



МОДЕЛЬ СТИМУЛИРОВАНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ РИСКАМИ В СИСТЕМЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Е.П. Ростова

Разработана модель управления рисками системы промышленных предприятий-агентов, действующих под управлением центра. Рассмотрены варианты функционирования системы с учетом стимулирования согласованного взаимодействия центра и агентов и без стимулирования. Отмечено, что для некоторого вида функций модель апробирована.

Ключевые слова: управление рисками, центр, агенты, система предприятий, промышленные риски.

ВВЕДЕНИЕ

Управление техническими рисками, причиной которых стала хозяйственная деятельность человека, представляет собой важнейшую задачу, стоящую перед современным российским предпринимательством. По данным МЧС России [1] за период с 2002 по 2013 г. произошло более 12 700 катастроф техногенного характера, более 2300 природного и 440 биолого-социального характера. На протяжении 12-ти лет катастрофы техногенного характера доминируют и в процентном отношении ежегодно составляют не менее 50 % от общего числа катастроф. В техногенных катастрофах ежегодно страдает около 1000 чел. и гибнет более 500 чел.

Отметим, что вследствие последних изменений в нормативно-правовой базе по регулированию промышленной безопасности, особенно Федерального закона «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» [2] в различных редакциях, Ростехнадзор ослабляет механизмы контроля за промышленной безопасностью, перенося ответственность на организации, эксплуатирующие опасные производственные объекты.

Создание надежной системы промышленной безопасности должно основываться на методах организации производственных процессов, ориентированных на снижение риска как со стороны уменьшения вероятности аварийных событий, так и со стороны уменьшения ущерба от последствий чрезвычайных ситуаций.

В отечественной и зарубежной литературе характерно разделение источников на те, в которых

рассматриваются проблемы оценки риска с технической точки зрения в тесной связи с особенностями конкретной отрасли [3—7] и те, в которых рассматривается риск как экономическая категория в общем, с позиций риск-менеджмента [8—14]. Однако в последнее время появляются работы, в которых рассматриваются вопросы технической безопасности с учетом эффективности решений, принятых с позиций организации производственного процесса [3, 15, 16 и др.]. При управлении рисками предприятия или промышленной системы следует рассматривать эту проблему комплексно с учетом интересов всех элементов системы, опираясь на механизмы согласованного взаимодействия и стимулирования, подробно описанные в работах [17—23].

Вместе с тем не получила должного решения проблема управления техническими рисками на предприятиях промышленного комплекса. При решении данной проблемы следует руководствоваться принципами оптимизации согласованного взаимодействия для всей системы в целом, учитывая при этом результаты каждого элемента, рассматривая воздействие центра на деятельность агентов с помощью стимулирующих и управляющих механизмов.

1. ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим проблему промышленной безопасности для системы, включающей в себя агентов и центр, управляющий ими. Примерами подобной системы могут быть группа предприятий, объеди-

ненных единым руководством либо подразделения (цеха, участки, объекты) внутри предприятия, подчиненные руководству предприятия. На региональном уровне в качестве центра может выступать контролирующий орган, агентами будут промышленные предприятия региона. В зависимости от постановки задачи характеристики элементов будут меняться, но принцип постановки проблемы позволит решить ее как для региона и промышленного комплекса, так и для предприятия.

Поскольку далее будет рассмотрена задача управления рисками, отдельно остановимся на терминологии. Под риском будем понимать возможность неблагоприятного события, вследствие которого предприятие понесет убытки. Показателем риска выступает вероятность осуществления неблагоприятного события (остановка или сбой производственных процессов, авария, катастрофа). Под уровнем риска будем понимать значение показателя риска. Управление риском подразумевает комплекс мероприятий, направленных на снижение тяжести последствий неблагоприятных событий.

Рассмотрим систему, в которой взаимодействуют центр и агенты, подчиняющиеся центру. Центр формирует некоторые плановые значения показателей деятельности агентов, которых они могут либо достигнуть, либо не достигнуть. В условиях решения задачи управления рисками такими показателями могут быть уровни риска. Тогда p_i^0 — плановое значение показателя риска i -го агента, p_i — фактическое значение показателя риска i -го агента будут характеризовать состояние агента. Для каждого агента эти показатели могут принимать значения из некоторого множества допустимых значений Ω_i : $p_i^0 \in \Omega_i, p_i \in \Omega_i$. Целевая функция агента $\pi_i(p_i)$ характеризует итоговые показатели его деятельности. Поскольку в систему входят n агентов, то для каждого из них существуют свои значения описанных показателей. Тогда $p^0 = (p_1^0, p_2^0, \dots, p_n^0)$ — вектор плановых значений состояний агентов системы, определяемый центром, $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ — вектор фактических значений состояний агентов системы. Множество допустимых значений плановых и фактических показателей риска агентов Ω : $p^0 \in \Omega, p \in \Omega$. Аналогично для вектора значений целевых функций агентов: $\pi(p) = (\pi_1(p_1), \pi_2(p_2), \dots, \pi_n(p_n))$.

Агенты могут достичь оптимальных (как правило, максимальных) значений целевых функций

$\pi_i^*(p_i)$. Те значения риска агента, при которых достигается максимум целевой функции агента, обозначим p_i^* :

$$p_i^*(\pi_i) = \arg \max_{p_i \in \Omega_i} \pi_i(p_i).$$

Тогда вектор оптимальных состояний системы $p^*(\pi) = (p_1^*(\pi_1), p_2^*(\pi_2), \dots, p_n^*(\pi_n))$; Ω^* — множество оптимальных значений состояний агентов, т. е. множество возможных значений векторов $p^*(\pi)$, при которых целевые функции агентов достигают максимальных значений.

Опишем функции и переменные, обозначающие состояние центра. Целевая функция центра $\Pi(p^0)$ зависит от плановых значений уровня риска всех агентов системы. Максимальное значение целевой функции $\Pi^*(p^0) = \arg \max_{p^0 \in \Omega} \Pi(p^0)$ достигается при значении аргумента $p^{0*} = \arg \max_{p^0 \in \Omega} \Pi(p^0)$, принадле-

жащем множеству оптимальных планов системы в целом $p^{0*} \in \Omega^{0*}$. Однако далеко не всегда агенты выполняют нормативы центра p^0 . В силу введенного обозначения, $\forall i \exists p_i^* | \pi_i(p_i^*) = \max_{p_i \in \Omega_i} \pi_i(p_i)$, сле-

довательно, это состояние p_i^* наиболее выгодное для i -го агента. Аналогично для всех агентов системы целесообразно придерживаться вектора оптимальных состояний p^* . Значение целевой функции центра на множестве оптимальных состояний агентов $\Pi(p^*)$. Поскольку возможно существование хотя бы одного значения $p_i^* \neq p_i^{0*}$, то $\Pi^*(p^0) \neq \Pi(p^*)$. Разность между максимальным значением целевой функции центра и ее значением при оптимальных состояниях агентов запишем как

$$\Delta \Pi^*(p^0) = \Pi^*(p^0) - \Pi(p^*).$$

Если $\Delta \Pi^*(p^0) > 0$, то значение целевой функции центра при соблюдении плановых значений центра p^0 всеми агентами превосходит ее значение на множестве оптимальных значений агентов p^* .

Если $\Delta \Pi^*(p^0) = 0$, то вектор оптимальных состояний агентов p^* совпадает с плановыми нормативами центра p^0 . Эта ситуация идеальна для системы, поскольку в данном случае интересы центра и агентов совпадают.

Вариант $\Delta \Pi^*(p^0) < 0$ не рассматривается, поскольку по определению $\Pi^*(p^0)$ — максимальное значение целевой функции центра.



Таким образом, разность $\Delta\Pi^*(p^0)$ показывает потери, которые несет центр в связи с несоблюдением агентами системы плановых состояний.

2. МОДЕЛЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЦЕНТРА НА АГЕНТОВ ПО УПРАВЛЕНИЮ РИСКАМИ СИСТЕМЫ

Максимальное значение целевой функции агента $\pi_i(p_i^*) = \pi_i^*$ не всегда достигается при плановых значениях центра. Потери агента, обусловленные выполнением плана центра p_i^0 , обозначим

$$\Delta\pi_i^*(p_i^0) = \pi_i^* - \pi_i(p_i^0). \quad (1)$$

Как упоминалось, нормативные значения центра p_i^0 и оптимальное значение p_i^* , при котором достигается максимум целевой функции, не всегда совпадают. Агент, стремясь максимизировать свою целевую функцию, может отступить от плановых значений центра. Центр, в свою очередь, с целью заинтересовать агентов соблюдать нормативные значения p_i^0 , применяет функцию стимулирования агентов. Здесь под стимулированием будем понимать систему поощрений и штрафов со стороны центра. Поскольку агенты заинтересованы в получении дополнительных средств от центра в виде премий и поощрений и не заинтересованы в наложении на них штрафов, центр может использовать эти мотивы в качестве стимула к достижению агентами нормативных значений p_i^0 , т. е. в качестве функции стимулирования. Значение функции стимулирования зависит от планового и фактического состояний агента: $r_i(p_i, p_i^0)$. Стимулирование $r_i(p_i, p_i^0)$ принадлежит множеству возможных функций R_i : $r_i(p_i, p_i^0) \in R_i$. Вектор функций стимулирования системы имеет вид: $r(p, p^0) = (r_1(p_1, p_1^0), r_2(p_2, p_2^0), \dots, r_n(p_n, p_n^0))$. R — множество видов вектора функций стимулирования: $r(p, p^0) \in R$. Стимулирование $r(p, p^0)$ призвано заинтересовать агентов в изменении своей стратегии с целью соблюдения нормативов центра p^0 . Обозначим изменение целевой функции агента, обусловленное стимулированием $\Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0)$. Тогда новое значение целевой функции агента в связи с изменением $\Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0)$

$$\pi_i(r_i, p_i, p_i^0) = \pi_i(p_i) + \Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0). \quad (2)$$

Новое значение целевой функции центра с учетом стимулирования агентов

$$\Pi(r, p, p^0) = \Pi(p^0) + \Delta\Pi(r, p, p^0), \quad (3)$$

где $\Delta\Pi(r, p, p^0)$ — изменение целевой функции центра, обусловленное стимулированием агентов.

Центр стремится выбрать плановые значения показателей риска элементов p^0 из множества оптимальных планов системы в целом: $p^0 \in \Omega^{0*} \subseteq \Omega$. Кроме плановых значений риска, центр воздействует на агентов с помощью системы стимулирования $Q(p^0, \pi)$: $Q(p^0, \pi) = (Q_1(p_1^0, \pi_1), Q_2(p_2^0, \pi_2), \dots, Q_n(p_n^0, \pi_n))$. Для того чтобы агенты были заинтересованы в выполнении нормативных значений p_i^0 , планируемых центром, центр должен выбирать p^0 из следующего условия: изменение целевой функции агентов при стимулировании $\Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0)$ должно быть не больше, чем изменение их целевых функций $\Delta\pi_i^*(p_i^0)$, обусловленное стремлением выполнить плановые значения p^0 центра, т. е. для агентов должно быть выгодно следовать указаниям центра. Описать это условие можно следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_i(p_i^0, \pi_i) &= \{r_i(p_i, p_i^0) \in R_i \mid \forall p_i \in \Omega_i, \\ \Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0) &\leq \Delta\pi_i^*(p_i^0)\} \text{ для } p^0 \in \Omega^{0*} \subseteq \Omega. \end{aligned}$$

Аналогично для центра требуется, чтобы изменение его целевой функции $\Delta\Pi(r, p, p^0)$ при взаимодействии с агентами и применении функции стимулирования было не меньше, чем его потери $\Delta\Pi^*(p^0)$ при достижении агентами оптимальных состояний: $\Delta\Pi(r, p, p^0) \geq \Delta\Pi^*(p^0)$.

Поясним последнее условие. Изменение целевой функции центра при стимулировании $\Delta\Pi(r, p, p^0)$ включает в себя не только сумму значений функций стимулирования отдельных агентов $r_i(p_i, p_i^0)$. В результате воздействия со стороны центра изменение результатов производственной деятельности агентов отражается также и на результатах деятельности самого центра. Таким образом, центр, применяя функцию стимулирования агентов, получает не только сумму штрафов или премий, но и возможные изменения объемов производства, качества продукции, ее себестоимости и т. д. Рассматривать подробно различные аспекты производственной деятельности, изменившиеся в зависимости от уровня риска предприятия, в данной статье нецелесообразно, поскольку отвлекает от ос-

новой проблематики и излишне усложняет модель. Суть рассматриваемого неравенства в том, что центру должно быть выгодно стимулирование агентов к согласованному взаимодействию. Иными словами, центр должен больше заработать со стимулированием, чем без него. Запишем это условие:

$$Q(p^0, \pi) = \{r(p, p^0) \in R \mid \forall p \in \Omega, \\ \Delta\Pi(r, p, p^0) \geq \Delta\Pi^*(p^0)\} \text{ для } p^0 \in \Omega^{0*} \subseteq \Omega.$$

Для того, чтобы реализация взаимодействия по достижению плановых значений показателя риска p^0 была выгодна как центру, так и агентам, необходимо, чтобы множество оптимальных планов центра пересекалось с множеством оптимальных значений показателя риска агентов: $\Omega^{0*} \cap \Omega^* \neq \emptyset$.

Таким образом, задача центра состоит в том, чтобы подобрать такое стимулирование агентов, при котором будут выполняться условия:

$$\exists r(p, p^0) \in Q(p^0, \pi), p^0 \in (\Omega^{0*} \cap \Omega^*) \mid \forall p \in \Omega \\ \Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0) \leq \Delta\pi_i^*(p_i^0) \quad i = \overline{1, n} \\ \text{и } \Delta\Pi(r, p, p^0) \geq \Delta\Pi^*(p^0).$$

В данном условии объединяются требования к системе стимулирования со стороны центра и со стороны агентов, при этом множество возможных решений находится в пересечении множеств оптимальных планов, что позволяет учесть интересы центра, и множества оптимальных состояний агентов, что позволяет учитывать интересы агентов. Агенты должны организовывать свою деятельность таким образом, чтобы их уровень риска отвечал требованиям центра, при этом их затраты, вызванные достижением данной цели могут быть покрыты за счет стимулирования от центра. Центр в свою очередь формирует плановые значения риска агентов и выбирает функции стимулирования таким образом, чтобы агенты были заинтересованы в согласованном взаимодействии с центром, а затраты центра на организацию данного взаимодействия были оправданы благодаря снижению риска системы в целом. Затраты на управление рисками могут окупиться из-за снижения вероятности наступления нештатной ситуации и размера ущерба от нее.

Центр и агенты стремятся максимизировать свои целевые функции, но максимизация происходит в системе с учетом согласованного взаимодействия, т. е. максимизация целевых функций участников системы реализуется на множестве возможных значений, учитывающих интересы всех участников. Таким образом, целевая функция центра

$$\Pi(r, p, p^0) \rightarrow \max,$$

целевая функция агента

$$\pi_i(r_i, p_i, p_i^0) \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$r(p, p^0) \in Q(p^0, \pi), \\ p^0 \in \Omega^{0*} \cap \Omega^*,$$

$$\Delta\pi_i(r_i, p_i, p_i^0) \leq \Delta\pi_i^*(p_i^0), \quad i = \overline{1, n},$$

$$\Delta\Pi(r, p, p^0) \geq \Delta\Pi^*(p^0).$$

3. АПРОБАЦИЯ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ РИСКАМИ

Для апробации предложенной модели рассмотрим систему из трех агентов и центра. Фактические значения показателей риска агентов $p = (p_1, p_2, p_3)$. Плановые значения показателей риска для агентов составляют вектор $p^0 = (p_1^0, p_2^0, p_3^0)$. Целевые функции агентов $\pi_i(p_i)$ зададим в виде квадратичных зависимостей:

$$\pi_1(p_1) = 100 - 20(p_1 - 0,12)^2,$$

$$\pi_2(p_2) = 120 - 18(p_2 - 0,23)^2,$$

$$\pi_3(p_3) = 150 - 14(p_3 - 0,19)^2.$$

Агенты достигают максимальных значений целевых функций $\pi_1^* = 100$, $\pi_2^* = 120$, $\pi_3^* = 150$, при значениях соответственно $p_1^* = 0,12$, $p_2^* = 0,23$, $p_3^* = 0,19$. Тогда вектор оптимальных состояний системы $p^* = (0,12; 0,23; 0,19)$. Согласно формуле (1) потери агентов, обусловленные выполнением плана центра p^0 ,

$$\Delta\pi_1^*(p_1^0) = \pi_1^* - \pi_1(p_1^0) = 20(p_1^0 - 0,12)^2,$$

$$\Delta\pi_2^*(p_2^0) = \pi_2^* - \pi_2(p_2^0) = 18(p_2^0 - 0,23)^2,$$

$$\Delta\pi_3^*(p_3^0) = \pi_3^* - \pi_3(p_3^0) = 14(p_3^0 - 0,19)^2.$$

Рассмотрим линейные функции стимулирования, зависящие от планового и фактического состояний агентов:

$$r_1(p_1, p_1^0) = \delta_1(p_1^0 - p_1),$$

$$r_2(p_2, p_2^0) = \delta_2(p_2^0 - p_2),$$

$$r_3(p_3, p_3^0) = \delta_3(p_3^0 - p_3).$$

Здесь δ_i — параметр, позволяющий перевести безразмерную единицу измерения вероятности осуществления неблагоприятной ситуации в денежную



единицу измерения функции стимулирования r_i . Отметим, что параметр $\delta_i > 0$ и определяет размер штрафа или премии. Если $p_i^0 > p_i$, т. е. фактический уровень риска p_i i -го агента меньше планового p_i^0 , то функция стимулирования становится функцией поощрения $r_i(p_i, p_i^0) > 0$. В противном случае, при высоком фактическом уровне риска p_i i -го агента, т. е. при $p_i^0 < p_i$, функция стимулирования принимает отрицательное значение $r_i(p_i, p_i^0) < 0$ и становится функцией штрафа. В данном примере рассматривается линейная функция стимулирования $r_i(p_i, p_i^0)$, что является лишь частностью, поскольку функции стимулирования могут иметь различный вид, выражаться различными функциональными зависимостями.

Изменения целевых функций агентов, обусловленные стимулированием, имеют вид:

$$\Delta\pi_1(\delta_1, p_1, p_1^0) = 1,2 \delta_1 (p_1^0 - p_1),$$

$$\Delta\pi_2(\delta_2, p_2, p_2^0) = 0,9 \delta_2 (p_2^0 - p_2),$$

$$\Delta\pi_3(\delta_3, p_3, p_3^0) = 1,1\delta_3 (p_3^0 - p_3).$$

Тогда новые значения целевых функций агентов (2) в связи с изменениями $\Delta\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$

$$\begin{aligned} \pi_1(\delta_1, p_1, p_1^0) &= \pi_1(p_1) + \Delta\pi_1(\delta_1, p_1, p_1^0) = \\ &= 100 - 20(p_1 - 0,12)^2 + 1,2 \delta_1 (p_1^0 - p_1), \\ \pi_2(\delta_2, p_2, p_2^0) &= \pi_2(p_2) + \Delta\pi_2(\delta_2, p_2, p_2^0) = \\ &= 120 - 18(p_2 - 0,23)^2 + 0,9 \delta_2 (p_2^0 - p_2), \quad (4) \\ \pi_3(\delta_3, p_3, p_3^0) &= \pi_3(p_3) + \Delta\pi_3(\delta_3, p_3, p_3^0) = \\ &= 150 - 14(p_3 - 0,19)^2 + 1,1\delta_3 (p_3^0 - p_3). \end{aligned}$$

Целевая функция центра $\Pi(p^0)$ зависит от плановых значений показателей риска всех агентов системы: $\Pi(p^0) = 305 - 16(p_1^0 - 0,1)^2 - 15,3(p_2^0 - 0,2)^2 - 11,5(p_3^0 - 0,15)^2$. Новое значение целевой функции центра (3) с учетом стимулирования агентов

$$\begin{aligned} \Pi(\delta, p, p^0) &= \Pi(p^0) + \Delta\Pi(\delta, p, p^0) = \\ &= 305 - 16(p_1^0 - 0,1)^2 - 15,3(p_2^0 - 0,2)^2 - \\ &- 11,5(p_3^0 - 0,15)^2 + \delta_1(p_1^0 - p_1) + \\ &+ \delta_2(p_2^0 - p_2) + \delta_3(p_3^0 - p_3). \quad (5) \end{aligned}$$

Отметим, что постоянные величины в функциях выбраны произвольно и показывают общий вид рассматриваемых закономерностей.

Допустим, центру требуется определить плановые показатели риска p^0 , при которых целевая функция центра $\Pi(\delta, p, p^0)$ принимала бы максимальное значение. Поскольку в данном примере изменение целевой функции центра $\Delta\Pi(\delta, p, p^0)$ представлено в виде суммы стимулирующих воздействий на агентов, то для центра выгодно достичь согласованного взаимодействия при минимальных затратах. Кроме интересов центра, также следует учесть интересы агентов, поскольку агенты со своей стороны поддержат условия центра и будут стремиться к их выполнению, если это приведет к увеличению значения их целевых функций.

Для целевых функций агентов $\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$ определим фактические уровни риска, при которых они достигают максимума.

Запишем систему уравнений, которая позволит выполнить перечисленные требования, $i = 1, 2, 3$:

$$\frac{\partial \Pi(\delta, p, p^0)}{\partial p_i^0} = 0, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi(\delta, p, p^0)}{\partial (p_i^0)^2} \right|_{p_i^0 = p_i^{0*}} < 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Delta\Pi(\delta, p, p^0)}{\partial \delta_i} = 0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Delta\Pi(\delta, p, p^0)}{\partial \delta_i^2} \right|_{\delta_i = \delta_i^*} > 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)}{\partial p_i} = 0, \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)}{\partial p_i^2} \right|_{p_i = p_i^*} < 0. \quad (11)$$

Поясним записанные условия. Уравнения (6), (8) и (10) отвечают необходимому условию экстремума функции нескольких переменных для функций $\Pi(\delta, p, p^0)$, $\Delta\Pi(\delta, p, p^0)$ и $\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$ соответственно и позволяют определить стационарные точки. Неравенства (7), (9) и (11) обеспечивают выполнение второго достаточного условия экстремума функции нескольких переменных в стационарных точках, а именно, условие максимума для функций $\Pi(\delta, p, p^0)$ (7) и $\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$ (11) и минимума

для функции $\Delta\Pi(\delta, p, p^0)$ (9). Записанные условия (6)—(11) позволяют определить значения плановых показателей риска, при которых целевая функция центра достигает максимального значения при минимальных затратах на стимулирование агентов.

Решим систему уравнений (6)—(11) и определим значения векторов p, p^0 и коэффициентов δ_i :

$$\frac{\partial\Pi(\delta, p, p^0)}{\partial p_1^0} = -32(p_1^0 - 0,1) + \delta_1 = 0,$$

$$\frac{\partial\Pi(\delta, p, p^0)}{\partial p_2^0} = -30,6(p_2^0 - 0,2) + \delta_2 = 0,$$

$$\frac{\partial\Pi(\delta, p, p^0)}{\partial p_3^0} = -23(p_3^0 - 0,15) + \delta_3 = 0.$$

Тогда стационарные точки функции $\Pi(\delta, p, p^0)$

$$p_1^{0*} = 0,1 + \delta_1/32, \quad p_2^{0*} = 0,2 + \delta_2/30,6, \\ p_3^{0*} = 0,15 + \delta_3/23. \quad (12)$$

Проверим выполнение второго достаточного условия экстремума функции $\Pi(\delta, p, p^0)$ в стационарных точках (12):

$$\left. \frac{\partial^2\Pi(r, p, p^0)}{\partial (p_1^0)^2} \right|_{p_1^0 = 0,1 + \delta_1/32} = -32 < 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2\Pi(r, p, p^0)}{\partial (p_2^0)^2} \right|_{p_2^0 = 0,2 + \delta_2/30,6} = -30,6 < 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2\Pi(r, p, p^0)}{\partial (p_3^0)^2} \right|_{p_3^0 = 0,15 + \delta_3/23} = -23 < 0.$$

Второе достаточное условие экстремума функции для функции $\Pi(\delta, p, p^0)$ в стационарных точках (12) выполняется, и полученные результаты говорят о том, что в точках (12) находится локальный максимум целевой функции центра $\Pi(\delta, p, p^0)$.

Исходя из полученных условий, центр может определять нормативные значения показателей риска агентов, основываясь на параметрах функций стимулирования δ_1, δ_2 и δ_3 .

Подставим полученные нормативные значения показателей риска в функцию изменения $\Delta\Pi(\delta, p, p^0)$ целевой функции центра:

$$\Delta\Pi(\delta, p, p^0(\delta)) = \Delta\Pi(\delta, p) = \delta_1(0,1 + \delta_1/32 - p_1) + \\ + \delta_2(0,2 + \delta_2/30,6 - p_2) + \delta_3(0,15 + \delta_3/23 - p_3).$$

Продифференцируем полученную функцию $\Delta\Pi(\delta, p)$ по δ_i и получим

$$\frac{\partial\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_1} = 0,1 + \frac{\delta_1}{16} - p_1 = 0,$$

$$\frac{\partial\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_2} = 0,2 + \frac{\delta_2}{15,3} - p_2 = 0,$$

$$\frac{\partial\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_3} = 0,15 + \frac{\delta_3}{11,5} - p_3 = 0.$$

Определим из полученных выражений стационарные точки δ_1, δ_2 и δ_3 :

$$\delta_1^* = 16(p_1 - 0,1), \quad \delta_2^* = 15,3(p_2 - 0,2), \\ \delta_3^* = 11,5(p_3 - 0,15). \quad (13)$$

Проверим выполнение второго достаточного условия экстремума функции $\Delta\Pi(\delta, p)$ в этих точках:

$$\left. \frac{\partial^2\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_1^2} \right|_{\delta_1 = 16(p_1 - 0,1)} = \frac{1}{16} > 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_2^2} \right|_{\delta_2 = 15,3(p_2 - 0,2)} = \frac{1}{15,3} > 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2\Delta\Pi(\delta, p)}{\partial\delta_3^2} \right|_{\delta_3 = 11,5(p_3 - 0,15)} = \frac{1}{11,5} > 0.$$

Второе достаточное условие экстремума функции для $\Delta\Pi(\delta, p)$ в точках (13) выполняется, а полученные значения говорят о том, что в точках (13) достигается локальный минимум функции $\Delta\Pi(\delta, p)$. Значит при нормативном уровне риска p^0 (13), при котором достигается максимум целевой функции центра $\Pi(\delta, p, p^0)$, определен и минимум изменения целевой функции центра, обусловленного стимулирующим воздействием. Таким образом, при полученных значениях коэффициентов (13) стимулирующих функций и нормативных уровнях риска (12), назначаемых центром, целевая функция центра достигает максимального значения при минимальных затратах на стимулирование агентов.

Агенты со своей стороны поддержат условия центра и будут стремиться к их выполнению, если это приведет к увеличению значений их целевых функций. Для целевых функций агентов $\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$ определим фактические уровни риска, при которых они достигают максимума.

$$\frac{\partial\pi_1(\delta_1, p_1, p_1^0)}{\partial p_1} = -40(p_1 - 0,12) - 1,2\delta_1 = 0,$$



$$\frac{\partial \pi_2(\delta_2, p_2, p_2^0)}{\partial p_2} = -36(p_2 - 0,23) - 0,9\delta_2 = 0,$$

$$\frac{\partial \pi_3(\delta_3, p_3, p_3^0)}{\partial p_3} = -28(p_3 - 0,19) - 1,1\delta_3 = 0.$$

Получим значения p_i^* , при которых целевые функции агентов имеют экстремум с учетом стимулирования:

$$\begin{aligned} p_1^* &= 0,12 - 1,2\delta_1/40, & p_2^* &= 0,23 - 0,9\delta_2/36, \\ p_3^* &= 0,19 - 1,1\delta_3/28. \end{aligned} \quad (14)$$

Проверим в этих точках выполнение второго достаточного условия экстремума функций:

$$\left. \frac{\partial^2 \pi_1(\delta_1, p_1, p_1^0)}{\partial p_1^2} \right|_{p_1 = 0,12 - 1,2\delta_1/40} = -40 < 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2 \pi_2(\delta_2, p_2, p_2^0)}{\partial p_2^2} \right|_{p_2 = 0,23 - 0,9\delta_2/36} = -36 < 0,$$

$$\left. \frac{\partial^2 \pi_3(\delta_3, p_3, p_3^0)}{\partial p_3^2} \right|_{p_3 = 0,19 - 1,1\delta_3/28} = -28 < 0.$$

Второе достаточное условие экстремума для $\pi_i(\delta_i, p_i, p_i^0)$, $i = 1, 2, 3$, в точках (14) выполняется. Подставим в выражения для фактических уровней риска (14) вместо δ_1 , δ_2 и δ_3 значения стационарных точек (13), при которых выполняется условие максимума целевой функции центра и минимума ее изменений:

$$p_1^* = 0,12 - \frac{1,2}{40} 16(p_1 - 0,1),$$

$$p_2^* = 0,23 - \frac{0,9}{36} 15,3(p_2 - 0,2),$$

$$p_3^* = 0,19 - \frac{1,1}{28} 11,5(p_3 - 0,15).$$

Определим отсюда значения p_i : $p_1^* = 0,11$, $p_2^* = 0,22$, $p_3^* = 0,18$. Далее, зная фактические уровни рисков агентов, определим δ_1^* , δ_2^* и δ_3^* (13):

$$\delta_1^* = 16(p_1^* - 0,1) = 0,16,$$

$$\delta_2^* = 15,3(p_2^* - 0,2) = 0,31,$$

$$\delta_3^* = 11,5(p_3^* - 0,15) = 0,35.$$

Подставим полученные значения коэффициентов стимулирующих функций δ_i^* в выражения для нормативных уровней риска (13):

$$p_1^{0*} = 0,1 - \delta_1^*/32 = 0,095,$$

$$p_2^{0*} = 0,2 - \delta_2^*/30,6 = 0,19,$$

$$p_3^{0*} = 0,15 - \delta_3^*/23 = 0,135.$$

При полученных значениях векторов p^* , p^{0*} и δ^* определим значения целевых функций центра и агентов. Целевая функция центра (5) с учетом стимулирования агентов $\Pi(\delta^*, p^*, p^{0*}) = 305,0229$, что превышает максимальное значение целевой функции центра $\Pi^*(p^0) = 305$ при исходных значениях нормативного риска p^0 , а также значение целевой функции центра при исходных значениях оптимальных состояний агентов $\Pi^*(p) = 304,96$.

Целевые функции агентов (4) при полученных значениях p^* , p^{0*} и δ^* составят: $\pi_1(\delta_1^*, p_1^*, p_1^{0*}) = 99,995$, $\pi_2(\delta_2^*, p_2^*, p_2^{0*}) = 119,9898$, $\pi_3(\delta_3^*, p_3, p_3^{0*}) = 149,981$. Полученные значения меньше максимальных значений целевых функций агентов π_i^* . Это объясняется наличием функции стимулирования агентов со стороны центра, которая в рассматриваемом примере являлась функцией штрафов и премий. За уровень риска, превышающий нормативное значение центра, взимается штраф, а при уровне риска агента ниже нормативного значения, агент получает премию. В данной ситуации уровень риска агентов выше нормативного $p_i > p_i^0$, что привело к наложению штрафов и, как следствие, к снижению значений целевых функций агентов.

Проверим выполнение еще одного условия:

$$\Delta \pi_i(r_i, p_i, p_i^0) \leq \Delta \pi_i^*(p_i^0) \quad (\text{см. таблицу}).$$

Как видно, при введении стимулирования согласованного взаимодействия выигрывают как центр, так и агенты. Значение целевой функции центра увеличивается по сравнению даже с первоначальным оптимальным значением, достижимом при плановых значениях p^0 . Для агентов при стимулировании наблюдается значение целевой функции меньшее по сравнению с их оптимальными значениями, но большее по сравнению с тем результатом, который бы получили агенты, стремясь соблюсти нормативные требования центра.

Отметим, что результат получен для определенного вида целевых функций агентов и центра и ли-

Значения целевых функций и аргументов со стимулированием и без него

Агент	Без стимулирования				Со стимулированием			
	p_i^*	p_i^0	$\pi_i(p_i^0)$	π_i^*	p_i^*	p_i^{0*}	δ_i^*	$\pi_i(\delta_i^*, p_i^*, p_i^{0*})$
1	0,12	0,1	99,992	100	0,11	0,095	0,16	99,995
2	0,23	0,2	119,984	120	0,22	0,19	0,31	119,9898
3	0,19	0,15	149,978	150	0,18	0,135	0,35	149,981

нейной функции стимулирования. Возможны различные варианты, удовлетворяющие другим условиям и описывающие иные закономерности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена система «центр — агенты» для предприятий промышленного комплекса, описаны варианты подобных систем, для которых разрабатывается модель управления рисками.

Разработанная модель управления рисками в системе позволяет учесть интересы как центра, так и агентов. Применение функции стимулирования согласованного взаимодействия дает возможность центру влиять на результаты деятельности агентов.

Предложенная модель апробирована для квадратичной зависимости, характеризующей функцию прибыли электротехнических предприятий от риска реализации неблагоприятных событий. При согласованном взаимодействии агентов и центра результаты их деятельности как элементов системы лучше по сравнению с результатами без применения функций стимулирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Официальный сайт МЧС России.* — URL: <http://www.mchs.gov.ru/stats/> (дата обращения: 24.01.2014).
2. *Официальный сайт компании «КонсультантПлюс».* — URL: <http://base.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc;base=LAW;n=144721> (дата обращения: 22.12.2014).
3. *Грабовой П.Г., Петрова С.Н., Полтавцев С.И.* Риски в современном бизнесе. — М.: Альянс, 1994. — 200 с.
4. *Белозерский А.Ю.* Методика выбора мероприятий по управлению рисками на металлургических предприятиях // Журнал правовых и экономических исследований. — 2011. — № 1. — С. 171—175.
5. *Андреевских М.В., Любочская О.К.* Передовой опыт предприятий по управлению рисками на рабочих местах // Охрана и экономика труда. — 2011. — № 3. — С. 40—42.
6. *Клейнер Г.Б., Тамбовцев В.Л., Качалов Р.М.* Предприятие в нестабильной экономической среде: риски, стратегия, безопасность. — М.: Экономика, 1997.
7. *Шапкин А.С.* Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций. — М.: Торговая корпорация «Дашков и К», 2003. — 544 с.
8. *Качалов Р.М.* Управление хозяйственным риском. — М.: Наука, 2002.
9. *Тэйман Л.Н.* Риски в экономике. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. — 380 с.
10. *Шихвердиев А.П., Кириенко Е.С.* Управление рисками в системе корпоративного управления // Корпоративное управление и инновационное развитие Севера. Вестник науч.-исслед. центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования Сыктывкарского гос. ун-та. — 2012. — № 4.
11. *Балабанов И.Т.* Риск-менеджмент. — М.: Финансы и статистика, 1996. — 192 с.
12. *Балдин К.В.* Риск-менеджмент. — М.: Эксмо, 2006. — 368 с.
13. *Бартон Т., Шенкер У., Уокер П.* Риск-менеджмент. Практика ведущих компаний: пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2008.
14. *Вяткин В.Н., Гамза В.А., Екатеринославский Ю.Ю., Иванушко П.Н.* Управление рисками фирмы. Программы интегративного риск-менеджмента. — М.: Финансы и статистика. — 400 с.
15. *Башкин В.Н.* Экологические риски: расчет, управление, страхование. — М.: Высшая школа, 2007. — 360 с.
16. *Хохлов Н.В.* Управление риском: учебн. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 239 с.
17. *Бурков В.Н., Грищенко А.Ф., Кулик О.С.* Задачи оптимального управления промышленной безопасностью. — М.: ИПУ РАН, 2000. — 70 с.
18. *Бурков В.Н., Джавахадзе Г.С., Динова Н.И., Шепкин А.В.* Применение игрового имитационного моделирования для оценки эффективности экономических механизмов. — М.: ИПУ РАН, 2003. — 51 с.
19. *Бурков В.Н., Новиков Д.А., Шепкин А.В.* Механизмы управления эколого-экономическими системами. — М.: ИПУ РАН, 2008. — 244 с.
20. *Иванов Д.Ю.* Математическая постановка и решение задачи стимулирования в организационных системах // Вестник Самарского гос. экономического ун-та. — 2009. — № 9. — С. 42—46.
21. *Богатырев В.Д.* Модели и механизмы согласованного взаимодействия в задачах антикризисного управления. — Самара: СНЦ РАН, 2004. — 284 с.
22. *Богатырев В.Д.* Модели механизмов взаимодействия в активных производственно-экономических системах. — Самара: СНЦ РАН, 2003. — 230 с.
23. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. — СПб.: Из-во Санкт-Петерб. ун-та, 2007. — 278 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Ростова Елена Павловна — канд. экон. наук, доцент, Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, ✉ el_rostova@mail.ru.