

КАСКАДНАЯ МНОГОМЕРНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОИДАЛЬНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОТОКАМИ В ТОКАМАКЕ

А.А. Прохоров, Ю.В. Митришкин, М.И. Патров, В.К. Гусев

Представлена модель действующего сферического токамака «Глобус-М» в отсутствие плазмы внутри вакуумной камеры. В модели учтены пассивные структуры токамака. Разработана многосвязная система управления полоидальными магнитными потоками в вакуумной камере токамака во внешнем каскаде на основе внутреннего каскада управления токами в полоидальных обмотках. Приведены результаты численного моделирования системы управления в программно-вычислительной среде «Matlab».

Ключевые слова: токамак, многосвязная система, слежение, магнитное управление плазмой, каскадное управление, развязка каналов, полоидальный магнитный поток, функция Грина.

ВВЕДЕНИЕ

Для управления положением, формой и током плазмы токамака, как правило, разрабатываются и исследуются системы на линейных моделях [1, 2], полученных посредством линеаризации плазмофизических кодов, например, DINA [3]. В этом случае при решении уравнений равновесия в коде DINA не решается задача реконструкции равновесия плазмы [4] для того чтобы управлять полоидальным магнитным потоком, связанным с геометрическими параметрами плазмы. Для управления же формой плазмы в реальном времени необходимы алгоритмы восстановления равновесия, чтобы на их основе можно было получить линейные модели плазмы [5], синтезировать по ним регуляторы и применять их в контуре обратной связи совместно с алгоритмом реконструкции равновесия [6].

Как первый шаг на этом пути для действующего токамака «Глобус-М» [7, 8] в данной работе предлагается разработка системы управления полоидальным магнитным потоком без плазмы внутри вакуумной камеры, который можно вычислить с помощью функций Грина [9], чтобы в дальнейшем перейти на полученной основе к системам управления формой плазмы в реальном времени. Основные параметры сферического токамака «Глобус-М»: максимальный ток плазмы $I_{p \max} = 0,5$ МА, максимальное тороидальное магнитное поле $B_{\max} = 0,6$ Тл, большой радиус уста-

новки $R_0 = 0,36$ м, малый радиус $a_p = 0,24$ м, аспектное отношение $A = R_0/a_p = 1,5$. Вертикальная вытянутость шнура как отношение большой полуоси вертикального сечения плазмы к малой полуоси может достигать значения $k_{\max} = 2,2$.

Для желаемого функционирования токамаков, прежде всего, необходима разработка системы слежения за сценарными токами в обмотках полоидального поля, которые обеспечивают получение плазменного разряда в камере токамака и необходимую форму плазмы [1, 2]. Эти обмотки являются магнитно-связанной системой — изменение тока в одной катушке приводит к изменению токов в остальных. Основной проблемой при синтезе многомерного регулятора для управления формой плазмы является получение как модели токамака, так и достоверной модели плазмы. Так как эти модели очень сложны, то в данной работе на первом этапе строится модель токамака без учета плазмы. В реальном эксперименте также важно следить за распределением полоидального потока внутри камеры по показаниям магнитной диагностики (магнитным петлям и зондам) и сравнивать с рассчитанными значениями по имеющимся моделям. Поэтому восстановление распределения полоидального потока внутри вакуумной камеры и разработка системы слежения за полоидальным потоком является необходимым условием работы токамака.

Сотрудниками ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН и НИИЭФА им. Д.В. Ефремова (г. Санкт-Петер-



бург) была проведена работа по созданию алгоритмов восстановления равновесия плазмы в токамаке «Глобус-М» в реальном времени [10, 11]. Но данная работа не была доведена до стадии применения алгоритмов восстановления равновесия плазмы в обратной связи для управления формой плазмы. В настоящей работе предложен другой путь к данной цели со стороны управления магнитным потоком в токамаке без плазмы с последующим добавлением в модель токамака плазмы, получаемой в результате пробоя газа в вакуумной камере.

1. МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

На первом этапе разработки модели токамака плазма не учитывается, поэтому магнитно-связанная система, представляющая собой набор катушек полоидального поля вокруг вакуумной камеры токамака, описывается уравнением

$$M \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) = U(t), \quad t \in \mathbb{R}^+, \quad (1)$$

где $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — матрица взаимных индуктивностей, на диагонали которой стоят значения собственных индуктивностей катушек, n — число катушек, $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — диагональная матрица сопротивлений катушек, $I, U \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ — вектор-столбцы токов и напряжений в катушках соответственно. Из уравнения (1) получается линейная модель системы катушек в пространстве состояний

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + BU(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (2)$$

где $A = -M^{-1}R \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B = M^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, C — единичная матрица, $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ — вектор состояния модели объекта, определяемый токами в катушках управления, y — выходной сигнал модели, причем в нашем случае $y = x$.

На рис. 1 показано расположение катушек и элементов вакуумной камеры в токамаке «Глобус-М». Каждая катушка полоидального поля состоит из двух секций, расположенных симметрично относительно экваториальной плоскости и соединенных между собой последовательно. При

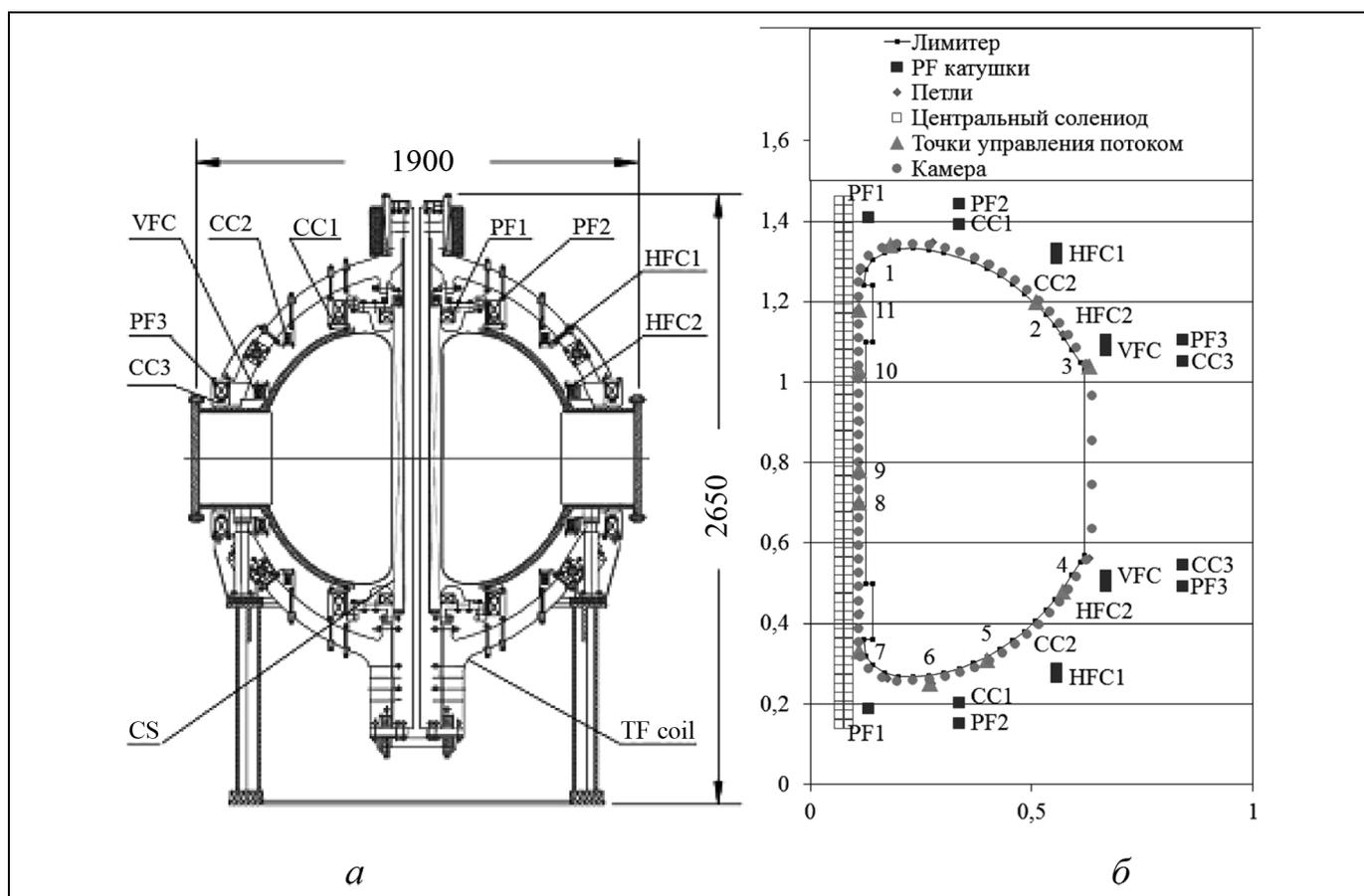


Рис. 1. Расположение катушек полоидального поля в токамаке ГЛОБУС-М: а — в конструкции токамака; б — в вертикальном сечении

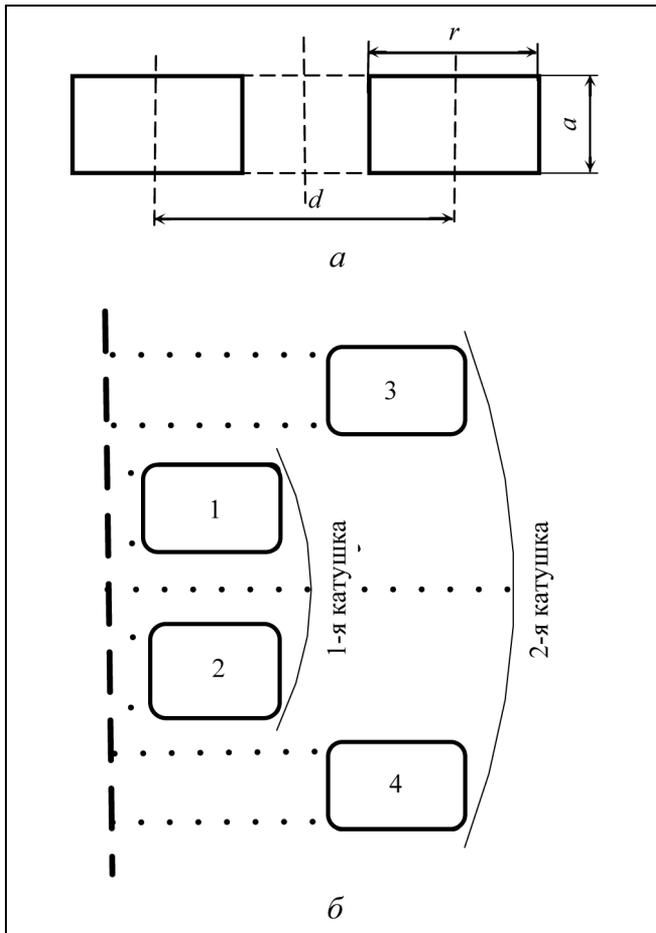


Рис. 2. Катушки полоидального поля: а — секция катушки; б — взаимное расположение катушек

соединении секций катушек эквивалентная индуктивность $L = L_1 + L_2 \pm 2M_{12}$, где L_1, L_2 — собственные индуктивности секций, M_{12} — их взаимная индуктивность, знак «+» относится к согласному соединению, а знак «-» — к встречному.

Собственные и взаимные индуктивности катушек рассчитывались по формулам из справочника [12]. В модели была учтена вакуумная камера как пассивная структура токамака, так как было задано точное разбиение камеры на систему тороидальных колец. Поэтому размерность магнитной системы увеличивается до 80: 11 полоидальных катушек и 69 элементов вакуумной камеры. Напряжения подаются только на активные катушки полоидального поля.

На рис. 2, а схематически изображена одна секция катушки, где d — средний диаметр катушки, r — толщина поперечного сечения обмотки (радиальный размер), a — длина (аксиальный размер). Собственная индуктивность длиной ($\alpha = a/d > 3/4$) секции катушки рассчитывалась

по формуле $L = L_0 - \Delta_1$, где $L_0 = \frac{\pi}{4} \mu_0 \omega^2 \frac{d^2}{a} K$ — индуктивность соленоида длиной a и диаметром d , μ_0 — магнитная постоянная, ω — число витков, $K = K(\alpha)$ — табличный коэффициент, Δ_1 — поправка, учитывающая уменьшение индуктивности, обусловленное конечностью радиальной толщины обмотки.

Собственная индуктивность короткой ($\alpha = a/d < 3/4$) секции рассчитывалась по аналогичной формуле $L = L_0 - \Delta_2$, где L_0 и Δ_2 имеют тот же смысл. Выражения для поправок Δ_1 и Δ_2 имеют вид:

$$\Delta_1 = \frac{\pi}{8} \mu_0 \omega^2 \frac{d}{\alpha^2} \left(\frac{4}{3} \alpha \rho^2 - \frac{2}{3} \alpha \rho^2 - \dots + \rho^6 [\dots] + \dots \right),$$

$$\rho = \frac{r}{d}, \quad \alpha = \frac{a}{d} > \frac{3}{4},$$

$$\Delta_2 = \frac{\mu_0}{2} \omega^2 d \left(\frac{\pi}{3} \gamma - \frac{25}{72} \gamma^2 - \frac{\rho^2}{8} + \frac{19}{768} \alpha^2 \rho^2 - \frac{\gamma^4}{180} + \dots \right),$$

$$\gamma = \frac{r}{a}, \quad \alpha = \frac{a}{d} < \frac{3}{4}.$$

Поскольку катушки полоидального поля токамака «Глобус-М» состоят из двух секций, разнесенных в пространстве, то они представляют собой катушки сложного поперечного сечения. Взаимную индуктивность коаксиальных катушек сложного поперечного сечения можно рассчитать, представив каждую катушку как совокупность нескольких катушек, сечениями которых являются прямоугольники. Например, взаимная индуктивность 1-й и 2-й катушек (рис. 2, б) $M_{mutual} = M_{13} + M_{14} + M_{23} + M_{24}$, где M_{ij} — взаимные индуктивности i -й и j -й секций. В свою очередь, взаимные индуктивности секций M_{ij} рассчитываются с помощью метода эквивалентных контуров [12]. Сущность этого метода заключается в том, что каждая секция заменяется двумя «эквивалентными» круговыми контурами, диаметр и положение которых определяют так, чтобы при соответствующем токе и числе витков эти контуры создавали приблизительно такое же магнитное поле, как и катушка.

Геометрические параметры системы магнитных катушек токамака «Глобус-М» приведены в табл. 1, собственные и взаимные индуктивности — в табл. 2. Все соответствующие секции катушек полоидального поля верхней и нижней частей токамака соединены согласно-последовательно, а секции катушек горизонтального поля НФС (Horizon Field Coil) — встречно-последовательно для управления вертикальным положением плазмы.

В табл. 3 представлены собственные значения матрицы A (см. уравнение (2)), которые расположены на отрицательной части действительной оси.



Это показывает устойчивость системы магнитно-связанных катушек полоидального поля токамака «Глобус-М» в отсутствии плазмы.

2. РАЗРАБОТКА РЕГУЛЯТОРОВ ТОКОВ И МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ

Синтез регулятора токов проводился в программно-вычислительной среде «Matlab» методом развязки каналов, основная идея которого состоит в разложении системы на совокупность независимых скалярных подсистем. Для применимости данного метода необходимо, чтобы размерность вектора состояний модели объекта была равна числу входов и выходов [13]. В случае модели (2) это возможно, поскольку в данной работе не учитываются модели исполнительных устройств в виде многофазных управляемых тиристорных выпрямителей [14] и инверторов тока [8], питающих катушки управления, а также не учитывается мо-

дель плазмы в токамаке. Модели исполнительных устройств не учитывались, чтобы более детально и наглядно разобраться с распределением полоидального потока.

В контуре управления внутреннего каскада используется закон управления с задающим воздействием I^0 и обратной связью по выходу y [13]:

$$U = K_{sp}I^0 - K_{fb}y, \quad (3)$$

где K_{sp} (sp — setpoint) и K_{fb} (fb — feedback) — матрицы прямой и обратной связи соответственно, I^0 — вектор токов в катушках, обеспечивающих сценарный разряд. Замкнутая система описывается уравнениями $\dot{x} = \Lambda x + BK_{sp}I^0$, $y = Cx$, где $\Lambda = A - BK_{fb}C$. Матрица K_{fb} в уравнении (3) выбирается таким образом, чтобы матрица Λ была диагональной и система распалась на независимые скалярные подсистемы: $K_{fb} = B^{-1}(A - \Lambda)C^{-1}$.

Таблица 1

Геометрические параметры системы магнитных катушек «Глобус-М»

Наименование обмотки	PF1	PF2	PF3	CC1	CC2	CC3	VFC	HFC1	HFC2	CS	CS
Число витков	47	53	12	23	8	6	11	8	8	59	59
Расстояние от оси токамака до центра поперечного сечения катушки, м	0,13	0,334	0,84	0,334	0,555	0,84	0,665	0,555	0,665	0,066	0,088
Расстояние от оси R до центра поперечного сечения катушки, м	0,61	0,646	0,307	0,595	0,51	0,253	0,28	0,533	0,307	0	0
Высота катушки, м	0,057	0,042	0,043	0,042	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,02	0,02
Ширина катушки, м	0,043	0,07	0,09	0,026	0,022	0,015	0,029	0,022	0,022	1,35	1,35
Сопrotивление, Ом	0,034	0,097	0,055	0,042	0,024	0,028	0,040	0,024	0,029	0,011	0,014

Таблица 2

Коэффициенты матрицы M , Гн, системы магнитных катушек «Глобус-М»

Наименование обмотки	PF1	PF2	PF3	CC1	CC2	CC3	VFC	HFC1	HFC2	CS	CS
PF1	0,00137	0,00030	0,00016	0,00013	0,00007	0,00008	0,00011	0,00007	0,00008	0,00002	0,00009
PF2	0,00030	0,00652	0,00041	0,00060	0,00022	0,00020	0,00030	0,00022	0,00022	0,00011	0,00006
PF3	0,00016	0,00041	0,00112	0,00018	0,00012	0,00028	0,00027	0,00012	0,00019	0,00007	0,00014
CC1	0,00013	0,00060	0,00018	0,00153	0,00010	0,00009	0,00013	0,00010	0,00010	0,00005	0,00023
CC2	0,00007	0,00022	0,00012	0,00010	0,00039	0,00006	0,00010	0,00009	0,00007	0,00003	0,00007
CC3	0,00008	0,00020	0,00028	0,00009	0,00006	0,00044	0,00014	0,00006	0,00010	0,00003	0,00007
VFC	0,00011	0,00030	0,00027	0,00013	0,00010	0,00014	0,00084	0,00009	0,00019	0,00005	0,00010
HFC1	0,00007	0,00022	0,00012	0,00010	0,00009	0,00006	0,00009	0,00035	0,00007	0,00003	0,00007
HFC2	0,00008	0,00022	0,00019	0,00010	0,00007	0,00010	0,00019	0,00007	0,00051	0,00003	0,00007
CS	0,00002	0,00011	0,00007	0,00005	0,00003	0,00003	0,00005	0,00003	0,00003	0,00017	0,00007
CS	0,00009	0,00006	0,00014	0,00023	0,00007	0,00007	0,00010	0,00007	0,00007	0,00007	0,00022

Таблица 3

Собственные значения матрицы A , c^{-1}

-134,34	-95,73	-88,30	-75,20	-67,71	-62,06	-59,45	-33,95	-27,60	-21,84	-12,80
---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

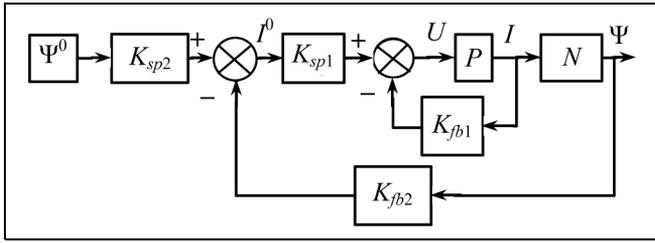


Рис. 3. Структурная схема каскадной системы управления магнитными потоками: P — модель системы катушек; K_{sp1} , K_{fb1} , K_{sp2} , K_{fb2} — матрицы прямой и обратной связи для внутреннего и внешнего каскадов; N — матрица преобразования токов в катушках в потоки; Ψ^0 — вектор значений полоидального потока в заданных точках

В итоге значения элементов диагональной матрицы Λ могут быть целенаправленно выбраны для обеспечения устойчивости и желаемой динамики замкнутой системы. Матрица прямой связи $K_{sp} = -B^{-1}\Lambda C^{-1}$ обеспечивает равенство выходного сигнала задающему воздействию в установившемся режиме, когда производная вектора состояния равна нулю.

На рис. 3 представлена схема каскадной системы управления магнитными потоками в конечном наборе точек, в которой на вход внешнего контура с развязкой каналов подается вектор задающих значений полоидального потока Ψ^0 , рассчитанный по значениям сценарных токов I^0 . Внутренний каскад (контур) является системой слежения за сценарными токами в катушках управления. Полоидальные потоки в выбранных точках сечения токамака связаны с токами в обмотках катушек полоидальных полей специальной матрицей N , а P — это динамическая модель (2) системы катушек. Значения элементов λ диагональной матрицы $\Lambda = \text{diag}(\lambda, \dots, \lambda)_1^{11}$ как для внутреннего контура, так и для внешнего выбирались равными $\lambda = 2,3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$.

3. РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОИДАЛЬНОГО ПОТОКА

Для создания контура управления потоками необходимо вычислить по заданным геометрическим положениям катушек и токам в них распределение полоидального потока внутри камеры токамака [9]. Для этого используются уравнения Максвелла для электромагнитного поля [15]

$$\nabla \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}, \quad (4)$$

где \vec{B} — магнитная индукция, \vec{J} — плотность тока. В цилиндрических координатах (r, φ, z) в предпо-

ложении, что любая физическая величина не зависит от угла φ при аксиальной симметрии токамака, первое из уравнений (4), выражающее закон Гаусса для магнитного поля, можно записать как

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_r + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0, \quad (5)$$

где B_r и B_z — составляющие вектора поля \vec{B} в полоидальной плоскости.

Вводится определение функции полоидального потока как полоидального потока на один радиан, проходящего через круг, на границе которого лежит точка P (рис. 4): $\psi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(P)} \vec{B} d\vec{S}$ и далее

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^r B_z(\rho, z) \rho d\rho d\varphi = \int_0^r \rho B_z(\rho, z) d\rho.$$

Дифференцируя $\psi(\vec{r})$ по r и z с учетом уравнения (5), получим

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \psi, \quad B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \psi.$$

Второе из уравнений (4), выражающее закон Ампера, в цилиндрической системе координат имеет вид

$$J_r = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial z} B_\varphi, \quad J_\varphi = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial z} B_r - \frac{\partial}{\partial r} B_z \right),$$

$$J_z = \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\varphi.$$

Подстановка в тороидальную составляющую плотности тока J_φ выражений B_r и B_z через производные ψ приводит к дифференциальному уравнению в частных производных для нахождения функции полоидального потока ψ

$$\Delta^* \psi(r, z) = -\mu_0 r J_\varphi(r, z), \quad (6)$$

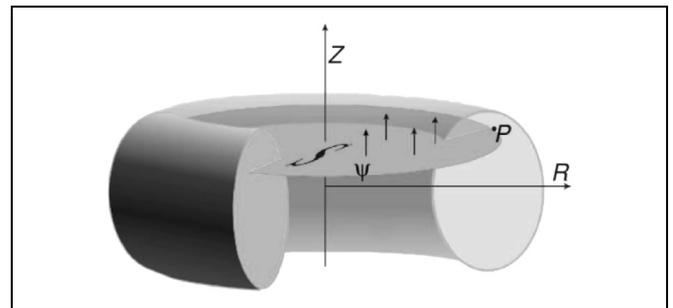


Рис. 4. К определению полоидального потока в токамаке [16]

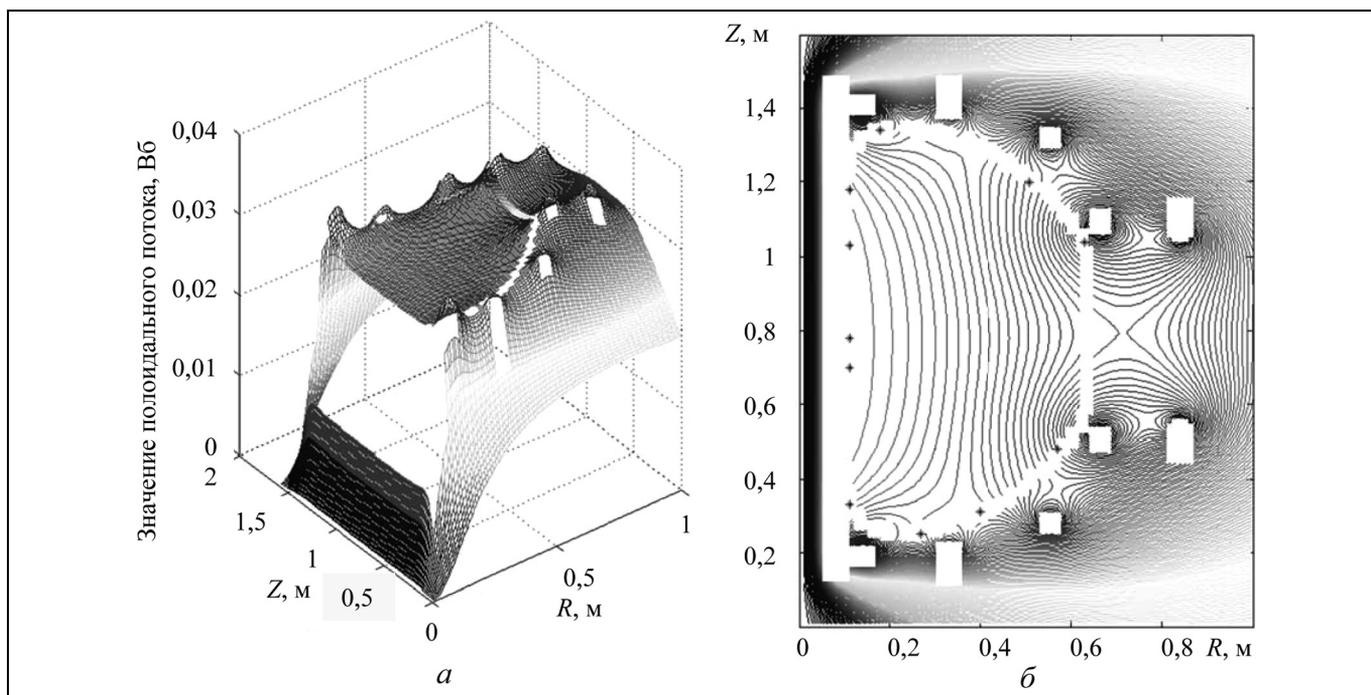


Рис. 5. Распределение полоидального потока ψ при $t = 0,1$ с: а — в трехмерном пространстве; б — проекция на (R, Z) -плоскость

где дифференциальный эллиптический оператор Δ^* определяется выражением

$$\Delta^* \psi(r, z) = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}.$$

Частные производные второго порядка от ψ в выражении (6) получились как следствие применения операции ротации в уравнении закона Ампера к индукции магнитного поля, проекции которой на полоидальную плоскость были выражены ранее через частные производные от ψ по r и z , полученные из определения интеграла полоидального потока.

Таким образом, получена дифференциальная связь между тороидальной плотностью тока J_ϕ в катушках и распределением полоидального потока ψ вида (6). Решение (6) может быть записано с помощью функции Грина [9]

$$\psi(\vec{r}, t) = \int_{\mathbb{R}^2} J_\phi(\vec{r}', t) G_0(\vec{r}, \vec{r}') dS', \quad (7)$$

где $G_0(\vec{r}, \vec{r}') = \mu_0 \frac{\sqrt{rr'}}{\pi k} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k^2) - E(k^2) \right]$, $k^2 = \frac{4rr'}{(r+r')^2 + (z-z')^2}$. Здесь функции K и E — эллиптические интегралы первого и второго рода. Интеграл в формуле (7) находится численно с

помощью метода Галеркина [17]. В данном интеграле тороидальная плотность тока раскладывается в сумму из n_c базисных функций q_h с весами I_h :

$$J_\phi(\vec{r}, t) = \sum_{h=1}^{n_c} I_h(t) q_h(\vec{r}). \quad (8)$$

Каждая функция q_h определена на множестве D_h и равна нулю вне этой области. Эти множества не пересекаются, а объединение всех множеств D_h составляет всю полоидальную плоскость. На функции q_h налагаются ограничения: $\nabla(q_h \vec{i}_\phi) = 0$, $\frac{\partial}{\partial \phi} q_h = 0$, $\int_{D_h} q_h dS = 1$. Подставляя разложение (8) в формулу (7), получим

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}, t) &= \sum_{h=1}^{n_c} I_h(t) \tilde{q}_h(\vec{r}), \\ \tilde{q}_h(\vec{r}) &= \int_{\mathbb{R}^2} q_h(\vec{r}') G_0(\vec{r}, \vec{r}') dS'. \end{aligned} \quad (9)$$

Для численного расчета брались функции q_h , равные обратному значению площади поперечного сечения катушки, а коэффициенты I_h при этом равнялись токам, протекающим в катушках.

На рис. 5 и 6 представлены результаты численного расчета распределения полоидального потока

при протекании в катушках заданных сценарных токов токамака «Глобус-М» для моментов времени $t = 0,1; 0,2$ соответственно разряда № 31648. Выяснено, что токи в пассивных структурах (вакуумной камере), возникающие при изменении пронизывающего их магнитного потока (вихревые токи Фуко, рис. 7), достаточно малы по сравнению с токами, протекающими в катушках (рис. 8), и не вносят заметных искажений в распределение по-

тока. Причиной этому, вероятно, служит малая толщина камеры (около 2–3 мм). Поэтому для создания внешнего каскада слежения за потоками использовалась модель объекта, состоящая лишь из 11 полоидальных катушек без учета пассивных структур.

На основе формулы (9) для полоидального потока составляется матрица преобразования токов в катушках в потоки в заданных точках верти-

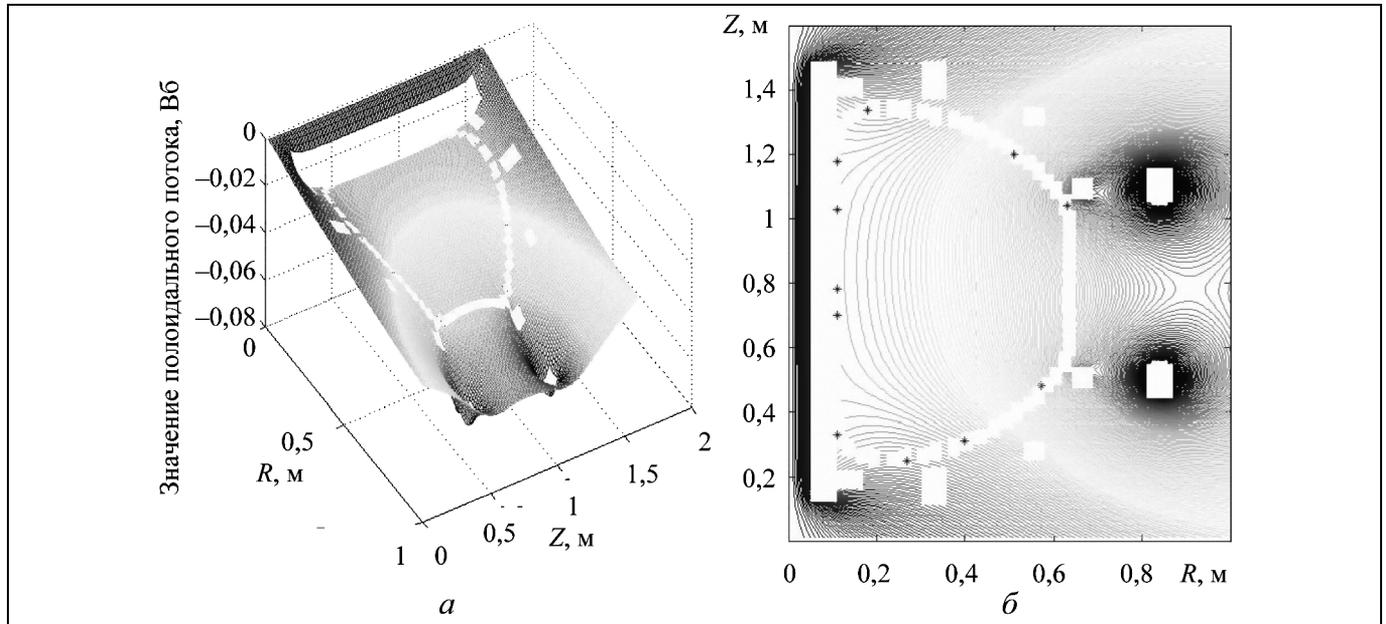


Рис. 6. Распределение полоидального потока ψ при $t = 0,2$ с: *a* — в трехмерном пространстве; *b* — проекция на (R, Z) -плоскость

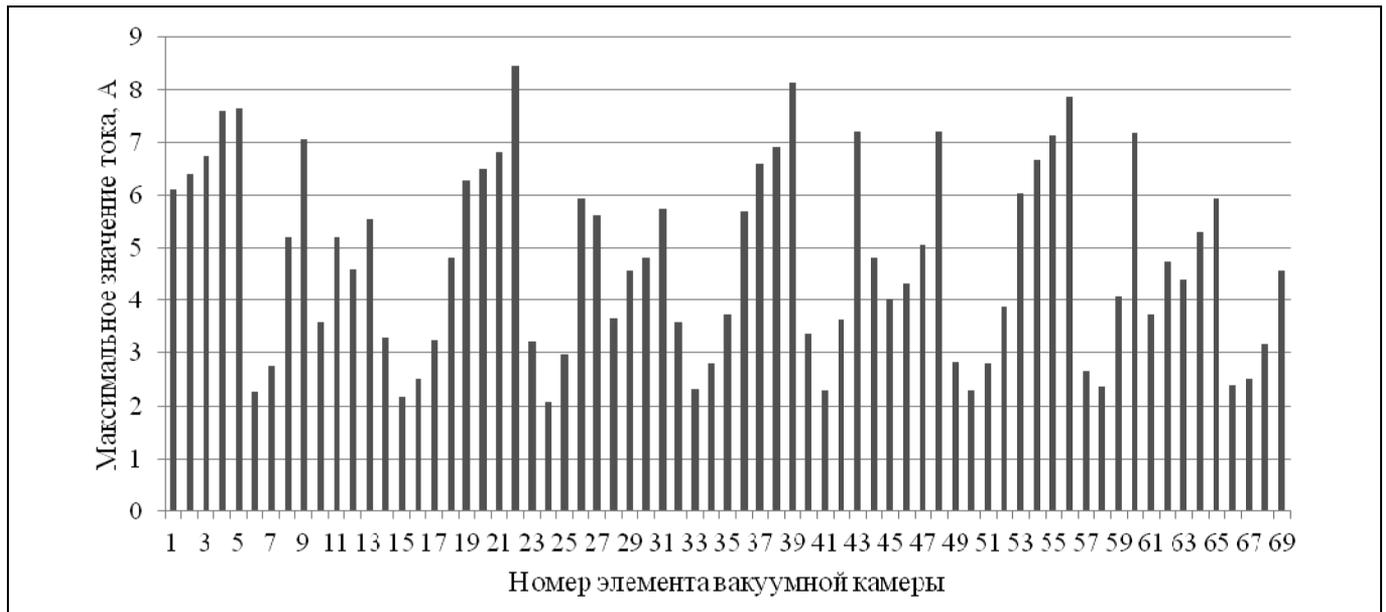
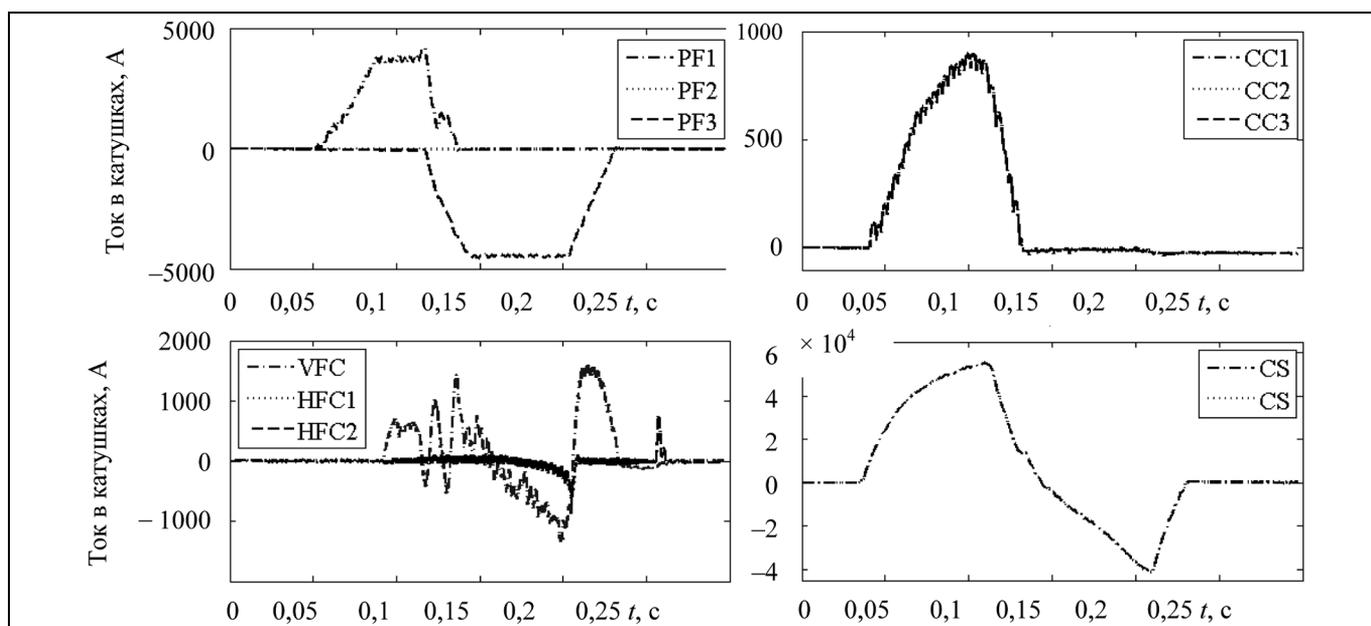


Рис. 7. Максимальные значения токов Фуко в элементах вакуумной камеры при протекании сценарных токов в катушках управления


 Рис. 8. Сценарные токи разряда $I^0(t) \in \mathbb{R}^{11}$

кального сечения токамака (матрица N на рис. 3), которая используется в модели объекта системы управления магнитными потоками. Точки управления потоками соответствуют расположению магнитных петель (см. рис. 1, б).

Координаты точек, отмеченные крестиками на рис. 5 и 6, в которых управлялись потоки, выбирались в местах расположения магнитных петель токамака «Глобус-М» и представлены в табл. 4.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАСКАДНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

На рис. 8 и 9 представлены графики входных токов в катушках и соответствующих им полоидальных потоков в точках расположения магнитных петель токамака «Глобус-М». Для оценки точ-

ности слежения каскадной системой за токами и потоками применялись формулы средней относительной ошибки слежения

$$\bar{\varepsilon}_{I_i} = \sqrt{\frac{\int_0^T (I_i(t) - I_{0i}(t))^2 dt}{\int_0^T (I_{0i}(t))^2 dt}}$$

$$\bar{\varepsilon}_{\Psi_i} = \sqrt{\frac{\int_0^T (\Psi_i(t) - \Psi_{0i}(t))^2 dt}{\int_0^T (\Psi_{0i}(t))^2 dt}},$$

$$i = 1, \dots, 11,$$

где T — длительность процесса управления. Полученные оценки точности работы системы при $\lambda = 2,3 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}$ в законе управления (3) приведены в табл. 5 и 6. Параметр λ является единственным настроечным параметром *многомерной* каскадной системы, что существенно упрощает ее настройку.

Таблица 4

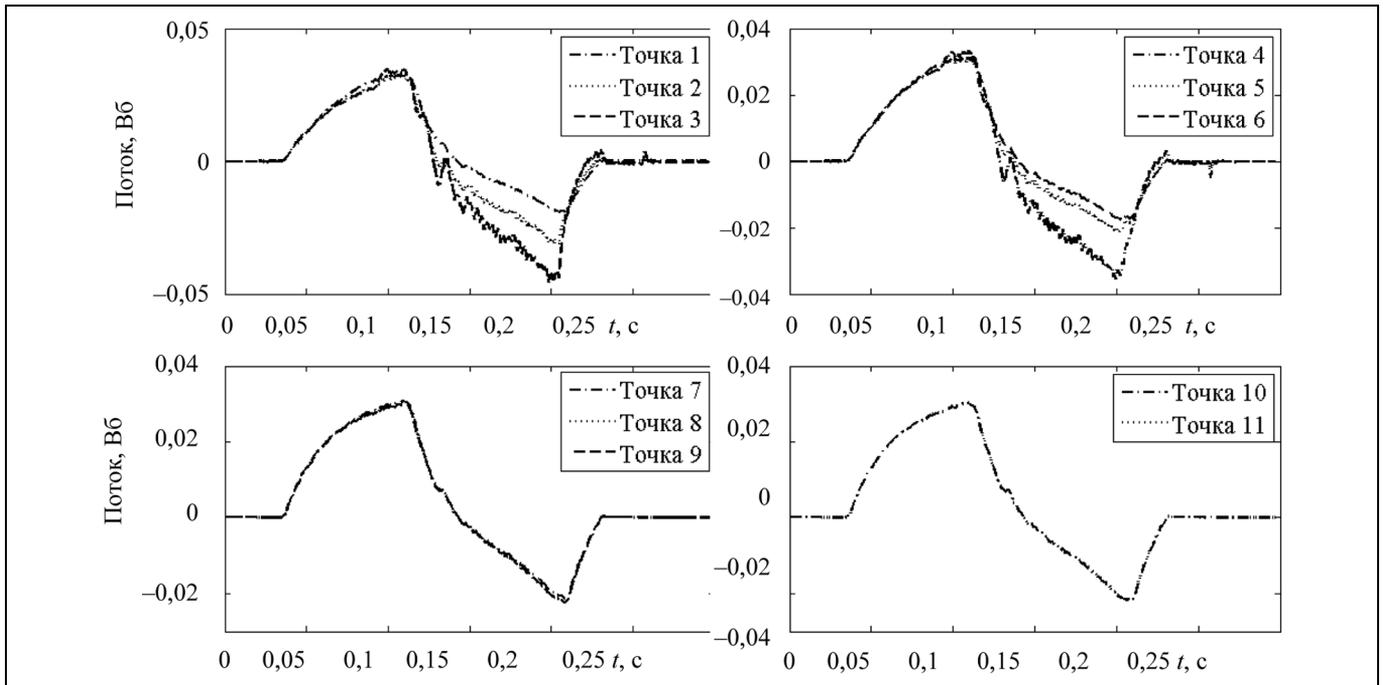
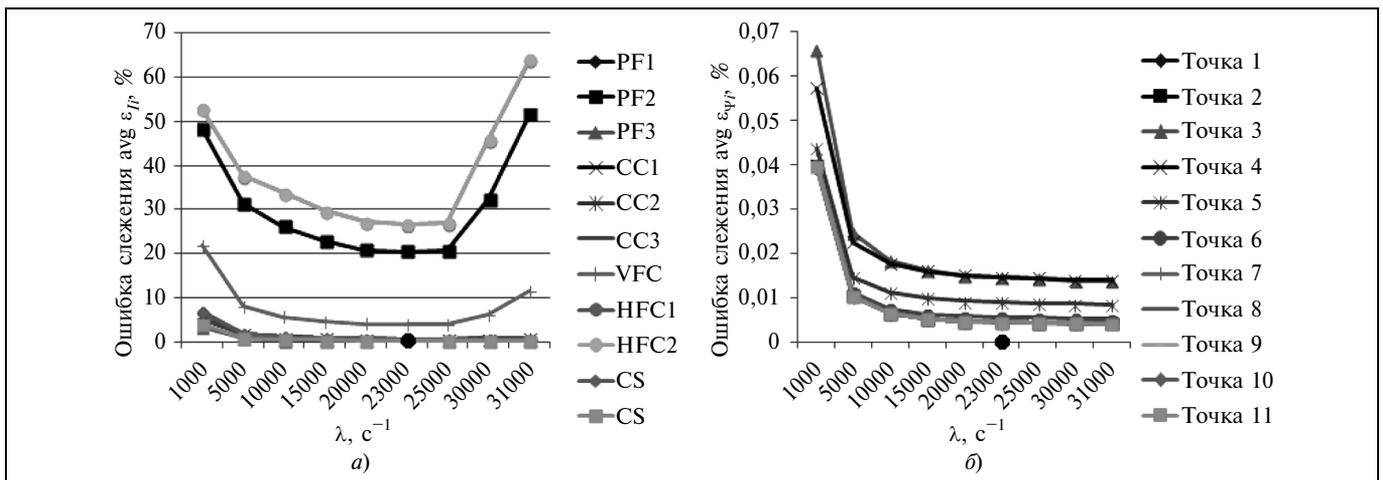
Координаты точек управления полоидальными потоками

Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
R , м	0,18	0,51	0,63	0,57	0,40	0,27	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
Z , м	1,34	1,20	1,04	0,48	0,31	0,25	0,33	0,70	0,78	1,03	1,18

Таблица 5

Средняя относительная ошибка слежения за токами

Обмотка	PF1	PF2	PF3	CC1	CC2	CC3	VFC	HFC1	HFC2	CS	CS
$\bar{\varepsilon}_{I_i}$, %	0,64	20,45	0,32	0,63	0,63	0,63	3,96	26,6	26,6	0,64	0,31


 Рис. 9. Входные потоки $\Psi^0(t) \in \mathbb{R}^{11}$

 Рис. 10. Зависимости ошибок слежения от параметра λ : а — для токов; б — для потоков

Он был выбран посредством построения зависимостей $\bar{\varepsilon}_{I_i} = f_{I_i}(\lambda)$ и $\bar{\varepsilon}_{\Psi_i} = f_{\Psi_i}(\lambda)$ (рис. 10). Выбранное значение параметра λ , отмеченное на рис. 10 точками на оси абсцисс, соответствует минимуму зависимостей f_{I_i} , f_{Ψ_i} и является результатом чис-

ленной оптимизации проектируемой системы управления.

Относительно большие ошибки слежения за токами обмоток PF2, HFC1 и HFC2 связаны с тем, что сценарные токи для данных обмоток сильно осциллируют около нуля, что видно на рис. 8, при

Таблица 6

Средняя относительная ошибка слежения за потоками

Номер точки $\bar{\varepsilon}_{\Psi_i}, \%$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	0,65	0,66	1,85	1,78	1,11	0,75	0,64	0,66	0,66	0,65	0,65



этом они не приводят к большим ошибкам слежения за потоками, что и является конечной целью работы синтезированной системы управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена модель токамака «Глобус-М» без плазмы, включающая в себя вакуумную камеру. По заданным значениям сценарных токов в обмотках управления с помощью формулы Грина рассчитаны распределения полоидального магнитного потока внутри камеры. Выяснено, что наличие пассивных структур и возникающих в них токов Фуко не вносит существенного вклада в распределение потока внутри камеры токамака «Глобус-М».

Разработана каскадная система управления магнитными потоками в точках расположения магнитных петель и токами в обмотках токамака методом развязки каналов. Внешний каскад системы обеспечивает слежение за заданными значениями полоидальных потоков, а внутренний — сценарных токов. Значения сценарных полоидальных потоков в фиксированных точках рассчитаны по значениям сценарных токов в полоидальных обмотках токамака. В дальнейшем предполагается усложнить модель токамака, включив в рассмотрение плазму, возникающую при пробое газа в вакуумной камере.

В настоящее время на токамаке «Глобус-М» работает ряд аналоговых систем управления с обратной связью, предназначенных для управления плазмой. Это, прежде всего, системы стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы с инверторами тока [8] в качестве исполнительных устройств для генерации напряжений на обмотках горизонтального и вертикального магнитного поля. Обмотки PF, SS и CS питаются от многофазных тиристорных выпрямителей, каждый из которых охвачен отрицательной обратной связью через свою катушку полоидального поля для создания программных сценарных токов плазменных разрядов. В дальнейшем эти системы предполагается применить для управления формой плазмы в установке «Глобус-М» посредством многосвязной цифровой системы. Для предварительной настройки системы может применяться метод управления полоидальными магнитными потоками без плазмы, рассмотренный в настоящей статье, с верификацией расчетных значений магнитных потоков непосредственно на токамаке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Zenkov S.M. Plasma vertical position, shape, and current control in T-15 tokamak. Proc. of the IFAC Conf. on Manufacturing Modelling, «Management and Control», Saint Petersburg, Russia, June 19–21, 2013. — P. 1820–1825.
2. Zenkov S.M., Mitrishkin Y.V., Фокина Е.К. Системы управления положением, током и формой плазмы в токамаке T-15 // Проблемы управления. — 2013. — № 4. — С. 2–10.
3. Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. — 2004. — Вып. 1. — С. 40–49.
4. Beghi A., Cenedese A. Advances in Real-Time Plasma Boundary Reconstruction // IEEE Control Systems Magazine. — 2005. — Vol. 25, N 5. — P. 44–64.
5. Walker M.L. and Humphreys D.A. Valid coordinate systems for linearized plasma shape response models in tokamaks // Fusion Science and Technology. — 2006. — Vol. 50, Nov. — P. 473–489.
6. Yuan Q.P., Xiao B.J., Luo Z.P., et al. Plasma current, position and shape feedback control on EAST // IOP Publishing and International Atomic Energy Agency, Nuclear Fusion. — 2013 — Vol. 53, 043009. — 10 p.
7. Гусев В.К., Голант В.Е., Гусаков Е.З. и др. Сферический токамак Глобус-М. // Журнал технической физики. — 1999. — Т. 69, вып. 9. — С. 58–62.
8. Кузнецов Е.А., Митришкин Ю.В. Автоколебательная система стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы сферического токамака «ГЛОБУС-М». — М.: ИПУ РАН, 2005. — 72 с.
9. Ariola M., Pironti A. Magnetic Control of Tokamak Plasmas. — Berlin: Springer, 2008. — 181 p.
10. Гусев В.К., Бендер С.Е., Деч А.Е. и др. Методы реконструкции равновесия плазмы на сферическом токамаке Глобус-М // Журнал технической физики. — 2006. — Т. 76, вып. 8. — С. 25–32.
11. Vasiliev V.I., Kostov Yu.A., Lobanov K.M., et al. On-line plasma shape reconstruction algorithm in tokamaks and its verification in the Globus-M // Nuclear Fusion. — 2006. — Vol. 46. — P. 625–628.
12. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: справочная книга. — Л.: Энергоатомиздат, 1986. — 488 с.
13. Митришкин Ю.В., Коростелев А.Я., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Синтез и моделирование двухуровневой системы магнитного управления плазмой токамака-реактора // Физика плазмы. — 2011. — Т. 37, № 4. — С. 307–349.
14. Розанов Ю.К. Основы силовой электроники. — М.: Энергоатомиздат, 1992. — 296 с.
15. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. — М.: Высшая школа, 1983. — 463 с.
16. Pironti A., Walker M. Fusion, Tokamaks, and Plasma Control // IEEE Control Systems Magazine. — 2005. — Vol. 25, N 5. — P. 30–43.
17. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. — М.: Мир, 1988. — 352 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Прохоров Артем Андреевич — студент, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ✉ prohorov.artem@physics.msu.ru,

Митришкин Юрий Владимирович — д-р техн. наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, ✉ yvm@mail.ru,

Патров Михаил Иванович — канд. физ.-мат. наук; науч. сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург, ✉ michael.patrov@mail.ioffe.ru,

Гусев Василий Константинович — д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург, ☎ (812) 297-39-73, ✉ Vasily.gusev@mail.ioffe.ru.