

# МЕТОД РЕКУРРЕНТНОГО И Z-РЕКУРРЕНТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕМ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ<sup>1</sup>

А.Ф. Резчиков, В.А. Твердохлебов

Разработан метод построения правил управления взаимодействиями процессов функционирования сложной системы. Процессы рассмотрены как последовательности причинно-следственно связанных событий, заданных значениями показателей их свойств. Структура правил управления представлена на основе рекуррентных и впервые вводимых Z-рекуррентных определений последовательностей в форме функциональных зависимостей значений показателей свойств событий. Отмечено, что разработанные модели событий, процессов и функционирования сложной системы в целом применимы при решениях задач управления, контроля и диагностирования.

**Ключевые слова:** функционирование сложной системы, процесс, событие, правило управления, рекуррентное и Z-рекуррентное определение последовательности.

## ВВЕДЕНИЕ

В статье исследуются новые формы правил управления функционированием сложной системы с заданным целевым предназначением, в которой действуют и взаимодействуют разнородные процессы в соответствии с разработанной классификацией процессов, охватывающей 63 класса процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$  (класс командно-информационных управляющих процессов  $P_1$ , класс процессов действий человеческих звеньев  $P_2$ , класс процессов действий неисправностей в технике и оборудовании  $P_3$  и т. д. [1–3]). Математические модели функционирования системы и модели отдельных процессов определяются на основе функциональных связей событий в процессах, т.е. в последовательностях событий. Структуры последовательностей событий представляются с помощью рекуррентных и впервые вводимых Z-рекуррентных определений последовательностей. Классическое рекуррентное определение последовательности вида

$$\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle, \quad c \in N^+, \quad (1)$$

посредством рекуррентной формы  $F^m$  порядка  $m$

$$a_{t+m+1} = F^m(a_{t+1}, a_{t+2}, \dots, a_{t+m}),$$

где  $0 \leq t \leq c - m - 1$ , расширяется до Z-рекуррентного порядка  $(i_1, i_2, \dots, i_{m_1}; j_1, j_2, \dots, j_{m_2})$  определения последовательности  $\xi(1)$  с применением Z-рекуррентной формы вида  $F^{Z,M}$ .

$$\begin{aligned} \langle a_{t+j_1}, a_{t+j_2}, \dots, a_{t+j_{m_2}} \rangle = \\ = F^{Z,M}(a_{t+i_1}, a_{t+i_2}, \dots, a_{t+i_{m_1}}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $M = (i_1, i_2, \dots, i_{m_1}; j_1, j_2, \dots, j_{m_2})$ .

Рекуррентная  $F^m$  и Z-рекуррентная  $F^{Z,M}$  формы [4, 5] переводят причинно-следственные связи событий в функциональные зависимости элементов в последовательности  $\xi$  и определяют структуры правил управления, т.е. правил, по которым в момент (интервал) времени  $t$  события в последовательности  $\xi$ , представленные формами  $F^m$  и  $F^{Z,M}$  как совершившиеся события, определяют выбор управляющих воздействий с целью формирования событий  $a_{t+m+1}$  или  $(a_{t+j_1}, a_{t+j_2}, \dots, a_{t+j_{m_2}})$ . Ре-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 16-08-00697.



куррентная форма  $F^m$  порядка  $m$  определяет покрытие последовательности  $\xi$  подпоследовательностями  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{c-m}$ , каждая из которых имеет длину  $m+1$ , является сдвигом слева направо по отношению к непосредственно предшествующей подпоследовательности и представляет функциональную связь событий в моменты  $t+1, t+2, \dots, t+m$  (причины) с событием в момент  $t+m+1$  (следствием). Правила управления последовательностью событий  $\xi$  для каждой подпоследовательности  $\xi_v, 1 \leq v \leq c-m$ , определяют конкретное управляющее воздействие на основе данных о  $m$  предшествующих событиях и данных о требуемом формировании  $(m+1)$ -го события. Величина  $(m+1)v$  характеризует объем данных в правиле управления для реализации правила по управлению всей последовательностью  $\xi$ . Введение  $Z$ -рекуррентного определения последовательности существенно и принципиально расширяет возможности для преобразования причинно-следственных связей событий в функциональные зависимости. На числовые показатели  $i_1, i_2, \dots, i_{m_1}, j_1, j_2, \dots, j_{m_2}$  в порядке  $Z$ -рекуррентной формы для последовательности  $\xi$  (1) налагаются ограничения:

$$i_1 < i_2 < \dots < i_{m_1}, \quad j_1 < j_2 < \dots < j_{m_2};$$

$$1 \in \{i_1, i_2, \dots, i_{m_1}, j_1, j_2, \dots, j_{m_2}\};$$

$$\tau_{\xi}^1 \leq c, \quad \tau_{\xi}^1 = \min\{i_1, i_2, \dots, i_{m_1}, j_1, j_2, \dots, j_{m_2}\}.$$

Покрытие последовательностью  $\xi$ , соответствующее рекуррентному определению последовательности, является простейшим. Предлагаемое  $Z$ -рекуррентное определение последовательности принципиально расширяет возможности для определения структуры правила управления, так как применение  $Z$ -рекуррентного покрытия может не только уменьшать размеры правила управления, но и (возможно) исключать из анализа данные о трудно определяемых событиях. В правилах управления функционированием реальной сложной системой должны быть учтены и представлены:

- целевое предназначение системы;
- общая схема этапов рассматриваемой реализации целевого предназначения системы;
- варианты функционирования системы в работоспособном состоянии;
- множество учитываемых процессов, в которых определены изменения событий, связанных с ошибками в командно-информационных процессах, с ошибками в процессах действий человеческих звеньев, с неисправностями в технике и обо-

рудовании и др., для процессов из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ ;

— в моделях для каждого процесса значения показателей свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$  событий, характеризующих работоспособное функционирование системы и функционирование системы при наличии ошибок, неисправностей, дефектов и др. в процессах.

Рекуррентное и  $Z$ -рекуррентное определения процессов как последовательностей событий в функционировании системы позволяют компактно и систематизированно представлять функциональные зависимости между значениями показателей свойств событий-причин и событий-следствий. Для практического применения полученных результатов по рекуррентному и  $Z$ -рекуррентному управлению исходной информацией служит множество  $H = H_1 \cup H_2$  вариантов функционирования системы по целевому предназначению, включающее в себя учитываемые варианты работоспособного функционирования (множество  $H_1$ ) и функционирования с ошибками, неисправностями, дефектами (множество  $H_2$ ):

$$H_1 = \{ \langle a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1c_1} \rangle, \langle a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2c_2} \rangle, \dots, \langle a_{\alpha 1}, a_{\alpha 2}, \dots, a_{\alpha c_{\alpha}} \rangle \}, \quad (2)$$

$$H_2 = \{ \langle a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1d_1} \rangle, \langle a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2d_2} \rangle, \dots, \langle a_{\beta 1}, a_{\beta 2}, \dots, a_{\beta d_{\beta}} \rangle \}. \quad (3)$$

Для реальных систем множества вариантов работоспособного функционирования и функционирования с ошибками, неисправностями, дефектами неограниченны и, следовательно, применение предлагаемого метода управления функционированием сложной системы позволяет получить результаты, ограниченные выбором множеств  $H_1$  и  $H_2$ . Для обеспечения эффективности предлагаемого метода рекуррентного и  $Z$ -рекуррентного управлений функционированием сложной системы множества  $H_1$  и  $H_2$  должны разбиваться на подмножества в соответствии с интерпретацией последовательностей событий на основе классификации процессов на классы  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ . При классификации функционирования системы естественно выделять:

- класс вариантов функционирования с полным выполнением целевого предназначения;
- класс вариантов функционирования с частичным выполнением целевого предназначения;
- класс вариантов функционирования без частичного и полного выполнения целевого предназначения.

Конкретный вариант функционирования системы рассматривается как перевод системы из заданного начального состояния в заданное заключительное состояние системы с наблюдением событий, составляющих процессы в системе, и управлением событиями и процессами. Элементы  $a_{i,j}$  и  $b_{v,\mu}$  в последовательностях, представленных в множествах  $H_1$  (2) и  $H_2$  (3), являются математическими моделями событий. В приложениях следует различать теоретические формы моделей событий (обозначения буквами, представление конкретными значениями конкретных свойств) и реально, фактически наблюдаемую средствами контроля и диагностирования модель события в форме наборов значений показателей свойств. В данной статье, в основном, используются теоретические модели событий, так как фактически наблюдаемые средствами контроля и диагностирования значения показателей свойств потребуют рассмотрения вариантов возможностей средств контроля и диагностирования. Целевое предназначение системы включает в себя перевод из начального состояния в заключительное с выполнением специфических задач. Например, в функционировании системы управления полетом воздушного судна (ВС) можно обобщенно и условно выделить этапы [6]:

- движение ВС по рулежной дорожке до торца взлетно-посадочной полосы (ВПП),
- разбег ВС по ВПП до достижения скорости отрыва ВС от ВПП,
- движение ВС до набора высоты эшелона полета,
- полет ВС по маршруту с возможным выполнением специфических задач,
- полет ВС до выхода на посадочную глиссаду,
- снижение по посадочной глиссаде до касания ВПП и торможение,
- движение ВС по рулежной дорожке до стоянки.

В общем правиле управления движением ВС для каждого из перечисленных этапов применяются частные правила, в которых представлена специфика этапа. Если управление движением ВС представлять как управление событиями в процессах и процессах, то события в последовательностях событий из множества  $H = H_1 \cup H_2$  находятся в причинно-следственных связях, в которых события-причины могут включать в себя: ошибки в классах процессов  $P_1$  и  $P_2$ ; неисправности в технике и оборудовании (класс процессов  $P_3$ ); нарушения в энергообеспечении (класс процессов  $P_4$ ); проявившиеся недостатки в обеспечении функционирования системы комплектующими, сырьем, грузами и т. д. (класс процессов  $P_5$ ); воздействие

внешней среды, включая действие метеоусловий. В последовательностях событий из множества  $H$  включаются процессы, представленные классами процессов  $P_7, P_8, \dots, P_{63}$ , свойства которых определяются взаимодействиями шести базовых процессов  $P_1, P_2, \dots, P_6$  в сочетаниях по два, три, ..., всех шести.

В статье содержатся результаты исследования структур правил управления системами. Структуры правил определяются на основе применения форм рекуррентного и  $Z$ -рекуррентного определений последовательности событий, образующих в соответствии с причинно-следственными связями событий процессы в системе. Исследование опирается на ранее разработанные авторами классификацию процессов, содержащую 63 класса процессов и алгебру причинно-следственных комплексов [1–3, 7]). К новым результатам относятся метод преобразования структур причинно-следственных связей событий и функциональные структуры, разработанные на основе рекуррентных и  $Z$ -рекуррентных последовательностей событий.

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБЫТИЙ ЗНАЧЕНИЯМИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ИХ СВОЙСТВ

Пусть последовательность  $\xi$  (1) интерпретируется как последовательность событий, составляющая процесс функционирования системы на некотором этапе ее функционирования. Для преобразования причинно-следственных связей событий в функциональные зависимости значений показателей свойств событий по набору свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$  событий требуется определить области событий-причин для каждого события-следствия. Это можно сделать на основе рекуррентного определения последовательности  $\xi$  рекуррентной формой  $F^m$  порядка  $m$ , которая определяет функциональную зависимость  $f$ :

$$\begin{aligned} f(L(a_1(0)), L(a_2(0)), \dots, L(a_m(0))) &= L(a_{m+1}(0)), \\ f(L(a_2(1)), L(a_3(1)), \dots, L(a_{m+1}(1))) &= L(a_{m+2}(1)), \\ f(L(a_{c-m}(c-m-1)), L(a_{c-m+1}(c-m-1)), \dots, \\ &L(a_{c-1}(c-m-1))) = L(a_c(c-m-1)), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $L(a_j(t))$  — набор значений показателей свойств события  $a_j$  в момент времени  $t$ . Формулы (4) определяют правила выбора и вычисления управляющих воздействий для формирования события  $a_j(t+m+1)$  по показателям  $m$  непосредственно предшествующих событий.

Принципиально большие возможности представляет  $Z$ -рекуррентное определение последо-

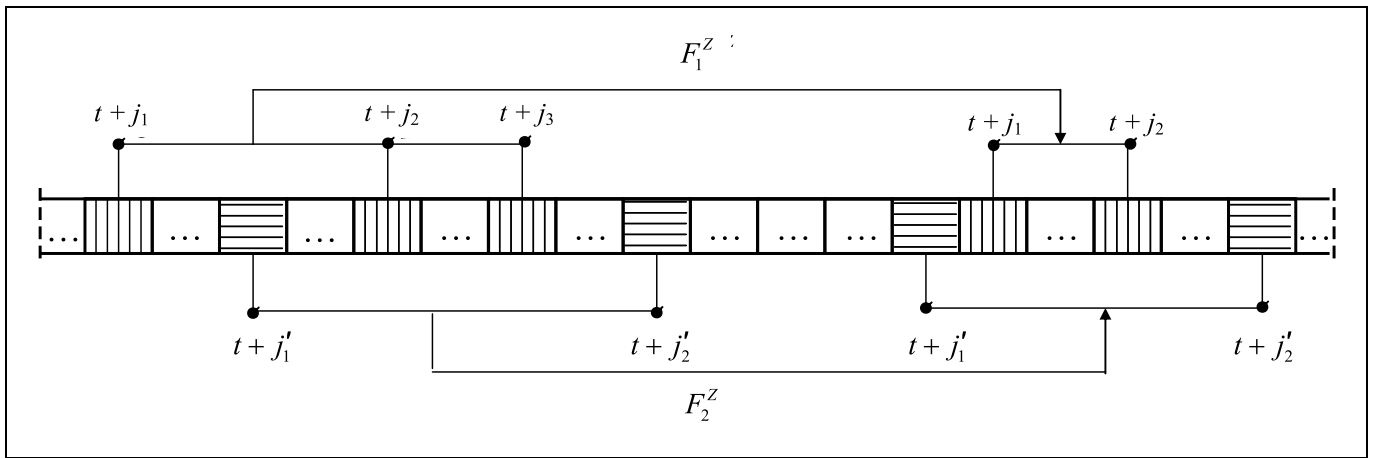


Рис. 1. Пример Z-рекуррентных форм  $F_1^Z$  и  $F_2^Z$  порядков  $(\{i_1, i_2, i_3\}; \{j_1, j_2\})$  и  $(\{i'_1, i'_2\}; \{j'_1, j'_2\})$  для декомпозиции последовательности на две Z-рекуррентно определенных подпоследовательности (для случая  $t$ -го момента времени)

вательности  $\xi$  с помощью Z-рекуррентного определения последовательности  $\xi$  (1) с применением Z-рекуррентной формы вида  $F^{Z,M}$  порядка  $M = (i_1, i_2, \dots, i_v; j_1, j_2, \dots, j_\mu)$ . В этом случае причинно-следственные связи представляются функциональной зависимостью  $f$  в момент времени  $t$  событий-следствий  $a_{t+j_1}, a_{t+j_2}, \dots, a_{t+j_\mu}$  от событий-причин  $a_{t+i_1}, a_{t+i_2}, \dots, a_{t+i_v}$ . Получаем функциональные зависимости  $f_Z$  значений показателей свойств событий-следствий от значений показателей свойств событий-причин:

$$\begin{aligned}
 f_Z(L(a_{i_1}(0)), L(a_{i_2}(0)), \dots, L(a_{i_v}(0))) &= \\
 &= (L(a_{j_1}(0)), L(a_{j_2}(0)), \dots, L(a_{j_\mu}(0))), \\
 f_Z(L(a_{i_1+1}(1)), L(a_{i_2+1}(1)), \dots, L(a_{i_v+1}(1))) &= \\
 &= (L(a_{j_1+1}(1)), L(a_{j_2+1}(1)), \dots, L(a_{j_\mu+1}(1))), \\
 f_Z(L(a_{i_1+t_0}(t_0 - 1)), L(a_{i_2+t_0}(t_0 - 1)), \dots, \\
 L(a_{i_v+t_0}(t_0 + 1))) &= (L(a_{j_1+t_0}(t_0 - 1)), \\
 L(a_{j_2+t_0}(t_0 - 1)), \dots, L(a_{j_\mu+t_0}(t_0 - 1))), \quad (5)
 \end{aligned}$$

где  $t_0 = c - \tau_\xi^2$ ,  $\tau_\xi^2 = \max\{i_1, i_2, \dots, i_{m_1}, j_1, j_2, \dots, j_{m_2}\}$ .

С помощью нескольких Z-рекуррентных форм можно проводить декомпозицию последовательности событий на набор подпоследовательностей, извлекаемых из последовательности с возможными пропусками в порядке расположения в порядке последовательности. При такой декомпозиции можно представлять причинно-следственные связи событий с разделением на события, подготавлива-

ющие при совершении предшествующего события условия для формирования отдаленных событий. Строгое определение таких связей определяется порядком  $(\{i_1, i_2, \dots, i_v\}; \{j_1, j_2, \dots, j_\mu\})$ . На рис. 1 показан пример декомпозиции последовательности событий на две подпоследовательности, определяемые Z-рекуррентными формами  $F_1^Z$  и  $F_2^Z$  порядков  $(\{i_1, i_2, i_3\}; \{j_1, j_2\})$  и  $(\{i'_1, i'_2\}; \{j'_1, j'_2\})$  соответственно.

Наборы (4) и (5) фактически представляют собой структуры дискретных детерминированных правил управления для ориентации — какие значения показателей свойств событий следует сформировать при управлении и какие значения показателей свойств событий имеются как данные и исходные. Последовательности событий, определяющие в наборах (4) и (5) процессы функционирования системы, могут быть систематизированы в общую структуру в форме сети, которую для наглядности и удобства применения будем представлять в виде дерева. В каждом событии в момент времени  $t$ , входящим в последовательность событий, составляющих функционирование системы, представлены события, относящиеся к конкретным процессам из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ . Структура такого события  $a_t, 1 \leq t \leq c$ , в последовательности  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle, c \in N^+$ , может быть представлена как совмещение трех компонентов:

$a_t^1$  — событие, определяющее действия внешней среды в событии  $a_t$  в момент времени  $t$ ;

$a_t^2$  — событие, определенное предшествующими событиями  $a_{t-m}, a_{t-m+1}, \dots, a_{t-1}$ ;

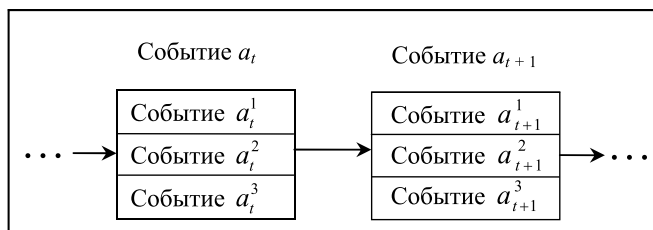


Рис. 2. Структура причинно-следственной связи событий  $a_t$  и  $a_{t+1}$  с включением действий внешней среды, предшествующих событиям и событиям, представляющих изменения процессов в системе

$a_t^3$  — событие, представляющее действия в событии  $a_t$  ошибок, неисправностей, нарушений и других факторов в процессах в момент времени  $t$ .

Представление события  $a_t$  в форме  $a_t = \{a_t^1\} \cup \{a_t^2\} \cup \{a_t^3\}$  позволяет рассматривать событие  $a_t$  как следствие причинно-следственной связи с действием внешней среды и действием причин, возникающих в связи с изменениями процессов в системе (рис. 2).

Управление функционированием сложной системы, включающее в себя решение задач контроля и диагностирования, а также решение задач восстановления работоспособного функционирования разработано в форме общей структуры причинно-следственных связей событий в процессах и представлением компонентов, соответствующих рекуррентным и  $Z$ -рекуррентным определениям последовательностей событий. На основе рекуррентных и  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей в общей структуре причинно-следственных связей событий определяются частные правила управления подпоследовательностями событий и переходы от одних частных правил к другим частным правилам в соответствии с возникновением реальных событий в процессе функционирования сложной системы.

## 2. ДИСКРЕТНЫЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ СОБЫТИЯ, ПРОЦЕССА И ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ

Формальный аппарат рекуррентного и  $Z$ -рекуррентного определений последовательностей позволяет представлять модели события, процесса и функционирования сложной системы на основе функциональных зависимостей между элементами последовательностей. В модель функционирования системы будем включать статические модели событий как срезы в моменты времени процессов и динамические модели процессов как последовательности событий. Построение моделей для ре-

альных сложных систем ограничивается выбором для рассмотрения и включения в модель:

- набора процессов  $\{P_{1,1}, P_{1,2}, \dots, P_{1,n_1}\}, \{P_{2,1}, P_{2,2}, \dots, P_{2,n_2}\}, \dots, \{P_{63,1}, P_{63,2}, \dots, P_{63,n_{63}}\}$  из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ ;
- набора свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$  представляемых в моделях процессов;
- набора множеств  $W_1, W_2, \dots, W_k$  значений показателей свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$ ;
- множества  $E = E_1 \cup E_2$  вариантов функционирования реальной сложной системы в работоспособном состоянии (множество вариантов  $E_1$ ) и при дефектах (множество вариантов  $E_2$ ).

Большой объем этих исходных данных для построения моделей является следствием сложности системы, выбранных полноты и точности моделей, а также предполагаемых к реализации условий управления функционированием системы. Основной формой модели события служит таблица, в которой представлены значения показателей свойств для конкретных процессов, расположенных в строках, и для конкретных свойств, расположенных в столбцах. В табл. 1 каждый класс процессов  $P_i, 1 \leq i \leq 63$ , представлен срезом в момент  $t$  конкретных процессов  $\{P_{i,1}, P_{i,2}, \dots, P_{i,n_i}\}$ , относящихся к объектам или субъектам, участвующим в процессе из класса  $P_i$ .

Таблица 1

Табличная модель процесса функционирования в конкретный момент времени  $t$

$T(t)$		$R_1$	...	$R_k$
$P_1(t)$	$P_{1,1}(t)$	$w_{1,1,1}(t)$	...	$w_{1,1,k}(t)$
	$P_{1,2}(t)$	$w_{1,2,1}(t)$	...	$w_{1,2,k}(t)$
	...	...	...	...
	$P_{1,n_1}(t)$	$w_{1,n_1,1}(t)$	...	$w_{1,n_1,k}(t)$
$P_2(t)$	$P_{2,1}(t)$	$w_{2,1,1}(t)$	...	$w_{2,1,k}(t)$
	$P_{2,2}(t)$	$w_{2,2,1}(t)$	...	$w_{2,2,k}(t)$
	...	...	...	...
	$P_{2,n_2}(t)$	$w_{2,n_2,1}(t)$	...	$w_{2,n_2,k}(t)$
...	...	...	...	...
$P_{63}(t)$	$P_{63,1}(t)$	$w_{63,1,1}(t)$	...	$w_{63,1,k}(t)$
	$P_{63,2}(t)$	$w_{63,2,1}(t)$	...	$w_{63,2,k}(t)$
	...	...	...	...
	$P_{63,n_{63}}(t)$	$w_{63,n_{63},1}(t)$	...	$w_{63,n_{63},k}(t)$



Например, процессами из класса  $P_2$  действий человеческих звеньев в управлении полетом ВС будут процессы действий командира ВС ( $P_{2,1}$ ), действий второго пилота ( $P_{2,2}$ ), действий диспетчера ( $P_{2,3}$ ) и т. д. В табл. 1 процесс представляется значениями показателей свойств события в момент времени  $t$ . Моделью процесса полагаются функциональные связи значений показателей свойств, представленных в таблицах вида табл. 1 для моментов времени  $t$  и  $t + 1$ . Такую связь можно формально представить таблицами вида табл. 2, в которых для каждого процесса  $P_{ij}$  явно определяются связи значений показателей свойств соответствующих событий в моменты времени  $t$  и  $t + 1$ . В табл. 2 для конкретного процесса  $P_{ij}$  и множеств  $W_1, W_2, \dots, W_k$  значений показателей свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$  определены изменения значений свойств событий по правилу: величина  $w_{ij\mu}(t)$ , представляющая  $\mu$ -е значение (в множестве  $W_{ij}$ ) свойства  $R_\nu$  в процессе  $P_{ij}$  заменяется величиной  $h_{ij\nu}(w_{ij\mu}(t))$ . Функции  $h_{ij1}, h_{ij2}, \dots, h_{ijk}$ , как показывает классификация процессов на классы  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ , должны быть различны по математической природе: в форме дифференциальных и интегральных уравнений, логических уравнений, таблиц, матриц, графов и др.

Символьные обозначения событий в множествах  $H_1$  и  $H_2$  заменим их табличными представлениями в форме таблиц вида табл. 1 и введем соответствующие полученные последовательности:

$$H'_1 = \{ \langle a'_{11}, a'_{12}, \dots, a'_{1c_1} \rangle, \langle a'_{21}, a'_{22}, \dots, a'_{2c_2} \rangle, \dots, \langle a'_{\alpha 1}, a'_{\alpha 2}, \dots, a'_{\alpha c_\alpha} \rangle \}, \quad (6)$$

$$H'_2 = \{ \langle b'_{11}, b'_{12}, \dots, b'_{1d_1} \rangle, \langle b'_{21}, b'_{22}, \dots, b'_{2d_2} \rangle, \dots, \langle b'_{\beta 1}, b'_{\beta 2}, \dots, b'_{\beta d_\beta} \rangle \}. \quad (7)$$

Табл. 2 как составляющая часть модели процесса  $P_{ij}$  используется по следующему правилу: если событие в момент  $t$  задается набором значений  $(w_{ij1r}(t), w_{ij2u}(t), \dots, w_{ijkq}(t))$ , где  $r \in \{1, 2, \dots, m_1\}$ ,  $u \in \{1, 2, \dots, m_2\}, \dots, q \in \{1, 2, \dots, m_k\}$ , то событие в момент  $t + 1$  определяется набором  $(h_{ij1}(w_{ij1r}(t)), h_{ij2}(w_{ij2u}(t)), \dots, h_{ijk}(w_{ijkq}(t)))$ .

Исследования показали, что для управления функционированием сложной системы, в котором исходными данными являются целевое предназначение системы и решаемая задача, варианты функционирования системы в работоспособном состоянии и функционирования системы при выбранном множестве возможных дефектов в процессах, происходящих в системе, требуется последовательное построение большого числа моделей: моделей

Таблица 2

Табличная модель функциональной связи значений показателей свойств для событий в моменты времени  $t$  и  $t + 1$

			$R_1$	$R_2$	...	$R_k$
$P_{ij}(t)$	$R_1$	$w_{ij11}(t)$ $w_{ij12}(t)$ ... $w_{ij1m_1}(t)$	$h_{ij1}(w_{ij11}(t))$ $h_{ij1}(w_{ij12}(t))$ ... $h_{ij1}(w_{ij1m_1}(t))$			
	$R_2$	$w_{ij21}(t)$ $w_{ij22}(t)$ ... $w_{ij2m_2}(t)$		$h_{ij2}(w_{ij21}(t))$ $h_{ij2}(w_{ij22}(t))$ ... $h_{ij2}(w_{ij2m_2}(t))$		
	...	...	...	...	...	...
	$R_k$	$w_{ijk1}(t)$ $w_{ijk2}(t)$ ... $w_{ijkm_k}(t)$				$h_{ijk}(w_{ijk1}(t))$ $h_{ijk}(w_{ijk2}(t))$ ... $h_{ijk}(w_{ijkm_k}(t))$

событий, моделей процессов, моделей функционирования системы. Из этих моделей конструируется фактическое управление функционированием системы, в котором последовательность событий доопределяется событиями, действующими извне (состояние метеоусловий, действия других систем и др.), и событиями, изменяющими процессы в системе (ошибки, неисправности, нарушения и другие факторы в процессах из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ ).

### 3. МОДЕЛЬ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕМ ПО ЦЕЛЕВОМУ ПРЕДНАЗНАЧЕНИЮ

Предложенные модели событий и процессов позволяют построить модель функционирования системы на основе совмещения событий и процессов. Если представлять модель функционирования системы графом с вершинами, интерпретируемыми как события, и дугами, рассматриваемыми как определения причинно-следственных связей событий, то получаем структуру, которую для наглядности будем представлять графом в виде дерева. Предполагается, что целевое предназначение системы и решаемые задачи определены соответствующими процессами, взаимосвязями и взаимодействиями процессов в форме множеств последовательностей событий  $H_1$  и  $H_2$  (см. выражения (2), (3)). События, представленные в последовательностях, определены моделями в форме таблиц вида табл. 1, а процессы в форме совмещений в форме таблиц вида табл. 2. Построение моделей событий и процессов требует решения задач разработки моделей учитываемых процессов из классов процессов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ . Такой большой объем данных и моделей для построения модели управления функциониро-

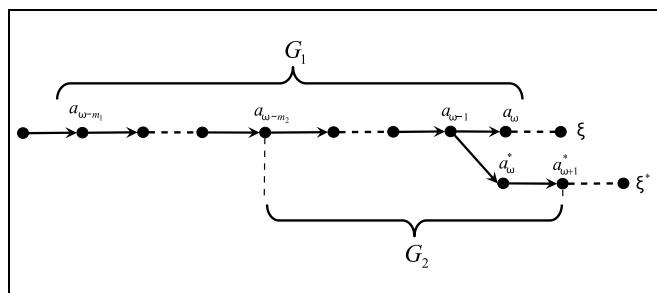


Рис. 3. Схема совмещения правила  $G_1$  для управления последовательностью событий  $\xi$  с правилом  $G_2$  для управления последовательностью событий  $\xi^*$  при определении последовательности  $\xi$  рекуррентной формой порядка  $m_1$  и при определении последовательности  $\xi^*$  рекуррентной формой порядка  $m_2$

ванием системы — непреложное следствие сложности задачи управления функционированием системы. В настоящей статье представлены результаты теоретических и общеметодических исследований и для разработки управления функционированием конкретной сложной системой по целевому предназначению дана общая содержательная интерпретация моделей событий, процессов и функционирования системы в целом.

Пусть информацией для управления функционированием системы являются множества, полученные из множеств  $H'_1$  (6) и  $H'_2$  (7) с учетом интерпретации элементов последовательностей событий в соответствии со значениями показателей свойств (4) и (5).

Для последовательностей из множеств  $H'_1$  и  $H'_2$  построим рекуррентные и  $Z$ -рекуррентные определения. Рассмотрим случай последовательности  $\gamma_j = \langle a'_{j1}, a'_{j2}, \dots, a'_{jc_j} \rangle$  из множества  $H'_1$ . Пусть для последовательности  $\gamma_j$  рекуррентная форма  $F_j^m$  имеет порядок  $m$  и определяет бинарное отношение

$$\begin{aligned} & \langle a'_{j1}, a'_{j2}, \dots, a'_{jm} \rangle, a'_{jm+1} \\ & \langle a'_{j2}, a'_{j3}, \dots, a'_{jm+1} \rangle, a'_{jm+2} \\ & \dots \\ & \langle a'_{jc_j-m}, a'_{jc_j-m+1}, \dots, a'_{jc_j-1}, a'_{jc_j} \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Рекуррентная форма и бинарное отношение (4) для последовательности событий  $\gamma_j$  определяет правило  $G_j$  управления событиями в последовательности  $\gamma_j$ . С использованием рекуррентных определений последовательностей множеству  $H'_1$  последовательностей сопоставляется последовательность правил  $G_a = \langle G_{a1}, G_{a2}, \dots, G_{ac_a} \rangle$ . По построению правило  $G_{aj}$  определяет выбор управляющих воздействий в последовательности событий  $\gamma_j$ . Последовательности вида  $\gamma_j$ ,  $1 \leq j \leq c_a$ , пересекаются по событиям, что усложняет общее правило  $G$  управления событиями в функционировании СЧМС.

Для управления последовательностью событий  $\xi = \langle a_1, a_2, \dots, a_c \rangle$ ,  $c \in N^+$ , с использованием рекуррентного определения последовательности  $\xi$ , определяющая рекуррентная форма  $F^m$  порядка  $m$  задает покрытие, которое представлено бинарным отношением (8). На рис. 3 приведена схема связи правил управления  $G_{a,\omega}$  и  $G_{a,\omega}^*$ , которые представляют работоспособное функционирование систе-



мы и функционирование системы с дефектом в событии в момент  $t = \omega$ . Событиям  $a_\omega$  и  $a_\omega^*$  предшествует одна и та же последовательность событий, которая продолжается случаем  $a_\omega \neq a_\omega^*$ , в связи с чем для последовательностей событий  $G_1$  и  $G_2$  должно выполняться условие  $G_1 \neq G_2$ . Порядки  $m_1$  и  $m_2$  рекуррентных форм  $F_1^{m_1}$  и  $F_2^{m_2}$ , рекуррентно определяющих последовательности  $\xi$  и  $\xi^*$ , не совпадают.

Метод рекуррентного и  $Z$ -рекуррентного управлений функционированием системы в работоспособном состоянии и при дефектах процессов в системе предполагает выбор:

- множества  $D_0$  вариантов работоспособного функционирования системы и его определение;

- каждого класса процессов  $P_i$ ,  $1 \leq i \leq 63$ , набора процессов  $P_{i,1}, P_{i,2}, \dots, P_{i,n_i}$ , представляющих класс  $P_i$  в функционировании системы;

- для множеств  $M_1, M_2, \dots, M_{63}$  дефектов, процессов  $P_{i,1}, P_{i,2}, \dots, P_{i,n_i}$ ,  $1 \leq i \leq 63$ , и их определение, представляющих выбранные процессы из классов  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$ ;

- свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$  и соответствующих им множеств  $W_1, W_2, \dots, W_k$  значений показателей свойств, которыми в форме табл. 1 будут определяться события;

- математических средств (дифференциальных и интегральных уравнений, логических уравнений, таблиц, матриц, графов) и их разработка для определения зависимостей значений показателей свойств в звеньях причинно-следственно связанных событий в процессах. Такие зависимости представляются таблицами вида табл. 2;

- рекуррентного или  $Z$ -рекуррентного определений последовательностей событий в процессах и в вариантах функционирования системы для построения правил управления и совмещения частных правил в общее правило управления функционированием системы.

Осуществление такого выбора требует исследований специфики рассматриваемой сложной системы. Общее правило управления определяется как композиция частных правил, определяемых на основе выбранного рекуррентного или  $Z$ -рекуррентного определений последовательностей событий в процессах и в вариантах функционирования системы (рис. 3). Структура общего правила управления  $G$  представима в форме дерева, в котором каждый путь  $\eta = \langle G_{\eta_1}, G_{\eta_2}, \dots, G_{\eta_{u_\eta}} \rangle$  из корня в висящую вершину определяет последователь-

ность частных правил управления. Правило  $G_{\eta_{j_\eta}}$ ,  $1 \leq j_\eta \leq u_\eta$ , соответствует части пути  $\eta$ , выделенной при рекуррентном (или  $Z$ -рекуррентном) определении последовательности  $\eta$ .

Выбор в момент времени  $t$  управляющего воздействия для формирования события  $a_t$  согласно общему правилу управления функционированием системы, представленного в форме дерева, осуществляется на основе данных о событиях  $a_{t-m}$ ,  $a_{t+m+1}, \dots, a_{t+1}$  при рекуррентном управлении. В случае, когда правила управления функционированием системы определяются с применением  $Z$ -рекуррентного определения последовательностей, рассматриваются функциональные зависимости между значениями показателей свойств: для значений показателей свойств событий  $a_{t+i_1}, a_{t+i_2}, \dots, a_{t+i_{m_1}}$  определяются функциональные зависимости с значениями показателей свойств событий  $a_{t+j_1}, a_{t+j_2}, \dots, a_{t+j_{m_2}}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рекуррентные модели и методы находят широкое применение в различных областях приложений (например, при оценке параметров движения сложных объектов [8], в задачах анализа систем с конечным числом частиц [9], в задачах управления рисками в инновационной деятельности [10], в навигации космических аппаратов [11], в теории стохастической фильтрации [12] и др.). В настоящей работе управление функционированием сложной системы рассматривается в традиционной форме перевода в пространстве состояний системы из заданных начального состояния в заключительное состояние.

Функционирование системы рассматривается как последовательность событий, формируемых с помощью управляющих воздействий, при которой учитываются действия внешней среды и действия дефектов процессов в системе. Данный подход опирается на ранее разработанные классификацию процессов [7, 13, 14], представление процессов последовательностями событий и представление событий значениями показателей свойств. Причинно-следственные связи событий в процессах преобразуются в функциональные зависимости между значениями показателей свойств событий-причин и событий-следствий. Общее правило управления функционированием системы для каждого варианта функционирования системы определяет последовательность частных правил, в которой каждое частное правило соответствует управлению для части последовательности причинно-следст-



венно связанных событий, вычисленной на основе рекуррентного или  $Z$ -рекуррентного определения последовательности событий. Применение рекуррентного и  $Z$ -рекуррентного определений последовательностей событий разработано и предлагается впервые. Рекуррентные и  $Z$ -рекуррентные формы в рекуррентных и  $Z$ -рекуррентных определениях последовательностей выделяют области значений показателей свойств событий с ограничением областей требующихся значений. Этим устанавливаются размеры правил управления процессами и функционированием системы в целом.

Сформулируем полученные результаты.

- На основе ранее разработанной классификации процессов на классы  $P_1, P_2, \dots, P_{63}$  [1–3] и исследований структур рекуррентных и впервые вводимых  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей событий [4] построены дискретные детерминированные модели событий (в форме таблиц связей событий со значениями показателей свойств  $R_1, R_2, \dots, R_k$ ), модели процессов в виде последовательностей событий и модели функционирования сложных систем в форме структур, определяющих причинно-следственные связи событий и причинно-следственные связи процессов.

- Показано, что разработанная модель структуры причинно-следственных связей событий и причинно-следственных связей процессов определяет структуру общего правила управления функционированием сложной системы на основе частных правил управления конкретными процессами.

- Показано, что на уровне предлагаемых формальных моделей событий, процессов и функционирования сложной системы представлены действия внешней среды, предшествующие события и изменения процессов в функционировании системы, вызванные ошибками, неисправностями и другими факторами процессов. Это означает, что модель функционирования системы может использоваться для управления системой с включением в управление решений задач контроля, диагностирования и восстановления работоспособности.

- Впервые для решения задач контроля и диагностирования процессов функционирования сложных систем предлагается использовать равенства и неравенства числовых показателей рекуррентных и  $Z$ -рекуррентных определений последовательностей событий. В таких решениях задач работоспособные и неработоспособные процессы распознаются на основе изменений их причинно-следственных зависимостей от предшествующих событий.

Полученные результаты имеют теоретическое и общеметодическое значение, которые применимы в приложениях на основе достаточно точной и пол-

ной содержательной интерпретации моделей событий, процессов и функционирования системы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Резчиков А.Ф., Твердохлебов В.А. Принцип причинно-следственной декомпозиции динамических систем: Монография. — Саратов: Изд. центр «Наука», 2013. — 56 с.
2. Резчиков А.Ф., Твердохлебов В.А. Причинно-следственные модели производственных систем. — Саратов: Научная книга, 2008. — 137 с.
3. Резчиков А.Ф., Твердохлебов В.А. Причинно-следственные комплексы взаимодействий в производственных процессах // Проблемы управления. — 2010. — № 3. — С. 51–60.
4. Твердохлебов В.А. Геометрическая форма автоматных отображений, рекуррентное и  $Z$ -рекуррентное определение последовательностей // Изв. Саратовского ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2016. — Т. 16, вып. 2. — С. 232–241.
5. Твердохлебов В.А.  $Z$ -рекуррентное определение последовательностей в задачах контроля и диагностирования процессов в системах // Доклады академии военных наук. — 2016. — № 2 (70). — С. 43–47.
6. Новожилов Г.В., Неймарк М.С., Цесарский Л.Г. Безопасность полета самолета. Концепция и технология. — М.: Машиностроение, 2003. — 144 с.
7. Твердохлебов В.А. Управление потоками состояний крупномасштабных систем // Материалы восьмой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2015» / ИПУ РАН. — М., 2015. — С. 333–335.
8. Алешкин А.П., Архипова И.Г., Полюенко В.Н. и др. Метод рекуррентного оценивания параметров движения подводного объекта по данным космических навигационных определений буксируемой аппаратуры потребителя // Радиопромышленность. — 2018. — № 1. — С. 57–61.
9. Умирзаков И.Х. Рекуррентный метод определения различных наборов кластеров и распределения кластеров по размерам в системе с конечным числом частиц // Бутилеровские сообщения. — 2015. — Т. 44, № 10. — С. 45–63.
10. Брега Г.В. Рекуррентный подход к управлению рисками в инновационной деятельности // Управленческие науки. — 2015. — № 2. — С. 50–57.
11. Анцев Г.В., Лысенко Л.Н., Петров В.А. Повышение точности определения параметров орбит на основе применения операторов совмещения витковых оценок по результатам малоинтервальной обработки данных ГЛОНАСС // Вестник Моск. гос. техн. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер.: Приборостроение. — 2016. — № 5 (110). — С. 99–110.
12. Daum F. Nonlinear Filters: Beyond the Kalman Filter // IEEE Aerospace and Electronic Syst. — 2005. — Vol. 8. — P. 57–71.
13. Критические ситуации в человеко-машинных системах / под ред. А.Ф. Резчикова. — Саратов: Изд. центр «Наука», 2015. — 244 с.
14. Резчиков А.Ф., Твердохлебов В.А., Иващенко В.А. и др. Человек. Машина. Среда. — Саратов: Изд. центр «Наука», 2013. — 196 с.

Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.

**Резчиков Александр Федорович** — д-р техн. наук, чл.-корр. РАН, гл. науч. сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов; гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ iptmuran@san.ru,

**Твердохлебов Владимир Александрович** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов, ✉ tverdokhlebova@list.ru.