

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЫПУКЛОЙ РЕЛАКСАЦИИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МНОЖЕСТВА НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВ¹

Л.Б. Рапопорт, Т.А. Тормагов

Аннотация. Методы выпуклой релаксации применяются для решения невыпуклых задач математического программирования. С помощью этих методов исходная невыпуклая задача погружается в более широкий класс выпуклых оптимизационных задач, допускающих эффективное решение. Таким образом, вместо исходной вычислительно сложной задачи решается выпуклая задача, дающая приближенное решение исходной задачи. В данной работе полуопределенная релаксация применяется к задаче об определении оптимального множества сигналов глобальных навигационных спутниковых систем, выбранных для обработки при решении задачи позиционирования. Необходимость оптимизации множества сигналов связана с большим количеством навигационных спутников, доступных для использования наземными пользователями. Эта бинарная оптимизационная задача трудна для решения в режиме реального времени. Предложены два подхода к сведению исходной задачи к задаче выпуклого программирования, допускающей эффективное решение.

Ключевые слова: спутниковая навигация, полуопределенное программирование, SDP, коническое программирование второго порядка, SOCP.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно развиваются глобальные навигационные спутниковые системы (Global Navigation Satellite Systems — GNSS). Наряду с глобальными системами GPS и ГЛОНАСС развертываются новые глобальные и региональные системы Galileo, Beidou, QZSS, IRNSS. Общее число сигналов, принимаемых антенной приемника GNSS, может достигать нескольких десятков. Большое число спутников, как правило, позволяет более точно определять координаты приемника. Однако использование сигналов избыточного числа спутников значительно увеличивает время решения задачи позиционирования на стороне приемника. В связи с этим возникает задача оптимизации состава спутниковых навигационных сигналов.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-08-00531) и программы I.29 президиума РАН «Актуальные проблемы робототехнических систем».

В настоящей работе рассматривается задача выбора ограниченного по размеру множества (называемого также «созвездием» в литературе по спутниковой навигации) видимых навигационным приемником спутников.

Каждый спутник передает несколько сигналов в различных частотных диапазонах. Например, спутники GPS передают сигналы в диапазонах L1, L2 и L5, спутники ГЛОНАСС — в диапазонах L1, L2 и L3, Galileo — в диапазонах L1, L5a, L5b и E6. Кроме того, на одной частоте могут одновременно передаваться сигналы с разной кодовой модуляцией. В данной работе мы для простоты считаем, что от каждого спутника принимается один сигнал на частоте L1, что соответствует большей части гражданского навигационного оборудования.

В качестве критерия выбора того или иного созвездия спутников в работе принята величина, называемая Geometric Dilution of Precision (GDOP) [1–3]. Эта скалярная величина в обобщенном виде описывает геометрию взаимного расположения спутников относительно антенны приемника.

Когда спутники в области видимости находятся слишком близко друг к другу в определенной части неба, задача определения положения приемника становится численно плохо обусловленной. При этом говорят о плохой геометрии расположения (высоком значении GDOP), и, наоборот, при достаточно равномерном распределении спутников по небесной полусфере геометрию считают хорошей (с низким значением GDOP). Этот критерий имеет множество разновидностей (PDOP, GDOP, HDOP, VDOP). Наиболее употребителен на практике критерий GDOP, относящийся к данному созвездию и отражающий общее снижение точности по местоположению и времени, зависящий от расположения спутников относительно антенны приемника и от используемых спутниковых систем. Он определяется таким образом:

$$GDOP = \sqrt{\text{tr}(H^T H)^{-1}}, \quad (1)$$

где H — матрица линеаризованной системы навигационных уравнений, а символ $\text{tr}(\cdot)$ обозначает след матрицы. При решении навигационной задачи определению подлежат три координаты антенны и по одной переменной, имеющей смысл сдвига системных часов, на каждую спутниковую систему. Пусть J — это число систем GNSS, в которые входят спутники текущего созвездия. Например, при совместном использовании сигналов спутников GPS и ГЛОНАСС имеем $J = 2$. Тогда число переменных, подлежащих определению при решении навигационной задачи, $p = 3 + J$. Пронумеруем системы GNSS с помощью переменной j , $j = 1, \dots, J$. Далее, пусть n_j — число спутников системы с номером j в текущем созвездии. Общее число спутников

$$n = \sum_{j=1}^J n_j. \quad (2)$$

Таким образом, матрица линеаризованной системы навигационных уравнений имеет размер $(n \times p)$ и структуру

$$H = \begin{bmatrix} H_1 & E & O & O \\ H_2 & O & E & O \\ \vdots & & \ddots & \\ H_J & O & O & E \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где H_j — матрица направляющих косинусов на спутники системы j , $j = 1, \dots, J$, с размерностью $(n_j \times 3)$, E — вектор-столбец соответствующего размера, все элементы которого равны единице, O —

вектор-столбец соответствующего размера с нулевыми элементами. Требуется выбрать такое созвездие, для которого величина GDOP принимает наименьшее значение.

Рассмотрим задачу выбора не более чем m спутников из n возможных ($n \geq m$). Пусть $N = \{1, \dots, n\}$ — множество видимых спутников (текущее созвездие), а $M \subseteq N$ — подмножество (созвездие) спутников, подлежащих выбору. Обозначив через $|M|$ число элементов множества M , получим ограничение

$$|M| \leq m. \quad (4)$$

Определим двоичные переменные x_s , $s = 1, \dots, n$, таким образом:

$$x_s = \begin{cases} 1, & \text{если } s \in M, \\ 0, & \text{если } s \notin M. \end{cases} \quad (5)$$

Составим из этих переменных диагональную матрицу

$$X(M) = \text{diag}(x_1, \dots, x_n). \quad (6)$$

Тогда задача оптимального выбора спутников формулируется в виде

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \sqrt{\text{tr}(H^T X(M) H)^{-1}}$$

при условиях (5), (6) и

$$p \leq \sum_{s=1}^n x_s \leq m. \quad (7)$$

Обозначим

$$\varphi(M) = \text{tr}(H^T X(M) H)^{-1}. \quad (8)$$

Поскольку квадратный корень — монотонная функция своего аргумента, то сформулированную оптимизационную задачу можно переписать в виде

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \varphi(M) \quad (9)$$

при ограничениях (5)–(7). Точное решение этой задачи предполагает полный перебор и, следовательно, имеет экспоненциальную трудоемкость. Приближенные методы решения этой задачи рассматриваются в ряде работ [4–10]. В настоящей работе предлагаются методы, основанные на решении задач выпуклого программирования и представляющие собой релаксацию исходной задачи. При этом условия $x_s \in \{0, 1\}$ заменяются на $x_s \in [0, 1]$, где $s = 1, \dots, n$. Рассматриваются два метода релаксации.



1. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОЛУОПРЕДЕЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ (SEMIDEFINITE PROGRAMMING, SDP)

Далее выражение $P \geq 0$ обозначает неотрицательную определенность матрицы P . Введем в рассмотрение вспомогательную неотрицательно определенную симметричную матрицу P размера $(p \times p)$. Наряду с задачей (5)–(7) и (9) рассмотрим задачу

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \text{tr} P \tag{10}$$

при ограничениях (6), (7) и

$$x_s \in [0, 1], \quad s = 1, \dots, n, \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} H^T X H & I_p \\ I_p & P \end{bmatrix} \geq 0, \tag{12}$$

где I_p — единичная матрица размера $(p \times p)$. Условие (11) заменяет более сильное условие (5). Имеет место

Утверждение 1. Для оптимального решения P^* , $\text{diag}(x_1^*, \dots, x_n^*) = X^*$ задачи (10) при ограничениях (6), (7), (11), (12) выполняется условие

$$P^* = (H^T X^* H)^{-1}. \tag{13}$$

Доказательство. Поскольку из условий (7), (11) и (12) следует неотрицательная определенность матрицы $H^T X H$, которая в силу специфики задачи невырожденная, то по лемме Шура (см. например, книгу [11]) получаем, что

$$\begin{bmatrix} H^T X H & I_p \\ I_p & P \end{bmatrix} \geq 0 \text{ тогда и только тогда, когда} \\ P - (H^T X H)^{-1} \geq 0. \tag{14}$$

Из последнего условия следует, что $\text{tr} P^* \geq \text{tr}(H^T X^* H)^{-1}$. Докажем, что выполнено равенство $P^* = (H^T X^* H)^{-1}$. Из выражения (14) следует, что $P^* = (H^T X^* H)^{-1} + Z^*$ где $Z^* \geq 0$. Если бы матрица Z^* была отлична от нулевой, то она имела бы, по крайней мере, одно положительное собственное число и выполнялось бы условие $\text{tr}(Z^*) > 0$, поскольку след есть сумма собственных чисел, которые для неотрицательно определенной матрицы неотрицательны. Но тогда выполнялось бы условие $\text{tr} P^* > \text{tr}(H^T X^* H)^{-1}$, что противоречит оптимальности P^* в смысле критерия (10). Утверждение доказано. ♦

После решения оптимизационной задачи необходимо округлить полученные величины x_1^*, \dots, x_n^* до двоичных значений с соблюдением условия (7).

2. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА (SECOND-ORDER CONE PROGRAMMING, SOCP)

В § 1 задача выбора оптимального подмножества спутников была приближенно решена с помощью SDP. Сведем эту задачу приближенно к другому классу задач выпуклой оптимизации, называемому SOCP. Для этого сделаем несколько преобразований и замен переменных.

Обозначим через e_j единичный p -мерный вектор-столбец, у которого j -я компонента равна 1, а остальные равны нулю. Тогда получаем тождество $\text{tr}(H^T X H)^{-1} = \sum_{j=1}^p e_j^T (H^T X H)^{-1} e_j$. С учетом этого тождества после релаксации бинарных условий исходная задача принимает вид

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \sum_{j=1}^p e_j^T (H^T X H)^{-1} e_j \tag{15}$$

при ограничениях (7) и (11).

В силу специфики задачи из ограничений (7) и (11) следует, что $\det(H^T X H) \neq 0$. Обозначим $v_j = (H^T X H)^{-1} e_j$. Тогда задача (15) принимает вид

$$\min_{x_1, \dots, x_n, v_1, \dots, v_p} \sum_{j=1}^p v_j^T H^T X H v_j$$

при тех же ограничениях и дополнительных условиях $H^T X H v_j = e_j, j = 1, \dots, p$.

Обозначим $w_j = X H v_j$. Тогда приходим к задаче

$$\min_{x_1, \dots, x_n, w_1, \dots, w_p} \sum_{j=1}^p w_j^T X^{-1} w_j \tag{16}$$

при ограничениях (7), (11) и $H^T w_j = e_j$, для которой существование $v_j, j = 1, \dots, p$, таких, что $w_j = X H v_j$, обеспечивается для оптимального решения условиями Каруша — Куна — Таккера, формулировку которых для случая выпуклой оптимизации можно найти, например, в работе [12]. Введем вспомога-

тельные неотрицательные переменные $t_{js} = \frac{w_{js}^2}{x_s}, j = 1, \dots, p, s = 1, \dots, n$. Тогда задача оптимизации (16) переписывается в виде

$$\min \sum_{j=1}^p \sum_{s=1}^n t_{js} \tag{17}$$

при ограничениях (7), (11) и $H^T w_j = e_j, j = 1, \dots, p, s = 1, \dots, n$, где w_{js} — s -я компонента вектора w_j . Заметим теперь, что минимизация функции (17) при

ограничениях $t_{js} = \frac{w_{js}^2}{x_s}$ и $t_{js} \geq \frac{w_{js}^2}{x_s}$ дает одинаковый результат. Тогда задача минимизации (16) при ограничениях (7) и (11) может быть переписана как задача минимизации функции (17) при ограничениях

$$H^T w_j = e_j, \quad t_{js} \geq \frac{w_{js}^2}{x_s}, \quad j = 1, \dots, p, \quad s = 1, \dots, n. \quad (18)$$

Минимизируя $\sum_{j=1}^p \sum_{s=1}^n t_{js}$, мы минимизируем

$$\sum_{j=1}^p \sum_{s=1}^n \frac{w_{js}^2}{x_s}, \text{ а значит, и } \sum_{j=1}^p w_j^T X^{-1} w_j. \text{ Если } x_s = 0, \text{ то,}$$

как и в работе [12], $\frac{w_{js}^2}{x_s}$ интерпретируется как 0, если $w_{js} = 0$ и как ∞ иначе. Заметим, что неравенство $t_{js} x_s \geq \frac{w_{js}^2}{x_s}$ эквивалентно неравенству $(t_{js} + x_s)^2 \geq 4w_{js}^2 + (t_{js} - x_s)^2$. С учетом, что $t_{js} + x_s \geq 0$, приходим к задаче конического программирования второго порядка (SOCP) (см. [13]), состоящей в минимизации функции (17) при ограничениях (7), (11) и

$$H^T w_j = e_j, \quad j = 1, \dots, p, \quad (19)$$

$$\left\| \begin{matrix} 2w_{js} \\ x_s - t_{js} \end{matrix} \right\| \leq x_s + t_{js}, \quad j = 1, \dots, p, \quad s = 1, \dots, n, \quad (20)$$

где в выражении (20) используется евклидова норма вектора. Таким образом, доказано

Утверждение 2. *Оптимальные решения задачи (15) с ограничениями (7), (11) и задачи (17) с ограничениями (7), (11), (19), (20) относительно переменных x_s , $s = 1, \dots, n$, совпадают.*

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Опишем алгоритм выбора оптимального созвездия в случае использования двух систем GPS и ГЛОНАСС ($J = 2$) [14, 15]. Заметим, что размерность матрицы $H^T X H$ при использовании спутников одной навигационной системы и нескольких (например, двух) навигационных систем различна. При решении исходной задачи могут быть выбраны спутники как одной системы, так и разных систем [2]. Получаем следующий алгоритм.

Шаг 1. Решается задача выпуклой оптимизации, описанная в § 1 или 2 для спутников GPS и ГЛОНАСС при условии, что выбирается хотя бы один спутник каждой из GNSS систем.

Шаг 2. Решается задача для спутников GPS.

Шаг 3. Решается задача для спутников ГЛОНАСС.

Шаг 4. Для всех трех случаев переходим от действительных значений x_s к двоичным выбором m спутников с наибольшими значениями x_s (выбор ближайшего подходящего соседа). Из трех вариантов выбирается решение с наименьшим значением GDOP.

Для решения задачи выпуклой оптимизации можно воспользоваться программными пакетами ECOS [16], SCS [17], SDPA [18], CSDP [19].

В случае использования трех и более навигационных систем ($J \geq 3$) вместо трех шагов 1, 2 и 3 алгоритма необходимо рассмотреть $2^J - 1$ шагов, отвечающих различным подмножествам множества $\{1, \dots, J\}$ за исключением пустого. Например, в случае использования GPS, ГЛОНАСС, Galileo и Beidou для точного решения задачи необходимо рассмотреть 15 комбинаций. На практике для сокращения вычислений можно ограничиться одной комбинацией, отвечающей полному созвездию.

Заметим, что в ходе вычислений можно получить оценку точности решения без вычисления точного решения. Пусть $\phi(X) = \sqrt{\text{tr}(H^T X H)^{-1}}$, где $X = \text{diag}(x_1, \dots, x_n)$. Обозначим X^* — решение исходной бинарной комбинаторной задачи, \tilde{X} — решение задачи выпуклой задачи (с нецелочисленными ограничениями), \hat{X} — приближенное решение исходной задачи, полученное после округления. Тогда имеет место

Утверждение 3. Справедлива двусторонняя оценка

$$\phi(\tilde{X}) \leq \phi(X^*) \leq \phi(\hat{X}). \quad (21)$$

Доказательство следует из того факта, что минимизация функции $\phi(X)$ на множестве нецелочисленных переменных, более широком, чем множество бинарных переменных, дает значение не большее, чем оптимальное.

Заметим, что $\phi(X^*)$ есть GDOP оптимального созвездия, а $\phi(\hat{X})$ есть GDOP подсозвездия, получившегося применением предложенного алгоритма. Обозначим разницу между значениями GDOP для точного и для приближенного решения как $\Delta = \phi(\hat{X}) - \phi(X^*)$. Обозначим также $\tilde{\Delta} = \phi(\hat{X}) - \phi(\tilde{X})$. Тогда в силу (21) выполняется

$$0 \leq \Delta \leq \tilde{\Delta}. \quad (22)$$

В итоге получена двусторонняя оценка для погрешности приближенного решения. Для вычисле-

ния оценки $\tilde{\Delta}$ не требуется знать точное решение задачи.

В заключение описания алгоритма заметим, что при реализации на микропроцессоре навигационного приемника, работающего под управлением операционной системы реального времени, целесообразно вынести данный алгоритм в отдельный вычислительный процесс, менее приоритетный, чем процесс вычисления позиции. Это даст возможность вычислять позицию с необходимой периодичностью без дополнительной задержки, хотя и не обязательно с оптимальным созвездием. При этом неоптимальность, возможно, будет проявляться только в случае частой смены созвездия.

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Экспериментальное исследование было проведено с использованием навигационного приемника GPS-ГЛОНАСС, производимого компанией «Топкон» с использованием сигналов только из диапазона частот L1. Результат 12-часового теста, когда спутники выбираются каждую минуту, представлен в таблице. Тестирование проводилось на процессоре Intel Core i5-3230M CPU 2.60 GHz. Качество работы алгоритма оптимизации оценивается разницей между GDOP параметрами для точного и для приближенного решения, обозначенной ранее как Δ . Через Δ_{\max} и Δ_{rms} обозначены максимальные и среднеквадратичные значения соответственно. Как следует из результатов эксперимента, приведенных в таблице, в большинстве случаев метод дает точное решение. Если даже решение не является оптимальным, то ошибка оптимизации незначительна. Как видно из результатов, приведенных в таблице, на практике оценка $\tilde{\Delta}$ принимает небольшие значения и позволяет гарантировать хорошую точность приближенного решения задачи.

Общее число спутников n изменялось в течение 12 ч в пределах $12 \leq n \leq 20$, см. рис. 1.

Величина ошибки Δ и ее оценка $\tilde{\Delta}$ для 12-часовых тестов

m	Процент точных решений	Δ_{\max}	Δ_{rms}	$\tilde{\Delta}_{\max}$	$\tilde{\Delta}_{rms}$
6	77,8	0,20	0,0364	0,37	0,0888
7	75,3	0,21	0,0355	0,29	0,0703
8	78,9	0,10	0,0117	0,15	0,0358
9	81,5	0,16	0,0150	0,19	0,0271
10	80,7	0,07	0,0070	0,09	0,0184

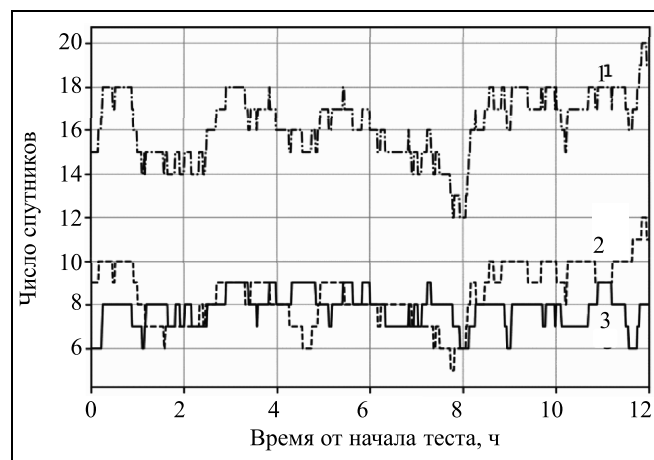


Рис. 1. Число спутников систем GPS, ГЛОНАСС и общее число спутников, наблюдаемых в течение эксперимента: 1 — GPS и ГЛОНАСС; 2 — GPS; 3 — ГЛОНАСС

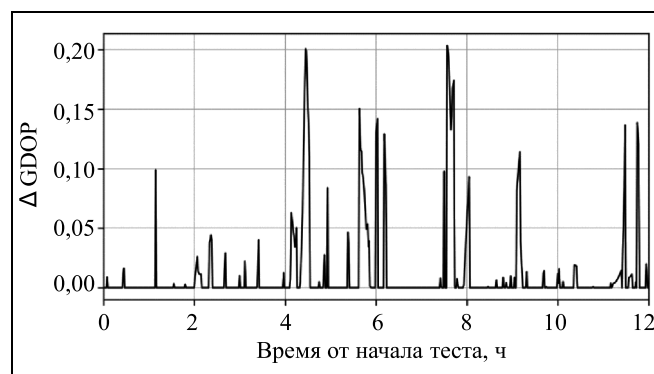


Рис. 2. График величины Δ для случая $m = 6$

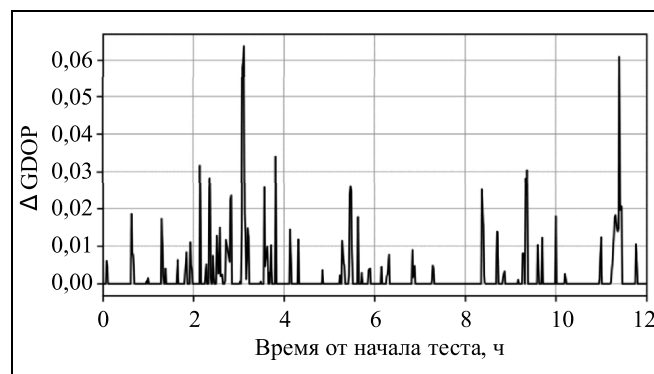


Рис. 3. График величины Δ для случая $m = 10$

Из таблицы видно, что чем больше величина m , тем точнее работает приближенный алгоритм. На рис. 2 и 3 изображены графики величины Δ для двух случаев $m = 6$ и $m = 10$ соответственно.

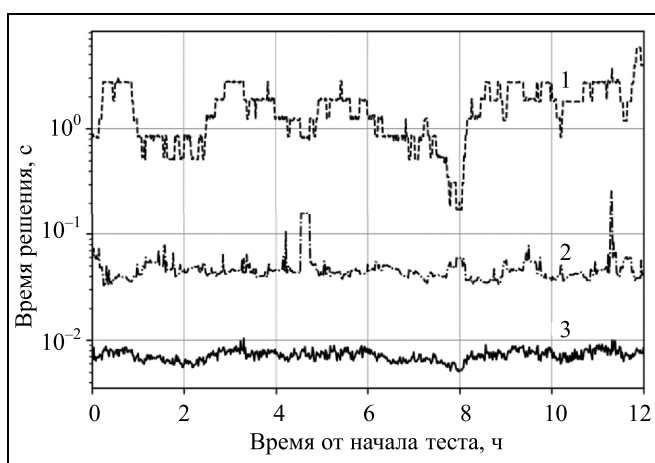


Рис. 4. Время вычислений для случая $m = 6$: 1 — исчерпывающий поиск; 2 — SDP; 3 — SOCP

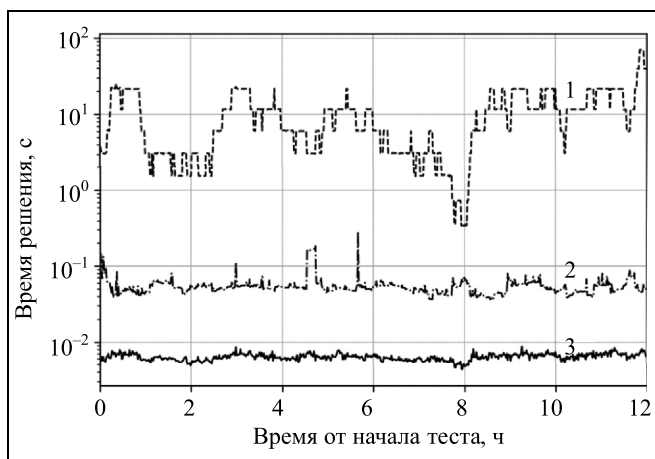


Рис. 5. Время вычислений для случая $m = 10$: 1 — исчерпывающий поиск; 2 — SDP; 3 — SOCP

Оба метода выпуклой релаксации дали одинаковый результат, однако второй метод оказался значительно эффективнее в смысле скорости вычислений. На рис. 4 и 5 изображены графики времени вычислений для двух предложенных в работе методов в сравнении со временем работы полного (исчерпывающего) перебора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что задача определения оптимально в смысле критерия GDOP набора спутников, выбираемых для позиционирования, может быть приближенно решена методами выпуклого программирования. Натурный эксперимент подтверждает вывод о точности двух предложенных мето-

дов. Сравнительный анализ скорости вычислений позволяет сделать вывод о высокой вычислительной эффективности предложенных методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Yarlagadda, R., Ali, I., Al-Dhahir, N., Hershey, J.* GPS GDOP metric // IEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation. — 2000. — Vol. 147, No. 5. — P. 259—263.
2. *Teng, Y., Wang, J.* New characteristics of geometric dilution of precision (GDOP for multi-GNSS constellations // Journal of Navigation. — 2014. — Vol. 67, No. 6. — P. 1018—1028.
3. *Teng, Y., Wang, J.* A closed-form formula to calculate geometric dilution of precision (GDOP) for multi-GNSS constellations // GPS Solutions. — 2016. — Vol. 20, No. 3. — P. 331—339.
4. *Meng, F., Wang, S., Zhu B.* Research of fast satellite selection algorithm for multi-constellation // Chinese Journal of Electronics. — 2016. — Vol. 25, No. 6. — P. 1172—1178.
5. *Meng, F., Zhu, B., Wang, S.* A new fast satellite selection algorithm for BDS-GPS receivers // IEEE Workshop on Signal Processing Systems, SiPS: Design and Implementation. — 2013. — P. 371—376.
6. *Kong, J.H., Mao, X., Li, S.* BDS/GPS satellite selection algorithm based on polyhedron volumetric method // 2014 IEEE/SICE International Symposium on System Integration, SII 2014. — 2014. — P. 340—345.
7. *Swaszek, P.F., Harnett, R.J., Seals, K.C., Swaszek, R.M.A.* A temporal algorithm for satellite subset selection in multi-constellation GNSS // Proceedings of the 2017 International Technical Meeting of The Institute of Navigation, ITM 2017. — 2017. — P. 1147—1159.
8. *Wei, J., Ding, A., Li, K., et al.* The satellite selection algorithm of GNSS based on neural network // Lecture Notes in Electrical Engineering. — 2016. — Vol. 388. — P. 115—123.
9. *Liu, M., Fortin, M.A., Landry, Jr.R.* A recursive quasi-optimal fast satellite selection method for GNSS receivers // 22nd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2009, ION GNSS 2009. — Vol. 5. — 2009. — P. 3022—3032.
10. *Ma, Z., Yang, L., Jia, X., et al.* Optimal satellite selecting algorithm in GPS / BDS navigation system and its implementation // Lecture Notes in Electrical Engineering. — 2015. — Vol. 340. — P. 117—127.
11. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление — М.: Наука, 2002. — 303 с. [*Polyak, B.T., Shcherbakov, P.S.* Robastnaya ustoychivost' i upravlenie. — Moscow: Nauka, 2002. — 303 s. (In Russian)]
12. *Boyd, S., Vandenberghe, L.* Convex Optimization. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
13. *Lobo, M.S., Vandenberghe, L., Boyd, S., Lebret, H.* Applications of second-order cone programming // Linear Algebra and Its Applications. — 1998. — Vol. 284, No. 1—3. — P. 193—228.
14. *Rapoport, L., Tormagov, T.* Using of the SDP relaxation method for optimization of the satellites set chosen for positioning // Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS + 2018. — 2018. — P. 3812—3820.
15. *Rapoport, L.* Usage of SDP Relaxation in Some GNSS Navigation Problems / DEStech Transactions on Computer Science and Engineering. Ptovac: DEStech Publications, Inc, 2018. 2018 IX International Conference on Optimization and Applications (Optima 2018) (Supplementary Volume). — P. 325—335.

16. Domahidi, A., Chu, E., Boyd, S. ECOS: An SOCP solver for embedded systems // 2013 European Control Conference, ECC 2013. — 2013. — P. 3071–3076.
17. O'Donoghue, B., Chu, E., Parikh, N., Boyd, S. Conic Optimization via Operator Splitting and Homogeneous Self-Dual Embedding // Journal of Optimization Theory and Applications. — 2016. — Vol. 169, No. 3. — P. 1042–1068.
18. Fujisawa, K., Nakata, K., Yamashita, M., Fukuda, M. SDPA Project: Solving large-scale semidefinite programs // Journal of the Operations Research Society of Japan. — 2007. — Vol. 50, No. 4. — P. 278–298.
19. Borchers, B. CSDP, a C library for semidefinite programming // Optimization Methods and Software. — 1999. — Vol. 11, No. 1. — P. 613–623.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Поступила 15.04.2019, после доработки 20.05.2019.
Принята к публикации 22.05.2019.

Рапопорт Лев Борисович — д-р физ.-мат. наук,
✉ LBRapoport@gmail.com,

Тормагов Тимофей Алексеевич — ✉ tormagov@phystech.edu,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва; Московский физико-технический институт,
г. Долгопрудный.

RELAXATION METHODS FOR NAVIGATION SATELLITES SET OPTIMIZATION

L.B. Rapoport, T.A. Tormagov[#]

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

[#]✉ tormagov@phystech.edu

Abstract. Convex relaxation methods are commonly used to solve nonconvex mathematical optimization problems. These methods transform the original nonconvex problem in such a way that effective methods of solving convex optimization problems become applicable. Thus, a convex problem giving the approximate solution of the original task can be solved instead of the original computationally complex problem. Presented is the application of semidefinite relaxation to the task of determining the optimal set of Global navigation satellite systems signals that are selected for processing while solving the positioning problem. The need for signals set optimization is due to large number of navigation satellites accessible for the customers on the ground level. This binary optimization problem is hard to solve in real time. Two approaches are proposed to reduce the initial problem to the convex problem allowing the effective solution.

Keywords: satellite navigation, semidefinite programming, SDP, second-order cone programming, SOCP.



Читайте в нашем № 5, 2019 г.

- ✓ **Бабушкина Н.А., Кузина Е.А.** Математическое моделирование управления противоопухолевой вакцинотерапией
- ✓ **Волковицкий А.К.** Адаптивный алгоритм управления измерениями квазистационарных периодических процессов
- ✓ **Горидько Н.П., Нижегородцев Р.М.** Принцип допустимых интервалов и экстремальные задачи в управлении макроэкономическими системами
- ✓ **Деменков Н.П., Микрин Е.А., Мочалов И.А.** Методы решения нечетких линейных систем уравнений. Ч. 2. Неполные системы
- ✓ **Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г.** Синтез квазитерминальных регуляторов
- ✓ **Подгорская С.В., Подвесовский А.Г., Исаев Р.А. и др.** Моделирование сценарного развития сельских территорий на основе нечеткой когнитивной модели

