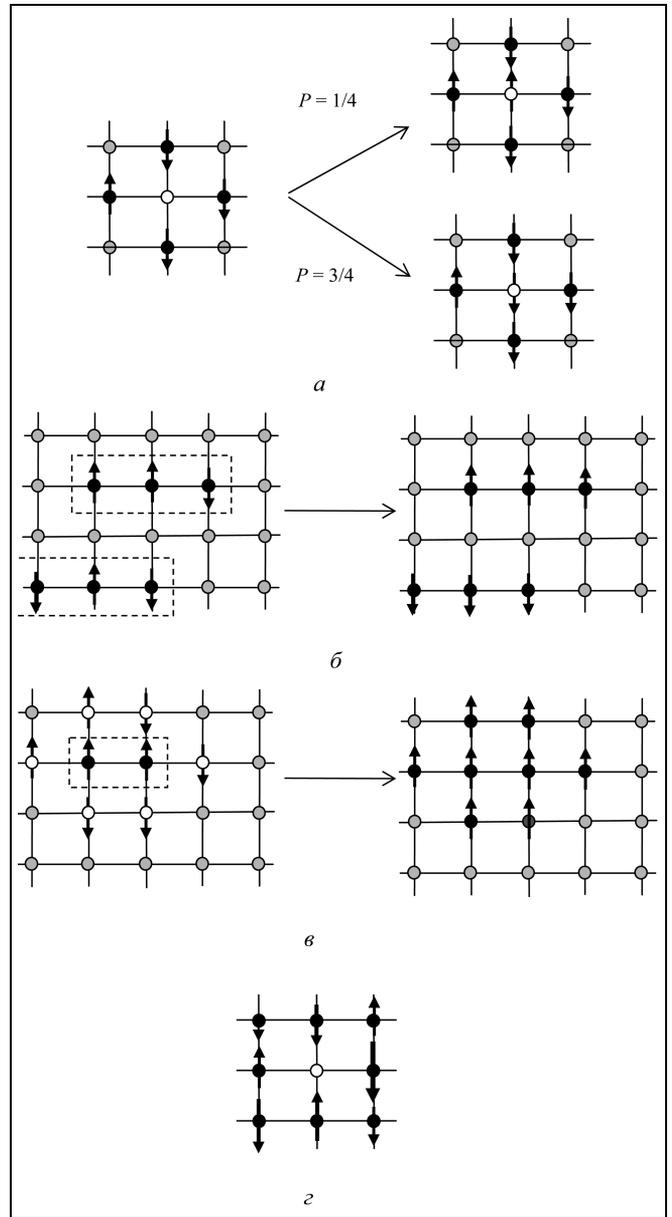


**Рис. 1. Модель Изинга:** спины  $\{s_i = +1, -1\}$  в узлах квадратной решетки (формула (1),  $J = 1, h = 0$ );  $a$  — энергия  $i$ -го узла (белый кружок)  $E_i = -[1 \times 1 + 3 \times (-1) \times 1] = +2$  определяется соседними узлами (выделены черным); в серых узлах спины  $s_i = \pm 1$  произвольные;  $b$  — температурная зависимость магнитного момента  $M$  или зависимость «общественного мнения» от уровня шума

ческих партий и т. д.). В простейшем «бинарном» варианте (голосование «за» или «против») величины  $\{s_i = \pm 1\}$  соответствуют мнениям агентов, «социальная температура»  $T$  (шум) отражает интенсивность их случайных изменений, а внешнее поле  $h$  — воздействие рекламы или пропаганды. Суммарному магнитному моменту  $M$  в социологических моделях соответствует усредненное «общественное мнение» совокупности агентов, а формулой (1) задается энергоподобная «функция несогласия», в политэкономических терминах равная «полезности» (utility) состояния  $i$ -го агента, взятой с обратным знаком. На качественном уровне модель Изинга воспроизводит возникновение преобладающего мнения (*консенсуса*) в системе  $N$  агентов ( $0 < M < 1$ ) и его разрушение ( $M = 0$ ) выше критического уровня шума, однако для моделирования других социальных явлений приходится существенно и не всегда обоснованно изменять ее физические постулаты.

В простейших политологических моделях изинговского типа полагают  $T = 0$  и  $J = 1$ , а вместо условия (2) вводятся различные априорные правила

изменения мнений агентов под воздействием их ближнего окружения и (или) усредненного «социального поля» (рис. 2). В модели избирателя (voter model), впервые предложенной в эволюционной биологии [30], динамику общественного мнения  $M(t)$  воспроизводит стохастический процесс, на каждом шаге которого случайно выбранный агент случайным образом принимает мнение одного из своих соседей в решетке (рис. 2, а). В предложенной Галамом [27, 31] модели большинства (majority



**Рис. 2. Индуцирование мнений агентов:** а — модель избирателя; б — модель большинства; в — шнайдовская модель; г — модель социального воздействия (модули векторов пропорциональны «убеждающим способностям» агентов  $\{\alpha_i s_{ij}\}$ ); белый узел изменяет состояние под влиянием окружения; узлы серого цвета имеют произвольные «спины»

rule) из общей структурированной совокупности случайным образом выделяют «дискуссионную группу» с нечетным числом агентов в соседних узлах решетки, в которой все агенты принимают мнение группового большинства; далее процесс повторяется (рис. 2, б). В варианте модели большинства, по фамилии авторов названном *шнайдовской моделью* [32, 33], случайно выбранная «референтная группа» из двух соседних агентов при наличии у них единого мнения индуцирует это мнение на все ближайшие узлы (рис. 2, в), а пара агентов с противоположными мнениями не оказывает влияния на соседей. В модели *социального воздействия* (social impact) — предложенном в 1981 г. варианте теории социального поля [34] (см. пп. 3.1.3 в ч. 1) — на мнение  $i$ -го агента влияет вся совокупность узлов решетки; при этом сила влияния  $j$ -го агента пропорциональна его «убеждающей способности»  $\alpha_j$  и убывает с возрастанием «социальной дистанции»  $d_{ij}$  между агентами. Во всех таких моделях решетка либо другая структура, служащая «средой» для распространения мнений, отражает расположение агентов в некотором абстрактном «общественном пространстве». Заметим, что в модели социального воздействия дискретные «спины» агентов  $\{s_i = \pm 1\}$  фактически заменяются их «силами убеждений»  $\{\pm \alpha_i\}$ , модули которых могут иметь любое значение, т. е. квантовомеханическая основа модели Изинга теряется (рис. 2, г). Все названные модели переносятся с регулярных решеток на сети; для модели избирателя получены точные решения, используемые в ряде задач статистической физики [17].

При отсутствии шума ( $T = 0$ ) и внешнего поля ( $h = 0$ ) в модели избирателя конечная совокупность агентов с произвольным набором мнений  $\{s_i = \pm 1\}$  всегда приходит к полному консенсусу с вероятностью  $P(+1) = (M + 1)/2$  и  $P(-1) = 1 - P(+1) = (1 - M)/2$ , где  $M = \langle s \rangle$  — усредненное «мнение» в исходной конфигурации спинов. В модели большинства  $N$  агентов с долей спинов  $+1$ , равной  $p_0^+$ , за  $t \sim N \ln N$  шагов приходят в состояние  $\{s_i = +1\}$  при  $p_0^+ > 1/2$  и в состояние  $\{s_i = -1\}$  при  $p_0^+ < 1/2$ , однако при четном числе агентов в «дискуссионных группах» (где в случае разделения поровну мнения агентов не изменяются) в системе может возобладать исходное мнение меньшинства. В *шнайдовской* модели на квадратной решетке при  $T = 0$  всегда побеждает преобладающее мнение, в случае же  $M = 0$  с вероятностями  $1/4$  достигаются «ферромагнитные» состояния единогласия  $\{s_i = +1\}$  или  $\{s_i = -1\}$ , а с вероятностью  $1/2$  — «антиферромагнитное» состояние со спинами, альтернирующими в соседних узлах. (Последний ре-

зультат, вероятно, является артефактом модели, для одномерной цепочки имеющей нереалистическое устойчивое состояние  $... + + - - + + ...$ ).

Ненулевой шум ( $T > 0$ ) в системах с дискретными спинами  $\{s_i\}$  разрушает «ферромагнитное» состояние консенсуса (в модели большинства — после превышения некоторого критического значения  $T_0$ ), приводя к образованию областей со спинами разного знака («поляризация мнений»). Тот же результат дает модель избирателя на решетках размерности выше 2 в отсутствие шума. На сетях сложного строения в этой модели возникают метастабильные области единого мнения с очень медленным приближением к консенсусу [17]. Достаточно сильное внешнее поле  $h$  в *шнайдовской* модели (имитирующее рекламу при выборе одного из двух товаров) индуцирует единогласие [33].

В большинстве «квантовых» моделей с бинарным мнением качественное воспроизведение социологических данных достигается благодаря ревизии физических постулатов (1) и (2) и добавления новых эмпирических параметров. С их помощью вводятся многоцентровые взаимодействия агентов [35], стохастический «латентный период» между последовательными изменениями мнения [36], консервативность (с увеличением числа шагов с сохранением спина у  $i$ -го агента вероятность его переворота уменьшается) [37] и т. д., а также исправляются явные артефакты (так, в модели избирателя единственный «неуступчивый» агент с  $s_i = \text{const}$  порождает консенсус на двумерной решетке). Подробный обзор всех таких моделей содержится в работе [17], краткое критическое обсуждение статей последнего времени представлено в работе [38]. В серии статей С. Галама [39—41] включение некоторого количества «оппозиционных» (всегда поддерживающих меньшинство) или (и) равных количеств «неуступчивых» агентов с  $s_i = 1$  и  $s_i = -1$  в модели большинства приводило к разделению общественного мнения пополам независимо от начального отношения «спинов»  $p_0^+ / (1 - p_0^+)$ . На основе этих данных автор объяс-

нил рост популярности «антропогенной» версии глобального потепления [40] и результаты выборов в ряде стран [41] (см. далее). Также в литературе рассматривались влияние «неуступчивых» агентов на распределение мнений в других моделях [41], динамика распространения мнения меньшинства [31, 42] и иные практически важные ситуации [15].

Наиболее реалистическая (и далекая от физики магнитных явлений) модель социального воздействия применялась к анализу систем с пропагандой и шумом. В работах Я. Холыста и соавт. [43, 44] была рассмотрена бесструктурная совокупность агентов с сильным «лидером», воздействие кото-



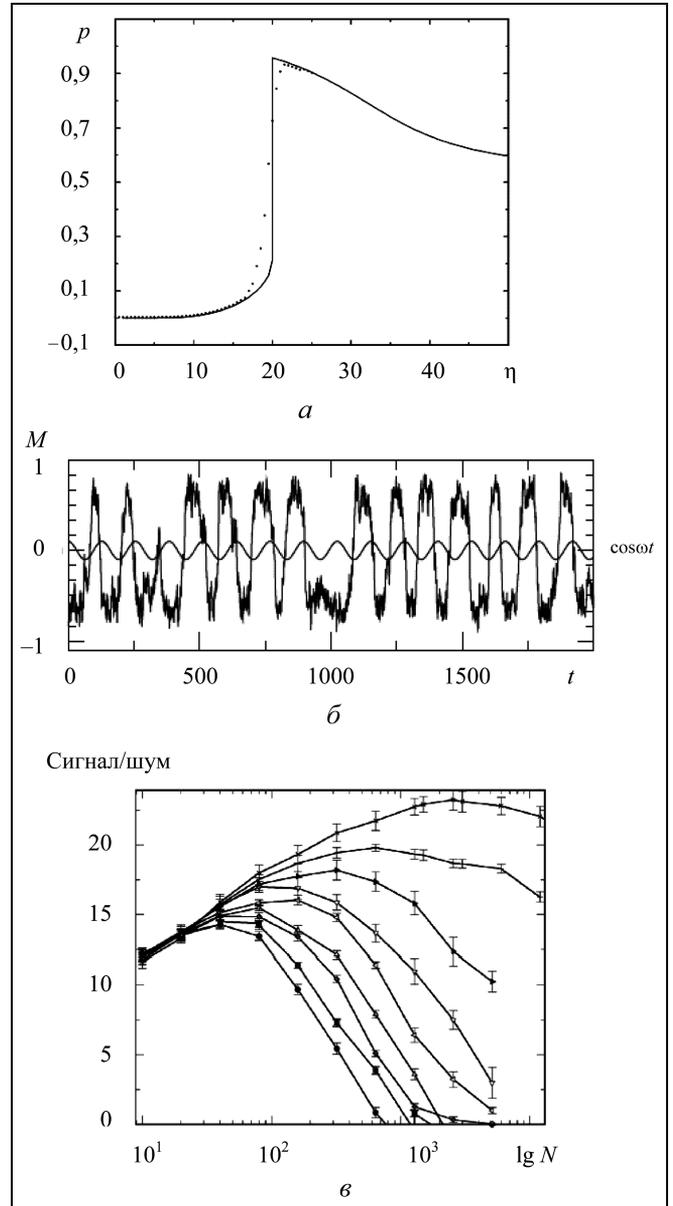
рого  $S_L = \text{const} \gg \alpha_i s_i$  много больше «убеждающей силы» рядовых агентов, полем пропаганды  $h$  противоположного знака и ненулевой «социальной температурой». Мнения рядовых агентов, в отличие от мнения лидера, могли изменяться с вероятностью, заданной формулой (2), и складывались в энергоподобное воздействие социального поля

$$I_i = -S_L s_i + h s_i - \sum_j (\alpha_j s_i s_j / d_{ij}^b)$$

(где  $d_{ij}$  — «социальная дистанция» между  $i$ -м и  $j$ -м агентами,  $b$  — эмпирический параметр). При низких уровнях шума и пропаганды в модели возникала область «оппозиции» вокруг центра  $S_L$  с мнением, противоположным полю  $h$ , а с повышением шума оппозиционное мнение становилось *преобладающим* во всей совокупности агентов. При большой интенсивности пропаганды  $h \approx S$  устанавливалось неупорядоченное «парамагнитное» состояние либо существовали разделенные домены с поляризацией мнений [44] (рис. 3, а). Аналогичный «переход, индуцированный шумом» (noise-induced transition), наблюдался в моделях с параметром «инертности», стабилизирующим мнения агентов, и с «броуновскими» агентами, способными мигрировать к лидеру [43]. В работах [45, 46], развивающих социодинамическую модель Вайдлиха [47], лидер отсутствовал, а бинарные мнения  $N$  агентов  $\{s_i = \pm 1\}$ , расположенных на сети, складывались из действия окружения  $\text{sign}(\sum s_j)$ , шума (вероятности спонтанного переворота спина)  $0 < \eta < 1$  и периодической «моды»  $h = A \cos \omega t$  (где  $t$  — время,  $\omega$  — частота), отражающей собственные детерминистские колебания общественного мнения. При варьировании  $\eta$  в системе возникал стохастический резонанс (рис. 3, б), к которому при  $\eta = \text{const}$  также приводили изменение числа агентов  $N$  (рис. 3, в) и перестройка сети, изменяющая средний порядок вершин. В последние годы польскими авторами исследуются процессы, приводящие к изоляции частей сети — за которой, по предположению, должна следовать гибель изолированных фрагментов [48]. У всех этих результатов имеются очевидные политехнологические перспективы.

Варианты моделей с многозначным дискретным мнением  $s_i = \{1, 2, \dots, q\}$  [17], которое уже не имеет аналогий со спином  $s > 1/2$  ввиду отсутствия квантовой статистики, очевидно требуют больше эмпирических параметров. Такие модели применяются в культурологии (см. пп. 3.4.3). Также мнения агентов выражают непрерывной переменной, например  $x_i(t) \in [0, 1]$ ; при этом согласие достигается итерационным путем сравнения и сближения величин  $(x_p, x_j)$  в случайно выбранных парах. В математической модели Де Гроота [49] с «непрерыв-

ным» мнением состоянию консенсуса отвечает вектор  $\mathbf{s}(\infty) = (x_1(\infty), \dots, x_n(\infty))^T$  с равными компонентами, являющийся пределом последовательности  $\mathbf{P}^t \mathbf{s}(0)$ , где  $\mathbf{s}(0) = (x_1(0), \dots, x_n(0))^T$  — исходные позиции агентов,  $\mathbf{P}$  — стохастическая по строкам матрица их взаимных влияний,  $t$  — дискретное время. Консенсус достижим при любых исходных позициях агентов, если во взвешенном ориенти-



**Рис. 3. Общественное мнение в модели социального поля с оппозицией [45]:** а — доля  $p$  общего числа агентов, принимающих мнение лидера  $\text{sign } S_L$ , в зависимости от уровня шума  $\eta$  при  $h = 0$  (произвольные ед.); б — зависимость мнения  $M(t)$  от времени при стохастическом резонансе и — зависимость отношения сигнал/шум от числа агентов  $N$  при различных значениях  $0,2 < \eta < 0,3$

рованном графе влияния присутствует единственный сильный базовый компонент. Этому условию эквивалентно наличие хотя бы одного агента, прямо или опосредованно влияющего на всех остальных, или наличие в орграфе влияния *остовного исходящего дерева*, где все вершины достижимы из корня движением в направлении дуг [50]. В цитируемой работе Р.П. Агаева и П.Ю. Чеботарева рассматривались способы достижения консенсуса, когда эти условия не выполняются и в множестве агентов есть несколько взаимно недостижимых «центров влияния». Один из таких способов сводится к нахождению нового вектора исходных позиций  $\mathbf{s}'(0)$  с минимальным расстоянием  $\|\mathbf{s}(0) - \mathbf{s}'(0)\|$ , при котором частные консенсусы во всех сильных базовых компонентах («центрах влияния») оказываются равными.

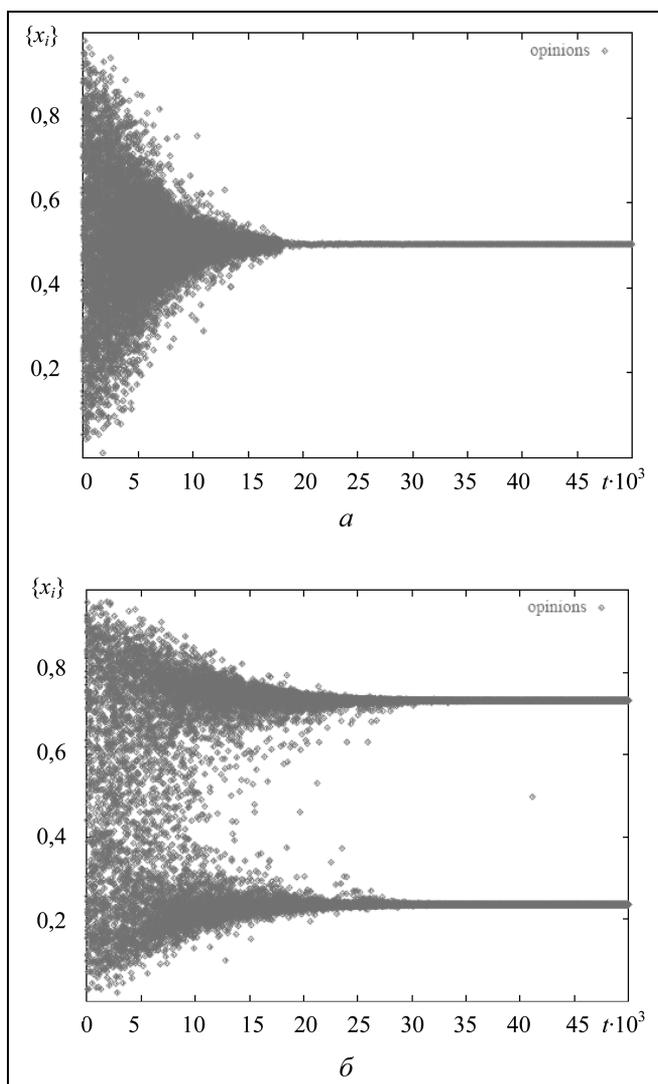


Рис. 4. Эволюция непрерывного параметра «мнения» агентов во времени  $t$  (число шагов) в модели условного доверия [51]:  $a$  — при пороговом значении  $\varepsilon = 1/2$ ;  $b$  — при  $\varepsilon = 1/4$

В численном моделировании систем с непрерывным параметром мнения часто используется приближение *условного доверия* (bounded confidence), в котором расхождение состояний агентов в соседних узлах сети  $\Delta x_{ij} = |x_i(t) - x_j(t)|$  на шаге  $t$  сравнивается с заданной пороговой величиной  $\varepsilon$  и в случае  $\Delta x_{ij} < \varepsilon$  принимается

$$x_i(t+1) = x_i(t) + c[x_j(t) - x_i(t)],$$

$$x_j(t+1) = x_j(t) + c[x_i(t) - x_j(t)]$$

(где  $c \in (0, 1)$  — эмпирическая константа), а при  $\Delta x_{ij} \geq \varepsilon$  мнения агентов  $i$  и  $j$  не изменяются [51]. Для  $\varepsilon \geq 1/2$  совокупность агентов приходит к консенсусу независимо от строения сети, тогда как при  $\varepsilon < 1/2$  мнения разделяются (рис. 4). На этой основе иранские авторы в недавней работе [52] предложили направлять общественное мнение с помощью «информированных агентов» (см. эксперименты по инициированию движения толпы в пп. 3.1.4, ч. 1), состояния которых на первом шаге моделирования задаются как среднее по ближайшему окружению и далее постепенно дрейфуют в заданную сторону. Сдвиг общего мнения достигался при доле «манипуляторов» выше 3 % от общего числа агентов.

В других родственных моделях мнение  $i$ -го агента сопоставляется со всем его окружением [53], вводятся шумы (способствующие образованию кластеров), спонтанные изменения состояний всей системы под внешним воздействием, «неуступчивые» экстремисты [54] и т. д. (см. также работы [17, 55] и цитированную в них литературу). В последние годы динамику изменения непрерывной переменной «мнения»  $x_i(t)$  исследуют с помощью кинетических моделей, перенесенных из эконофизики (ч. 2) [56–58]. Различным вариантам теории общественного мнения посвящен ряд обзоров [18–20, 58] в книге [16]. В частности, на основе кинетической теории оптимизировалась тактика пропаганды, направленной на отделение богатого ресурсами региона от некоторого модельного государства [20].

Взаимосвязь динамики распространения мнений и перестройки сетевой структуры (coevolution) рассмотрена в работе [59]. Агент с  $q$ -значным мнением в  $i$ -м узле сети с вероятностью  $p$  принимал мнение случайно выбранного соседа  $s_j \neq s_i$  (аналогично модели избирателя), а с вероятностью  $1 - p$  разрывал связь  $i-j$  и образовывал новую связь  $i-k$  со случайно выбранным «единомышленником» ( $s_k = s_i$ ). При критическом значении  $p \approx 0,5$  сеть распадалась на кластеры «единомышленников», число которых убывало с увеличением размера как  $n^{-\alpha}$ . Ненулевая вероятность  $p_2$  образова-

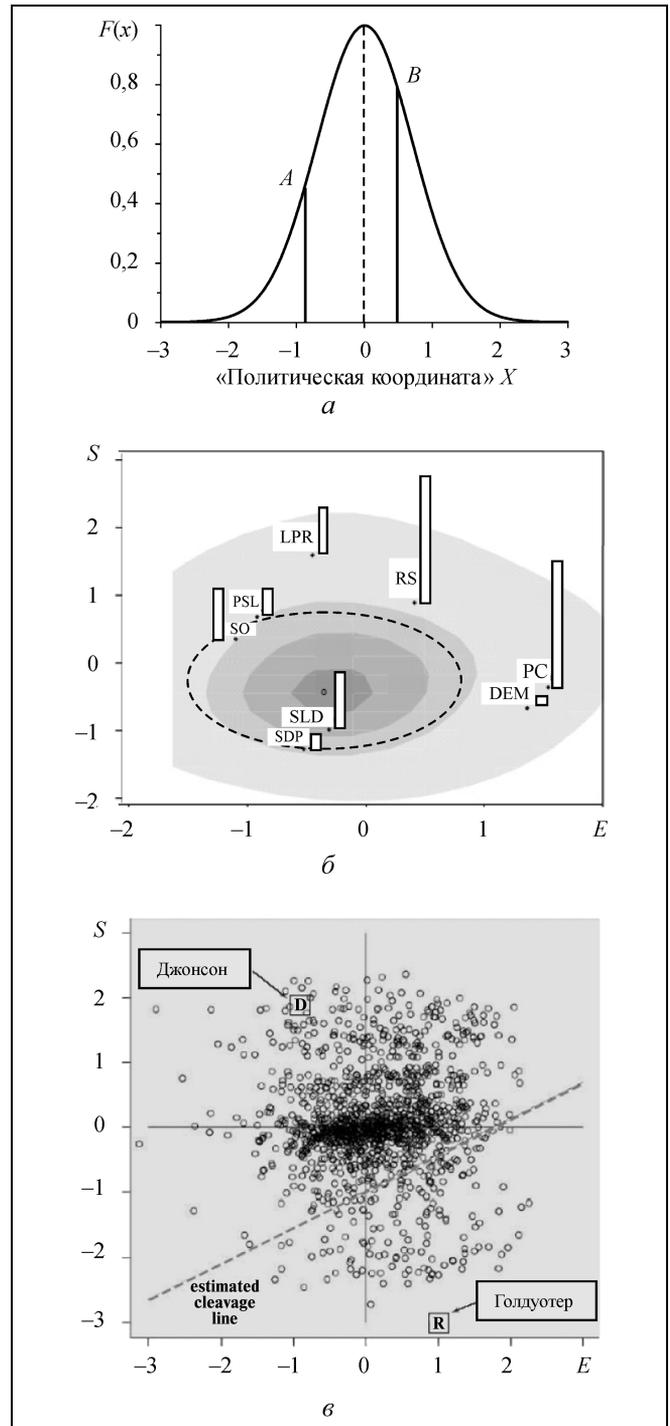


ния связи с «оппонентом» ( $s_k \neq s_l$ ) при перераспределении ребер порождает графы «тесного мира» [60]. Динамику распространения мнений воспроизвели на перестраиваемых неоднородных графах [61], включая реально существующие сети социальных связей [62], а также анализировали в общем контексте «диффузии инноваций» [63] (см. пп. 3.2.5 в ч. 2). В компьютерном эксперименте метастабильные «кластеры мнений», свойственные сложным сетям [17, 62], эффективно преобразовывались к единому однородному кластеру при введении небольшого числа «неуступчивых» агентов (в обычных терминах — *агитаторов*); авторы [62] назвали этот рецепт «consensus engineering».

### 3.4.2. Анализ политических предпочтений и управление выборами

Во всех перечисленных выше моделях динамика формирования мнений людей рассматривается независимо от содержания этих мнений. Их практическое значение ограничено рецептами краткосрочного «зомбирования» избирателей при захвате власти той или иной политической силой без формального нарушения демократических процедур. (Большое внимание западные исследователи уделяют схемам, обеспечивающим победу исходному мнению меньшинства [8, 17, 31, 44, 54–56]). Длительное функционирование выборных политических систем (удержание власти) уже предполагает содержательный анализ как предпочтений электората, так и изменений состояния системы в ходе выборов. Обширную область этих проблем, включающую в себя математическое моделирование, в основном разрабатывают классическая политология и современная политическая экономия; доля социофизических работ здесь еще невелика.

В большинстве политологических моделей выборов [22, 64–73] конкурирующие политические субъекты (кандидаты или партии) пытаются увеличить число сторонников, корректируя свою политическую *платформу* в ходе избирательной кампании, а каждый избиратель имеет собственные предпочтения (*позицию*) и стремится к максимуму *полезности* выбираемой власти, голосуя за платформу, наиболее близкую к его позиции. В простейшем одномерном случае наивысшие шансы на победу имеет партия, платформа которой ближе всего расположена к медиане распределения предпочтений электората на «политической координате» (рис. 5, а). В более сложных моделях платформам партий и кандидатов соответствуют точки в  $n$ -мерном пространстве, базисными векторами которого служат главные темы предвыборной дискуссии (зарплаты, налоги, предлагаемые реформы, отношение партий к разным группам населения



**Рис. 5. Конкуренционные модели выборов:** а — медианная модель с двумя кандидатами А и В; б — результаты выборов в сейм Польши в 2005 г. (DEM — Partija Demokratyczna + Demokraci Polski, 2,5 %; LPR — Liga Polskich Rodzin, 8 %; PiS — Prawo i Sprawiedliwość, 27 %; PO — Platforma Obywatelska, 24,1 %; PSL — Polskie Stronnictwo Ludowe, 7 %; SDP — Socjaldemokracja Polska, 3,9 %; SLD — Sojuz Lewicy Demokratycznej, 11,3 %; SO — Samoobrona Rzeczpospolitej Polski, 11,4 %); высота столбиков пропорциональна числу голосов, позиции партий по социальной (S) и экономической (E) координатам из экспертных оценок [67]; в — позиции активистов и кандидатов от республиканской и демократической партий на президентских выборах в США 1965 г. [69]

и т. д.). Энергоподобная функция полезности  $k$ -го политического субъекта для  $i$ -го избирателя

$$u_{ik} = - \sum_{j=1}^n s_{ij}(x_j^{(i)} - x_j^{(k)})^2 + \xi_k + \lambda_k \quad (3)$$

в общем случае может включать в себя сумму квадратичных отклонений позиции избирателя от партийной платформы по всем координатам (коэффициенты  $s_{ij} \in [0, 1]$  отражают степень заинтересованности избирателей в различных аспектах политики партий), стохастический «шум»  $\xi_k$  и некоторое эмпирическое «средство» (valency) избирателя к данной партии  $\lambda_k$ .

На формуле (3) основана *многомерная модель голосования* (spatial voting model) [64], в отечественной литературе также называемая *пространственной моделью конкуренции* [65]. В ее различных вариантах при нулевом шуме  $\xi_k$  и отсутствии сродства  $\lambda_k$  избиратели могут всегда голосовать за партию с максимальной полезностью (*детерминистская модель*) либо отдавать голос с вероятностью  $P_{ik}(u_{ik})$ , пропорциональной полезности партии, например

$$P_{ik} = u_{ik} / \sum_{j=1}^n u_{ij}$$

(*вероятностная модель*) [66]. Слагаемое  $\xi_k \neq 0$  в формуле (3) отражает случайные изменения мнений избирателя в рамках *стохастической модели* [67]. Распределение предпочтений электората в многомерном «политическом пространстве»  $F(x_1, \dots, x_n)$  определяют в ходе избирательной кампании по экспертным оценкам на основе социологических опросов и часто проектируют на плоскость двух агрегированных переменных: экономической и социальной (рис. 5, б, в). Поиск максимумов функции  $F(x_1, \dots, x_n)$  может проводиться методом Монте-Карло; при этом «температура» также отражает неопределенность в стратегиях избирателей и партий. Несмотря на дефицит объективно измеряемых параметров, явно имитационный характер и политологическое происхождение, многомерные модели голосования очень близки к социофизике.

Поскольку многомерные модели основаны на концепции равновесия, заимствованной из неоклассической экономической теории, в стандартном варианте они предполагают полное знание избирателями состояния всей системы и лишь эгоистические мотивы их участия в политическом процессе. При включении в функцию полезности  $u_{ik}$  издержек избирателей (личного времени, потраченного на голосование) и учета снижения их заинтересованности в результатах выборов, т. е.

уменьшения множителей  $\{s_{ij}\}$  в формуле (3), с ростом общего числа голосующих (вес индивидуального голоса в масштабе страны явно меньше погрешности при подсчете бюллетеней) такая модель предсказывает невыгодность и, следовательно, *невозможность* добровольного массового голосования. Столь серьезное расхождение практики с теорией в политологии называют «парадоксом выборов» [68]. В одномерном варианте с постулируемым унимодальным распределением  $F(x)$  «медианная» модель предсказывает сближение позиций конкурирующих кандидатов в ходе избирательной кампании («борьба за центр») и лишь слабую зависимость результатов выборов от степени поляризации электората (при симметричном увеличении доли «левых» и «правых» избирателей по-прежнему побеждают кандидаты-центристы, см. рис. 5, а). Чтобы избежать слияния всех конкурирующих платформ в центре, на дрейф партийных позиций вводятся ограничения в *коалиционной модели* партии, по предположению состоящей из догматиков (стремящихся фиксировать платформу в некоторой априорной точке), оппортунистов (готовых поступиться принципами для увеличения числа голосов) и руководства, которому для успеха на выборах нужна большая сплоченная организация [64]. Подобно «классическим» моделям экономики, простейшие конкурентные модели выборов сильно политизированы.

В политологических работах последнего десятилетия признается, что «медианная» модель переоценивает сближение партийных платформ в ходе выборов [67, 69]. Здравое предположение о резком росте затрат на избирательную кампанию для партий и кандидатов, неразличимых в глазах электората [65], провоцирует «квантовомеханическую» аналогию между расположением политических субъектов в сознании избирателей (см. пп. 3.3.5 в ч. 2) и принципом Паули, запрещающим многочастичные системы с одинаковыми состояниями фермионов («дырка Ферми») [74]. На эмпирическом уровне в многомерную модель (3) вводятся поправки  $\{\lambda_k\}$  на безотчетные предпочтения избирателей, называемые «средством» к партиям или кандидатам. Это приводит к теоретико-игровому *равновесию Нэша* (где ни один из конкурирующих субъектов не может улучшить своего положения односторонним изменением стратегии [75]) с несовпадающими позициями конкурентов в «политическом пространстве» (рис. 5, б, в); на основе такого равновесия прогнозируют итоги выборов.

Эмпирические вклады «средства» в полезность политических субъектов для избирателей имеют не только академическое, но и важное прикладное содержание. Без введения этих поправок, например, результаты выборов в сейм Польши 2005 г. плохо согласуются с расположением конкурирую-



щих платформ в пространстве предпочтений избирателей (распределение предпочтений было выведено из социологических опросов). Партия «Право и справедливость» (PiS), по экспертным оценкам бывшая крайней среди пяти примерно равноудаленных от центра субъектов (штриховой овал на рис. 5, б), вместе с еще более радикальной «Гражданской платформой» (PO) получили соответственно 27 и 24 % голосов и заняли почти 2/3 мест в сейме, а более центристская социал-демократическая партия (SDP, 3,9 %) туда вообще не попала [67]. Если же в многопартийной системе действительно имеется 5–6 конкурирующих субъектов со сравнимой популярностью (фиксировать их платформы могут крупные спонсоры избирательных кампаний), каждая партия в этой системе в состоянии собрать не более 20–25 % голосов. Ожидаемый результат такой «электоральной инженерии» — слабые коалиционные правительства, поддающиеся манипулированию — неплохо совпадает с политической практикой Евросоюза.

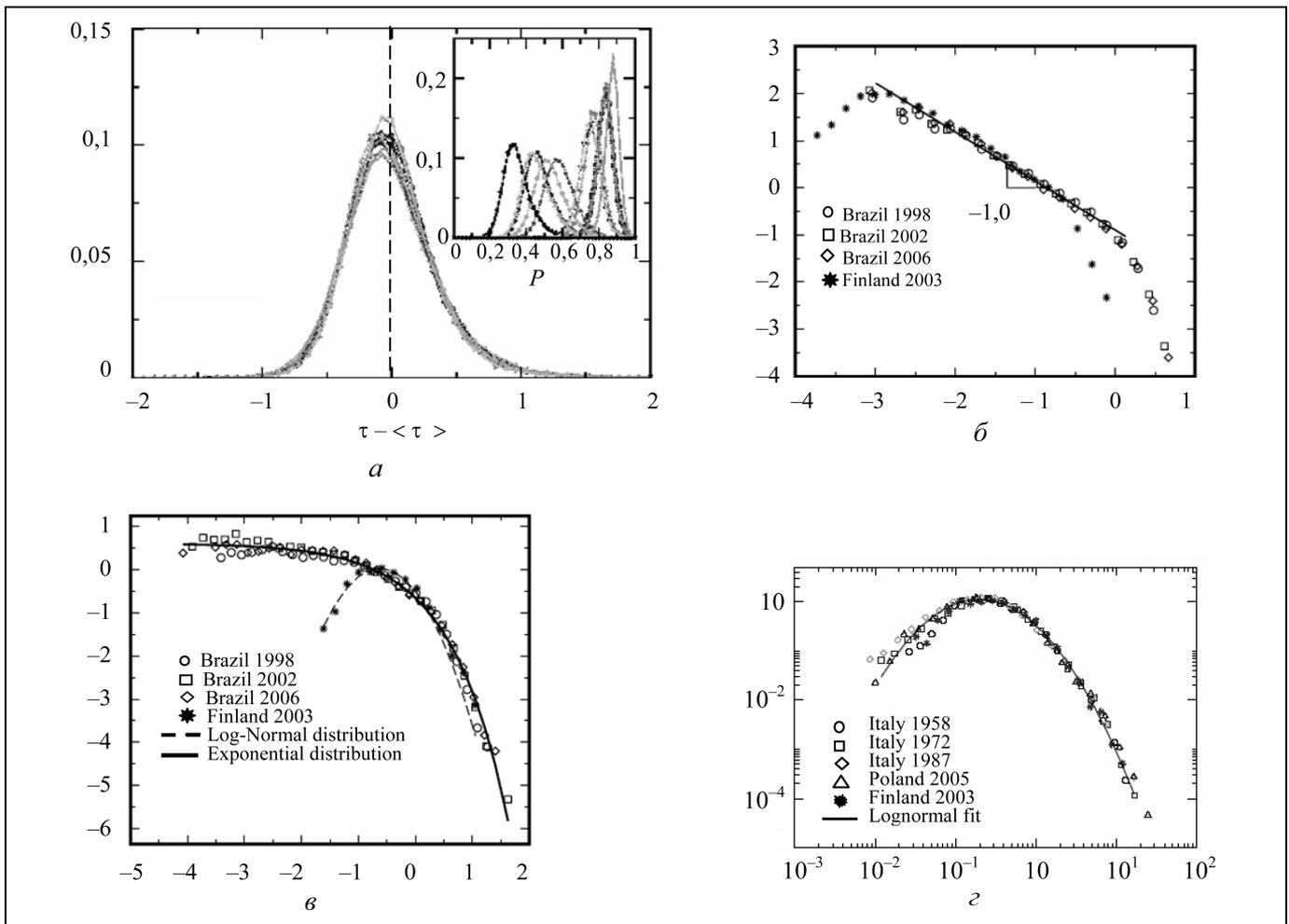
При имитационном моделировании выборов методами теории игр, в частности, выделяют области устойчивости и динамического хаоса в различных политических системах [69]. Различные эмпирические формы «сродства» вместе с модификациями других параметров (вероятности голосования  $P_{ik}(u_{ik})$ , вида стохастического шума  $\xi_k$  и т. д.) повышают гибкость конкурентных моделей за счет снижения их предсказательной способности, тем самым ухудшая физическое обоснование теории. Стохастическую многомерную модель использовали для сравнения результатов голосования с опросами в ряде стран, включая парламентские выборы 2007 г. в РФ (где авторы выявили сильную корреляцию поддержки разных партий с отношением избирателей к президенту Путину) [70]. Исследования президентских выборов 2008 г. в Грузии и парламентских выборов 2010 г. в Азербайджане продемонстрировали раскол электората и высокие поправки на «сродство», соответственно, к президенту Саакашвили и к правящей партии «Новый Азербайджан» [71]. По конкурентным моделям выборов имеются обзоры на русском языке [65, 72].

В формализованных моделях  $n$ -мерное политическое пространство разбивается на непересекающиеся области: электораты различных партий. Геометрически они представляют собой *полиэдры Вороного—Дирихле*: совокупности точек пространства, расположенных ближе к точке платформы данной партии, чем к любой другой платформе, и отделенные от соседней совокупности точек  $(n - 1)$ -мерной гиперплоскостью (см. работу [73] и цитированную в ней литературу). В указанной работе также представлены результаты компьютерных экспериментов на моделях с двумя видами

агентов — избирателями и партиями, предусматривавших возможность «рождения» и «смерти» партий. Эволюция партий на *электоральном ландшафте*, составленном из предпочтений избирателей, по содержанию близка к движению видов на адаптационном ландшафте в моделях эволюционной биологии. Расчеты показали уменьшение суммарной полезности партийной конфигурации для избирателей (т. е. снижение представительности выбранного органа) при оппортунистских стратегиях партий или (и) повышении барьера их прохождения в парламент («порога смертности»). Развитие исследований предполагает введение в модель политических конкурентов со стратегией хищника [73].

В последние годы к анализу результатов голосования начинают применять методы обработки данных, заимствованные из физики. Так, на 13 различных выборах и референдумах национального и общеевропейского масштаба, происходивших во Франции в 1992—2009 гг., распределения логарифма отношения голосовавших избирателей к неголосовавшим  $\tau_i = \ln[N_i^+ / (N_i - N_i^+)]$  (где  $N_i^+$  — число проголосовавших,  $N_i$  — общее число избирателей в  $i$ -й территориальной единице) по ~36 тыс. муниципальных единиц (коммун) оказались одинаковыми (рис. 6, а). Корреляции этой доли между разными коммунами  $C_\tau(r)$  линейно убывали с увеличением  $\ln(r/L)$ , где  $r$  — расстояние,  $L \approx 300$  км — эмпирически заданная предельная дальность влияния, постоянная во всех выборах. На этом основании авторы построили двумерное диффузионное распределение «социального поля», отражающего активность электората [76]. (В отличие от рассмотренных выше политологических схем, «социальное поле» реконструировалось на реальной территории Франции). В серии работ по итогам региональных и федеральных выборов в Бразилии [77, 78] и ряде других стран [78, 79] для большинства кандидатов от всех партий зафиксировано распределение Парето по доле полученных голосов с показателем степени  $\alpha \approx 1$  (рис. 6, б). В то же время для государств с пропорциональной системой выборов (по партийным спискам кандидатов) распределения числа кандидатов *одной и той же партии* по доле голосов, полученных ими в избирательных округах, оказались разными: в Бразилии это обратное экспоненциальное (рис. 6, в), а в ряде стран Европы — лог-нормальное распределение [80, 81] (рис. 6, г).

Замечательное соответствие «относительной успешности» депутатов внутри партийных списков  $v_{ik} / \langle v \rangle_k$  в нескольких европейских странах (где  $v_{ik}$  — число голосов, полученных  $i$ -м депутатом от  $k$ -й партии,  $\langle v \rangle_k$  — среднее число голосов, поданных за



**Рис. 6. К анализу результатов голосования:** *a* — нормированные распределения логарифма отношения чисел проголосовавших и неголосовавших избирателей в муниципальных единицах Франции в 1992 — 2009 гг. относительно среднего; на врезке — абсолютные значения [76]; *b* — распределение долей голосов, поданных за кандидатов, на выборах в Бразилии (1998, 2003, 2006 гг.) и Финляндии (2003 г.) в двойных логарифмических координатах [78]; *v* — то же для относительной успешности  $v_i/\langle v \rangle$  кандидатов в партийном списке: сплошная линия — экспоненциальное падение, штриховая линия — лог-нормальное распределение (Финляндия); *z* — соответствие относительной успешности кандидатов внутри партийных списков лог-нормальному распределению для выборов в Европе [80]

депутата  $k$ -й партии в избирательном округе) единому лог-нормальному распределению, по мнению авторов [80], выявило «общую микроскопическую динамику процесса голосования, не зависящую от исторического, политического или/и экономического контекста». По нашему мнению, распределения на рис. 6 скорее отражают единую стохастическую мультипликативную природу процесса агитации (либо рекламы нового товара, см., например, [82]), в начальной фазе которого поддержка избирателей возрастает экспоненциально с ростом активности кандидатов — т. е. их затрат на избирательную кампанию (идеализированная динамика «диффузии инноваций», см. пп. 3.2.5 в ч. 2). (Авторы работ [80, 81], предполагавшие, что в ходе агитации за кандидата число его сторонников растет в геометрической прогрессии, воспроизводили

в моделях именно этот механизм). В таком случае рис. 6, *z*, видимо, показывает гауссово распределение средств, выделяемых кандидатам на предвыборную кампанию партиями в Европе, рис. 6, *v* — самофинансирование большинства кандидатов в Бразилии [83] (см. обратное экспоненциальное распределение индивидуального благосостояния, составившее основу «кинетической теории денег», пп. 3.3.4 в ч. 2), а рис. 6, *a* — интенсивность агитации населения партиями и СМИ в разных муниципальных единицах Франции. Статистические методы применялись и к анализу результатов выборов в России [84, 85].

С 1980-х гг. в США разрабатывается такой инструмент мониторинга избирательных кампаний, как «рынок политического анализа» (policy analysis market). В этом особом виде тотализатора однажды

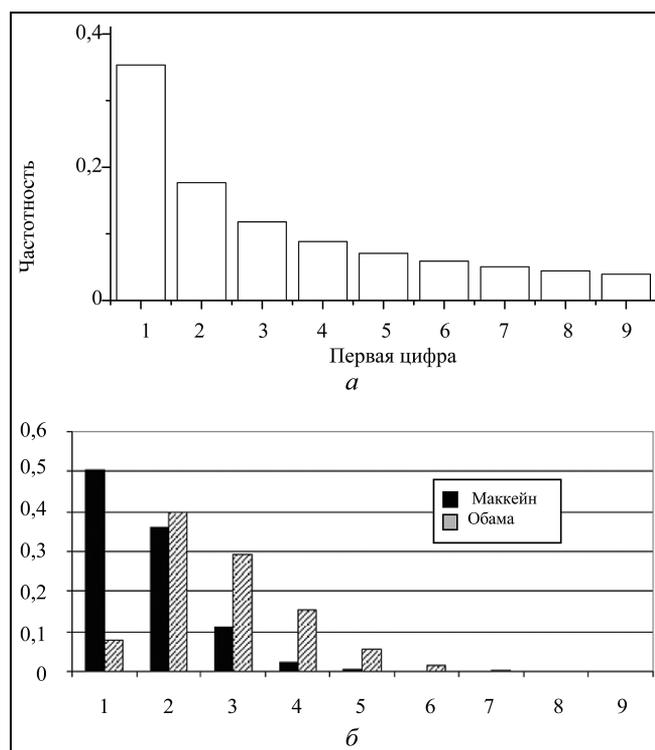
сделанные ставки на наступление того или иного политического события вплоть до даты его наступления могут покупаться и перепродаваться игроками как фьючерсные контракты на бирже, а мерой вероятности реализации события служит «цена» его прогноза [86–90]. Главными идеями проекта являются косвенное привлечение информации от массы игроков (так наз. *crowd sourcing*) и применение развитого аппарата теории финансов для политического прогнозирования. Электронный «рынок выборов», организованный Iowa State University в 1992 г., участвовал в предсказании результатов ряда парламентских и президентских кампаний в США, Франции и России [86]. Эксперимент по мониторингу этим методом политики арабских стран, начатый в 2001 г. правительственной организацией Defense Advanced Research Project Agency (DARPA), вызвал волну критики и был остановлен в 2003 г. [87], но работы по биржевому прогнозированию политики продолжают-ся [88], в том числе с помощью методов эконофизики [89, 90]. По сравнению с довольно прозрачными конкурентными моделями политологии, «биржа прогнозов» кардинально усложняет описание политической кампании и позволяет крупным игрокам устанавливать «ценовой прогноз» наперед заданных результатов (см. пп. 3.3.1 в ч. 2).

Одним из инструментов статистического анализа результатов голосования служат *законы Бенфорда* [91]: логарифмическое падение частотности первой значащей цифры  $d_1$  в больших числовых массивах при изменении этой цифры от 1 до 9 (первый закон Бенфорда) и более медленное снижение частотности с возрастанием второй значащей цифры (второй закон Бенфорда). Обе закономерности справедливы для выборок разнородных численных данных («выборки из выборок»), обладающих приближенной масштабной инвариантностью. В десятичной системе

$$P(d_1) = \lg(1 + 1/d_1),$$

$$P(d_2) = \sum_{d_1=1}^9 \lg\left(1 + \frac{1}{\{d_1 d_2\}}\right), \quad (4)$$

где  $0 < P(d_i) < 1$  — соответственно доли чисел с первой цифрой  $d_1 = 1, 2, \dots, 9$  (рис. 7, *a*) или второй цифрой  $d_2 = 0, 1, 2, \dots, 9$  в общем объеме данных, а символами  $\{d_1 d_2\}$  обозначено составленное из них двузначное число. (Частотности последующих цифр  $d_i$ ,  $i > 2$ , близки к равномерному распределению). Отклонение распределений от закономерностей (4) (например, в финансовой отчетности [91] либо в числе поданных голосов по территориальным единицам) может указывать на фальсификацию; при проверке результатов голо-



**Рис. 7.** Анализ результатов голосования с помощью закона Бенфорда: *a* — распределение Бенфорда; *б* — распределение первой цифры в числе голосов, поданных на выборах президента США 2008 г. на избирательных участках в округе Суахога штата Огайо (более 1 400 участков, 658 302 проголосовавших) [93]

сования распространен тест по второй цифре [92]. На практике «закон Бенфорда» не универсален (ему не подчиняются, например, значения одной случайной величины с гауссовым распределением), и его пригодность для выявления манипуляций при подсчете голосов оспаривается (рис. 7). Неопределенность результатов теста способствует его избирательному применению к политическим противникам.

Большой интерес для изучения электоральной практики представляет разделение голосов поровну между двумя кандидатами, моделированное Галлом [39–41] и другими авторами [94]. Начиная с выборов президента США в 2000 г., такие аномальные распределения, противоречившие предвыборным социологическим опросам (но очевидно облегчающие манипуляции при подсчете бюллетеней и воспроизведенные «биржевыми» прогнозами [86]), наблюдались в ряде западных стран [40]. Для их объяснения использовалась концепция «тактического голосования» [94] (с попыткой оценить гипертрофированное влияние опросов уже проголосовавших (exit-polls) на конечный результат), модели «неуступчивого меньшинства», «протестного голосования» (contrarians) и алгоритмы управления общественным мнением,

рассмотренные в пп. 3.4.1. При весьма вероятной политтехнологической природе «аномального» разделения голосов, в его основе, по-видимому, лежит безразличие избирателей [65] к кандидатам, выдвинутым официальными политическими структурами.

### 3.4.3. Математические модели культурологии

Нейтральным термином «культурология» в современных политических науках обозначают исследование однородности и устойчивости социально-политических систем с особым вниманием к дестабилизирующим факторам, прежде всего этническим и религиозным. Моделирование в этой области восходит к работе Томаса Шеллинга (одного из основателей математической политологии), посвященной анализу расовой сегрегации в американских городах [95]. В простейшей модели «черные» и «белые» клетки, стохастически размещенные в квадратной решетке с вакансиями, мигрировали из тех положений, где доля соседей противоположного цвета по периметру клетки превышала заданный порог толерантности  $p_0$ , в случайно выбранные места с комфортным окружением. Общественный резонанс вызвала не столько запрограммированная сегрегация черных и белых клеток, сколько ее возникновение при низкой «нетолерантности»  $1 - p_0 = 0,25$ , когда окружение лишь с двумя клетками «своего» цвета из восьми соседних все еще оставалось комфортным. Детализированные версии модели Шеллинга до сих пор рассматриваются в литературе [96, 97].

С 1980-х гг. математические модели применяются для поиска возможных механизмов *солидарности* агентов с более сложным поведением. В серии работ Р. Аксельрода и соавт. [98–101] исследовалась возможность сотрудничества эгоистических агентов, стремящихся увеличить (каждый свою) энергоподобную функцию полезности. Для решения этой непростой задачи методами теории игр применялась модель, называемая в литературе *дилеммой заключенного* (prisoner's dilemma, также «дилемма бандита»), в которой на каждом шаге моделирования два агента — «подследственных» — независимо решают: выдать сообщника («-») в обмен на смягчение наказания либо не выдавать («+») в расчете на взаимную солидарность. Функция полезности каждого агента («тюремный срок», взятый с обратным знаком) подчиняется неравенству  $u(- +) > u(+ +) > u(- -) > u(+ -)$ , где первый знак соответствует решению агента, второй — его сообщника. При решении сообщника «+» (солидарность) агент в варианте (- +) выходит на волю или, в комбинации (+ +), получает минимальный срок, в противном случае наказывается (в варианте  $u(+ -)$  более сурово). Несимметричное расположение «уровней полезности» с условием

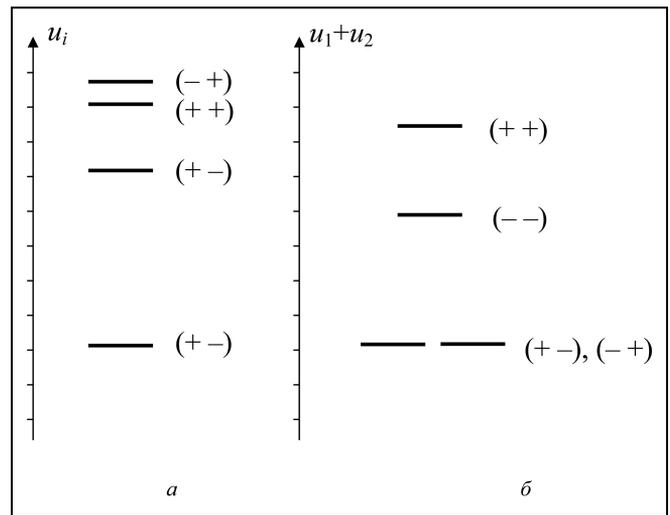


Рис. 8. Индивидуальная (а) и суммарная (б) целевые функции агентов в «дилемме бандита»

$u(+ +) + u(+ -) < u(- +) + u(- -)$  делает оптимальной для обоих агентов стратегию «всегда предавать», не отвечающую максимуму суммарной полезности  $u_1 + u_2$ ; равновесие Нэша в этой модели не совпадает с оптимумом Парето (рис. 8). В эволюционном варианте «дилеммы бандита» с многократным повторением выбора и памятью у агентов, наряду с эгоистической, возникает более продуктивная стратегия *условного сотрудничества* «око за око». В ее рамках на каждом шаге игры агенты воспроизводят предыдущий выбор противника, а делающий первый ход выбирает сотрудничество:  $(+, x)_1 \rightarrow \dots \rightarrow (x, +)_t \rightarrow (+, x)_{t+1}$ ;  $(x, -)_t \rightarrow (-, x)_{t+1}$ , где  $x$  соответствует любому выбору, подстрочный индекс — номер шага (см. также [5]).

Эволюционная «дилемма бандита», которую ее автор назвал своим именем (*модель Аксельрода*), первоначально иллюстрировала совместимость сотрудничества особей с борьбой за выживание в дарвиновской эволюции [98]. Варианты этой модели с разным числом агентов, флуктуациями выбора («шумом»), конечным числом циклов и др. [99] распространены в социофизической и политологической литературе (с их помощью, в частности, разъясняется механизм гонки вооружений). Однако сильная солидарность индивидуумов (начиная с общественных насекомых включающая альтруизм и самопожертвование [102]), очевидно, не воспроизводится в группах homo economicus. Запрет эгоистических стратегий в работах Аксельрода и соавт. моделировала значительно более сложная многопараметрическая *игра в норму* (где назначался высокий штраф за нарушение со-



трудничества) [100] либо альтруизм агентов прямо постулировался в модели [101].

Простота манипулирования сообществом крайних индивидуалистов была хорошо формализована уже в середине XX в.<sup>2</sup> Относительную устойчивость стратегий эгоизма и коллективизма в реалистической социальной среде в последние годы исследовали П.Ю. Чеботарев и соавт. (см. работы [103, 104] и цитированную в них литературу). В исходном варианте модели  $N$  агентов с определенными начальными значениями «капитала»  $\{m_i\}$  (где  $i = 1, 2, \dots, N$  в интервале  $N$  от единиц до нескольких тысяч) на каждом шаге  $t$  голосованием  $\{v_i(t) = \pm 1\}$  принимали или отвергали «предложение» в виде вектора стохастических приращений капитала  $\Delta \mathbf{M}(t) = (\delta m_1(t), \delta m_2(t), \dots, \delta m_N(t))$ , руководствуясь одной из двух стратегий: эгоистической либо групповой. В отличие от первой, т. е. стратегии homo economicus ( $\delta m_i < 0 \rightarrow v_i = -1$ ), в групповой стратегии  $i$ -й агент поддерживал ( $v_i = +1$ ) предложение, увеличивающее капитал группы  $\sum \delta m_j > 0$  независимо от знака его собственного

приращения  $\delta m_i$ . При  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i > \alpha$  (где  $0 \leq \alpha \leq 1$  — порог принятия решения при голосовании) предложение принималось, в противном случае голосование повторялось с новым стохастическим предложением  $\Delta \mathbf{M}(t+1)$ .

Как в аналитических, так и в численных решениях, полученных авторами [103], для гауссова распределения приращений  $\{\delta m_i\}$  с нулевым или отрицательным математическим ожиданием (нейтральная либо неблагоприятная среда) при любом размере группы  $N_1$  побеждала групповая солидарность: среднее  $\langle m_i \rangle$  по группе превышало  $\langle m_i \rangle$  эгоистических агентов. При свободном изменении участниками своей стратегии это приводило к росту численности группы; такую динамику авторы назвали «снежным комом кооперации». В то же

время благоприятная среда при достаточно высоком (по отношению к стандартному отклонению) среднем случайного приращения капиталов и определенных порогах голосования стимулировала эгоизм. В развитие этой модели рассматривались две (что соответствует двухпартийной политической системе [104]) и большее число конкурирующих групп, варьировались правила изменения участниками своих стратегий, изучались иные стратегии — в частности, лоббирование интересов социальных слоев и альтруизм. Наличие в системе сравнительно небольшой (около 10 %) доли альтруистов (поддерживающих лишь увеличение совокупного капитала общества либо его беднейшей части) существенно изменяло социальную динамику, увеличивая средний капитал агентов, нивелируя преимущество групп перед эгоистами и повышая устойчивость общества к воздействию неблагоприятной среды.

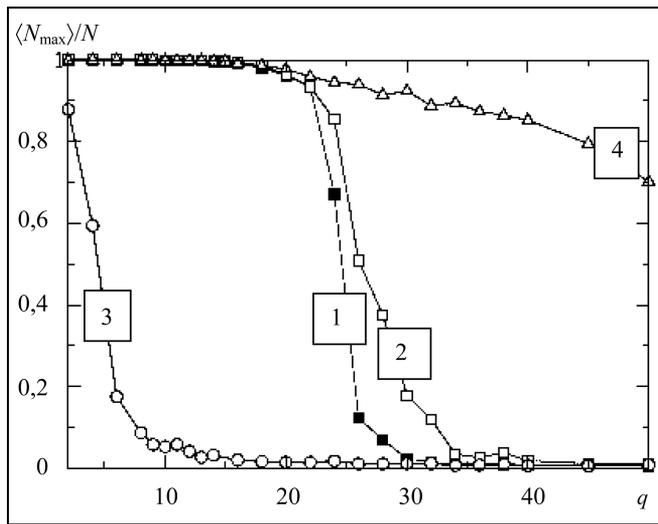
Еще одна модель Аксельрода, обычно и цитируемая в литературе под этим названием [17], анализирует изменения многопараметрической характеристики агентов с несколько неопределенным названием «культура», которой обозначена совокупность привычек, верований и поведенческих реакций людей. (Сравнение численных характеристик разных человеческих сообществ и групп, устанавливаемых по экспертным оценкам, применяется в целом ряде дисциплин, включая антропологию [105], лингвистику [106], классическую политологию [107] и современную политическую экономию [108]). В модели Аксельрода [109], развивающей социофизический подход к исследованию динамики мнений, «культурные характеристики» агентов, расположенных в квадратной решетке (в позднейших вариантах в узлах сети [17]) задаются  $F$ -мерным вектором «культурных признаков»  $(f_1, f_2, \dots, f_F)$ , каждой координате которого соответствует целочисленная «интенсивность» признака  $f_k \in \{1, 2, \dots, q\}$ . Для случайно выбираемой пары соседних агентов  $(i, j)$  рассчитывается степень близости  $0 \leq \omega_{ij} \leq 1$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{F} \sum_{k=1}^F \delta[f_k(i)f_k(j)]$$

суммированием по всем признакам  $f_k$ , где  $\delta[f_k(i)f_k(j)] = 1$  при  $f_k(i) = f_k(j)$  и 0 в противном случае. С вероятностью  $\omega_{ij}$  один из признаков  $i$ -го агента  $f_m(i) \neq f_m(j)$ , по аналогии с моделью избирателя (см. пп. 3.4.1), заменяется на  $f_m(j)$ , далее процедура повторяется в других случайно выбранных парах соседей.

Подобно моделям распространения мнений, модель Аксельрода предсказывает сближение куль-

<sup>2</sup> В агентной модели из трех homo economicus  $A, B$  и  $C$ , первоначально имеющих по  $m_X = 100$  условных денежных единиц, три тура демократического голосования за предложение «отобрать у агента  $X$  100 у. е. и выдать по 1 у. е. остальным агентам» (где, последовательно,  $X = A, B, C$ ) приводят систему в состояние  $m_A = m_B = m_C = 2$  у. е., невыгодное всем голосовавшим. Алгоритм «демократической реквизиции» обобщается на любое число эгоистических агентов, большее 2 [103]. В более практическом варианте модели «управляющий центр»  $Z$  корректирует результаты случайного перераспределения средств между  $n$  агентами на каждом шаге дискретного времени и, при положительном итоге их голосования, оставляет себе небольшую сумму на организационные расходы — через некоторое число шагов аккумулируя почти все средства группы [4]. Подробнее о парадоксе голосования см. книгу Б.Г. Миркина «Проблема группового выбора». — М.: Наука, 1974. — С. 92—95.



**Рис. 9.** Зависимость параметра порядка  $N_{\max}/N$  (где  $N_{\max}$  — число агентов в максимальном однородном домене,  $N$  — общее число агентов) от амплитуды варьирования признаков  $q$  при  $F=5$  в модели сближения культур: 1 — при отсутствии внешнего поля ( $p=0$ ); 2 — при слабом внешнем поле ( $p=10^{-5}$ ); 3 — при сильном внешнем поле ( $p=0,3$ ); 4 — при слабом локальном поле с компонентами  $(m_1, \dots, m_F)$ , равными средним  $(f_1, \dots, f_F)$  в ближнем окружении агентов [111]

тур при взаимодействии индивидов (culture dissemination) и повышение вероятности взаимодействия с ростом степени их близости  $\omega_{ij}$  (homophily). В отсутствие шума при небольших  $F$  и  $q$  конечная совокупность  $N$  агентов приходит в одно из  $q^F$  гомотенных состояний «культурного консенсуса», однако при увеличении числа признаков или (и) расширении шкалы их интенсивности выше некоторого критического уровня  $q_0(F)$  в модели начинают преобладать полностью неупорядоченные метастабильные состояния. Добавление шума с частотой случайных изменений признака  $r < 1/\tau$ , где  $\tau \rightarrow N \ln N$  — среднее время релаксации изменений (в числе шагов), переводит эти неупорядоченные состояния в (динамический) консенсус. При высокочастотном шуме  $r > 1/\tau$ , отвечающем «термодинамическому пределу»  $N \rightarrow \infty$ , снова реализуется динамическое неупорядоченное состояние [110]. Воздействие  $F$ -мерного внешнего поля «пропаганды»  $\mathbf{M} = (m_1, \dots, m_F)$  [111], способной замещать качество  $f(i) \rightarrow m_j$  любого агента с заданной вероятностью  $p$ , при малой «интенсивности»  $p$  способствует достижению консенсуса, однако в пределе  $p \rightarrow 1$  также переводит однородную систему в неупорядоченное состояние (рис. 9).

В статьях последних лет [112, 113] (см. также обзор [17] и цитированную в нем литературу) рассмотрена эволюция культурных признаков на перестраиваемых сетях. В модифицированной

модели Аксельрода [113] к «географическому» расположению агентов на квадратной решетке с вакансиями добавлялись возможности их миграции по решетке и образования социальных связей с произвольными агентами, близкими по культурной характеристике. При низкой мобильности возникали слабо связанные группы однородных агентов, тогда как высокая мобильность (изображавшая глобализацию) в случае малых исходных различий агентов вызывала сближение их признаков, однако сеть из разнородных агентов после возникновения распадалась на кластеры. Предсказуемую фрагментацию почти однородного ансамбля наблюдали также в модели с «отталкиванием культур», где у агентов со степенью близости ниже заданного порогового уровня ( $\omega_{ij} < \gamma$ ) ранее одинаковый признак принимал разные значения [114].

Перечисленные результаты позволяют по-новому взглянуть на пропаганду этнической и региональной самобытности различных групп населения России [115, 116] (цели которой, впрочем, на эмпирическом уровне представляются вполне очевидными). Возникновение *этноцентризма* (варианта рассмотренной выше групповой солидарности) как устойчивой стратегии поведения также моделировали в варианте эволюционной «игры в жизнь» с четырьмя видами агентов ( $A, B, C$  и  $D$ ), мутациями и четырьмя наследуемыми стратегиями сотрудничества: со всеми (+ +), только со своим видом (+ -), только с чужими видами (- +) и ни с кем (- -) [117]. Хотя результат прямо следовал из условий модели (выгоды сотрудничества при неравной полезности стратегий для вида  $X$ , что делало «этноцентрические» кластеры  $X(+ -)$  самыми эффективными), цитируемая работа хорошо иллюстрирует интерес политологов к этнической сегрегации (см. также анализ факторов, дестабилизирующих общество в странах Центральной Азии — в том числе с построением когнитивных карт [118]). Теоретико-игровому моделированию сотрудничества и конфликтов в человеческом социуме посвящена серия работ Д. Хелбинга и соавт. [119–122].

#### 3.4.4. Моделирование конфликтов и войн

К рассмотренному выше (квази)физическому моделированию политических и культурных предпочтений примыкает расчетное моделирование конфликтов, где компьютерные эксперименты также были начаты в 1970-е гг. [123, 124]. В большинстве моделей социальных конфликтов рассматривается набор  $N$  подвижных агентов с двумя возможными состояниями «спокойствия» ( $x_i = 0$ ) и «враждебности» ( $x_i = 1$ ) на определенном ландшафте в заданных внешних условиях; состояние системы отражает «средняя враждебность»  $(1/N)\sum_i x_i$ .



Популярная в политологии *модель Эпштейна* [125] оперирует гетерогенной совокупностью агентов:  $N$  активистов и  $P$  полицейских, одинаково способных перемещаться по квадратной решетке и «видеть» окружающие клетки в некотором ограниченном радиусе. Степень недовольства (grievance) каждого активиста задается произведением параметров  $G_i = H_i(1 - L)$ , где  $H_i$  — тяжесть его положения (hardship),  $L$  — одинаковая для всех агентов легитимность власти, и  $H, L \in [0, 1]$  (т. е.  $0 \leq G \leq 1$ ). С учетом вероятности ареста

$$p_i = [1 - \exp(-kP_i/N_i^*)] \quad (5)$$

(где  $P_i$  и  $N_i^*$  — соответственно число полицейских и число восставших в области видения  $i$ -го активиста,  $k$  — эмпирический параметр) и «осторожности»  $r_i \in [0, 1]$ , активист находится в спокойном «синем» состоянии ( $x_i = 0$ ) при  $G_i - p_i r_i \leq G_0$ , а при  $G_i - p_i r_i > G_0$  восстает, переходя в «красное» состояние ( $x_i = 1$ ). Полицейские, перемещаясь по решетке, «арестовывают» восставших (красных) активистов на соседних клетках, фиксируя их на клетке в спокойном (синем) состоянии на определенное число шагов  $\Delta t$ . Порог толерантности  $G_0$ , расположение агентов на решетке и случайные параметры активистов ( $H_i, r_i$ ) задаются на первом шаге моделирования; «состояние масс» на шаге  $t$  выражается как суммарным недовольством агентов  $G(t) = \sum G_i(t)$ , так и числом восставших  $N^*(t)$ .

При своем игровом и отчасти пародийном характере, модель Эпштейна воспроизводит некоторые существенные черты политического кризиса: «покраснение» активистов при их сближении в «толпу» и при отдалении полицейских (см. формулу (5)), хаотические всплески  $N^*(t)$ , предваряемые ростом «напряженности»  $G(t)$ , очевидное увеличение  $N^*$  в результате «либерализации» (уменьшения  $P$ ) и менее тривиальную динамику  $N^*(L)$  при существенном постепенном снижении либо небольшом, но резком падении легитимности  $L$  (во втором варианте наблюдается всплеск  $N^*$ ) [125]. По содержанию она принадлежит к области математических моделей *порогового поведения* [126], которую можно поместить на границе социологии с социофизикой (сюда относится, например, и упомянутая ранее шеллинговская модель расовой сегрегации [95]). Развитию и усложнению модели Эпштейна посвящен ряд работ [127—130] и программ [131, 132]; недавно ее применили к анализу преступности [133]. Хотя их физическая обоснованность не вполне очевидна, «модели восстаний» в последние годы также относят к социофизике.

Новой областью интересов физиков в 2000-е гг. стали военные конфликты, включая гражданские

и партизанские войны (ныне чаще называемые террористической деятельностью). Подобно экономическим исследованиям (см. ч. 2), эти работы опираются на введенные в научный обиход компьютерные банки данных — такие как находящиеся в США базы «RAND Corporation» [134] или проекта «Correlates of War» (COW) [135] — и развиваются параллельно с «классическими» моделями политологии и военных наук.

Количественные соотношения современных теорий войны включают, например, выведенные в 1916 г. уравнения Ланчестера [136]

$$dA/dt = -(\alpha/\beta)A^{(2-m)}B,$$

$$dB/dt = -(\beta/\alpha)AB^{(2-m)},$$

которые связывают потери двух армий в ходе боевых действий с их численностью ( $A, B$ ) и эффективностью ( $\alpha, \beta$ ). Решение

$$A_0^m - A(t)^m = (\beta/\alpha)[B_0^m - B(t)^m]$$

задает поражающую силу войск: при множественных столкновениях один на один в отсутствие координации (древние войны) она пропорциональна численности ( $m = 1$ ), тогда как для сражений с использованием тактики и огнестрельного оружия (но без средств массового уничтожения, начиная с пулеметов)  $m = 2$ . (Линейному закону Ланчестера подчиняются, например, потери сторон при взаимном истреблении муравьев [137]). В 1948 г. Ричардсон эмпирически установил обратное степенное распределение частотности военных потерь по их интенсивности [138], оказавшееся справедливым также для гражданских войн [139], столкновений в ходе одного военного конфликта и актов террора [140].

Многие современные модели войны основаны на *теории торга* (bargaining theory), сформулированной Т. Шеллингом в 1960 г. [141]. Эта теория, в современных терминах относящаяся к политической экономии, рассматривает противостояние государств как торг агентов за ограниченные или неделимые ресурсы в дестабилизирующих условиях (неполная искаженная информация, низкий уровень доверия), который провоцирует боевые действия, продолжается в ходе них и завершается сделкой, т. е. заключением мира [142—144]. В моделях торга, применяемых и к гражданским войнам [145], используется теория игр [146]. Таким образом, развитое математическое описание военных конфликтов возникло задолго до появления социофизики.

Доля стран мира, переживающих гражданскую войну, линейно возрастала с ~10 % в 1950 г. до ~20 % в 1990 г. (при удвоении общего числа стран из-за распада колониальных империй) и достигла

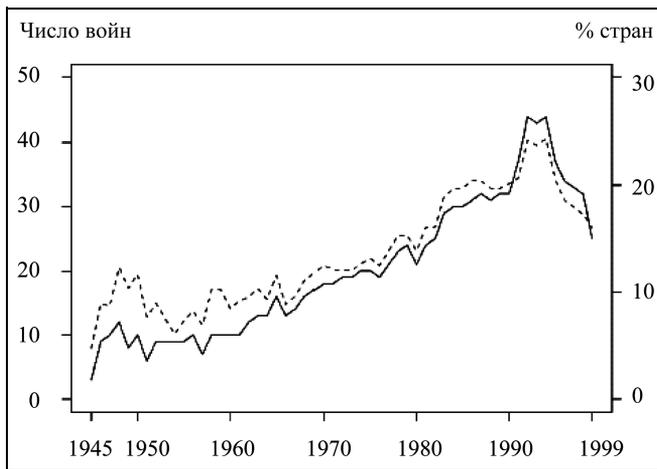


Рис. 10. Число текущих гражданских войн в 1945—1999 гг. (сплошная линия) и доля стран мира, переживающих такие конфликты (штриховая линия) [147]

25 % в первой половине 1990-х (рис. 10). Последующее резкое снижение, представленное в статье [147] 2003 г., не вполне согласуется с позднейшими выводами Эпштейна и соавт. [127]; оно могло быть вызвано отсутствием данных 1998—2002 гг. по так называемой «мировой войне в Африке» (свыше 15 конфликтов, в которых погибло около 4 млн. чел. [148]); в 2010—2011 гг. число военных конфликтов вновь увеличилось. Затяжной характер современных гражданских войн (на 1999 г. их средняя продолжительность составляла 16 лет [149]) и большое число жертв (16,2 млн. чел. с 1945 по 1999 г.) определяются партизанской тактикой слабейшей стороны, которая позволяет небольшим организованным группам эффективно действовать против армий и других государственных учреждений диверсионными методами [147].

Динамика потерь полиции и армии в действиях против партизан, вызвавшая основной интерес

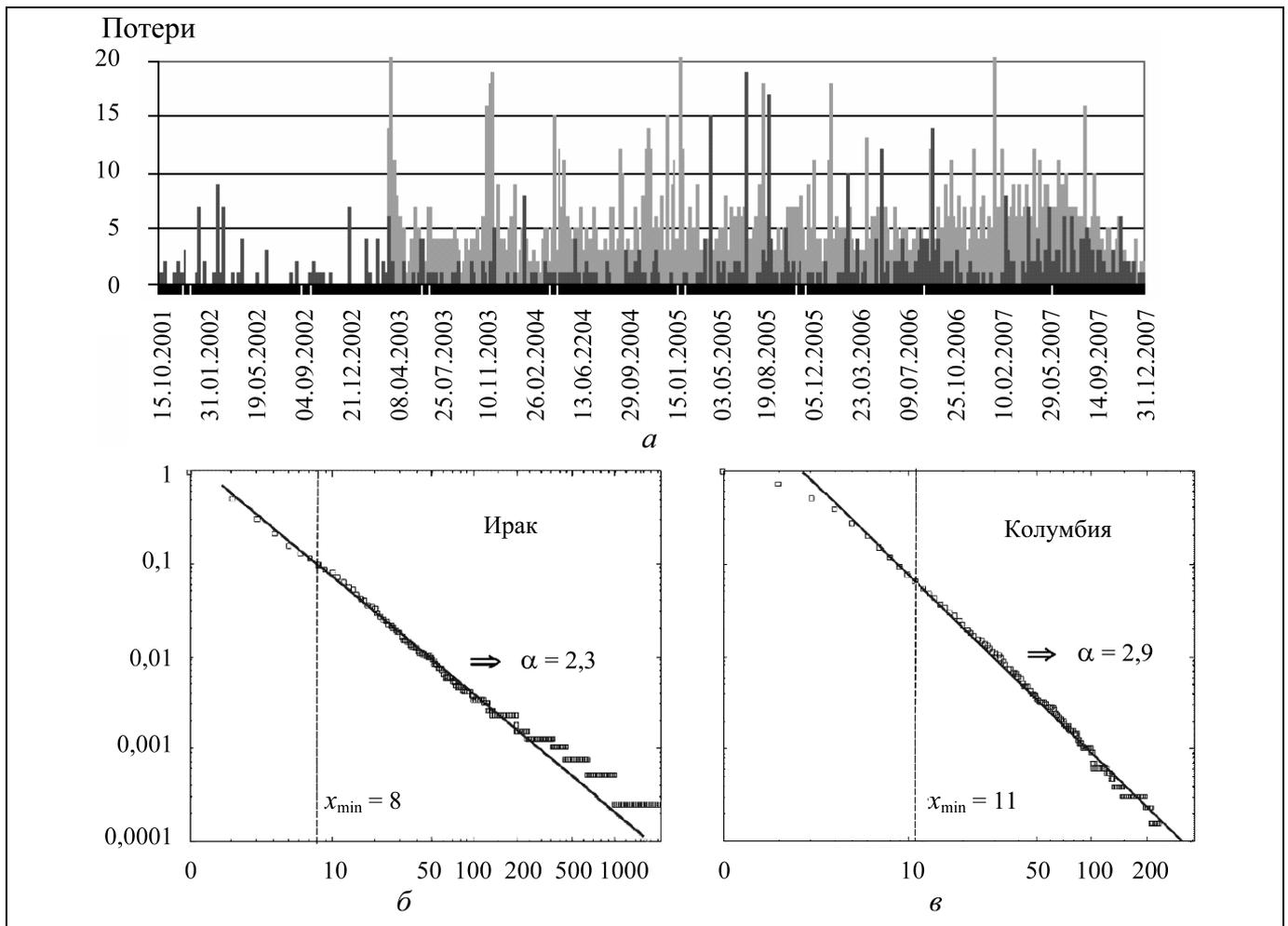


Рис. 11. Динамика и частотность потерь армии: *a* — динамика потерь союзной коалиции в Ираке (серая гистограмма) и Афганистане (темная гистограмма) в 2001—2007 гг. [149]; *б* — кумулятивное распределение частотности потерь армии при боевых столкновениях в Ираке 2003—2005 гг., двойные логарифмические координаты; *в* — то же для гражданской войны в Колумбии, 1988—2004 гг. [150]



физиков, характеризуется нерегулярными «выбросами» и разделяющими их периодами затишья (рис. 11, а). Частотность потерь и продолжительность интервалов между столкновениями, подобно многим другим статистическим характеристикам социальных систем, распределены по обратному степенному закону  $P(x) \sim x^{-\alpha}$  с близкими показателями степени  $\alpha$  для войн в разных странах (рис. 11, б). Первоначально такие распределения воспроизводились клеточной моделью «лесного пожара» [139] (в клетках квадратной решетки случайным образом возникали «деревья» и, с относительной частотностью  $\sim 10^{-2}-10^{-3}$ , «очаги возгорания», полностью уничтожившие связанный кластер соседних клеток) и моделью «ассоциации — диссоциации» в системе из  $N$  частиц (кластер из  $s$  частиц, случайно выбираемый с вероятностью  $P(s) = sn_s/N$ , где  $n_s$  — число таких кластеров в системе, с вероятностью  $p$  распадался, а с вероятностью  $1 - p$  объединялся с другим случайно выбранным кластером [150, 151]). Вторая модель, в которой под кластерами подразумевались группы террористов, при  $p \ll 1$  дает стационарное распределение «поражающей способности» таких групп, предположительно пропорциональной их размерам [151]

$$n_s/N \approx [4(1 - p)/(2 - p)^2]s^{-5/2}$$

(вопреки «теории торга», эта модель предполагает непрерывные военные действия). Отметим, что рассмотренная ранее модель Эпштейна предсказывала не степенное, а экспоненциальное уменьшение частотности конфликтов с ростом их масштаба, т. е. доли «восставших»  $N^*/N$  [125]. В других схемах «мирное» ( $\sigma_i = +1$ ) и «агрессивное» ( $\sigma_i = -1$ ) состояния агентов распространялись по решетке как в моделях общественного мнения с «памятью» (см. пп. 3.4.1) [152]; взаимодействующие агенты, в рамках теории торга, выделяли часть своего ресурса  $\rho^{(i)}(t) = \rho_1 + \dots + \rho_{i-1} + \rho_{i+1} + \dots + \rho_N$  на «оборону» от остальных агентов, которые в случае  $m_j(t) > \rho_j$  (где  $m_j(t)$  — ресурс  $j$ -го агента на шаге  $t$ ) начинали войну, выделяя на нее часть своего ресурса  $w_j(t+1) = m_j(t) - \rho_j$  [149]; на решетке задавалась совокупность граничащих друг с другом областей («государств»), которые распределяли свои ресурсы для защиты от соседей и для нападения на них [153], и т. д. В работе [154] некоторые из этих моделей были подвергнуты критике; также в ней обсуждался общий безмасштабный характер социальных процессов и структур.

Серия статей Л.-Э. Цедермана и соавт. (см. работу [155] и цитированную в ней литературу) легла в основу комплекса программ «Geographic Research

on War Laboratory» (GROWLab), позволяющего, в частности, моделировать этнические конфликты на реальном ландшафте в существующих странах мира [156]. (Компьютерные военные игры, основанные на имитационном моделировании, в настоящее время составляют часть тактической подготовки офицеров [136].) В последние годы швейцарская политологическая школа изучает причинно-следственную связь гражданских войн с глобальной демократизацией [157].

Длительный самоподдерживающийся процесс гражданской войны в современной литературе принято относить к проявлениям «самоорганизованной критичности» (self-organized criticality) [139, 149, 152—154]. Этот термин, впервые предложенный в 1987 г. П. Баком и соавт. [158], относится к квазистационарной совокупности (нелинейно) связанных друг с другом структурных единиц (частиц), каждая из которых обладает набором состояний с разной энергией (в простейшем случае — двумя состояниями «1» и «0») и может с вероятностью  $p_1$  переходить из метастабильных состояний в более стабильные («1 → 0»), с вероятностью  $p_2$  индуцируя подобные переходы в соседних, т. е. связанных с ней частицах. В подобной системе, наглядным образом которой служит поверхность кучи песка, появление новых метастабильных частиц приводит к каскадным процессам (осыпанию лавин), возвращающим систему к квазиравновесному критическому состоянию (рис. 12). Другим примером «самоорганизованно критической» системы служит упомянутая ранее модель лесного пожара на квадратной решетке (распределение песчинок по поверхности склона соответствует искаженной гексагональной сетке [159]). Обе модели

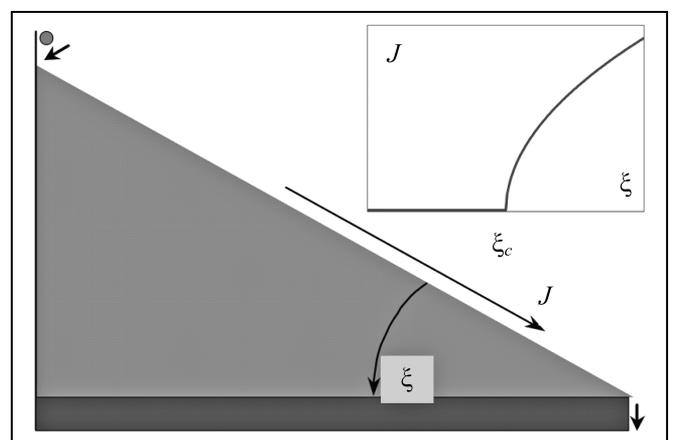


Рис. 12. Поверхность кучи песка:  $\zeta$  — угол наклона,  $J$  — поток песчинок,  $\zeta_c$  — критический угол; на врезке зависимость  $J(\zeta)$  [159]

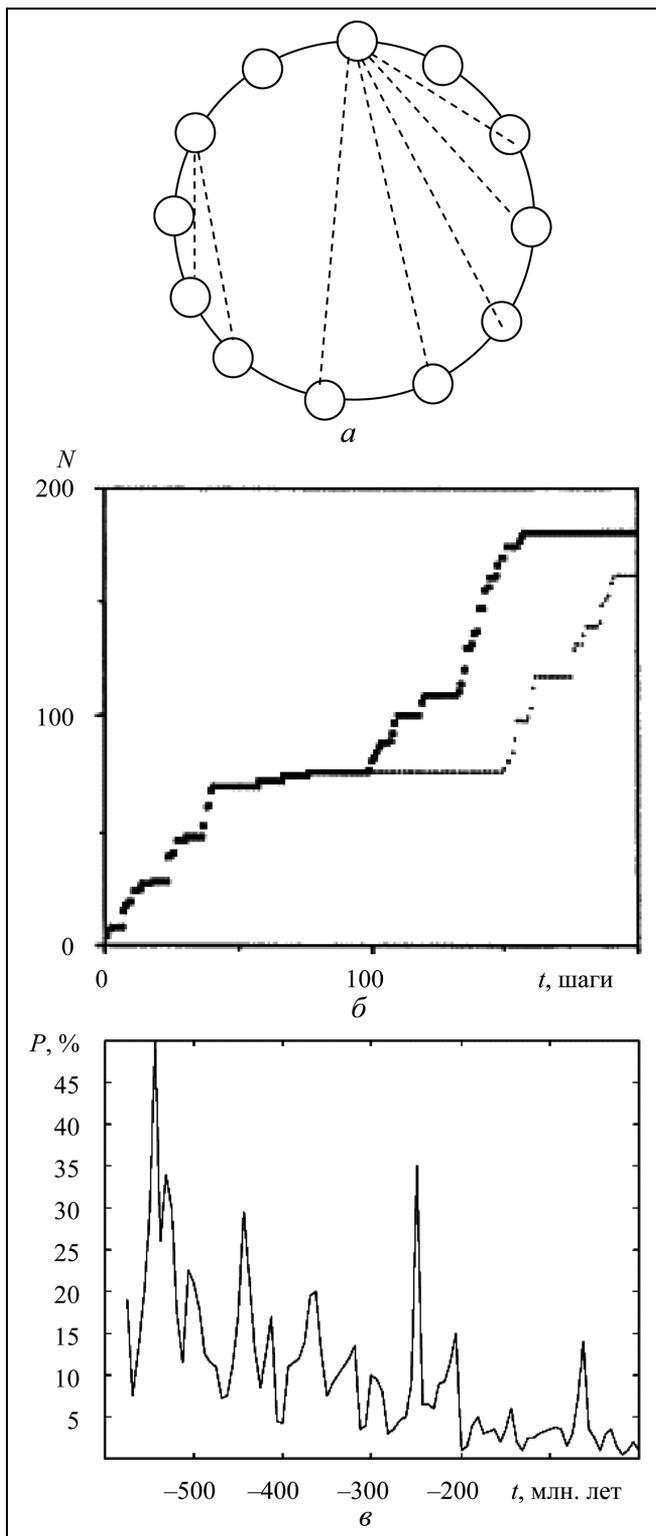


Рис. 13. «Трофическая цепь» (а) и динамика мутаций  $N(t)$  в одном ее звене (б) — в модели Бака — Снеппена [160]. Штриховые линии на первом рисунке соответствуют взаимодействиям политических субъектов в модели внутренних войн средневекового Китая [163]. Два «точечных» графика на втором рисунке различаются одним (первым) шагом адаптации. Динамика исчезновения видов морских животных по палеонтологическим данным (в);  $P$  — доля видов, вымерших за 5 млн. лет [161]

предсказывают обратное степенное распределение вероятности релаксационных явлений  $P \sim I^{-\alpha}$ , где  $I$  — интенсивность явления: площадь пожара, число песчинок в лавине и др.

Состояние «самоорганизованной критичности» логически связано с моделью Бака—Снеппена [160], возникшей в эволюционной биологии [161, 162] и распространившейся на многие разделы современной физики. Эволюцию вида в математических моделях биологии отражает движение к максимуму на энергоподобной гиперповерхности «адаптационного ландшафта», заданного в пространстве признаков. При малом влиянии каждого отдельного вида на состояние всей системы поиск максимумов — например, методом Монте-Карло, где роль температуры играет интенсивность мутаций — происходит на «жестком» ландшафте, приводя к локальным равновесиям, равнозначным прекращению эволюции. Другое крайнее состояние с сильным влиянием мутаций на адаптационный ландшафт тоже делает эволюцию невозможной из-за постоянного изменения «формы» гиперповерхности. В модели Бака — Снеппена, также называемой моделью *нарушенного равновесия* (punctured equilibrium), допускаются редкие катастрофические события, которые приводят к вымиранию видов с изменением адаптационного ландшафта, на фоне постоянного движения системы к относительно устойчивым максимумам адаптации. В простейшем варианте модели набор взаимозависимых видов («трофическая цепь») представляется совокупностью агентов с заданным численным признаком адаптированности  $f_i \in [0, 1]$ , расположенными на кольце (рис. 13, а). На каждом шаге модели признаки агента с минимальным  $f_i$  и двух его соседей заменяются случайным образом. Это может вызвать « $f$ -лаvinу», отражающую вымирание видов; распределение частотности лавин по числу участников (мере интенсивности событий) отвечает обратному степенному закону [159, 160].

Использование модели Бака—Снеппена в социофизике, в частности, позволило воспроизвести статистику войн между политическими единицами средневекового Китая. По историческим данным, распределение длительности межвоенных периодов, вместо обратной степенной зависимости, имело вид «растянутой экспоненты» (stretched exponential function)  $P = A \exp(-Bx^\alpha)$ , где  $P(x)$  — частотность интервала  $x = \Delta t$ . Авторы объяснили это более сложной структурой взаимодействий средневековых политических субъектов с центральным правительством и друг с другом (штриховые линии на рис. 13, а); в отсутствие дополнительных «центров силы» модель давала стандартное распределение Парето  $P \sim x^{-\beta}$  [163].



Динамика вымирания видов, установленная по палеонтологическим данным (рис. 13, б), качественно напоминает динамику боевых действий в современной партизанской войне (см. рис. 11, а) несмотря на разницу масштабов времени (соответственно миллионы лет и месяцы/годы). В политологической и социофизической литературе в терминах нарушенного равновесия нередко описывают военные действия. Всплескам насилия соответствуют лавины, возвращающие систему в околоритическое состояние [143, 149]. Моделирование военного противоборства с адаптивными агентами привело автора работы [149] к пессимистическому, хотя довольно очевидному выводу о том, что большая продолжительность гражданских войн объясняется эволюцией партизанских стратегий, приспособляемых к действиям правительственных войск. (В более простой модели «ассоциации — диссоциации» увеличение длительности войны при исходном соотношении популяций агентов  $A$  и  $B$   $90 : 10$  по сравнению с соотношением сил  $50 : 50$  объяснялось еще тривиальнее: низкой вероятностью встречи малочисленных партизан с преобладающими силами противника [151]).

Несмотря на нынешнее отсутствие принципиального решения, позволяющего регулярной армии быстро победить партизан в условиях демократии (т. е. ненулевой диффузии «восставших» агентов по территории страны), методы социофизики в последние годы активно привлекаются к задачам борьбы с терроризмом [164] — а также с любыми оппонентами, названными террористами. В политической публицистике самоподдерживающийся кризис называется состоянием «управляемого хаоса»<sup>3</sup>; ряд авторов объясняет кризисные события последних лет в странах «третьего мира» переходом руководства западных государств к стратегии управляемого хаоса<sup>4</sup> [165]. Некоторые американские политологи в 1990-е гг. действительно обосновывали необходимость «латиноамериканизации» человечества удобством управления квазистационарной системой после достижения ею состояния «самоорганизованной критичности» [167].

Социофизические работы 2011 г. предсказуемо отражают нарастание мирового кризиса и политическую радикализацию части научного сообщества в высокоразвитых странах. Так, на портале ArXiv

<sup>3</sup> Управлению хаосом посвящена обширная литература, см. например статью Андриевского Б.Р., Фрадкова А.Л. Управление хаосом: методы и приложения. II. Приложения // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 4. — С. 3—34.

<sup>4</sup> Если представители «экономического мейнстрима» вплоть до осени 2008 г. не предрекали мирового кризиса, а затем долго называли его финансовым, политологи в 2009—2010 гг. с удивительной прозорливостью предвидели «арабскую весну» [166].

[168] наблюдается всплеск публикаций<sup>5</sup> по исследованию процессов в социальной сети «Twitter», возникшей в 2006 г. и ныне активно используемой организаторами массовых политических выступлений. В темы исследований, в частности, входят инициирование информационных каскадов «лидерами мнений» при мобилизации участников протестов [169] и новые виды кодировки сообщений, затрудняющие внешний контроль [170].

Большой резонанс в научных кругах вызвала «культурометрическая» интернет-публикация [171], где автор на примерах Туниса, Египта и Ливии предложил предсказывать социальные конфликты по усилению негативного тона в прессе, ТВ и Интернете при освещении события в тех или иных государствах. Учитывая высокую степень управляемости транснациональных и, в значительной части, национальных СМИ, указанную работу приходится отнести не к теории, а к практической обработке общественного мнения. В крупном европейском проекте «FuturICT» предлагается создание «ускорителя знаний»: специализированной системы компьютерных центров в странах ЕС для извлечения из Интернета больших массивов информации (в вышедших из употребления старых терминах — шпионажа) и глобального моделирования социальных процессов в реальном времени на ее основе [172]. В проекте заявлена возможность создания глобальных агентных моделей масштаба 1:1 (где параметры агентов отражают сведения о конкретных людях), хотя такие модели и названы неприемлемыми по этическим соображениям.

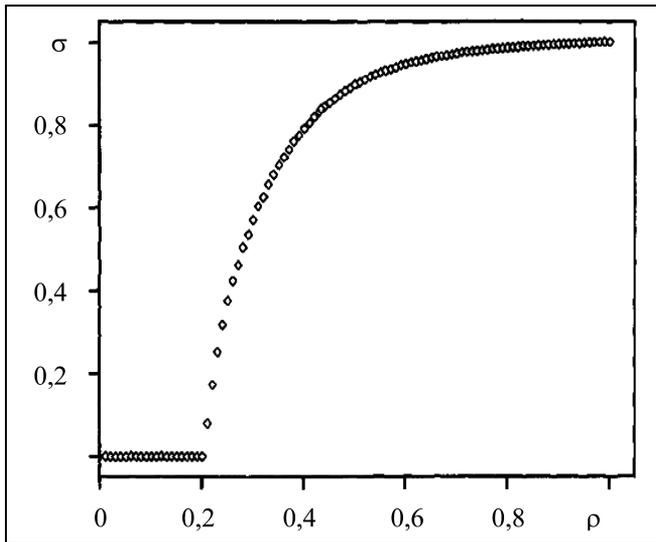
### 3.5. Некоторые новые направления

Разнообразие проблем, исследуемых социофизикой, и широта применения математического аппарата в современных общественных науках не позволяют в рамках одного обзора рассмотреть все существенные приложения физики к изучению социальных систем. В этом разделе мы лишь перечислим некоторые актуальные направления «физики общества», оставшиеся за пределами рассмотренных нами областей. Более подробную информацию о них можно найти в цитируемых работах.

#### 3.5.1. Возникновение иерархий в социуме

Теоретические конструкции социофизики, используемые в описании движения «живых частиц» (ч. 1, пп. 3.3.2), динамики мнений (модель избирателя, пп. 3.4.1), возникновения кооперации (эволюционная «дилемма бандита», пп. 3.4.3), военных действий (модель Бака — Снеппена, пп. 3.4.4.) и ряда других процессов в обществе, тесно связаны

<sup>5</sup> 2007 г. — 0, 2008 г. — 1, 2009 г. — 5, 2010 г. — 11, 2011 г. — 43 публикации [168].



**Рис. 14. Возникновение иерархии:** зависимость нормированной дисперсии вероятности победы  $\sigma$  от плотности популяции  $\rho$  в модели Бонабё [174]

с математическими моделями биофизики и биологии, которые в этом обзоре не рассматривались. Еще одной важной проблемой, перешедшей в социобиологию из агентных моделей биологии, является механизм возникновения иерархических структур, повсеместно распространенных в живой природе. Типичные черты иерархии для особей одного вида (сети, «закон Парето») не объясняются лишь биологически обусловленным неравенством, которому обычно отвечает нормальное либо лог-нормальное распределение индивидов по их параметрам. Иерархическая структура возникает в результате взаимодействия особей и является одной из самых фундаментальных характеристик социальной системы [173].

Иерархию в сообществе биологических индивидов воспроизводит предложенная в 1995 г. модель Бонабё, представляющая конкуренцию как стохастический процесс на ансамбле агентов с индуцированным неравенством и «памятью» [174, 175]. В ее рамках агенты с целочисленной энергоподобной характеристикой  $\{F_i\}$  («мощью») в процессе случайного блуждания по узлам квадратной решетки вступают в столкновение («драку») с агентами в узлах на их пути. Столкновение с вероятностью  $P_{ij} = \{1 + \exp[\eta(F_j - F_i)]\}^{-1}$  приводит к победе  $i$ -го агента над  $j$ -м, которая увеличивает «мощь»  $i$ -го агента  $F_i$  на единицу с соответствующим уменьшением  $F_j$ . Таким образом, победа в столкновении повышает шансы агента в последующей конкуренции. Множитель  $\eta$ , имеющий смысл обратной температуры в глауберовской динамике (см. формулу (2)), отражает неопределен-

ность в исходе столкновения: при  $\eta = \infty$  ( $T = 0$ ) сильнейший агент побеждает с вероятностью 1, тогда как при  $\eta = 0$  ( $T = \infty$ ) вероятность победы любого из двух агентов  $P_i = P_j = 0,5$  не зависит от соотношения их сил. В первоначальном варианте модели все агенты на старте имели нулевую «мощь», а блуждания без столкновений сопровождались постепенным уменьшением  $F_i$  до нуля.

Постулаты модели Бонабё напоминают «кинетическую теорию денег» (ч. 2, пп. 3.3.4), в которой при столкновении «деньги» с большей вероятностью перераспределяются в пользу «богатого» агента, с дополнительным условием релаксации  $\{F_i\}$ . Компьютерный эксперимент показал, что ниже критической плотности агентов на решетке  $\rho_0$  для их подавляющего большинства по-прежнему  $F_i = 0$  (возникающее в столкновениях неравенство  $\{F_i\}$  «забывается»), тогда как при  $\rho > \rho_0$  возникает иерархия агентов, отражаемая дисперсией распределения вероятности победы в столкновениях  $\sigma = \langle P_{ij}^2 \rangle - \langle P_{ij} \rangle^2 > 0$  (рис. 14). Подстановка дисперсии в формулу для вероятности победы ( $\sigma = \eta$ , что соответствует «охлаждению» системы с увеличением неравенства) задает положительную обратную связь, обостряя «фазовый переход» от равенства к иерархии. Различные модификации модели, учитывающие асимметрию перераспределения «мощи» в столкновениях, варьирование стратегий, разные формы движения агентов на сетях и др. рассмотрены в обзоре [17]. Модели возникновения иерархии обобщались на множественную конкуренцию агентов (multi-player games) [176] и были использованы для предсказания результатов спортивных соревнований [177].

### 3.5.2. Квазифизические модели лингвистики

Обширная область приложений лингвистики простирается от истории, структуры и функций языков (включая компьютерные) до практических задач искусственного интеллекта (машинный перевод, распознавание голосовых сообщений и др.), когнитивных технологий и *нейролингвистического программирования* (neuro-linguistic programming, NLP): наиболее радикального из всех ненасильственных средств управления сознанием людей [178]. Глубокая формализация этой области с начала XX в. отразилась в появлении математической лингвистики [179] и компьютерной лингвистики [180]. Как и в других математизированных «гуманитарных» дисциплинах, в современных лингвистических моделях применяется формальный аппарат теоретической физики, математической статистики и теории игр.

Некоторые из общих закономерностей, характерных для социальных систем, были установ-

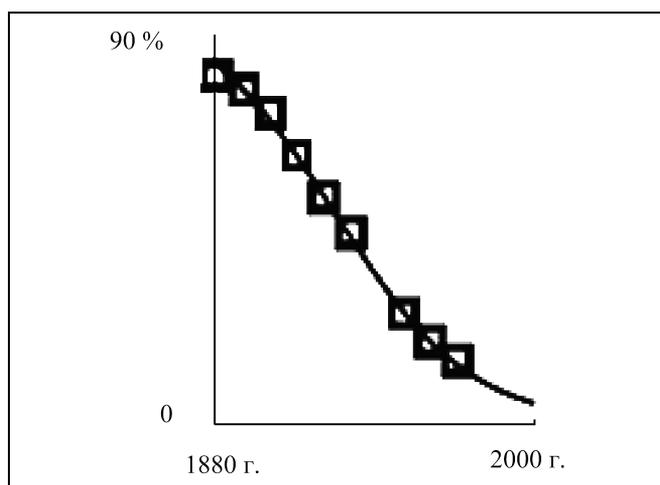


Рис. 15. Доля носителей шотландского языка в графстве Сазерленд в XIX—XX вв. (сплошная линия — решение уравнения (6))

лены именно в лингвистике (так, закон Ципфа  $P(x) \sim 1/x^\alpha$ ,  $\alpha \approx 1$ , в первоначальном варианте отражал ранг-размерную зависимость частотности употребления слов в языке от целочисленной переменной  $x$ , соответствующей месту слова в списке частотности [181]). Начиная с 2000-х гг. в математические модели лингвистики проникают методы социофизики. В частности, конкуренцию двух языков в регионе с постоянной численностью населения<sup>6</sup> воспроизводили модифицированным кинетическим уравнением

$$dx/dt = C[(1-x)x^a s - x(1-x)^a(1-s)], \quad (6)$$

где  $x$  — доля населения региона, говорящая на языке  $A$ ,  $(1-x)$  — доля говорящих на языке  $B$  в том же регионе,  $s$  и  $(1-s)$  — соответственно статусы языков  $A$  и  $B$  в обществе ( $0 < x < 1$ ,  $0 < s < 1$ ),  $a$  и  $C$  — эмпирические параметры [182]. Эта простая модель с устойчивым решением  $x = 0$  (либо  $x = 1$ , т. е.  $1-x = 0$ ) хорошо воспроизводит динамику исчезновения местных языков (рис. 15). Учет прироста населения и возможности миграции в область с более высоким статусом родного языка переводит уравнение (6) в задачу диффузионной кинетики (см. уравнение Фишера в ч. 1, пп. 3.1.2); одному из ее устойчивых решений отвечает сосуществование двух языков в соседних областях [183].

Возникновение, развитие и распространение языков также исследуют с помощью моделей, заимствованных из эволюционной биологии. Для анализа языковой динамики на «микроскопическом» уровне часто применяются многомерные мо-

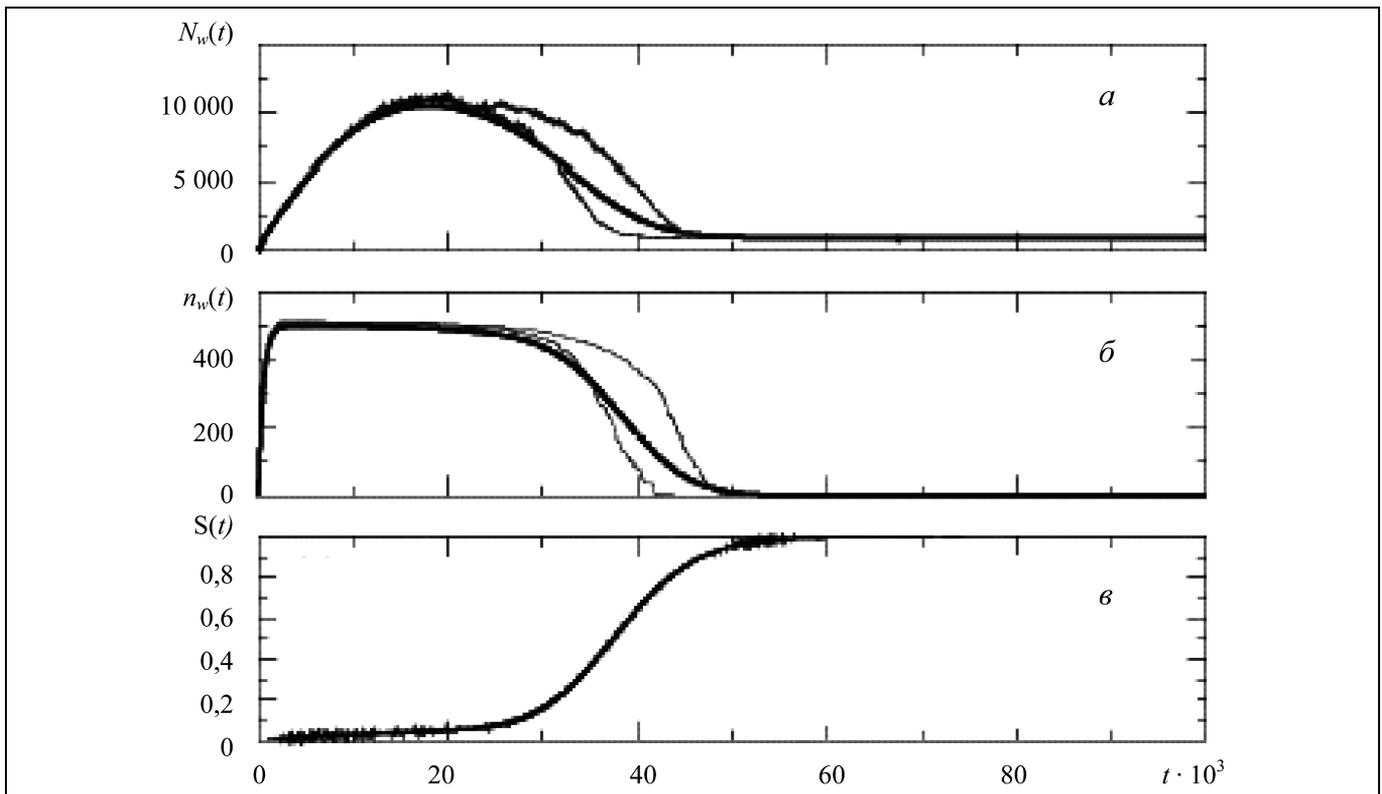
<sup>6</sup> В мире насчитывается около 6,5 тыс. языков; большинство из них находится под угрозой исчезновения [17].

дели культурологии, упомянутые в пп. 3.4.3 (см. работы [17, 184—186] и цитированную в них литературу). Методы статистической физики применяли, в частности, для анализа распределений букв в словах английского языка [187] и для моделирования «диссипативной» эволюции слов: образования новых, более абстрактных значений и параллельно протекающего выхода некоторых значений из употребления, отчего зависимость числа актуальных значений слова от времени (*полисемия* знака) проходит через максимум [188]. При моделировании семантических отношений (смыслов) слов используются когнитивные карты (см. пп. 3.2.1 в ч. 2). По мнению авторов работы [189], это открывает дорогу к построению универсальной семантической карты в многомерном пространстве, способной вместить всю имеющуюся у человечества информацию.

Распространенным средством моделирования эволюции языка служат так называемые «игры в имена» (*naming games*). В простейшем варианте *минимальной игры в имена* [190] агенты, расположенные в вершинах полного графа, случайным образом составляют списки пробных имен для некоторого объекта и затем «называют» этот объект случайно выбранному «слушателю», используя имя из своего списка. При наличии предложенного имени в списке слушателя фиксируется успешное сообщение, имя закрепляется за объектом у обоих агентов, прочие варианты стираются. В противном случае «слушатель» добавляет переданное ему пробное имя в свой список (чем создает ненулевую вероятность успеха для следующего сообщения в той же паре); далее процедура повторяется с другой парой агентов. Компьютерный эксперимент, требующий больших вычислительных ресурсов, приводит к единому имени объекта у всех агентов: консенсусу, или «фазовому переходу» (рис. 16).

Стохастически генерируемые «слова» (вероятность совпадения которых у разных агентов исчезающе мала) несущественны для модельной динамики и могут быть заменены случайными числами. В таком варианте минимальная игра с  $k$  пробных «имен» у каждого из  $N$  агентов соответствует  $k$ -мерной модели Аксельрода с полным несовпадением «культурных признаков» (см. пп. 3.4.3), дополненной весьма жестким алгоритмом «сближения культур» (при  $N = 2$ ,  $k = 1$  процесс завершается на втором или третьем шаге). Более сложные варианты основаны на сопоставлении «словарей», генерируемых агентами для набора объектов [17, 184]. Модели на основе «игр в имена» строились на сложных сетях [17] и использовались в исследованиях динамики мнений [62] (см. пп. 3.4.1).

Как и для других социофизических систем с существенным участием человеческого сознания



**Рис. 16. Моделирование эволюции языка (минимальная «игра в имена»):** *a* — общее число слов  $N_w(t)$  в ансамбле  $N$  агентов; *б* — число разных слов  $n_w(t)$ ; *в* — доля успешных сообщений  $S(t)$  в зависимости от числа шагов  $t$ . Серые линии: результаты индивидуальных компьютерных экспериментов, черные линии: усреднение. Конечное состояние:  $N_w = N$ ,  $n_w = 1$ ,  $S = 1$  [17]

(биржевая динамика, пп. 3.3.5 в ч. 2; общественное мнение, пп. 3.4.1), в модели лингвистики начинают проникать формальные методы квантовой механики [191, 192]. Так, например, на качественном уровне предлагается ставить в соответствие грамматическим конструкциям языка операторы в гильбертовом пространстве и далее анализировать их алгебру [191].

#### 5.4.3. Демографические модели

Динамику численности населения и его распределение по половым, возрастным, этническим и другим структурным элементам (*когортам*) воспроизводят математические модели демографии [193–195]. В этой области, примыкающей к социологии и экономическим наукам, тоже используются идеи и соотношения, заимствованные из теоретической физики — в частности, стохастические функции, математическое описание случайных процессов [194], уравнения диффузии и диффузионной кинетики [195] (см. пп. 3.1.2 в ч. 1), а также модели эпидемиологии (пп. 3.2.2 в ч. 2). Феноменологические дифференциальные уравнения для демографической динамики обсуждаются в книге [8] и в отечественных работах синергети-

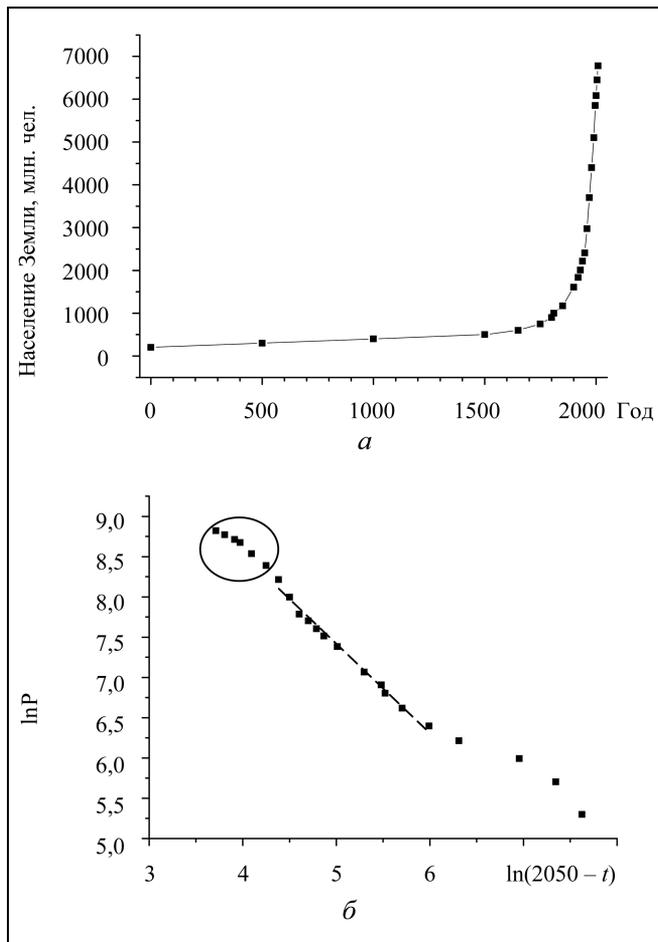
ческого направления (см. статьи [196, 197] и цитированную в них литературу).

Одной из эмпирических закономерностей демографии, исследуемых методами социофизики, является гиперболический рост населения Земли  $N(t) \sim (t_0 - t)^\alpha$ , где  $\alpha \approx -1$ , в I–II тысячелетиях н. э. [198–200] (рис. 17). Этот пример обратных степенных распределений, свойственных социуму [181], часто воспроизводят феноменологическим уравнением

$$dN/dt = KN(t)T(N),$$

где  $T(N) \sim N^\beta$  — «уровень технологии» ( $\beta > 0$ ),  $K = \text{const}$ , интегрирование которого дает искомую гиперболическую динамику<sup>7</sup> [199]. Несмотря на весьма спорные постулаты (массовое развитие технологий в архаических государствах Евразии и свободное перемещение информации между ними), данная модель принята многими историками

<sup>7</sup> Обескураживающее число авторов во многих формализованных научных дисциплинах не видят разницы между воспроизведением экспериментальных данных в математической модели и их содержательной теоретической интерпретацией.



**Рис. 17. Зависимость численности населения Земли от времени:** *a* — в I и II тысячелетиях н. э. (данные переписей и исторические оценки); *b* — те же данные в двойных логарифмических координатах. Штриховая линия — функция  $P = 293\,600 / (2050 - t)^{1,03}$  для интервала 1650—1970 гг. ( $R = 0,9926$ ); выделенная область — замедление прироста с 1970-х гг. [203]

[196]. Феноменологическими уравнениями также моделировали замедление прироста населения Земли со второй половины XX в. [200, 201] и рост мировой экономики по гиперболе в XIX—XX вв. [202] (см. ч. 2, пп. 3.3.3). Более правдоподобное объяснение этих явлений (весьма напоминающих динамику физической системы вблизи фазового перехода), на наш взгляд, состоит в слиянии областей компактного проживания людей в «медленном» историческом времени (лимитирующая стадия «конденсации») при более быстром приросте населения благодаря сопутствующему улучшению жизненных условий — в частности, уменьшению насилия и развитию хозяйственных связей в результате объединения государства [203]. В гуманитарных науках широко обсуждается *нелинейность исторического времени*, или сокращение длительности однотипных исторических циклов по мере

роста населения Земли («ускорение истории»). На качественном уровне эта динамика объясняется информационной природой исторических процессов и увеличением потока информации  $I(N) \sim N^\alpha$  с возрастанием числа  $N$  связанных индивидуумов, где показатель степени  $1 \leq \alpha \leq 2$  определяется структурой их взаимодействий ( $\alpha = 1$  — неразветвленная цепочка,  $\alpha = 2$  — полный граф) [200, гл. 5 и 6].

### 3.5.4. Математическая история

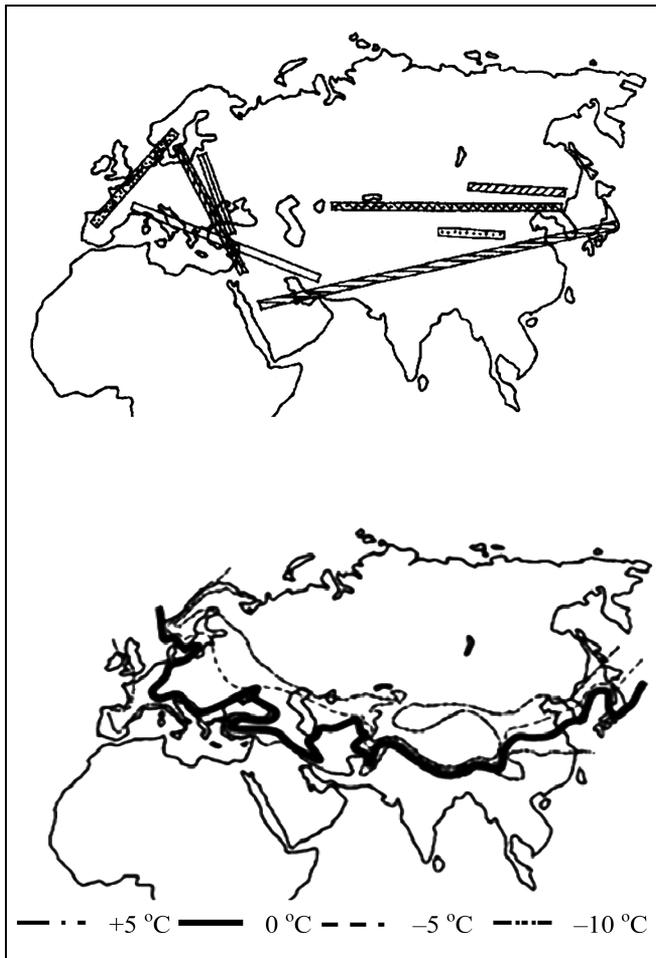
Вопросы демографии входят в круг интересов нового направления *математической истории*, предметом которой является количественное описание, формализация и физически обоснованная интерпретация исторических событий (см. работы [8, 204, 205] и цитированную в них литературу). Это направление развивается с первой половины XX в. в тесном взаимодействии с археологией, физической климатологией и исследованиями солнечной активности [206] (см. пп. 2.1 и 2.2 в ч. 1); к нему примыкают модели экономической [207, 208] и военной истории [136]. Некоторые приложения социофизики к историческому материалу упоминались в предыдущих частях обзора и в п. 3.4 [109, 139, 153, 163].

Формальный аппарат математической истории пока еще сводится к феноменологическим дифференциальным уравнениям «клиодинамики» [204, 205] и почти не использует методов статистической физики, повторяя путь, пройденный в XX в. теоретической экономикой, математической социологией и политологией. Тем не менее, количественный и модельный подход к анализу фактического материала уже дал ряд интересных результатов, способствующих превращению истории в объективную, т. е. естественную науку. В частности, отталкиваясь от уравнений Лотки — Вольтерра

$$dx/dt = a_1xy - a_2x,$$

$$dy/dt = b_1x - b_2xy$$

(где  $x$  — численность хищного вида,  $y$  — численность его «кормовой базы» на замкнутой территории,  $a_{1,2}$  и  $b_{1,2}$  — эмпирические параметры), которыми воспроизводят колебания численности трофически связанных видов, П.В. Турчин и другие авторы [204, 205, 209, 210] моделировали «вековые» колебания численности населения в аграрных государствах. В предложенных системах уравнений в качестве «кормовой базы» выступало крестьянское население, а «хищником» была правящая элита, которая росла быстрее крестьян благодаря лучшим условиям жизни. Перераспределение собранных налогов с нужд государства на возрастающее потребление элиты и, далее, увеличение налоговой нагрузки крестьян и сокращение доли общественного продукта на душу «хищника»



**Рис. 18.** Корреляции исторических процессов на территории Евразии с изменениями климата: *a* — оси «пассионарных толчков» с XI в. до н. э. по XIII в. н. э.; *б* — современные изотермы января, жирная линия — 0 °С [212]

в разных вариантах модели приводили к голоду среди населения, падению обороноспособности страны или (и) гражданской войне внутри элиты — т. е. различным аспектам политико-демографического кризиса, уменьшавшего численность народа. Модель, в частности, позволила объяснить колебания численности населения средневекового Египта (с полигамным правящим классом), в максимумах далеко не достигавшей потолка несущей способности земли [210]. В цитируемой статье учитывались стохастические флуктуации урожайности — однако влияние медленных изменений климата на историческую динамику [206] в «клиодинамических» работах не рассматривалось.

Феноменологическое моделирование потоков товаров между крупными городами на реальном географическом ландшафте, где естественным препятствиям (горы, реки, пустыни и др.) отвечал низкий коэффициент диффузии, позволило рекон-

струировать Великий Шелковый путь и воспроизвести его динамику в историческом времени [211]. Континуальные [10] и агентные модели [26] войн на территории Европы, также учитывающие ландшафт (проходимость гор, выход к морю, удобство обороны территории и т. д.), показали слияние искусственно заданных исходных политических единиц (квадратных клеток [26]) в области, близкие к границам средневековых государств, подтверждая географическую обусловленность этих границ.

Продуктивность физического подхода к интерпретации исторических фактов иллюстрирует работа [212], где предложено убедительное объяснение «пассионарных толчков» (в терминологии Л.Н. Гумилева — событий космического происхождения, инициирующих завоевание территорий новыми этносами). Хотя Гумилев был одним из первых историков, связывавших общественные процессы с изменениями климата [213], внешние воздействия на поверхность Земли трактовались им буквально — как метеоритные удары или облучение из космоса. Этому явно противоречат компактные зоны таких воздействий на карте Евразии, смещавшиеся на исторических промежутках времени (столетия), за которые вращение и орбитальное движение планеты сделали бы селективные «попадания» из космического источника невероятными (рис. 18, *a*). Привлечение климатических данных позволило авторам [212] установить близость регионов, в разные исторические эпохи переживавших «пассионарный толчок», к современной нулевой изотерме января и, таким образом, высокую чувствительность их сельскохозяйственных цивилизаций к происходившим изменениям климата (рис. 18, *б*).

Несмотря на некоторое отставание «теоретической истории» от более формализованных общественных дисциплин, моделирование исторических процессов способно объединить и проверить на фактическом материале многие социофизические гипотезы. Одним из первых примеров такого комплексного исследования стал американский проект «искусственных индейцев» (*artificial Anasazi*) [126, 214, 215]: компьютерная реконструкция исторической динамики средневековых индейских народов, проживавших на нынешней территории США, с применением данных климатологии и агентных моделей. На основе этого подхода разработано программное обеспечение, позволяющее моделировать как исторические, так и современные социальные процессы [216]. Благодаря разнообразию документированных исторических данных, математическая история в недалеком будущем может не просто стать новым направлением физических исследований социума, но и занять в этой области одно из центральных мест.



#### 4. ДОПОЛНЕНИЕ: ПУБЛИКАЦИИ ПОСЛЕДНЕГО ГОДА

После того, как первая часть настоящего обзора была принята к публикации (октябрь 2011 г.), в литературе появилось не менее пятисот новых статей по социофизической тематике — что хорошо иллюстрирует динамику этой области науки. В начале 2012 г. вышла книга С. Галама [217], преимущественно посвященная вопросам физической политологии. По инициативе ее автора в ноябре 2011 г. в Париже прошла первая международная социофизическая конференция [218]. Здесь мы перечислим некоторые работы 2011—2012 гг. по всем темам обзора, включая его первую и вторую части. Многие из них представлены в разделе «Physics and Society» библиотеки электронных препринтов ArXiv [168] как предварительные варианты публикаций, обычно в течение 1—2 лет затем появляющихся в рецензируемых журналах.

Темы исследований в «физике общества» все заметнее приближаются к смежным «горячим» областям моделирования распределенного интеллекта [219] и теории управления [220]. Одним из наиболее значимых новых результатов, по-видимому, является вывод общей формы закона Ципфа для случайного распределения  $M$  элементов по  $N$  группам [221]. Из условия максимума информационной энтропии (см. пп. 3.3.4 в ч. 2) с дополнительным ограничением на максимальную емкость группы  $k_0$  авторы получили асимптотическую форму плотности вероятности появления группы из  $k$  элементов  $P(k) \sim \exp(-bk)/k^\gamma$ , где параметры  $b$  и  $\gamma$  определяются условиями (значениям  $M$ ,  $N$  и  $k_0$ ) и  $1 \leq \gamma \leq 2$ . Вычисленные из нее кумулятивные распределения  $C(k > x)$ , близкие к обратному степенному закону с экспоненциальным «обрывом» при больших  $x$ , хорошо согласуются с эмпирическими данными (население административных единиц во Франции и США, распространенность английских и корейских фамилий, частотность слов в литературном тексте). В отличие от «моделей роста» (пп. 3.2 в ч. 2), априорное увеличение вероятности присоединения элементов к группе с повышением  $k$  в работе [221] не постулировалось.

В разделе «Interdisciplinary Physics» журнала «Physical Review E» (США) за указанный период вышло около ста полноформатных статей, преимущественно по сетевой тематике — включая оценку «значимости» менеджеров в американской сети корпоративного управления [222], количественный анализ сети мировой торговли (World Trade Web, WTW) [223], исследование топологии Интернета [224], поиск кратчайших путей в частично

скрытых сетевых структурах [225]. В последней работе процессы переноса моделировались на фрагментах реальной сети телефонных контактов (3,4 млн. номеров). В других работах моделировалось распространение слухов в реальных сетях (электронная почта, политические блоги, Твиттер) [226], «микроскопический» механизм движения толпы с использованием принципа наименьшего усилия [227], ряды финансовых данных на основе случайных блужданий в приближении клеточных автоматов («игры в жизнь») [228].

Работы по исследованию сетей, вышедшие в других изданиях, были посвящены корреляциям биржевых индексов в 2007—2010 гг. [229], моделированию мирового экономического кризиса на реальной структуре WTW [230] и распространения мнений в сетях с двумя конкурирующими группами «агитаторов» [231], новым методам определения структуры сложных сетей [232] и выявления в них «центров влияния» [233]. Отметим быстрый рост социофизических исследований в КНР: в последние годы статьи китайских авторов заняли существенную часть европейского журнала «Physica A». Анализ эмпирических данных в текущей литературе включал в себя вывод новых числовых параметров кризисной экономики [234], описание движения птиц в стаях на основе принципа максимальной энтропии [235], исследование изменений частотности слов английского языка в XX в. [236]. В последней статье для флуктуаций частотности получены «остроконечные» распределения, найденные ранее в эконофизике (см. пп. 3.3 в ч. 2); сходную форму имеет распределение сдвигов центра масс «живых» клеток на последовательных шагах «игры в жизнь» [228]. Серия российских статей по эконофизике была опубликована в № 7 журнала «Успехи физических наук», 2011 г. [237].

Ряд новых исследований посвящен анализу конфликтов [238, 239], включая эмпирический материал так называемых «редакторских войн» (edit wars) в некоторых разделах Википедии [240]. В возрастающем числе работ к формальному описанию социальных явлений («интерференция» сообщений в сети «Твиттер» [241], процессы обучения [242] и принятия решений [243]) привлекается аппарат квантовой теории (см. пп. 3.3.5 в ч. 2). Отметим, что из анализа загруженности компьютерных сетей был сделан нетривиальный вывод об отрицательной кривизне « сетевого пространства» [224], что открывает (пока скорее гипотетическую) возможность применять в социофизических задачах также и формализм релятивистской физики.

Краткий обзор примечательных новых публикаций по «физике общества», включая препринты, представлен в разделе «Complexity at large» журнала «Complexity»; некоторые работы комментиру-

ются в редакционных статьях раздела «Highlights» в журнале «Nature». Наряду с весомыми научными результатами, интерес рецензентов иногда вызывают политически ангажированные статьи на злободневную тему. (Кроме уже цитированной «культурометрической» работы [171], здесь можно упомянуть препринт американских авторов [239], проиллюстрировавших тезис о низкой вероятности конфликтов в государствах с четкими географическими границами между представителями разных культур примерами благополучной Швейцарии и неблагополучной Югославии.) Из-за быстрых политических изменений, происшедших в мире за последний год, мы не рассматривали последние политологические статьи, где пристрастия авторов проявляются особенно сильно. Некоторое представление об уровне полемики в этой области дает подробная и, скорее, нейтральная работа А.В. Коротаева и Ю.В. Зинькиной по социально-экономическим предпосылкам египетского кризиса 2011 г. [244].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На материале настоящего обзора можно видеть, что физические исследования сложных систем, с середины XX в. вышедшие за пределы «неживой» природы, и встречное развитие математического моделирования социальных процессов к началу текущего столетия образовали новую дисциплину: физику человеческого общества, или социофизику. На сегодня для «физики общества» характерно применение методов обработки данных, разработанных в экспериментальной физике, и моделей, построенных на основе идей теоретической физики, в областях знания, ранее считавшихся гуманитарными. Уверенность в существовании физической основы у общественных явлений отличает социофизику от их более традиционного феноменологического моделирования, при котором смысл эмпирических параметров, вводимых для сопоставления расчета с реальностью, обычно не обсуждается. Экспансия физики ярче всего проявляется в наиболее формализованных исследованиях социума (экономика, социология, лингвистика) и в прикладных задачах (транспорт, связь, военное дело, планирование и управление), однако уже затрагивает и такие дисциплины, как историю и культурологию. Два последних десятилетия продолжают наметившуюся в XX в. тенденцию к постепенному превращению гуманитарных наук в естественные.

Большое число публикаций в области социофизики (понимаемой как совокупность всех физических и квазифизических методов изучения общества, включая модели математической эконо-

мики, политологии и т. д., мало представленные в физических журналах) и их концентрация в западной научной литературе показывает значимость нового направления для руководства высокоразвитых стран, в которых такие работы активно финансируются. Вместе с тем, «физика общества» пока не имеет единой методологии, разбита на слабо связанные подразделы и в существенной части все же сводится к имитационному моделированию. Наиболее значимые результаты, представленные в этом обзоре, в последнее десятилетие получены в таких направлениях, как сетевые структуры социальных систем и изменения в этих структурах, динамика общественного мнения, контроль потока «живых частиц» (включая политические акции).

За два десятилетия социофизических исследований установлены близкие аналогии некоторых явлений в социуме со стохастическими процессами в «неживых» системах. Это, прежде всего, наличие у живых систем (квази)стационарных состояний с воспроизводимыми переходами между ними, включая стохастический резонанс и родственные явления, индуцированные шумом («freezing by heating»), образование «фаз» при распространении общественного мнения и культурных признаков, динамика сетевых структур. С рядом оговорок, физики используют в описании общества такие фундаментальные понятия как масса (инерционность системы пропорциональна числу агентов), сила («социальное поле»), температура (шум), энтропия и, более условно, энергия — точнее, ряд энергоподобных характеристик (целевая функция, полезность). В то же время диссипативный и мезоскопический характер социальных систем вместе с особенностями их статистики (негауссовыми распределениями с обратной степенной асимптотикой, нестационарностью случайного процесса, нарушениями масштабной инвариантности его динамики (см. ч. 2) и др.) затрудняют прямой перенос аппарата статистической физики на модели общества. Трудности возникают, например, при использовании в экономической теории гауссовых случайных блужданий и гиббсовой энтропии, тогда как их обобщенные версии (полет Леви, энтропия Шеннона) лучше соответствуют эмпирическим данным. Несмотря на весьма прикладной характер большинства социофизических исследований, использование «ослабленных» (обобщенных) физических конструкций может существенно изменить теоретические модели социофизики и оказать серьезное влияние на физику в целом.

Ускоренное развитие новых междисциплинарных приложений физики в странах «золотого миллиарда» объективно способствует усилению контроля этих стран над экономическими и социаль-



ными процессами во всем мире. Большая доля социофизических работ нацелена на практические задачи — в том числе на выявление и разрушение «враждебных» социальных структур, управление общественным сознанием, политическую «инженерию» и военное планирование. Важностью прикладных аспектов западной социофизики хорошо объясняются ее особое положение среди других научных дисциплин, наступательная политическая риторика ряда авторов, нетипичная для академических публикаций, и частые ссылки на ценность результатов для манипулирования поведением людей. В политологических работах пренебрежительное и враждебное отношение к странам, не входящим в «золотой миллиард», попросту преобладает. Резонно предположить, что результаты количественных исследований социума могут использоваться (и, по нашему мнению, уже активно используются) в разработке новых инструментов, обеспечивающих доминирование богатых стран. В этом смысле «физика общества», подобно ядерной физике в середине XX в., в последнее десятилетие приобрела черты стратегического научного направления.

Российские физические исследования социальных систем отражают общее нынешнее состояние отечественной науки. Эти работы фрагментарны, в основном решают частные задачи, не имеют ни должного статуса в научном сообществе, ни адекватной поддержки государства и руководства РАН<sup>8</sup>. Вместе с тем, результаты российских работ подтверждают высокий потенциал нашей науки, сохраняющей конкурентоспособность на мировом уровне. Состояние исследований в мире и России, которое автор попытался обрисовать в этом обзоре, показывает неотложную необходимость консолидации и быстрого развития отечественной «физики общества».

Автор глубоко признателен канд. физ.-мат. наук [Е.Л. Гольдбергу], канд. физ.-мат. наук М.М. Дубовикову, чл.-корр. РАН Д.А. Новикову, д-ру физ.-

мат. наук В.В. Поддубному, канд. физ.-мат. наук А.В. Подлазову и д-ру физ.-мат. наук П.Ю. Чеботареву, предоставившим важный литературный материал, участникам Семинара по математическому моделированию развивающихся систем (руководитель д-р физ.-мат. наук Д.С. Чернавский, ФИАН) и семинара «Будущее прикладной математики» (руководитель д-р физ.-мат. наук Г.Г. Малинецкий, ИПМ РАН), а также организаторам ежегодных конференций «Математика, компьютер, образование» за создание творческой атмосферы и возможность познакомиться с результатами современных междисциплинарных исследований. При подготовке обзора к печати очень помогли доброжелательные конструктивные предложения рецензентов и редакторов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Словохотов Ю.Л.* Физика и социофизика. Ч. 1. Физические основы социальных явлений. Влияние солнечной активности на процессы в обществе. Движение в системе «живых частиц» // Проблемы управления. — 2012. — № 1. — С. 2—20.
2. *Словохотов Ю.Л.* Физика и социофизика. Ч. 2. Сети социальных взаимодействий. Экономическая физика // Там же. — № 2. — С. 2—31.
3. *Coleman J.S.* Foundations of social theory. — Cambridge, London: Belknap Press, 1990. — 1014 p.
4. *Малинецкий А.В.* Качественные модели в теории сложных систем. — М.: Наука, Физматлит, 1998. — 528 с.
5. *Плотинский Ю.М.* Модели социальных процессов: учеб. пособие. — 2-е изд. — М.: Логос, 2001. — 296 с.
6. *Гуц А.К., Фролова Ю.В.* Математические методы в социологии // Синергетика: от прошлого к будущему. 2-е изд. — М., 2010. — 216 с.
7. *Математическое моделирование социальных процессов.* Вып. 10. — М.: КДУ, 2009. — 524 с.
8. *Вайдлих В.* Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках: пер. с англ. — М.: URSS, 2005. — 480 с.
9. *Hanneman R.* Computer-assisting theory building: modelling dynamic social systems. — Newsburry Park: Sage Publications, 1988. — 340 p.
10. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация: динамическая теория информации. — 3-е изд., доп. — М.: ЛКИ, 2009. — 304 с.
11. *Levin K.* Field theory in social science. — N.-Y.: Harper, 1951. — 422 p.
12. *Helbing D.* Quantitative sociodynamics: stochastic methods and models of social interaction processes. — 2<sup>nd</sup> ed. — Heidelberg: Springer, 2010. — 362 p.
13. *Прогноз и моделирование мировой динамики* / Ред. А.А. Акаев, А.В. Коротаев, Г.Г. Малинецкий. — М.: ЛКИ, 2010. — 352 с.
14. *Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А.* Введение в теорию управления организационными системами. — М.: Либроком, 2009. — 264 с.
15. *Chakrabarti B.K., Chakraborti A Chatterjee A.* (Eds.), Econophysics and sociophysics: trends and perspectives. — Berlin: Wiley-VCH, 2006. — 622 p.
16. *Naldi G., Pareschi L., Toskani G.* (Eds.), Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences. — Berlin: Springer, 2010. — 438 p.

<sup>8</sup> Отдельные работы по моделированию общественных процессов, по сути относящиеся к социофизике, публикуются в журналах «Успехи физических наук», «Автоматика и телемеханика», «Проблемы управления», «Управление большими системами», «Компьютерные исследования и моделирование», в экономической периодике. Серия статей социофизического направления представлена на портале «Синергетика. Нелинейная динамика» NonLiN.ru [245], многие такие работы опубликованы в книгах серии «Синергетика» и в изданиях Института проблем управления РАН. Физическое описание процессов в социальных системах [246], включая гидродинамические модели транспортных потоков [247], разрабатывается в МФТИ (из-за технической ошибки автора этот материал не попал в ч. 1 настоящего обзора). Но специализированного российского научного журнала, как и адресной научной политики, для социофизических работ в России пока не имеется.

17. *Castellano C., Fortunato S., Loreto V.* Statistical physics of social dynamics // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81, N 2. — P. 591–646.
18. *Agliari E., Barra A., Burioni R., Contucci P.* New perspectives in the equilibrium statistical mechanics approach to social and economic sciences, in G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (Eds.), *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences.* — Berlin: Springer, 2010. — P. 137–174.
19. *Marsan G.A.* Kinetic modelling of complex socio-economic systems. — *Ibid.* — P. 175–202.
20. *Aletti G., Naimzada A.K., Naldi G.* Mathematics and physics applications in sociodynamics simulation: the case of opinion formation and diffusion. — *Ibid.* — P. 203–222.
21. *Kulakowski K.* Around the gap between sociophysics and sociology, arXiv:0711.2880v2 [physics.soc-ph] 10 Dec 2008.
22. *Kollman K., Miller J.H., Page S.E.* (Eds.) *Computational models in political economy.* — Cambridge: MIT Press, 2003. — 293 p.
23. *Taylor M.* Review article: mathematical political theory // *British Journal of Political Science.* — 1971. — Vol. 1, N 3. — P. 339–382.
24. *Johnson P.E., Rodin E.Y.* (Eds.) *Formal theories of politics: mathematical modelling in political science.* — N.-Y.: Pergamon, 1989. — 204 p.
25. *Saperstein A.M.* War and chaos // *American Scientist.* — 1995. — Vol. 83, N 6. — P. 548–557.
26. *Artzrouni M., Komlos J.* The formation of the European state system: a spatial «predatory» model // *Historical Methods.* — 1996. — Vol. 29, N 3. — P. 126–134.
27. *Galam S.* Application of statistical physics to politics // *Physica A.* — 1999. — Vol. 274, N 1–2. — P. 132–139.
28. *Стенли Г.* Фазовые переходы и критические явления: пер. с англ. — М.: Мир, 1973. — 425 с.
29. *Newman M.E.J.* Complex systems: a survey // *Amer. J. Phys.* — 2011. — Vol. 79. — P. 800–810, arXiv:1112.1440v1 [cond-mat.stat-mech] 6 Dec 2011.
30. *Holley R., Liggett T.* Ergodic theorems for weakly interacting infinite systems and the voter model // *Ann. Probab.* — 1975. — Vol. 3, N 4. — P. 643–663.
31. *Galam S.* Minority opinion spreading in random geometry // *Eur. Phys. J. B* — 2002. — Vol. 25, N 4. — P. 403–406.
32. *Sznajd-Weron K., Sznajd J.* Opinion evolution in closed community // *Int. J. Mod. Phys. C.* — 2000. — Vol. 11, N 6. — P. 1157–1165.
33. *Sznajd-Weron K.* Sznajd model and its applications // *Acta Physica Polonica.* — 2005. — Vol. 36, N 8. — P. 2537–2547.
34. *Lewenstein M., Nowak A., Latane B.* Statistical mechanics of social impact // *Phys. Rev. A.* — 1992. — Vol. 45, N 2. — P. 763–776.
35. *Lambiotte R., Redner S.* Dynamics of vacillating voters // *J. Stat. Mech.* — 2007. L10001.
36. *Lambiotte R., Saramäki J., Blondel V.D.* Dynamics of latent voters, *Phys. Rev. E.* — 2009. — Vol. 79, N 4. 046107.
37. *Stark H.-U., Tessone C.J., Schweitzer F.* Decelerating microdynamics can accelerate macrodynamics in the voter model // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. 018701; arXiv:0711.1133.
38. *Sobkowicz P.* Modelling opinion formation with physics tools: call for closer link with reality // *Journal of Artificial Societies and Social Simulation.* — 2009. — Vol. 12, N 1. 11.
39. *Galam S.* Contrarian deterministic effect: the hung elections scenario // *Physica A.* — 2004. — Vol. 333. — P. 453–460.
40. *Galam S.* Sociophysics and the forming of public opinion: threshold versus non-threshold dynamics, arXiv:0803.2453v1 [physics.soc-ph] 17 Mar 2008.
41. *Galam S.* From 2000 Bush-Gore to 2006 Italian elections: voting at fifty-fifty and the contrarian effect, *Quality and Quantity Journal.* — 2007. — Vol. 41, N 4. — P. 579–589.
42. *Gargiulo F., Mazzoni A.* Can extremism guarantee pluralism? // *J. Artific. Soc. Soc. Simul.* — 2008. — Vol. 11, N 4. — URL: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/4/9.html> (дата обращения 24.02.2012).
43. *Holyst J.A., Kacperski K., Schweitzer F.* Social impact models of opinion dynamics // *Ann. Rev. Comp. Phys.* — 2001. — Vol. 9. — P. 253–273.
44. *Kacperski K., Holyst J.A.* Phase transitions as a persistent feature of groups with leaders in models of opinion formation // *Physica A.* — 2000. — Vol. 287. — P. 631–643.
45. *Tessone C.J., Toral R.* System size stochastic resonance in a model for opinion formation // *Physica A.* — 2005. — Vol. 351. — P. 106–116.
46. *Toral R., Tessone C.J.* Finite size effects in the dynamics of opinion formation // *Commun. Comput. Phys.* — 2007. — Vol. 2, N 2. — P. 177–195.
47. *Weidlich W.* Physics and social science — the approach of synergetics // *Phys. Rep.* — 1991. — Vol. 204. — P. 1–63.
48. *Sienkiewicz J., Holyst J.A.* Nonequilibrium phase transition due to isolation of communities // *Phys. Rev. E.* — 2009. — Vol. 80, N 3. 036103.
49. *DeGroot M.H.* Reaching a consensus // *J. Amer. Statist. Assoc.* — 1974. — Vol. 69, N 45. — P. 118–121.
50. *Агаев П.П., Чеботарев П.Ю.* Метод проекции в задаче о консенсусе и регуляризованный предел степеней стохастической матрицы // *Автоматика и телемеханика.* — 2011. — № 12. — С. 38–59.
51. *Deffuant G., Neau D., Amblard F., Weisbuch G.* Mixing beliefs among interacting agents // *Adv. Complex Systems* — 2000. — Vol. 3, N 4. — P. 87–98.
52. *Afshar M., Asadpour M.* Opinion formation by informed agents // *J. Artific. Soc. Soc. Simul.* — 2010. — Vol. 13. — P. 5.
53. *Hegselmann, R., Krause U.* Opinion dynamics and bounded confidence — models, analysis, and simulations // *J. Artific. Soc. Soc. Simulation.* — 2002. — Vol. 5, N 3.
54. *Deffuant G., Amblard F., Weisbuch G., Faure T.* How can extremism prevail? A study based on the relative agreement interaction model // *J. Artific. Soc. Soc. Simulation.* — 2002. — Vol. 5, N 4. 1.
55. *Lorenz J.* Continuous opinion dynamics under bounded confidence: a survey // *Int. J. Mod. Phys. C.* — 2007. — Vol. 18, N 12. — P. 1819–1938.
56. *Lallouache M., Chakrabarti A.S., Chakraborti A., Chakrabarti B.K.* Opinion formation in kinetic exchange models: Spontaneous symmetry-breaking transition // *Phys. Rev. E.* — 2010. — Vol. 82, N 5. 056112.
57. *Janutka A., Magnuszewski P.* Opinion-structure changes in non-equilibrium model of social impact // *Complexity.* — 2010. — Vol. 15, N 6. — P. 27–33.
58. *Boudin L., Salvarani F.* Modelling opinion formation by means of kinetic equations, in G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (Eds.), *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences.* — Berlin: Springer, 2010. — P. 245–270.
59. *Holme P., Newman M.J.E.* Nonequilibrium phase transition in the coevolution of networks and opinions // *Phys. Rev. E.* — 2006. — Vol. 74, N 5. 056108.
60. *Kimura D., Hayakawa Y.* Coevolutionary networks with homophily and heterophily // *Ibid.* — Vol. 78, N 6. 066103.
61. *Gargiulo F., Huet S.* Opinion dynamics in a group-based society // *Europhys. Lett.* — 2010. — Vol. 91, N 5. 58004.
62. *Lu Q., G.Korniss G., Szymanski B.K.* The naming game in social networks: community formation and consensus engineering // *J. Econ. Interact. Coord.* — 2009. — Vol. 4. — P. 221–235.
63. *Martins A.C.R., Pereira C.B., Vicente R.* An opinion dynamics model for the diffusion of innovations // *Physica A.* — 2009. — Vol. 388, N 15–16. — P. 3225–3232, arXiv:0809.5114v3 [physics.soc-ph] 12 Feb 2009.
64. *Goodin R.E.* (Gen. Ed.) *The Oxford handbook of political economy.* — Oxford: Oxford Univ. Press. — 2006. — 1093 p.



65. *Филатов А.Ю.* Модели политической конкуренции // Вопросы экономики и управления. — Иркутск: ИГУ. — 2010. — С. 205—232. — URL: [http://math.isu.ru/ru/chairs/me/files/filatov/2010\\_-\\_polit.pdf](http://math.isu.ru/ru/chairs/me/files/filatov/2010_-_polit.pdf) (дата обращения 24.02.2012).
66. *Coughlin P.J.* Probabilistic voting theory. — Cambridge MA: Cambridge Univ. Press. — 1992. — 268 p.
67. *Schofield N.*, et al. Application of a formal model of elections. — URL: [http://intersci.ss.uci.edu/wiki/pdf/SCHOFIELD\\_PEDI.20MayTextNEWTableFigspoland.pdf](http://intersci.ss.uci.edu/wiki/pdf/SCHOFIELD_PEDI.20MayTextNEWTableFigspoland.pdf) (дата обращения 24.02.2012).
68. *Downs A.* An economic theory of democracy. — N.-Y.: Harper & Row. — 1957. — 310 p.
69. *Schofield N.* Modelling politics, ICER Working Paper Series. — N 33/2007. — URL: <http://ideas.repec.org/p/icr/wpicer/33-2007.html> (дата обращения 24.02.2012).
70. *Schofield N., Zakharov A.* A stochastic model of the 2007 Russian Duma election // Public Choice. — 2010. — Vol. 142. — P. 177—194.
71. *Schofield N., Gallego M., Jeon J.S., Muskhelishvili M.* Modelling elections in the Caucasus. — URL: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id1938392](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id1938392) (дата обращения 11.12.2011).
72. *Захаров А.В.* Модели политической конкуренции: обзор литературы // Экономика и математические методы. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 110—128.
73. *Laver M., Sergenti E., Schilperoord M.* Endogenous birth and death of political parties in dynamic party competition, in: Seth A., Prescott T., Bryson J. (eds). Modelling natural action selection. Cambridge: Cambridge Univ. Press. — 2010. — 584 p., Ch. 21.
74. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория: 4-е изд. — М.: Наука, 1989.
75. *Myerson R.B.* Game theory: analysis of conflict. — Harvard Univ. Press. — 1997. — 600 p.
76. *Borghesi C., Bouchaud J.-P.* Spatial correlations in vote statistics: a diffusive field model for decision-making // Eur. Phys. J. B. — 2010. — Vol. 75, N 3. — P. 395—404.
77. *Costa Filho R.N., Almeida M.P., Moreira J.E., Andrade J.S.* Brazilian elections: voting for a scaling democracy // Physica A. — 2003. — Vol. 322. — P. 698—700.
78. *Araripe L.E., Costa Filho R.N.* Role of parties in the vote distribution of proportional elections // Ibid. — 2009. — Vol. 388. — P. 4167—4170.
79. *Chou C.-I., Li S.-P.* Growth model for vote distributions in elections, arXiv:0911.1404v1 [physics.soc-ph] 7 Nov. 2009.
80. *Fortunato S., Castellano C.* Scaling and universality in proportional elections // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 99. 138701.
81. *Gradowski T.M., Kosinski R.A.* Statistical properties of the proportional voting process // Acta Physica Polonica — 2008. — Vol. 114, N 3. — P. 575—580.
82. *Mitzenmacher M.* A brief history of generative models for power law and lognormal distributions // Internet Math. — 2004. — Vol. 1, N 2. — P. 226—251.
83. *Samuels D.* Money, elections and democracy in Brazil // Lat-in America politics and society. — 2001. — Vol. 43, N 2. — P. 27—48.
84. *Sadovsky M.G., Gliskov A.A.* Towards the typology of elections at Russia, arXiv:0706.3521 [physics.soc-ph].
85. *Bremzen A., Egorov G., Shakin D.* Electoral mandate and voting behavior: evidence from Russian State Duma // New Economic School workpaper WP/2006/061. — 26 p. — URL: <http://www.nes.ru/dataupload/files/programs/econ/preprints/2006/Bremzen.pdf> (дата обращения 24.02.2012).
86. *Kou S.G., Sobel M.E.* Forecasting the vote: a theoretical comparison of election markets and public opinion polls // Political Analysis. — 2004. — Vol. 12, N 3. — P. 277—295.
87. *Hanson R.* The policy analysis market (and FutureMAP) archive. — URL: <http://hanson.gmu.edu/policyanalysismarket.html> (дата обращения 24.02.2012).
88. *Hanson R.* The policy analysis market: a thwarted experiment in the use of prediction market for public policy // Innovations. — 2007. — Vol. 2, N 5. — P. 73—88.
89. *Majumder S.R., Diermeier D., Rietz T.A., Amaral L.A.N.* Price dynamics in political prediction markets // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2009. — Vol. 106, N 3. — P. 679—684.
90. *Wang S.-C., Li S.-P., Tai C.-C., Chen S.-H.* Statistical properties of an experimental political futures market, arXiv:physics/0503176v2.
91. *Durtschi C., Hillison W., Pacini C.* The effective use of Benford's law to assist in detecting fraud in accounting data // J. Forensic Accounting. — 2004. — Vol. 5. — P. 17—34.
92. *Alvarez R.M., Hall T.E., Hyde S.D.* (Eds.) Election fraud detecting and deterring electoral manipulation. — Brookings Inst. Press, 2008. — 255 p.
93. *Deckert J., Myagkov M., Ordeshook P.C.* The irrelevance of Benford's law for detecting fraud in elections, Working paper N 9. — URL: <http://www.vote.caltech.edu/drupal/node/327> (дата обращения 11.12.2011).
94. *Araujo N.A.M., Andrade J.S., Herrmann H.J.* Tactical voting in plurality elections // PLoS ONE. — 2010. — Vol. 5, N 9: e12446, arXiv:1009.3099v1 [physics.soc-ph] 16 Sept. 2010.
95. *Schelling T.C.* Dynamic models of segregation // J. Math. Sociol. — 1971. — Vol. 1, N 2. — P. 143—186.
96. *Stauffer D., Solomon S.* Ising, Schelling and self-organising segregation // Eur. Phys. J. B. — 2007. — Vol. 57, N 4. — P. 473—479.
97. *Benard S., Willer R.* A wealth and status-based model of residential segregation // J. Math. Sociol. — 2007. — Vol. 31, N 2. — P. 149—174.
98. *Axelrod R., Hamilton W.D.* The evolution of cooperation // Science. — 1981. — Vol. 211. — P. 1390—1396.
99. *Axelrod R., Dion D.* The further evolution of cooperation // Ibid. — 1988. — Vol. 242. — P. 1385—1390.
100. *Axelrod R.* An evolutionary approach to norms // The American Political Science Review. — 1986. — Vol. 80, N 4. — P. 1095—1111.
101. *Riolo L.R., Cohen M.D., Axelrod R.* Evolution of cooperation without reciprocity // Nature. — 2001. — Vol. 414. — P. 441—443.
102. *Кунятков В.Е.* Мир общественных насекомых: 3-е изд. — М.: Либроком, 2009. — 408 с.
103. *Борзенко В.И.* и др. Стратегии при голосовании в стохастической среде: эгоизм и коллективизм // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 2. — С. 154—173.
104. *Чеботарев П.Ю.* и др. Голосование в стохастической среде: случай двух групп // Проблемы управления. — 2010. — № 1. — С. 18—25.
105. *Хрисанфова Е.Н., Перевозчиков И.В.* Антропология: 4-е изд. — М.: Наука, 2005. — 400 с.
106. *Ginsburgh V.* Languages, genes, and cultures // J. Cultural Econ. — 2005. — Vol. 29, N 1. — P. 1—17.
107. *Мельвил А.Ю.* и др. Как измерить и сравнить уровни демократического развития в разных странах? (По материалам исследовательского проекта «Политический атлас современности»). — М.: МГИМО-Университет, 2008. — 135 с.
108. *Desmet K., Le Breton M., Ortuno-Ortin I., Weber S.* Stability of nations and genetic diversity, Intern. School of Economics at Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, 2008, Working paper 003-08. — URL: <http://www.iset.ge/files/003-08.pdf> (дата обращения 24.02.2012).
109. *Axelrod R.* The dissemination of culture: a model with local convergence and global polarization // J. Conflict Resolution. — 1997. — Vol. 41, N 2. — P. 203—226.
110. *Klemm K., Eguiluz V.M., Toral R., San Miguel M.* Global culture: a noise induced transition in finite systems // Phys. Rev. E. — 2003. — Vol. 67, N 4. 045101.

111. *González-Avella J.C.*, et al. Local versus global interactions in nonequilibrium transitions: a model of social dynamics // *Ibid.* — 2006. — Vol. 73, N 4. 046119.
112. *Centola D.*, *Gonzalez-Avella J.*, *Eguiluz V.M.*, *San Miguel M.* Homophily, cultural drift, and the co-evolution of cultural groups // *J. Conflict Resolution.* — 2007. — Vol. 51, N 6. — P. 905–929.
113. *Pfau J.*, *Kirley M.*, *Kashima Y.* Globalization and cultural diversity // *Proc. 3rd World Congress on Soc. Simulation WCSS2010.* — P. 1–8. — URL: [http://unimelb.academia.edu/JensPfau/Papers/383481/Globalization\\_and\\_Cultural\\_Diversity](http://unimelb.academia.edu/JensPfau/Papers/383481/Globalization_and_Cultural_Diversity) (дата обращения 24.02.2012).
114. *Radillo-Díaz A.*, *Pérez L.A.*, *del Castillo-Mussot M.* Axelrod models of social influence with cultural repulsion // *Phys. Rev. E.* — 2009. — Vol. 80, N 6. 066107.
115. *Bassin M.* The emergence of ethno-geopolitics in post-Soviet Russia // *Eurasian Geogr. Econ.* 2009. — Vol. 50, N 2. — P. 131–145.
116. *Маузоато К.* (ред.) Новая волна в изучении этнополитической истории Волго-Уральского региона. — Сарго Slavic Research Center, Hokkaido Univ. — 2003. — 335 с.
117. *Hammond R.A.*, *Axelrod R.* The evolution of ethnocentrism // *J. Conflict Resolution.* — 2006. — Vol. 50, N 1. — P. 1–11.
118. *Axelrod R.* Comparing modeling methodologies (modeling security issues of Central Asia), Jan. 2004. CMT International — Project on «Security in Central Asia» — URL: [http://www-personal.umich.edu/~axe/research/Comparing\\_Modeling\\_Methodologies.pdf](http://www-personal.umich.edu/~axe/research/Comparing_Modeling_Methodologies.pdf) (дата обращения 24.02.2012).
119. *Helbing D.*, *Johansson A.* Cooperation, norms, and revolutions: a unified game-theoretical approach // *PLoS ONE.* — 2010. — Vol. 5, N 10. e12530.
120. *Helbing D.*, *Schönhof M.*, *Stark H.-U.*, *Holyst J.A.* How individuals learn to take turns: Emergence of alternating cooperation in a congestion game and the prisoner's dilemma // *Adv. Complex Systems.* — 2005. — Vol. 8, N 1. — P. 87–116.
121. *Helbing D.*, *Yu W.* The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* — 2009. — Vol. 106, N 10. — P. 3680–3685.
122. *Helbing D.* Pattern formation, social forces, and diffusion instability in games with success-driven motion // *Eur. Phys. J. B.* — 2009. — Vol. 67, N 3. — P. 345–356.
123. *Kollman K.*, *Page S.E.* Computational methods and models of politics, in L. Tesfatsion, K.L. Judd (Eds.), *Handbook of Computational Economics.* — Amsterdam, 2006. — Vol. 2. — P. 1433–1463.
124. *Epstein J.M.* Generative social science: studies in agent-based computational modeling. — Princeton: Princeton Univ. Press. — 2007. — 352 p.
125. *Epstein J.M.* Modeling civil violence: an agent-based computational approach // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* — 2002. — Vol. 99, Suppl. 3. — P. 7243–7250.
126. *Goldstone R.L.*, *Janssen M.A.* Computational models of collective behavior // *Trends Cogn. Sci.* — 2005 Sep. — Vol. 9, N 9. — P. 424–430.
127. *Klemens B.*, *Epstein J.M.*, *Hammond R.A.*, *Raiffman M.A.* Empirical performance of a decentralized civil violence model. — 2010. — URL: [http://www.citeulike.org/user/chihchun\\_chen/article/7531499](http://www.citeulike.org/user/chihchun_chen/article/7531499) (дата обращения 24.02.2012).
128. *Srblijinovic A.*, *Penzar D.*, *Rodik P.*, *Kardov K.* An agent-based model of ethnic mobilisation // *J. Artificial Soc. Social Simul.* — 2003. — Vol. 6, N 1.
129. *Yiu S.Y.*, *Gill A.W.*, *Shi P.* Using agent based distillation to model civil violence management // *J. Battlefield Technol.* — 2003. — Vol. 6, N 1. — P. 27–32.
130. *Quek H.Y.*, *Tan K.C.*, *Abbass H.A.* Evolutionary game theoretic approach for modeling civil violence // *IEEE Trans. Evol. Comput.* — 2009. — Vol. 13, N 4. — P. 1–21.
131. *NetLogo models library.* Sample models / Social sciences. — URL: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/Rebellion> (дата обращения 24.02.2012).
132. *Daskalova V.*, et al. Networks Coalitions and Revolutions. — URL: [http://tuvalu.sanrafe.edu/events/workshops/index.php/Networks\\_Coalitions\\_and\\_Revolutions](http://tuvalu.sanrafe.edu/events/workshops/index.php/Networks_Coalitions_and_Revolutions) (дата обращения 24.12.2011).
133. *Fonoberova M.*, et al. Nonlinear Dynamics of Crime and Violence in Urban Settings *J. Artificial Soc. Social. Simul.* — 2012. — Vol. 15, N 1.
134. RAND Database of Worldwide Terrorism Incidents. — URL: <http://www.rand.org/nsrd/projects/terrorism-incidents.html> (дата обращения 24.02.2012).
135. *Correlates of War (COW) Project.* URL: <http://www.correlatesofwar.org/datasets.htm> (дата обращения 24.02.2012).
136. *Мутюков Н.В.* Имитационное моделирование в военной истории. — М.: ЛКИ, 2007. — 280 с.
137. *Plowes N.J.R.*, *Adams E.S.* An empirical test of Lanchester's square law: mortality during battles of the fire ant *Solenopsis invicta* // *Proc. Roy. Soc. B.* — 2005. — Vol. 272. — P. 1809–1814.
138. *Richardson L.F.* Variation of the frequency of fatal quarrels with magnitude // *J. Amer. Stat. Assoc.* — 1948. — Vol. 43, N 244. — P. 523–546.
139. *Roberts D.S.*, *Turcotte D.L.* Fractality and self-organized criticality of wars // *Fractals.* — 1998. — Vol. 6, N 4. — P. 351–357.
140. *Clauset A.*, *Young M.* Scale invariance in global terrorism, *ArXiv:physics/0502014v2* [physics.soc-ph] 1 May 2005.
141. *Schelling T.C.* The strategy of conflict (revised edition) — Cambridge MA: Harvard Univ. Press, 1980. — 309 p.
142. *Reiter D.* Exploring the bargaining model of war // *Perspectives on Politics.* — 2003. — Vol. 1, N 1. — P. 27–43.
143. *Leventoglu B.*, *Slantchev B.L.* The armed peace: a punctuated equilibrium theory of war // *Amer. J. Polit. Sci.* — 2007. — Vol. 51, N 4. — P. 755–771.
144. *Brook L.* Bargaining theory and building strategies for countering armed groups, U.S. Army War College, Class of 2010. — URL: <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADA522035> (дата обращения 24.02.2012).
145. *Walter B.F.* Bargaining failures and civil war // *Ann. Rev. Polit. Sci.* — 2009. — Vol. 12. — P. 243–262.
146. *Wolford S.*, *Reiter D.*, *Carrubba C.J.* Information, commitment, and war // *J. Conflict Resolution.* — 2011. — Vol. 55, N 4. — P. 556–579.
147. *Fearon J.D.*, *Laitin D.D.* Ethnicity, insurgency, and civil war // *Amer. Polit. Sci. Rev.* — 2003. — Vol. 97, N 1. — P. 75–90.
148. *Prunier G.* Africa's World War: Congo, the Rwanda genocide, and the making of continental catastrophe. — Oxford: Oxford Univ. Press. — 2009. — 529 p.
149. *Findley M.G.* Agents and conflict: adaptation and the dynamics of war // *Complexity.* — 2008. — Vol. 14, N 1. — P. 22–45.
150. *Johnson N.F.*, et al. Universal patterns underlying ongoing wars and terrorism, 2005, *arXiv:physics/0506213*.
151. *Dixon A.*, et al. Statistical physics and modern human warfare, in G. Naldi, L. Pareschi, G. Toskani (Eds.), *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences.* — Springer, 2010. — P. 365–396.
152. *Zhu J.-F.*, *Han X.-P.*, *Wang B.-H.* Statistical property and model for inter-event time of terrorism attack // *Chin. Phys. Lett.* — 2010. — Vol. 27, N. 6. 068902.
153. *Cederman L.-E.* Modeling the size of wars: from billiard balls to sandpiles // *Amer. Polit. Sci. Rev.* — 2003. — Vol. 97, N 1. — P. 135–150.
154. *Piepers I.* Casualty dynamics in wars and terrorism and the scale-free organization of social systems, 2006, *ArXiv:nlin/0606054v1*.
155. *Cederman L.-E.*, *Girardin L.* Toward realistic computational models of civil wars, 3<sup>rd</sup> Ann. Meeting of Amer. Polit. Sci. Association, 2007, Chicago. — URL: <http://www.icr.ethz.ch/people/cederman/> (дата обращения 24.02.2012).
156. URL: <http://www.icr.ethz.ch/research/growlab> (дата обращения 24.02.2012).



157. *Cederman L.-E., Hug S., Krebs L.F.* Democratization and civil war: empirical evidence // *J. Peace Res.* — 2010. — Vol. 47, N 4. — P. 377–394.
158. *Bak P.* How nature works: the science of self-organized criticality. — N.-Y.: Springer-Verlag Inc., 1996. — 205 p.
159. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В.* Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды: 3-е изд. — М.: ЛКИ, 2011. — 280 с.
160. *Bak P., Sneppen K.* Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution // *Phys. Rev. Lett.* — 1993. — Vol. 71. — P. 4083–4086.
161. *Sepkoski J.J.* Ten years in the library: new data confirm paleontological pattern // *Paleobiology.* — 1993. — Vol. 19, N 1. — P. 43–51.
162. *Krink T., Thomsen R.* Self-organized criticality and mass extinction in evolutionary algorithms // *Proc. Congress on Evolutionary Computations, Seoul, 2001.* — Vol. 2. — P. 1155–1161. — URL: <http://www.mendeley.com/research/selforganized-criticality-mass-extinction-evolutionary-algorithms/> (дата обращения 24.02.2012).
163. *Tang D.-H., Han X.-P., Wang B.-H.* Stretched exponential distribution of recurrent time of wars in China // *Physica A.* — 2010. — Vol. 389. — P. 2637–2641.
164. *Memon N., Will U.K.* (Eds.), *Mathematical methods for destabilizing terrorist activities.* — London: Springer, 2011. — 300 p.
165. *Ленский В.Е.* Технологии управляемого хаоса — оружие разрушения субъектности развития // *Информационные войны.* — 2010. — № 4 (16). — С. 69–78. — URL: <http://spkurduumov.narod.ru/leppppskiy.htm> (дата обращения 24.02.2012).
166. *Коротаев А.В.* и др. *Законы истории: математическое моделирование и прогнозирование мирового и регионального развития: 3-е изд., перераб. и доп.* — 2010. — 344 с.
167. *Mann S.R.* Chaos theory and strategic thought // *Parameters (US Army War College Quarterly).* — 1992. — Vol. XXII. — P. 54–68.
168. *Cornell University Library, Physics and Society.* — URL: <http://arxiv.org/list/physics.soc-ph/recent> (дата обращения 24.02.2012).
169. *Gonzalez-Bailon S., Borge-Holthoefer J., Rivero A., Moreno Y.* The dynamics of protest recruitment through an online network arXiv:1111.5595v1 [physics.soc-ph] 23 Nov 2011.
170. *Bachrach D., Nunu C., Wallach D.S., Wright M.* #h00t: Censorship resistant microblogging // arXiv:1109.6874v1 [cs.CR] 30 Sept. 2011.
171. *Leetaru K.H.* Culturomics 2.0: forecasting large-scale human behavior using global news media tone in time and space // *First Monday.* — Vol. 16, N 9. — 5 Sept. 2011. — URL: <http://firstmonday.org/htbin/cgiwrap/bin/ojs/index.php/fm/article/view/3663/3040> (дата обращения 24.02.2012).
172. *Helbing D.* FuturICT — new science and technology to manage our complex, strongly connected world. — URL: <http://www.futurict.eu> (дата обращения 24.02.2012).
173. *Landau H.G.* Models of social structure // *Bull. Math. Biophys.* — 1968. — Vol. 30, N 2. — P. 215–24.
174. *Bonabeau E., Theraulaz G., Deneubourg J.-L.* Phase diagram of a model of self-organizing hierarchies // *Physica A.* — 1995. — Vol. 217. — P. 373–392.
175. *Schulze C., Stauffer D.* Phase diagram in Bonabeau social hierarchy model with individually different abilities // *Adv. Complex Syst.* — 2004. — Vol. 7, N 3–4. — P. 289–294.
176. *Ben-Naim E., Kahng B., Kim J.S.* Dynamics of multi-player games // *J. of Statistical Mechanics: Theory and Experiment.* — 2006, P07001.
177. *Ben-Naim E., Vazquez F., Redner S.* What is the most competitive sport? // *J. Korean Phys. Soc.* — 2007. — Vol. 50. — P. 124–126.
178. *O'Connor J., Seymour J.* *Introducing NLP: psychological skills for understanding and influencing people (revised ed.).* — Cognari Press, 2011. — 272 p.
179. *Kornai A.* *Mathematical linguistics.* — London: Springer, 2007. — 299 p.
180. *Mitkov R.* (Ed.) *The Oxford handbook of computational linguistics.* — Oxford: Oxford Univ. Press, 2005. — 786 p.
181. *Newman M.E.J.* Power laws, Pareto distributions and Zipf's law // *Contemp. Phys.* — 2005. — Vol. 46, N 5. — P. 323–351.
182. *Abrams D., Strogatz S.* Modelling the dynamics of language death // *Nature.* — 2003. — Vol. 424. — P. 900.
183. *Patriarca M., Leppänen T.* Modeling language competition // *Physica A.* — 2004. — Vol. 338. — P. 296–299.
184. *Perfors A.* Simulated evolution of language: a review of the field // *J. Artif. Soc. Social Simul.* — 2002. — Vol. 5, N 2. art. 4.
185. *Schulze C., Stauffer D., Wichmann S.* Birth, survival and death of languages by Monte Carlo simulation // *Comm. Comput. Phys.* — 2008. — Vol. 3, N 2. — P. 271–294.
186. *Sole R.V., Corominas-Murtra B., Fortuny J.* Diversity, competition, extinction: the ecophysics of language change // arXiv:1004.4528v1 [q-bio.PE] 21 Apr 2010.
187. *Stephens G.J., Bialek W.* Statistical mechanics of letters in words // *Phys. Rev. E.* — 2010. — Vol. 81, N 6. 066119.
188. *Поддубный В.В., Поликарпов А.А.* Диссипативная стохастическая динамическая модель эволюции языковых знаков // *Компьютерные исследования и моделирование.* — 2011. — Т. 3, N 2. — С. 103–124.
189. *Samsonovich A.V., Goldin R.F., Ascoli G.A.* Toward a semantic general theory of everything // *Complexity.* — 2009. — Vol. 15, N 4. — P. 12–18.
190. *Baronchelli A., et al.* Sharp transition towards shared vocabularies in multi-agent systems // *J. Stat. Mech.* — 2006. P06014.
191. *Sprott B.* A quantum computational linguistic model. — URL: <http://www.cs.mcgill.ca/~bsprot1/QuantumComputationalLinguisticModelLatest.pdf> (дата обращения 24.02.2012).
192. *Rovenchak A., Buk S.* Application of a quantum ensemble model to linguistic analysis // arXiv 1011.5076 (2010).
193. *Вандескрик К.* Демографический анализ: пер. с франц. — М.: Гаудеамус, 2005. — 272 с.
194. *Alho J.M., Spencer B.D.* *Statistical demography and forecasting.* — N.-Y.: Springer Science, 2005. — 440 p.
195. *Jüngel A.* Diffusive and nondiffusive population models, in G. Naldi, L. Pareschi, G. Toscani (Eds.), *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences.* — Springer, 2010. — P. 397–426.
196. *Коротаев А. В., Малков А.С., Халтурина Д.А.* Компактная математическая макромодель технико-экономического и демографического роста Мир-Системы / В кн.: *История и синергетика: математическое моделирование социальной динамики.* — М.: КомКнига, 2005. — С. 6–48.
197. *Малков С.Ю., Селунская Н.Б., Сергеев А.В.* Социально-экономические и демографические процессы в аграрном обществе как объект математического моделирования. — Там же. — С. 70–87.
198. *Von Foerster H., Mora P., Armiot L.* Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026 // *Science.* — 1960. — Vol. 132. — P. 1291–1295.
199. *Kremer M.* Population growth and technological change: one million B.C. to 1990 // *Quart. J. Econ.* — 1993. — Vol. 108, N 3. — P. 682–716.
200. *Кануца С.П.* *Общая теория роста человечества.* — М.: Наука, 1999. — 117 с.
201. *Lutz W., Sanderson W., Scherbov S.* The end of world population growth // *Nature.* — 2001. — Vol. 412. — P. 543–545.
202. *Johansen A., Sornette D.* Finite-time singularity in the dynamics of the world population, economic and financial indexes // *Ibid.* — Vol. 294. — N 3–4. — P. 465–502.
203. *Словохотов Ю.Л.* Аналогии фазовых переходов в экономике и демографии // *Компьютерные исследования и моделирование.* — 2010. — Т. 2, № 2. — С. 202–218.

204. Турчин П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории: 2-е изд. — М.: ЛКИ, 2010. — 368 с.
205. Нефедов С.А. Демографически-структурный анализ социально-экономической истории России: конец XV — начало XX века. — Екатеринбург: УГГУ, 2005. — 543 с.
206. Эдди Дж. История об исчезнувших солнечных пятнах // Усп. физ. наук. — 1978. — Т. 125, № 2. — С. 315—329.
207. Atkinson A.B., Bourguignon F. (Eds.) Handbook of income distribution. — Amsterdam: Elsevier, 2000. — Vol. 1. — 958 p.
208. Medvinsky A.B., Rusakov A.V. Chaos and order in stateless societies: intercommunity exchange as a factor impacting the population dynamical patterns // Chaos, Solitons & Fractals. — 2011. — Vol. 44. — P. 390—400.
209. Нефедов С.А., Турчин П.В. Модифицированная модель демографически-структурной динамики аграрного общества / В кн.: Турчин П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории: 2-е изд. — М.: ЛКИ, 2010. — С. 339—346.
210. Коротаев А.В. Базовая модель средневековой египетской политико-демографической динамики // Там же. — С. 347—365.
211. Малков А.С., Малинецкий Г.Г., Чернавский Д.С. О математическом моделировании исторических процессов: аграрные общества // Там же. — С. 304—316.
212. Малков А.С., Малков С.Ю. Математические методы в исследовании закономерностей развития общества: моделирование эволюции этнических систем // Там же. — С. 328—338.
213. Гумилев Л.Н. Этносфера. История людей и история природы. — М.: Экспрос, 1993. — 544 с.
214. Open ABM 13.1. Artificial Anasazi. — URL: <http://www.openabm.org/book/1928/131-artificial-anasazi> (дата обращения 24.02.2012).
215. Janssen M.A. Understanding artificial Anasazi. J. Artif. Soc. Social Simul. — 2009. — Vol. 12. — N 4. 2. s14.
216. Suarez J.L., Sancho F. A virtual laboratory for the study of history and cultural dynamics // J. Artificial Soc. Social Simul. — 2011. — Vol. 14, N 4, 19.
217. Galam S. Sociophysics: a physicist's modeling of psycho-political phenomena. — Springer, 2012. — 536 p.
218. Scharnhorst A. The unexpected conference — new trends in Sociophysics. — URL: <http://ehumanities.nl/ehumanities-news/the-unexpected-conference---new-trends-in-sociophysics/> (дата обращения 3.04.2012).
219. Martens D., Baesens B., Fawcett T. Editorial survey: swarm intelligence for data mining // Mach Learn. — 2011. — Vol. 82. — P. 1—42.
220. Новиков Д.А. Модели стратегической рефлексии // Автоматика и телемеханика. — 2012. — № 1. — С. 1—18.
221. Baek S.K., Bernhardsson S., Minnhagen P. Zipf's law unzipped // New J. Phys. — 2011. — Vol. 13, 043004.
222. Huang X., et al., Identifying influential directors in the United States corporate governance network. // Phys. Rev. E. — 2011. — Vol. 84, 046101.
223. Squartini T., Fagiolo G., Garlaschelli D. Randomizing world trade. I. A binary network analysis. // Ibid. — 2011. — Vol. 84, 046117; *idem*. Randomizing world trade. II. A weighted network analysis // Ibid. — 2011. — Vol. 84, 046118.
224. Narayan O., Sanjeev I. Large-scale curvature of networks // Ibid. — 2011. — Vol. 84, 066108.
225. Onnela J.-P., Christakis N.A. Spreading paths in partially observed social networks // Ibid. — 2012. — Vol. 85, 036106.
226. Borge-Holthoefer J., Moreno Y. Absence of influential spreaders in rumor dynamics // Ibid. — Vol. 85, 026116.
227. Guy S.J., Curtis S., Lin M.C., Manocha D. Least-effort trajectories lead to emergent crowd behaviors // Ibid. — Vol. 85, 016110.
228. Hernandez-Montoya A.R., et al. Emerging properties of financial time series in the «Game of Life» // Ibid. — 2011. — Vol. 84, 066104.
229. Sandoval Jr. L. Survivability and centrality measures for networks of financial market indices // arXiv:1201.4490v1 [q-fin.ST] 21 Jan 2012.
230. Erola P., Diaz-Guilera A., Gomez S., Arenas A. Modeling international crisis synchronization in the World Trade Web // arXiv:1201.2024v1 [q-fin.GN] 10 Jan 2012.
231. Xie J., et al. Evolution of opinions on social networks in the presence of competing committed groups // PLoS ONE. — 2012. — Vol. 7, N 3, e33215.
232. Lancichinetti A., Fortunato S. Consensus clustering in complex networks // arXiv:1203.6093v1 [physics.soc-ph] 27 Mar. 2012.
233. Chen D., et al. Identifying influential nodes in complex networks // Physica A. — 2012. — Vol. 391. — P. 1777—1787.
234. Filimonov V., Sornette D. Quantifying reflexivity in financial markets: towards a prediction of flash crashes // arXiv:1201.3572v1 [q-fin.ST] 17 Jan. 2012.
235. Bialek W., et al. Statistical mechanics for natural flocks of birds // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. — 2012. — Vol. 109, N 13. — P. 4786—4791.
236. Petersen A.M., Tenenbaum J., Havlin S., Stanley H.E. Statistical laws governing fluctuations in word use from word birth to word death // arXiv:1107.3707v2 [physics.soc-ph] 15 Feb 2012.
237. Эконофизика и эволюционная экономика (Научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук, 2 ноября 2010 г.) // Усп. физич. наук. — 2011. — Т. 181, № 7. — С. 753—786.
238. Bellomo N., Herrero M.A., Tosin A. On the dynamics of social conflicts: looking for the Black Swan // arXiv:1202.4554v1 [math-ph] 21 Feb 2012.
239. Rutherford A., et al. Good fences: the importance of setting boundaries for peaceful coexistence // arXiv:1110.1409v1 [physics.soc-ph] 6 Oct 2011.
240. Yasseri T., et al. Dynamics of conflicts in Wikipedia // arXiv:1202.3643v1 [physics.soc-ph] 16 Feb 2012.
241. Shua X., et al. Does quantum interference exist in Twitter? // arXiv:1107.0681v1 [cs.SI] 4 Jul 2011.
242. Vol E.D. Simple quantum model of learning explains the Yerkes-Dodson law in psychology // arXiv:1202.1893v1 [physics.soc-ph] 9 Feb 2012.
243. Yukalov V.I., Sornette D. Quantum decision making by social agents // arXiv:1202.4918v1 [physics.soc-ph] 21 Feb 2012.
244. Коротаев А.В., Зинкина Ю.В. Египетская революция 2011 г.: структурно-демографический анализ. — URL: <http://www.polit.ru/article/2011/03/04/egyrev/> (дата обращения 3.04.2012).
245. URL: <http://www.nonlin.ru> (дата обращения 24.02.2012).
246. Гасников А.В., Гасникова Е.В. О возможной динамике в модели расчета матрицы корреспонденций (А.Дж. Вильсона) // Тр. МФТИ. — 2010. — Т. 2, № 4. — С. 45—54.
247. Морозов И.И. и др. Численное исследование транспортных потоков на основе гидродинамических моделей // Компьютерные исследования и моделирование. — 2011. — Т. 3, № 4. — С. 389—412.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Словохотов Юрий Леонидович — д-р хим. наук, зав. лабораторией, хим. факультет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ☎ (495) 939-54-34, ✉ slov@phys.chem.msu.ru; вед. науч. сотрудник, Институт элементоорганических соединений им. А.Н. Несмеянова РАН, г. Москва, ☎ (499) 135-93-04.