УДК 517.977.5:629.7

ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ ДЕФОРМИРУЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА[1]

А.В. Силаев

Рассмотрена задача минимизации уровня упругих колебаний в угловом движении деформируемого космического аппарата. Получены уравнения, позволяющие оценить огибающие упругих мод с учетом их собственного демпфирования. Предложен градиентный алгоритм беспоисковой адаптации параметра базового закона управления ориентацией объекта, минимизирующий общую огибающую упругих мод.

Ключевые слова: деформируемый космический аппарат, упругие колебания, огибающая, адаптивное управление.

ВВЕДЕНИЕ

Возмущающее влияние упругих колебаний нежестких элементов конструкции (панелей солнечных батарей, антенн и других элементов) на движение деформируемых космических аппаратов (ДКА) приводит к необходимости учета при разработке систем управления их ориентацией достаточно большого числа мод упругих колебаний, даже если амплитуды этих мод малы по сравнению с координатами движения ДКА как абсолютно жесткого тела. Это вызвано тем, что при длительном сроке функционирования объекта и при определенных условиях может возникнуть явление резонанса отдельной моды, выражающееся в неограниченном возрастании ее амплитуды, ведущим к захвату регулятора упругими колебаниями, т. е. к потере устойчивости системы [1]. Вследствие этого алгоритмы управления ориентацией ДКА, полученные для абсолютно жесткого объекта, оказываются неработоспособными. В связи с этим необходима разработка методов оценки уровня упругих колебаний и, в случае необходимости, изменения закона управления, например, путем адаптации его параметров в допустимых пределах в целях минимизации уровня упругих колебаний.

Существенная нелинейность и высокая размерность математической модели ДКА приводят к тому, что при исследовании динамики движения с учетом упругости конструкции важнейшим инструментом служит цифровое моделирование. Большие затруднения вызывает широкий диапазон собственных частот упругих мод, что требует выбора шага интегрирования дифференциальных уравнений мод, исходя из максимальной частоты мод. Это приводит к существенному увеличению времени моделирования. В то же время для оценки влияния мод (в особенности высокочастотных) на движение системы в целом достаточно знать не мгновенные значения координат мод, а их текущие амплитуды (огибающие), изменяющиеся во времени относительно медленно. Огибающие можно моделировать с существенно большим шагом, что значительно сократит время моделирования. Поэтому представляет интерес разработка методов оценки огибающих упругих мод.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наиболее удобной формой описания упругих мод служит модально-физическая модель [2] углового движения ДКА:

$$\ddot{\bar{x}} = m(u),$$
$$\ddot{\tilde{x}}_i + 2\xi_i\tilde{\omega}_i\dot{\tilde{x}}_i + \tilde{\omega}_i^2\tilde{x}_i = \tilde{k}_i m(u), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$
$$x = \bar{x} + \tilde{x}, \quad \tilde{x} = \sum_{i=1}^{n}\tilde{x}_i,$$

где $\bar{x}$ — координата движения ДКА как абсолютно жесткого тела; $\tilde{x}_i$ — координата i-й моды упругих колебаний; $\tilde{\omega}_i$, ξ_i и $\tilde{k}_i$ — соответственно собственная циклическая частота, коэффициент затухания и коэффициент возбудимости i-й моды; n — число учитываемых мод; $m(u)$ — приведенный управляющий момент; $u = u(x, \dot{x}, t, \lambda)$ — базовый релей-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 08-08-00512) и Отделения ЭММПУ РАН (программа № 15).

но-логический закон управления; x и $\dot{x}$ — измеряемые координаты объекта; $\tilde{x}$ — дополнительная составляющая координаты x, обусловленная упругими колебаниями; λ — параметр базового закона управления, доступный адаптации. Обычно моды слабодемпфированные, поэтому значения ξ_i малы.

Для ДКА с длительным сроком существования в качестве базового закона управления ориентацией нередко используют релейно-логические законы, приводящие к автоколебаниям, которые обеспечивают требуемую динамику процессов управления в замкнутой системе.

Рассмотрим в качестве базового закона управления ориентацией ДКА алгоритм на основе релейно-логической функции $u(x)$, зависящей только от одной измеряемой координаты x. Если пренебречь упругими колебаниями (т. е. при $x \approx \bar{x}$), то в окрестности координат, близкой к области существования предельного цикла, этот алгоритм может быть описан следующим образом:

$$u(x) = \begin{cases} +u_\varepsilon \forall |x| < \varepsilon \vee t < t_0; \\ -u_u \forall x \geq \varepsilon \vee t \in [t_0, t_1],\ x(t_1) = \varepsilon - \gamma, \\ \qquad t_1 - t_0 = \tau_1; \\ +u_u \forall x \leq \varepsilon - \gamma \wedge t \in [t_1, t_2],\ t_2 - t_1 = \tau_2 = k_t \tau_1, \\ \qquad 0 < k_t < 1; \\ +u_\varepsilon \forall |x| < \varepsilon - \gamma \vee t \geq t_2. \end{cases} \quad (2)$$

Сигналы (напряжения) $+u_u$, $-u_u$, $+u_\varepsilon$ используются для включения исполнительного органа, создающего управляющие воздействия $+m_u$, $-m_u$, $+m_\varepsilon$ соответственно. Для пояснения работы алгоритма на рис. 1 представлена фазовая плоскость, отображающая автоколебания, вызываемые данным алгоритмом при некоторых значениях его параметров. Пусть *0* на рис. 1 — начальная точка, соответствующая моменту t_0 начала функционирования системы стабилизации. Примем для определенности $x(t_0) > \varepsilon$. В соответствии с данным алгоритмом к объекту прикладывается воздействие $-m_u$, уменьшающее начальное отклонение. В некоторый момент $t = t_1$ изображающая точка попадет на линию переключения L_2 ($x(t_1) = \varepsilon - \gamma$). Время движения по траектории *0—1*, равное $\tau_1 = t_1 - t_0$, измеряется и запоминается. По сигналу датчика угла $x(t_1) = \varepsilon - \gamma$ управляющее воздействие, приложенное к объекту, меняет знак на противоположный ($+m_u$), под влиянием которого осуществляется торможение объекта в течение расчетного времени $\tau_2 = k_t\tau_1$, где k_t — коэффициент возврата, доступный адаптации в определенных пределах. Далее под влиянием «слабого» управления $+m_\varepsilon$ по траектории пассивного движения *2—3* внутри зоны нечувствительности система возвращается на исходную правую границу зоны нечувствительности в точке *3* ($x(t_3) \in L_1$), выходя в конечном счете на траекторию предельного цикла Г.

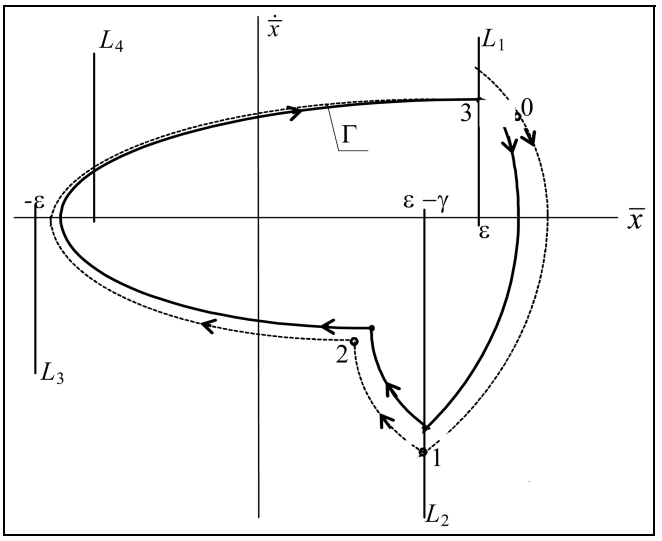

Рис. 1. Движение системы на фазовой плоскости в окрестности предельного цикла без учета упругих колебаний

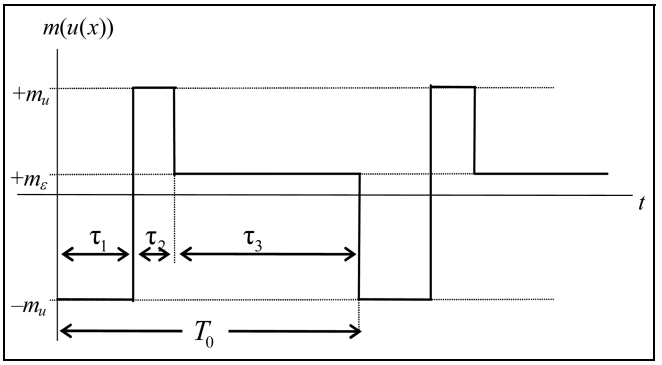

Рис. 2. Приведенный управляющий момент в режиме автоколебаний

Функционирование регулятора в режиме автоколебаний (Г), представленное периодической последовательностью импульсов управляющего воздействия, отображено на рис. 2. Вид автоколебаний, установившихся в системе, зависит от соотношения значений m_u, m_ε и k_t. Автоколебания, представленные на рис. 1 и 2, соответствуют случаю минимального расхода энергии и являются односторонними, т. е. фазовая траектория движения системы никогда не пересекает левую границу зоны нечувствительности — линию переключения L_3, на которой $x(t) = -\varepsilon$. Параметры автоколебаний τ_1, τ_2 и τ_3, как и общий период цикла

$T_0 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, определяются параметрами базового алгоритма ε, γ, k_t, m_u и m_ε. В процессе движения релейный алгоритм (2) воздействует на упругие моды и при определенных условиях может вызвать резонанс отдельной моды. При этом огибающая данной моды будет неограниченно возрастать.

Требуется разработать:

— метод оценки огибающих отдельных мод и общей огибающей движения $\tilde{x}$, вызванного упругими колебаниями;

— алгоритм адаптации параметра k_t, позволяющий минимизировать общую огибающую упругих колебаний.

2. ОЦЕНКА ОГИБАЮЩИХ УПРУГИХ МОД

Предлагаемый здесь метод оценки огибающих демпфированных упругих мод основан на результатах, полученных в работе [3] для недемпфированных мод. Рассмотрим i-ю моду, описываемую уравнением

$$\ddot{\tilde{x}}_i + 2\xi_i\tilde{\omega}_i\dot{\tilde{x}}_i + \tilde{\omega}_i^2\tilde{x}_i = f_i(t), \qquad (3)$$

где $f_i(t) = \tilde{k}_i m(u)$.

Согласно методу Крылова — Боголюбова [4] приближенное решение уравнения (3) имеет вид $\tilde{x}_i(t) = a_i(t)\cos\theta_i(t)$, где $\theta_i(t) = \tilde{\omega}_i t + \varphi_i(t)$, а $a_i(t)$ и $\varphi_i(t)$ — относительно медленно меняющиеся функции времени, $a_i(t)$ — огибающая моды. Выражения для $\dot{\tilde{x}}_i$ и $\ddot{\tilde{x}}_i$ имеют вид [4]

$$\dot{\tilde{x}}_i = -a_i(t)\tilde{\omega}_i\sin\theta_i(t), \quad \ddot{\tilde{x}}_i = \tilde{\omega}_i\dot{a}_i(t)\sin\theta_i(t) - \\ - \tilde{\omega}_i^2 a_i(t)\cos\theta_i(t) - \tilde{\omega}_i a_i(t)\dot{\varphi}_i\cos\theta_i(t)$$

при условии

$$\dot{a}_i(t)\cos\theta_i(t) - a_i(t)\dot{\varphi}_i(t)\sin\theta_i(t) = 0. \qquad (4)$$

После подстановки выражений $\dot{\tilde{x}}_i$ и $\ddot{\tilde{x}}_i$ уравнение (3) примет вид

$$-\tilde{\omega}_i\dot{a}_i(t)\sin\theta_i(t) - \tilde{\omega}_i a_i(t)\dot{\varphi}_i(t)\cos\theta_i(t) - \\ - 2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i(t)\sin\theta_i(t) = f_i(t). \qquad (5)$$

Преобразуем уравнения (4) и (5) в целях получения выражений для $\dot{a}_i(t)$ и $\dot{\varphi}_i(t)$, удобных для решения с помощью численных методов. Для этого умножим уравнение (4) на $\tilde{\omega}_i\sin\theta_i(t)$, уравнение (5) — на $\cos\theta_i(t)$ и сложим полученные уравнения. Затем умножим уравнение (5) на $\sin\theta_i(t)$ и вычтем из него уравнение (4), умноженное на $\tilde{\omega}_i\cos\theta_i(t)$. В результате несложных преобразований, опуская для простоты зависимость переменных от t, получим

$$\dot{\varphi}_i = (-2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i\sin^2(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i)\cos(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i) - \\ - f_i\cos(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i))/(\tilde{\omega}_i a_i), \qquad (6)$$

$$\dot{a}_i = (-2\xi_i\tilde{\omega}_i^2 a_i\sin^2(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i) - \\ - f_i\sin(\tilde{\omega}_i t + \varphi_i))/(\tilde{\omega}_i). \qquad (7)$$

Уравнения (6) и (7) могут быть решены численными методами при начальных условиях $a_i(0)$, $\varphi_i(0)$, определяемых по заданным начальным значениям координат моды $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$ из соотношений $\tilde{x}_i(0) = a_i(0)\cos\varphi_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0) = -\tilde{\omega}_i a_i(0)\sin\varphi_i(0)$.

Моделирование уравнения (6) может представлять трудности при малых значениях a_i. Поэтому перейдем к новым переменным $A_i(t) = a_i(t)\cos\varphi_i(t)$, $B_i(t) = a_i(t)\sin\varphi_i(t)$ способом, описанным в работе [5]. Для этого умножим уравнение (7) на $\cos\varphi_i$ и вычтем из него уравнение (6), умноженное на $a_i\sin\varphi_i$. Затем умножим уравнение (6) на $a_i\cos\varphi_i$, уравнение (7) — на $\sin\varphi_i$ и сложим. В результате получим уравнения относительно новых переменных:

$$\dot{A}_i = -(2\xi_i\tilde{\omega}_i(A_i\sin\tilde{\omega}_i t + B_i\cos\tilde{\omega}_i t) + \\ + \tilde{k}_i m(u)/\tilde{\omega}_i)\sin\tilde{\omega}_i t, \qquad (8)$$

$$\dot{B}_i = -(2\xi_i\tilde{\omega}_i(A_i\sin\tilde{\omega}_i t + B_i\cos\tilde{\omega}_i t) + \\ + \tilde{k}_i m(u)/\tilde{\omega}_i)\cos\tilde{\omega}_i t, \qquad (9)$$

при следующих начальных условиях: $A_i(0) = \tilde{x}_i(0)$, $B_i(0) = -\dot{\tilde{x}}_i(0)/\tilde{\omega}_i$.

Тогда огибающая a_i i-й моды определяется следующим образом:

$$a_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}. \qquad (10)$$

Общая огибающая n упругих мод a вычисляется как сумма a_i, $i = \overline{1, n}$. Тогда движение $\tilde{x}(t)$, вызванное упругими колебаниями, будет ограничено областью $[-a, a]$.

Нетрудно видеть, что уравнения, полученные в работе [3] для оценки огибающих недемпфированных мод, являются частным случаем уравнений (8) и (9) при $\xi_i = 0$.

Для оценки огибающих мод требуется однократное (на всем интервале времени функционирования объекта) получение информации о начальных значениях их координат $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$, $i = \overline{1, n}$, что может быть реализовано с помощью наблюдателя состояния, работающего на коротком отрезке времени, необходимом для оценки значений координат мод. В работе [6] дан пример совместного оце-

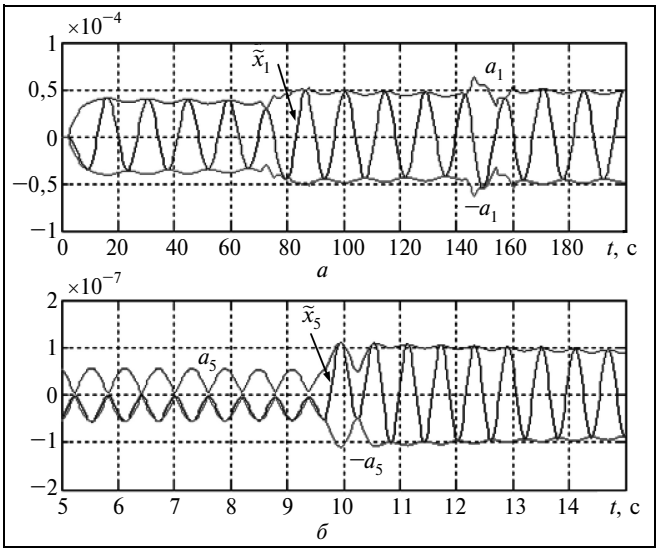

Рис. 3. Результаты оценки огибающих упругих мод:
а — для первой моды; *б* — для пятой моды

нивания координат мод и их параметров $\tilde{\omega}_i$, $\tilde{k}_i$ с помощью расширенного фильтра Калмана.

Продемонстрируем работоспособность предложенного метода оценки огибающих демпфированных мод на примере объекта, плоское угловое движение которого описывается системой уравнений (1) при следующих значениях параметров мод: $\tilde{\omega}_1 = 0{,}44$; $\tilde{\omega}_2 = 0{,}755$; $\tilde{\omega}_3 = 2{,}2$; $\tilde{\omega}_4 = 6{,}5$; $\tilde{\omega}_5 = 10{,}6$; $\tilde{k}_i = 0{,}425$; $\tilde{k}_2 = 2{,}16$; $\tilde{k}_3 = 0{,}587$; $\tilde{k}_4 = 0{,}82$; $\tilde{k}_5 = 0{,}415$; $\xi_i = 0{,}003$, $i = \overline{1,5}$, при законе управления (2) с параметрами $m_\varepsilon = 10^{-6}$, $m_u = 8 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$, $\gamma = 10^{-4}$, $k_t = 0{,}31$, нулевых начальных условиях на координаты мод и $\bar{x}(0) = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$, $\dot{\bar{x}}(0) = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$.

Для всех пяти мод были получены огибающие с помощью уравнений (8)—(10). Результаты для первой (низкочастотной) и пятой (высокочастотной) мод представлены на рис. 3. Для остальных мод огибающие так же точно соответствуют координатам своих мод. Следует отметить, что значения параметров мод $\tilde{k}_i$, $\tilde{\omega}_i$, ξ_i не играют существенной роли для метода оценки огибающей: метод дает такие же точные результаты и при других значениях параметров, что было проверено в результате моделирования.

3. ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ

Перейдем к решению задачи минимизации уровня упругих колебаний, оцениваемого значением их общей огибающей, с помощью адаптации параметра k_t базового закона управления. Результаты моделирования движения ДКА при законе управления вида (2) показывают, что общую огибающую мод $a(t)$ можно приближенно считать почти периодической функцией времени, причем влияние параметра k_t на ее значение проявляется с определенной динамикой. В связи с этим зависимость a от k_t следует оценивать не по мгновенному значению $a(t)$, а по осредненному на отрезке времени, длительность T которого должна превышать период функции $a(t)$, определяемый частотами мод и параметрами закона управления. Работоспособность предлагаемых алгоритмов адаптации по критерию минимума среднего значения общей огибающей $\bar{a}$ упругих мод определяется характером зависимости $\bar{a}(k_t)$, где $\bar{a} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} a(\tau)d\tau$.

Исследования, представленные в статье [7], показали, что при приведенных в § 2 параметрах мод и закона управления (2) период моды $a(t)$ приблизительно равен 71 с, поэтому минимальное значение T должно быть больше 71 с. Окончательный выбор значения T должен подтверждаться на основании моделирования по следующему правилу: при одних и тех же исходных данных и постоянных параметрах значение $\bar{a}$ должно быть приблизительно постоянным (с определенной точностью).

На рис. 4 представлена зависимость $\bar{a}(k_t)$ для объекта с двумя низкочастотными модами с параметрами $\tilde{\omega}_1 = 0{,}44$ с$^{-1}$, $\tilde{\omega}_2 = 0{,}755$ с$^{-1}$, $\tilde{k}_1 = 0{,}0107$, $\tilde{k}_2 = 0{,}0108$, $\xi_1 = \xi_2 = 0{,}003$, при начальных условиях на координаты мод $\tilde{x}_1(0) = 1{,}38 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{x}_2(0) = \dot{\tilde{x}}_1(0) = \dot{\tilde{x}}_2(0) = 0$ и жесткого тела $\bar{x}(0) = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$, $\dot{\bar{x}}(0) = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$, прежних значе-

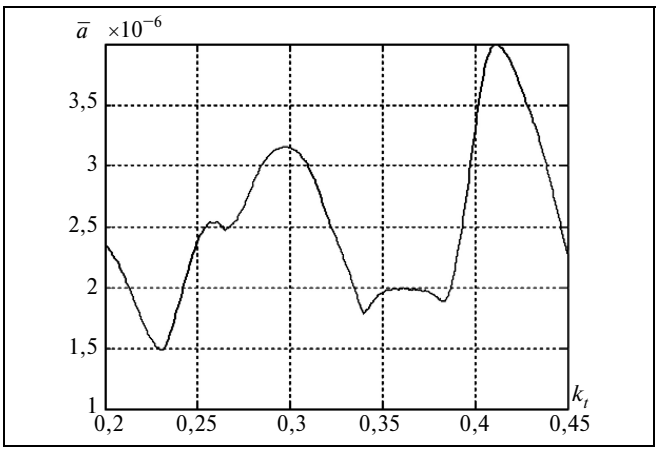

Рис. 4. График зависимости $\bar{a}(k_1)$

ниях параметров закона управления (2) и при k_t, изменяющемся на отрезке от 0,2 до 0,45. Длительность T интервала осреднения общей огибающей была взята равной 200 с. Из графика видно, что зависимость $\bar{a}(k_t)$ носит плавный характер и имеет небольшое число локальных минимумов.

Самым простым решением было бы присвоение параметру k_t значения, при котором достигался бы минимум функции $\bar{a}(k_t)$. Но это, прежде всего, может привести базовый закон управления к виду, при котором нарушается выполнение функций, возложенных на объект. Далее, вид функции $\bar{a}(k_t)$ зависит от параметров мод, которые в процессе полета могут изменяться вследствие перестройки конструкции ДКА на орбите, изменения упругих свойств элементов конструкции из-за температурных отклонений, старения материалов и других факторов. В этом случае необходима периодическая идентификация параметров мод (см., например, статьи [6, 8]).

В связи с этим наиболее рациональным решением поставленной задачи был бы подбор с помощью адаптивной настройки значения параметра k_t, при котором достигался бы локальный (в лучшем случае, глобальный) минимум нелинейной функции $\bar{a}(k_t)$. Это задача нелинейного программирования, которая может быть решена известными методами [9]. В работе [7] было предложено ее решение для недемпфированных мод на основе алгоритма случайного поиска с обучением. В данной работе, кроме распространения уже разработанного поискового алгоритма на случай демпфированных мод, предлагается градиентный алгоритм беспоисковой адаптации.

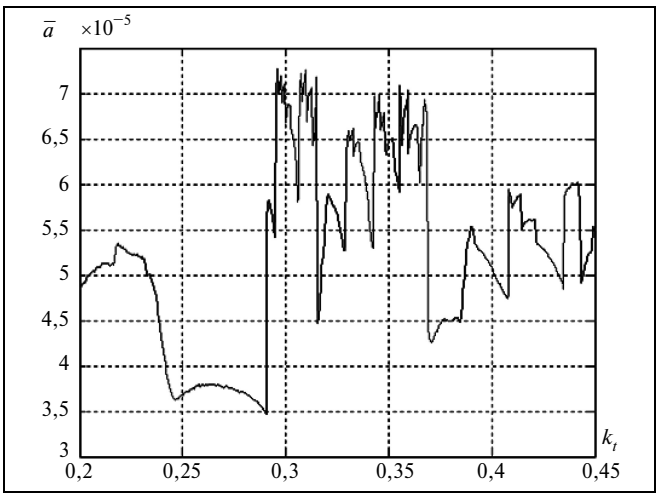

Рис. 5. График зависимости $\bar{a}(k_1)$ при увеличении значений $\tilde{k}_i$ и $\tilde{x}_i(0)$, i = 1, 2, в 20 раз

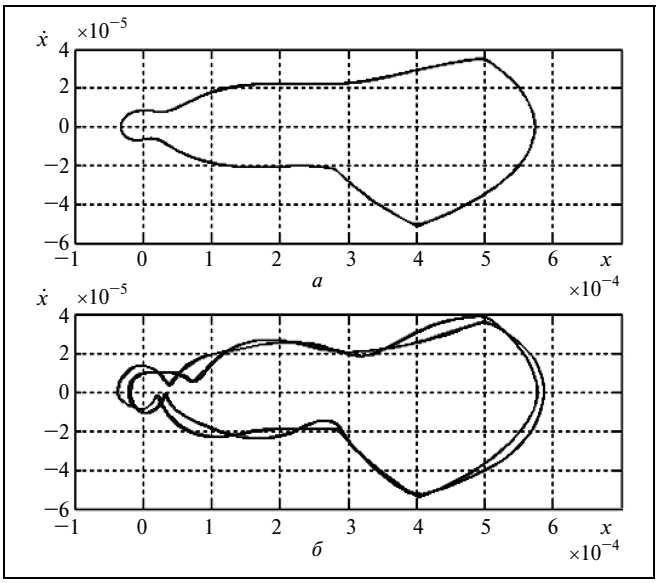

Рис. 6. Движение системы на фазовой плоскости:
а — при заданных значениях $\tilde{k}_i$, $\tilde{x}_i(0)$, i = 1, 2; *б* — при увеличении их в 4 раза

С ростом начальных условий на координаты мод и их коэффициентов возбудимости $\tilde{k}_i$ характер зависимости $\bar{a}(k_t)$ меняется. Так, на рис. 5 представлена зависимость $\bar{a}(k_t)$ при увеличении коэффициентов $\tilde{k}_i$ и начальных условий $\tilde{x}_i(0)$, $\dot{\tilde{x}}_i(0)$ по обеим модам в 20 раз. Зависимость уже не имеет продолжительных участков монотонного изменения, и методы [9] решения задачи нелинейного программирования неприменимы.

Если исследовать движение объекта в этих случаях методом фазовой плоскости (x, $\dot{x}$), то можно сделать следующий вывод (см. рис. 6, полученный при k_t = 0,31): при малых значениях начальных условий на координаты мод и коэффициентов возбудимости (эти значения были приведены ранее) движение изображающей точки системы на фазовой плоскости близко к устойчивому предельному циклу (рис. 6, *а*); при увеличении начальных условий и коэффициентов возбудимости предельный цикл сохраняется, но становится «размытым» (так, рис. 6, *б* соответствует случаю, когда значения начальных условий и коэффициентов $\tilde{k}_i$ увеличены в четыре раза); при дальнейшем росте значений начальных условий и $\tilde{k}_i$ предельный цикл пропадает. Таким образом, представленные далее методы параметрической адаптации применимы при таком уровне упругих колебаний, при котором устойчивый предельный цикл сохраняется (например, в случаях, соответствующих рис. 6).

Для минимизации среднего значения общей огибающей мод $\bar{a}$ путем настройки параметра k_t может быть применен градиентный метод наискорейшего спуска [9], основанный на определении значения аргумента k_t, при котором достигается локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$. Градиентные методы являются итерационными и основаны на определении направления и значения пошагового значения аргумента для достижения экстремума функции по ее градиенту. Предлагаемый здесь алгоритм заключается в следующем.

На начальном такте ($k = 1$) в момент времени $t = t_0$ задается начальное значение параметра $k_t = k_t^{(0)}$, при котором осуществляются оценка общей огибающей n учитываемых мод и ее осреднение; в момент $t = t_0 + T$ окончания начального такта вычисляется среднее значение общей огибающей мод на данном такте $\bar{a}^{(0)} = \bar{a}(k_t^{(0)})$.

На первом такте ($k = 0$) принимается новое значение параметра $k_t^{(k)} = k_t^{(k-1)} + \Delta$, где Δ — заданное малое по сравнению с $k_t^{(0)}$ значение — пробный шаг изменения параметра k_t; в момент $t = t_0 + (k + 1)T$ окончания k-го такта оценивается $\bar{a}^{(k)}$, и вычисляется приближенное значение градиента функции $\bar{a}(k_t)$ по формуле $\nabla\bar{a}^{(k)} = (\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)})/(k_t^{(k)} - k_t^{(k-1)})$, а также относительное изменение этой функции $\delta^{(k)} = (\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)}/\bar{a}^{(k-1)}$.

На следующем такте ($k = k + 1$) принимается новое значение параметра $k_t^{(k)} = k_t^{(k-1)} - \Delta k_t \nabla\bar{a}^{(k)}$, где Δk_t — шаг изменения параметра k_t; в момент $t = t_0 + (k + 1)T$ окончания k-го такта оценивается $\bar{a}^{(k)}$, вычисляются $\nabla\bar{a}^{(k)}$ и $\delta^{(k)}$, проверяется условие: если $\delta^{(k)} < 0$ и $\delta^{(k-1)} < 0$ (т. е. функция $\bar{a}(k_t)$ убывает на текущем и предыдущем тактах алгоритма), то значение шага Δk_t следует увеличить (например, в два раза: $\Delta k_t := 2\Delta k_t$), если же $\delta^{(k)} > 0$ и $\delta^{(k-j)} < 0, j = \overline{1, N}$ (т. е., по крайней мере, на N предыдущих тактах алгоритма функция $\bar{a}(k_t)$ убывала, а на текущем начала возрастать), то это означает, что локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$ пройден, шаг Δk_t необходимо уменьшить до некоторого значения $\Delta\bar{k}_t$, которое дальше будет оставаться постоянным, а значение k_t на следующем такте установить на промежутке между последним и предпоследним его значениями, но ближе к предпоследнему (при котором $\delta^{(k-1)} < 0$), с последующей его настройкой на дальнейших тактах с шагом $\Delta\bar{k}_t$. В частности, примем такое правило выбора значения $k_t^{(k+1)}$ на следующем ($k + 1$)-м такте после перехода через локальный минимум: $k_t^{(k+1)}$ делит промежуток между двумя значениями $k_t^{(k-1)}$ и $k_t^{(k)}$ в отношении $1/p$, считая от $k_t^{(k-1)}$ (p — целое положительное число, $p = 3, 4$). При приближении $k_t^{(k)}$ к окрестности значения, при котором достигается локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$, знак $\delta^{(k)}$ будет постоянно чередоваться, а значение $\nabla\bar{a}^{(k)}$ существенно уменьшится (в сотни и тысячи раз). При других комбинациях знаков текущего и предыдущих значений $\delta^{(k)}$ настройка продолжается с предыдущим значением Δk_t.

Данный алгоритм реализует приближенный способ выбора оптимального значения шага изменения настраиваемого параметра k_t путем его непрерывного увеличения (например, удвоения) до достижения локального минимума функции $\bar{a}(k_t)$, что позволяет увеличить быстродействие алгоритма. Описанный алгоритм представляет собой развитие алгоритма, предложенного в работе [10], где шаг Δk_t предполагался постоянным.

Проведено моделирование работы данного алгоритма для ДКА (1) с учетом двух упругих мод при базовом законе управления (2). Параметры мод и закона управления были приведены ранее. Длительность такта алгоритма T была выбрана с помощью моделирования равной 200 с. Начальное значение параметра k_t было принято равным 0,31, начальное значение шага изменения параметра k_t $\Delta k_t = 5$; число N тактов в правиле обнаружения момента достижения экстремума функции $\bar{a}(k_t)$ равно 6; значение p, устанавливающее величину k_t после перехода через оптимальное значение, равно 3. После перехода через локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$ устанавливается постоянный шаг $\Delta\bar{k}_t = 50$. Результаты моделирования представлены на рис. 7. Среднее значение общей огибающей мод $\bar{a}$ в результате работы алгоритма снижается приблизительно в 7 раз по сравнению со значением $\bar{a}$, которое было бы при отсутствии адаптации (при $k_t = \text{const} = 0{,}31$ $\bar{a} \approx 7 \cdot 10^{-6}$); при этом устанавливается значение k_t, равное 0,234, близкое к оптимальному, равному 0,230, полученному путем построения зависимости $\bar{a}(k_t)$ при данных значениях параметров мод и закона управления (2). Отметим,

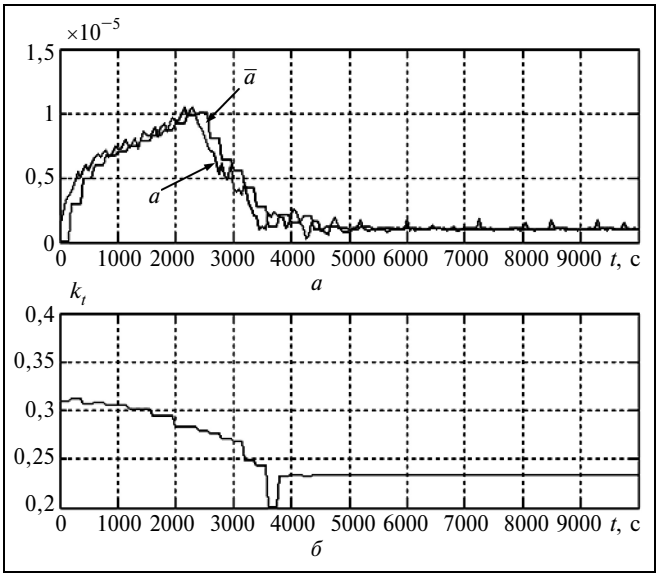

Рис. 7. Результаты работы градиентного алгоритма адаптации: *а* — общая огибающая *a* и ее среднее значение $\bar{a}$; *б* — настройка параметра k_t

что учет только двух низкочастотных мод не является принципиальным ограничением и принят в целях сокращения времени моделирования.

Моделирование также показало, что и при других значениях коэффициента затухания мод ($\xi_i = 10^{-2}$, 10^{-3}) алгоритм по-прежнему решает поставленную задачу (с уменьшением ξ_i значение T следует увеличивать) и лишь при $\xi_i < 10^{-4}$ не дает положительного результата. Это связано с тем, что при малых значениях коэффициента ξ_i характер изменения функции $\bar{a}(k_t)$ меняется (см. результаты, представленные в статье [7]): на общую тенденцию изменения величины $\bar{a}$ накладываются ее колебания, поэтому градиент функции может не передавать общую тенденцию ее изменения.

Сравним работу предложенного в статье [7] поискового алгоритма адаптации, основанного на методе случайного поиска с элементами обучения [9], для случаев недемпфированных и демпфированных мод. Первый случай рассмотрен в статье [7]. Применим алгоритм для объекта с двумя демпфированными модами (параметры базового закона управления, начальные значения координат были приведены ранее, параметры мод $\tilde{\omega}_i$ и $\tilde{k}_i$ прежние, а $\xi_i = 0{,}01$, $i = 1, 2$). Поскольку алгоритм был подробно представлен [7], в данной работе только кратко опишем его суть и укажем введенные отличия от изложенного ранее.

Алгоритм заключается в моделировании общей огибающей мод, ее осреднении на отрезке времени длительностью T, в результате чего получается среднее значение общей огибающей $\bar{a}$; значение параметра k_t на каждом k-м такте работы алгоритма ($k_t^{(k)}$) вычисляется путем прибавления к значению этого параметра на предыдущем такте ($k_t^{(k-1)}$) величины $r\Delta k_t$, где Δk_t — заданное малое приращение параметра, а r — случайное вещественное число, равномерно распределенное на отрезке, границы которого симметричны относительно нуля. Число r выбирается на каждом шаге, его абсолютное значение случайно, а знак определяется опытом, достигнутом на предыдущем шаге: если значение $\bar{a}$ на текущем шаге меньше, чем на предыдущем, то направление поиска значения параметра k_t на предыдущем шаге было выбрано правильно и его следует сохранить и на текущем шаге (т. е. новое значение r должно быть одного знака с предыдущим), в противном случае знак r необходимо сменить на противоположный. Именно в этом и состоит элемент обучения. В алгоритме предусмотрено также исключение случаев неоправданных однократных смен знака числа r, вызванных случайным ростом значения $\bar{a}$ вразрез с устоявшейся тенденцией его снижения. В связи с этим также следует исключить малые по абсолютной величине значения r, например, принять $0{,}1 \leqslant |r| \leqslant 1$.

Для установления момента достижения локального минимума функции $\bar{a}(k_t)$ на каждом такте вычисляется относительное изменение $\bar{a}$: $\delta = |(\bar{a}^{(k)} - \bar{a}^{(k-1)})/\bar{a}^{(k)}|$. Если $\delta < \delta_0$, где $\delta_0 > 0$ — заданное малое число, на протяжении нескольких (например, шести) тактов подряд, то считается, что локальный минимум функции $\bar{a}(k_t)$ достигнут, и процесс адаптации можно завершить, зафиксировав последнее значение параметра k_t.

Результаты моделирования показали, что учет демпфирования мод облегчает работу алгоритма, что позволило внести упрощения в исходный алгоритм, представленный в статье [7]. Так, если не зафиксировать значение параметра k_t при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_t)$, то в случае недемпфированных мод при переходе через этот минимум начинаются колебания величин $\bar{a}$ и k_t со значительной амплитудой. Для демпфированных мод при значениях ξ_i, превышающих некоторое предельное значение, фиксировать k_t необязательно, так как заметных колебаний не происходит. Так же в алгоритме, предложенном в работе [7], по результатам моделирования было введено минимально необходимое время $T_{\min}$ работы алгоритма, по достижении которого можно было проверять условие окончания процесса адап-

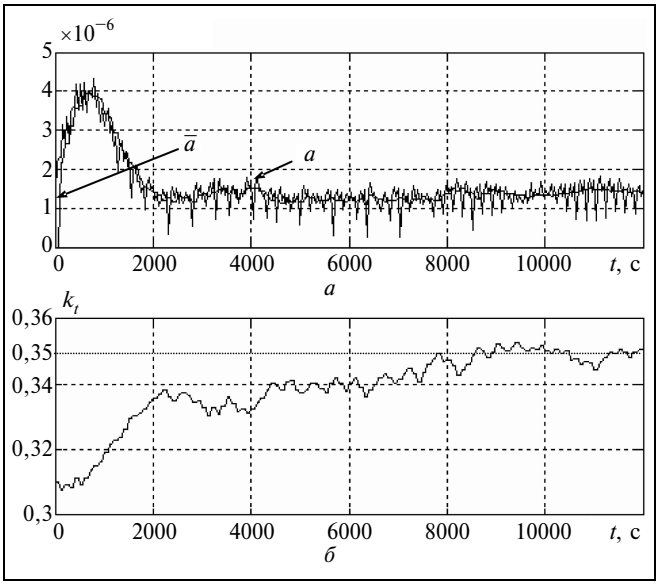

Рис. 8. Результаты работы поискового алгоритма адаптации: *а* — общая огибающая *a* и ее среднее значение $\bar{a}$; *б* — настройка параметра k_t

тации. Для демпфированных мод нет необходимости во введении этого дополнительного условия.

На рис. 8 представлена работа алгоритма при начальном значении параметра k_t, равном 0,31. Длительность такта алгоритма T (интервала осреднения общей огибающей) принята равной 100 с. Фиксация значения k_t при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_t)$ не предусмотрена. Ранее было указано, что без применения алгоритма адаптации значение $\bar{a}$ устанавливается на уровне приблизительно $7 \cdot 10^{-6}$; с использованием адаптации значение $\bar{a}$ снижается в 5 раз, достигая $1{,}4 \cdot 10^{-6}$. Значение параметра k_t будет колебаться в узком диапазоне около значения 0,35, близкого к другому локальному минимуму функции $\bar{a}(k_t)$. При этом колебания величины $\bar{a}$ несущественны. Из сравнения результатов, представленных в статье [7] и в данной работе, видно, что наличие демпфирования позволило снизить длительность такта T алгоритма с 500 до 100 с, что существенно повысило быстродействие процесса адаптации, улучшило динамику процессов.

Моделирование показало, что алгоритм сохраняет работоспособность и при других значениях коэффициента затухания мод, однако при $\xi_i < 10^{-2}$ необходимо фиксировать значение k_t при приближении к локальному минимуму функции $\bar{a}(k_t)$, как это осуществлялось в работе [7], иначе начинаются существенные колебания величин $\bar{a}$ и k_t.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена математическая модель для оценки огибающих мод упругих колебаний ДКА при учете их собственного демпфирования. На ее основе разработан градиентный алгоритм параметрической адаптации базового закона управления ориентацией ДКА, позволяющий минимизировать среднее значение общей огибающей упругих мод. Показана работоспособность предложенного ранее поискового алгоритма для случая демпфированных мод. На основании результатов моделирования проведено сравнение обоих алгоритмов при их работе на одном и том же объекте.

Полученные результаты могут быть полезны для разработчиков систем управления ориентацией ДКА в случаях, когда базовые алгоритмы управления вызывают высокий уровень упругих колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рутковский В.Ю., Суханов В.М.* Особенности релейного управления деформируемыми спутниками // Тр. 5-го Междунар. симпозиума ИФАК по автоматическому управлению в пространстве / Сб.: Управление в пространстве. — М.: Наука, 1975. — Т. 1.
2. *Рутковский В.Ю., Суханов В.М.* Большие космические конструкции: модели, методы исследования и принципы управления // Автоматика и телемеханика. — 1996. — № 8. — С. 55—66.
3. *Силаев А.В., Суханов В.М.* Методы оценки огибающей упругих колебаний деформируемого космического аппарата // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 4. — С. 76—90.
4. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.
5. *Чен Дж.Ч.* Требования к точности расчетных динамических моделей конструкций // Аэрокосмическая техника. — 1985. — Т. 3, 1. — № 6. — С. 43—52.
6. *Ермилова Т.В., Суханов В.М., Ермилов А.С.* Совместное оценивание модально-физических координат и параметров при управлении ориентацией большемерных объектов космической техники с нежесткой конструкцией // Авиакосмическое приборостроение. — 2006. — № 3. — С. 58—64.
7. *Силаев А.В.* Алгоритм параметрической адаптации базового закона управления ориентацией большой космической конструкции на основе оценки огибающей мод упругих колебаний // Проблемы управления. — 2009. — № 2. — С. 52—58.
8. *Силаев А.В.* Адаптивный подход с использованием «быстрой» модели в задачах идентификации и прогнозирования динамики при релейном управлении упругим спутником // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 6. — С. 96—108.
9. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975.
10. *Силаев А.В.* Градиентный алгоритм параметрической адаптации релейно-логического закона управления большой космической конструкцией в задаче стабилизации неустойчивых упругих мод // Тр. XVI международного науч.-техн. семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации». Алушта, 2007 г. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2007. — С. 211—212.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым

Силаев Андрей Владимирович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
☎ (495) 334-87-79, ✉ rutkov@ipu.ru.