

ISSN 1819-3161

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

6/2023

CONTROL  SCIENCES

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,  
И. А. Каляев, академик РАН,  
Н. В. Кузнецов, чл.-корр. РАН,  
В. А. Левин, академик РАН,  
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,  
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,  
Е. А. Федосов, академик РАН

## РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,  
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,  
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,  
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,  
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,  
А. О. Калашников, д-р техн. наук,  
В. В. Клочков, д-р экон. наук,  
С. А. Краснова, д-р техн. наук,  
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,  
В. В. Кульба, д-р техн. наук,  
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,  
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,  
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,  
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук  
(ответственный секретарь),  
А. С. Мандель, д-р техн. наук,  
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,  
А. И. Михальский, д-р биол. наук,  
Д. А. Новиков, академик РАН  
(гл. редактор),  
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,  
Ф. Ф. Пашенко, д-р техн. наук  
(зам. гл. редактора),  
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,  
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,  
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,  
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,  
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,  
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

## РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,  
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,  
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,  
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,  
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,  
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,  
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,  
д-р техн. наук,  
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,  
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,  
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,  
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,  
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

## ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, RAS<sup>1</sup> Academician,  
I. A. Kalyaev, RAS Academician,  
N. V. Kuznetsov, RAS Corr. Member,  
V. A. Levin, RAS Academician,  
N. A. Makhutov, RAS Corr. Member,  
A. F. Rezchikov, RAS Corr. Member,  
S. N. Vassilyev, RAS Academician

## EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),  
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),  
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),  
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),  
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),  
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),  
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),  
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech),  
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),  
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),  
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),  
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),  
Executive Editor-in-Chief,  
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),  
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),  
D. A. Novikov, RAS Academician,  
Editor-in-Chief,  
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),  
Deputy Editor-in-Chief,  
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),  
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),  
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),  
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),  
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),  
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

## LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),  
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),  
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),  
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),  
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,  
Dr. Sci. (Tech.),  
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),  
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),  
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),  
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),  
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),  
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

<sup>1</sup>Russian Academy of Sciences.



**CONTROL SCIENCES**  
Научно-технический  
журнал

6 номеров в год  
ISSN 1819-3161 (Print)  
ISSN 2712-8687 (Online)  
Издается с 2003 года

**УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ**

Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор  
академик РАН  
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора  
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь  
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор  
Л.В. Петракова

Адрес редакции  
117997, ГСП-7, Москва,  
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>  
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 25 декабря 2023 г.

Свидетельство о регистрации  
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.  
выдано Министерством Российской  
Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых  
коммуникаций

Свидетельство о регистрации  
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.  
выдано Федеральной службой  
по надзору в сфере связи,  
информационных технологий и  
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе  
Web of Science и Перечень  
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс  
научного цитирования (РИНЦ).  
На сайте Научной электронной  
библиотеки ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) доступны  
полные тексты статей.

© Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН

# ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

## 6.2023

### СОДЕРЖАНИЕ

---

#### Обзоры

---

**Словохотов Ю.Л., Новиков Д.А.** Распределенный интеллект мультиагентных систем. Ч. 2. Коллективный интеллект социальных систем . . . . . 3

---

#### Управление в социально-экономических системах

---

**Баркалов С.А., Бурков В.Н., Курочка П.Н., Серебрякова Е.А.** Формирование поколений новой техники как задача о покрытии множества . . . . . 22

**Головинский П.А., Шаталова А.О.** Нечеткая рекомендательная система с холодным стартом для выбора траектории обучения . . . . . 33

**Исаева И.И., Харитонов М.А., Васильченко А.А. и др.** Устойчивое развитие пойменных территорий зарегулированных рек. Ч. 1. Моделирование динамики комплексной структуры пойменных территорий . . . . . 42

**Коробов В.Б., Тутыгин А.Г., Лохов А.С.** Рангово-экспертная функция отклонений для классификации сложных объектов . . . . . 56

---

#### Информационные технологии в управлении

---

**Меньших В.В., Никитенко В.А.** Численный метод агрегирования автоматных моделей с использованием алгебраических операций над автоматами . . . . . 66

**Толок А.В., Толок Н.Б.** Применение функционально-воксельного метода для решения линейного уравнения в частных производных первого порядка с заданными начальными условиями . . . . . 76

---

#### Хроника

---

**Шестнадцатая международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем» MLSD'2023 . . . . . 84**



**CONTROL SCIENCES**  
Scientific Technical  
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

FOUNDER and PUBLISHER

V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences  
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D.A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief

F.F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief

N.E. Maximova

Editor

L.V. Petrakova

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,  
Moscow 117997, Russia

+7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>  
<http://controlsciences.org>

Published: December 25, 2023.

Registration certificate of  
ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012  
issued by the Ministry of Press,  
Broadcasting, and Mass Media  
of the Russian Federation

Registration certificate of  
Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021  
issued by the Federal Service  
for Supervision of Communications,  
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian  
Science Citation Index) on the platform  
Web of Science and in the list of peer-  
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic  
library ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)) full texts of  
articles are available

© V.A. Trapeznikov  
Institute of Control Sciences  
of Russian Academy of Sciences

# CONTROL SCIENCES

## 6.2023

### CONTENTS

---

#### Surveys

---

**Slovokhotov, Yu.L. and Novikov, D.A.** Distributed Intelligence  
of Multi-Agent Systems. Part II: Collective Intelligence  
of Social Systems ..... 3

---

#### Control in Social and Economic Systems

---

**Barkalov, S.A., Burkov, V.N., Kurochka, P.N.,  
and Serebryakova, E.A.** Forming the Generations of New  
Technological Products as a Set Covering Problem ..... 22

**Golovinskii, P.A. and Shatalova, A.O.** A Fuzzy Cold-Start  
Recommender System for Educational Trajectory Choice ..... 33

**Isaeva, I.I., Kharitonov, M.A., Vasilchenko, A.A., et al.**  
Sustainable Development of Floodplain Territories of Regulated  
Rivers. Part I: Modeling Complex Structure Dynamics ..... 42

**Korobov, V.B., Tutygin, A.G., and Lokhov, A.S.** A Rank-Expert  
Deviation Function to Classify Complex Objects ..... 56

---

#### Information Technology in Control

---

**Menshikh, V.V. and Nikitenko, V.A.** A Numerical Aggregation  
Method for Finite-State Machines Using Algebraic Operations ..... 66

**Tolok, A.V. and Tolok, N.B.** The Functional Voxel Method  
Applied To Solving a Linear First-Order Partial Differential  
Equation with Given Initial Conditions ..... 76

---

#### Chronicle

---

**16th International Conference on Management of Large-Scale  
System Development (MLSD'2023)** ..... 84



# РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ.

## Ч. 2. Коллективный интеллект социальных систем

Ю.Л. Словохотов, Д.А. Новиков

**Аннотация.** Рассмотрены признаки и эмпирические характеристики распределенного интеллекта (РИ) как способности коллективного агента (социальной системы) воспринимать, обрабатывать и использовать информацию для достижения собственных объективных целей. Во второй части обзора обсуждаются реализации РИ в системах, состоящих из людей: «разум толпы» в неструктурированных сообществах, а также коллективный интеллект малых групп, организационных систем (ОС) и больших систем – государств, народов и цивилизаций в историческом времени. В отличие от роевого РИ, индивидуумы, составляющие коллективный интеллект в человеческих сообществах, способны к глубокой переработке информации и творческой деятельности. Подчеркнута неразрывная взаимосвязь РИ таких систем с индивидуальным человеческим интеллектом; на примере гибкого управления ресурсами в реальном времени отмечен возрастающий вклад ИИ в современный коллективный интеллект. Перечислены факторы, определяющие эффективность РИ мультиагентной системы: когнитивные возможности индивидуумов, структура взаимодействий между ними, коллективное целеполагание, запись, свертывание и обработка внешней информации, создание новых образов окружающей среды и себя в ней. Рассмотрена модульная модель восприятия внешних воздействий.

**Ключевые слова:** мультиагентные системы, коллективный интеллект, группы, организационные системы, большие системы, модульная модель восприятия.

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение интеллектуальной деятельности человека, ее математическое и техническое моделирование – магистральные направления когнитивной психологии, информационных технологий, кибернетики, робототехники и ряда других наук [1]. В этих областях установлены ключевые качества, общие для интеллекта человека (англ. *human intelligence*, HI), элементов интеллектуальной деятельности животных, компьютерных реализаций искусственного интеллекта (ИИ; англ. *artificial intelligence*, AI) и распределенного интеллекта (РИ, англ. *distributed intelligence*, DI) мультиагентных систем. Это автономность агентов (в том числе коллективных), восприятие информации («отражение» внешних воздействий), ее обработка и обобщение (свертывание), обучаемость, использование информации для достижения объективных целей агента в изменяющейся внешней обстановке и ряд более частных признаков. Исследования РИ включают изучение и моделирование кооперативных эффектов в разнообразных мультиагентных

системах: биологических, социальных, экономических и организационных, а также в группах автономных технических устройств.

Коллективная обработка информации и ее использование социальными системами, состоящими из людей, включают динамику пешеходных и автомобильных потоков [2, 3], экономическую деятельность, биржевую игру, взаимодействие организационных систем (ОС), боевые действия армейских подразделений, участие политических партий в избирательной кампании и многие другие процессы [4–6]. В настоящем обзоре рассмотрены основные известные на сегодня виды РИ в системах взаимосвязанных агентов, включая биологические, технические, социальные и организационные. В его первой части [7] обсуждались простейшие формы РИ, не включающие осознанной обработки информации индивидуумами: роевой интеллект общественных насекомых [8], стай птиц и рыб [9], групп взаимосвязанных роботов [4, 10]. Также были кратко рассмотрены особенности восприятия и обработки информации в «протоинтеллектуальных» схемах автоматического управления [11,12],

наиболее распространенные реализации ИИ (искусственные нейронные сети [13], «логический» интеллект [14] и некоторые методы имитации роевого интеллекта в расчетных компьютерных *алгоритмах, подсказанных Природой* [15]). Материал первой части обзора показывает, что РИ мультиагентных систем не сводится к стандартным схемам индивидуального или коллективного принятия решений либо иерархического или сетевого управления: он представляет собой самостоятельный и недостаточно изученный аспект кооперативной динамики [16], существенно использующий элементы хаотического поведения агентов.

Во второй части обзора будут рассмотрены некоторые формы коллективного интеллекта мультиагентных социальных систем (МСС), состоящих из людей. В отличие от более простых видов РИ, составляющие единицы в таких системах способны к глубокой переработке информации и творческой деятельности, что отражает формальное описание их динамики методами теории игр. Другой особенностью этих систем является тесное взаимодействие индивидуальных и коллективных форм интеллекта, в последние десятилетия в возрастающей степени включающее ИИ. Рассмотренный материал позволяет предложить общую классификацию всех известных форм интеллекта и указывает путь к его содержательному математическому описанию.

## 1. КОЛЛЕКТИВНЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ СООБЩЕСТВАХ

### 1.1. «Разум толпы»

Роевому интеллекту биологических особей в человеческом обществе соответствует *разум толпы* (*crowd wisdom*), или РИ бесструктурного сообщества людей. Социологи и философы XIX–XX вв. (Г. Лебон [17], Х. Ортега-и-Гассет [18] и др.) в первую очередь отмечали редукцию сознания индивидуума в человеческой массе, примитивность и манипулируемость коллективного поведения толпы. В XXI в., вслед за опередившим современность на столетие социологическим исследованием Ф. Гальтона<sup>1</sup> [19], интерес научного сообщества

<sup>1</sup> В работе [19], подробно цитируемой в книге [6], обсуждалось распределение оценок 787 респондентами убойного веса быка на сельскохозяйственной выставке в Плимуте. Вознаграждение за точные оценки (требовавшие специальных знаний) выдавалось из денег, вырученных за продажу опросных карточек по 6 пенни за штуку. Медиана оценок (1 207 фунтов) превышала фактический убойный вес животного (1 198 фунтов) лишь на 0,8 %. Недавние масштабные интернет-опросы, проведенные исследователями из Стэнфордского университе-

привлекли способность «человеческих» МСС обрабатывать внешнюю информацию и механизмы кооперативных действий на ее основе.

В отличие от осознанной выработки мнений в группах (см. далее), «разум толпы» проявляется как стихийный процесс, который может не затрагивать когнитивных функций индивидуумов. Так, большая толпа «обтекает» препятствие, невидимое для большинства движущихся в ней людей (рис. 1). Механизм движения в толпе пешеходов «следовать за соседями и избегать столкновений» един для сообществ биологических особей и формаций беспилотных аппаратов [10]. Проявления РИ в движении пешеходных потоков рассмотрены в ряде работ [2, 4, 16]; их систематический анализ выполнен Д. Хелбингом и соавторами [21]. Синтез социологических исследований и математического моделирования осуществляется в области *управления толпой* (*crowd control*) с многочисленными задачами как в обеспечении безопасности массовых мероприятий (см. [22,23]), так и в подавлении манипулирования такими мероприятиями [24].

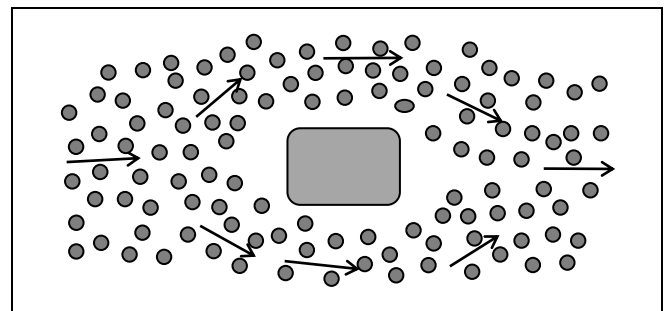


Рис. 1. «Обтекание» препятствия движущейся толпой

Аналогии с роевым интеллектом в бесструктурных сообществах людей распространяются на экономические отношения, включая знаменитую «невидимую руку рынка» и биржу, где стремление агентов к максимуму прибыли преобразуется в коллективную оценку стоимости активов. Весьма политизированный тезис о рынке как наилучшем механизме обработки экономической информации широко представлен в учебниках неоклассической экономики [25]. Проявления «разума биржи» обсуждаются в книге [6], хотя убедительных примеров в ней, по нашему мнению, не приводится. Постулируемая эффективность РИ участников торгов

та (2 тыс. участников, 1 000 вопросов в 50 различных областях знания, около 500 тыс. ответов) [20] подтвердили как более высокую эффективность «усредненного» интеллекта по сравнению с большинством индивидуальных респондентов, так и сильное влияние коллективного мнения (в тех случаях, когда оно сообщалось участникам на промежуточном этапе эксперимента), *ухудшающее* конечный результат.



используется биржами прогнозов, где предсказания политических событий могут продаваться и покупаться вплоть до их наступления аналогично фьючерсным контрактам; качество прогноза, по предположению, отражает его цена [26]. Поскольку объективные модели формирования цен на бирже в настоящее время неизвестны, биржевые прогнозы, ставшие в последние годы массовыми, могут использоваться для манипулирования общественным мнением.

Обмен информацией в сети Интернет в настоящее время часто рассматривают как одну из реализаций распределенного интеллекта [27]. Простой и убедительный пример «краудсорсинга» с включением РИ пользователей сети в анализ больших массивов данных дает ранжирование ссылок на сайты всемирной паутины, выдаваемых поисковыми программами по запросам, в порядке убывания числа уже состоявшихся обращений к этим сайтам. Данную схему, впервые реализованную поисковой системой Google PageRank в 1998 г., в настоящее время используют все основные средства поиска в Интернете. Прямой сетевой аналог маркировки муравьиных тропинок феромоном действует очень эффективно: перечень найденных ресурсов, который может содержать сотни и тысячи позиций, обычно возглавляют наиболее релевантные и интересные источники. Процессы в сетевых структурах нередко обсуждаются в терминах роевого интеллекта [28].

## 1.2. Динамика мнений в группах

Задачи оптимального функционирования МСС в человеческом обществе, где важную роль играют коммуникации и осознанные действия, на первый взгляд далеки от динамики косяка рыб или жизни пчелиного улья. Тем не менее, в них также проявляются общие принципы функционирования РИ: связи между элементами системы, передача информации и стремление системы к объективной цели, которая может не совпадать с целями элементов (примеры – сокращение персонала в организации, военные действия и многое другое). Объекты, «исчисляемые» в математических моделях таких систем – планы, мнения, стратегии – сами являются продуктами как индивидуальной, так и коллективной умственной деятельности: например, планирование уличного движения с учетом прогноза погоды. Общие методы решения задач такого уровня сложности до сих пор не вполне разработаны, можно обсуждать лишь наиболее распространенные частные схемы и эвристики.

Простейшей «молекулярной» формой МСС в человеческих сообществах является *малая группа*,

где все индивидуумы (агенты) осведомлены обо всех других членах группы, но различаются по силе и направленности взаимодействий, или *влияний*: клуб филателистов, совет директоров предприятия, армейский взвод и т. д. Взаимное влияние в малой группе, которым определяется ее динамика, отражают дуги взвешенного ориентированного графа, вершины которого соответствуют агентам [29]. Этот подход позволяет формализовать вклады индивидуумов в коллективную динамику группы, даже если их действия вариативны и точно не известны. Бесструктурную группу, где каждый агент одинаково взаимодействует со всеми остальными, представляет полный граф.

Обмен мнениями и выработка единой позиции составляют главное содержание деятельности экспертных советов; в том или ином виде они присутствуют в работе большинства органов управления. Моделирование различных аспектов этого процесса включает динамику установления единого мнения (консенсуса) и оценку степени влияния участников группы на вырабатываемое решение. При этом общеизвестная способность группы предложить новое нестандартное решение известной проблемы либо найти адекватный ответ на непредвиденные изменения обстановки крайне трудно поддается формализации и в моделях обычно не воспроизводится.

Математической основой выработки консенсуса часто служит модель де Гроота [30], в которой взаимное влияние агентов отражает стохастическая матрица влияний  $W = \|w_{ij}\|$  с неотрицательными элементами

$$\left( \sum_{j=1}^n w_{ij} = 1 \right).$$

Недиагональным элементам матрицы  $W$  отвечает влияние агентов ( $i \rightarrow j$  при  $w_{ij} > 0$ ), диагональным – «самовлияние», т. е. устойчивость позиции агента. Вектор мнений  $n$  агентов в момент времени  $t$   $\mathbf{x}(t) = (x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_n^{(t)})$  в следующий момент дискретного времени  $t + 1$  определяется итерационной процедурой

$$\mathbf{x}(t+1) = W\mathbf{x}(t). \quad (1)$$

Если в графе взаимного влияния агентов есть подграф-дерево, все вершины которого достижимы из единственной вершины-корня (т. е. имеется агент, прямо или опосредованно влияющий на мнения всех других агентов), последовательные векторы мнений в формуле (1) сходятся к консенсусу  $\mathbf{x}^*$  [31] – такому вектору, что

$$W\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^*.$$

Вектор консенсуса рассчитывается как собственный вектор матрицы  $W$ , отвечающий собственному значению  $\lambda = 1$ .

Применение модели де Гроота к прогнозированию вклада реальных лиц в выработку решений группы (руководства фирмы-конкурента, коллегии военного министерства вероятного противника и т. д.) предполагает определение элементов матрицы  $W$  по экспертным оценкам [29]. В разреженных матрицах влияний многие элементы (включая такие, для которых не имеется оценок) принимаются равными нулю, что дополнительно усложняет расчеты.

Модель де Гроота за последние десятилетия развивалась в тысячах публикаций (см. работу [31]). Одна из упрощенных процедур поиска консенсуса основана на эвристическом алгоритме условного доверия (*bounded confidence*), который воспроизводит сближение позиций сторон в ходе обсуждения [32]. В этом алгоритме мнениям агентов отвечает непрерывный параметр  $x_i \in [0, 1]$ . Пара агентов в соседних вершинах графа, отражающего структуру взаимодействий в группе, сближает свои позиции  $(x_i, x_j)$ , если разница между ними не превышает заданного порога доверия

$$\Delta x_{ij} = |x_i - x_j| < \delta.$$

В этом случае на каждом последующем шаге моделирования при  $x_i > x_j$

$$x_i(t+1) = x_i(t) - \mu \Delta x_{ij},$$

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \mu \Delta x_{ij},$$

где  $\mu \in [0, 1]$  – параметр сходимости. При  $|x_i - x_j| > \delta$  мнения агентов не изменяются. Это может приводить к поляризации мнений с разделением группы на фракции (рис. 2).

Алгоритм условного доверия с коэффициентами, отражающими разные веса мнений (например, министра и его заместителей) позволяет определить вклады агентов в общую позицию, но он также критически зависит от адекватности экспертных оценок и от параметров модели. К настоящему времени предложены разнообразные эмпирические схемы взаимного влияния, которые, в том числе, используются в анализе формирования и распространения мнений в социальных сетях (см. работы [33, 34], третью часть обзора [22] и обзорную главу [31] в книге [12]). Практические методы достижения консенсуса обсуждаются в научной и учебной литературе [35, 36], включая работы, явно направленные на манипулирование общественным мнением по вопросам «антропогенного глобального потепления» [37].

Схемы взаимного влияния при выработке консенсуса в группе с изначально заданным множе-

ством мнений не предусматривают возможности принципиально нового решения, т. е. не воспроизводят одно из ключевых свойств РИ, которое для групп и других относительно регламентированных систем, состоящих из людей, чаще называется *коллективным интеллектом*. В то же время в компьютерных системах поддержки принятия решений (СППР), разработанных для коллективного поиска неизвестных решений задачи, включая *мозговой штурм* [38, 39], применяются практические рецепты группового создания новой информации, аналогичные изобретательским эвристикам [40]: «расшатывание» модифицируемой модели, поощрение случайных ассоциаций и активное высказывание любых идей, которые становятся общим знанием (см. *blackboard* в «пчелином» алгоритме, рассмотренном в 1 части обзора [7, 41]). Подчеркнем, что успешное нестандартное решение проблемы группой не сводится к «озарению» одного из участников дискуссии: новая идея должна быть одобрена (и обычно скорректирована) другими участниками под руководством модераторов. Таким образом, мозговому штурму соответствует процесс коллективного творчества, до настоящего времени не формализованный в математических моделях.

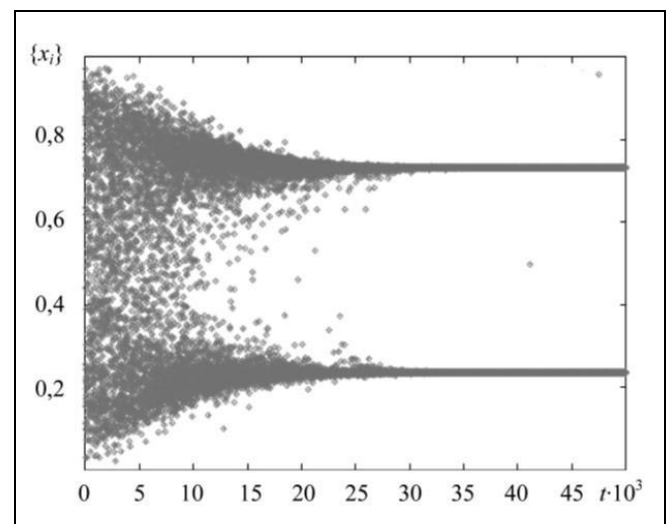


Рис. 2. Разделение бесструктурной группы агентов по непрерывному параметру мнения  $x \in [0, 1]$  в модели условного доверия на фракции  $x = 0,25$  и  $x = 0,75$  при пороге согласия  $\delta = 0,2$  [32]

При стохастических возмущениях «состояний ума» индивидуумов, участвующих в мозговом штурме (либо, например, в профессиональном научном семинаре) неизбежно возникают ошибочные предположения и иная «шумовая» информация – но именно этот процесс способствует воз-





никновению инсайта у участников обсуждения. Его результаты закрепляются коллективом по механизму, аналогичному воздействию временных лидеров на перемещение птичьей стаи (см. рис. 6 в первой части обзора [7]): перспективное предположение обсуждается, критикуется и модифицируется другими участниками дискуссии. Еще одной характерной чертой мозгового штурма является увеличение «библиотеки знаний» благодаря разным областям компетенции участников<sup>2</sup> (аналогичное расширению сферы обзора у косяка рыб [7]).

Проверка возникших идей в общей дискуссии и их закрепление в индивидуальном сознании каждого участника соответствует созданию новой информации эмерджентным коллективным интеллектом группы. Другой реализацией этого подхода служит *сетевая экспертиза*, также способная выработать нестандартные решения [42]. Явные параллели этого процесса с проявлениями роевого интеллекта в более простых биологических сообществах (см. первую часть обзора [7]) отражают единый механизм реализации группового РИ, превосходящего индивидуальные возможности участников группы.

Аналогии «креативной» интеллектуальной деятельности групп с роевым интеллектом, несмотря на принципиальную разницу когнитивных способностей человека и стайных животных, неоднократно отмечались в литературе [43]. Тем не менее, в ее формальных моделях «придумывание нового» обычно постулируется как эмпирически наблюдаемый эффект. Обзор методологий творческой комплексной деятельности с подробным обсуждением математических моделей разработки, освоения и применения новых технологий представлен в книге [44].

### 1.3. РИ организационных систем

Переход от роевого интеллекта бесструктурных сообществ к коллективному интеллекту групп, где взаимное влияние упорядочено<sup>3</sup>, сопровождается повышением точности и глубины выработанных предложений. Еще более упорядоченные *организационные системы* (ОС) по эффективности рутинной обработки информации сравнимы с инди-

<sup>2</sup> Еще раз подчеркнем, что термины *знания* и *компетенции* используются здесь в их «наивном», интуитивно понятном бытовом значении.

<sup>3</sup> Компьютерные средства поддержки мозгового штурма или, например, научного семинара в онлайн-формате прежде всего структурируют группу участников и упорядочивают процесс обсуждения.

видуальным человеческим интеллектом, отчего их часто рассматривают как «бюрократическую машину» под тем или иным персональным руководством. Подобно объяснению новых результатов дискуссии индивидуальным «озарением» одного из участников, это представление не вполне соответствует действительности. Так, объем информации в годовом отчете, составленном коллективом предприятия, выходит далеко за пределы области знаний и интересов каждого из его соавторов, адресован нескольким разным группам специалистов (технических, финансовых, правовых и др.) и лишь корректируется руководством ОС (далее – Центром). Информация затем коллективно обрабатывается вышестоящей организацией и приводит к организационным воздействиям – например, к изменению годового финансирования в ту или иную сторону. Таким образом, РИ разнообразных ОС устанавливают прямой диалог, в котором индивидуальный интеллект их элементов играет скорее подчиненную роль.

В отличие от группы, графы влияния в которой могут быть произвольными, организационные системы обладают жесткой, как правило иерархической архитектурой (рис. 3) и управляются из единого центра, которым может быть как индивидуум, так и группа (например, совет директоров). Управляющие воздействия (на рис. 3 красные сплошные стрелки) распространяются в системе сверху вниз на следующие уровни иерархии вплоть до непосредственных исполнителей; в обратном направлении передается рабочая информация (синие пунктирные стрелки). По наличию иерархии ОС напоминает перевернутую искусственную нейронную сеть. Это сходство усиливается возможностью повышения связности узлов каждого ее «слоя» в форме опосредованного влияния участников системы на любые подразделения через информацию, передаваемую центру.

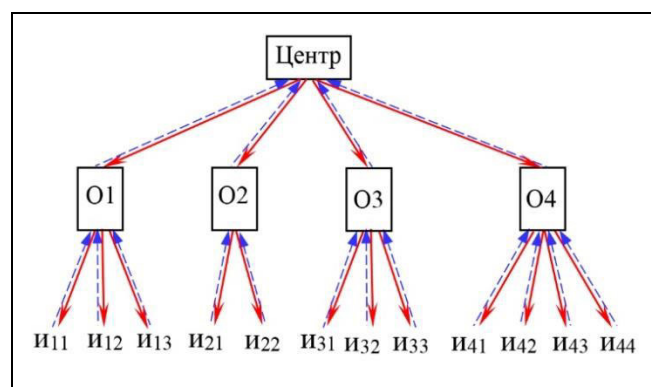


Рис. 3. Условная схема организационной системы: «О» – подразделения (отделы), «и» – исполнители

Если узлы ИНС лишь усиливают или ослабляют сигналы предыдущего слоя, то индивидуумы в ОС способны к глубокой переработке информации и к творческой интеллектуальной деятельности. Их функционирование в системе, помимо ее структуры, формализовано должностными инструкциями, выступающими в виде аналогов активационных функций-«фильтров» в ИНС. Отметим, что коллективные решения (в форме распоряжений Центра после получения им рабочей информации) обычно принимаются в нерутинной, постоянно изменяющейся обстановке. Деятельность ОС, хорошо известная по повседневной реальности, безусловно, включает отражения обстановки (отчеты), свертывание информации (интегральные показатели), целеполагание, обучаемость и адаптивность, а также выработку новых знаний (схемы выполнения планов, модернизация, реакция на чрезвычайные обстоятельства и т. д.) – т. е. все перечисленные выше признаки интеллекта. Обработка информации и ее использование в динамике ОС свидетельствует о наличии РИ у этого вида мультиагентных систем, однако в современной литературе еще нет его общепринятой теории.

Формальное описание функционирования ОС обычно построено на основе *теории игр*. В нем рассматривается взаимодействие, как правило, абсолютно рациональных [45] агентов (исключением являются модели ограниченной рациональности [46]), в котором выигрыш каждого в общем случае зависит от действий/стратегий всех агентов. Основная задача теории игр – предсказать результат взаимодействия агентов в виде равновесия их игры: устойчивого в том или ином смысле вектора их действий/стратегий. Таким образом, в теории игр агенты, с одной стороны, по определению интеллектуальны, а с другой – «зажаты» правилами игры (требованиями рационального поведения) в гораздо более жесткие рамки, чем это имеет место в реальных мультиагентных системах.

Плодотворным направлением данной области является, в частности, *теория активных систем* (ТАС) – раздел теории управления ОС, на динамику которых влияет интеллектуальное поведение (*активность*) участников системы [47]. В рамках ТАС разработан ряд методов и механизмов управления системами, включающих активные элементы с собственными целевыми функциями – поскольку такие элементы в своих интересах могут ухудшать функционирование системы (например, искажая передаваемую информацию). Для моделей активных систем разработаны неманипулируемые механизмы управления, распределения ресурсов, стимулирования и других видов деятельности. В частности, процедура *открытого управления* мак-

симизирует целевую функцию центра на множестве планов, отвечающих максимумам целевых функций «активных» агентов [47, 48]. Близкими задачами занимаются такие зарубежные направления теории игр, как теория контрактов и дизайн механизмов (англ. *Mechanism Design*, MD) – см. сравнительный обзор результатов ТАС и MD в работе [49].

В описании ОС также используются иерархические [50] и рефлексивные игры [51]. В *иерархической игре*  $\Gamma_i$ , отличающейся от игры в нормальной форме  $\Gamma_0$  (где все агенты выбирают стратегии однократно, одновременно и независимо), управляющий центр выбирает стратегию  $x_1$  первым (игра  $\Gamma_1$ ) либо сообщает второму, «подчиненному» игроку (игрокам) свой план по выбору стратегии в ответ на выбор стратегии вторым игроком ( $\Gamma_2$ ) и т. д. по возрастающей цепи  $x_j = f(x_i(x_j(x'_i)...))$ , где  $x_2$  – стратегия («ход») второго игрока, и ходы игроков  $x'_j, x''_j, x'''_j$  ( $j = 1, 2$ ) на разных уровнях планирования в функции  $f$  могут быть разными<sup>4</sup>. Многоуровневой структурой также обладают *рефлексивные игры* [51, 52] с частичной информированностью агентов о наборах стратегий противников и их информированности о стратегиях самого агента (в классических играх стратегии всех игроков являются общим знанием). В представлении рефлексивной игры графом к вершинам  $\{x_i\}$ , выражающим стратегии агентов, добавляются вершины «фантомных» агентов  $\{x_{ij}^{(n)}\}$ , где  $x_{ij}$  – стратегия  $j$ -го агента в представлении  $i$ -го агента,  $n$  – уровень (ранг) рефлексии. Сравнительные уровни интеллекта агентов в этом подходе выражаются числом доступных им рангов рефлексии. Добавление вершин в структуру МСС, очевидно, усложняет описание игры и затрудняет поиск равновесия на его основе.

В ОС более сложной структуры учет взаимодействий между агентами одного уровня приводит к «вложенным» играм с конкуренцией исполнителей и независимых центров (в этом случае описываемой играми  $\Gamma_0$ , рис. 4). Подобным играм соответствуют активные системы с коалициями агентов, а также управление МСС конкурирующими центрами с многочисленными приложениями в задачах информационного противоборства и «управления толпой» [24, 33]. Методы теории игр в управлении ОС подробно рассмотрены в книге [53].

<sup>4</sup> Добавление петель обратной связи, усложняющее функцию  $f$ , ограничено *теоремой Ю.Б. Гермейера*, согласно которой максимальный гарантированный выигрыш центра в играх  $\Gamma_m$  с четным и нечетным числом  $m$  не превышает выигрыша в играх  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_3$  соответственно (см. работы [50, 52]).

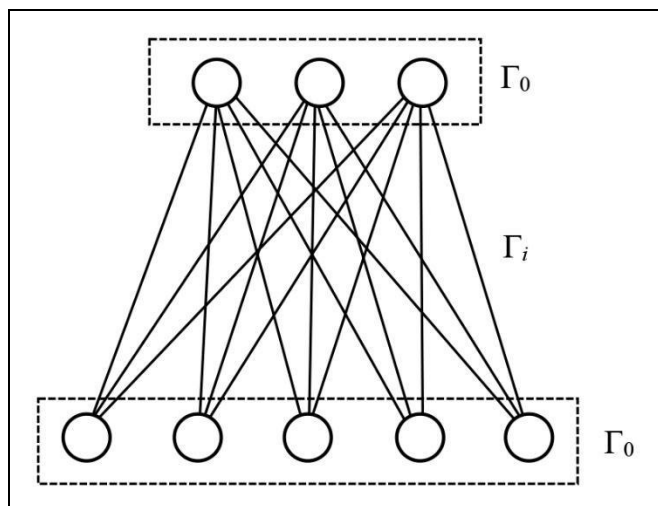


Рис. 4. «Вложенная» структура игры  $\Gamma_0(\Gamma_i(\Gamma_0))$   
(см. работу [52])

Для объективного мониторинга результатов деятельности активных систем, требуемого при выработке планов и необходимых управляющих воздействий, разработаны механизмы многокритериального комплексного оценивания [54]. Этот способ концентрирования информации в иерархических ОС по своей функции близок к процедурам обучения сверточных ИНС. Аналогии обработки информации в нейронных сетях и в иерархических организационных системах обсуждаются в работе [55].

Формализм теории игр позволяет анализировать и прогнозировать действия «интеллектуальных» агентов, а также предсказывать их результаты (равновесия), однако множество возможных действий должно быть фиксировано в условиях задачи. В теоретико-игровом описании ОС, как и в формальных алгоритмах выработки мнения в группе, за пределами моделей остаются эмерджентные события, т. е. принципиальные изменения стратегий – такие, как решение о банкротстве, выработка антикризисной программы и т. д. Эмпирически хорошо известное генерирование нового знания системой взаимосвязанных индивидуумов разительно отличается от моделей консенсуса как выбора лучшей индивидуальной программы действий либо взвешенного среднего из нескольких наперед заданных программ.

Настроения и моральный дух в реальных коллективах и группах в некоторых социологических моделях учитываются введением стилизованных «гуманитарных» переменных: уровня доверия, взаимопомощи и т. д. [29]. Косвенно отражая наличие РИ в ОС, этот подход также не воспроизводит механизмы его функционирования, поскольку

результаты коллективной обработки информации оказываются в нем заранее предписанными.

Аналогии с этой ситуацией можно найти в исследованиях причин солидарного поведения в МСС, состоящих из биологических, т. е. изначально эгоистичных особей [56, 57]. Теоретико-игровые модели подтверждают преимущества сообществ с агентами-альтруистами, равновесная доля которых зависит от внешних условий [58], однако механизм возникновения таких агентов ими не воспроизводится: альтруизм приходится постулировать [56]. Таким образом, методы теории игр позволяют описывать проявления РИ в ОС лишь феноменологически. В то же время возникновение альтруизма в «интеллектуальной» МСС объясняется на качественном уровне объективной целью самосохранения системы и изменчивостью поведения агентов как полезный признак, закрепляемый биологической эволюцией или (и) обучением.

#### 1.4. Эмерджентный интеллект в системах управления ресурсами

Положение между стандартными ОС, обычно включающими от нескольких десятков до нескольких тысяч индивидуумов, и РИ макроскопических систем, который будет рассмотрен в следующем подразделе, занимает эмерджентный интеллект (ЕИ) – особая форма ИИ в транспортных, логистических, экономических и комбинированных системах управления предприятиями городского либо отраслевого масштаба (см. работу [59] и др. книги из этой серии, а также работу [60]). Признаком интеллекта таких систем считается способность автоматически распределять ограниченные ресурсы в изменяющейся обстановке без прямого вмешательства оператора. Количество варьируемых параметров в подобных задачах ставит жесткое централизованное управление, если оно вообще возможно, в критическую зависимость от компьютерных мощностей и усложняет коррекцию случайных возмущений в реальном времени из-за поломок, отказов, погодных условий и т. д.

Альтернативой прямому централизованному управлению и оптимизации служат математические модели гибких систем с обменом информацией между агентами, играющими роль поставщиков ресурсов либо услуг, и агентами-потребителями. Предложенная в 1990-е гг. модель BDI (*belief-desire-intentions*, т. е. «представления – желание – намерения»), в рамках которой агенты изначально интеллектуальны, а их взаимодействия заданы ма-



тематической логикой, столкнулась с трудностями формального определения базовых функций интеллекта и программной реализации [61]. Гораздо более перспективными оказались модели системы «ограниченно интеллектуальных» агентов с алгоритмически заданным стремлением к максимуму целевой функции (*виртуальных денег*), которые по известным значениям выигрышей и потерь устанавливают и переключают связи между множествами поставщиков и потребителей в переменной среде. На основе динамической *сети потребностей и возможностей* в таких моделях строится система интеллектуального управления ресурсами в реальном времени [62].

Эмерджентный интеллект мультиагентных моделей обмена ресурсами проявляет все основные признаки РИ: вариативность динамики взаимосвязанных агентов-поставщиков и агентов-потребителей, модельный обмен информацией между ними в форме перераспределения объемов предложения и спроса, индивидуальное стремление агентов к максимальным выигрышам и эволюция системы, которую представляет агент-диспетчер, к максимуму общей целевой функции. В характерной работе [63], содержащей краткий обзор состояния дел в этой области, обсуждается модель «умной экосистемы», которая минимизирует разность между запросами и наличными ресурсами при внешних возмущениях.

Метаэвристика «рыночных» агентов (см. NIMs в п. 3.3 первой части обзора [7]), которые стремятся к максимуму выигрыша, перераспределяясь между наиболее выгодными «заказами», успешно используется в широком спектре практических задач [62]. Число работ в области EI растет в последнее десятилетие [64], отражая в том числе популярность новой терминологии в традиционной задаче планирования и оперативного перепланирования ресурсов (см. работу [1]). Внедрение компьютерного ИИ в распределенный интеллект социальной системы проявляется здесь очень наглядно.

### 1.5. РИ «макроскопических» систем

К макроскопическим системам в физике относят совокупности взаимодействующих частиц, число которых  $N \sim 10^{20} - 10^{24}$  может быть лишь на несколько порядков меньше числа Авогадро  $6,02 \cdot 10^{23}$ . Броуновские частицы, содержащие  $10^{12} - 10^{15}$  атомно-молекулярных субъединиц, уже относятся к мезоскопическим системам. В этом смысле все социальные системы – микро- либо мезоскопические; этим хорошо объясняются масштабные

флуктуации их параметров. Однако в человеческом обществе к «макроскопическим», или *большим*, относятся МСС, содержащие от десятков тысяч и более индивидуальных агентов. Такие системы – страны, народы, отрасли экономики и т.д. – обычно имеют сложную плохо упорядоченную структуру и не вполне изученный механизм функционирования с сильным влиянием случайных факторов.

Феноменологическое описание человеческого общества, состоящего из коллективов как «собираемых личностей», и проекции физических законов на общественную среду были систематически представлены, по-видимому впервые, В.М. Бехтеревым в книге «Коллективная рефлексология» [65], намного опередившей свое время. Динамику больших социальных систем до сих пор по преимуществу анализируют на качественном уровне в гуманитарных науках.

Предельным по масштабу представителем макроскопического РИ можно считать гипотетический «всемирный интеллект» (*Global Brain*) пользователей компьютеров, объединенных в Интернет [66]. Однако декларируемые аналогии этой динамической сети с нейронными сетями мозга [67], заявленные лишь на вербальном уровне, выглядят сомнительно с точки зрения связи функций со структурой – для сети Интернет скорее хаотической без управляющего центра – и вряд ли указывают на ее когнитивные возможности (см. § 2). Координация составляющих элементов и рождение нового знания в макроскопических подсистемах современного мира (транспортной, научной, коммерческой), также на описательном уровне, обсуждаются в книге Дж. Шуровьески [6], представляющей популярное введение в проблематику РИ.

Способность больших систем к обработке информации и действиям на ее основе с общей точки зрения не вызывает сомнений, однако для РИ таких систем в литературе имеется лишь качественное описание. На этом уровне можно выделить его ключевые характеристики, согласующиеся с проявлениями других форм коллективного интеллекта:

- неупорядоченные взаимодействия коллективных акторов, среди которых преобладают конкурентные (экономика, научная и техническая среда, внутренняя политика) и антагонистические отношения (внешняя политика, войны);
- отсутствие признаков персонального управления – в частности, ослабление этических норм;
- стремление систем к равновесию;
- биоподобные жизненные циклы.



Одной из неожиданных особенностей РИ больших систем, состоящих из людей, нередко является низкий, по сравнению с индивидуальными человеческими нормами, уровень обработки информации и решения конкретных текущих задач. Как и редукция этики, это объясняется неличностным механизмом «кооперативного мышления» и слабо упорядоченной структурой межагентных взаимодействий. Понижение роли этических норм у крупномасштабного коллективного интеллекта вплоть до их временной отмены (войн) вызвано как размерами больших систем, на фоне которых относительная ценность единичного агента невелика, так и длительным, в масштабе столетий, временем их существования. Последним обстоятельством объясняется низкая эффективность «большого» интеллекта в решении сиюминутных задач: РИ больших систем решает проблемы в другом масштабе времени.

На аналогиях действий политических субъектов с поведением животных [68] основана большая область *биополитологии* [69]; параллели коллективных действий животных и людей также рассматриваются в *этологии человека* [70]. Другая характерная черта этого вида РИ – возможность ложного и нередко патологического массового целеполагания, обусловленная сильной зависимостью коллективной динамики от состояния индивидуумов (например, пьяная толпа). Вследствие этого можно говорить не только о коллективном интеллекте, но и о коллективной психике больших систем. Последний термин употребляется в социальной психологии [71] и лежит в основе *психоистории* [72]. Комбинация коллективного интеллекта и коллективной психики на уровне государства и составляющих его больших социальных подсистем обычно называется *идеологией*.

Противоборство участников конфликта объединяет их в единую «метасистему», также способную обрабатывать и использовать информацию. На стремлении таких систем к равновесию основано применение теории игр в политологии и военных науках [73–75]. Существование равновесных конфигураций даже при сильном антагонизме сторон иллюстрирует, в частности, график военных потерь СССР в Великой Отечественной войне (рис. 5). Если в 1942 г. весеннее наступление Красной Армии в условиях распутицы не достигло целей и сопровождалось большими потерями людей и техники (с пропорциональными потерями германской армии), то в неблагоприятные периоды весны 1943 г. и весны 1944 г. интенсивные боевые действия сторонами не велись (см. книгу [76]).



Рис. 5. Военные потери СССР с июня 1941 по май 1945 г., ежемесячно (по книге [76]): а – май 1942 г., б, в – стратегические паузы в апреле–июне 1943 и мае–июне 1944 г.

Таким образом, в РИ системы противоборствующих акторов вносят вклад все участники конфликта. На этом, в частности, основана теоретико-игровая интерпретация войн в рамках *теории торга* Т. Шеллинга [73].

Эволюция человечества как единой системы с конца XX в. обсуждается в гуманитарных науках в контексте *универсальной истории* Земли, включающей геофизические, экологические, технические и социальные факторы [77]. В терминах нашего обзора этот процесс прежде всего отражает динамику РИ систем мирового масштаба (государств, народов, цивилизаций [78]) в историческом масштабе времени со свойственной ей неравномерностью: взлетами, стагнацией и кризисами. На «универсальном» уровне особенно ярко проявляется неотделимость индивидуального интеллекта человека от образовательной и культурной среды – этот факт, тривиальный для носителей гуманитарного знания, до сих пор не вполне отражен в формальных моделях.

Несмотря на то, что РИ мировой экономико-политической системы с государствами в качестве агентов пока, к сожалению, не способен предотвращать кризисы и войны, его деятельность в мирное время является в основном созидательной. В этом смысле вспышки войн и революций с уничтожением людей, материальных ценностей и наименее жизнеспособных социальных институтов выступают в виде аналогов хаотического движения агентов в простейших МСС с роевым интеллектом. «Прерывистое» улучшение условий жизни населения Земли, численность которого в XX в. увеличилась почти в четыре раза несмотря на вой-

ны и эпидемии [79], основано на достижениях в области техники, экономики, медицины, социальной сферы и других аспектов реализации РИ. На описательном уровне очевидно, что научно-технический и социальный прогресс во все известные периоды истории является результатом развития коллективного интеллекта человечества и его больших подсистем. Это подчеркивает важность исследований РИ и поиска путей его адекватного математического описания.

Представление социума как «атомизированной» системы взаимодействующих индивидуумов, возникшее в XIX в., вывело эмерджентные проявления РИ за пределы социологических теорий – хотя религиозные, психологические и «организмистические» концепции общества продолжали существовать вплоть до первой половины XX в. [80<sup>5</sup>]. В современной литературе преобладает описание МСС как совокупности индивидуальных агентов с фиксированными наборами стратегий, что не предполагает возникновения новых качеств, порождаемых системой их динамических связей. Однако в математическом моделировании исторических процессов иногда используются «гуманитарные» переменные – такие, например, как моральный дух народа (*асабия*, или коллективная солидарность) в балансе ресурсов государства [81]. В этом косвенно проявляется объективная необходимость учитывать влияние коллективного интеллекта и коллективной психики на исторические процессы.

## 2. ФАКТОРЫ, ФОРМИРУЮЩИЕ РИ

Все виды РИ, рассмотренные в настоящем обзоре, сведены в табл. 1; эффективность генерирования новой информации оценена в последнем столбце на сугубо качественном уровне (знаком вопроса обозначены виды РИ, не являющиеся общепринятыми). Уже простейшие формы роевого интеллекта, возникшие у разных биологических видов для решения задач коллективного выживания, формируют гибкий ответ МСС на внешние незапрограммированные воздействия. Если приспособительные изменения организмов в ходе эволюции рассматривать как создание новой информации, необходимо признать существование весь-

<sup>5</sup> Многие из этих концепций возникли внутри расово-антропологических теорий и воззрений «социального дарвинизма», поэтому с середины XX в. их предали забвению вместе с содержащимися в них подходами к анализу РИ больших систем.

ма эффективного «эволюционного РИ», что уже используется в расчетных *генетических* алгоритмах [15] – однако данное направление пока мало разработано. Также слабо развито формальное описание РИ наиболее крупномасштабных социальных систем: государств, народов и цивилизаций. Тем не менее, мировой техникой и социальный прогресс, безусловно, отражает развитие именно этой формы «коллективного разума». В то же время достоверные проявления «общемирового» РИ, или *Global Brain*, построенного из пользователей глобальных компьютерных сетей, пока не известны. Учитывая хаотическую структуру сетей, его существование правильнее считать гипотезой.

Подводя итог краткому обзору известных типов распределенного интеллекта, отметим, что современные приложения РИ в области управления и планирования постоянно совершенствуются, не имеют четкой границы разделения с ИИ (EI, NIMs) и в сочетаниях с ИИ по своим возможностям в некоторых приложениях намного превосходят индивидуальный интеллект человека. Сам индивидуальный человеческий интеллект (HI), подобно модели полностью рационального и всезнающего *homo economicus* в неоклассических экономических дисциплинах и теории игр, правильнее считать абстракцией, отражающей ранние социологические представления об «атомизированном» обществе [80]. Обе эти модели в неявном виде включают воздействие коллективного интеллекта – соответственно социума в целом и экономических аспектов его деятельности. Неразрывная связь HI индивидуумов с коллективным интеллектом наглядно проявляется на всех его уровнях: обучения, формирования личности, использования накопленных социумом знаний, творчества и многих других.

Различные уровни любых носителей интеллекта (людей, живых организмов, разных видов социума, технических устройств и систем) в обобщенном виде показаны на рис. 6. Вложенные качества интеллектуальных агентов отражают в том числе историю развития их исследований. На последовательных уровнях интеллекта его фундаментальные качества, перечисленные в § 1 первой части обзора [7], могут наполняться разным содержанием – например, от цели, заданной извне роботу или ИНС, к неупорядоченным, но целенаправленным действиям роя, стремлению к цели животных либо «умных» логистических схем и, далее, к осознанному автономному целеполаганию и его адаптивному редактированию творческой личностью.

### Виды и характерные признаки распределенного интеллекта

Виды РИ	Назначение	Структура	Уровень «шума»	Объем нового знания
Роевой интеллект (общественные насекомые, рыбы, птицы и др.)	Коллективное выживание	Слабая	Высокий	+
«Социальный» РИ общественных животных	Выживание, коллективное функционирование	Иерархия	Любой	++
Crowd wisdom человеческих сообществ (толпа, биржа, рынок, электорат)	Оптимизация коллективного функционирования	Слабая	Высокий	+
«Эволюционный РИ» биологических видов	Приспособление и выживание вида	Слабая	Высокий	?
Компьютерная имитация роевого интеллекта: агентные модели, NIMs	Воспроизведение динамики «природного» РИ, оптимизация вычислений	Фиксированная	Задается	?
ИИ искусственных социальных систем (формаций аппаратов и др.)	Оптимизация коллективного функционирования	Задается	Любой	?
РИ малых групп	Принятие решений	Слабая	Низкий	++
Комбинированные системы «человек – компьютер», программные средства «мозгового штурма»	Принятие решений, поиск новой информации, коллективное творчество	Фиксированная	Задается	++++
РИ организационных систем	Поддержка всех процессов функционирования социума	Иерархия	Низкий	+++
Emergent intelligence систем крупного масштаба (транспорт, логистика, городское хозяйство и др.)	Оптимизация хозяйственной деятельности, решение поставленных задач	Сложная иерархия	Средний	++
РИ в экономике, политике и военном деле	Оптимизация коллективного функционирования, решение поставленных задач	Иерархия; сложная иерархия	Любой	+++
Большие системы уровня государства и выше (история, культура, цивилизации)	Выживание; технический и социальный прогресс	Сложная, слабо упорядочена	Переменный	++++
Гипотетический «всемирный интеллект» (Global Brain)	Оптимизация функционирования человечества как системы	Скорее неизвестна	Переменный	?

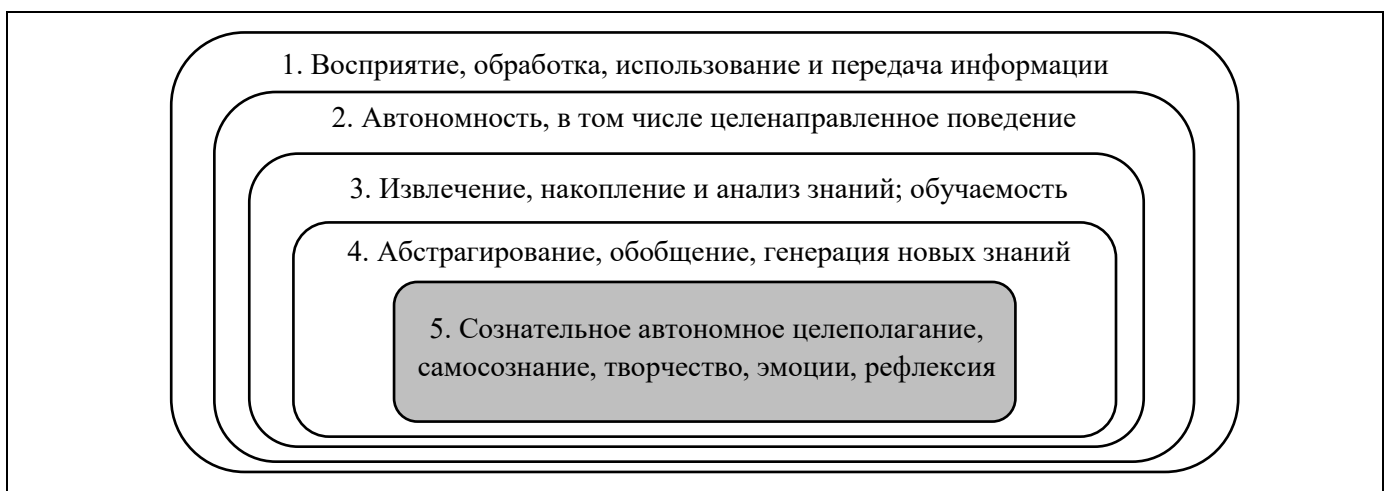


Рис. 6. Общие «уровни интеллектуальности» [82, 83]



Внешнему контуру диаграммы на рис. 6 соответствуют возможности технических устройств и САУ – в том числе таких, которые за пределами специальных прикладных дисциплин не считаются интеллектуальными. На остальные уровни распространяются разные типы интеллекта, включая ИИ или РИ в комбинации с ИИ. В области искусственного интеллекта на сегодняшний день преобладают системы третьего уровня, сейчас массового и интенсивно развивающегося. Некоторые успехи есть на четвертом уровне, но пятый пока является мечтой – т. е. внутренняя затененная область еще остается суверенной территорией человеческого интеллекта.

В области РИ к интеллектуальным иногда относят системы уже второго уровня, демонстрирующие эмерджентные (сверхаддитивные) свойства в результате взаимодействий множества агентов: расширение углового обзора косяка рыб, муравьиные тропинки, «мудрость толпы» как усреднение оценок и др. К третьему уровню здесь можно отнести мультиагентные системы распределенного решения задач (ЕИ, рутинные действия ОС), которые не только повышают эффективность обработки информации благодаря взаимодействию агентов, но и способны извлекать новые знания и обучаться. Наконец, коллективный человеческий интеллект как высокоразвитая форма РИ при относительно регламентированных взаимодействиях и «дозированных» нарушениях структуры (многие организационные системы, в том числе сетевая экспертиза, мозговой штурм и др.), непосредственно использует творческие способности человека (пятый уровень).

Характерной чертой распределенного интеллекта в человеческом социуме является целенаправленное усиление всех качеств, составляющих «ядро» интеллектуальной деятельности людей (центральный блок<sup>6</sup> на рис. 6). На данном уровне индивидуальный и коллективный интеллект неразделимы (образование, организация творческой деятельности, культура, цивилизация) и должны рассматриваться в едином контексте. По этим причинам классификация и формализация всех известных видов РИ сохраняет большую актуальность. В структурированных подсистемах социума распределенный интеллект реализуется как эмерджентное качество «ансамбля» индивидуальных интеллектов – в последние десятилетия

также с использованием ИИ. Отсюда следует необходимость совместно анализировать все виды интеллекта с единых позиций.

Перечислим факторы, которые наиболее очевидно коррелируют с наличием РИ у социальных систем (включая искусственные системы) и с его эффективностью. В той или иной степени эти факторы проявляются в коллективной динамике всех рассмотренных нами МСС; эффективность РИ определяется их совокупным действием. (В то же время наличие лидера, составление планов, достижение консенсуса и ряд других особенностей динамики «человеческих» ОС не имеют столь же общего характера и сводятся к некоторым определенным комбинациям ключевых компонентов РИ.) В этом смысле можно надеяться, что данный список избыточен и достаточно полон:

1. Мультиагентный характер системы, наличие связей между автономными агентами.
2. Плотность и интенсивность межагентных связей.
3. Индивидуальные когнитивные возможности агентов.
4. Структура системы и упорядоченная динамика агентов.
5. Флуктуации структуры и динамики системы, воздействие внешней среды.
6. Отражение, свертывание и запись информации.

Перечисленные признаки характерны для любых «умных» систем, включая индивидуальный интеллект (где, как не раз отмечалось в литературе по ИИ и РИ в XX в., в роли взаимосвязанных элементов выступают нейроны мозга), ИНС и NIMs. Фундаментальным проявлением интеллекта мультиагентной системы является «коллективная рациональность», не обязательно включающая индивидуальное осмысливание объективной цели. Совместное стремление к цели, не осознаваемой участниками процесса, характерно для всех достаточно больших и сложных систем, объективные потребности которых недоступны для понимания индивидуальных агентов – включая массовые политические и социальные события.

Наличие индивидуального интеллекта (п. 3), при всей его очевидности для МСС, состоящих из людей, не является обязательным условием: роевой РИ насекомых складывается из особей с низкими когнитивными возможностями. В разных сочетаниях со структурой и элементами стохастической динамики индивидуальный интеллект агентов может как размываться (уличная толпа), так и усиливаться в рамках поставленных задач (группы экспертов, действия экономических субъектов и др.).

<sup>6</sup> Такие общие понятия, как *образование, культура, наука, цивилизация* и многие другие, фактически представляют собой метафоры, обозначающие разные проявления коллективного интеллекта больших систем.



Четвертый и пятый факторы, т. е. упорядоченная структура и ее нарушения, формально противоречат друг другу, однако они реализуются вместе в большом числе рассмотренных здесь «интеллектуальных» систем (пример – схемы мозгового штурма и других форм коллективной творческой деятельности [38, 43]). Наконец, средством свертывания информации (как необходимого условия обработки бесконечного объема данных) и ее записи (п. 6) служат динамические «образы» внешнего воздействия, воспринимаемые элементами МСС. Отпечатками внешних воздействий в разных системах могут быть «блоки» сознания [84], участки коры головного мозга [85], муравьиные тропинки (см. рис. 8, а, в в первой части обзора [7]), этические нормы в обществе [56, 57], комплексные оценки [54], а также механизмы управления ОС [47, 48] и многие другие сущности. Всеми этими факторами определяется механизм обработки и эффективного использования информации в разных видах МСС, т. е. в рассмотренных здесь разновидностях РИ.

Рациональность индивидуального поведения людей возрастает с сокращением возможностей выбора (переход улицы на зеленый свет, биржевая торговля с фиксированной ценой акций) и становится «ограниченной» при выборе из многих возможностей (попытка пересечь улицу на красный свет, торги при высокой волатильности цен). Рациональность коллективной динамики системы также увеличивается при ограничении набора возможных действий агентов и при наличии «библиотеки» стандартных реакций на внешние воздействия (*пожар в театре*<sup>7</sup>). Можно предположить, что за всеми многообразными проявлениями интеллекта – как индивидуального, так и распределенного – скрывается единый механизм восприятия внешних воздействий «умным» агентом, основанный на структурировании их признаков.

Модель «интеллектуального» восприятия и обработки информации, предложенная в работе [86], ставит в соответствие внешнему воздействию конечную комбинацию блоков (модулей), каждый из которых отражает определенную характеристику, или *качество*, объекта. «Отпечаток» воздействия в восприятии агента представляется взвешенной суммой

$$\xi_i = \sum_{j=1}^n w_j m_j^{(i)},$$

где  $\{m_j^{(i)}\}$  – модули, формирующие образ  $\xi_i$ ,  $\{w_j \in [0, 1]\}$  – их весовые коэффициенты. Комбинация нескольких качеств задает образ объекта подобно слову в иероглифической письменности. Эта схема позволяет весьма экономно представить неограниченное число внешних воздействий небольшими ( $n < 10$ ) комбинациями модулей при разумном размере библиотеки  $N \sim 1000$  (отражающими технические ограничения человеческой памяти) и воспроизводит рождение новой информации как построение новой комбинации имеющихся модулей для не встречавшегося ранее объекта.

Модульная структура образа внешних воздействий естественно распространяется на проявления распределенного интеллекта мультиагентных социальных систем. В случае ОС функцию блоков в модульной интерпретации внешних воздействий выполняют служебные инструкции и нормативы. В роли «блочного» образа выступают действия персонала по инструкциям, корректировке образа в изменившихся условиях с заменой блоков соответствует поиск лучшей комбинации доступных действий, а запоминанию новой информации – дополнение и изменение инструкций. В «живых» МСС с более примитивными агентами также можно выделить модули, направляющие коллективную динамику и изменяющиеся при варьировании обстановки: танцы пчел в улье, тропинки муравьев, воспроизводимые режимы перемещения особей в стае и др. (см. первую часть обзора [7]).

Связь «глубины» коллективного интеллекта системы с упорядоченностью ее структуры и действий агентов иллюстрирует табл. 2. Строгая регламентация работы «идеальной комиссии» (левая колонка таблицы) является эвристикой, повышающей ее эффективность. В то же время полностью неформальная система, где сняты все ограничения (правая колонка), независимо от интеллектуального уровня ее участников, вряд ли может принять какое-либо общее решение. Неупорядоченные «человеческие» МСС или их части, структуру взаимодействий в которых можно представить полным графом, демонстрируют неспособность критически воспринимать внешние воздействия и обычно служат объектом манипулирования (уличная толпа [24], «информационные пузыри» в социальных сетях [33], основная часть электората в ходе избирательной кампании (см. [22] и др.). В то же время эффективная обработка информации

<sup>7</sup> В этом хрестоматийном социологическом примере пожар в театре, несмотря на высокий культурно-образовательный уровень большинства зрителей, грозит возникновением паники и давки. Однако находящаяся в зале рота солдат с большой вероятностью выведет всех зрителей без потерь, выполняя приказы командиров.

**Особенности функционирования некоторых модельных МСС**

«Идеальная комиссия»	Политический митинг	«Коллективный идиот»
Общие знания по специальности	Общие намерения	Ничего общего
Целевой отбор участников по критерию квалификации	Случайный отбор участников по близости настроений	Свободный вход
Сильное управление (председатель с решающим голосом)	Слабое управление	Нет управления
Формализованный обмен информацией и мнениями, исключение эмоций	Неформальный обмен мнениями и эмоциями	Случайный обмен эмоциями
Количественное сравнение значимости мнений (голосование)	Декларации мнений (призывы)	Нет формулируемых мнений
Подчинение меньшинства большинству	Неподчинение меньшинства большинству	Нет большинства
Обязательность исполнения решений	Необязательность исполнения решений	Нет решений

в ИНС и ОС непосредственно определяется их жесткой структурой. Некоторые процессы коллективного принятия решений, составляющие ядро РИ в «человеческих» системах различного масштаба, были проанализированы в статье [87]; в публикации [88] приведены результаты их идентификации для онлайн-социальных сетей.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Материал, рассмотренный в настоящем обзоре, позволяет утверждать, что проявления РИ на всех его известных уровнях обнаруживают общие черты, определяемые коллективной обработкой информации, не обязательно рефлексивной сознанием агентов. (В системах общественных насекомых, рыб и птиц, как и в природоподобных компьютерных метаэвристиках, говорить о сознании агентов не приходится – но информационное содержание массовых коллективных процессов в человеческом обществе обычно тоже не осознается их участниками.) Возможности РИ определяются интенсивностью и структурой взаимодействий между агентами, их когнитивными способностями, а также балансом степени упорядоченности системы и случайного «шума», который играет важную роль в оптимизации динамики системы. В ряде общеизвестных примеров (мозговой штурм, научная дискуссия, собрания в творческой среде и др.) «придумывание нового» стимулируется целенаправленным усилением «шума», который размывает стереотипы и повышает вероятность «озарения» (инсайта). Аналогии в проявлениях индивидуального, коллективного и искусственного интеллекта – с необходимой оговоркой об отсутствии

общепринятого определения этого феномена – указывают на перспективность анализа всех его известных форм с единых позиций.

Представленный выше анализ разных видов РИ в биологических, социальных и искусственных мультиагентных системах не только показывает однотипные формы его реализации, но и выявляет неполноту существующих формальных моделей, чем осложняется единая интерпретация данного явления. При обилии публикаций и направлений в области когнитивных наук в обсуждаемых ими аспектах интеллекта отсутствуют формальные алгоритмы «придумывания нового», т. е. создания ранее не существовавших знаний за пределами их логического вывода. Современные модели, позволяющие классифицировать этапы креативной деятельности [83], сталкиваются с необходимостью создавать математические образы объектов, не существующих внутри наличного множества знаний до исполнения некоторого творческого акта, а современная математика, по-видимому, пока не обладает развитым аппаратом для описания несуществующего. В то же время модульная модель восприятия позволяет обойти эту проблему, представляя новые образы как не использованные ранее комбинации уже известных агенту качеств внешних воздействий.

Все аспекты деятельности интеллекта в разной степени воспроизводятся в кооперативной динамике разнообразных мультиагентных систем, свидетельствуя о наличии РИ у таких систем. Обзор многочисленных форм РИ в биологических и человеческих сообществах демонстрирует как явные параллели динамики РИ с проявлениями индивидуального интеллекта, так и отсутствие эмер-





джентных эффектов рождения новой информации в его существующих теориях. Вместе с тем, такие эффекты воспроизводятся феноменологическими мультиагентными моделями, используются в современных вычислительных «природных» алгоритмах, непосредственно учитываются в СППР и других компьютерных средствах поддержки интеллектуальной деятельности людей. Задача единого формального моделирования как индивидуального, так и распределенного интеллекта представляется весьма актуальной.

**Благодарности.** Авторы выражают искреннюю признательность *д-ру техн. наук, проф. О.П. Кузнецову, канд. техн. наук А.В. Макаренко и д-ру техн. наук, проф. П.О. Скобелеву за внимательное ознакомление с рукописью и ценные конструктивные замечания.*

## ЛИТЕРАТУРА

- Новиков Д.А., Кибернетика: навигатор. История кибернетики, современное состояние, перспективы развития. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 160 с. [Novikov, D.A. Kibernetika: navigator. Istoriya kibernetiki, sovremennoe sostoyanie, perspektivy razvitiya. – Moscow: LENAND, 2016. – 160 s. (In Russian)].
- Cavens, D., Gloor, C., Illenberger, J., et al. Distributed Intelligence in Pedestrian Simulations / In: Pedestrian and Evacuation Dynamics. Ed. by Waldau N., Gattermann P., Knoflacher H., Schreckenberg M. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. – P. 201–212.
- Fu, X., Gao, H., Cai, H., et al. How to Improve Urban Intelligent Traffic? A Case Study Using Traffic Signal Timing Optimization Model Based on Swarm Intelligence Algorithm // Sensors. – 2021. – Vol. 21. – Art. no. 2631.
- Корепанов В.О. Модели рефлексивного группового поведения и управления. – М: ИПУ РАН, 2011. – 127 с. [Korepanov, V.O. Modeli refleksivnogo gruppovogo povedeniya i upravleniya. – Moscow: ICS RAS, 2011. – 127 s. (In Russian)].
- Vásárhelyi, G., Virágh, C., Somorjai, G., et al. Optimized Flocking of Autonomous Drones in Confined Environments // Science Robotics. – 2018. – Vol. 3, no. 20. – Art. no. eaat3536.
- Шуровьески Дж. Мудрость толпы. Почему вместе мы умнее, чем поодиночке, и как коллективный разум формирует бизнес, экономику, общество и государство: Пер. с англ. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007. – 304 с. [Surowiecky, J. The Wisdom of Crowds. – New York: Anchor Books, 2005. – 336 p.]
- Словохотов Ю.Л., Новиков Д.А. Распределенный интеллект мультиагентных систем. Ч. 1. Основные характеристики и простейшие формы // Проблемы управления. – 2023. – № 5. – С. 3–22. [Slovokhotov, Yu.L. and Novikov, D.A. Distributed Intelligence of Multi-Agent Systems. Part I: Basic Features and Simple Forms // Control Sciences. – 2023. – No. 5. – P. 2–17.]
- Chittka, L., Rossi, N. Social Cognition in Insects. Trends in Cognitive Sciences. – 2022. – Vol. 26, no. 7. – P. 578–592.
- Couzin, I.D. Collective Cognition in Animal Groups // Trends in Cognitive Sciences. – 2009. – Vol. 13, iss. 1. – P. 36–43.
- Springer Handbook of Robotics, 2<sup>nd</sup> Ed. Ed. by Siciliano, B., Khatib, O. Berlin: Springer-Verlag, 2015. – 2227 p.
- Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 500 с. [Polak, B.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B. Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya: uchebnoye posobiye. – Moscow: LENAND, 2019. – 500 p. (In Russian)].
- Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Д.А. Новикова. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 552 с. [Teoriya upravleniya (dopolnitel'nye glavy). Uchebnoye posobiye. Ed. by D.A. Novikov. – M.: LENAND, 2019. – 552 s. (In Russian)]
- Макаренко А.В. Глубокие нейронные сети: зарождение, становление, современное состояние // Проблемы управления – 2020. – № 2. – С. 3–19 [Makarenko, A.V. Deep Neural Networks: Origins, Development, Current Status // Control Sciences. – 2020. – No 2. – P. 3–19. (In Russian)].
- Тей А., Грибомон П., Луи Ж. и др. Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логики к логическому программированию (пер. с франц.) – М.: Мир, 1990. – 432 с. [Thayse, A., Gribomont, P., Louis, G., et al. Approche logique de l'intelligence artificielle. Tome 1: De la logique classique a la programmation logique. – Paris: Bordas Editions, 1988. – 274 p. (In French)].
- Chakraborty, A, Kar, A.K. Swarm Intelligence: A Review of Algorithms / In: Nature-Inspired Computing and Optimization: Theory and Applications. Ed. by Patnaik, S., Yang, X-S., Nakamatsu, K. – Cham: Springer, 2017. – P. 475–494.
- Kennedy, J., Eberhart, R.C., Shi, Y. Swarm Intelligence. – Burlington: Morgan Kaufman Publishers, 2001.
- Лебон Г. Психология народов и масс (пер. с франц.). – М.: АСТ, 2019. – 384 с. [Le Bon, G. Psychologie des foules. Paris: Édition Félix Alcan, 1905, 9e edition. – 192 p. (In French)].
- Ортега-и-Гассет Х. Дегуманизация искусства. Бесхребетная Испания / Восстание масс. (сб., пер. с исп.). – М.: АСТ, 2008. – С. 19–172. [Ortega y Gasset, J. La rebelión de las masas. – Madrid: Revista de Occidente, 1930. – 309 p.]
- Galton, F. Vox Populi // Nature. – 1907. – Vol. 75. – P. 450–451.
- Simoiu, C., Sumanth, C., Mysore, A., Goel, S. A Large-Scale Study of the ‘Wisdom of Crowds’. – Stanford: Stanford University, 2019. – URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/A-Large-Scale-Study-of-the-“Wisdom-of-Crowds”-Simoiu-Sumanth/23810e0888de1fa6583b35bed24f02b41a926062>.
- Helbing, D., Johansson, A. Pedestrian, Crowd and Evacuation Dynamics / In: Encyclopedia of Complexity and System Science. Ed. by Meyers, R. – New York: Springer, 2009. – P. 6476–6495.
- Словохотов Ю.Л. Физика и социофизика. Ч. 1–3. // Проблемы управления. – 2012. – № 1. – С. 2–20; № 2. – С. 2–31; № 3. – С. 2–34. [Slovokhotov, Y.L. Physics vs. Sociophysics. Parts 1–3 // Control Sciences. – 2012. – No. 1. – P. 2–20; – No. 2. – P. 2–31; No. 3, – P. 2–34. (In Russian)].
- Барабанов И.Н., Новиков Д.А. Динамические модели управления возбуждением толпы в непрерывном времени // Управление большими системами. – 2016. – Вып. 67. – С. 71–86. [Barabanov, I.N., Novikov, D.A. Continuous-Time Dynamic Models of Mob Excitation // Large-Scale Systems Control. – 2016. – No. 67. – P. 71–86. (In Russian)].
- Новиков Д.А. Модели информационного противоборства в управлении толпой // Проблемы управления. – 2015. – № 3. – С. 29–39. [Novikov, D.A. Models of Informational Confrontation in Mob Control // Control Sciences. – 2015. – No 3. – P. 29–39. (In Russian)].

25. *Wolf, R.D., Resnick, S.A.* Contending Economic Theories: Neoclassical, Keynesian, and Marxian. – Cambridge–London: MIT Press, 2012. – 425 p.
26. *Graefe, A.* Political markets / In: The SAGE Handbook of Electoral Behavior. Ed. by Arzheimer, K., Evans, J., Lewis-Beck, M.S. – New York: SAGE Publications, 2017. – 1102 p.
27. *Макафи Э. Бриньолфсон Э.* Машина, платформа, толпа. Наше цифровое будущее. – М: МИФ, 2019. – 320 с. [*McAfee, A., Brynjolfsson, E.* Machine, Platform, Crowd: Harnessing Our Digital Future. – New York: W.W. Norton & Company, 2017. – 416 p.]
28. *Becker, J., Brackbill, D., Centola, D.* Network Dynamics of Social Influence in the Wisdom of Crowds // Proc. Nat. Acad. Sci. – 2017. – Vol. 114, no. 3. – P. E5070–E5076.
29. *Михайлов А.П., Петров А.П.* Математические модели системы «человек–общество». – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2022. – 456 с. [*Mikhailov, A.P., Petrov, A.P.* Mathematical Modeling of the ‘Human–Society’ System. – Moscow: FIZMATLIT, 2022. – 456 p. (In Russian)].
30. *DeGroot, M.H.* Reaching a Consensus // J. Amer. Statist. Assoc. – 1974. – Vol. 69, no. 45. – P. 118–121.
31. *Чеботарев П.Ю.* Сетевые многоагентные системы / Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Новикова Д.А. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – С. 303–322. [*Chebotarev, P.Yu.* Multiagent Network Systems / In: Teoriya upravleniya (dopolnitel’nye glavy). Uchebnoya posobiye. Ed. by Novikov, D.A. – Moscow: LENAND, 2019. – P. 303–322. (In Russian)].
32. *Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F., Weisbuch, G.* Mixing Beliefs among Interacting Agents // Adv. Complex Systems. – 2000. – Vol. 3, no. 4. – P. 87–98.
33. *Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. 3-е изд. – М.: МЦНМО, 2018. – 224 с. [*Gubanov, D.A., Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.* Social Networks: Models of Informational Influence, Control and Contest. 3<sup>rd</sup> Ed. – Moscow: MTsNMO, 2018. – 224 p. (In Russian)].
34. *Kozitsin, I.V.* A General Framework to Link Theory and Empirics in Opinion Formation Models // Sci. Rep. – 2022. – Vol. 12, no. 5543. – P. 1–18.
35. *The Consensus Building Handbook.* Ed. by Susskind, L., McKernan, S., Thomas-Larmer, J. – London: Sage Publications, 1999. – 176 p.
36. *Hertzberg, M., Smith, R., Westphal, R., et al.,* A Consensus Handbook: Co-operative Decision-Making for Activists, Co-ops and Communities. – Lancaster: Seeds for Change Co-operative Ltd., 2016. – 226 p.
37. *Cook, J., van der Linden, S, Maibach, E.W., Lewandowsky, S.* The Consensus Handbook: Why the Scientific Consensus on Climate Change is Important. – 2018. – DOI: 10.13021/G8MM6P
38. *Wagner, C., Back, A.* Group Wisdom Support Systems: Aggregating the Insights of Many through Information Technology // Issues in Inform. Syst. – 2008. – Vol. 9, no. 2. – P. 343–350.
39. *Сидельников Ю.В.* Четырехэтапная мозговая атака // Проблемы управления. – 2014. – № 1. – С. 36–44. [*Sidelnikov, Yu.V.* Four-Stage Brainstorm // Control Sciences. – 2014. – No. 1. – P. 36–44. (In Russian)].
40. *Алтишуллер Г.С.* Найти идею. Введение в ТРИЗ – теорию решения изобретательских задач. 4-е изд. – М.: Альпина Паблишерз, 2011. – 400 с. [*Altshuler, G.S.* Najti ideyu. Vvedenie v TRIZ^ teoriyu resheniya izobretatel’skikh zadach. 4<sup>th</sup> Ed. – Moscow: Alpina Publishers, 2011. – 400 p. (In Russian)].
41. *МакКоннелл Дж.* Основы современных алгоритмов. – М.: Техносфера, 2004. – 368 с. [*McConnell, J.J.* Analysis of Algorithms: An Active Learning Approach. – Boston: Jones & Bartlett Publishers, 2001. – 297 p.]
42. *Губанов Д.А., Коргин Н.А., Новиков Д.А., Райков А.Н.* Сетевая экспертиза. – М.: Эгвес, 2011. – 166 с. [*Gubanov, D.A., Korgin, N.A., Novikov, D.A., Raikov, A.N.* Setevaya ekspertiza. – Moscow: Egves, 2011. – 166 p. (In Russian)].
43. *O’Bryan, L., Beier, M., Salas, E.* How Approaches to Animal Swarm Intelligence Can Improve the Study of Collective Intelligence in Human Teams // J. Intel. – 2020. – Vol. 8, no. 9. – P. 1–18.
44. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Модели технологий. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 160 с. [*Belov, M.V., Novikov, D.A.* Models of Technologies. – Moscow: LENAND, 2019. – 160 p. (In Russian)].
45. *Myerson, R.B.* Game Theory: Analysis of Conflict. – Harvard University Press, 2013. – 584 p.
46. *Новиков Д.А.* Ограниченная рациональность и управление // Математическая теория игр и ее приложения. – 2022. – Т. 14, вып. 1. – С. 49–84. [*Novikov, D.A.* Bounded Rationality and Control // Matematicheskaya teoriya igr I ee prilozheniya. – 2022. – Vol. 14, no 1. – P. 49–84. (In Russian)].
47. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: Синтег, 1999. – 128 с. [*Burkov, V.N., Novikov, D.A.* The theory of active systems: state and prospects. – Moscow: Sinteg, 1999. – 128 p. (In Russian)].
48. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Теория активных систем (история развития и современное состояние) // Проблемы управления. – 2009. – № 3.1. – С. 29–35 [*Burkov, V.N., Novikov, D.A.* Active Systems Theory (History of Development and the Current State) // Control Sciences. – 2009. – No 3.1. – P. 29–35. (In Russian)].
49. *Бурков В.Н., Еналеев А.К., Коргин Н.А.* Согласованность и неманипулируемость механизмов организационного управления: текущее состояние проблемы, ретроспектива, перспективы развития теоретических исследований // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 7. – С. 5–37. [*Burkov, V.N., Enaleyev, A.K., Korgin, N.A.* Incentive Compatibility and Strategy-Proofness of Mechanisms of Organizational Behavior Control: Retrospective, State of the Art, and Prospects of Theoretical Research // Automation & Remote Control. – 2021. – Vol. 82, no 7. – P. 1119–1143].
50. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 326 с. [*Germeyev, Yu.B.* Igrы s neprotivopolozhnyimi interesami. – Moscow: Nauka, 1976. – 326 p. (In Russian)].
51. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление: математические модели. 2-е изд. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 416 с. [*Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.* Reflection and Control: Mathematical Modeling. 2<sup>nd</sup> Ed. – Moscow: LENAND, 2022 – 416 p. (In Russian)].
52. *Коргин Н.А., Новиков Д.А.* Иерархические и рефлексивные игры / Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Д.А. Новикова. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – С. 510–546. [*Korgin, N.A., Novikov, D.A.* Hierarchical



- and Reflexive Games / In: *Teoriya upravleniya (dopolnitel'nye glavy)*. Uchebnoye posobiye. Ed. by Novikov, D.A. – Moscow: LENAND, 2019. – P. 510–546. (In Russian)].
53. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 604 с. [Novikov, D.A. Control theory of organizational systems. – Moscow: FIZMATLIT, 2012. – 604 p. (In Russian)].
  54. *Бурков В.Н., Буркова И.В., Коргин Н.А., Щепкин А.В.* Модели согласованного комплексного оценивания в задачах принятия решений // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2020. – Т. 20, № 2. – С. 5–13. [Burkov, V.N., Burkova, I.V., Korgin, N.A., Shchepkin, A.V. Modeli soglasovannogo kompleksnogo otsenivaniya v zadachakh prinyatiya reshenij // Trans. of South Ural State University. – 2020. – Vol. 20, no. 2. – P. 5–13. (In Russian)].
  55. *Ерешико Ф.И., Горелов М.А.* Иерархическая структура сетевых моделей в экономике и искусственных нейронных сетей // Тенденции развития Интернет и цифровой экономики: Труды V Всероссийской с международным участием научно-практической конференции. – Симферополь – Алушта, 2022. [Yereshko, F.I., Gorelov M.A. Hierarchical Structure of Economics Network Models and Artificial Neural Networks // Tendentsii razvitiya Internet I tsifrovoj ekonomiki. Trudy V Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferentsii. – Simferopol–Alushta, 2022. (In Russian)].
  56. *Axelrod, R., Hamilton, W.D.* The Evolution of Cooperation // *Science*. – 1981. – Vol. 211. – P. 1390–1396.
  57. *Riolo, L.R., Cohen, M.D., Axelrod, R.* Evolution of Cooperation without Reciprocity // *Nature*. – 2001. – Vol. 414. – P. 441–443.
  58. *Чеботарев П.Ю., Малышев В.А., Цодиков Я.Ю.* и др. О сравнительной полезности альтруизма и эгоизма при голосовании в стохастической среде // Автоматика и телемеханика. – 2018. – Вып. 11. – С. 123–149. [Chebotarev, P.Yu., Malyshev, V.A., Tsodikov, Ya.Yu., et al. Comparative Efficiency of Altruism and Egoism as Voting Strategies in Stochastic Environment // Automation and Remote Control. – 2018. – Vol. 79, no. 11. – P. 2052–2072].
  59. *Studies in Distributed Intelligence. Urban Intelligence and Applications.* Proceedings of ICUIA. Ed. by Elhoseny, M., Yuan, X. – Cham: Springer, 2019. – 252 p.
  60. *Rzevski, G., Skobelev, P.* Emergent Intelligence in Large Scale Multi-Agent Systems // *Intern. J. of Education and Inform. Technol.* – 2007. – Vol. 1, iss. 2. – P. 64–71.
  61. *Городецкий В.И., Бухвалов О.Л., Скобелев П.О., Майоров И.В.* Современное состояние и перспективы промышленных применений многоагентных систем // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 66. – С. 94–157. [Gorodetskiy, V.I., Bukhvalov, O.L., Skobelev, P.O., Majorov, I.V. Current State and Prospects of Industrial Applications of Multi-agent Systems // Large-Scale Systems Control. – 2017. – No. 66. – P. 94–157. (In Russian)].
  62. *Грачев С.П., Жилыев А.А., Ларюхин В.Б.* и др. Методы и средства построения интеллектуальных систем для решения сложных задач адаптивного управления ресурсами в реальном времени // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 11. – С. 30–67. [Grachev, S.P., Zhilyaev, A.A., Laryukhin, V.B., et al. Methods and Tools for Developing Intelligent Systems for Solving Complex Real-Time Adaptive Resource Management Problems // Automation and Remote Control. – 2021. – Vol. 82, no. 11. – P. 1857–1885.
  63. *Rzevski, G., Skobelev, P., Zhilyaev, A.* Emergent Intelligence in Smart Ecosystems: Conflicts Resolution by Reaching Consensus in Resource Management // *Mathematics*. – 2022. – Vol. 10, no. 11. – Art. no. 1923.
  64. *Chavtam, S.* Emergent Intelligence: A Novel Computational Intelligence Technique to Solve Problems // *Proc. 11<sup>th</sup> International Conference on Agents and Artificial Intelligence*. – Prague, 2019. – Vol. 1. – P. 93–102.
  65. *Бехтерева В.М.* Коллективная рефлексология. – Петроград: Изд-во «Колос», 1921. – 432 с. [Bekhtereva, V.M. Kollektivnaya refleksologiya. – Petrograd: Kolos, 1921. – 432 p. (In Russian)].
  66. *Heylighen, F.* Distributed Intelligence Technologies: Present and Future Applications / In: *The Future Information Society: Social and Technological Problems (World Scientific Information Studies)*. Ed. by Hofkirchner, W., Burgin, M. – New Jersey: World Scientific Pub Co Inc., 2017. – P. 179–212.
  67. *Kyriazis, M.* Systems Neuroscience in Focus: From the Human Brain to the Global Brain? // *Frontiers in Systems Neuroscience*. February. – 2015. – Vol. 9. – Art. no. 7.
  68. *Де Валь Ф.* Политика у шимпанзе: власть и секс у приматов (пер. с англ.). – М: Изд. дом ВШЭ, 2014. – 272 с. [De Waal, F. Chimpanzee Politics: Power and Sex Among Apes. 25<sup>th</sup> Ed. 2000. – Baltimore: John Hopkins University Press, 2014, 235 p.]
  69. *Олескин А.В.* Биополитика. Политический потенциал современной биологии: философские, политологические и практические аспекты. – М.: Научный мир, 2007. – 508 с. [Oleskin, A.V. Biopolitics. Political Potential of Modern Biology in Philosophy, Political Science and Practice. – Moscow: Nauchnyj mir, 2007. – 508 p. (In Russian)].
  70. *Eibl-Eibesfeld, I.* Human Ethology. – New York: Aldine De Gruyter, 2007. – 848 p.
  71. *Семечкин Н.И.* Социальная психология (2-е изд.). – М.: Юрайт, 2019. – 423 с. [Semechkin, N.I. Social Psychology, 2<sup>nd</sup> Ed. – Moscow: Yurait, 2019. – 423 p. (In Russian)].
  72. *Де Моз Л.* Психохистория (пер. с англ.). – Ростов-на-Дону: Феникс, 2000. – 512 с. [DeMause, L. Foundations of Psycho-History. – N.Y.: Creative Roots Publ., 1982. – 336 p.]
  73. *Шеллинг Т.К.* Стратегия конфликта (пер. с англ.). – М.: ИРИСЭН, 2016. – 368 с. [Shelling, T.C. The Strategy of Conflict. – Cambridge: Harvard University Press. – 1960. – 309 p.]
  74. *Caffrey, M.B. Jr.* On Wargaming: How Wargames Have Shaped History and How They May Shape the Future. – Newport: Naval War College Press, 2019. – 477 p.
  75. *Макаренко А.В., Чхартушвили А.Г., Шумов В.В.* Системный анализ и прогнозирование безопасности. – М.: ЛЕНАНД, 2022. – 216 с. [Makarenko, A.V., Chkhartishvili, A.G., Shumov, V.V. Sistemnyj analiz i prognozirovanie bezopasnosti. – Moscow: LENAND, 2022. – 216 p. (In Russian)].
  76. *Кривошеев В.Д.* (ред.). Россия и СССР в войнах XX века. Потери вооруженных сил. Статистическое исследование. – М.: ОЛМА-ПИРЕСС, 2001. – 607 с. [Krivoshcheyev, V.D. (Ed.). Rossiya i SSSR v vojnahh XX veka. Poteri vooruzhennukh sil. Statisticheskoye issledovaniye. – Moscow: OLMA PRESS. – 2001. – 607 p. (In Russian)].
  77. *Назаретян А.П.* Цивилизационные кризисы в контексте Универсальной истории. – М.: Мир, 2004. – 367 с. [Nazaretyan, A.P. Civilization Crises with Context of Big (Universal) History. – Moscow: Mir, 2004. – 367 p. (In Russian)].
  78. *Хантингтон С.* Столкновение цивилизаций (пер. с англ.). – М.: АСТ, 2017. – 640 с. [Huntington, S.P. The Clash of Civili-

- zations and the Remaking of World Order. New York: Simon & Shuster, 2007. – 368 p.]
79. *Worldometer* URL: <https://www.worldometers.info/world-population/> (дата обращения 14.11.2023). [Accessed November 14, 2023.]
80. *Култыгин В.П.* Классическая социология. – М: Наука, 2000. – 526 с. [Kultygin, V.P. Classical Sociology. – Moscow: Nauka, 2000. – 526 p. (In Russian)].
81. *Турчин П.В.* Историческая динамика: на пути к теоретической истории, 2-е изд. – М: ЛКИ, 2010. – 368 с. [Turchin, P.V. Historical Dynamics: Why States Rise and Fall. – Princeton: Princeton University Press, 2003. – 264 p.].
82. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Модели деятельности (основы математической теории деятельности). – М.: ЛЕНАНД, 2021. – 216 с. [Belov, M.V., Novikov, D.A. Models of Activity (Foundations of Activity Mathematical Theory). – Moscow: LENAND, 2021. – 216 p. (In Russian)].
83. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Структура креативной деятельности // Проблемы управления. – 2021. – № 5. – С. 20–33. [Belov, M.V., Novikov, D.A. The Structure of Creative Activity // Control Sciences. – 2021. – No. 5. – P. 17–28.]
84. *Fodor, J.A.* The Modularity of Mind. – Cambridge: MIT Press, 1983. – 158 p.
85. *Ohlsson, S.* Information-Processing Explanations of Insight and Related Phenomena / In: Advances in the Psychology of Thinking. Ed by Keane, M.T. and Gilhooly, K.J. – New York: Harvester Wheatsheaf, 1992. – P. 1–44.
86. *Slovokhotov, Y.L., Neretin, I.S.* Towards Constructing a Modular Model of Distributed Intelligence // Programming & Computer Software. – 2018. – Vol. 44, no. 6. – P. 499–507.
87. *Новиков Д.А.* Модели динамики психических и поведенческих компонент деятельности в коллективном принятии решений // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 85. – С. 206–237. [Novikov, D.A. Dynamics Models of Mental and Behavioral Components of Activity in Collective Decision-Making // Large-Scale Systems Control. – 2020. – No. 85. – P. 206–237. (In Russian)].
88. *Губанов Д.А., Новиков Д.А.* Модели совместной динамики мнений и действий в онлайн-социальных сетях. Ч. 1–3. // Проблемы управления. – 2023. – № 2. – С. 37–53; № 3. – С. 40–64; № 4. – С. 14–27. [Gubanov, D.A., Novikov, D.A. Models of Joint Dynamics of Opinions and Actions in Online Social Networks. Parts 1–3 // Control Sciences. – 2023. – No. 2. – P. 31–45; No. 3. – P. 1–54; No. 4. – P. 12–24.]

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Е. Лепским.

Поступила в редакцию 06.03.2023,  
после доработки 11.05.2023.  
Принята к публикации 22.05.2023.

**Словохотов Юрий Леонидович** – д-р хим. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
✉ [yurislovo@yandex.ru](mailto:yurislovo@yandex.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6669-6210>

**Новиков Дмитрий Александрович** – академик РАН, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,  
✉ [novikov@ipu.ru](mailto:novikov@ipu.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9314-3304>

© 2023 г. Словохотов Ю.Л., Новиков Д.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)





# DISTRIBUTED INTELLIGENCE OF MULTI-AGENT SYSTEMS.

## PART II: Collective Intelligence of Social Systems

Yu.L. Slovokhotov<sup>1,2</sup> and D.A. Novikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Department of Materials Science, Moscow State University, Moscow, Russia

✉ yurislovo@yandex.ru, ✉ novikov@ipu.ru

**Abstract.** Part II of the multi-part survey is devoted to the features and empirical characteristics of distributed intelligence (DI) as the capability of a collective agent (social system) to perceive, process, and use new information in order to achieve its goals. The implementations of DI in human social systems are considered: the crowd wisdom of unstructured communities and the collective intelligence of small groups, organizational systems (OSs), and big systems (states, peoples, and civilizations in historical time). Unlike the swarm intelligence of social insects and animals, collective intelligence in human communities is built up of individuals capable of deep information processing and creative activity. The tight links between the DI of human organizational and social systems and individual human intelligence are emphasized. The increasing contribution of AI to modern collective intelligence is illustrated by flexible resource management in real time. The factors determining the effectiveness of the DI of a multi-agent system are identified as follows: (a) the cognitive capabilities of individuals, (b) the structure of interactions between them, (c) collective goal-setting, (d) external information recording, compression, and processing, and (e) creation of new “images” of the environment and oneself in it. A modular perception model of external influences by an intellectual agent is discussed.

**Keywords:** multi-agent social systems, collective intelligence, groups, organizational systems, big systems, modular model of perception.

**Acknowledgments.** We are grateful to Prof., Dr. Sci. (Eng.) O.P. Kuznetsov, Cand. Sci. (Eng.) A.V. Makarenko, and Prof., Dr. Sci. (Eng.) P.O. Skobelev for careful reading of the manuscript and helpful remarks.

## ФОРМИРОВАНИЕ ПОКОЛЕНИЙ НОВОЙ ТЕХНИКИ КАК ЗАДАЧА О ПОКРЫТИИ МНОЖЕСТВА

С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка, Е.А. Серебрякова

**Аннотация.** Процесс развития любого предприятия предполагает совершенствование механизмов управления фирмой, позволяющих руководителю принимать управленческие решения, основываясь на достижениях науки, а не следуя интуитивным представлениям, базирующимся на его личном опыте. А это, в свою очередь, предполагает совершенствование процесса модельного обеспечения, исключающего совпадение пиков потребления ресурсов при работе над несколькими проектами. Для этой цели может применяться концепция поколения развития новой техники, формируемого из отдельных прототипов, являющихся действующими образцами, на которых можно определить некоторые особенности функционирования разрабатываемого проекта. Естественно, что не весь модельный ряд целесообразно включать в поколение развития новой техники. Именно поэтому возникает задача отбора минимально необходимого числа изделий для этих целей. Такая задача относится к классу задач о покрытии множества, полном – в том случае, когда отобранные прототипы должны обладать всем набором свойств, которыми обладает разрабатываемый модельный ряд, или частичном – в том случае, если требуется, чтобы отобранные образцы обладали только некоторым количеством свойств. Для решения обеих задач представлены точные алгоритмы и приближенные эвристические алгоритмы.

**Ключевые слова:** задача размещения, задача о полном покрытии множества, задача о частичном покрытии множества, жизненный цикл инновации, поколение развития новой техники, прототип, матрица свойств.

### ВВЕДЕНИЕ

Процесс создания и совершенствования новой техники является одним из приоритетных направлений развития Российской Федерации. Именно поэтому создание поколений новой техники предопределяет достижение определенного прогресса в области конструктивных и технологических решений, на базе которых и осуществляется их разработка [1, 2]. Применение новых решений в конструктивной и технологической сфере предполагает получение образцов новой техники, обладающих новыми функциональными свойствами. Таким образом, создание новых функциональных свойств у разрабатываемого объекта предполагает применение новых конструктивно-технологических решений [3, 4].

Но создание образцов новой техники – очень трудоемкий процесс, связанный со значительными затратами материальных, кадровых и финансовых ресурсов. Любая продуктивная идея, положенная в

основу такой разработки, будет находить свое применение в новых поколениях техники, образующих модельный ряд. Именно поэтому в технике широко используется понятие прототипа, т. е. работающего изделия, позволяющего осуществить моделирование процессов, возникающих в создаваемом новом изделии.

Но в ходе реализации любого проекта возникает проблема ресурсного обеспечения, потенциальная возможность решения которой основывается на том, что требуемые ресурсы могут быть распределены по времени в течение всего срока реализации проекта, т. е. они не требуются «все и сразу». А так как предприятие, как правило, занимается реализацией сразу нескольких проектов, то именно поэтому необходимо организовать процесс выполнения проекта таким образом, чтобы пики потребления ресурсов не совпадали с аналогичными периодами в других выполняемых проектах [5–7]. Это требует осуществлять отбор прототипов для формирования поколения новой техники, ограничиваясь неким минимально необходимым их коли-



чеством, что в какой-то мере позволяет сократить объем необходимых ресурсов.

В этом случае возникает идея решать задачу формирования поколения новой техники при помощи методов оптимизации и ставится вопрос о том, какие критерии принять в качестве оптимизационных [7, 8]. Другими словами, что же именно необходимо оптимизировать?

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Так как любая продуктивная идея, как правило, имеет продолжение, выражающееся в создании целой последовательности новых изделий, обладающих новыми функциональными свойствами, возникает вопрос о том, что можно использовать в качестве прототипа с целью разработки последующего поколения инновации. Естественно, что в основу отбора положен принцип идентичности сферы применения: трактор применяется для выполнения одного множества работ, а танк для – другого.

Наиболее ярко это может быть видно на примере развития авиационной техники. Например, советский пассажирский самолет на реактивной тяге ТУ-104, являющийся третьим в мире. В первые два года своей эксплуатации, с 1956 по 1958 г., ТУ-104 являлся единственным эксплуатирующимся реактивным пассажирским самолетом в мире из-за прекращения полетов британского De Havilland Comet летом 1956 г. и до введения в коммерческую эксплуатацию американского Boeing 707 в октябре 1958 г. Официально существовали следующие модификации самолета: ТУ-104, ТУ-104А и ТУ-104Б. Он выпускался до 1960 г., эксплуатировался до 1981 г. В дополнение к ТУ-104 был разработан самолет ТУ-124, имевший модификации ТУ-124А, ТУ-124Б, ТУ-124В. Наиболее удачная модификация ТУ-124А была вскоре преобразована в новый тип самолета ТУ-134, который также имел 19 модификаций. Самолет ТУ-134 производился до 1989 г. и находится в эксплуатации до сих пор.

Аналогичная картина и с западными образцами техники. Например, достаточно вспомнить британский De Havilland Comet – первый в мире реактивный пассажирский авиалайнер. Существовали следующие его модификации: Comet 1, Comet 1А, Comet 1ХВ, Comet 2Х и еще 12 других. Самолет выпускался до 1964 г. и находился в эксплуатации до 1997 г.

Пассажирский авиалайнер должен сочетать в себе скорость и пассажировместимость, т. е. необ-

ходимо как можно быстрее доставить максимально возможное количество пассажиров в нужную точку. Именно по этому ключевому фактору и идет отбор при формировании множества поколений новой техники данного вида.

Самым простым решением по формированию модельного ряда было бы включение в качестве прототипа всего множества уже созданных изделий. Но это несколько избыточное решение. Как правило, отдельные изделия по своим свойствам могут быть достаточно близки и, соответственно, выбирать их все в качестве прототипа нецелесообразно. Рациональнее было бы выбрать некое их число  $N$ . Таким образом, возникает первый критерий оптимизации: минимальное количество прототипов, отобранных для развития инновационного продукта.

Допустим, имеется  $N$  изделий, обладающих  $M$  свойствами. Для того чтобы описать, какими свойствами обладает каждое из изделий, введем матрицу свойств  $A$ , произвольный элемент которой  $a_{ij} = 1$  в том случае, если  $i$ -е изделие обладает  $j$ -м свойством, и  $a_{ij} = 0$  в противном случае.

Таким образом, матрица свойств  $A$  будет состоять из нулей и единиц. Если при формировании матрицы свойств использовать упорядоченное по времени создания множество изделий  $N$  (а свойства привязаны к изделию), то изделия, разработанные в более позднем периоде, как правило, обладают новыми свойствами, но теряют некоторые старые. В качестве примера можно привести классическую ситуацию, особенно ярко проявившуюся в период ликвидации чернобыльской катастрофы: применение полупроводниковой элементной базы привело к возникновению совершенно новых свойств, но противорадиационная устойчивость аппаратуры была потеряна. Именно поэтому матрица  $A$  будет иметь лентообразную структуру: элементы  $a_{ij} = 1$  будут группироваться преимущественно около главной диагонали, образуя своеобразную «ленту».

Следовательно, из экономических соображений [9] возникает задача отбора минимального количества прототипов, которые могут быть использованы для последующей разработки изделия с заданным набором свойств.

Представим эту задачу как задачу целочисленного линейного программирования с целевой функцией

$$\sum_{i=1}^N x_i \rightarrow \min \quad (1)$$

и ограничениями



$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N a_{ij} x_i &\geq y_j, \quad j = \overline{1, M}, \\ \sum_{j=1}^M y_j &= m, \\ x_i &\in \{0, 1\}; \quad i = \overline{1, N}; \\ y_j &\in \{0, 1\}; \quad j = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_i$  – двоичная переменная, равная единице в том случае, если  $i$ -е изделие отобрано в качестве прототипа, и нулю в противном случае;  $m$  – количество свойств, которым должны удовлетворять все отобранные прототипы;  $y_j$  – двоичная переменная, равная единице в том случае, если  $i$ -е изделие должно обладать этим свойством, и нулю в противном случае.

Задача (1), (2) предполагает определение минимального количества прототипов, которые будут обладать заданным количеством свойств, что как раз может послужить основой для дальнейшего развития данной инновации.

По своему характеру рассматриваемая задача очень близка к задаче о размещении объектов инфраструктуры в некоторой области, где в качестве объектов инфраструктуры выступают уже существующие изделия, а в качестве областей – свойства, которыми должны обладать отобранные прототипы [9].

При этом возможны две постановки задачи:

1. Число свойств, которым должно удовлетворять отбранное множество прототипов, должно быть равно общему числу свойств, характерному для всей совокупности изделий, т. е. должно выполняться соотношение вида

$$m = M.$$

2. Число свойств, которыми обладают отобранные прототипы, меньше или равно их общему числу, т. е. выполняется неравенство вида

$$m \leq M.$$

Задачи первого типа относятся к классу задач теории графов о полном покрытии множества, возможные алгоритмы решения которой представлены в работе [10]; задачи второго типа – к классу задач о частичном покрытии. Обе задачи являются NP-трудными.

## 2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ПОЛНОМ ПОКРЫТИИ МНОЖЕСТВА

Задача полного покрытия множества формально описывается целевой функцией (1) и ограничениями (2), из которых исключается второе ограни-

чение, т. е. задача приобретает следующий вид. Целевая функция (1) остается без изменения, а система ограничений будет записана так:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N a_{ij} x_i &\geq 1, \quad j = \overline{1, M}, \\ x_i &\in \{0, 1\}; \quad i = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (3)$$

Задача (1), (3) относится к классу задач целочисленного линейного программирования и решаться симплекс-методом уже не может.

Если проанализировать систему ограничений (3), то становится ясно, что система неравенств, приведенная в ней, представляет собой требование о том, что каждое из свойств должно соответствовать хотя бы одному из изделий.

Если некоторому свойству соответствует только одно изделие, то такое изделие будем называть уникальным.

**Утверждение 1.** Уникальные изделия должны включаться в множество отобранных прототипов в обязательном порядке.

**Доказательство.** Только уникальное изделие обладает конкретным свойством, никакое другое изделие этого свойства не имеет. Именно поэтому для того, чтобы обеспечить «покрытие» всех свойств формируемой выборкой, необходимо в эту выборку включить и данное изделие. ♦

Определить наличие уникальных изделий достаточно просто: для этого необходимо найти сумму по всем столбцам матрицы свойств. В том случае, если сумма по столбцу равна единице, то изделие, отвечающее этому свойству, является уникальным и его необходимо обязательно включить в решение.

Если же рассмотреть произведение всех неравенств, включенных в ограничения, т. е.

$$\prod_{j=1}^M \sum_{i=1}^N a_{ij} x_i \geq 1, \quad (4)$$

и раскрыть все скобки, то получится булевый многочлен степени  $M$ . В этом случае можно сформулировать следующее

**Утверждение 2.** Каждое слагаемое булевого многочлена  $M$ -й степени раскрытого выражения (4) представляет собой вариант решения поставленной задачи, удовлетворяющий ограничениям (3), но не являющийся в общем случае оптимальным решением.

**Доказательство.** Решение, которое необходимо получить, должно удовлетворять системе нестрогих неравенств (3), означающих, что каждому свойству должно соответствовать хотя бы одно изделие. Если изделие, имеющее это свойство, единственно, то ограничение будет выполняться в форме равенства и такое изделие будет уникальным. В итоге всю систему ограничений в виде нестрогих неравенств (3) можно заме-



нить одним ограничением, представляющим произведение сомножителей, описывающих набор изделий, которые будут обладать рассматриваемым свойством. Таких изделий может быть несколько. В том случае, когда ни одно из изделий не будет обладать каким-то свойством, сомножитель, соответствующий такому свойству, будет содержать одни нули, и сам будет равен нулю, а поэтому все выражение будет равно нулю, что приводит к нарушению ограничений. Действительно, выражение (4) представляет собой произведение, в котором число сомножителей равно числу свойств, которыми обладают все изделия, т. е.  $M$ . В свою очередь, каждый сомножитель представляет собой своеобразный перечень изделий, которые обладают данным свойством. Если раскрыть многочлен (4), то каждое слагаемое будет иметь степень  $M$  и описывать один из вариантов отбора. ♦

Тривиальным решением будет выбрать в качестве прототипов весь набор изделий, т. е. все  $N$ , но можно и сократить возможное число претендентов на формирование нового поколения инноваций. Это возможно в случае, если какое-то изделие будет частично удовлетворять свойствам, которые присущи и некоторым другим изделиям, которые в этом случае отбирать не нужно. Это сократит число отбираемых образцов для включения в поколение новой техники. При этом размерность решаемой задачи можно сократить на стадии подготовки данных, используя понятие уникального изделия, которому присущи свойства, отсутствующие у других изделий. Как правило, к таким изделиям относятся изделия последней разработки. Естественно, такие изделия должны включаться в решение.

Таким образом, задача заключается в отборе минимально необходимого количества прототипов, которые бы обладали всеми свойствами, соответствующими данному модельному ряду изделий. Причем таких множеств может оказаться несколько. Все они выбираются и предъявляются лицу, принимающему решение, которое определяет приемлемый вариант.

Минимальное значение целевой функции будет обеспечено в том случае, когда все ограничения в форме нестрогих неравенств будут выполняться только в виде равенств. Это будет означать, что каждое свойство реализовано только для одного изделия. Но такое на практике, как правило, не встречается, так как обычно каждое свойство характерно для нескольких изделий. Это приводит к тому, что ограничения (3) будут выполняться уже в форме строгих неравенств [10–12]. Но используя двоичный характер переменных задачи  $x_i$ , можно заменить систему неравенств на рекуррентную систему булевых уравнений, что позволяет сформулировать следующее

**Утверждение 3.** *Решение задачи (1), (3) эквивалентно решению последовательности следующих булевых уравнений:*

$$\prod_{j=1}^M \sum_{i=1}^N a_{ij} x_i = k, \quad k = 1, 2, \dots, l, \quad (5)$$

Здесь теоретически верхней границей для  $l$  будет являться значение  $l = N^M$ , т. е. вариант, соответствующий случаю, когда все  $N$  изделий обладают всеми  $M$  свойствами. Но данный случай соответствует тривиальному решению.

**Доказательство.** Знак неравенства в ограничении (3) применен потому, что в принципе возможен вариант, когда одним и тем же свойством обладает несколько изделий, и тогда выражение (3) будет выполняться как строгое неравенство. Учитывая целочисленный характер задачи можно заменить неравенство (4) на последовательность равенств (5). Раскрывая выражение (5), приходим к булеву полиному степени  $M$ . Учитывая, что каждое такое слагаемое будет описывать один из вариантов решения, с целью минимизации количества отбираемых изделий необходимо выбрать тот член полинома, который имеет наименьшее число сомножителей, но они стоят в максимальной степени. ♦

Последовательно решая уравнение (5) при различных значениях  $k$ , за конечное число итераций приходим к искомому решению.

Для решения поставленной задачи необходимо записать выражение (5) в виде полинома  $M$ -й степени. Для этой цели в выражении (4) выбирают переменную, которая чаще всего встречается и, следовательно, при раскрытии скобок в булевом полиноме будет находиться в максимально возможной степени [10, 13, 14]. В этом случае справедливо следующее

**Утверждение 4.** *Слагаемые булева полинома (5), имеющие минимальное число сомножителей, соответствуют оптимальному решению задачи (1), (3). В этом случае в таком слагаемом содержится наименьшее число переменных  $x_i$ , но каждая из них имеет максимально возможную степень.*

**Доказательство.** Каждое изделие может обладать несколькими свойствами, поэтому, отбирая изделия, которые обладают максимальным числом свойств, тем самым уменьшаем количество отбираемых изделий. ♦

На основе свойств булевых многочленов, зафиксированных в утверждениях 1–4, можно построить точный алгоритм решения задачи. Для этой цели необходимо получить развернутое выражение для полинома (4). Причем не обязательно требуется получить все множество слагаемых выражения (4) в явном виде, а необходимо получить только несколько первых слагаемых, имеющих

минимальное число сомножителей в максимальной степени. Степень каждого из сомножителей булева многочлена (4) должна быть равна числу свойств, которым должны удовлетворять отобранные образцы изделий. Каждое такое слагаемое, согласно утверждению 4, и будет являться решением рассматриваемой задачи.

При этом следует отметить, что выделение из булева многочлена первых членов, содержащих минимальное число сомножителей в максимальной степени, для задачи большой размерности достаточно трудоемкая и весьма затруднительная операция, которая до настоящего времени еще не компьютеризирована. В связи с этим предлагается эвристический алгоритм решения задачи (1), (3), который будет удобен для компьютерной реализации. Алгоритм основан на использовании утверждений 1–4 и сводится к работе с матрицей свойств.

*Предварительный шаг.* Создать матрицу свойств размерностью  $N \times M$  и заполнить ее нулями и единицами по следующему правилу: если  $i$ -е изделие обладает  $j$ -м свойством, то  $a_{ij} = 1$ , если нет – то  $a_{ij} = 0$ . При этом число строк в данной матрице будет равно числу изделий, а число столбцов – числу свойств, которыми обладают эти изделия, т. е.  $N' = N$  и  $M' = M$ , где  $N'$  и  $M'$  – вспомогательные переменные

*Шаг  $k$ .* Проверить, имеются ли в матрице свойств еще не вычеркнутые строки. Если нет, т. е.  $N' = 0$ , то решение найдено и процесс вычислений заканчивается. Если  $N' \neq 0$ , то проверяется, существует ли  $1 \leq i \leq N'$  такое, что выполняется соотношение вида

$$\sum_{j=1}^M a_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, N'}$$

Такие изделия будут уникальными и подлежат обязательному включению в отбираемое множество. Вычеркиваем  $i$ -ю строку матрицы и принимаем  $N' = N' - 1$ , а также соответствующие ей столбцы, для которых выполняется соотношение вида  $a_{ij} = 1 \quad \forall j = \overline{1, M'}$ .

В случае, если уникальных изделий нет, исходная матрица остается неизменной. По матрице (или измененной, или исходной) производится вычисление сумм по строкам и столбцам.

Находим строку с наибольшей суммой. Если таких строк несколько, то берем строку с наименьшим номером. Изделие с этим номером необходимо включить в выборку, а строки и столбцы, с ним связанные, вычеркнуть. Повторяем шаг  $k$ .

Таким образом, за конечное число итераций получаем решение поставленной задачи.

Число возможных итераций будет явно меньше числа изделий, т. е. будет выполняться соотношение  $k^{\max} < N$ . Объясняется этот факт тем, что каждое из изделий обладает несколькими свойствами, и операция вычеркивания столбцов, соответствующих этим свойствам, приводит к неявному уменьшению числа объектов. Связано это с тем, что на следующем шаге некоторое изделие, имеющее некоторое количество свойств, совпадающих со свойствами уже отобранного, не сможет попасть в выборку, так как сумма по строке, соответствующей этому изделию, либо не будет максимальной, либо вообще может быть равной нулю.

**Пример 1.** Рассмотрим применение алгоритма на конкретном примере. Пусть имеется 7 изделий, в совокупности, обладающих 20-ю свойствами, т. е.  $N = 7$ ,  $M = 20$ . Матрица свойств  $A$  приведена в табл. 1.

Необходимо отобрать некоторое количество изделий, которое бы обладало всеми 20-ю свойствами.

Таблица 1

 Матрица свойств  $A$  после выделения уникального изделия

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	$\Sigma$	
I	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
II	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
III	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
IV	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
V	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6
VI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	6
VII	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	7
$\Sigma$	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1		



Вначале продемонстрируем возможности точного алгоритма, основанного на свойствах булевых многочленов [9, 10].

С учетом сокращения размерности задачи целевая функция (1) и ее система ограничений (3) в развернутом виде могут быть записаны в следующем виде

$$\begin{aligned}
 &x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \rightarrow \min, \\
 &x_1 + x_2 \geq 1, \quad x_1 + x_2 \geq 1, \\
 &x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \quad x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\
 &x_2 + x_3 + x_4 \geq 1, \quad x_2 + x_3 + x_4 \geq 1, \\
 &x_3 + x_4 \geq 1, \quad x_4 + x_5 \geq 1, \\
 &x_4 + x_5 \geq 1, \quad x_4 + x_5 \geq 1, \\
 &x_5 + x_6 \geq 1, \quad x_5 + x_6 \geq 1, \quad x_5 + x_6 \geq 1, \\
 &x_6 + x_7 \geq 1, \quad x_6 + x_7 \geq 1, \quad x_6 + x_7 \geq 1, \\
 &x_7 \geq 1, \quad x_7 \geq 1, \quad x_7 \geq 1, \quad x_7 \geq 1.
 \end{aligned}$$

В этом случае выражение (4) может быть записано в виде

$$\begin{aligned}
 &(x_1 + x_2)^2 \times (x_1 + x_2 + x_3)^2 \times (x_2 + x_3 + x_4)^2 \times \\
 &\times (x_3 + x_4) \times (x_4 + x_5)^3 \times (x_5 + x_6)^3 \times (x_6 + x_7)^3 \times x_7^4 \geq 1.
 \end{aligned}$$

Степень многочлена равна 20, что совпадает с исходными данными. Для дальнейшего решения выбираем члены булева многочлена в максимально возможной степени. При этом следует учесть, что от каждого множителя булева многочлена необходимо взять только один член, который будет в максимальной степени. В данном случае это будут  $x_7^7$ ,  $x_2^6$ ,  $x_5^6$ ,  $x_3$ ; имеется и другой вариант выбора изделий:  $x_7^7$ ,  $x_2^6$ ,  $x_5^6$ ,  $x_4$ , т. е.:

- первый вариант: необходимо отобрать в качестве прототипов II, III, V и VII изделия;
- второй вариант: в качестве прототипов можно использовать II, IV, V и VII изделия.

Уже из этого примера становятся понятными сложности с получением решения из булевого многочлена, так как процедура выделения членов в максимальной степени будет являться трудноформализованной и достаточно сложной для программирования. В связи с этим рассмотрим применение эвристического алгоритма, изложенного выше.

*Предварительный шаг.* Построим матрицу свойств  $A$ , приведенную в табл. 1.

*Шаг 1.* Проверяем, имеются ли незачеркнутые строки в матрице свойств. Такие строки имеются. Поэтому выделяем уникальные изделия. Это изделие под номером VII, обладающее свойствами 17, 18, 19, 20, закрывает и свойства 14, 15, 16. Соответствующие столбцы и строки в табл. 1 были вычеркнуты в целях уменьшения размерности решаемой задачи. Находим суммы по строкам и столбцам. Результаты представлены в табл. 2

Находим строку с наибольшей суммой. В данном случае таких строк несколько: 2, 4, 5 и 6. Выбираем вторую строку и вычеркиваем из матрицы свойств эту строку и столбцы. Результат представлен в табл. 2.

*Шаг 2.* Проверяем, имеются ли незачеркнутые строки в матрице свойств. Такие строки имеются. Поэтому пытаемся выделить уникальные изделия. Таких изделий нет, так как отсутствуют суммы по столбцам, равные 1. Поэтому находим строки с наибольшей суммой. Это строка 5 с суммой, равной 6. Соответствующие столбцы и строки в табл. 3 были вычеркнуты в целях уменьшения размерности решаемой задачи. Находим суммы по строкам и столбцам. Результаты представлены в табл. 3.

*Шаг 3.* Проверяем, имеются ли незачеркнутые строки в матрице свойств. Такие строки имеются. Поэтому пытаемся выделить уникальные изделия. Таких изделий нет, так как отсутствуют суммы по столбцам, равные 1. Поэтому находим строки с наибольшей суммой. Таких строк две: третья и четвертая с суммой, равной 1. Включаем в выборку третье изделие. Результаты представлены в табл. 4.

Таблица 2

Матрица свойств  $A$  после первого шага

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	$\Sigma$
I	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
II	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	–
III	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
IV	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	4
V	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	6
VI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3
$\Sigma$	–	–	–	–	–	–	2	2	2	2	2	2	2	



Таблица 3

 Матрица свойств  $A$  после второго шага

	7	8	9	10	11	12	13	$\Sigma$
I	0	0	0	0	0	0	0	0
III	1	0	0	0	0	0	0	1
IV	1	1	1	1	0	0	0	1
V	0	1	1	1	1	1	1	0
VI	0	0	0	0	1	1	1	0
$\Sigma$	2	-	-	-	-	-	-	

Таблица 4

 Матрица свойств  $A$  после третьего шага

	7	$\Sigma$
I	0	0
III	1	1
IV	1	1
VI	0	0
$\Sigma$	2	

*Шаг 4.* Проверяем, имеются ли незачеркнутые строки в матрице свойств. Таких строк уже нет, т. е. решение получено. В состав представителей нового поколения техники необходимо ввести изделия II, III, V и VII. Но, как следует из предыдущего шага, другим вариантом решения будет включение в набор представителей IV изделия, т. е. еще одно множество изделий должно включать II, IV, V и VII.

Видно, что решения полностью совпали. Оба решения вполне обеспечивают представление в модельном ряде всех 20-ти свойств, которыми обладало исходное множество изделий. ♦

Но это – решение задачи о полном покрытии множества. Решение же задачи о неполном покрытии множества представляет определенные трудности, которые связаны с тем, что совершенно неясно, какие свойства в итоге будут отобраны, так как в исходной постановке это не указано. То есть отобранные прототипы должны обладать не всей совокупностью свойств, которыми обладает весь ряд изделий, а только частью из них, причем эту часть еще предстоит определить в ходе решения. Это обстоятельство препятствует применению метода последовательного приближения: вначале рассматривается задача полного покрытия множества, затем мощность множества уменьшается на единицу и решается задача о покрытии множества при данной мощности и т. д., пока не будет до-

стигнут требуемый размер покрытия. В данном случае возникает вопрос о том, какие свойства отбрасывать. Можно, конечно же, ввести предположение о том, что должны быть отброшены свойства, присущие самым ранним образцам изделий, предполагая, что в более современных образцах они в том или ином виде также реализованы или же замещаются новыми, более современными, но со схожими функциями. Но данная проблема упирается в оценку свойств изделия, ранжирования этих свойств по важности.

### 3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЧАСТИЧНОГО ПОКРЫТИЯ

Рассмотрим задачу частичного покрытия двудольного графа. Для этого определим двудольный граф  $G(X, Y, W)$ , где  $X$  – множество вершин первого слоя (изделия),  $Y$  – множество вершин второго слоя (свойства),  $W$  – множество дуг. Дуга  $(i, j) \in W$  в том случае, если изделие  $i$  обладает свойством  $j$ . Обозначим  $A \subseteq X$  подмножество  $X$ ,  $B(A) \subseteq Y$  подмножество  $Y$ , содержащее все вершины, смежные с  $A$ . Можно сказать, что  $A$  покрывает  $B(A)$ , или множество изделий  $A$  обладает в совокупности свойствами  $B(A)$ .

Задачу о частичном покрытии сформулируем так: определить множество  $A$  минимальной мощности такое, что  $|B(A)| \geq m$ .

Заметим, что если  $m = M$ , то получаем известную задачу о покрытии двудольного графа.

Эвристический (жадный) алгоритм (оценка сверху) будет таким.

*Шаг 1.* Определяем  $i_1 \in X$  максимальной степени. Удаляем ее и множество  $Y_1 \in Y$  всех вершин, смежных с  $i_1$ . Если  $|Y_1| \geq m$ , задача решена. Если нет, переходим к следующему шагу.

*Шаг k.* Определяем  $i_k$  максимальной степени. Удаляем ее и множество  $Y_k \in Y$  всех вершин,

смежных с  $i_k$ . Если  $\left| \bigcup_{s=1}^k Y_s \right| \geq m$ , задача решена. Если нет, переходим к следующему шагу.

Очевидно, что за конечное число шагов (не более  $m$ ) задача будет решена. Полученное решение дает верхнюю оценку  $H_B$ .

**Пример 2.** Рассмотрим граф (рис. 1). Примем  $m = 8$ , т. е. речь идет о полном покрытии.

*Шаг 1.* Вершина  $3 \in X$  имеет максимальную степень. Удаляем ее и вершины 3, 4, 5, 6, смежные с ней.

*Шаг 2.* Оставшийся граф приведен на рис. 2. Здесь решение очевидно. Берем все вершины 1, 2, 3, 4, 5. Имеем  $A = (1, 2, 3, 4, 5)$ ,  $\|A\| = 5$ . ♦

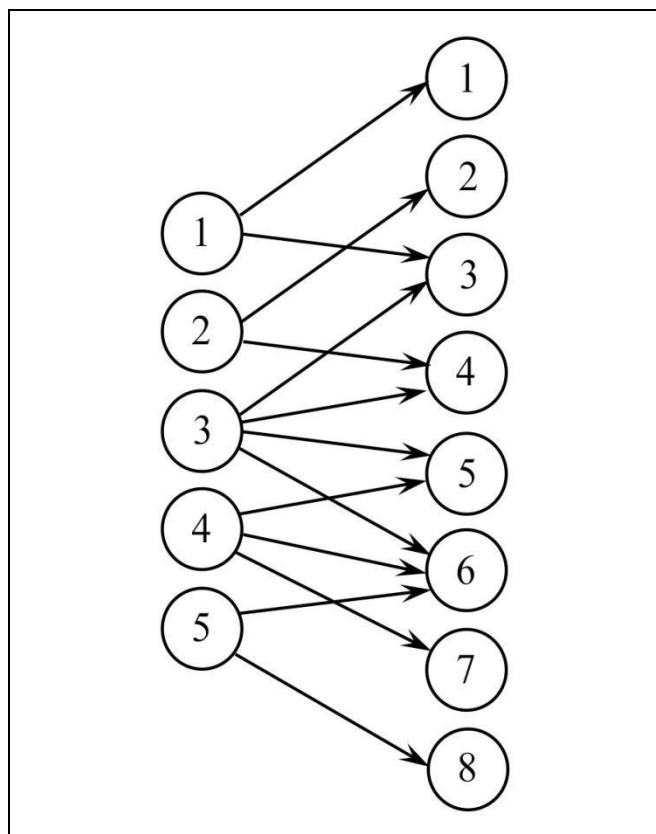


Рис. 1. Граф, рассматриваемый в примере 2

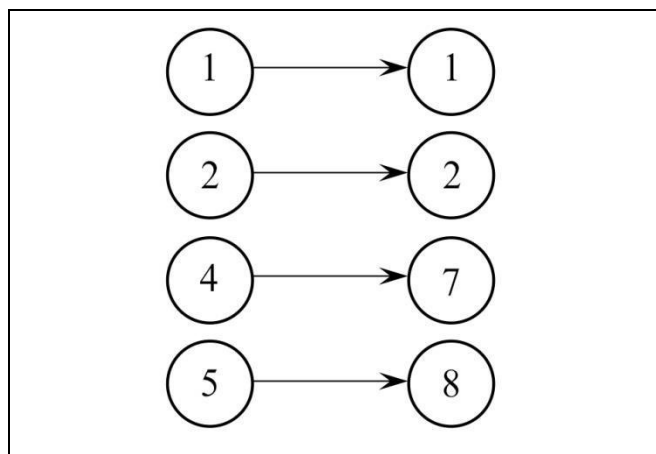


Рис. 2. Граф на втором шаге жадного алгоритма

#### 4. МЕТОД СЕТЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ (ОЦЕНКА СНИЗУ)

Для получения нижней оценки применим метод сетевого программирования [15].

Сформулируем обобщенную двойственную задачу. На рис. 3 приведено сетевое представление первой задачи.

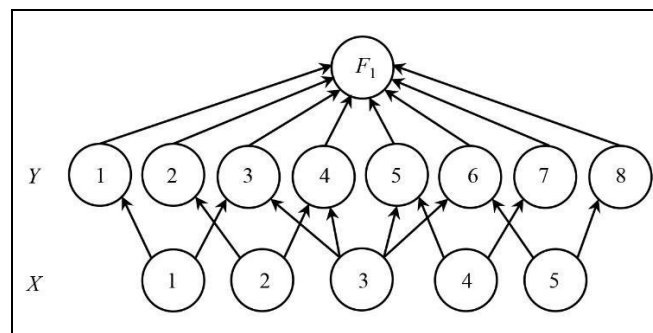


Рис. 3. Сетевое представление задачи

Согласно методу сетевого программирования полагаем вес каждой дуги  $(i, j)$ ,  $i \in X, j \in Y$ , равным  $l_{ij}$ , где  $l_{ij}$  – произвольные неотрицательные числа такие, что

$$\sum_{j \in P_i} l_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, N}.$$

Здесь  $P_i$  – множество дуг, исходящих из вершины  $i \in X$ .

Получаем  $M$  оценочных задач

$$L_i(x) = \min \sum_{i \in Q_j} x_i l_{ij}$$

при ограничениях  $x_i = (0, 1)$

$$\sum_{i \in Q_j} x_i \geq 1,$$

где  $Q_j$  – множество дуг, заходящих из вершины  $j \in Y$ .

Решения этих задач имеют вид

$$y_j = \min_{i \in Q_j} l_{ij}, \quad j = \overline{1, M}.$$

Упорядочим  $y_j$  по возрастанию, т. е.

$$y_{j1} \leq y_{j2} \leq \dots \leq y_{jm}.$$

**Теорема 1. Величина**

$$H(y) = \sum_{k=1}^m y_{jk} \quad (6)$$

дает нижнюю оценку для исходной задачи.

Данная теорема является частным случаем общей теоремы теории сетевого программирования [15].

Сформулируем обобщенную двойственную задачу (ОДЗ): определить  $(l_{ij})$ , максимизирующие оценку (6).

**Пример 3.** Рассмотрим граф, изображенный на рис. 1. Значения  $l_{ij}$  приведены в табл. 5.

Исходные данные для обобщенной двойственной задачи

$i$	1		2		3				4		5	
$(i, j)$	(1, 1)	(1, 3)	(2, 2)	(2, 4)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	(4, 5)	(4, 7)	(5, 6)	(5, 8)
$l_{ij}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

Имеем

$$y_1 = \frac{3}{4}, y_2 = \frac{3}{4}, y_3 = \frac{1}{4}, y_4 = \frac{1}{4}, y_5 = \frac{1}{4},$$

$$y_6 = \frac{1}{4}, y_7 = \frac{3}{4}, y_8 = \frac{3}{4}, H_H = 4.$$

Заметим, что если взять  $m = 7$ , то получим  $H(y) = 3\frac{1}{4}$ , но с учетом целочисленности  $F_1(x)$  оценка будет также 4.

Полученную оценку можно использовать в методе ветвей и границ. ♦

Рассмотрим алгоритм решения задачи, основанный на методе перебора, который можно применить при небольших значениях  $N$  для решения поставленной задачи. Для этого определяем отрезок  $[H_H; H_B - 1]$  длины  $q = H_B - H_H - 1$ . Делим этот отрезок на две части  $r = \frac{1}{2}q$  (если  $q$  четное) или  $r = \frac{1}{2}q$  и  $r = \frac{1}{2}q + 1$  (если  $q$  нечетное). Проверяем все сочетания из  $N$  по  $r$ . Возможны два варианта.

• Найдется сочетание  $A$  такое, что  $B(A) \geq m$ . В этом случае делим отрезок  $[r - 1; H_H]$  на две части и повторяем процедуру.

• Не найдется такого сочетания, что  $B(A) \geq m$ . В этом случае делим на две части отрезок  $[r; H_H - 1]$  и повторяем процедуру. За конечное число шагов будет получено оптимальное решение. Для графа из примера 1 это будут  $H_B = 5, H_H = 4$ . Поэтому достаточно проверить сочетания из 5 и 4, число которых равно 5. Находим оптимальное решение  $A = (1, 2, 7, 8)$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были рассмотрены возможные способы решения задачи об отборе образцов для формирования поколения новой техники. В основу приведенных алгоритмов положена задача о покрытии множества. Приведены алгоритмы решения задач о полном и частичном покрытии множества.

Недостатком данной постановки является тот факт, что все свойства, которыми обладают изде-

лия, являются равнозначными, что, естественно, на практике не соответствует действительности. Было бы правильным учесть важность каждого из свойств, но здесь приходится сталкиваться тем, что важность свойств будет сильно зависеть от целевой аудитории, на которую ориентировано исследование: для разработчиков инновации важен один набор свойств, а для потребителя – другой.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Асатурова Ю.М., Хватова Т.Ю. Повышение инновационной активности предприятий в условиях дефицита финансов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. – 2019. – Т. 12, № 1. – С. 132–145. [Asaturova, Yu.M., Khvatova, T.Y. Improving Innovative Activity of Enterprises in Conditions of Financial Deficit / St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Economics. – 2019. – Vol. 12, no. 1. – P. 132–145. (In Russian)]
2. Курочка П.Н., Череди́ченко Н.Д. Задачи ресурсного планирования в строительном проекте // Труды XII всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014). – Москва, 2014. – С. 4745–4753. [Kurochka, P.N., Cherednichenko, N.D. Zadachi resursnogo planirovaniya v stroitel'nom proekte. / Trudy XII vserossijskogo soveshchaniya po problemam upravleniya (VSPU-2014). – Moscow, 2014. – S. 4745–4753. (In Russian)]
3. Новиков Д.А., Иващенко А.А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. – М.: КомКнига, 2006. – 332 с. [Novikov, D.A., Ivashchenko, A.A. Modeli i metody organizacionnogo upravleniya innovacionnym razvitiem firmy. – M.: KomKniga, 2006. – 332 s. (In Russian)]
4. Белов М.В. Оптимальное управление жизненными циклами сложных изделий, объектов, систем // Проблемы управления. – 2022. – № 1. – С. 19–32. [Belov, M.V. Optimal Control of the Life Cycle of Complex Systems / Control Sciences. – 2022. – No. 1. – P. 15–26.]
5. Курочка П.Н., Сеферов Г.Г. Модель управления объемами незавершенного производства при произвольной связи между работами проекта // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2011. – Т. 7, № 4. – С. 178–182. [Kurochka, P.N., Seferov, G.G. Model' upravleniya ob'emami nezavershennogo proizvodstva pri proizvol'noj svyazi mezhdru rabotami projekta // Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. – 2011. – Vol. 7, no. 4. – S. 178–182. (In Russian)]





6. *Barkalov, S.A., Kurochka, P.N.* Model for determining the term of execution of subcontract works // Proceedings of 2017 tenth international conference "Management of large-scale system development (MLSD)". – Moscow, 2017. – DOI: 10.1109/MLSD.2017.8109598.
7. *Moncef, E.* Stochastic calculus in a risk model with stochastic return on investments / *Stochastics*. – 2021. – Vol. 93. – P. 110–129.
8. *Fox, W.P., Burks, R.* Mathematical programming: linear, integer, and nonlinear optimization in military decision-making / In: *Applications of Operations Research and Management Science for Military Decision Making*. – New York: Springer, 2019. – P. 137–191.
9. *Knight, F.* Risk, Uncertainty and Profit. – Boston and New York: Houghton Mifflin, 1921. – 381 p.
10. *Кофман А., Анри-Лабордер А.* Методы и модели исследования операций. – М.: Мир, 1977. – 432 с. [*Kofman, A., Anri-Laborder, A.* Metody i modeli issledovaniya operacij. – М.: Mir, 1977. – 432 s. (In Russian)]
11. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 435 с. [*Christofides, N.* Graph theory : an algorithmic approach. – London: Academic Press, 1975. – 400 p.]
12. *Селезнева И.Е., Клочков В.В., Егосин С.Ф.* Математическая модель межотраслевой координации стратегий развития (на примере здравоохранения и авиастроения) // *Управление большими системами*. – 2022. – Вып. 99. – С. 57–80. [*Selezneva, I.E., Klochkov, V.V., Egoshin, S.F.* Mathematical Model of Intersectoral Coordination of Development Strategies (on the Example of Healthcare and Aircraft Industry) // *Large-Scale System Control*. – 2022. – Iss. 99. – P. 57–80. (In Russian)]
13. *Медведев С.Н.* Жадные и адаптивный алгоритмы решения задачи маршрутизации транспортных средств с несколькими центрами с чередованием объектов // *Автоматика и телемеханика*. – 2023. – Вып. 3. – С. 139–168. [*Medvedev, S.N.* Greedy and Adaptive Algorithms for Multi-Depot Vehicle Routing with Object Alternation // *Automation and Remote Control*. – 2023. – Vol 84, iss. 3. – P. 341–364.]
14. *Дранко О.И.* Модель финансового прогнозирования и сценарии внутренних инвестиций // *Проблемы управления*. – 2007. – № 1. – С. 37–40. [*Dranko, O.I.* A Financial Prediction

Model and Home Investment Scenarios // *Control Sciences*. – 2007. – No. 1. – P. 37–40. (In Russian)]

15. *Бурков В.Н., Буркова И.В.* Задачи дихотомической оптимизации. – М.: Радио и связь, 2003. – 156 с. [*Burkov, V.N., Burkova, I.V.* Zadachi dihotomicheskoy optimizacii. – М.: Radio i svyaz', 2003. – 156 s. (In Russian)]

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Лазаревым.*

*Поступила в редакцию 22.05.2023,  
после доработки 29.10.2023.  
Принята к публикации 30.10.2023.*

**Баркалов Сергей Алексеевич** – д-р техн. наук, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж  
✉ bsa610@yandex.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6183-3004>

**Бурков Владимир Николаевич** – д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,  
✉ vlab17@bk.ru,  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6633-3762>

**Курочка Павел Николаевич** – д-р техн. наук, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж  
✉ kpn55@ramler.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4945-9552>

**Серебрякова Елена Анатольевна** – канд. экон. наук, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж  
✉ sea-parish@mail.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5129-246X>

© 2023 г. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Курочка П.Н., Серебрякова Е.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## FORMING THE GENERATIONS OF NEW TECHNOLOGICAL PRODUCTS AS A SET COVERING PROBLEM

S.A. Barkalov<sup>1</sup>, V.N. Burkov<sup>2</sup>, P.N. Kurochka<sup>3</sup>, and E.A. Serebryakova<sup>4</sup>

<sup>1,3,4</sup>Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

<sup>2</sup>Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>1</sup>✉ bsa610@yandex.ru, <sup>2</sup>✉ vlab17@bk.ru, <sup>3</sup>✉ kpn55@ramler.ru, <sup>4</sup>✉ sea-parish@mail.ru

**Abstract.** The development of any enterprise implies improving its control mechanisms for the manager to make decisions based on the achievements of science rather than intuitive ideas of his (or her) personal experience. It is necessary to improve the model-building process in order to eliminate the coinciding peaks of resource consumption when working on multiple projects. For this purpose, the concept of a generation of new technological products can be adopted: a new product is formed from separate prototypes (operating models), which can serve to determine some features of the project under development. Naturally, it is unreasonable to include the entire model range in the generation of new technological products: one should select the minimum number of prototypes required. This problem belongs to the class of set covering problems: complete covering (when the selected prototypes must possess the entire set of properties possessed by the model series under development) or partial covering (when the selected prototypes must possess only some of these properties). Exact algorithms and approximate heuristic algorithms are presented to solve both problems.

**Keywords:** placement problem, complete set covering problem, partial set covering problem, innovation lifecycle, generation of new technological products, prototype, properties matrix.

# НЕЧЕТКАЯ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА С ХОЛОДНЫМ СТАРТОМ ДЛЯ ВЫБОРА ТРАЕКТОРИИ ОБУЧЕНИЯ

П.А. Головинский, А.О. Шаталова

**Аннотация.** Рассмотрены подходы к решению проблемы выбора образовательной траектории и определены преимущества использования рекомендательных систем для ее решения. Сформулирована задача холодного старта рекомендательных систем и выбран способ ее решения, основанный на создании гибридной рекомендательной системы, объединяющей нечеткую экспертную систему на основе правил и рекомендательную систему с использованием нечеткой совместной фильтрации. Общий подход реализуется применительно к проблеме выбора направления обучения на этапе поступления в высшее учебное заведение. В качестве исходных данных используется модифицированный тест Климова на выбор профессии. Приведены правила оценивания метрик и близости нечетких треугольных данных. На основе принятого нечеткого представления описываются алгоритмы нечеткой экспертной системы и нечеткой рекомендательной системы с совместной фильтрацией. Комбинация двух подходов достигается путем генерации псевдоданных с помощью экспертной системы. Это позволяет решить задачу холодного старта и получить рекомендательную систему, качество которой постепенно улучшается благодаря подстановке значений из реальных запросов пользователей в базу данных. Тестирование программ, реализующих предложенные алгоритмы, подтвердило работоспособность построенной системы нечетких рекомендаций.

**Ключевые слова:** экспертная система, рекомендательная система, нечеткое описание, нечеткая метрика, совместная фильтрация, холодный старт, траектория обучения.

## ВВЕДЕНИЕ

Рекомендательные системы призваны быть советчиками в принятии решений, когда предстоит сделать выбор из многих альтернатив на основе анализа поведения других лиц, делавших выбор в подобных условиях [1]. Рекомендательная система подбирает и предлагает пользователю решения на основании имеющихся знаний о пользователе, пространстве решений и взаимодействии пользователя и пространства решений. Тем самым выбор решения определяется как свойствами пользователя, так и свойствами предлагаемых альтернатив. Алгоритмы таких систем отличаются по типу данных, на основе которых они формируют рекомендации. Методы, реализация которых связана с использованием данных о предыдущем применении системы, называются совместной фильтрацией. При совместной (коллоборативной) фильтрации определяется близкая группа пользователей, имеющая те же частные предпочтения, что и текущие предпочтения конкретного пользователя. Далее предпочтения пользователя расширяются до полного набора предпочтений всей близкой группы.

Контентная фильтрация опирается на метаданные, т. е. описания объектов из каталога пользователя. В зависимости от алгоритма система может формировать рекомендации путем подбора объектов, аналогичных тем, которые выбирались пользователем ранее, путем сопоставления объектов с данными из пользовательского профиля либо путем поиска схожих объектов из всего контента. Фактически цель разработки рекомендательных систем состоит в создании инструментов, позволяющих сделать выбор, максимально учитывающий предпочтения пользователя на основе данных [2]. Учитывая роль, которую в процессе выбора могут играть также психологические факторы, задача создания совершенных рекомендательных систем не только представляет несомненный интерес, но и сопряжена с преодолением существенных трудностей.

Формальная постановка задачи выглядит следующим образом. Пусть имеется множество пользователей и множество объектов. Для множества пользователей известна матрица предпочтений при выборе объектов. Задача рекомендательной системы – заполнить недостающие значения в векторе

предпочтений исследуемого пользователя, основываясь на анализе имеющихся данных матрицы рейтинга объектов для всего множества пользователей. Таким образом, в техническом отношении нужны инструменты, позволяющие заполнить пропуски в матрице. Для этого существуют различные алгоритмы [3–5], в том числе исследующие дополнительные данные об объектах и пользователях. Во многих практически важных случаях данные, на которых строится поиск рекомендации, носят неточный, размытый характер. Такие данные естественно описывать в рамках вероятностных или нечетких моделей. В то время как преимущества вероятностных моделей [6] проявляются при работе с большими данными, при малых начальных выборках для решения проблемы холодного старта приходится довольствоваться априорными экспертными оценками вероятностей, и в этом случае более релевантным становится подход, основанный на нечетких вычислениях [7].

Для нечетких рекомендательных систем развиты нечеткие варианты методов кластеризации и факторизации матрицы рейтингов [8–25]. Нечеткие экспертные рекомендательные системы достаточно удобны для разработки и применения [26–28], но в процессе их эксплуатации накопление данных не осуществляется. Обзор имеющихся решений показывает, что выбор алгоритма для рекомендательной системы существенным образом зависит от конкретной решаемой задачи.

## 1. СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Разнообразие и сложность больших систем предопределяет потребность в разнообразных инструментах управления ими [29], включая методы машинного обучения. В последнее десятилетие возникла задача более гибкой реакции системы образования на динамические изменения в мире и сформировалась устойчивая тенденция к персонализации траектории обучения студентов высших учебных заведений. Сложность и масштаб такой задачи требуют создания интеллектуальных систем управления [30–33], включающих в себя рекомендательные системы, облегчающие рациональный выбор учащимися направлений подготовки и наполнения их курсами, которые позволяли бы увязать текущее обучение с будущей профессиональной карьерой. Реальная потребность, стоящая за данной задачей, состоит в наличии на рынке труда большого числа незаполненных вакансий из-за несоответствия подаваемых заявлений профессиональным требованиям работодате-

лей [34]. Поэтому предпринимаются целенаправленные усилия по созданию пользовательских систем, позволяющих определить лучшую траекторию обучения для последующей успешной карьеры [35, 36]. Существует множество факторов и атрибутов, которые могут помочь в определении карьерного пути. Сюда входят навыки, отношения, принятие решений, домашний адрес, образование, работа родителей и т. д.

Характерной особенностью рассматриваемой задачи создания рекомендательной системы для образования является наличие в числе исходных параметров нечетко определенных величин, отражающих такие факторы, как предпочтения, ожидания и другие качественные оценки [37]. Существуют два разных подхода к построению рекомендательных систем на основе нечеткой логики. Первый из них заключается в создании экспертных систем на основе правил [38, 39], в то время как второй подход опирается на большие данные [40–43]. Оба этих подхода имеют свои достоинства и недостатки. Метод, базирующийся на правилах, предполагает явную формулировку правил на основе опыта экспертов [44]. При этом процесс эксплуатации системы сам по себе никак не сказывается на ее качестве. Методы построения рекомендательных систем, основанные на машинном обучении, предполагают, что правила принятия решений заранее неизвестны, но требуют больших данных. Это означает, что если исходных данных в базе мало, то рекомендательная система, основанная на обучении, не способна сформулировать релевантные правила вывода. Это ограничение известно как проблема холодного старта [45]. В то же время, по мере увеличения количества данных качество такой рекомендательной системы будет расти, все в большей степени отражая реальные соотношения и связи. Цель настоящей работы состоит в преодолении ограничений, свойственных каждому из этих подходов, путем их объединения. Таким образом, в начальной стадии рекомендательная система будет работать на основе правил, генерируя соответствующую базу данных. По мере роста количества данных имитационные примеры в ней будут замещаться реальными данными и рекомендательная система перестроится на результаты машинного обучения, преодолевая трудности холодного старта.

## 2. МЕТОДЫ И ДАННЫЕ

Проблема выбора траектории обучения с учетом будущей карьеры в многоступенчатой системе образования возникает несколько раз: на этапе





определения направления подготовки и профиля образовательной программы при поступлении в высшее учебное заведение, при выборе магистратуры в случае продолжения высшего образования и, наконец, при поступлении в аспирантуру. Индивидуальная траектория обучения может также детализироваться с помощью набора элективных курсов. В настоящей работе предлагается рекомендательная система [46], которая может применяться на разных ступенях образования и способна адаптироваться к меняющейся структуре и приоритетам российского образования. Для обеспечения холодного старта системы используется гибридная нечеткая рекомендательная система, объединяющая экспертную систему, работающую на правилах, и рекомендательную систему, основанную на совместной фильтрации характеристик пользователя [9].

В качестве основы для апробации подхода выбрана методика Е.А. Климова «Определение типа будущей профессии» [44], в которой четкие оцен-

ки заменены нечеткими. Методика основана на классификации профессиональных интересов. Она позволяет установить, в какой области учащемуся лучше выбрать будущую специальность, по которой он будет проходить дальнейшее обучение. В соответствии с данной классификацией мир современных профессий можно разделить на пять основных типов: «человек – природа» (П – работа с природными объектами), «человек – техника» (Т – работа с техническими устройствами), «человек – знаковая система» (З – работа с абстрактными символическими системами, моделями, естественными и искусственными языками), «человек – искусство» (Х – творческие профессии), «человек – человек» (Ч – профессии, предполагающие непосредственное общение и взаимодействие с людьми). В таблице приведен тест [44], по результатам которого система принимает решение.

По каждому пункту таблицы проводится оценка по пятибалльной нечеткой шкале, результаты которой умножаются на вес, указанный в соответ-

#### Тест Е.А. Климова на выбор профессии

№ п/п	Характеристика пользователя	Тип профессий				
		П	Т	З	Х	Ч
1	Легко знакомлюсь с людьми	–	–	–	–	1
2	Охотно и подолгу могу что-нибудь мастерить	–	1	–	–	–
3	Люблю ходить в музеи, театры, на выставки	–	–	–	1	–
4	Охотно и постоянно ухаживаю за растениями, животными	1	–	–	–	–
5	Охотно и подолгу могу что-нибудь вычислять, чертить	–	–	1	–	–
6	С удовольствием общаюсь со сверстниками или малышами	–	–	–	–	1
7	С удовольствием ухаживаю за растениями и животными	1	–	–	–	–
8	Обычно делаю мало ошибок в письменных работах	–	–	1	–	–
9	Мои изделия обычно вызывают интерес у товарищей, старших	–	2	–	–	–
10	Люди считают, что у меня есть художественные способности	–	–	–	2	–
11	Охотно читаю о растениях, животных	1	–	–	–	–
12	Принимаю участие в спектаклях, концертах	–	–	–	1	–
13	Люблю читать об устройстве механизмов, приборов, машин	–	1	–	–	–
14	Подолгу могу разгадывать головоломки, задачи, ребусы	–	–	2	–	–
15	Легко улаживаю разногласия между людьми	–	–	–	–	2
16	Считают, что у меня есть способности к работе с техникой	–	2	–	–	–
17	Любят мое художественное творчество	–	–	–	2	–
18	У меня есть способности к работе с растениями и животными	2	–	–	–	–
19	Я могу ясно излагать свои мысли в письменной форме	–	–	2	–	–
20	Я почти никогда ни с кем не ссорюсь	–	–	–	–	1
21	Результаты моего технического творчества одобряют даже незнакомые люди	–	1	–	–	–
22	Без особого труда усваиваю иностранные языки	–	–	1	–	–
23	Мне часто случается помогать даже незнакомым людям	–	–	–	–	2
24	Подолгу могу заниматься музыкой, рисованием, читать книги и т. д.	–	–	–	1	–
25	Могу влиять на ход развития растений и животных	2	–	–	–	–
26	Люблю разбираться в устройстве механизмов, приборов	–	1	–	–	–
27	Мне обычно удается убедить людей в своей правоте	–	–	–	–	1
28	Охотно наблюдаю за растениями или животными	1	–	–	–	–
29	Охотно читаю научно-популярную, критическую литературу, публицистику	–	–	1	–	–
30	Стараюсь понять секреты мастерства и пробую свои силы в живописи, музыке и т. п.	–	–	–	1	–
Результаты		8	8	8	7	8

ствующей графе. Указывается действительное число в интервале от 0 до 5, адекватно отражающее собственную оценку ответа пользователя на каждый тестовый вопрос. Тест Климова предлагается дополнить средним баллом дисциплин аттестата по областям интересов, учитывая таким образом не только субъективные оценки пользователя, но и доступную точную и проверяемую внешнюю информацию с весом 2:

- тип П: биология, география, основы безопасности жизнедеятельности, информатика и ИКТ;
- тип Т: алгебра и начала анализа, геометрия, физика, информатика и ИКТ;
- тип З: алгебра и начала анализа, геометрия, русский язык, информатика и ИКТ;
- тип Х: русский язык, литература, всеобщая история, история России;
- тип Ч: обществознание, всеобщая история, история России, основы безопасности жизнедеятельности.

В результате формируется вектор нечетких данных, на основе выбора максимальной длины которых следует сделать вывод о предпочтении одного из пяти типов профессий. Выбор длины векторов нечетких оценок вместо простой суммы признаков позволяет увеличить вклад в оценку наиболее выраженных признаков. Как и в работе [9], используем треугольные нечеткие числа  $\tilde{a}$  с функцией принадлежности, определяемой с помощью триплета чисел  $(a^-, a, a^+)$  соотношением

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a^-, \\ \frac{x - a^-}{a - a^-}, & a^- \leq x \leq a, \\ \frac{a^+ - x}{a^+ - a}, & a \leq x \leq a^+, \\ 0, & a^+ < x, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mu$  – функция принадлежности,  $x \in X$ .

При выходе интервала задания нечеткости за границы отрезка  $[c, d]$  определения нечетких параметров слева следует задать  $a^- = c$ , а справа задать  $a^+ = d$ .

Для треугольных нечетких чисел арифметические операции определяются простыми правилами преобразования триплетов [47, 48]

$$\tilde{a} + \tilde{b} = (a^- + b^-, a + b, a^+ + b^+),$$

$$\tilde{a} \cdot \tilde{b} = (a^- b^-, ab, a^+ b^+),$$

$$\tilde{a} - \tilde{b} = (a^- - b^+, a - b, a^+ - b^-),$$

$$\frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} = \left( \frac{a^-}{b^+}, \frac{a}{b}, \frac{a^+}{b^-} \right).$$

Расстояние между нечеткими числами определяется соотношением [47]

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3} \left[ (a^- - b^-)^2 + (a - b)^2 + (a^+ - b^+)^2 \right]}. \quad (2)$$

Евклидово расстояние между нечеткими векторами  $\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}$  [49] рассчитывается аналогичным образом с заменой квадратичной суммы для одной пары триплетов в уравнении (2) суммой квадратов разностей триплетов нечетких координат

$$d(\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}) = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{jk} (a_j^k - b_j^k)^2}. \quad (3)$$

Здесь с помощью индекса  $j$  нумеруются векторы, а с помощью индекса  $k$  – параметры триплета. Для точных чисел выражение (3) совпадает с формулой для обычного расстояния в евклидовом пространстве. Приведенных соотношений достаточно для обработки нечетких данных тестирования и выбора приоритетного решения.

Экспертная система, построенная на нечетких параметрах, позволяет делать заключения на основе данных, полученных от пользователя, но не учитывает историю запросов, которая может содержать информацию, отличающуюся от экспертных оценок. Одной из причин такого отличия может стать наличие существенного скрытого фактора, который отсутствовал или не был учтен во время создания экспертной системы, а затем приводит к систематическому искажению результата.

Для учета информации, которая содержится в истории запросов с учетом принятых решений, выбрана нечеткая система совместной фильтрации данных, основанная на косинусной мере сходства нечетких данных

$$\text{sim}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\sum_{jk} a_j^k b_j^k}{\sqrt{\sum_{jk} (a_j^k)^2 \sum_{jk} (b_j^k)^2}}.$$

Этот критерий аналогичен классическому коэффициенту корреляции Пирсона между векторами и совпадает с ним при переходе к четким данным. Максимальное значение, равное единице, он принимает при совпадении направлений сравниваемых векторов. Это свойство обеспечивает поиск в базе данных прецедента, наиболее близкого к рассматриваемому случаю. Для небольших баз дан-



ных такое решение является наилучшим. В случае больших данных целесообразно предварительно провести кластеризацию данных и принимать решение путем сравнения с центрами кластеров.

### 3. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ АЛГОРИТМ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для программной реализации нечеткой рекомендательной системы с холодным запуском требуются алгоритмы работы экспертной системы, основанной на правилах, рекомендательной системы, построенной на совместной фильтрации, и их сопряжение, генерирующее псевдоданные на основе экспертной системы и заданной статистики принимаемых решений.

Алгоритм нечеткой экспертной системы, основанной на свойствах пользователя и правилах, имеет следующий вид.

*Шаг 1.* Ввод данных, характеризующих пользователя.

*Шаг 2.* Преобразование четких данных в нечеткие.

*Шаг 3.* Определение на основании нечеткого представления и правил весов решений как модулей нечетких векторов характеристических показателей, относящихся к разным решениям.

*Шаг 4.* Нормировка весов решений, их сравнение и вывод результата в виде ранжированных рейтингов рекомендаций.

Для генерации базы псевдоданных воспользуемся случайной генерацией пяти блоков таких данных, в каждом из которых преобладает тот или иной тип профессиональных предпочтений, в то время как остальные решения присутствуют в сниженной, но близкой по величине пропорции. Вариации оценок отдельных свойств внутри данного типа меньше, чем отличие между главным типом и второстепенными типами для блока.

Алгоритм нечеткой рекомендательной системы, построенной на совместной фильтрации запроса пользователя и исторических данных о запросах в базе данных, задает следующую последовательность действий.

*Шаг 1.* Формирование базы данных и ее загрузка.

*Шаг 2.* Преобразование показателей в нечеткие характеристики.

*Шаг 3.* Введение данных текущего пользователя.

*Шаг 4.* Преобразование четких данных текущего пользователя в нечеткие.

*Шаг 5.* Поиск в базе нечетких данных наиболее близкого экземпляра.

*Шаг 6.* Вывод решения для найденного экземпляра в качестве рекомендуемого.

Для запуска алгоритма совместной фильтрации необходимо иметь релевантную базу данных. Она с большой долей вероятности может отсутствовать в начальный период эксплуатации системы, создавая известную проблему холодного старта. Для решения этой задачи с помощью нечеткой экспертной системы, основанной на правилах, генерируем исходную базу псевдоданных, которая отражает наблюдаемую статистику принимаемых пользователями решений. Далее в процессе эксплуатации второй рекомендательной системы, построенной на совместной фильтрации, псевдоданные постепенно заменяются данными, взятыми из реальных примеров. Таким образом, релевантность всей системы в процессе эксплуатации повышается.

Перед началом эксплуатации системы необходимо проверить качество базы псевдоданных путем сравнения ответов, которые выдают на одинаковых тестовых примерах обе рекомендательные системы. Интерфейс программ, реализующих в пакете MATLAB нечеткую экспертную систему FuzzyExpert, основанную на правилах, и нечеткую рекомендательную систему FuzzyRecommend, в которой используется совместная фильтрация, одинаковый и представляет собой столбец меню.

Приведем пример матрицы  $A$  входных данных, распределенных по строкам в соответствии с типом профессии:

$$A = \begin{pmatrix} 2,00 & 2,00 & 4,00 & 2,00 & 2,00 & 3,00 & 5,00 \\ 4,00 & 4,00 & 4,00 & 4,00 & 5,00 & 4,00 & 5,00 \\ 5,00 & 4,00 & 4,00 & 4,00 & 0,50 & 4,00 & 4,75 \\ 3,00 & 1,00 & 2,00 & 0 & 4,00 & 1,00 & 4,75 \\ 3,00 & 2,00 & 3,00 & 3,00 & 2,00 & 3,00 & 5,00 \end{pmatrix}.$$

В первых шести столбцах содержатся 30 ответов пользователя на вопросы теста Климова. В последнем столбце находятся средние баллы аттестата по пяти выделенным профессиональным группам из четырех дисциплин. Величина нечеткости, определяющая разброс оценки параметров тестирования в каждую сторону, взята равной 1. Данные по средним баллам дисциплин рассматриваются в процессе обработки как четкие величины. Матрица весов оценок имеет вид

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

На основании матрицы  $A$  и матрицы  $r$  вычисляются векторы предпочтения  $i$ -й профессии  $B_{ij} = \{A_{ij} \cdot r_{ij}\}$  с проекциями  $j = 1, 2, \dots, 7$  по числу показателей сравнения. Далее образуются нечеткие треугольные векторы предпочтения  $\tilde{R}_{ij} = \{B_{ij}^-, B_{ij}, B_{ij}^+\}$ , где  $B_{ij}^\pm = B_{ij} \pm \delta$ ,  $\delta = 1$ . Если значение границы треугольного числа выходит за диапазон  $[0, 5]$ , то она заменяется соответствующим граничным значением интервала 0 или 5. После этого вычисляются длины векторов  $R_i = d(\tilde{B}_i, 0)$  по формуле (3) и проводится нормировка полученных длин на их сумму, что дает выходной вектор  $R_i / \sum_k R_k$  рекомендаций в процентах: 15,4695; 26,4630; 24,3394; 14,2747; 19,4534. Итоги обработки результатов тестирования показывают, что предпочтительными для дальнейшего обучения рассматриваемого пользователя являются профессии, связанные техническими устройствами, или, с несколько меньшим рейтингом, работа с абстрактными символьными системами, моделями, естественными и искусственными языками.

Полученные рейтинговые оценки согласуются с результатами индивидуальных собеседований, проведенных экспертами с разными пользователями. Использование нечеткого представления вместо исходных оценок в баллах повышает согласованность конечных результатов с оценками экспертов, раздвигая средние по величине оценки и смягчая предельные оценки на концах интервала. Повторное тестирование показывает робастность приоритетного выбора по ранжированию результатов.

Для работы с нечеткой рекомендательной системой, основанной на совместной фильтрации, была сгенерирована база псевдоданных, имеющая сто записей. Численное моделирование показало, что такое количество случайных записей обеспечивает робастное распознавание приоритетного профессионального направления. Тестирование работы системы показало, что в случае ограничения числа записей несколькими десятками сгенерированные данные не позволяют воспроизвести правильную расстановку приоритетов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С учетом большого разнообразия направлений подготовки и читаемых в университете курсов вы-

бор студентом направления и собственной траектории обучения представляется серьезной задачей. Для эффективной помощи в этом вопросе нужно либо создавать штат дорогостоящих квалифицированных консультантов, либо искать решение в реализации специализированной компьютерной рекомендательной системы.

Авторами был разработан подход к выработке рекомендаций по выбору общего направления профессионального обучения учащегося на основе использования данных теста Климова. Исходные данные рассматриваются как нечеткие величины, которые обрабатываются на основе нечеткой метрики и нечетких сравнений. Для решения проблемы холодного старта применяется алгоритм экспертной системы оценки с помощью интегрального критерия длины нечеткого вектора оценок. Программа нечеткой экспертной оценки может использоваться самостоятельно и независимо от баз данных. Проблема холодного старта решена путем генерации случайной базы псевдоданных с использованием распределения ответов по приоритетам.

Тестирование релевантности базы псевдоданных проводилось путем сопоставления результатов нечеткой совместной фильтрации с ответами, которые дает нечеткая экспертная система. Результаты численного моделирования показали, что оптимальные размеры базы псевдоданных, обеспечивающей быструю работу одновременно с надежным получением ответа, составляют около ста записей.

При эксплуатации системы с участием реальных пользователей псевдоданные обновляются путем замены записей новыми данными на основе проведенных тестов. Актуализация базы данных позволяет поддерживать ее правильное функционирование и осуществлять ее адаптацию к изменениям, происходящим в контингенте пользователей.

Отметим возможность альтернативного подхода для определения образовательной траектории с использованием нечетких искусственных нейронных сетей путем решения задачи кластеризации данных об абитуриентах, а также обучения с учителем на этапе накопления больших данных. Преимущество выбранного подхода по отношению к методике, связанной с применением искусственных нейронных сетей, состоит в возможности его функционирования при объемах данных, недостаточных для машинного обучения в период холодного старта.

Планируется применение разработанной системы в Воронежском государственном техническом





университете (ВГТУ). Соответствующие рекомендуемые направления и профили подготовки для поступающих в ВГТУ разделены по группам:

– тип П: геодезия и дистанционное зондирование, землеустройство и кадастры, природообустройство и водопользование;

– тип Т: строительство, радиотехника, приборостроение;

– тип З: экономика, прикладная информатика, информатика и вычислительная техника;

– тип Х: архитектура, дизайн архитектурной среды, реконструкция и реставрация архитектурного наследия;

– тип Ч: журналистика, реклама и связи с общественностью.

Дальнейшее уточнение траектории обучения учащегося после поступления в университет происходит путем выбора элективных дисциплин, а также после окончания бакалавриата или специалитета при поступлении в магистратуру, а далее в аспирантуру. Эта задача является актуальной в связи с изменениями в организации системы высшего образования в России. Она предполагает проведение дальнейших исследований с целью разработки инструментов интеллектуальной поддержки формирования соответствующей индивидуальной дорожной карты студента.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Фальк К.* Рекомендательные системы на практике. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 448 с. [Falk, K. Practical Recommender Systems. – New York: Manning Publications, 2019. – 432 s.]
2. *Кутянин А.Р.* Рекомендательные системы: обзор основных постановок и результатов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. – 2017. – Т. 21, № 4. – С.18–30. [Kutyainin, A.R. Recommender Systems: Overview of Main Statements and Results // Intelligent Systems. Theory and Applications. – 2017. – Vol. 21, no. 4. – P. 18–30. (In Russian)]
3. *Koren, Y., Bell, R., Volinsky, C.* Matrix Factorization Techniques for Recommender Systems // Computer. – 2009. – Vol. 42, iss. 8. – P. 30–37.
4. *Noratiqah, M.A., Mohd, A.A., Nurul, F.R.* Comparison between Content-Based and Collaborative Filtering Recommendation System for Movie Suggestions // AIP Conference Proceedings. – 2013. – DOI: 10.1063/1.5054256.
5. *Ramlatchan, A., Yang, M., Liu, Q., et al.* A Survey of Matrix Completion Methods for Recommendation Systems // Big Data Mining and Analytics. – 2018. – Vol. 1, no. 4. – P. 308–323.
6. *Sheng, B., Gengxin, S.* Matrix Factorization Recommendation Algorithm Based on Multiple Social Relationships // Mathematical Problems in Engineering. – Vol. 2021. – Art. ID 6610645.
7. *Thakera, S., Nagori, V.* Analysis of Fuzzification Process in Fuzzy Expert System // Procedia Computer Science. – 2018. – Vol. 132. – P. 1308–1316.
8. *Lucas, J.P., Laurent, A., Moreno, M.N., Teisseire, M.* A Fuzzy Associative Classification Approach for Recommender Systems // International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. – 2012. – Vol. 20, no. 4. – P. 579–617.
9. *Zhang, Z., Lin, H., Liu, K., et al.* A Hybrid Fuzzy-Based Personalized Recommender System for Telecom Products/Services // Information Sciences. – 2013. – Vol. 235. – P. 117–129.
10. *Rahman Siddiquee, M.M., Haider, N., Rahman, R.M.* A Fuzzy Based Recommendation System with Collaborative Filtering // Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Software, Knowledge, Information Management and Applications (SKIMA 2014). – Dhaka, 2014. – P. 1–8. – DOI:10.1109/SKIMA.2014.7083524
11. *Guangquan, L., Jiali, X., and Siyu, M.* Learning Resource Recommendation Method Based on Fuzzy Logic // Journal of Engineering Science and Technology Review. – 2018. – Vol. 11, no. 4. – P. 146–153.
12. *Sundus, A., Usman, Q., Raheel, N.* HCF-CRS: A Hybrid Content Based Fuzzy Conformal Recommender System for Providing Recommendations with Confidence // PLoS ONE. – 2018. – Vol. 13, no. 10. – Art. no. e0204849.
13. *Hamada, M., Ometere, A.L., Bridget, O.N., et al.* A Fuzzy-Based Approach and Adaptive Genetic Algorithm in Multi-Criteria Recommender Systems // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal. – 2019. – Vol. 4, no. 4. – P. 449–457.
14. *Calderon-Vilca, H., Chavez, N.M., Guimarey, J.M.R.* Recommendation of Videogames with Fuzzy Logic // Proceedings of 27th Conference of Open Innovations Association (FRUCT). – Trento, 2020. – P. 27–37.
15. *Yang, Y., Zhang, Y.* Collaborative Filtering Recommendation Model Based on Fuzzy Clustering Algorithm // AIP Conference Proceedings. – 2018. – Vol. 1967, iss. 1. – Art. no. 040050. – DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5039124>.
16. *Lee, S.* Fuzzy Clustering with Optimization for Collaborative Filtering-Based Recommender Systems // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. – 2022. – Vol. 13, no. 2. – P. 4189–4206.
17. *Comendador, B.E.V., Becbec, W.F.C., Guzman, J.R.P.* Implementation of Fuzzy Logic Technique in a Decision Support Tool: Basis for Choosing Appropriate Career Path // International Journal of Machine Learning and Computing. – 2020. – Vol. 10, no. 2. – P. 339–345.
18. *Duan, L., Wang, W., Han, B.* A Hybrid Recommendation System based on Fuzzy C-Means Clustering and Supervised Learning // KSII Transactions on Internet and Information Systems. – 2021. – Vol. 15, no. 7. – P. 2399–2413.
19. *Hasanzadeh, S., Fakhrahmad, S., Taheri, M.* A Fuzzy Approach to Review-Based Recommendation: Design and Optimization of a Fuzzy Classification Scheme Based on Implicit Features of Textual Reviews // Iranian Journal of Fuzzy Systems. – 2021. – Vol. 18, iss. 6. – P. 83–99.
20. *Cui, C., Li, J., Zang, Z.* Measuring Product Similarity with Hesitant Fuzzy Set for Recommendation // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, iss. 21. – DOI 10.3390/math9212657.
21. *Chen, J., Lu, Y., Shang, F., Wang, Y.* A Fuzzy Matrix Factor Recommendation Method with Forgetting Function and User Features // Applied Soft Computing. – 2021. – Vol. 100. – Art. no. 106910.
22. *Yin, M., Liu, Y., Zhou, X., Sun, G.* A Fuzzy Clustering Based Collaborative Filtering Algorithm for Time-aware POI Recommendation // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1746. – Art. no. 012037. – DOI 10.1088/1742-6596/1746/1/012037.
23. *Jin, B., Liu, D., Li, L.* Research on Social Recommendation Algorithm Based on Fuzzy Subjective Trust // Connection Science. – 2022. – Vol. 34, no.1. – P. 1540–1555.

24. *Malandri, L., Porcel, C., Xing, F., et al.* Soft Computing for Recommender Systems and Sentiment Analysis // *Applied Soft Computing*. – 2022. – Vol. 118, no. 3. – Art. no. 108246. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.108246>.
25. *Xin, Y., Henan, B., Jianmin, N. et al.* Coating Matching Recommendation Based on Improved Fuzzy Comprehensive Evaluation and Collaborative Filtering Algorithm // *Scientific Reports*. – 2021. – Vol. 11. – Art. no. 14035.
26. *Dai, B., Chen, R.-C., Zhu, S.-Z., Huang, C.-Y.* A Fuzzy Recommendation System for Daily Water Intake // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2016. – Vol. 8, no. 5. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113738>.
27. *Liu, Y., Eckert, C.M., Earl, C.* A Review of Fuzzy AHP Methods for Decision-Making with Subjective Judgements // *Expert Systems with Applications*. – 2020. – Vol. 161. – Art. no. 113738.
28. *Akbar, M.A., Khan, A.A., Huang, Z.* Multicriteria Decision Making Taxonomy of Code Recommendation System Challenges: A Fuzzy-AHP Analysis // *Information Technology and Management*. – 2023. – Vol. 24. – P. 115–131.
29. *Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Д.А. Новикова.* – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 552 с. [Teoriya upravleniya (dopolnitel'nye glavy). Uchebnoye posobiye. Ed. by D.A. Novikov. – M.: LENAND, 2019. – 552 s. (In Russian)]
30. *Беляева К.А.* Сервис «Индивидуальная траектория студента» в личном кабинете студента iStudent.urfu.ru. Руководство пользователя. – Екатеринбург: УРФУ, 2016. [Belyaeva, K.A. Service «Individual Trajectory of the Student» in the Personal Account of the Student iStudent.urfu.ru. User Guide. – Yekaterinburg: URFU, 2016. (In Russian)]
31. *Арапова Е.А., Крамаров С.О., Сахарова Л.В.* Разработка концепции интеллектуальной платформы для реализации индивидуальной траектории обучения с учетом базового уровня знаний и психотипа обучающегося // *Вестник кибернетики*. – 2022. – № 1 (45). – С. 6–15. [Arapova, E.A., Kramarov, S.O., Sakharova, L.V. Concept Development of an Intelligent Platform Aimed at Implementing an Individual Learning Path According to the Student's Basic Level of Knowledge and Psychological Type // *Proceedings in Cybernetics*. – 2022. – No. 1 (45). – P. 6–15. (In Russian)]
32. *Куприянов Р.Б., Агранат Д.Л., Сулейманов Р.С.* Использование технологий искусственного интеллекта для выстраивания индивидуальных образовательных траекторий обучающихся // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования*. – 2021. – Т. 18, № 1. – С. 27–35. [Kupriyanov, R.B., Agranat, D.L., Suleimanov, R.S. The Use of Artificial Intelligence Technologies for Building Individual Educational Trajectories of Students // *Bulletin of the Peoples' Friendship University of Russia. Series: Informatization of education*. – 2021. – Vol. 18, no. 1. – P. 27–35. (In Russian)]
33. *Guseva, A.I., Kireev, V.S., Bochkarev, P.V., et al.* Scientific and Educational Recommender Systems. Information Technologies in Education of the XXI Century (ITE-XXI) // *AIP Conf. Proc.* – 2017. – Vol. 1797, iss. 1. – P. 2–11.
34. *Estrada, J.E., Bernabe, G.G., Lopez, J.S., Potestades, J.A.* Model Development in Assessing the Career Path of Senior High School Students in Philippine Setting // *International Journal of Information and Education Technology*. – 2018. – Vol. 8. – P. 459–461.
35. *Khorasani, E.S., Zhenge, Z., Champaign, J.* A Markov Chain Collaborative Filtering Model for Course Enrollment Recommendations // *Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Big Data*. – Washington, DC, 2016. – P. 3484–3490.
36. *Kamal, A., Naushad, B., Rafiq, H., Tahzeeb, S.* Smart Career Guidance System // *Proceedings of 4<sup>th</sup> International Conference on Computing & Information Sciences (ICCIS)*. – Karachi, 2021. – P. 58–61.
37. *Ilahi, R., Widiaty, I., Abdullah, A.G.* Fuzzy System Application in Education // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. – 2018. – Vol. 434. – Art. no. 012308. – DOI: [10.1088/1757-899X/434/1/012308](https://doi.org/10.1088/1757-899X/434/1/012308).
38. *Selva Rani, B. and Ananda Kumar, S.* Recommendation System for under Graduate Students Using FSES-TOPSIS // *The International Journal of Electrical Engineering & Education*. – 2019. – DOI: <https://doi.org/10.1177/0020720919879385>.
39. *Benilda, E.V., Comendador, W.F., Becbec, C., John, R.P. de Guzman.* Implementation of Fuzzy Logic Technique in a Decision Support Tool: Basis for Choosing Appropriate Career Path // *International Journal of Machine Learning and Computing*. – 2020. – Vol. 10, no. 2. – P. 339–345. – DOI: [10.18178/ijmlc.2020.10.2.940](https://doi.org/10.18178/ijmlc.2020.10.2.940).
40. *Natividad, M.C.B., Gerardo, B.D., Medina, R.P.* A Fuzzy-Based Career Recommender System for Senior High School Students in K to 12 Education // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2019. – Vol. 482. – Art. no. 012025. – DOI: [10.1088/1757-899X/482/1/012025](https://doi.org/10.1088/1757-899X/482/1/012025).
41. *Qamhieh, M., Sammaneh, H., Demaidi, M.N.* PCRS: Personalized Career-Path Recommender System for Engineering Students // *IEEE Access*. – 2020. – Vol. 8. – P. 214039–214049. – DOI: [10.1109/ACCESS.2020.3040338](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3040338).
42. *Hernandez, R., Atienza, R.* Career Track Prediction Using Deep Learning Model Based on Discrete Series of Quantitative Classification // *Applied Computer Science*. – 2021. – Vol. 17, no. 4. – P. 55–74. – DOI: [10.23743/acs-2021-29](https://doi.org/10.23743/acs-2021-29).
43. *Nghiem, T.L., Dinh, T.H., Nguyen, T.L.* A Fuzzy Logic Approach to Career Orientation for Students: A Case Study in Human Resource Management // In: *Global Changes and Sustainable Development in Asian Emerging Market Economies*. Ed. By Nguyen, A.T., Hens, L. – Cham: Springer, 2022. – Vol. 1. – DOI: [10.1007/978-3-030-81435-9\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81435-9_17).
44. *Климов Е.А.* Психология профессионального самоопределения. – М.: «Академия», 2004. – 304 с. [Klimov, E.A. Psychology of Professional Self-determination. – M.: «Academy», 2004. – 304 p. (In Russian)]
45. *Pereira, A.L.V., Hruschka, E.R.* Simultaneous Co-clustering and Learning to Address the Cold Start Problem in Recommender Systems // *Knowledge-Based Systems*. – 2015. – Vol. 82. – P. 11–19. – DOI: [10.1016/j.knosys.2015.02.016](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2015.02.016)
46. *Шаталова А.О., Головинский П.А.* Нечеткая экспертная система оценки выбора профессии. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2023662881 : заявл. 27.03.2023; зарег. 15.06.2023. [Shatalova, A.O., Golovinsky, P.A. Fuzzy Expert System for Assessing Career Choice. Certificate of registration of a computer program. № 2023662881: appl. 27.03.2023; reg. 15.06.2023. (In Russian)]
47. *Коротеев М.В., Терелянский П.В., Иванюк В.А.* Арифметика нечетких чисел в обобщенно трапециевидной форме // *Совр. матем. и ее приложения*. – 2015. – P. 94–99. [Koroteev, M.V., Terelyansky, P.V., Ivanyuk, V.A. Arithmetic of



- Fuzzy Numbers in Generalized Trapezoidal Form // J. Math. Sci. – 2016. – Vol. 216. – P. 696–701.]
48. *Seresht, N.G., Fayek, A.R.* Fuzzy Arithmetic Operations: Theory and Applications in Construction Engineering and Management: Theory and Applications // In: Fuzzy Hybrid Computing in Construction Engineering and Management. – Bingley: Emerald Publishing Limited, 2018. – P. 111–147. – DOI: 10.1108/978-1-78743-868-220181003.
49. *Mahanta, J., Panda, S.* Distance Measure for Pythagorean Fuzzy Sets with Varied Applications // Neural Computing and Application. – 2021. – No. 33. – P. 17161–17171.

Статья представлена к публикации руководителем РРС В.Ю. Столбовым.

Поступила в редакцию 13.02.2023,  
после доработки 23.10.2023.  
Принята к публикации 25.10.2023.

**Головинский Павел Абрамович** – д-р физ.-мат. наук,  
✉ golovinski@bk.ru,  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7527-0297>

**Шаталова Ангелина Олеговна** – старший преподаватель,  
✉ angelina.streltsova.93@mail.ru,  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8531-2078>

Воронежский государственный технический университет,  
г. Воронеж.

© 2023 г. Головинский П.А., Шаталова А.О.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

## A FUZZY COLD-START RECOMMENDER SYSTEM FOR EDUCATIONAL TRAJECTORY CHOICE

P.A. Golovinskii and A.O. Shatalova

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

✉ golovinski@bk.ru, ✉ angelina.streltsova.93@mail.ru

**Abstract.** Several approaches to choosing an educational trajectory are considered, and the advantages of using recommender systems are determined. The cold start problem of recommender systems is formulated and solved by creating a hybrid recommender system that combines a rule-based fuzzy expert system and a recommender system with fuzzy collaborative filtering. As one application, the general approach is implemented for choosing the field of study when entering a higher education institution. A modification of Klimov's career guidance test is used as initial data. The rules for estimating the metrics and similarity of fuzzy triangular data are presented. The algorithms of a fuzzy expert system and a fuzzy recommender system with collaborative filtering are described in terms of the fuzzy representation accepted. The two approaches are combined by generating pseudo data using an expert system. This provides a solution of the cold start problem and yields a recommender system whose quality is gradually improved by substituting the values from real user queries into the database. The programs implementing these algorithms are tested to confirm the effectiveness of the fuzzy recommender system.

**Keywords:** expert system, recommender system, fuzzy description, fuzzy metric, collaborative filtering, cold start, educational trajectory.

# УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ ПОЙМЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ ЗАРЕГУЛИРОВАННЫХ РЕК.

## Ч. 1. Моделирование динамики комплексной структуры пойменных территорий<sup>1</sup>

И.И. Исаева, М.А. Харитонов, А.А. Васильченко, А.А. Воронин,  
А.В. Хоперсков, Е.О. Агафонникова

**Аннотация.** Представлен подход к проектированию системы управления устойчивым развитием пойменных социоприродохозяйственных систем (СПХС) на основе моделей динамики структуры пойменной территории и гидротехнических проектов ее стабилизации. Целью управления является достижение и поддержание оптимальной стационарной комплексной структуры пойменной территории, характеризуемой наилучшим проектно достижимым соответствием функционального назначения ее фрагментов характеру их весеннего паводкового затопления. Основой представленного подхода служит модель динамики комплексной структуры пойменной территории, объединяющей в себе изменяющиеся гидрологические и постоянные функциональные свойства. Эта динамическая модель, дополненная экспертной моделью социоприродохозяйственных потенциалов состояния пойменной территории, позволяет найти оптимальные значения параметров гидротехнических и социохозяйственных проектов. Реализация развитого подхода для конкретных пойменных СПХС опирается на методы оптимизации, экспертного оценивания, геоинформационного, численного гидродинамического моделирования, высокопроизводительные вычисления, методы статистического анализа данных природных наблюдений и результатов вычислительных экспериментов. Представлены результаты численного построения ретроспективной, современной и прогнозной комплексных структур территории северной части Волго-Ахтубинской поймы с учетом пространственной неоднородности эффекта русловой деградации р. Волги. Эти результаты являются основой алгоритма поиска параметров гидротехнических проектов обеспечения оптимальной устойчивой комплексной структуры пойменной территории. Данный алгоритм и результаты его численной реализации будут представлены во второй части статьи.

**Ключевые слова:** устойчивое развитие, управление территориальной структурой, гидротехнические проекты, Волго-Ахтубинская пойма.

### ВВЕДЕНИЕ

Пойменные социоприродохозяйственные системы (СПХС) характеризуются повышенной зависимостью своего состояния от гидрологического режима. Сложная структура русловой системы и зон паводкового затопления определяют мозаичность расположения функциональных зон пойменных территорий. В основе эффективности хозяй-

ствования пойменных СПХС лежит мера оптимальности соответствия территориального распределения водного ресурса функциональному распределению фрагментов пойменной территории.

Территориальное распределение водного ресурса в пойменных СПХС формируется главным образом динамикой их паводкового затопления, определяемой объемом весеннего паводка, русловой структурой и рельефом территории. Возведение гидрокаскадов на крупных реках, помимо систем гидроэлектрогенерации, создает возможность регулирования весенних паводков, превращаемых

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00176, <https://rscf.ru/project/23-21-00176/>.





в весенние попуски ГЭС. Это регулирование создает благоприятные условия для функционирования пойменных СПХС. Однако постепенное размывание (депрессия) речного дна в значительных по размеру (более ста километров) русловых зонах ниже ГЭС из-за нарушения динамического равновесия между вымыванием и осаждением частиц донного грунта является причиной медленного понижения уровня рек. Так, понижение уровней рек за годы работы ГЭС составляет: для р. Камы у Воткинской ГЭС –1,1 м, для р. Волги у Нижегородской ГЭС –1,3 м, для р. Волги у Волжской ГЭС (ВГЭС) в меженных условиях –1,7–1,8 м, в период весенних половодий – 1,25–1,35 м [1–7]. Это является причиной снижения объема паводковых вод, поступающих в поймы [1–8].

Результатом этого снижения является прогрессирующее сужение устойчиво затопляемой пойменной территории, являющейся биотопом ее природной системы, и расширение наименее ценной в социоприродохозяйственном отношении неустойчиво затопляемой территории. Таким образом, в отличие от пойм нерегулируемых рек, страдающих от наводнений, поймы зарегулированных рек страдают от техногенной аридизации. Поэтому актуальной проблемой управления их водными ресурсами является обеспечение устойчивости экосистем и устойчивого социально-экономического развития в условиях дефицита воды.

В последние десятилетия проблема достижения рационального баланса между социально-экономическими и экологическими потребностями в речных системах является предметом интенсивных исследований [7–26]. Обширный перечень публикаций последних лет можно разделить на исследования по мониторингу, диагностике и моделированию экологических и социально-экономических проблем и рисков (например, работы [7–18]) и исследования по проектированию систем принятия решений [19–25], управлению риском [26–29]. Следует отметить, что если первая группа исследований опирается на относительно точные количественные (геоинформационные, гидродинамические, статистические) методы и технологии, то вторая – главным образом на качественные методы менеджмента и экспертного оценивания. Объективной причиной этого является многомерная неопределенность задачи управления развитием пойменных СПХС.

Проблема устойчивого развития речных систем и близкая к ней проблема эколого-экономического управления региональными СПХС также является предметом многих исследований [30–35]. В центре

внимания авторов [30–33] находится проблема снижения качества жизни и эффективности хозяйствования в условиях антропогенной деградации пойменных ландшафтов и экосистем. Тематики исследований являются методы и технологии идентификации параметров устойчивого развития, обеспечения их достижения и сохранения. В работе [33] основой анализа проблемы устойчивого развития служат «индексы совместимости системы», рассчитываемые на основе целевых функций ее акторов и критериев устойчивости экосистем. Устанавливаемая таким образом область допустимых значений параметров эквивалентна лежащей в основе системы эколого-экономического управления СПХС области нормативных безубыточных действий ее хозяйствующих субъектов [34]. Отметим, что эти подходы, адекватные для устойчивых систем, теряют свою эффективность при анализе пойменных СПХС зарегулированных рек, находящихся в условиях развивающейся природно-техногенной деградации. Отсутствие долгосрочной детерминированной обусловленности карт затопления территории речным гидрографом (зависимостью расхода воды, проходящей через сечение речного русла, от времени) существенно затрудняет идентификацию и управление такими параметрами. Поэтому главной основой устойчивого развития пойменных территорий является долгосрочная стабилизация их гидрологического режима.

В настоящей работе развивается подход к созданию системы управления устойчивым развитием пойменных СПХС на основе оптимизации гидротехнических и социохозяйственных проектов. Целью управления является достижение и поддержание определяющей эффективности СПХС оптимальной стационарной комплексной (К) структуры пойменной территории, характеризуемой наилучшим проектно достижимым соответствием функционального назначения ее фрагментов характеру их весеннего паводкового затопления. При решении задачи управления применяются методы геоинформационного, численного гидродинамического моделирования, динамического программирования, высокопроизводительные вычисления, эвристические методы оптимизации и экспертного оценивания, методы статистического анализа данных природных наблюдений и результатов вычислительных экспериментов.

Объектом реализации предлагаемого подхода является расположенная в пределах Волгоградской области северная часть Волго-Ахтубинской поймы (ВАП), занимающая территорию 867 км<sup>2</sup> с общей

протяженностью больших и малых русел около 800 км. Волго-Ахтубинская пойма обладает высоким природным разнообразием, благоприятными условиями для сельского хозяйства, ограниченного жилищного строительства, экологического туризма. Создание Волжского гидрокаскада и в особенности ВГЭС в 1961 г. стало главным фактором формирования, функционирования и последующей деградации ВАП [9, 10]. Во время весеннего половодья более 70 % территории ВАП затопляется из р. Ахтубы, которая является рукавом р. Волги. За период функционирования ВГЭС средняя доля вод, поступающих в р. Ахтубу из р. Волги во время весеннего паводка, снизилась в три раза [35, 36]. Особенностью ВАП является наличие значительной части территории (37 %) с неопределенным кадастровым видом землепользования.

Некоторые части развитого подхода и результаты их реализации представлены в ранее опубликованных работах. Так, в статье [37] описана концепция К-структуры пойменной территории как инструмента анализа ее территориального потенциала. Сформулирована задача стратегического управления территорией как задача достижения ее К-структуры, максимизирующей значение агрегированного территориального социоприродохозяйственного (СПХ) потенциала. В данном исследовании исследовании СПХ-потенциалом некоторого вида называется взвешенная сумма произведений площади территориальных фрагментов, отнесенных к этому СПХ-виду, на значение функции, характеризующей меру соответствия функционального назначения этих фрагментов характеру их весеннего паводкового затопления. Представлены результаты численного исследования этой задачи для современного рельефа территории ВАП с управлением в виде комплекса плотин с переменным поперечным сечением в больших и малых пойменных руслах.

В статье [38] описана модель долгосрочной природно-техногенной динамики К-структуры пойменной территории, разработанная на основе упрощенной пространственно однородной регрессионной модели техногенной депрессии пойменного русла. Представлены результаты прогнозирования динамики агрегированной 12-элементной К-структуры и трех СПХ-потенциалов территории ВАП до 2050 г.

В настоящей статье представлен метод моделирования долгосрочной динамики К-структуры пойменных территорий зарегулированных рек, включающий в себя алгоритм построения корпуса карт моделирования затоплений (ККМЗ), регрес-

сионную модель пространственно неоднородной депрессии главного пойменного русла, алгоритм приближенного построения ретроспективных и прогнозных карт затопления, модель 24-элементной К-структуры пойменной территории, алгоритм построения ретроспективных и прогнозных К-структур. Представлены результаты численной реализации этого метода для территории северной части Волго-Ахтубинской поймы. Представленный метод и результаты его численной реализации составляют основу алгоритмов поиска параметров гидротехнических проектов, обеспечивающих устойчивость оптимальной К-структуры пойменной территории. Данный алгоритм и результаты его численной реализации будут представлены во второй части статьи.

## 1. МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 1.1. Инструменты моделирования водной динамики

Расчеты динамики воды в речных руслах и в междуречье р. Волги и р. Ахтубы основаны на уравнениях мелкой воды, учитывающих гидравлическое сопротивление в модели Маннинга [39, 40]. Для численного моделирования движения поверхностных вод [41, 42], одним из модулей которого является цифровая модель рельефа (ЦМР) Северной части Волго-Ахтубинской поймы [43, 44], используется программный комплекс EcoGIS-Simulation. В основе вычислительного ядра EcoGIS-Simulation лежит численный алгоритм интегрирования уравнений гидродинамики CSPH-TVD, двухшаговый метод, объединяющий лагранжев (Smoothed-ParticleHydrodynamics) и эйлеров (TotalVariationDiminishing) подходы [45, 46]. Параллельные вычисления проводятся на графических процессорах NVIDIA Tesla [39, 47].

### 1.2. Корпус карт моделирования затоплений пойменной территории

Результатом описанных в п. 1.1 расчетов водной динамики в период весеннего попуска ГЭС года  $\tau$  является серия карт затопления пойменной территории  $K_t^3(t_k) = K^3(Q_\tau(t), t_k)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$  ( $t_0$  – момент начала попуска;  $Q_\tau(t)$  – гидрограф весеннего попуска ГЭС года  $\tau$ ;  $Q_\tau$  – величина расхода;  $t$  – время, ч). Цифровая карта затопления территории представляет собой двумерный массив, каждому элементу которого  $(i, j)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, M$ , в каждый момент  $t_k$  постав-



лены в соответствие высота воды  $h_{ij}(t_k)$  и вектор ее скорости  $v_{ij}(t_k)$ . Наличие погрешности геоинформационного и гидродинамического моделирования  $\varepsilon_r$  требует расчета минимальной высоты затопления  $h^{\min}$ , гарантирующей факт «затопления» ячейки цифровой карты в момент  $t_k$  при выполнении неравенства  $h_{ij}(t_k) \geq h^{\min}$ . (Происхождение, алгоритм и результаты расчета значений  $\varepsilon_r$  и  $h^{\min}$  описаны в работе [48].) Каждой карте  $K^3(Q(t), t_k)$  ставится в соответствие карта  $K(Q(t), t_k)$ , каждой ячейке которой соответствует переменная  $m_{ij} = \{0, 1\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, M$ ,  $m_{ij} = 0$ ,  $h_{ij}(t_k) < h^{\min}$ ,  $m_{ij} = 1$ ,  $h_{ij}(t_k) \geq h^{\min}$ . В каждом из проведенных многочисленных вычислительных экспериментов с реальными и модельными гидрографами  $Q(t)$  отмечено наличие момента времени  $t^{\max}$ , которому соответствует карта  $K(Q(t), t^{\max})$  с наибольшим числом «затопленных» ячеек. В данной работе используются именно такие карты.

Снижение вычислительной сложности построения большого числа цифровых карт  $K^3(Q(t), t^{\max}, u)$  и соответствующих им карт  $K(Q(t), t^{\max}, u)$  при варьировании  $Q(t)$  и вектора управлений  $u$ , изменяющего рельеф затопляемой территории или условия безопасного затопления, основано на возможности замены с погрешностью  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_r$  каждого многоступенчатого гидрографа  $Q(t)$  постоянным гидрографом  $G^c = (Q^c, t^{\max})$ , характеризующимся величинами постоянного расхода  $Q^c$  и длительности  $t^{\max}$ . Здесь  $\varepsilon_c = \max(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_L)$ , где погрешности  $\varepsilon_l (l = 1, \dots, L)$ , характеризующие относительные различия между картами  $K_l^{(1)}(Q(t))$  и  $K_l^{(2)}(Q^c, t)$ , вычисляются по формуле

$$\varepsilon_l = \left( \min \left( \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N m_{ij}^{(1)}, \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N m_{ij}^{(2)} \right) \right)^{-1} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |m_{ij}^{(1)} - m_{ij}^{(2)}|,$$

в которой  $m_{ij}^{(p)} = 0$ , если ячейка  $(i, j)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, M$ , цифровой карты  $K_l^{(p)}$  ( $p = 1, 2$ ) не «затоплена», в противном случае  $m_{ij}^{(p)} = 1$ . Замена гидрографов осуществляется эвристическим алгоритмом, согласно которому на каждом отрезке времени  $[t_0; \tilde{t}]$  ступенчатый гидрограф  $Q(t)$  заме-

няется постоянным гидрографом равного объема с соответствующим расходом  $Q_i^c$ . Предварительной оценкой момента максимального затопления считается величина  $t^{(1)} = \arg \max_i [Q_i^c]$ , которая уточняется путем расчета функции относительных различий  $\varepsilon(\eta)$  между картами  $K^{(1)}(Q(t))$  и  $K_{\eta}^{(2)}(Q_{\eta}^c, t_{\eta}^{\max})$ . Здесь  $t_{\eta}^{\max} = t^{(1)} (1 + \eta(t_1 - t_0)) \times (t^{(1)} - t_0)^{-1}$ ,  $t_1$  является корнем уравнения  $Q_{i^{(1)}}^c = Q(t_1)$ . Наиболее точная оценка равна  $t_{\eta^*}^{\max}$ , где  $\eta^* = \arg \min_{\eta} \varepsilon(\eta)$ . Далее обозначим  $t_{\eta^*}^{\max} \equiv t^{\max}$ .

Для построения карт  $K(Q^c, t^{\max})$  используется корпус карт моделирования затоплений (ККМЗ), содержащий массив карт пойменных затоплений с постоянными гидрографами  $G_{ij}^c = (Q_i^c, t_j)$  и современными рельефами дна русел и затапливаемой территории. Этот корпус формируется так, чтобы относительные различия между картами  $K(G_{ij}^c)$  и  $K(G_{i+1,j}^c)$ , а также картами  $K(G_{ij}^c)$  и  $K(G_{i,j+1}^c)$  не превышали  $\varepsilon_r$ . Картой  $K(Q^c, t^{\max})$ , используемой для расчетов целевых затоплений и условий экологической безопасности, считается карта  $K(G_{ij}^c)$  ( $Q_i^c \leq Q^c \leq Q_{i+1}^c, t_j \leq t^{\max} \leq t_{j+1}$ ). Для расчета условий социохозяйственной безопасности картой  $K(Q^c, t^{\max})$  считается карта  $K(G_{i+1,j+1}^c)$ .

### 1.3. Регрессионная модель депрессии главного русла и алгоритм приближенного построения карт затопления пойменной территории

Эффект прогрессирующей природно-техногенной депрессии главного русла моделируется регрессионной зависимостью  $h(Q^c, \tau, L)$ , ( $\tau \in [\tau_0, \tau_0 + N]$  – годы) уровня вод  $h$  от гидрографа  $Q^c$  на расстоянии  $L$  от нижнего бьефа ГЭС по данным многолетних замеров уровней вод  $h_i(Q(t_j), \tau, L_i)$ ,  $i = 1, \dots, I$ ,  $j = 1, \dots, J$ ,  $\tau \in [\tau_0, \tau_0 + N]$  на  $I$  гидропостах, расположенных на расстояниях  $L_i$  от нижнего бьефа ГЭС. Уравнение регрессии, описывающее пространственную неоднородность эффекта русловой депрессии, имеет вид

$$h(w) = (a, w) + w^T A w + b, \quad w = (Q^c, \tau, L)^T, \quad (1)$$

$$a = (a_1, a_2, a_3), \quad A = \| \| a_{ij} \| \|_{i,j=1}^3.$$

Выражение (1) позволяет найти виртуальный переменный по  $L$  гидрограф  $Q_2^c = \varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L)$ , являющийся решением уравнения  $h(Q_1^c, \tau_1, L) = h(Q_2^c, \tau_2, L)$ . Для любого  $t^{\max}$  виртуальный гидрограф  $(\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L), t^{\max})$  обеспечивает затопление территории при состоянии русла в год  $\tau_2$ , эквивалентное затоплению территории постоянным гидрографом  $(Q_1^c, t^{\max})$  при состоянии русла в год  $\tau_1$ .

Аппроксимация переменного по  $L$  гидрографа ступенчатым (по  $L$ ) гидрографом, позволяет построить приближенную ретроспективную или прогнозную карту затопления территории в год  $\tau_2$  в виде композиции («склейки») отдельных фрагментов совокупности карт ККМЗ (построенного по рельефу года  $\tau_1 = 2022$ ) с различными значениями постоянного расхода  $Q_j^c$  с погрешностью моделирования  $\varepsilon_c = \max(\bar{A}, \varepsilon_r)$ , где  $\bar{A}$  – средняя ошибка аппроксимации (1). Фрагментами карт, аппроксимирующими фрагменты карты затопления  $\tilde{K}_k(\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L), t^{\max})$ :  $\tilde{K}(\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L), t^{\max})$ ,  $L_k \leq L \leq L_k + \Delta L$ ,  $k = 1, \dots, K-1$ ,  $L_1 = 0$ , считаются фрагменты  $K_k(G_{ij}^c)$  карт  $K(G_{ij}^c)$  из ККМЗ:  $Q_i^c \leq \varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L) \leq Q_{i+1}^c$ ,  $t_j \leq t^{\max} \leq t_{j+1}$ ,  $L_k \leq L \leq L_k + \Delta L$ . Здесь  $L_{\max}$  – длина моделируемой части русла;  $\Delta L_k$  являются корнями уравнений  $\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L_k + \Delta L_k) - \varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L_k) = Q_{i+1}^c - Q_i^c$ , обеспечивающих нужную точность; величины  $K$ ,  $\Delta L$  определяются соотношениями  $\sum_{k=1}^K \Delta L_k = L_{\max} = K \Delta L$ .

#### 1.4. Модель комплексной структуры пойменной территории

Элементами первичной функциональной (Ф) структуры являются совокупности территориально локализованных фрагментов территории, за каждой из которых закреплен одинаковый кадастровый вид землепользования (Ф-вид). Элементами агрегированных Ф-структур являются их объединения в группы (Ф-типы) по различным основаниям. Основой построения Ф-структуры пойменной территории является ее цифровая кадастровая карта.

Элементами гидрологической ( $\Gamma_1$ ) структуры являются совокупности территориально локализо-

ванных фрагментов территории с одинаковыми диапазонами частот их паводковых затоплений ( $\Gamma_1$ -видом). Число частотных диапазонов и их границы определяются, с одной стороны, целями исследования, с другой – возможностью их идентификации с заданной точностью. Укрупненные диапазоны частот образуют  $\Gamma_1$ -типы. Комплексная структура пойменной территории является суперпозицией ее  $\Gamma_1$ - и Ф-структур. Элементами К-структуры являются совокупности ее территориально локализованных фрагментов, имеющих одинаковые  $\Gamma_1$ -вид (тип) и Ф-вид (тип). Существование структуры  $\Gamma_1(\tau)$  определяется стабильностью рельефа, русловой структуры и функции распределения объема ежегодного паводкового гидрографа, рассчитываемой для выборок, размер которых  $\Theta$  (число взятых подряд лет наблюдений, отвечающих отрезку  $\left[ \tau - \frac{\Theta}{2}, \tau + \frac{\Theta}{2} - 1 \right]$ ), определяется исходя из требований к точности ее идентификации. Алгоритм расчета минимальной величины  $\Theta$  описан в работе [37]. В настоящем исследовании используются укрупненные частотные диапазоны ( $\Gamma_1$ -типы), характеризующие устойчиво затапливаемые (с частотой, не меньшей некоторого порогового значения  $n^{\lim}$ ), неустойчиво затапливаемые (с частотой, меньшей  $n^{\lim}$ ) и незатапливаемые (ни разу не затопленные за период наблюдений) территории. СПХ-потенциалы элементов Ф-структуры оцениваются с помощью экспертно конструируемых характеристических функций (ХФ), отражающих меру соответствия их Ф-вида (типа)  $\Gamma_1$ -виду (типу).

Если  $\Gamma_1$ -структура содержит  $n$  элементов, а Ф-структура –  $m$  элементов, то образуемая ими К-структура будет содержать  $nm$  элементов. Алгоритм и результат построения 12-элементной К-структуры на основе трехэлементной  $\Gamma_1$ -структуры и четырехэлементной Ф-структуры (социальные, природные, хозяйственные, неопределенные территории) подробно описан в работе [37]. Недостатком этой Ф-структуры является то, что она не является классификацией территориальных фрагментов пойм. Поэтому в настоящей работе используется агрегированная функциональная структура  $\Phi_1$  в виде совокупности восьми типовых элементов, каждый из которых характеризуется одной из трех типовых ХФ: социального ( $C, \varphi_3$ ), природного ( $\Pi, \varphi_1$ ), хозяйственного ( $X, \varphi_3$ ), природохозяйственного ( $\Pi X, \varphi_1$ ), социопри-





родного (СП,  $\varphi_1$ ), социохозяйственного (СХ,  $\varphi_3$ ), социоприродохозяйственного (СПХ,  $\varphi_1$ ) и неопределенного (Н,  $\varphi_2$ ). Последний тип означает отсутствие закрепленного вида землепользования. Характеристические функции  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  имеют следующий вид:

$$\varphi_1(n) = \begin{cases} 0, & 0 \leq n < n^{\text{lim}}, \\ 1, & n^{\text{lim}} \leq n \leq 1, \end{cases} \quad \varphi_2(n) = 1,$$

$$\varphi_3(n) = \begin{cases} 0, & 0 < n \leq 1, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$

Суперпозиция  $\Phi_1$ -структуры и трехэлементной  $\Gamma_1$ -структуры образует 24-элементную К-структуру  $K_{24}(\tau)$ , используемую в настоящей работе для решения задачи управления.

### 1.5. Модель динамики $\Gamma_1$ -структуры

Как было сказано выше, эффект русловой депрессии приводит к изменению  $\Gamma_1$ -структуры с течением времени. Модель динамики этой структуры представляет собой совокупность алгоритмов построения последовательности  $\Gamma_1(\tau)$ ,  $\tau = \tau_0, \dots, \tau_0 + N, \dots, T$ . Эта последовательность состоит из реальных ( $\Gamma_1^r(\tau)$ ) и модельных ( $\Gamma_1^{\text{mod}}(\tau)$ ) структур. Реальные структуры  $\Gamma_1^r(\tau)$ , отвечающие случаю  $\tau_0 + \frac{\Theta}{2} \leq \tau \leq \tau_0 + N - \frac{\Theta}{2} + 1$ , конструируются при помощи совокупности карт затоплений за период наблюдений с гидрографами  $G_\theta^c$ ,  $\theta \in \left[ \tau - \frac{\Theta}{2}, \tau + \frac{\Theta}{2} - 1 \right]$ , построенных алгоритмом, описанном в п. 1.3. («Затопленной» на карте устойчивого затопления  $K_\tau^{n^{\text{lim}}}$  структуры  $\Gamma_1^r(\tau)$  считается ячейка, «затопленная» не менее, чем на  $n^{\text{lim}}\Theta$  картах совокупности, включающей  $\Theta$  карт.)

Модельные структуры  $\Gamma_1^{\text{mod}}(\tau)$  формируются для случаев, в которых интервал выборки полностью или частично выходит за границы периода наблюдений ( $\tau < \tau_0 + \frac{\Theta}{2}$  или  $\tau > \tau_0 + N - \frac{\Theta}{2} + 1$ ).

В работе [37] эти структуры строятся при помощи карт затоплений, рассчитанных с учетом эффекта пространственно однородной депрессии главного русла в год  $\tau$  с виртуальными модельными гидрографами  $G_i^c, i = 1, \dots, \Theta$ , параметры которых подо-

браны случайными выборками из генеральной совокупности.

Применение описанного в работе [37] алгоритма для построения большого числа модельных структур  $\Gamma_1^{\text{mod}}(\tau)$ , соответствующих различным вариантам ГТ-проектов, с учетом эффекта пространственной неоднородности русловой депрессии значительно повышает вычислительную сложность алгоритма решения задачи управления. Поэтому в настоящем исследовании для этой цели используется менее трудоемкий алгоритм их приближенного построения. Этот алгоритм сводится к поиску обобщенного гидрографа  $\hat{G}_o^c = (\hat{Q}_o^c, \hat{t}_o^c)$  и ближайшего к нему гидрографа из ККМЗ  $G_{ij}^c = (Q_i^c, t_j^c)$ ,  $Q_i^c \leq \hat{Q}_o^c \leq Q_{i+1}^c, t_j^c \leq \hat{t}_o^c \leq t_{j+1}^c$ , карта затопления которого с наименьшей погрешностью приближает совокупность карт устойчивого затопления  $K_\tau^{n^{\text{lim}}}$  в виртуальных структурах  $\Gamma_1^v(\tau)$ , сформированных для всего периода наблюдений  $\tau_0 + \frac{\Theta}{2} \leq \tau \leq \tau_0 + N - \frac{\Theta}{2} + 1$  при помощи карт затоплений, построенных на основе современного рельефа главного русла с гидрографами  $G_\theta^c$ ,  $\theta \in \left[ \tau - \frac{\Theta}{2}, \tau + \frac{\Theta}{2} - 1 \right]$ . (Эти структуры совпадали бы с реальными при отсутствии русловой депрессии.)

Поиск гидрографа  $\hat{G}^c = (\hat{Q}^c, \hat{t}^c)$  производится следующим образом. Для множества параметров  $Q_\tau^c, t_\tau^{\text{max}}$  совокупности гидрографов  $G_\tau^c (\tau = \tau_0, \dots, \tau_0 + N)$  вычисляется линейная регрессия  $Q^c = at^{\text{max}} + b$ . При каждом фиксированном  $\tau = \tau_0 + \frac{\Theta}{2}, \dots, \tau_0 + N - \frac{\Theta}{2} + 1$  для каждого гидрографа  $G_\theta^c, \theta \in \left[ \tau - \frac{\Theta}{2}, \tau + \frac{\Theta}{2} - 1 \right]$  вычисляется виртуальный гидрограф  $\tilde{G}_\theta^c(\tau)$  объема  $V_\theta = Q_\theta^c t_\theta^{\text{max}}$ , параметры которого  $\tilde{Q}_\theta^c, \tilde{t}_\theta^{\text{max}}$  лежат на линии этой регрессии. Эти гидрографы упорядочиваются по величине объема. В качестве приближенной карты устойчивого затопления  $\tilde{K}_\tau^{n^{\text{lim}}}$  выбирается карта затопления гидрографа  $\tilde{G}_\tau^c = (\tilde{Q}_\tau^c, \tilde{t}_\tau^{\text{max}})$ , имеющего порядковый номер равный величине  $\left[ n^{\text{lim}}\Theta \right] + 1$ . Погрешность  $\varepsilon_\tau$  определения карты  $\tilde{K}_\tau^{n^{\text{lim}}}$  определяется согласно алгоритму, описанному в п. 1.2,

как относительная доля ячеек, характер затопления которых различен на картах  $\tilde{K}_\tau^{n\text{lim}}$  и  $K_\tau^{n\text{lim}}$ . Если средняя величина этих погрешностей не превосходит  $\varepsilon_m$ , то средневзвешенные значения параметров  $\hat{Q}_o^c, \hat{t}_o$  обобщенного гидрографа  $\hat{G}_o^c$  определяются на основании построенной линейной регрессии и уравнения  $\hat{Q}^c \hat{t} = (N - \Theta)^{-1} \sum_\tau \tilde{Q}_\tau^c \tilde{t}_\tau^{\text{max}}$ . Ближайший к  $\hat{G}_o^c$  гидрограф из ККМЗ  $G_\tau^{\text{уст}} = (Q^{\text{уст}}, t^{\text{уст}}) = (Q_i^c, t_j)$ ,  $Q_i \leq \hat{Q}_o^c \leq Q_{i+1}$ ,  $t_j \leq \hat{t}_o \leq t_{j+1}$  является результатом поиска. Погрешность такого приближения равна  $\varepsilon_s = (N - \Theta)^{-1} \sum_\tau \varepsilon_\tau$ . Использование ККМЗ при построении ретроспективных и прогнозных структур  $\Gamma_1^{\text{mod}}(\tau)$  требует расчета переменного гидрографа  $G_\tau^{\text{уст}}(L) = (\varphi(Q^{\text{уст}}, 2022, \tau, L), t^{\text{уст}})$  и формирования карт затоплений из фрагментов карт этого корпуса в соответствии с алгоритмом из п. 1.3. На основе построенных таким образом приближенных структур  $\Gamma_1^v(\tau)$ ,  $\Gamma_1^r(\tau)$ ,  $\Gamma_1^{\text{mod}}(\tau)$  строятся соответствующие им приближенные 24-элементные комплексные структуры  $K_{24}^v(\tau)$ ,  $K_{24}^r(\tau)$ ,  $K_{24}^{\text{mod}}(\tau)$ . Гидрологические структуры, построенные по картам затоплений, рассчитанных для рельефов дна русел поймы, включающих в себя проектируемые плотины, называются проектными  $K_{24}^{pr}(\tau)$ .

Помимо структуры  $\Gamma_1$  в алгоритме оптимизации гидротехнических проектов, который будет представлен во второй части статьи, используется иерархическая гидрологическая структура пойменной территории  $\Gamma_2$ , представляющая собой совокупность ее фрагментов – зон, затапливаемых из русловых систем, образуемых ответвлениями от главного магистрального русла. Одна часть зон образуется тупиковыми ответвлениями, другая часть – средними магистральными руслами (СМР). Фрагменты территории, затапливаемые из отдельных русел, образуют микрзоны. Погрешность определения границы зоны, равная отношению объема трансграничных водных потоков к объему вод, поступивших в эту зону из образующих ее русел, может превышать  $\varepsilon_r$ . В таком случае зона присоединяется к соседней, образуя макрзону. Алгоритм и результаты численного построения структуры  $\Gamma_2$  для ВАП описаны в работе [49].

## 2. ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ РЕТРОСПЕКТИВНОЙ, СОВРЕМЕННОЙ И ПРОГНОЗНОЙ К-СТРУКТУР СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ВОЛГО-АХТУБИНСКОЙ ПОЙМЫ

Обработка результатов вычислительных экспериментов позволила установить, что погрешность открытых данных спутниковых измерений высот рельефа ВАП, абсолютная величина которой равна 0,5 м, вызывает погрешность гидродинамического моделирования цифровых карт затопления, относительная величина которой, рассчитанная с помощью описанного в п. 1.2 алгоритма, не превосходит  $\varepsilon_r = 0,05$  [48]. Для реализации описанных выше алгоритмов создан ККМЗ с гидрографами ВГЭС  $G_{ij}^c = (Q_i^c, t_j)$ ,  $13\,000 \leq Q_i^c \leq 28\,000 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $0 \leq t_j \leq 960 \text{ ч}$ , содержащий более 3500 карт, построенных с относительной погрешностью, не превышающей  $\varepsilon_r = 0,05$ .

Вычисление коэффициентов регрессии (1) для уровней р. Волги ниже ВГЭС производилось на основе опубликованных на сайте ПАО «РусГидро» гидрологических данных о динамике уровней воды на четырех гидропостах: Нижний Бьеф ВГЭС, г. Волгоград (Речной порт), пос. Светлый Яр, пос. Черный Яр. На рис. 1 показаны результаты анализа динамики уровней вод на этих гидропостах при меженных значениях стока воды. Приведены линейные тренды изменения уровня вод для  $Q^c = 4\,000, 5\,000, 6\,000 \text{ м}^3/\text{с}$  и средние годовые понижения уровня воды  $\delta\eta$ . Для Нижнего Бьефа ВГЭС  $\delta\eta = -0,0201 \text{ м}$ , для пос. Светлый Яр (65 км от ВГЭС)  $\delta\eta = -0,0108 \text{ м}$ . Вблизи пос. Черный Яр депрессия дна практически исчезает. Полученные оценки дают суммарное понижение для Нижнего Бьефа ВГЭС на интервале 1961–2023 гг. примерно на 1,25 м.

Статистически значимые коэффициенты регрессии (1), описывающей депрессию русла р. Волги ниже ВГЭС, равны:  $a_1 = 3,00 \cdot 10^{-4}$ ;  $a_2 = -2,25 \cdot 10^{-2}$ ;  $a_3 = -5,35 \cdot 10^{-4}$ ;  $a_{23} = a_{32} = 1,17 \cdot 10^{-7}$ ;  $b = 32,54$ . Средняя ошибка аппроксимации составляет  $\bar{A} = 0,097$ .

Таким образом, регрессия (1), описывающая депрессию русла р. Волги ниже Волжской ГЭС, имеет вид

$$h(Q^c, \tau, L) = a_1 Q^c + a_2 \tau + a_3 L + 2a_{23} \tau L + b. \quad (2)$$

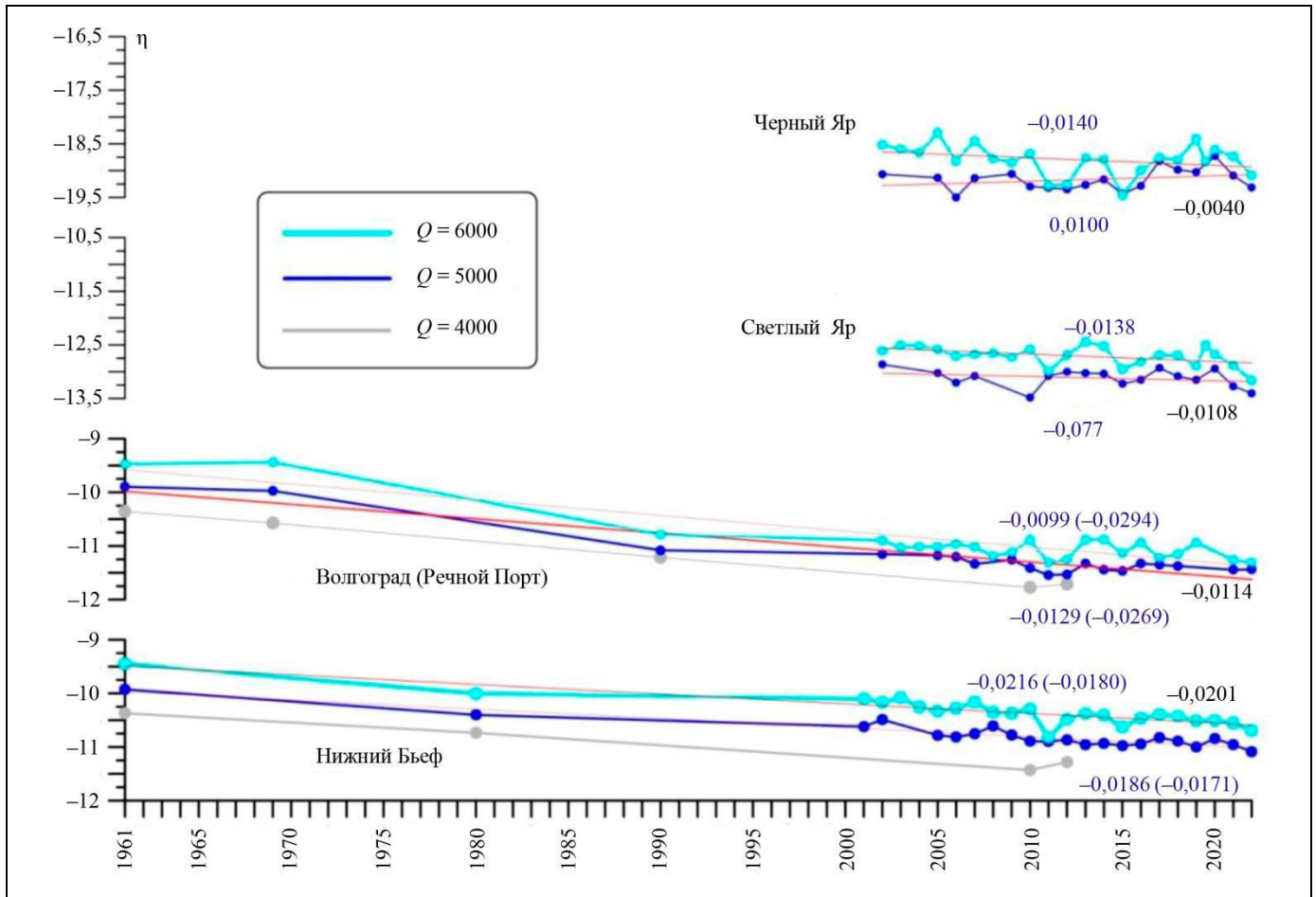


Рис. 1. Данные измерений на четырех гидропостах ниже плотины Волжской ГЭС. Синим цветом приведены значения среднего годового понижения уровней воды на соответствующем гидропосту с учетом всех данных. В круглых скобках указаны аналогичные значения только за период с 2001 г. Черным цветом даны значения, усредненные по  $Q$

Функция  $\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L)$  (см. п. 1.3), построенная на основании формулы (2), имеет вид

$$\varphi(Q_1^c, \tau_1, \tau_2, L) = Q_1^c - \frac{(a_2 + 2a_{23}L)}{a_1} (\tau_2 - \tau_1). \quad (3)$$

Построенные с использованием выражения (3) формулы для расчета виртуальных расходов, лежащих в основе описанных в п. 1.3–1.5 алгоритмов построения ретроспективной  $K_{24}^r(1975)$ , современной  $K_{24}^r(2005)$  и прогнозной  $K_{24}^{\text{mod}}(2052)$  К-структур, имеют вид

$$\begin{aligned} Q_{1975}^c(Q_{2022}^c, L) &= Q_{2022}^c - 3525 - 0,0367L, \\ Q_{2005}^c(Q_{2022}^c, L) &= Q_{2022}^c - 1275 - 0,0133L, \\ Q_{2052}^c(Q_{2022}^c, L) &= Q_{2022}^c + 2250 - 0,0235L. \end{aligned} \quad (4)$$

При реализации описанного в п. 1.3 алгоритма «склейки» карт затопления из ККМЗ для обеспечения необходимой точности  $\varepsilon_c = \max(0,05; 0,097) = 0,097$  каждая из них в пределах моделируемой территории конструировалась

из девяти фрагментов карт ККМЗ, параметры которых найдены при помощи формул (4). Протяженность каждого фрагмента карты вдоль русла р. Волги составила  $\Delta L = 7500$  м. Разность значений расходов р. Волги для соседних фрагментов карт составила  $\Delta Q = 250 \text{ м}^3/\text{с}$ .

При построении всех К-структур использовался размер выборки  $\Theta = 30$  и  $n^{\text{lim}} = 0,85$ . Уравнение регрессии, используемое в описанном в п. 1.5 алгоритме поиска гидрографа  $\hat{G}^c = (\hat{Q}^c, \hat{t}_c)$ , используемого при построении приближенных проектных структур  $\Gamma_1^{\text{mod}}(2052)$  ВАП, имеет вид  $Q = 237t + 23117$ . Найденные с его помощью параметры  $\tilde{Q}_\tau^c, \tilde{t}_\tau^{\text{max}}$  приближенных гидрографов  $\tilde{G}_\tau$  Волжской ГЭС, используемые при построении обобщенного гидрографа  $\hat{G}_o^c$  и ближайшего к нему гидрографа из ККМЗ  $G^c$ , а также относительные погрешности приближения  $\varepsilon_\tau, \tau = 1975, \dots, 2005$  представлены в таблице. Рассчитанные на основе

этих данных значения параметров гидрографов равны  $\hat{G}_o^c = (24\ 302,5)$  и  $G^{уст} = (24\ 250,5)$ . Устойчивое снижение значения  $\varepsilon_\tau$  по мере роста  $\tau$  можно объяснить переходом Волжской ГЭС в последние десятилетия к относительно постоянному плановому двухступенчатому гидрографу весенних пусков.

Значение  $Q^{уст} = 24\ 250\ \text{м}^3/\text{с}$  использовалось в формулах (4) для поиска фрагментов карт ККМЗ при построении карт и расчете площадей элементов ретроспективной  $K_{24}^r(1975)$ , современной  $K_{24}^r(2005)$  и прогнозной  $K_{24}^{mod}(2052)$  К-структур ВАП (рис. 2, 3). На рис. 3 также выделены границы 12-ти зон структуры  $\Gamma_2$  (очерчены сплошными линиями). Цветами отмечены устойчиво затапливаемые (зеленый и желтый), неустойчиво затапливаемые (голубой и оранжевый) и незатапливаемые (фиолетовый и красный) структурные элементы. На рис. 4 показаны соответствующие этим структурам карты устойчиво затапливаемой территории. Анализ этих рисунков показывает, что основную часть территории ВАП занимают природные, социоприродные, природохозяйственные и некадастрированные территории. Сравнение структур  $K_{24}^r(1975)$ ,  $K_{24}^r(2005)$  и  $K_{24}^{mod}(2052)$  на рис. 2–4 позволяет наблюдать прогрессирующую природно-техногенную деградацию устойчиво затапливаемой территории ВАП, служащей биотопом ее пойменной экосистемы, и К-структуры, определяющей эффективность ее социохозяйственной системы. Так, прогнозируемое снижение величины площади устойчиво затапливаемой территории за 77 лет составляет 62 %, в том числе природной – 44 %, природохозяйственной – 78 %, некадастрированной – 60 %.

**Параметры приближенных гидрографов Волжской ГЭС, используемые при построении обобщенного гидрографа, и ошибки приближения**

$\tau$	$\tilde{Q}_\tau^c$	$\tilde{t}_\tau^{\max}$	$\varepsilon_\tau$
1975	24539	6	0,0837
1976	24539	6	0,0835
1977	24539	6	0,0705
1978	24302	5	0,0644
1979	24302	5	0,0641
1980	24302	5	0,0640
1981	24302	5	0,0640
1982	24302	5	0,0637
1983	24302	5	0,0554
1984	24302	5	0,0552
1985	24539	6	0,0552
1986	24302	5	0,0548
1987	24302	5	0,0528
1988	24302	5	0,0522
1989	24539	6	0,0511
1990	24539	6	0,0508
1991	24302	5	0,0458
1992	24302	5	0,0457
1993	24302	5	0,0457
1994	24302	5	0,0455
1995	24302	5	0,0408
1996	24302	5	0,0408
1997	24302	5	0,0405
1998	24302	5	0,0377
1999	24302	5	0,0375
2000	24302	5	0,0375
2001	24302	5	0,0371
2002	24302	5	0,0327
2003	24302	5	0,0325
2004	24302	5	0,0316
2005	24302	5	0,0307

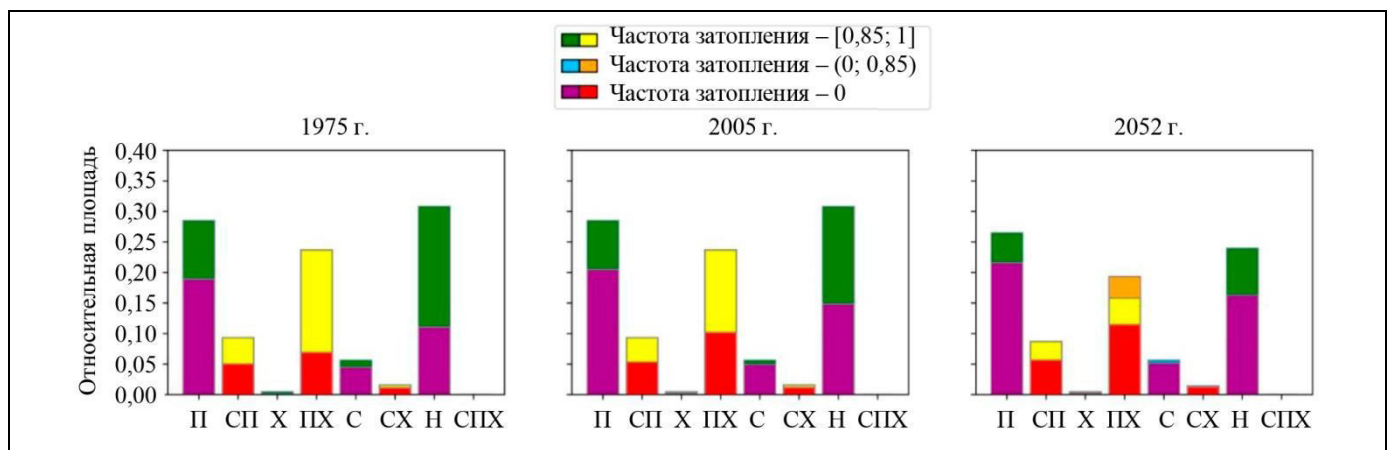


Рис. 2. Диаграммы площадей природных (II), социоприродных (СП), хозяйственных (X), природохозяйственных (ПХ), некадастрированных (Н) и социоприродохозяйственных (СПХ) элементов К-структур  $K_{24}^r(1975)$ ,  $K_{24}^r(2005)$  и  $K_{24}^{mod}(2052)$  территории ВАП



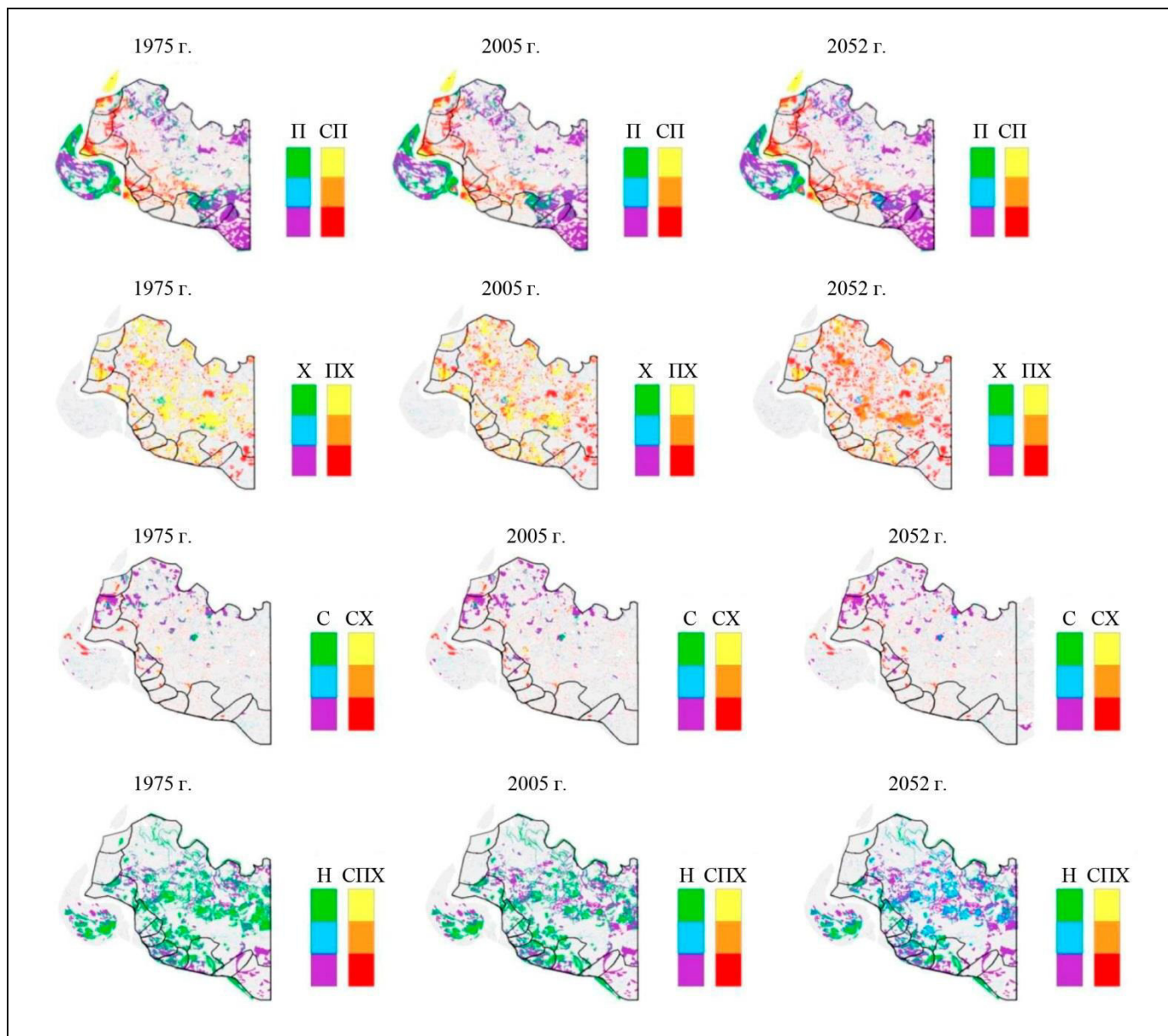


Рис. 3. Карты природных (П), социоприродных (СП), хозяйственных (Х), природохозяйственных (ПХ), некадастрированных (Н) и социоприродохозяйственных (СПХ) элементов К-структур  $K_{24}^r(1975)$ ,  $K_{24}^r(2005)$  и  $K_{24}^{mod}(2052)$  территории ВАП

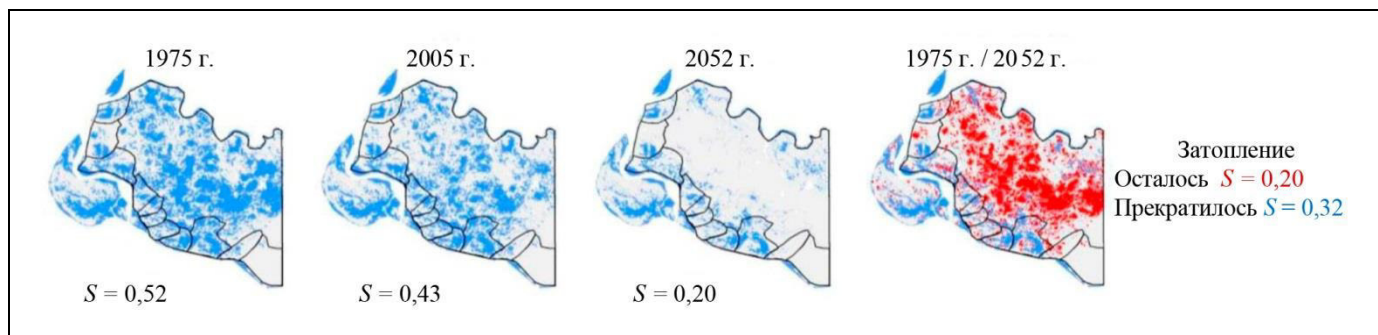


Рис. 4. Карты и относительные площади устойчиво затопляемой территории в К-структурах ВАП: ретроспективной  $K_{24}^r(1975)$ , современной  $K_{24}^r(2005)$  и прогнозной  $K_{24}^{mod}(2052)$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье представлен метод моделирования долгосрочной динамики К-структуры пойменных территорий зарегулированных рек, включающий в себя алгоритм построения корпуса карт моделирования затоплений (ККМЗ), регрессионную модель пространственно неоднородной депрессии главного пойменного русла, алгоритм приближенного построения ретроспективных и прогнозных карт затопления, модель 24-элементной К-структуры пойменной территории, алгоритм построения ретроспективных и прогнозных К-структур. Реализация метода для конкретных пойменных территорий опирается на методы экспертного оценивания, геоинформационного, численного гидродинамического моделирования, высокопроизводительные вычисления, методы статистического анализа данных природных наблюдений и результатов вычислительных экспериментов.

Представлены результаты численной реализации этого метода для территории северной части Волго-Ахтубинской поймы, демонстрирующие прогрессирующую природно-техногенную деградацию ее устойчиво затопляемой территории, служащей биотопом пойменной экосистемы, и К-структуры, определяющей эффективность ее социохозяйственной системы. Эти результаты обосновывают актуальность гидротехнических проектов стабилизации гидрологической структуры ВАП. Территориальная распределенность и вариативность параметров гидротехнических проектов актуализируют задачу поиска оптимальной К-структуры.

Представленные модели и результаты их численной реализации являются основой алгоритма поиска параметров гидротехнических проектов, обеспечивающих устойчивость оптимальной К-структуры пойменных территорий. Этот алгоритм и результаты его численной реализации для территории северной части Волго-Ахтубинской поймы будут представлены во второй части статьи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В.В., Коротаев В.Н. Влияние гидроузлов на деформации пойменных берегов и русловых форм в низовьях реки Волги и Кубани // Эрозия почв и русловые процессы. – 2008. – Вып. 16. – С. 224–242. [Ivanov, V.V., Korotayev, V.N. Vliyaniye gidrouzlov na deformatsii poymennykh beregov i ruslovykh form v nizov'yakh reki Volgi i Kubani // Eroziya pochv i ruslovyye protsessy. – 2008. – Vyp. 16. – P. 224–242 (In Russian)]
2. Александровский А.Ю., Силаев Б.И., Чуканов В.В. Влияние русловых деформаций в нижнем бьефе на условия работы энергетического оборудования ГЭС // Гидротехническое строительство. – 2002. – № 11. – С. 20–23. [Aleksandrovskiy, A.Yu., Silayev, B.I., Chukanov, V.V. Vliyaniye ruslovykh deformatsiy v nizhnem b'yefe na usloviya raboty energeticheskogo oborudovaniya GES // Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo. – 2002. – No. 11. – P. 20–23 (In Russian)]
3. Асарин А.Е., Ткачëв К.В. Русловые деформации в нижнем бьефе волгоградского гидроузла и возможности их ограничения // Гидротехническое строительство. – 2014. – № 12. – С. 54–58. [Asarin, A.Ye., Tkachov, K.V. Ruslovyye deformatsii v nizhnem b'yefe volgogradskogo gidrouzla i vozmozhnosti ikh ogranicheniya // Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo. – 2014. – No. 12. – P. 54–58. (In Russian)]
4. Буланов Е. П. Понижение кривой расходов в нижнем бьефе Волжской ГЭС, связанное с общими размывами русла // XV пленарное межвузовское координационное совещание по проблеме эрозийных, русловых и устьевых процессов. Доклады и краткие сообщения. – Волгоград–Москва: Перемена, 2000. [Bulanov, Ye.P. Poniizheniye krivoy raskhodov v nizhnem b'yefe Volzhskoy GES, svyazannoye s obshchimi razmyvami rusla // XV plenarnoye mezhvuzovskoye koordinatsionnoye soveshchaniye po probleme eroziynykh, ruslovykh i ust'yevykh protsessov. Doklady i kratkiye soobshcheniya. – Volgograd–Moskva: Peremena, 2000. (In Russian)]
5. Мажбиц Г.Л., Буланов Е.П. Изменение положения кривой связи расходов и уровней воды и русловые процессы в нижнем бьефе Волжской ГЭС // Материалы Всесоюзной научно-практической конференции «Водные ресурсы Волги: настоящее и будущее, проблемы управления». – Астрахань, 2007. [Mazhbits, G.L., Bulanov, Ye.P. Izmeneniye polozheniya krivoy svyazi raskhodov i urovney vody i ruslovyye protsessy v nizhnem b'yefe Volzhskoy GES // Materialy Vsesoyuznoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Vodnyye resursy Volgi: nastoyashcheye i budushcheye, problemy upravleniya». – Astrakhan', 2007. (In Russian)]
6. Górski, K., van den Bosch, L.V., van de Wolfshaar, K.E., et al. Post-damming Flow Regime Development in a Large Lowland River (Volga, Russian Federation): Implications for Floodplain Inundation and Fisheries // River Research and Applications. – 2012. – Vol. 28, iss. 8. – P. 1121–1134.
7. Hohensinner, S., Grupe, S., Klasz, G., Payer, T. Long-Term Deposition of Fine Sediments in Vienna's Danube Floodplain before and after Channelization // Geomorphology. – 2022. – Vol. 398. – Art. ID 108038. – DOI: 10.1016/j.geomorph.2021.108038.
8. Векслер А.Б., Доненберг В.М. Переформирование русла в нижних бьефах крупных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 217 с. [Veksler, A.B., Donenberg, V.M. Reshaping the Channel in the Development of Large Power Plants. – M.: Energoatomizdat, 1983. – 217 s. (In Russian)]
9. Jardim, P.F., Melo, M.M.M., Ribeiro, L.D.C. et al. A Modeling Assessment of Large-Scale Hydrologic Alteration in South American Pantanal Due to Upstream Dam Operation // Frontiers in Environmental Science. – 2020. – Vol. 8. – Art. ID 567450. – DOI: 10.3389/fenvs.2020.567450.
10. Болгов М.В., Шаталова К.Ю., Горелиц О.В. и др. Водно-экологические проблемы Волго-Ахтубинской поймы // Экосистемы: экология и динамика. – 2017. – Т. 1, № 3. – С. 15–37. [Bolgov, M.V., Shatalova, K.Yu., Gorelits, O.V., et al. Vodno-ekologicheskiye problemy Volgo-Akhtubinskoy poymy // Ekosistemy: ekologiya i dinamika. – 2017. – Vol. 1, no. 3. – P. 15–37. (In Russian)].
11. Землянов И.В., Горелиц О.В., Павловский А.Е. и др. Анализ экологических последствий эксплуатации Волгоградского



- водохранилища для сохранения биоразнообразия основных водно-болотных территорий Нижней Волги. Отчет о НИР. – М.: ФГУ «ГОИН», 2010. – 675 с. [Zemlyanov, I.V., Gorelits, O.V., Pavlovskiy, A.E., et al. Analiz ekologicheskikh posledstviy ekspluatatsii Volgogradskogo vodokhranilishcha dlya sokhraneniya bioraz-noobraziya osnovnykh vodno-bolotnykh territoriy Nizhney Volgi. Otchet o NIR. – Moscow: FGU «GOIN», 2010. – 675 s. (In Russian)]
12. Fernandes, M.R., Aguiar, F.C., Martins, M.J., et al. Long-Term Human-Generated Alterations of Tagus River: Effects of Hydrological Regulation and Land-Use Changes in Distinct River Zones // *Catena*. – 2020. – Vol. 188. – Art. ID 104466. – DOI: 10.1016/j.catena.2020.104466.
  13. Li, W.-J., Yu, S.-Y., Pan, J., et al. A 2000-Year Documentary Record of Levee Breaches on the Lower Yellow River and Their Relationship with Climate Changes and Human Activities // *Holocene*. – 2021. – Vol. 31, no. 3. – P. 333–345.
  14. Lu, C., Jia, Y., Jing, L., et al. Shifts in River-Floodplain Relationship Reveal the Impacts of River Regulation: A Case Study of Dongting Lake in China // *Journal of Hydrology*. – 2018. – Vol. 559. – P. 932–941. – DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.03.004>.
  15. Ablat, X., Wang, Q., Arkin, N., et al. Spatiotemporal Variations and Underlying Mechanism of the Floodplain Wetlands in the Meandering Yellow River in Arid and Semi-arid Regions // *Ecological Indicators*. – 2022. – Vol. 136. – Art. no. 108709. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2022.108709>.
  16. Wu, C., Webb, J.A., Stewardson, M.J. Modelling Impacts of Environmental Water on Vegetation of a Semi-Arid Floodplain–Lakes System Using 30-Year Landsat Data // *Remote Sens.* – 2022. – Vol. 14, no. 3. – Art. no. 708.
  17. Golub, V.B., Chuvashov, A.V., Bondareva, V.V., et al. Results of Long-Term Observations on Stationary Transects in the Volga–Akhtuba Floodplain // *Biology Bulletin*. – 2020. – Vol. 47. – P. 1309–1317.
  18. Shi, L., Wang, Y., Jia, Y., et al. Vegetation Cover Dynamics and Resilience to Climatic and Hydrological Disturbances in Seasonal Floodplain: The Effects of Hydrological Connectivity // *Frontiers in Plant Science*. – 2017. – Vol. 8. – P. 1–11.
  19. Han, B., Benner, S.G., Bolte, J.P. et al. Coupling Biophysical Processes and Water Rights to Simulate Spatially Distributed Water Use in an Intensively Managed Hydrologic System // *Hydrol. Earth Syst. Sci.* – 2017. – Vol. 21. – P. 3671–3685
  20. Fernandes, L.F.S., Marques, M.J., Oliveira, P.C., Moura, J.P. Decision Support Systems in Water Resources in the Delineated Region of Douro – Case Study in Pinhao River Basin, Portugal. // *Water Environ.* – 2019. – Vol. 33. – P. 350–357.
  21. Weng, S.Q., Huang, G.H., Li, Y.P. An Integrated Scenario-Based Multi-criteria Decision Support System for Water Resources Management and Planning – A Case Study in the Haihe River Basin // *Expert Syst. Appl.* – 2010. – Vol. 37. – P. 8242–8254.
  22. McCord, J., Carron, J.C., Liu, B., Rhoton, S., et al. Pecos River Decision Support System: Application for Adjudication Settlement and River Operations EIS // *OpenSIUC*. – 2004. – URL: [http://opensiuc.lib.siu.edu/ucowrconfs\\_2004/95?utm\\_source=opensiuc.lib.siu.edu%2Fucowrconfs\\_2004%2F95&utm\\_medium=PDF&utm\\_campaign=PDFCoverPages](http://opensiuc.lib.siu.edu/ucowrconfs_2004/95?utm_source=opensiuc.lib.siu.edu%2Fucowrconfs_2004%2F95&utm_medium=PDF&utm_campaign=PDFCoverPages).
  23. Lam, F., Bolte, J., Santelmann, M., Smith, C. Development and Evaluation of Multiple Objective Decision Making Methods for Watershed Management Planning // *J. Am. Water Resour. Assoc.* – 2002. – Vol. 38. – P. 517–529.
  24. Misganaw, D., Guo, Y., Knapp, H.V., Bhowmik, N.G. The Illinois River Decision Support System (ILRDSS). Report Prepared for the Illinois Department of Natural Resources. – Illinois: Illinois State Water Survey, 1999. – 50 p.
  25. Ge, Y., Li, X., Huang, C., Nan, Z. A Decision Support System for Irrigation Water Allocation along the Middle Reaches of the Heihe River Basin, Northwest China // *Environmental Modelling & Software*. – 2013. – Vol. 47. – P. 182–192.
  26. Wriggers, P., Kultsova, M., Kapysh, A., et al. Intelligent Decision Support System for River Floodplain Management // *Communications in Computer and Information Science*. – 2014. – Vol. 466. – P. 195–213.
  27. O'Brien, G., Wepener, V. Regional-Scale Risk Assessment Methodology Using the Relative Risk Model (RRM) for Surface Freshwater Aquatic Ecosystems in South Africa // *Water SA*. – 2012. – Vol. 38, no. 2. – P. 153–165.
  28. Tariq, M.A.U.R., Rajabi, Z., Muttil, N. An Evaluation of Risk-Based Agricultural Land-Use Adjustments under a Flood Management Strategy in a Floodplain // *Hydrology*. – 2021. – Vol. 8, no. 1. – Art. no. 53. – DOI: 10.3390/hydrology8010053.
  29. Lu, Y., Qin, F., Chang, Z., Bao, S. Regional Ecological Risk Assessment in the Huai River Watershed during 2010–2015 // *Sustainability*. – 2017. – Vol. 9, no. 12. – Art. no. 2231.
  30. Rincón, D., Velandia, J.F., Tsanis, I., Khan, U.T. Stochastic Flood Risk Assessment under Climate Change Scenarios for Toronto, Canada Using CAPRA // *Water*. – 2022. – Vol. 14, no. 2. – Art. no. 227. – DOI: <https://doi.org/10.3390/w14020227>.
  31. Modi, A., Kapoor, V., Tare, V. River Space: A Hydro-Bio-Geomorphic Framework for Sustainable River-Floodplain Management // *Science of the Total Environment*. – 2022. – Vol. 812. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.151470>.
  32. Scenarios and Indicators for Sustainable Development – Towards A Critical Assessment of Achievements and Challenges: Printed Edition of the Special Issue Published in Sustainability / Ed. by Joachim, H. Spangenberg. – Basel: Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2019. – 180 p.
  33. Ougolnitsky, G.A., Anopchenko, T.Yu., Gorbaneva, O.I., et al. Systems Methodology And Model Tools For Territorial Sustainable Management // *Advances in Systems Science and Applications*. – 2018. – Vol. 18, no. 4. – P. 136–150.
  34. Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами / под ред. Академика С.Н. Васильева. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2008. – 244с. [Burkov, V.N., Novikov, D.A., Shchepkin, A.V. Mekhanizmy upravleniya ekologo-ekonomicheskimi sistemami / pod red. Akademika S.N. Vasil'yeva. – M.: Izd-vo fiziko-matematicheskoy literatury, 2008. – 244 s. (In Russian)]
  35. Горелиц О.В., Землянов И.В. Современный механизм заливания территорий Волго-Ахтубинской поймы в период половодья (в пределах Волгоградской области) // Научный потенциал регионов на службу модернизации. Астрахань. – 2013. – № 2 (5). [Gorelits, O. V., Zemlyanov, I. V. Sovremennyy mekhanizm zalivaniya territoriy Volgo-Akhtubinskoy poymy v period polovod'ya (v predelakh Volgogradskoy oblasti) // Nauchnyy potentsial regionov na sluzhbu modernizatsii. Astrakhan'. – 2013. – No. 2 (5). (In Russian)]
  36. Преснякова А.Н., Писарев А.В., Храпов С.С. Исследование динамики затопления территории Волго-Ахтубинской поймы по данным космического мониторинга // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2017. – № 1(38). – С. 66–74. [Presnyakova, A.N., Pisarev, A.V., Khrapov, S.S. Issledovaniye dinamiki zatopeniya territorii Volgo-Akhtubinskoy poymy po dannym kosmicheskogo monitoringa // Matematicheskaya fizika i komp'yuternoye modelirovaniye. – 2017. – No. 1(38). – P. 66–74. (In Russian)]



37. Voronin, A., Khoperskov, A., Isaev, I., Klikunova, A. Model of the Floodplain Territories Structure // *Adv. Syst. Sci. Appl.* – 2020. – Vol. 20. – P. 153–165.
38. Isaeva, I.I., Voronin, A.A., Khoperskov, A.V., Kharitonov, M.A. Modeling the Territorial Structure Dynamics of the Northern Part of the Volga-Akhtuba Floodplain // *Computation.* – 2022. – Vol. 10, iss. 4. – DOI: <https://doi.org/10.3390/computation10040062>.
39. Khrapov, S.S., Khoperskov, A.V. Application of Graphics Processing Units for Self-Consistent Modelling of Shallow Water Dynamics and Sediment Transport // *Lobachevskii Journal of Mathematics.* – 2020. – Vol. 41, no. 8. – P. 1475–1484.
40. Храпов С.С., Агафонникова Е.О., Кликунова А.Ю. и др. Численное моделирование самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов: I. Влияние промышленной добычи песка // *Математическая физика и компьютерное моделирование.* – 2022. – Т. 25, № 3. – С. 31–57. – DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2022.3.3> [Khrapov, S.S., Agafonnikova, Ye.O., Klikunova, A.Yu. i dr. Chislennoye modelirovaniye samosoglasovannoy dinamiki poverkhno-stnykh vod, vlekomykh i vzveshennykh nanosov: I. Vliyaniye promyshlennoy dobychi peska // *Matematicheskaya fizika i komp'yuternoye modelirovaniye.* – 2022. – Vol. 25, no. 3. – P. 31–57. – DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2022.3.3>. (In Russian)]
41. Храпов С.С. Численное моделирование самосогласованной динамики поверхностных и грунтовых вод // *Математическая физика и компьютерное моделирование.* – 2021. – Т. 24, вып. 3. – С. 45–62. – DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.3.5>. [Khrapov, S.S. Chislennoye modelirovaniye samosoglasovannoy dinamiki poverkhnostnykh i gruntovykh vod // *Matematicheskaya fizika i komp'yuternoye modelirovaniye.* – 2021. – Vol. 24, vyp. 3. – P. 45–62. – DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.3.5>. (In Russian)]
42. Храпов С.С. Численное моделирование гидродинамических аварий: размыв дамб и затопление территорий // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия.* – 2023. – Т. 10, № 2. – С. 357–373. [Khrapov, S.S. Chislennoye modelirovaniye gidrodinamicheskikh avariyy: razmyv damb i zatopleniye territoriy // *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya.* – 2023. – Vol. 10, no. 2. – P. 357–373. (In Russian)]
43. Klikunova, A.Yu., Khoperskov, A.V. Creation of Digital Elevation Models for River Floodplains // *CEUR Workshop Proceedings.* – 2019. – Vol. 2391. – P. 275–284.
44. Klikunova, A.Yu., Khoperskov, A.V. Numerical Hydrodynamic Model of the Lower Volga // *Journal of Physics: Conference Series.* – 2018. – Vol. 1128. – Art. no. 012087. – DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1128/1/012087>.
45. Храпов С.С., Хоперсков А.В., Кузьмин Н.М. Численная схема для моделирования динамики поверхностных вод на основе комбинированного SPH-TVD-подхода // *Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии.* – 2011. – Т. 12, № 1. – С. 282–297. [Khrapov, S.S., Khoperskov, A.V., Kuz'min, N.M. Chislennoyaya skhema dlya modelirovaniya dinamiki poverkhnostnykh vod na osnove kombinirovannogo SPH-TVD-podkhoda // *Vychislitel'nyye metody i programmirovaniye: novyye vychislitel'nyye tekhnologii.* – 2011. – Vol. 12, no. 1. – P. 282–297. (In Russian)]
46. Khrapov, S., Pisarev, A., Kobelev, I., et. al. The Numerical Simulation of Shallow Water: Estimation of the Roughness Coefficient on the Flood Stage // *Advances in Mechanical Engineering.* – 2013. – Vol. 2013. – Art. ID 787016. – 11 p.
47. Dyakonova, T., Khoperskov, A., Khrapov, S. Numerical Model of Shallow Water: The Use of NVIDIA CUDA Graphics Processors // *Communications in Computer and Information Science.* – 2016. – Vol. 687. – P. 132–145.
48. Воронин А.А., Елисеева М.В., Писарев А.В. и др. Имитационные модели динамики поверхностных вод с использованием данных дистанционного зондирования: влияние рельефа местности // *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии.* – 2012. – № 3 (19). – С. 54–62. [Voronin, A.A., Yeliseyeva, M.V., Pisarev, A.V. i dr. Imitatsionnyye modeli dinamiki poverkhnostnykh vod s ispol'zovaniyem dannykh distantsionnogo zondirovaniya: vliyaniye rel'yefa mestnosti // *Prikaspiyskiy zhurnal: upravleniye i vysokkiye tekhnologii.* – 2012. – No. 3 (19). – P. 54–62. (In Russian)]
49. Voronin, A., Vasilchenko, A., Khoperskov, A. Project Optimization for Small Watercourses Restoration in the Northern Part of the Volga-Akhtuba Floodplain by the Geoinformation and Hydrodynamic Modeling // *Journal of Physics: Conf. Series.* – 2018. – Vol. 973. – P. 1–10. – URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/973/1/012064/pdf>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Поступила в редакцию 11.07.2023,  
после обработки 06.12.2023.  
Принята к публикации 07.12.2023.

**Исаева Инесса Игоревна** – мл. науч. сотрудник,  
✉ [isaeva-inessa@mail.ru](mailto:isaeva-inessa@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3045-6757>

**Харитонов Михаил Алексеевич** – канд. техн. наук,  
✉ [kharitonov@volsu.ru](mailto:kharitonov@volsu.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2115-1591>

**Васильченко Анна Анатольевна** – канд. техн. наук,  
✉ [aa-vasilchenko@mail.ru](mailto:aa-vasilchenko@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0008-5638-912X>

**Воронин Александр Александрович** – д-р физ.-мат. наук,  
✉ [voronin.prof@gmail.com](mailto:voronin.prof@gmail.com),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7912-9963>

**Хоперсков Александр Валентинович** – д-р физ.-мат. наук,  
✉ [khoperskov@volsu.ru](mailto:khoperskov@volsu.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0149-7947>

**Агафонникова Екатерина Олеговна** – доцент,  
✉ [agafonnikova@volsu.ru](mailto:agafonnikova@volsu.ru)  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2862-4531>

Волгоградский государственный университет, г. Волгоград.

© 2023 г. Исаева И.И., Харитонов М.А., Васильченко А.А., Воронин А.А., Хоперсков А.В., Агафонникова Е.О.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)





# SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF FLOODPLAIN TERRITORIES OF REGULATED RIVERS.

## PART I: Modeling Complex Structure Dynamics

I.I. Isaeva, M.A. Kharitonov, A.A. Vasilchenko,  
A.A. Voronin, A.V. Khoperskov, and E.O. Agafonnikova

Volgograd State University, Volgograd, Russia

✉ isaeva-inessa@mail.ru, ✉ kharitonov@volsu.ru, ✉ aa-vasilchenko@mail.ru,  
✉ voronin.prof@gmail.com, ✉ khoperskov@volsu.ru, ✉ agafonnikova@volsu.ru

**Abstract.** This two-part study presents an approach to designing a sustainable management system for the environmental socio-economic systems (ESESs) of floodplain territories based on modeling their structure dynamics and hydrotechnical projects on their hydrological regime stabilization. The objective of management is to achieve and maintain the optimal stationary complex structure of a floodplain territory, which is characterized by the best design-achievable correspondence between the functional purpose of its fragments and the nature of their spring flooding. The approach rests on the complex structure dynamics model of a floodplain territory that combines variable hydrological and permanent functional properties. This dynamic model, supplemented by an expert model of the socio-economic potentials of the floodplain territory state, yields optimal parameters of hydrotechnical and socio-economic projects. Implementing the approach for a particular floodplain ESES involves optimization, expert assessment, geoinformation and numerical hydrodynamic modeling, high-performance computing, and the statistical analysis of natural observation data and the results of computational experiments. The retrospective, modern, and forecasted complex structures of the northern part of the Volga–Akhtuba floodplain are numerically built considering the spatial heterogeneity of the riverbed degradation effect of the Volga. These numerical results are used to develop an algorithm for finding the parameters of hydrotechnical projects to ensure an optimal sustainable complex structure of the floodplain territory. The algorithm and the results of its numerical implementation will be presented in part II of the study.

**Keywords:** sustainable development, territorial structure control, hydrotechnical projects, high-performance computing, hydrodynamic modeling, Volga–Akhtuba floodplain.

**Funding.** This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-21-00176, <https://rscf.ru/project/23-21-00176/>.

# РАНГОВО-ЭКСПЕРТНАЯ ФУНКЦИЯ ОТКЛОНЕНИЙ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ<sup>1</sup>

В.Б. Коробов, А.Г. Тутыгин, А.С. Лохов

**Аннотация.** Предложена новая функция для классификации природных, социальных и природно-социальных объектов. В ее основу положена сумма ранговых отклонений сравниваемого объекта от эталонного с учетом значимости характеристик (показателей) объекта. Для оценки характеристик применяются весовые коэффициенты, рассчитываемые по результатам экспертных опросов или другими методами. Разработана вербально-числовая шкала оценки близости сравниваемых объектов по численному значению функции. Показано, что предложенная функция не является метрикой в геометрическом смысле, но является функцией близости, применяемой в задачах многомерного шкалирования. Приведены примеры расчета значений функции для геоэкологической задачи сравнения уязвимости территорий к аварийным разливам нефти, а также для задачи выбора альтернатив при покупке недвижимости. Представлена рекомендованная последовательность применения набора процедур для решения задач с использованием функции отклонений.

**Ключевые слова:** ранг, объект, классификация, вербально-числовая шкала.

## ВВЕДЕНИЕ

Классификация представляет собой одну из главных задач науки. Целью классификации является упорядочение объектов таким образом, чтобы объекты, относящиеся к одной группе, можно было считать близкими по своим качествам. Результатом классификации всегда является группировка объектов согласно их свойствам.

Методология классификаций для различных наук разная. Можно провести границу между общественными и естественными науками, в рамках которых сложно выработать единый подход. Так, например, разные авторы выделяют от 8 до 22 типов цивилизаций [1]. Еще сложнее классифицировать смешанные объекты, составленные из социальных, природных, техногенных и прочих компонентов, например такие, как разные типы поселений. Тем не менее, это вполне возможно, если со-

поставлять компоненты объектов в некоторых соизмеримых величинах: баллах, рангах, расстояниях в гиперпространствах и т. д.

Единых универсальных методов классификации нет. Но они активно разрабатываются представителями различных наук. Большой вклад в создание классификаций природных объектов внес Карл Линней [2].

## 1. ИДЕОЛОГИЯ СРАВНЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

В основу предлагаемой авторами методологии положено покомпонентное сравнение объектов. Принадлежность их к одному классу определяется с помощью функции, которая представляет собой суммарную величину отклонений между характеристиками (показателями) соответствующих компонентов. Идея эта не нова и применяется для решения многих прикладных задач. Одной из самых простых таких функций и в то же время достаточно эффективной является хорошо известная метрика Ричарда Хемминга [3], разработанная им в рамках теории кодирования, но затем нашедшая применение во многих областях науки и техники. Кроме того, существуют и ее модифицированные варианты – например, взвешенная метрика Хемминга [4].

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках темы госзадания № FMWE-2021-0006 «Современные и древние донные осадки и взвесь Мирового океана – геологическая летопись изменений среды и климата: рассеянное осадочное вещество и донные осадки морей России, Атлантического, Тихого и Северного Ледовитого океанов – литологические, геохимические и микропалеонтологические исследования; изучение загрязнений, палеообстановок и процессов в маргинальных фильтрах рек».



Остановимся на метрике Хемминга несколько подробнее. В общем виде она записывается следующим образом:

$$d(x_i, x_j) = \sum_{i,j=1}^N |x_i - x_j|,$$

где  $x_i, x_j$  – координаты векторов сравниваемых объектов,  $i, j = \overline{1, N}$ ;  $N$  – количество сравниваемых характеристик объектов. Наиболее простым методом определения близости объектов является представление разностей в виде бинарных отношений: если разница между соответствующими характеристиками менее некоторой заданной величины, допустим 10 %, ей присваивается значение 1, если больше – 0. Затем подсчитывается число единиц, и если их сумма равна или больше некоторого процента от всего количества сравниваемых характеристик, например, 90 %, то такие объекты считаются близкими и их относят к одному классу. Критерии близости и принадлежности – в данном случае 10 % и 90 % соответственно – устанавливаются исследователями произвольно в зависимости от условий задачи. Единых рекомендаций здесь нет и выработать их не представляется возможным, при этом сам подход является довольно простым.

Схожие идеи применяются также в методах многомерного шкалирования, предназначенных для анализа данных путем понижения их размерности, реализуемом при помощи сравнения объектов различными способами. Они широко используются в социологии и психологии, их основоположником является Л. Гуттман [5, 6].

В настоящее время в связи с развитием методов машинного обучения, искусственного интеллекта и кибернетики в целом особое место в науке занимает схожая с классификацией задача кластеризации [7], в которой сами классы должны быть определены алгоритмом.

Тем не менее, различные методы классификации разрабатываются и сейчас. Из них можно отметить метод ATOVIC (Amended fused TOPSIS-VIKOR for classification) [8] – комбинацию двух методов многокритериального принятия решений для задач выбора альтернатив, модифицированную для проведения классификаций. Здесь для каждого класса определяется идеальный объект и так называемый негативный объект с точки зрения принадлежности к классу. Далее при помощи метрик Минковского и Чебышева проверяется близость каждого идеального и негативного объекта к каждому классу, на основе которой принимается ре-

шение о принадлежности каждого из них [9]. Существуют и другие метрические методы, наиболее известный из них – метод  $k$  ближайших соседей [10], он имеет большое количество различных модификаций и позволяет использовать разные метрики.

В контексте методов классификации можно также упомянуть наивный байесовский классификатор, основанный на теореме Байеса и использующий для принятия решения различные вероятностные статистики [11].

Практика применения метрики Хемминга, в том числе и авторами, показала ее эффективность, но в тоже время, как это часто бывает, когда методология, выведенная для решения конкретных задач, транслируется на другие объекты, выявила и некоторые ее недостатки [12]. Эти недостатки присущи и другим метрическим методам; главным из них является то, что даже очень высокий процент совпадений пар характеристик при не менее высоком критерии совпадения отдельных пар (который может быть установлен и менее 5 %) не гарантирует, что объекты будут принадлежать к одному классу.

Например, пусть производится геоэкологическая классификация территорий по степени их загрязненности. Для описания объекта обычно выбирают ограниченное число показателей (характеристик), наиболее характерных для данных территорий. При этом почти по всем показателям, кроме одного, могут быть очень близкие результаты, вплоть до практически полного совпадения, что будет давать все формальные основания отнести сравниваемые объекты к одному классу. Но единственное несовпадение может быть настолько большим – на порядки – что объекты нельзя будет отнести к одному типу ни при каких условиях. Именно так и происходит в случаях аварийных разливов и выбросов токсичных веществ в больших объемах, ведущих к экологическим катастрофам. Применение метрики Хемминга в этих случаях неправомерно, поскольку приводит к ошибочным результатам. Этой метрике и подобным ей присущи и некоторые другие недостатки, которые будут рассмотрены нами в ходе дальнейшего изложения.

Несмотря на это, сам принцип сравнения и классификации объектов, основанный на анализе отклонений характеристик объектов, представляется оправданным и методологически верным. На базе этого принципа авторами предложена функция, позволяющая проводить сравнение и классифицировать широкий круг объектов.

## 2. РАНГОВАЯ ФУНКЦИЯ ОТКЛОНЕНИЙ

Чтобы определить, относится ли данный объект к тому или иному классу, его необходимо сравнить с неким другим объектом, входящим в этот класс. Для проведения таких сравнений введем понятие «эталонного» объекта, под которым будем понимать объект, в наибольшей степени характеризующий данный класс. (Каким образом формализовать объект-эталон, будет рассмотрено авторами в отдельной публикации, поскольку это требует разработки специальной методологии, зависящей от сложности объекта и наличия информации.) Тем не менее, с точки зрения процедур расчета эталон также является объектом, поэтому далее речь пойдет о более общем случае – сравнении двух объектов друг с другом.

Отклонения можно измерять несколькими способами. Наиболее естественный – простая разность, выраженная в процентах или булевыми символами. Можно предварительно перевести все характеристики в баллы путем применения специальных шкал, что позволяет получать разности в унифицированных единицах. Нередко проводятся различные нормировки показателей для приведения их к безразмерному виду. Применяются и другие методы для того, чтобы сделать характеристики объекта сопоставимыми.

В настоящей работе предлагается метод, основанный на ранговых шкалах, обладающих одним важным свойством: вербальные определения не имеют знака, что позволяет отрицательные и положительные значения, причем как количественные, так и качественные, рассматривать как однозначные. Это очень важно для некоторых характеристик. Так, температура воздуха при оценке комфортности климата для проживания оценивается примерно в диапазоне от  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а промышленные предприятия по их финансовому результату, который может быть как отрицательным, так и положительным, – по степени их убыточности или доходности.

Перейдем непосредственно к описанию предлагаемой функции. Пусть даны два объекта  $x$  и  $y$  со следующими наборами характеристик:  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_N)$ ,  $\bar{y} = (y_1, \dots, y_N)$ ,  $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}^N$ , которые принадлежат множеству векторов размерности  $N$ , а его элементы – множеству действительных чисел и представлены в своих «естественных» единицах измерения, например физических. Тогда вектор их отклонений  $\bar{z} \in \mathbb{R}_+^N \cup \{0\}$  с неотрицательными координатами будет иметь вид

$$\bar{z} = |\bar{x} - \bar{y}| = (z_1, \dots, z_N). \quad (1)$$

Однако сама по себе такая векторная величина малоинформативна и может указывать лишь на близость величин характеристик объектов. Так, если значения одной характеристики у объектов отличаются на 0,01 ед. при прочих равных, означает ли это, что они близки друг к другу? Совсем не обязательно; имея информацию лишь о двух значениях, невозможно оценить характер и диапазон изменения какой-либо характеристики.

Одним из способов решения этой проблемы является ранжирование – упорядоченное расположение значений характеристик в определенной последовательности, в данном случае по возрастанию отклонения их величин. Ранжированию подлежат как количественные, так и качественные характеристики, что позволяет использовать эту процедуру для измерения отклонений по разнице рангов между сравниваемыми объектами. При этом сразу можно получить не только количественную, но и вербальную оценку степени отклонения каждой характеристики – «незначительно», ... «существенно» и т. д., т. е. определить, насколько оно значимо, что может быть полезным в некоторых задачах частной оптимизации, например при анализе альтернатив.

Однако для этого необходимо разрабатывать специальные вербально-числовые шкалы рангов для каждой характеристики, но эти затраты окупаются возможностью их самостоятельного применения для решения других задач.

Введем в рассмотрение неотрицательную матрицу частных ранговых шкал  $\mathbf{H} \in \mathbb{M}_{N \times M}(\mathbb{R}_+ \cup \{0\})$ , в которой строка с номером  $i = \overline{1, N}$  соответствует шкале характеристики с тем же номером:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N,1} & \cdots & h_{N,M} \end{pmatrix},$$

где  $M \in \mathbb{N}$  – максимальное значение ранга,  $M \geq 1$ , тогда число градаций или интервалов ранговой шкалы будет равно  $M + 1$  (при  $M = 1$  получаем бинарную шкалу). Как было сказано выше, значения шкалы должны быть ранжированы по возрастанию, от левого столба матрицы  $\mathbf{H}$  к правому, это выражается следующим условием: для каждого  $i$  выполняется условие  $0 \leq h_{i,1} < \dots < h_{i,M}$ . При построении ранговых шкал применяются различные методы. Исходя из личного опыта авторов, представляется предпочтительным строить их путем экспертного опроса на основе теории нечетких множеств.





Различные объекты могут описываться разным числом характеристик, при этом один и тот же объект в зависимости от его изученности или условий, предъявляемых к точности классификации, также может иметь различную длину компонентов. В связи с этим возникает вопрос: как быть, если число градаций будет неодинаковым для каждого компонента (что вполне естественно)? В данном случае можно предложить несложную техническую процедуру синхронизации шкал, смысл которой заключается в введении масштабных множителей, приводящих все шкалы к единому числу градаций. Но таких ситуаций предпочитают избегать, что вполне оправдано, и для описания объекта разрабатывают шкалы с одинаковым числом градаций. Так, для классификации потенциала загрязнения атмосферы была разработана единая вербальная шкала из пяти градаций для всех семи характеристик атмосферы [13], используемая на практике уже несколько десятилетий.

Определим вектор ранговых отклонений  $\bar{\mathbf{r}} = (r_1, \dots, r_N)$  объектов  $x$  и  $y$ ,  $\bar{\mathbf{r}} \in \mathbb{N}_0^N$ , такой, что выполнены ограничения  $0 \leq r_i \leq M$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Тогда

$$r_i = \sum_{j=1}^M \theta(z_i - h_{i,j}), \quad (2)$$

где  $\theta$  – функция Хэвисайда:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0, \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}.$$

Практически с помощью формулы (2) для каждого  $i$  осуществляется подсчет количества значений  $h_{i,j}$ , строго меньших  $z_i$ . Это количество и есть значение ранга отклонения, которое будет изменяться от 0 до  $M$  включительно, где  $M$  является количеством столбцов матрицы  $H$ , а  $M + 1$  – количеством градаций частных ранговых шкал. Данное выражение также можно переписать и в векторном виде, заменив функцию Хэвисайда функцией подсчета неотрицательных элементов вектора.

Все характеристики объекта неравноценны по их роли в функционировании объекта или относительно целевого назначения объекта. Чтобы учесть эту неравноценность характеристик, используют весовые коэффициенты, выражающиеся в долях единицы или в процентах. Введем вектор  $\bar{\mathbf{k}} = (k_1, \dots, k_N)$ ,  $\bar{\mathbf{k}} \in \mathbb{R}_+^N \cup \{0\}$  весовых коэффициентов, сумма значений компонент которого долж-

ны быть равна единице:  $\sum_{i=1}^N k_i = 1$ .

Тогда ранговая функция отклонений определяется как отображение из декартова произведения двух множеств векторов размерности  $N$ , элементы которых являются неотрицательными действительными числами, во множество этих же чисел  $R : (\mathbb{R}_+^N \cup \{0\}) \times (\mathbb{R}_+^N \cup \{0\}) \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$  и выражается следующим образом:

$$R(\bar{\mathbf{k}}, \bar{\mathbf{r}}) = \frac{\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{r}}}{M} = \sum_{i=1}^N \frac{k_i r_i}{M}, \quad (3)$$

где символом « $\cdot$ » обозначено скалярное произведение векторов. Здесь также произведена нормировка вектора ранговых отклонений  $\bar{\mathbf{r}}$  по максимальному значению ранга, поэтому область значений  $R$  является множеством долей единицы, которые для удобства можно представить в процентном выражении.

Описанная функция не является метрикой, так как для нее не выполняются аксиома тождества и неравенство треугольника. Поэтому эта функция не определяет в привычном геометрическом смысле расстояние между объектами в некотором пространстве. Для решения этой проблемы в теории многомерного шкалирования введено определение функции близости [6, с. 39] – «...это функция вида  $s(a_i, a_j)$  ... такая, что для всех  $i, j, k$  удовлетворяются соотношения (аксиомы) ( $a_i, a_j, a_k$  – векторы характеристик объекта)  $s(a_i, a_i) \geq s(a_i, a_j)$ ;  $s(a_i, a_j) = s(a_j, a_i)$ ; ... для больших значений  $s(a_i, a_j)$  и  $s(a_j, a_k)$  величина  $s(a_i, a_k)$  имеет по крайней мере тот же порядок» [6, с. 39].

Эти соотношения являются по сути ослабленными аксиомами из определения метрики. Несложно проверить, что для описанной авторами функции отклонений они выполняются, поэтому она является функцией близости. Это, в частности, позволяет применять аффинное преобразование, используемое в методах многомерного шкалирования для масштабирования и понижения размерности.

Одним из основных преимуществ этой функции является возможность устанавливать критерии равенства величин. Так, объекты, измеряемые физические характеристики которых отличаются не более чем на ошибку измерения, должны приниматься равными. То есть первая градация частной ранговой шкалы (первый столбец матрицы  $H$ ) для них должна быть не меньше погрешности измерения. Но в общем случае она может быть равна нулю, что будет означать отсутствие отклонения только при точном равенстве характеристик; это применимо, например, к качественным величинам.

Естественным образом возникает вопрос – почему необходимо использовать частные ранговые шкалы и нельзя взять отношение характеристик в процентах? Например, заменив формулы (1) и (2) следующей:

$$z_i = 1 - \frac{\min(x_i, y_i)}{\max(x_i, y_i)}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Ответим на этот вопрос на примере. Пусть объектами являются какие-либо водные массы, у которых имеется характеристика – концентрация взвешенных веществ в воде, измеряемая в мг/л. Она имеет довольно широкий диапазон изменения и может принимать значения как в несколько мг/л, так и в несколько сотых мг/л. Тогда, если она равна 0,01 и 0,02 мг/л у двух сравниваемых объектов, то их различие по данной характеристике с использованием формулы (4) составляет 50 %, тогда как у объектов со значениями 2 и 0,01 мг/л оно равно 99,5 %. В данном случае объекты со значениями 0,01 и 0,02 мг/л могут, с точки зрения конкретной задачи, различаться несущественно либо могут быть приняты одинаковыми, если точность измерений составляла 0,01 мг/л. Поэтому отличие характеристик в 50 % в данном случае некорректно.

### 3. УНИВЕРСАЛЬНАЯ ШКАЛА КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ

Для оценки близости сравниваемых объектов необходима специальная шкала. Предложим один из возможных ее вариантов исходя из следующих соображений. Максимум функции, как сказано выше, достигается в том случае, когда разница между объектами будет наибольшей, т. е. ранги отклонения каждой характеристики принимают свое максимальное значение  $M$ . Минимальное значение функции будет равным нулю, т. е. в этом случае один объект строго соответствует другому. Тогда все отклонения будут равны нулю. Следовательно, все возможные отклонения будут находиться в диапазоне от 0 до 1, или 100 %. Это дает возможность построить оценочную шкалу (табл. 1).

Могут быть и другие варианты данной шкалы, но это уже вопрос дискуссии. (Отметим, что и эту шкалу предпочтительно строить методом нечетких множеств.) В графическом виде эта шкала представлена на рис. 1. Такой же вид имеют и частные ранговые шкалы, образующие матрицу  $H$ .

### Универсальная шкала оценки близости объектов по значению ранговой функции отклонений

№	Интервал, %	Степень близости
1	0–5	Совпадение
2	6–10	Незначительное расхождение
3	11–20	Небольшое расхождение
4	21–30	Умеренное расхождение
5	31–40	Заметное расхождение
6	41–55	Существенное расхождение
7	56–70	Значительное расхождение
8	71–100	Весьма значительное расхождение

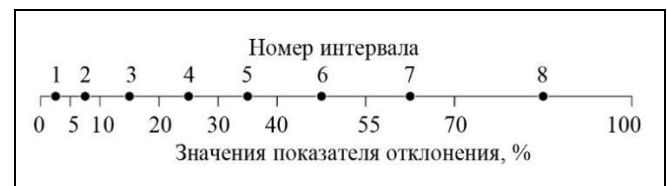


Рис. 1. Универсальная шкала оценки близости объектов. Цифрами обозначены номера интервалов, соответствующие табл. 1

### 4. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

**Пример 1.** Данный пример в первую очередь демонстрирует технические аспекты применения процедур расчета, а методики выбора частных ранговых шкал и весовых коэффициентов выходят за рамки настоящей работы.

Пусть решается задача сравнения уязвимости территорий к аварийным разливам нефти [14]. Объектами в данном случае будут области, для которых определены значения показателей. Рассмотрим три показателя:

- прогнозируемая площадь загрязнения, полученная путем моделирования для конкретного участка местности,  $m^2$ , по величине которой определяется степень ущерба и объем рекультивационных работ;
- средний уклон поверхности, %, от которого зависит скорость распространения загрязнения по земной поверхности и форма пятна;
- показатель распространенности водных объектов, %, при попадании в которые нефть и нефтепродукты потоками воды переносятся на значительные расстояния, увеличивая тем самым площадь загрязнения (берега и прибрежные территории) и ущерб природной среде.

Для них были разработаны частные ранговые шкалы с четырьмя градациями и определены весовые коэффициенты. Исходя из этого,  $N = 3$ ,  $M = 4$ , необходимые для вычисления функции входные данные представлены в табл. 2.

Отметим, что в табл. 2 все значения, кроме столбцов 1 и 4, представлены в единицах измерения самих показателей. Столбцы 5–8 представляют матрицу частных ранговых шкал  $H$ . В табл. 3 приведен пример расчета



Таблица 2

## Исходные данные для расчета ранговой функции отклонений

Характеристика	$i$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{k}$	$h_{i,1}$	$h_{i,2}$	$h_{i,3}$	$h_{i,4}$
Номер столбца	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Площадь загрязнения, м <sup>2</sup>	1	2376,7	1831,6	0,5	10	25	100	200
Уклон поверхности, %	2	1,05	1,13	0,3	0,05	0,25	0,5	1
Распространенность водных объектов, %	3	2	0,24	0,2	0,01	0,1	1	5

Таблица 3

## Результаты расчета функции отклонений

$i$	$\bar{z}$	$z_i - h_{i,1}$	$z_i - h_{i,2}$	$z_i - h_{i,3}$	$z_i - h_{i,4}$	$r_i$	$r_i \cdot k_i / M$	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
1	545,1	535,1	520,1	445,1	345,1	4	0,5	
2	0,08	0,03	-0,17	-0,42	-0,92	1	0,075	
3	1,76	1,75	1,66	0,76	-3,24	3	0,15	
Значение ранговой функции отклонений							$R = 0,725$	

вектора отклонений характеристик (формула (1), столбец 2), его преобразование к вектору ранговых отклонений (формула (2), столбцы 3–6 и 7) и расчет скалярного произведения (формула (3), столбец 8). Преобразование к ранговым шкалам происходит путем подсчета положительных значений в столбцах 3–6, что и является значением ранга (столбец 7).

Значение функции отклонений равно 0,725; это означает, что объекты отличаются друг от друга на 72,5%. Согласно универсальной шкале классификации это соответствует степени близости «весьма значительное расхождение» (см. табл. 1).

Такие таблицы могут строиться для каждого участка объекта или отдельной альтернативы. Тогда мы получим некоторое множество предметов исследования, позволяющих провести их классификацию, что является одной из основных целей изучения как объектов, так и альтернатив, например, в задачах промышленной безопасности и задачах выбора (см. ниже). ♦

**Пример 2.** В качестве еще одного примера приведем решение классической в области принятия решений задачи выбора альтернатив при покупке квартиры. Пусть имеются три альтернативных варианта ( $a$ ,  $b$  и  $c$ ) и рассматривается пять их различных характеристик. Обозначим их векторы как  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$  (табл. 4, столбцы 3–5). Наиболее простой способ сформировать эталон ( $\bar{e}$ ) – это взять минимально или максимально возможные значения характеристик. Например, для свойства «износ жилого дома, %» допустимое значение эталона

0, следовательно, чем меньше износ, тем лучше (табл. 4, столбец 2). Сформируем вектор весовых коэффициентов (наиболее быстрый метод – простое ранжирование), расположим характеристики в порядке убывания их значимости по индексу  $i$ : 1, 2, 3, 4, 5, тогда для данной задачи  $k_i = (6 - i) / 15$  (табл. 4, столбец 6). Сформируем матрицу частых ранговых шкал  $\mathbf{H}$  с четырьмя градациями или интервалами для каждой характеристики, тогда  $N = 5$ ,  $M = 3$ . В данном случае, чтобы не усложнять пример, шкалы сформированы путем опроса одного эксперта, применительно к задаче – покупателя или его представителя. Но их может быть несколько, наиболее подходящим значением авторы считают порядка десяти человек. Также шкала может быть сформирована и другими методами. На этом все необходимые для применения рангово-экспертной функции исходные данные сформированы (см. табл. 4).

Перейдем к необходимым расчетам – последовательному применению функции для сравнения эталона с каждой из альтернатив. Для удобства первые несколько шагов вычислений опущены, они выполнены по аналогии с предыдущим примером (см. табл. 3, столбцы 2–6). В табл. 5 приведены значения рангов (столбцы 2, 4, 6) их нормировка (столбцы 3, 4, 5) и значения функции отклонений для каждой из альтернатив.

Наилучшей в данном случае будет альтернатива  $b$  с наименьшим значением рангово-экспертной функции отклонений  $R = 0,553$ , т. е. наименее отличающаяся от принятого эталона. ♦

Таблица 4

**Исходные данные для расчета ранговой функции отклонений**

Характеристика	$i$	$\bar{e}$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	$\bar{k}$	$h_{i,1}$	$h_{i,2}$	$h_{i,3}$
Номер столбца	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Стоимость, тыс. руб./м <sup>2</sup>	1	70	80	100	150	0,33	5	10	50
Расстояние до центра города, км	2	1	15	5	6	0,27	5	10	15
Износ жилого дома, %	3	0	30	60	10	0,2	10	25	50
Количество парковочных мест вблизи дома, шт.	4	1000	500	50	100	0,07	100	500	1000
Площадь квартиры, м <sup>2</sup>	5	60	63	78	55	0,13	5	10	25

Таблица 5

**Результаты расчета функции отклонений от эталона**

Альтернатива	$i$	$\bar{a}$		$\bar{b}$		$\bar{c}$	
		$r_i$	$r_i \cdot k_i / M$	$r_i$	$r_i \cdot k_i / M$	$r_i$	$r_i \cdot k_i / M$
Номер столбца	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Стоимость тыс. руб./м <sup>2</sup>	1	2	0,220	2	0,220	3	0,330
Расстояние до центра города, км	2	2	0,180	0	0,000	1	0,090
Износ жилого дома, %	3	2	0,133	3	0,200	1	0,067
Количество парковочных мест вблизи дома, шт.	4	2	0,047	2	0,047	2	0,047
Площадь квартиры, м <sup>2</sup>	5	0	0,000	2	0,087	1	0,043
Показатель отклонения $R$		0,580		0,553		0,577	

## 5. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РАНГОВО-ЭКСПЕРТНОЙ ФУНКЦИИ

Представленная в настоящей работе функция позволяет классифицировать объекты, для описания которых используются характеристики (показатели), выраженные самыми разнообразными количественными и качественными величинами. К таким объектам в первую очередь можно отнести социально-экономические и геоэкологические объекты. При их формализации приходится учитывать большое число факторов из разных областей знания: природные, технические, социальные, военные, геополитические и др. Ранговые шкалы позволяют сделать такие характеристики соизмеримыми. При этом можно использовать уже разработанные вербально-числовые шкалы, но только если они соответствуют условиям поставленной задачи.

В целом же ранговая функция отклонений и ее составляющие могут рассматриваться как один из элементов классификационных технологий [15] и

использоваться для таких сложных задач, как географо-экологическое районирование территорий [14] и др. Покажем это на некоторых, намеренно упрощенных примерах, встречающихся в реальной жизни.

Снова обратимся к задаче уязвимости территорий к аварийным разливам нефти вдоль трассы трубопровода (см. пример 1 из § 4). Разобьем всю трассу на одинаковые по протяженности участки. Протяженность и ширина участков принципиального значения не имеют: возможности ГИС-технологий позволяют сделать их сколь угодно малыми. Рассчитанная для каждого участка функция отклонения (см. табл. 4) картографируется (рис. 2), что дает возможность оценить степень уязвимости объекта в целом и разработать научно обоснованные рекомендации для схемы производственного экологического контроля и выбрать места оптимального расположения средств ликвидации аварийных разливов (заградительные боны, сорбенты и т. д.). Например, на одном из участков с наибольшей уязвимостью – в соответствии с рис. 2, на северо-восточном с показателем  $R = 0,87$ .



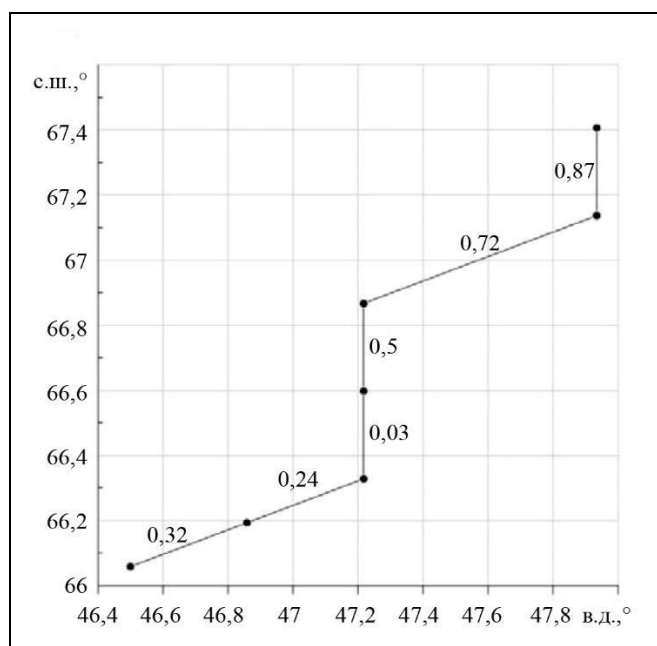


Рис. 2. Схема распределения показателя отклонения для фрагмента линейного объекта (в данном случае – нефтепровода), числами обозначены значения показателя отклонения

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика классификации объектов на основе разработанной ранговой функции отклонения, применение которой представляет собой набор процедур, выполняемых в следующей рекомендуемой последовательности.

- 1) Определяется цель классификации.
- 2) В соответствии с целью, производится выбор характеристик объекта, позволяющих этот объект формализовать; число его характеристик не ограничено, но должно быть одинаковым для всех объектов.
- 3) Строятся или используются имеющиеся частные ранговые вербально-числовые шкалы для каждой характеристики объекта; при этом все они должны иметь равное число градаций либо быть предварительно синхронизованы посредством поправочного коэффициента.
- 4) Для каждого класса строится объект-эталон, характеристики которого являются наиболее подходящими для данного класса.
- 5) Рассчитываются весовые коэффициенты характеристик.
- 6) После определения исходных данных последовательность расчета ранговой функции отклонений состоит из трех шагов.
  - 6.1) Вычисляется вектор отклонений характеристик.

6.2) Производится преобразование вектора отклонений характеристик к вектору ранговых отклонений.

6.3) Вектор ранговых отклонений нормируется, затем вычисляется скалярное произведение этого нормированного вектора с вектором весовых коэффициентов.

7) По вербально-числовой шкале определяется степень близости сравниваемого объекта к эталонным; при необходимости производится последовательное сравнение с другими объектами-эталонами.

Данная функция позволяет решать и другие задачи, такие как простое сравнение двух объектов с заданными свойствами при анализе альтернатив, задачи разработки сценариев, оптимизации объектов.

Однако при этом может сложиться ситуация, когда все значения функции отклонения попадут в одну градацию, т. е. объект окажется однородным. Такое иногда встречается на практике. В таких случаях вырабатываются дополнительные правила классификации, позволяющие дифференцировать объект исследования. Часто бывает достаточным добавление одного-двух условий, например, при равенстве альтернатив, отдавать приоритет той, у которой наибольший вклад внес фактор с наибольшим весовым коэффициентом при минимальном отклонении его от эталонного состояния.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хантингтон С. Столкновение цивилизаций. – М.: АСТ: Астрель, 2011. – 571 с. [Huntington, S.P. The Clash of Civilizations and the Remaking of World Order. – New York: Simon & Schuster, 2011. – 368 p.]
2. Линней К. Философия ботаники. – М.: Наука, 1989. – 456 с. [Linnaeus, C. Linnaeus' Philosophia Botanica. – Oxford: Oxford University Press, 2005. – 428 p.]
3. Hamming, R.W. Error-Detecting and Error-Correcting Codes // Bell System Technical Journal. – 1950. – Vol. 29, no. 2. – P. 147–160.
4. Deza, M., Deza, E. Encyclopedia of Distances. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 590 p.
5. Guttman, L. A General Nonmetric Technique for Finding the Smallest Coordinate Space for a Configuration of Points // Psychometrika. – 1968. – Vol. 23, no. 4. – P. 469–506.
6. Толстова Ю.Н. Основы многомерного шкалирования: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006. – 160 с. [Tolstova Yu.N. Osnovy mnogomernogo shkalirovaniya: uchebnoe posobie. – М.: КДУ, 2006. – 160 p. (In Russian)]
7. Everitt, B.S., Landau, S., Leese, M., Stahl, D. Cluster Analysis: Fifth Edition. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2011. – 330 p. – DOI: 10.1002/9780470977811.
8. Baccour, L. Amended Fused TOPSIS-VIKOR for Classification (ATOVIC) Applied to Some UCI Data Sets // Expert Sys-

- tems with Applications. – 2018. – Vol. 99. – P. 115–125. – DOI: 10.1016/j.eswa.2018.01.025.
9. Yusuf H., Panoutsos G. Multi-criteria Decision Making Using Fuzzy Logic and ATOVIC with Application to Manufacturing // IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). – Glasgow, UK, 2020. – P. 1–7. – DOI: 10.1109/FUZZ48607.2020.9177772.
10. Taunk, K., De, S., Verma, S., Swetapadma, A. A Brief Review of Nearest Neighbor Algorithm for Learning and Classification // International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICCS). – Madurai, India, 2019. – P. 1255–1260. – DOI: 10.1109/ICCS45141.2019.9065747.
11. Yang F.J. An Implementation of Naive Bayes Classifier // International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI). – Las Vegas, NV, USA, 2018. – P. 301–306. – DOI: 10.1109/CSCI46756.2018.00065.
12. Коробов В.Б., Тутыгин А.Г. Классификационные методы решения эколого-экономических задач. – Архангельск: Поморский университет, 2010. – 310 с. [Korobov, V.B., Tutygin, A.G. Klassifikatsionnye metody resheniya ehkologo-ehkonomicheskikh zadach. – Arkhangel'sk: Pomorskii universitet, 2010. – 310 p. (In Russian)]
13. Безуглая Э.Ю. Мониторинг состояния атмосферы в городах. – Л.: Гидрометеоздат, 1986. – 200 с. [Bezугlaya, Eh.Yu. Monitoring sostoyaniya atmosfery v gorodakh. – L.: Gidrometeoizdat. – 1986. – 200 p. (In Russian)]
14. Лохов А.С., Губайдуллин М.Г., Коробов В.Б., Тутыгин А.Г. Географо-экологическое районирование трассы нефтепровода по степени опасности воздействия на окружающую среду при аварийных разливах нефти в Арктике // Теоретическая и прикладная экология. – 2020. – № 4. – С. 43–48. – DOI: 10.25750/1995-4301-2020-4-045-050. [Lokhov, A.S., Gubaidullin, M.G., Korobov, V.B., Tutygin, A.G. Geographical and Ecological Land Zoning of Onshore Oil Pipeline Location by Level of Hazard to Environment from Emergency Oil Spills in Arctic Region // Theoretical and Applied Ecology. – 2020. – No. 4. – P. 43–48. (In Russian)]
15. Коробов В.Б., Кочуров Б.И., Тутыгин А.Г. Методология районирования сложных географо-экологических объектов экспертно-статистическими методами // Проблемы региональной экологии. – 2020. – № 5. – С. 42–48. [Korobov, V.B., Kochurov, B.I., Tutigin, A.G. Methodology of Zoning of Complex Geographic and Ecological Objects Using Expert Statistical Methods // Problemy regional'noi ehkologii. – 2020. – No. 5. – P. 42–48. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Поступила в редакцию 26.07.2023,  
после доработки 13.09.2023.  
Принята к публикации 28.09.2023.

**Коробов Владимир Борисович** – д-р геогр. наук, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва,  
✉ [szoioran@mail.ru](mailto:szoioran@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3198-9208>,

**Тутыгин Андрей Геннадьевич** – канд. физ.-мат. наук, Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики им. академика Н.П. Лаврова Уральского отделения Российской академии наук, г. Архангельск,  
✉ [andgt64@yandex.ru](mailto:andgt64@yandex.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9821-651X>,

**Лохов Алексей Сергеевич** – канд. геогр. наук, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, г. Москва,  
✉ [a.s.lohov@yandex.ru](mailto:a.s.lohov@yandex.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5022-9071>.

© 2023 г. Коробов В.Б., Тутыгин А.Г., Лохов А.С.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



## A RANK-EXPERT DEVIATION FUNCTION TO CLASSIFY COMPLEX OBJECTS

V.B. Korobov<sup>1</sup>, A.G. Tutygin<sup>2</sup>, and A.S. Lokhov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Laverov Federal Center for Integrated Arctic Research, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Arkhangelsk, Russia

✉ szoioran@mail.ru, ✉ andgt64@yandex.ru, ✉ a.s.lohov@yandex.ru

**Abstract.** This paper proposes a novel function for classifying environmental, social, and socio-environmental objects. It is based on the sum of rank deviations between a given object and a reference object considering the significance of the object's characteristics (factors). Characteristics are estimated using weight coefficients, which are provided by expertise or another method. A verbal numerical scale is developed to assess the proximity of objects by the numerical value of the deviation function. As is demonstrated below, this function is not a metric in the geometric sense but a proximity function defined in multidimensional scaling theory. As illustrative examples, the values of the deviation function are calculated for two applications: an environmental problem of comparing the vulnerability of territories to accidental oil spills and an economic problem of choosing real estate objects to purchase. A recommended sequence with a set of procedures based on the deviation function is presented to solve these problems.

**Keywords:** rank, object, classification, verbal numerical scale.

**Funding.** This work was performed within state order no. FMWE-2021-0006 “Modern and ancient bottom sediments and suspended sediments of the World Ocean—a geological record of environmental and climate changes: dispersed sedimentary matter and bottom sediments of the seas of Russia, the Atlantic, Pacific and Arctic Oceans—lithological, geochemical, and micro-paleontological studies; the research of pollution, paleoenvironments, and processes of marginal filters of rivers.”

# ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД АГРЕГИРОВАНИЯ АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

В.В. Меньших, В.А. Никитенко

**Аннотация.** Рассматривается задача синтеза автоматов на основе использования алгебраических операций. Для численной реализации операций агрегирования автоматов используются символьные матрицы, которые описывают процесс функционирования автоматов. Для указанных матриц определяется алгебра, носителями которой являются элементы матриц и специальные символы, а сигнатура включает две операции, позволяющие определить действия над этими символами. Это позволяет определить алгебру символьных матриц, сигнатура которой включает три операции. Осуществляется представление классических операций над автоматами в матричной форме с опорой на алгебру символьных матриц. Далее строятся специальные операции над автоматами, за основу которых берутся классические операции над автоматами. Построение специальных операций производится исходя из ограничений и требований предметной области. Рассматривается численный пример синтеза автомата, построенный на основе описания совместной деятельности двух функциональных групп, находящихся в зоне чрезвычайной ситуации.

**Ключевые слова:** синтез автоматов, алгебра автоматов, символьные матрицы.

## ВВЕДЕНИЕ

Эффективным аппаратом моделирования процессов функционирования объектов и систем выступает теория конечных автоматов [1]. Одной из актуальных задач в настоящее время является задача описания функционирования нескольких взаимодействующих объектов или систем различной природы, которая может быть решена на основе агрегирования их автоматных моделей [2–4]. В связи с этим возникает необходимость введения операций на множестве автоматов [2, 3, 5], позволяющих осуществлять агрегирование автоматных моделей таким образом, чтобы выполнялись ограничения и требования предметной области, в качестве которых могут выступать возможности:

1) функционирования общей модели с синхронной сменой состояний, если агрегируемые автоматные модели осуществляют одновременную смену состояний;

2) функционирования общей модели с асинхронной сменой состояний, если моменты смены состояний у них не совпадают;

3) инициирования изменения состояния одной автоматной модели выходным воздействием другой автоматной модели;

4) исключения определённых комбинаций состояний общей модели вследствие недопустимости одновременного нахождения в этих состояниях моделируемых объектов или систем.

Примером предметной области, в которой возникает необходимость учёта перечисленных ограничений, может служить процесс ликвидации чрезвычайной ситуации, который предполагает совместные действия нескольких функциональных групп [6, 7].

Операции агрегирования позволяют осуществлять синтез автоматных моделей, что приводит к созданию алгебры [8] автоматов  $\mathcal{A} = \langle \mathcal{M}, \mathcal{S} \rangle$ , носителем  $\mathcal{M}$  которой является множество автоматов, а сигнатурой  $\mathcal{S}$  – множество операций над автоматами.

Задача синтеза автоматов является одной из традиционных задач теории автоматов. При этом, как правило, используются операции параллельной и/или последовательной композиции [2–5, 9]. Вместе с тем при практической реализации этих операций следует учитывать ограничения предметной области.

Для решения задач моделирования с использованием алгебры  $\mathcal{A}$  необходимо разработать численный метод, позволяющий осуществить про-





граммную реализацию операций агрегирования автоматов с учётом дополнительных требований. С этой целью может быть использовано матричное представление автоматов [10], в результате чего операции над автоматами сводятся к действиям с матрицами.

В работах [11–14] используют описание процедур синтеза автоматов с помощью таблиц или же матриц перехода с дополнительными условиями отождествления их элементов для обеспечения коммутативности операций агрегирования. Указанное обстоятельство увеличивает вычислительную сложность численного метода синтеза автоматной модели.

В связи с этим для разработки численного метода в данной работе предлагается использовать в качестве входных и выходных символов синтезируемой общей автоматной модели множества входных и выходных символов автоматов, из которых она составляется. В этом случае элементами матриц, описывающих функционирование автоматов, являются множества. Такие матрицы далее называются символьными; современные языки программирования позволяют оперировать с их элементами.

Кроме того, при использовании автоматных моделей объектов и систем во многих предметных областях для синтеза этих моделей требуется совместное использование операций параллельной и последовательной композиции, которые включают одни и те же действия.

Предлагаемый численный метод позволяет исключать дублирование при выполнении операций агрегирования с учётом требований указанной выше предметной области.

## 1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АВТОМАТОВ СИМВОЛЬНЫМИ МАТРИЦАМИ

Пусть задан автомат Мили  $A = (X, Y, Q, \lambda, \mu)$ , где  $X$  – входной алфавит;  $Y$  – выходной алфавит;  $Q$  – множество состояний;  $\lambda: X \times Q \rightarrow Q$  – переходная функция;  $\mu: X \times Q \rightarrow Y$  – выходная функция. Функции  $\lambda$  и  $\mu$  могут быть полностью охарактеризованы оператором  $F$ , который описывается следующим образом:

$$\{Fq^i = \{q^{i_1}(x^{j_1} / y^{k_1}), \dots, q^{i_2}(x^{j_2} / y^{k_2}), \dots, q^{i_{n_i}}(x^{j_{n_i}} / y^{k_{n_i}})\}, i = \overline{1, |Q|}\}.$$

Запись  $q^i(x^{j_1} / y^{k_1}) \in Fq^i$  означает, что если автомат находится в состоянии  $q^i$  и на вход поступил символ  $x^{j_1}$ , то автомат переходит в состояние  $q^{i_1}$  и выходным символом является  $y^{k_1}$ .

Функции  $\lambda$  и  $\mu$  могут быть соответственно описаны двумя квадратными символьными матрицами, которые в дальнейшем называются входной и выходной матрицами соединений

$$R_A^X = (r_{ij}^x)_{i,j=\overline{1,|Q|}} \text{ и } R_A^Y = (r_{ij}^y)_{i,j=\overline{1,|Q|}},$$

где

$$r_{ij}^x = \begin{cases} x, & \text{если } q^j(x/y) \in Fq^i, \\ \theta, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$r_{ij}^y = \begin{cases} y, & \text{если } q^j(x/y) \in Fq^i, \\ \theta, & \text{иначе,} \end{cases}$$

а оператор  $F$  – одной матрицей соединений  $R_A = (R_A^X / R_A^Y)$ , выраженной через матрицы  $R_A^X$  и  $R_A^Y$  следующим образом:

$$R_A = \begin{pmatrix} x_A^{11} / y_A^{11} & \dots & x_A^{1|Q|} / y_A^{1|Q|} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_A^{|Q|1} / y_A^{|Q|1} & \dots & x_A^{|Q||Q|} / y_A^{|Q||Q|} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Символ  $\theta$  в указанных матрицах характеризует ситуацию, когда отсутствует возможность перехода из состояния  $q^i$  в состояние  $q^j$  в том случае, когда автомат  $A$  может являться частичным. Элементы матриц  $R_A^X$  и  $R_A^Y$  представляют собой множества, а элементы матрицы  $R_A$  – упорядоченные пары множеств.

Проиллюстрируем на примере представление автоматов в матричном виде.

Пусть заданы автоматы  $A_1 = (X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1})$

и  $A_2 = (X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2})$ , где

· входные алфавиты –  $X_{A_1} = \{x_{A_1}^1, x_{A_1}^2\}$  и

$X_{A_2} = \{x_{A_2}^1, x_{A_2}^2\}$ ;

· выходные алфавиты –  $Y_{A_1} = \{y_{A_1}^1, y_{A_1}^2\}$  и

$Y_{A_2} = \{y_{A_2}^1, y_{A_2}^2\}$ ;

· множества состояний –  $Q_{A_1} = \{q_{A_1}^1, q_{A_1}^2\}$  и

$Q_{A_2} = \{q_{A_2}^1, q_{A_2}^2\}$ ;

· операторы

$$F_{A_1} = \left\{ \begin{array}{l} F_{A_1} q_{A_1}^1 = \{q_{A_1}^1(x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1), q_{A_1}^2(x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2)\}, \\ F_{A_1} q_{A_1}^2 = \emptyset \end{array} \right\}$$

и  $F_{A_2} = \left\{ \begin{array}{l} F_{A_2} q_{A_2}^1 = \{q_{A_2}^2(x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1)\}, \\ F_{A_2} q_{A_2}^2 = \{q_{A_2}^2(x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2)\} \end{array} \right\}.$

Матрицы входных и выходных соединений имеют вид

$$R_{A_1}^X = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix}, R_{A_2}^X = \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix},$$

$$R_{A_1}^Y = \begin{pmatrix} y_{A_1}^1 & y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix}, R_{A_2}^Y = \begin{pmatrix} \theta & y_{A_2}^1 \\ \theta & y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Согласно выражению (1) матрицы соединений автоматов  $A_1, A_2$  представляются следующим образом:

$$R_{A_1} = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix}, R_{A_2} = \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Чтобы определить действия над символьными матрицами, необходимо определить операции над элементами этих матриц – символами, под которыми понимаются произвольные множества.

## 2. АЛГЕБРЫ СИМВОЛОВ И СИМВОЛЬНЫХ МАТРИЦ

Обозначим множество квадратных символьных матриц как  $\mathcal{M}$ , а множество их элементов –  $M$ . Будем считать, что в множество  $M$  дополнительно включён специальный элемент  $\varepsilon$ , являющийся аналогом единичного элемента, который по определению не может являться входным или выходным символом автоматов.

Определим алгебру  $\mathcal{A}_1 = \langle M, \cdot, \vee \rangle$ .

Пусть  $c_1, c_2 \in M$ , тогда операции  $\cdot, \vee$  выполняются по следующим правилам:

$$\forall c_1, c_2 \notin \{\theta, \varepsilon\} \quad c_1 \cdot c_2 = \{c_1, c_2\};$$

$$\forall c_1 \quad \theta \cdot c_1 = c_1 \cdot \theta = \theta;$$

$$\forall c_1, c_2 \neq \theta \quad \varepsilon \cdot c_1 = c_1 \cdot \varepsilon = c_1;$$

$$\forall c_1 \quad \theta \vee c_1 = c_1 \vee \theta = c_1.$$

Выражение  $c_1 \vee c_2$  означает, что:

– если на вход автомата поступил один из входных символов  $c_1$  или  $c_2$ , то по нему и осуществляется переход;

– если поступили оба символа одновременно, то выполняется операция  $c_1 \cdot c_2$ .

Будем считать, что множество  $\mathcal{M}$  содержит единичную матрицу размера  $k \times k$

$$E_k = \begin{pmatrix} \varepsilon & \cdots & \theta \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta & \cdots & \varepsilon \end{pmatrix}.$$

Определим алгебру  $\mathcal{A}_2 = \langle \mathcal{M}, \cdot, \times, \cup \rangle$ .

Пусть заданы  $c_1 \in M$  и  $V, W \in \mathcal{M}$  такие, что

$$V = (v^{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \quad \text{и} \quad W = (w^{ij})_{i,j=\overline{1,m}}.$$

Тогда операции  $\cdot, \vee, \times$  выполняются по следующим правилам:

$$c_1 \cdot V = \begin{pmatrix} c_1 \cdot v_{11} & \cdots & c_1 \cdot v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1 \cdot v_{n1} & \cdots & c_1 \cdot v_{nm} \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$V \times W = \begin{pmatrix} v_{11} \cdot W & \cdots & v_{1n} \cdot W \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} \cdot W & \cdots & v_{nm} \cdot W \end{pmatrix}; \quad (3)$$

если  $n = m$ , то

$$V \cup W = \begin{pmatrix} v_{11} \vee w_{11} & \cdots & v_{1n} \vee w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} \vee w_{n1} & \cdots & v_{nm} \vee w_{nm} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Единичная матрица необходима для определения операции суммы над автоматами, поэтому она была выделена отдельно.

Введенная алгебра  $\mathcal{A}_2$  удобна для работы с входными и выходными матрицами соединений автоматов  $R_A^X$  и  $R_A^Y$ . Вместе с тем для упрощения описания определённых операций над автоматами распространим операции  $\times, \cup$  алгебры  $\mathcal{A}_2$  на матрицы соединений  $R_{A_1}$  и  $R_{A_2}$ .

Пусть  $*$   $\in \{\times, \cup\}$ , тогда

$$R_{A_1} * R_{A_2} = \left( (R_{A_1}^X * R_{A_2}^X) / (R_{A_1}^Y * R_{A_2}^Y) \right).$$

Проиллюстрируем на примере автоматов  $A_1$  и  $A_2$  выполнение операций сигнатуры  $\{\cdot, \times, \cup\}$ . Учитывая, что операция  $\cdot$  выполняется в ходе реализации операции  $\times$ , вычислим только  $R_{A_1}^X \times R_{A_2}^X$  и  $R_{A_1}^X \cup R_{A_2}^X$ .



Согласно выражениям (2) и (3) матрица выходных соединений  $R_{A_1}^X \times R_{A_2}^X$  имеет вид

$$\begin{aligned} R_{A_1}^X \times R_{A_2}^X &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} & x_{A_1}^2 \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} \\ \theta \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} & \theta \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Матрица соединений  $R_{A_1}^X \cup R_{A_2}^X$ , исходя из выражения (4), имеет вид

$$\begin{aligned} R_{A_1}^X \cup R_{A_2}^X &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \cup \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 \vee \theta & x_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 \\ \theta \vee \theta & \theta \vee x_{A_2}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Аналогично, вычисляя  $R_{A_1}^Y \times R_{A_2}^Y$  и  $R_{A_1}^Y \cup R_{A_2}^Y$ , получаем, согласно выражению (1), что

$$\begin{aligned} R_{A_1} \times R_{A_2} &= \\ &= \begin{pmatrix} \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^1\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}, \\ R_{A_1} \cup R_{A_2} &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \cup \\ &\cup \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

### 3. МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

Пусть заданы автоматы Мили  $A_1 = (X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1})$  и  $A_2 = (X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2})$ , которым соответствуют матрицы соединений  $R_{A_1}$  и  $R_{A_2}$ .

Для агрегирования автоматных моделей используются следующие операции над автоматами. Их матричное описание основано на введенных выше операциях алгебры  $\mathcal{A}_2$ .

Определим матрицу соединений  $R_{\Pi}$  автомата  $\Pi = A_1 \times A_2$  следующим образом:

$$R_{\Pi} = R_{A_1} \times R_{A_2}. \quad (5)$$

Автомат  $\Pi$  описывает параллельную синхронную смену состояний автоматов  $A_1$  и  $A_2$ , так как его матрица составлена из пар множеств элементов  $\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\} / \{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\}$  таких, что один элемент каждого множества относится к автомату  $A_1$ , а другой – к автомату  $A_2$ . Следовательно, каждая такая пара описывает одновременную смену состояний в автоматах  $A_1$  и  $A_2$ , из которых составлен автомат  $\Pi$ .

Определим матрицу соединений  $R_{\Sigma}$  автомата  $\Sigma = A_1 + A_2$  следующим образом:

$$R_{\Sigma} = \left( R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|} \right) \cup \left( E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2} \right). \quad (6)$$

Автомат  $\Sigma$  описывает асинхронную смену состояний автоматов  $A_1$  и  $A_2$ , так как его матрица составлена из элементов  $x_{A_i}^k / y_{A_i}^l$ ,  $i=1, 2$ , которые описывают смену состояний только в одном из автоматов  $A_1$  или  $A_2$ , из которых составлен автомат  $\Sigma$ .

Композиция автоматов  $\circ$  используется для возможности инициализации функционирования одного автомата средствами (выходными символами) другого автомата. Матрица соединений  $R_K$  автомата  $K = A_1 \circ A_2$  определяется следующим образом:

$$R_{A_1} \circ R_{A_2} = (r_{ps})_{p,s=1, \dots, |Q_{A_1}| |Q_{A_2}|}, \quad (7)$$

$$\text{где } r_{p,s} = \begin{cases} \{x_{A_1}, x_{A_2}\} / \{y_{A_1}, y_{A_2}\}, \\ \text{если } y_{A_1} = x_{A_2} \text{ или } y_{A_2} = x_{A_1}, \\ \theta, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Объединение автоматов  $\cup$  необходимо для описания их функционирования в различных режимах. Матрица соединений  $R_C$  автомата  $C = A_1 \cup A_2$  определяется следующим образом:

$$R_C = R_{A_1} \cup R_{A_2}. \quad (8)$$

Для агрегирования автоматных моделей необходимо использование нескольких операций над автоматами; например, необходимо построить автоматную модель, которая отображает как синхронную, так и асинхронную смену состояний автоматов. Следует заметить, что выполнение этих операций содержит одинаковые действия (например, построение множества состояний). Поэтому целесообразно объединить классические операции над автоматами в группы для исключения дублирования этих действий.

Рассмотрим на примере введенных в § 1 автоматов  $A_1$  и  $A_2$  использование операций  $+$ ,  $\circ$  (операции  $\times$ ,  $\cup$  описаны в § 2, см. выражения (5) и (8)).

Матрица соединений, описывающая автомат  $A_1 + A_2$ , согласно выражению (6), имеет вид

$$\begin{aligned} & \left( R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|} \right) \cup \left( E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2} \right) = \\ & = \left( \left( \begin{array}{cc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{array} \right) \times \begin{pmatrix} \varepsilon & \theta \\ \theta & \varepsilon \end{pmatrix} \right) \cup \\ & \cup \left( \begin{pmatrix} \varepsilon & \theta \\ \theta & \varepsilon \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{array} \right) \cup \\ & \cup \left( \begin{array}{cccc} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & \theta & \theta \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{array} \right) = \\ & = \left( \begin{array}{cccc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{array} \right). \end{aligned}$$

Для более наглядного представления матрицы соединений, описывающей автомат  $A_1 \circ A_2$ , добавим дополнительное условие, а именно  $y_{A_1}^1 = x_{A_2}^1$ ,  $y_{A_1}^2 = x_{A_2}^1$ ,  $y_{A_1}^1 = x_{A_2}^2$ . Тогда матрица соединений автомата  $A_1 \circ A_2$ , исходя из формулы (7), имеет вид

$$R_{A_1} \circ R_{A_2} = \begin{pmatrix} \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}.$$

#### 4. МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

При практическом применении в соответствии с требованиями предметной области часто возникает необходимость совместного использования операций агрегирования автоматов. Например, при моделировании процессов ликвидации чрезвычайной ситуации используются следующие комбинированные операции, описывающие указанные во введении требования 1–3.

Определим операцию  $\otimes$  над автоматами  $A_1$  и  $A_2$  следующим образом:

$$\Psi = A_1 \otimes A_2 = (A_1 \times A_2) \cup (A_1 + A_2).$$

В матричной форме операция  $\otimes$  имеет вид

$$R_\Psi = (R_{A_1} \times R_{A_2}) \cup \left[ \left( R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|} \right) \cup \left( E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2} \right) \right]. \quad (9)$$

Элементы матрицы  $R_\Psi$  представляют собой пары вида  $\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\} / \{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\}$  или вида  $x_{A_1}^k / y_{A_1}^l$ ,  $i = 1, 2$ , т. е. характеризуют как синхронную, так и асинхронную смену состояний автоматов  $A_1$  и  $A_2$ .

Определим операцию  $\odot$  над автоматами  $A_1$  и  $A_2$  следующим образом:

$$\Phi = A_1 \odot A_2 = (A_1 \circ A_2) \cup (A_1 + A_2).$$

В матричной форме операция  $\odot$  имеет вид

$$R_\Phi = (R_{A_1} \circ R_{A_2}) \cup \left[ \left( R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|} \right) \cup \left( E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2} \right) \right]. \quad (10)$$

Элементы матрицы  $R_\Phi$  представляют собой пары вида  $\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\} / \{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\}$ , где  $y_{A_1}^{l_1} = x_{A_2}^{k_2}$  или  $y_{A_2}^{l_2} = x_{A_1}^{k_1}$ , или вида  $x_{A_1}^k / y_{A_1}^l$ ,  $i = 1, 2$ , т. е. характеризуют как возможность инициализации функцио-





нирования одного автомата средствами (выходными символами) другого автомата, так и асинхронную смену состояний автоматов  $A_1$  и  $A_2$ .

Пусть автомат  $A_3 = (X_{A_3}, Y_{A_3}, Q_{A_3}, F_{A_3})$  получен из автоматов  $A_1, A_2$  путем преобразований с помощью операций  $\otimes, \odot$ . Обозначим  $\Xi_{A_3}$  множество всех недопустимых состояний автомата  $A_3$ . Операция фильтрации  $\nabla$  автомата  $A_3$  по множеству  $\Xi_{A_3}$  ( $\nabla A_3$ ) определяется следующим образом:

$$Q_{A_3} = Q_{A_3} \setminus \Xi_{A_3}.$$

Для представления операции фильтрации в матричной форме запишем матрицу соединений автомата  $A_3$ :

$$R_{A_3} = (r_{ij})_{i,j=1,|\overline{Q_{A_3}}|}.$$

Тогда операция фильтрации будет иметь следующий вид:

$$R_{\nabla A_3} = M_{i_1, \dots, i_n}^{i_1, \dots, i_n}, \quad (11)$$

$$R_{A_1} \otimes R_{A_2} = \left( \begin{array}{cc|cc} \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^1\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{array} \right) \cup \left( \begin{array}{cc|cc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc|cc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} \vee x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\} \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{array} \right).$$

Тогда матрица соединений автомата  $\nabla(A_1 \otimes A_2)$ , согласно выражению (11), имеет вид

$$\nabla(R_{A_1} \otimes R_{A_2}) = \left( \begin{array}{cc|cc} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & \{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\} / \{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\} \\ \theta & \{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\} / \{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\} \vee x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{array} \right).$$

где  $M_{i_1, \dots, i_n}^{i_1, \dots, i_n}$  – подматрица матрицы  $R_{A_3}$ ;  $i_1, \dots, i_n$  номера строк и столбцов, которые исключаются из матрицы  $R_{A_3}$ ;  $i_k = i$ , если состояние  $q_{A_3}^i \in \Xi_{A_3}$  принадлежит множеству недопустимых состояний  $\Xi_{A_3}$ . С помощью операции фильтрации также можно сокращать множества  $X_{A_3}$  и  $Y_{A_3}$ , т. е. если после операции фильтрации в множестве  $X_{A_3}$  существуют такие входные символы, которые не входят в матрицу  $R_{\nabla A_3}$ , то они удаляются из множества  $X_{A_3}$  и результатом является множество  $X_{A_3}$ . Аналогичная процедура проводится для множества  $Y_{A_3}$ , её результатом является множество  $Y_{A_3}$ . Оператор  $F_{A_3}$  также переходит в оператор  $F_{A_3}$ , который, в свою очередь, определяется матрицей  $R_{\nabla A_3}$ .

Приведем пример операции фильтрации на автоматах  $A_1$  и  $A_2$ . Матрица, описывающая функционирование автомата  $A_1 \otimes A_2$ , согласно выражению (9), имеет вид

## 5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим процесс совместного функционирования дежурной части и постов радиационной, химической и биологической разведки в зоне чрезвычайной ситуации. Деятельность данных подразделений предполагает осуществление следующих обязанностей:

- дежурная часть организует взаимодействие и общее руководство подчиненными силами и средствами, её действия моделируются автоматом

$$A_1 = (X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1});$$

- пост радиационной, химической и биологической разведки выявляет факт заражения объектов и местности, его действия моделируются автоматом

$$A_2 = (X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2}).$$

В процессе развития чрезвычайной ситуации перечисленные подразделения могут находиться в следующих состояниях (табл. 1).

Таблица 1

### Описание состояний автоматов $A_1, A_2$ , моделирующих действия функциональных групп

Обозначение	Описание
$q_{A_1}^1$	Повседневная деятельность
$q_{A_1}^2$	Доклад руководству, уточнение информации о поступившем сигнале, подготовка сотрудников к проведению мероприятий.
$q_{A_1}^3$	Контроль подразделений осуществляющих свою деятельность
$q_{A_1}^4$	Совершение действий согласно сложившейся обстановке
$q_{A_1}^5$	Мероприятия по завершению чрезвычайной ситуации
$q_{A_2}^1$	Ожидание формирования поста
$q_{A_2}^2$	Производство замеров на подконтрольной территории
$q_{A_2}^3$	Доклад в дежурную часть, организации мероприятий по локализации очага поражения и ликвидации последствий применения средств массового поражения

Операторы  $F_{A_1}$  и  $F_{A_2}$  описаны в табл. 2 и табл. 3.

**Задача.** Определить автомат, описывающий совместное функционирование дежурной части и поста радиационной, химической и биологической разведки. При этом недопустимыми являются следующие комбинации состояний:  $q_{A_1}^1$  и  $q_{A_2}^2$ ,  $q_{A_1}^1$  и  $q_{A_2}^3$ ,  $q_{A_1}^2$  и  $q_{A_2}^2$ ,  $q_{A_1}^2$  и  $q_{A_2}^3$ ,  $q_{A_1}^3$  и  $q_{A_2}^1$ ,  $q_{A_1}^3$  и  $q_{A_2}^3$ ,  $q_{A_1}^4$  и  $q_{A_2}^1$ ,  $q_{A_1}^5$  и  $q_{A_2}^2$ ,  $q_{A_1}^5$  и  $q_{A_2}^3$ . Автоматы могут инициировать функционирование друг друга следующим образом: выходные символы автомата  $A_1$  совпадают с входными символами автома-

та  $A_2$ :  $y_{A_1}^2 = x_{A_2}^1$ ,  $y_{A_1}^4 = x_{A_2}^4$ ,  $y_{A_1}^5 = x_{A_2}^5$ ; выходной символ автомата  $A_2$  совпадает с входным символом автомата  $A_1$ :  $y_{A_2}^3 = x_{A_1}^3$ .

Таблица 2

### Оператор $F_{A_1}$

$F_{A_1}$	$q_{A_1}^1$	$q_{A_1}^2$	$q_{A_1}^3$	$q_{A_1}^4$	$q_{A_1}^5$
$q_{A_1}^1$	—	$x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1$	—	—	—
$q_{A_1}^2$	—	—	$x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2$	—	—
$q_{A_1}^3$	—	—	—	$x_{A_1}^3 / y_{A_1}^3$	—
$q_{A_1}^4$	—	—	$x_{A_1}^4 / y_{A_1}^4$	—	$x_{A_1}^5 / y_{A_1}^5$
$q_{A_1}^5$	$x_{A_1}^6 / y_{A_1}^6$	—	—	—	—

Таблица 3

### Оператор $F_{A_2}$

$F_{A_2}$	$q_{A_2}^1$	$q_{A_2}^2$	$q_{A_2}^3$
$q_{A_2}^1$	—	$x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1$	—
$q_{A_2}^2$	$x_{A_2}^5 / y_{A_2}^5$	—	$x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \vee x_{A_2}^3 / y_{A_2}^3$
$q_{A_2}^3$	—	$x_{A_2}^4 / y_{A_2}^4$	—

Исходя из формулировки задачи, получаем множество  $\Xi = \{ \{q_{A_1}^1, q_{A_2}^2\}, \{q_{A_1}^1, q_{A_2}^3\}, \{q_{A_1}^2, q_{A_2}^2\}, \{q_{A_1}^2, q_{A_2}^3\}, \{q_{A_1}^3, q_{A_2}^1\}, \{q_{A_1}^3, q_{A_2}^3\}, \{q_{A_1}^4, q_{A_2}^1\}, \{q_{A_1}^5, q_{A_2}^2\}, \{q_{A_1}^5, q_{A_2}^3\} \}$ . Так как  $X_{A_1} \cap Y_{A_2} \neq \emptyset$ , то используется операция  $\odot$ : искомый автомат  $A_3 = A_1 \odot A_2$ .

Матрицы соединений автоматов  $A_1, A_2$  имеют вид

$$R_{A_1} = \begin{pmatrix} \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_1}^3 / y_{A_1}^3 & \theta \\ \theta & \theta & x_{A_1}^4 / y_{A_1}^4 & \theta & x_{A_1}^5 / y_{A_1}^5 \\ x_{A_1}^6 / y_{A_1}^6 & \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix},$$

$$R_{A_2} = \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & \theta \\ x_{A_2}^5 / y_{A_2}^5 & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \vee x_{A_2}^3 / y_{A_2}^3 \\ \theta & x_{A_2}^4 / y_{A_2}^4 & \theta \end{pmatrix}.$$

В силу того, что вычисления являются громоздкими, приведем только окончательный результат выполнения операций. В результате фильтрации множество состояний имеет вид

$$Q_{A_3} = \{ \{q_{A_1}^1, q_{A_2}^1\}, \{q_{A_1}^2, q_{A_2}^1\}, \{q_{A_1}^3, q_{A_2}^2\}, \{q_{A_1}^2, q_{A_2}^3\}, \{q_{A_1}^4, q_{A_2}^3\}, \{q_{A_1}^4, q_{A_2}^2\}, \{q_{A_1}^5, q_{A_2}^1\} \}.$$



**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Для упрощения введём обозначения:  $\{q_{A_1}^i, q_{A_2}^j\} = q_{A_3}^{ij}$ ,  $\{x_{A_1}^i, x_{A_2}^j\} = x_{A_3}^{ij}$ ,  $\{y_{A_1}^i, y_{A_2}^j\} = y_{A_3}^{ij}$ . Тогда, согласно выражениям (10) и (11),

$$R_{A_3} = \nabla(R_{A_1} \odot R_{A_2}) = \begin{pmatrix} \theta & x_{A_1}^1 & \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & x_{A_3}^{21} / y_{A_3}^{21} & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_3}^{33} / y_{A_3}^{33} & x_{A_1}^3 / y_{A_1}^3 & \theta \\ \theta & \theta & x_{A_3}^{44} / y_{A_3}^{44} & \theta & x_{A_2}^4 / y_{A_2}^4 & \theta \\ \theta & \theta & x_{A_1}^4 / y_{A_1}^4 & \theta & \theta & x_{A_3}^{55} / y_{A_3}^{55} \\ x_{A_1}^6 & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}.$$

Следовательно, оператор  $F_{A_3}$  имеет вид, представленный в табл. 4.

Таблица 4

**Оператор  $F_{A_3}$**

$F_{A_3}$	$q_{A_3}^{11}$	$q_{A_3}^{21}$	$q_{A_3}^{32}$	$q_{A_3}^{43}$	$q_{A_3}^{42}$	$q_{A_3}^{51}$
$q_{A_3}^{11}$	–	$x_{A_1}^1$	–	–	–	–
$q_{A_3}^{21}$	–	–	$x_{A_3}^{21} / y_{A_3}^{21}$	–	–	–
$q_{A_3}^{32}$	–	–	–	$x_{A_3}^{33} / y_{A_3}^{33}$	$x_{A_1}^3 / y_{A_1}^3$	–
$q_{A_3}^{43}$	–	–	$x_{A_3}^{44} / y_{A_3}^{44}$	–	$x_{A_2}^4 / y_{A_2}^4$	–
$q_{A_3}^{42}$	–	–	$x_{A_1}^4 / y_{A_1}^4$	–	–	$x_{A_3}^{55} / y_{A_3}^{55}$
$q_{A_3}^{51}$	$x_{A_1}^6$	–	–	–	–	–

Таким образом, полученный автомат  $A_3$  интерпретирует совместную деятельность функциональных групп, участвующих в ликвидации чрезвычайной ситуации. Она включает в себя как асинхронную смену состояний автоматов  $A_1, A_2$ , так и инициирование функционирования автомата  $A_1$  автоматом  $A_2$ , а именно: если автомат  $A_2$  переходит из состояния в состояние при поступлении на вход определенного символа, которому соответствует выходной символ, совпадающий с входным символом автомата  $A_1$ , то автомат  $A_1$  совершает переход. Аналогично осуществляется инициирование автомата  $A_2$  автоматом  $A_1$ .

Заметим, что если использовать операции  $\circ, +$  по отдельности, то необходимо вычислять множества состояний при проведении каждой операции и после этого производить фильтрацию каждого полученного множества состояний. В свою очередь, операция  $\odot$  позволяет избежать дублирования как при вычислении множества состояний, так и при выполнении операции фильтрации  $\nabla$ .

В статье рассматривается представление автомата в виде символьной матрицы. Данный способ представления позволяет свести операции над автоматами к операциям над этими матрицами. Вводится новая алгебра символов, которые входят в данные матрицы. В носитель алгебры дополнительно включены специальные символы  $\theta, \varepsilon$ , обладающие определёнными свойствами, позволяющими корректно описывать процесс синтеза автоматов. Также рассматривается новая алгебра символьных матриц, которая, в свою очередь, и позволяет построить операции над автоматами в матричной форме.

Учитывая тот факт, что для большого числа задач синтеза автоматов операции параллельной и последовательной композиции выполняются совместно, предложена новая операция, соединяющая эти два вида композиции, что позволяет избежать определённого дублирования действий. Для учёта возможных ограничений предметной области введены специальные операции, позволяющие производить агрегирование автоматной модели. Данные операции также представлены в матричной форме.

Рассматривается численный пример агрегирования автомата, который описывает взаимосвязанные действия функциональных групп, используемых при возникновении чрезвычайной ситуации.

Полученный результат представления операций в матричной форме в дальнейшем будет использоваться при проведении вычислительного эксперимента, так как данное представление позволяет упростить программную реализацию процедуры синтеза автоматов.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Калман Р.Э., Фалб П.Л., Арбиб М.А. Очерки по математической теории систем (пер. с англ.) / Под ред. Я.З. Цыпкина, Э.Л. Наппельбаума. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 400 с. [Kalman, R.E. Falb, P.L., Arbib, M.A. Topics in Mathematical System Theory. – New York: McGraw Hill, 1969. – 358 p.]
2. Villa, T., Yevtushenko, N., Brayton, R.K., et al. The Unknown Component Problem: Theory and Applications. – Cham: Springer, 2012. – 311 p.
3. Меньших В.В. Петрова Е.В. Теоретическое обоснование и синтез математической модели защищенной информационной системы ОВД как сети автоматов // Вестник Воронежского института МВД России. – 2010. – № 3. – С. 134–143. [Men'shikh, V.V., Petrova, E.V. Teoreticheskoe obosnovanie i sintez matematicheskoy modeli zashchishchennoy informacionnoy sistemy OVD kak seti avtomatov // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. – 2010. – No. 3. – P. 134–143. (In Russian)]

4. *Меньших В.В., Петрова Е.В.* Применение методов теории автоматов для моделирования информационных процессов // Вестник Воронежского института МВД России. – 2009. – № 1. – С. 121–130. [*Men'shikh, V.V., Petrova, E.V.* Primenenie metodov teorii avtomatov dlya modelirovaniya informacionnyh processov // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. – 2009. – No. 1. – P. 121–130. (In Russian)]
5. *Hartmanis, J., Stearns, R.* Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. – New York: Prentice-Hall Inc., 1966. – 211 p.
6. *Меньших В.В., Самороковский А.Ф., Середя Е.Н., Горлов В.В.* Моделирование коллективных действий сотрудников органов внутренних дел. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2017. – 236 с. [*Men'shikh, V.V., Samorokovskij, A.F., Sereda, E.N., Gorlov, V.V.* Modelirovanie kollektivnyh dejstvij sotrudnikov organov vnutrennih del. – Voronezh: Voronezhskij institut MVD Rossii, 2017. – 236 s. (In Russian)]
7. *Zhong, G., Zhai, G., Chen, W.* Evacuation Simulation of Multi-story Buildings during Earthquakes Based on Improved Cellular Automata Model // Journal of Asian Architecture and Building Engineering. – 2022. – Vol. 22, iss. 2. – P. 1007–1027.
8. *Горбатов В.А.* Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика. – М.: Наука. Физматлит, 2000. – 544 с. [*Gorbatov, V.A.* Fundamental'nye osnovy diskretnoj matematiki. Informacionnaya matematika. – М.: Nauka. Fizmatlit, 2000. – 544 s. (In Russian)]
9. *Teren, V., Villa, T., Cortadella, J.* Decomposition of Transition Systems into Sets of Synchronizing State Machines // Proceedings of 24th Euromicro Conference on Digital System Design (DSD 2021). – Palermo, 2021. – P. 77–81.
10. *Мелихов А.Н.* Ориентированные графы и конечные автоматы. – М.: «Наука», 1971. – 416 с. [*Melihov, A.N.* Orientirovannye grafy i konechnye avtomaty. – М.: «Nauka», 1971. – 416 s. (In Russian)]
11. *Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп /* Под ред. А.М. Арбиба. – М.: Статистика, 1975. – 335 с. [*Algebraic Theory of Machines, Languages and Semigroups /* Ed. by А.М. Arbib. – New York and London: Academic Press, 1968. – 359 p.]
12. *Салий В.Н.* Универсальная алгебра и автоматы: Учебное пособие для студентов механико-математического факультета. – Саратов: Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, 1988. – 73 с. [*Salij, V.N.* Universal'naya algebra i avtomaty: Uchebnoe posobie dlya studentov mekhaniko-matematicheskogo fakul'teta. – Saratov: Saratovskij nacional'nyj issledovatel'skij gosudarstvennyj universitet imeni N.G. Chernyshevskogo, 1988. – 73 s. (In Russian)]
13. *Алешин С.В.* Алгебраические системы автоматов. – М.: ООО «МАКС Пресс», 2016. – 192 с. [*Aleshin, S.V.* Algebraicheskie sistemy avtomatov. – Moscow: ООО «MAKS Press», 2016. – 192 s. (In Russian)]
14. *Кожухов И.Б., Михалев А.В.* Об алгебраической теории автоматов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. – 2021. – Т. 25, № 4. – С. 45–51. [*Kozhuhov, I.B., Mihalev, A.V.* On Algebraic Automata // Intelligent Systems. Theory and Applications. – 2021. – Vol. 25, no. 4. – P. 45–51. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии  
О.П. Кузнецовым.

Поступила в редакцию 17.03.2023,  
после доработки 16.11.2023.  
Принята к публикации 29.11.2023.

**Меньших Валерий Владимирович** – д-р физ.-мат. наук,  
✉ [menshikh@list.ru](mailto:menshikh@list.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9235-4997>

**Никитенко Виталий Алексеевич** – адъюнкт института,  
✉ [vitalijnikitenko82043@gmail.com](mailto:vitalijnikitenko82043@gmail.com),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-1948-3817>

Воронежский институт МВД России, г. Воронеж.

© 2023 г. Меньших В.В., Никитенко В.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).





# A NUMERICAL AGGREGATION METHOD FOR FINITE-STATE MACHINES USING ALGEBRAIC OPERATIONS

V.V. Menshikh and V.A. Nikitenko

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Voronezh, Russia

✉ menshikh@list.ru, ✉ vitalijnikitenko82043@gmail.com

**Abstract.** This paper considers the problem of synthesizing finite-state machines (FSMs) based on algebraic methods. The aggregation operations of FSMs are numerically implemented using symbolic matrices that describe their functioning. An algebra is defined for these matrices as follows: the carriers are matrix elements and special symbols, and the signature includes two operations serving to determine actions over these symbols. As a result, it becomes possible to define an algebra of symbolic matrices whose signature includes three operations. The classical operations over FSMs are represented in matrix form based on the algebra of symbolic matrices. Next, special operations over FSMs are constructed involving classical operations over them. Special operations are constructed considering the constraints and requirements of the subject area. A numerical example of FSM synthesis—the joint activity of two functional groups in an emergency zone—is provided.

**Keywords:** synthesis of automata, algebra of automata, symbolic matrices.

# ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ЗАДАНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ<sup>1</sup>

А.В. Толлок, Н.Б. Толлок

**Аннотация.** Рассматривается подход к решению задачи Коши функционально-воксельным (ФВ) методом для линейного уравнения в частных производных первого порядка. Предложенный подход базируется на принципах дифференцирования и интегрирования, разработанных для ФВ-моделирования, и позволяет применять принципы получения локальных геометрических характеристик результирующей функции в узлах в процессе линейной аппроксимации. Приведён классический подход к решению задачи Коши для дифференциального уравнения в частных производных на выбранном примере с целью построения ФВ-модели как эталона для сравнения с результатами, полученными путём ФВ-моделирования. Описывается алгоритм получения решения дифференциального уравнения средствами ФВ-моделирования. Проводится визуальное и численное сравнение полученного результата ФВ-моделирования с принятым эталоном. Отличием от численных методов решения подобной задачи является вид представления результата. В численных методах результатом является значение функции в узлах аппроксимации, а ФВ-модель в узлах содержит локальные геометрические характеристики (компоненты градиента в пространстве, увеличенном на единицу размерности), что позволяет получить узловую локальную функцию неявного вида, а также дифференциальную локальную функцию явного вида.

**Ключевые слова:** функционально-воксельное моделирование, дифференциальное уравнение в частных производных, задача Коши, локальная функция, локальные геометрические характеристики.

## ВВЕДЕНИЕ

Зачастую непрерывные процессы, протекающие в системах управления, могут описываться дифференциальными уравнениями с начальными условиями. К примеру, при известном входном сигнале выходной сигнал определяется решением задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

Получение результирующей функции для дифференциального уравнения в частных производных не представляется сложной проблемой и давно обеспечивается как аналитическим, так и компьютерными численными способами решения.

Однако если при получении результирующей функции вручную или посредством имеющегося на компьютере аналитического калькулятора результатом является формульное выражение [1–5], то численные методы настроены на получение результата в виде числовых значений в узлах аппроксимационной сетки, т. е. в итоге получают числа [6–9]. Отсутствие аналитического выражения как результата в этом случае не позволяет исследователю получать, к примеру, функции частных производных для имеющейся функции-решения и т. п. Функционально-воксельный метод (ФВ-метод) [10, 11] обеспечивает на задаваемой области аналитической функции заполнение локальными функциями, описывающими линейный закон для каждой полученной в процессе линейной дискретизации минимальной окрестности области, что позволяет применять в дальнейших вычислениях не просто значение в точке, а соответствующее аналитическое выражение со всеми вытекающими отсюда преимуществами.

<sup>1</sup> Исследование выполнено в рамках научной программы национального центра физики и математики, направление № 9 «Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах».



В работе [12] рассматриваются принципы дифференцирования и интегрирования средствами функционально-воксельного моделирования (ФВ-моделирования). Достаточно просто осуществляется переход к ФВ-модели частных производных и обратно к первообразной ФВ-модели, поскольку в качестве описания бесконечно малой окрестности точки заданной  $(m - 1)$ -мерной области в итоге выступает линейное уравнение  $n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m + n_{m+1} = 0$ , в котором коэффициентами являются компоненты единичного вектора градиента увеличенной на единицу размерности  $m + 1$ . Каждая из компонент для представления на компьютере кодируется числовым значением палитры цвета, формируя в итоге отдельный  $(m - 1)$ -мерный образ  $M_i$ . В итоге для описания и хранения заданной области пространства  $E^3$  (т. е.  $u = f(x, y)$ ) на компьютере потребуется сформировать четыре растровых двумерных образа  $(M_1, M_2, M_3, M_4)$ .

При этом для построения ФВ-модели первообразной функции достаточно задать начальные условия (сформулировать задачу Коши). Результат, полученный в работе [12], позволяет попробовать применить ФВ-метод к реализации ФВ-модели для решения дифференциального уравнения в частных производных с заданными начальными условиями.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для демонстрации работы алгоритма рассмотрим пример решения однородного дифференциального уравнения в частных производных вида [13]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + (e^{-x} - y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

удовлетворяющего условию

$$u(0, y) = 3y + 2. \quad (2)$$

Аналитическим решением дифференциального уравнения (1) будет функция

$$u(x, y) = 3(e^x y - x) + 2. \quad (3)$$

При этом

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 3(e^x y - 1), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 3e^x. \quad (5)$$

На рис. 1 демонстрируется график функции (3), заданной на области  $x \in [0, 1]$ ,  $y \in [0, 1]$ , полученная путём применения традиционного подхода к визуализации в системе MathCAD с шагом дискретизации 1/30.

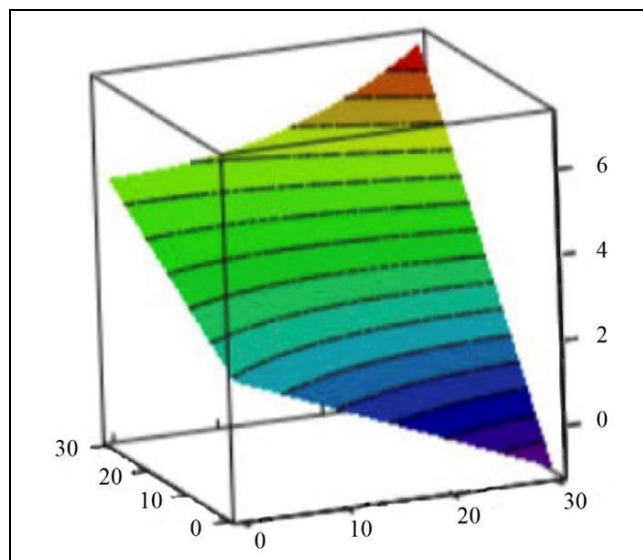


Рис. 1. Графическое представление функции (3) в системе MathCAD

С помощью визуального анализа рис. 1 можно определить примерные значения в угловых точках рассматриваемого сегмента поверхности, которые при точном вычислении таковы:  $(0; 0; 2)$ ,  $(1; 0; -1)$ ,  $(0; 1; 5)$ ,  $(1; 1; 7,1584)$ .

На рис. 2, а, б соответственно изображены графики функций (4) и (5) как частных производных функции (3). Рассчитаем значения в угловых точках для этих сегментов поверхностей:

– для функции (4):  $(0; 0; -3)$ ,  $(1; 0; -3)$ ,  $(0; 1; 0)$ ,  $(1; 1; 5,1584)$ ;

– для функции (5):  $(0; 0; 3)$ ,  $(0; 1; 3)$ ,  $(1; 0; 8,15484)$ ,  $(1; 1; 8,15484)$ .

Алгоритм получения области локальных функций на компьютере можно описать следующим образом.

**Шаг 1.** На заданной области функции организуется прямоугольная сетка для дальнейшей линейной аппроксимации. Размерность пространства сетки совпадает с размерностью рассматриваемой области функции. Шаг сетки определяется отношением размера сторон заданной области функции к размеру соответствующих сторон графического образа.

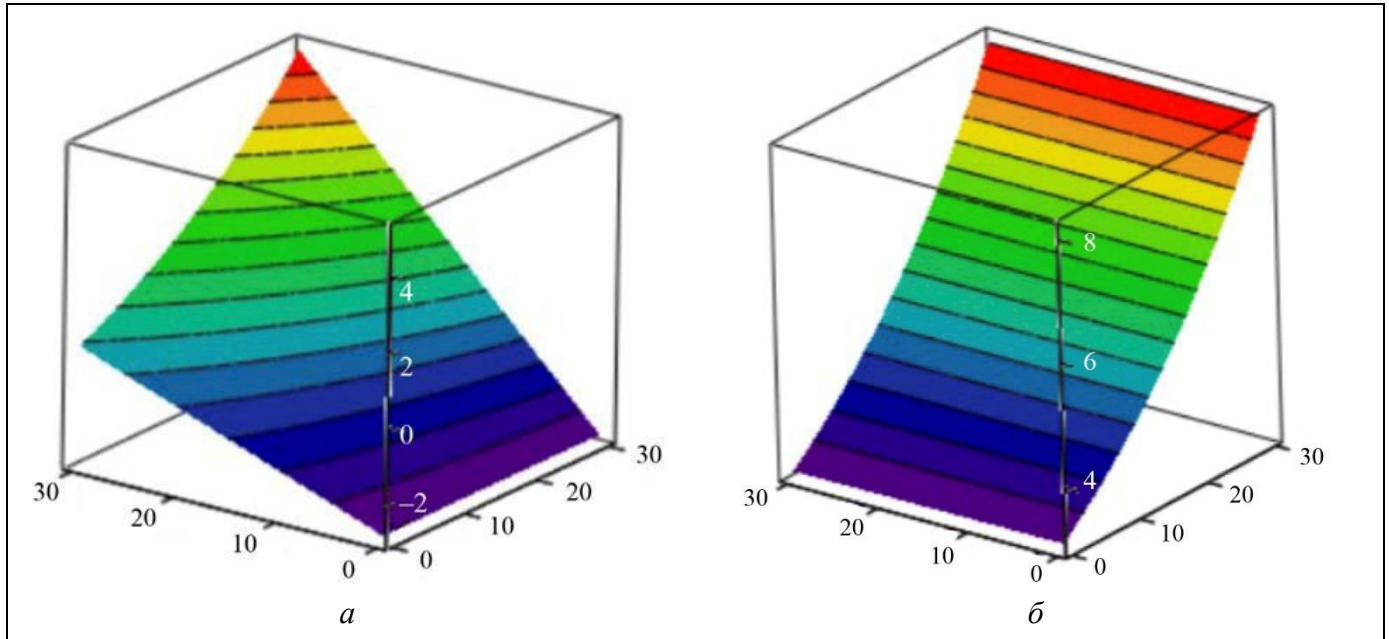


Рис. 2. Графическое представление функций (4), (5) в системе MathCAD

**Шаг 2.** В процессе получения линейной аппроксимации на области функции последовательно определяется текущий элемент сетки, включающий узловую точку и её ближайших соседей, т. е. образуется простейший элемент, соответствующей размерности. Например, для функции двух переменных  $u = f(x, y)$  имеем треугольный элемент аппроксимации, соседями узловой точки здесь являются ближайшие узлы сетки, сдвинутые параллельно осям  $Ox$  и  $Oy$ . А для функции трёх переменных  $u = f(x, y, z)$  элементом аппроксимации будет тетраэдр с узловой точкой и соседями, сдвинутыми параллельно осям  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  соответственно и т. д.

**Шаг 3.** Получение локального уравнения для выбранного элемента аппроксимации производится с помощью определителя матрицы, состоящей из однородных координат узлов треугольника и переменной точки на области. Например, для рассматриваемого случая с функцией  $u = f(x, y)$  определитель матрицы размерностью  $4 \times 4$  будет иметь вид

$$\begin{vmatrix} x & y & u & 1 \\ x_1 & y_1 & u_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & u_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & u_3 & 1 \end{vmatrix} = ax + by + cu + d = 0. \quad (6)$$

Отметим, что определитель матрицы позволяет получить такое уравнение для любой её размерности.

При этом коэффициенты  $a, b, c, d$  представляют собой компоненты вектора градиента увеличенной на единицу размерности и позволяют в рассматриваемой точке заменить исходную функцию  $u = f(x, y)$  локальной функцией вида

$$u = -\frac{a}{c}x - \frac{b}{c}y - \frac{d}{c},$$

так как плоскость, заданная уравнением (6), обязательно проходит через рассматриваемую узловую точку.

**Шаг 4.** Поскольку хранить локальную функцию для каждой точки области на компьютере не имеет смысла, то достаточно организовать хранение коэффициентов  $a, b, c, d$  в виде четырёх графических растровых образов. Такое представление обеспечивает визуальную наглядность формируемых данных, которая будет далее активно использоваться для оценки полученного решения, и их компактное хранение.

Для этого нормируем каждый из коэффициентов на длину вектора градиента  $N = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$ , получая соответственно компоненты единичной нормали:

$$\vec{n} = (n_1, n_2, n_3, n_4),$$

где  $n_1 = a / N$ ,  $n_2 = b / N$ ,  $n_3 = c / N$ ,  $n_4 = d / N$ .



Цвет в точке образа определяется как

$$M_i = \frac{P(1+n_i)}{2},$$

где  $P = 256$ ,  $i = 1, \dots, 4$ .

Для выполнения обратной задачи перехода от значения цвета  $M_i$  к компоненте вектора  $n_i$  используется формула

$$n_i = \frac{2M_i - P}{P}.$$

Далее, применив ФВ-метод к функции (3), получим компьютерное ФВ-представление в виде области локальных функций вида  $n_1x + n_2y + n_3u + n_4 = 0$ , где  $n_1, n_2, n_3, n_4$  – коэффициенты локальной функции (локальные геометрические характеристики), которые на компьютере отображаются в  $M$ -образы  $M_1, M_2, M_3, M_4$

(рис. 3) с разрешением  $400 \times 400$ . Под  $M$ -образами в работе [10] понимаются образы-модели, отображающие тоном или цветом одну из локальных геометрических характеристик ФВ-модели. При этом точность представления числового значения полутоном обеспечивается в RGB-формате (256 оттенков). Для увеличения наглядности продемонстрируем  $M$ -образы для цветовой палитры  $P = 16\,777\,214$  ( $256 \times 256 \times 256$ ) оттенков цвета на рис. 4. Получаемые при этом узоры характеризуют переход от оттенков красного цвета через зелёные оттенки к синим, обеспечивая более высокую наглядность благодаря полученным узорам для сравнения предполагаемого результата с предложенным эталоном. За эталон решения в нашем случае примем  $M$ -образы, приведённые на рис. 3 и 4.

На этом этапе будем считать, что имеется достаточная исходная информация для численного и визуального эксперимента.

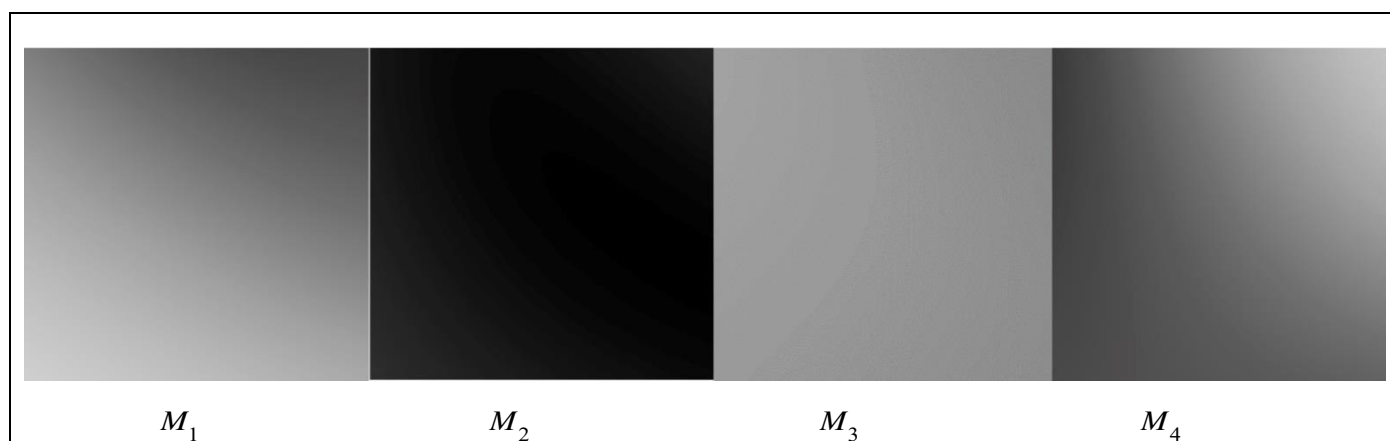


Рис. 3. Графическое представление локальных геометрических характеристик функции (3) (256 оттенков полутона)

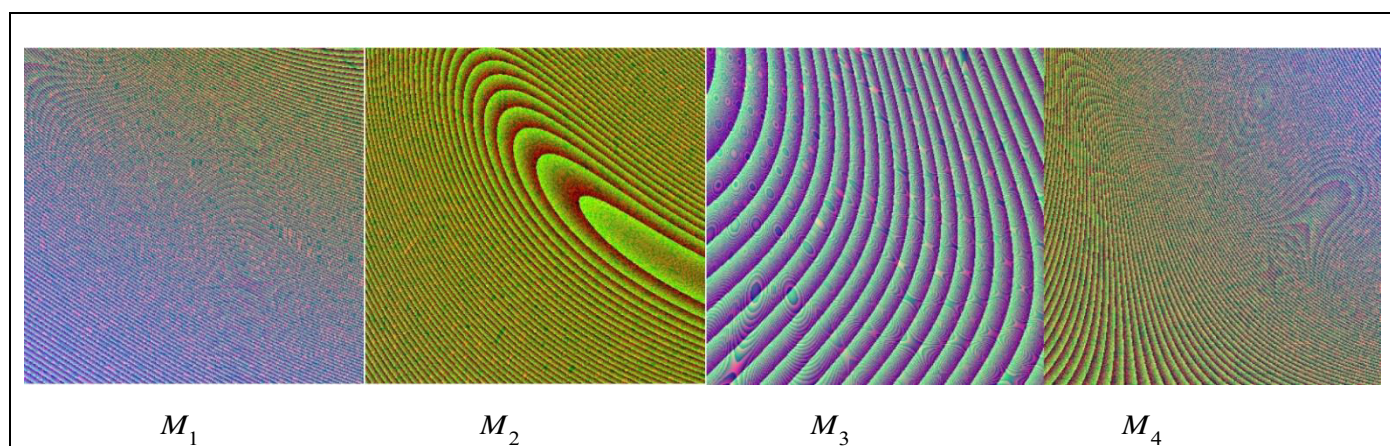


Рис. 4. Графическое представление локальных геометрических характеристик функции (3) (16 777 214 оттенков цвета)

## 2. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ФВ-МОДЕЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В работе [8] показан алгоритм получения ФВ-модели первообразной функции, если известны её ФВ-модели частных производных. При этом достаточно определить локальные геометрические характеристики в одной аппроксимационной точке для вычисления значений функции в остальных точках треугольного элемента аппроксимационной сетки. Это позволяет развернуть дальнейший поиск локальных геометрических характеристик на всей заданной области решения.

Чтобы применить этот алгоритм, необходимо выразить частные производные функции для получения их точного значения в рассматриваемой точке.

В рассматриваемом случае начальным условием служит функция (2). Она представляет собой сечение искомой поверхности функции (3) при  $x = 0$ .

А значит,

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{\Delta u}{\Delta y}, \quad \Delta y = h,$$

$$\Delta u = u_{i+1}(0, (i+1)h) - u_{i+1}(0, ih),$$

$$i = [0 \dots n],$$

где  $h$  – шаг аппроксимации.

Численные данные, подтверждающие обоснованность предложенного решения, приведены на рис. 2, б. Здесь видно, что в точке  $(0, 0)$   $\partial u / \partial y = 3$ , а в точке  $(49, 0)$   $\partial u / \partial y = 8,15484$ . При этом вдоль оси  $Oy$  значение производной постоянно возрастает по экспоненциальному закону.

Тогда можно говорить, что для  $x = 0$  частные производные определяются следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{(e^{-x} - y)\Delta y}{\Delta u}.$$

Если локальную функцию ФВ-модели представить как  $ax + by + cu + d = 0$ , то

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{a}{c}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{b}{c},$$

где коэффициент  $c$  заменим на аппроксимационный  $C$  (рис. 5):

$$C = x_1(y_2 - y_3) - x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_1 - y_2).$$

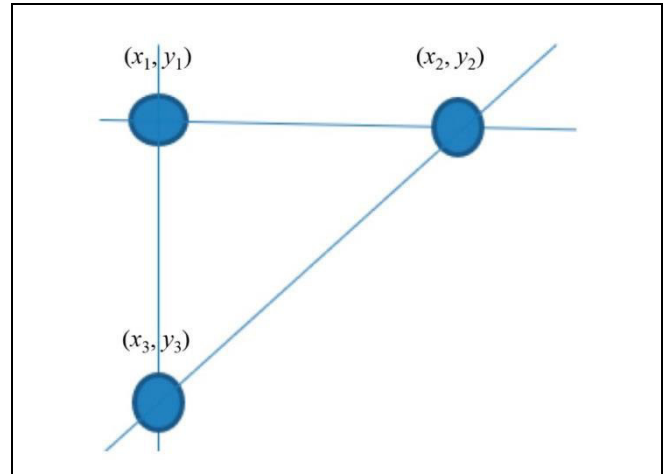


Рис. 5. Графическое представление узлов аппроксимации

Учитывая переход к получению компонент вектора градиента, имеем:

$$A = -\frac{a}{c}C, \quad B = -\frac{b}{c}C,$$

$$D = -Ax_1 - By_1 - Cu_1.$$

На первом шаге расчёта значение  $u_1$  определяется по формуле (3), а в остальных случаях соответственно используются значения, полученные через очередные коэффициенты для локальной функции:

$$u_i = -\frac{A}{C}x_i - \frac{B}{C}y_i - \frac{D}{C}.$$

Алгоритм решения дифференциального уравнения можно представить в виде последовательности следующих основных шагов:

1. Выбирается очередной треугольный элемент аппроксимации  $(x_0, y_0, x_1, y_1, x_2, y_2)$ .

2. Вычисляется коэффициент  $C$ :

$$C = x_0(y_1 - y_2) - x_1(y_0 - y_2) + x_2(y_0 - y_1).$$

3. Для  $x = 0$  вычисляется одна из производных в соответствии с заданными условиями (в приведённом примере  $\partial u / \partial x = ((3y_2 + 2) - (3y_0 + 2)) / \Delta y$ ). Для остальных значений  $x$  производная определяется отношением  $\partial u / \partial x = \Delta u / \Delta y$ , где  $\Delta u = (u_1 - u_0)$  и

$$u_0 = -\frac{A_0}{C_0}x_0 - \frac{B_0}{C_0}y_0 - \frac{D_0}{C_0},$$

$$u_1 = -\frac{A_1}{C_1}x_1 - \frac{B_1}{C_1}y_1 - \frac{D_1}{C_1}.$$

4. Вторая производная вычисляется на основе полученной первой производной (в приведённом примере  $\partial u / \partial x = -(e^{-x_0} - y_0)(\Delta u / \Delta y)$ ).

5. Вычисляются коэффициенты  $A_i, B_i, D_i$ .

6. Переход к  $(i + 1)$ -му треугольному элементу.

В результате последовательного вычисления для каждого узла аппроксимационной триангулированной сетки локальных геометрических характеристик методом ФВ-моделирования [6, 7] область решения искомого дифференциального уравнения заполняется локальными функциями  $n_1x + n_2y + n_3u + n_4 = 0$ . На компьютере такая область представляется соответствующими образами  $M_1, M_2, M_3, M_4$ , как показано на рис. 6 (256 градаций полутоновой закрашки) и рис. 7 (16 777 215 градаций цветовой закрашки RGB).

Полученный результат на рис. 6 и 7 визуально сравним с результатом, приведённым на рис. 3 и 4. Это подтверждает адекватность работы алгоритма.

Численные оценки узловых значений функции и её частных производных в углах заданной области  $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$  представлены в таблице.

**Узловые значения функции (3) и её частных производных (численные оценки)**

$x$	$y$	$u$	$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{\partial u}{\partial y}$
0	0	2,0000	-3,0000	3,0000
0	399	5,0000	0,0000	3,0000
49	0	0,0235	-2,0279	7,9164
49	399	7,1486	4,9453	7,9164

Сравнение точек для соответствующих  $M$ -образов с принятыми эталонами показало, что среди 640 054 точек образа количество точек со значением, отличающимся не более, чем на единицу, составило  $M_1 = 9515, M_2 = 3254, M_3 = 2116, M_4 = 6086$  (не более 1,5 %).

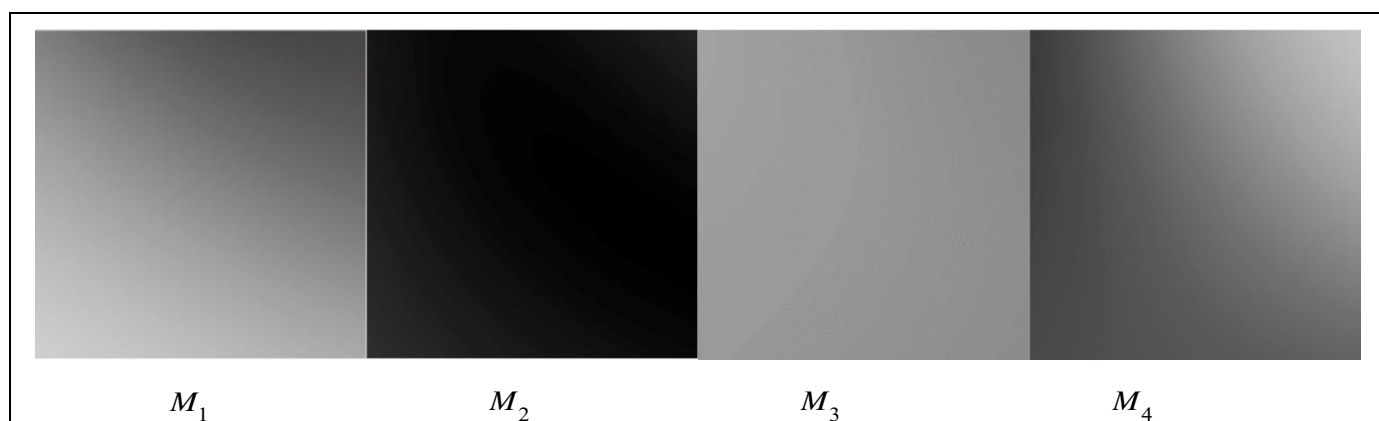


Рис. 6. Графическое представление локальных геометрических характеристик полученного решения ДУ (256 градаций полутона)

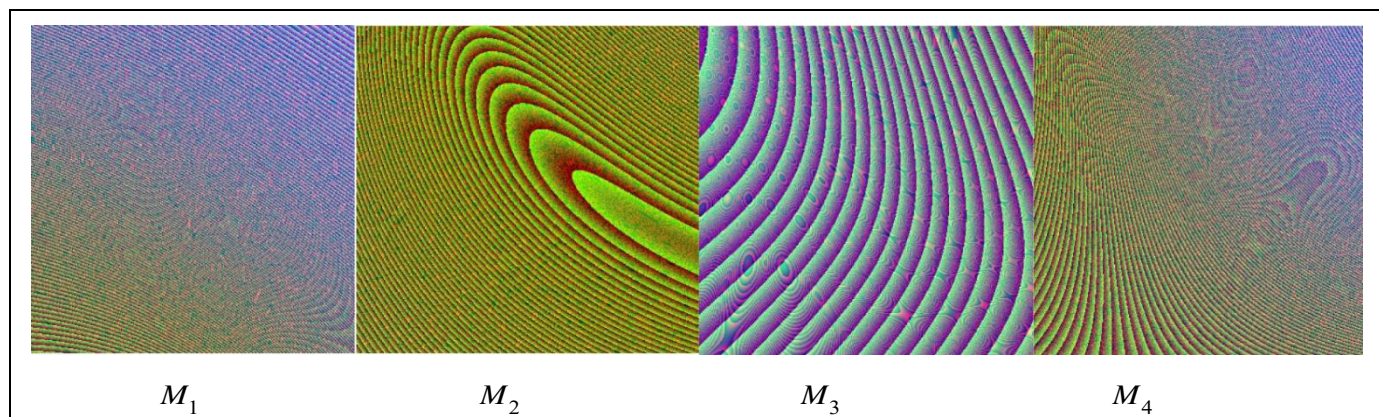


Рис. 7. Графическое представление локальных геометрических характеристик полученного решения ДУ (16 777 215 градаций цвета)



Полученное решение является линейной локальной функцией, представленной локальными геометрическими характеристиками для точек выбранной области:

$$n_1x + n_2y + n_3u + n_4 = 0.$$

При этом, выразив  $u(x, y)$ , получим локальное дифференциальное уравнение

$$u = -\frac{n_1}{n_3}x - \frac{n_2}{n_3}y - \frac{n_4}{n_3} \quad \text{или} \quad u = \frac{\partial u}{\partial x}x + \frac{\partial u}{\partial y}y - \frac{n_4}{n_3}.$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрен подход к решению линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка с применением функционально-воксельного метода. Приведён алгоритм решения дифференциального уравнения на основе предложенного подхода. Результаты численного моделирования подтвердили адекватность предложенного алгоритма.

В дальнейшем предполагается сравнительный анализ с существующими численными методами на предмет нарастания ошибки получаемого значения функции в узловых точках аппроксимации с различным шагом, а также точности определения локальных геометрических характеристик в сопоставлении с аппроксимацией аналитического решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 384 с. [Egorov, A.I. Obyknovennye differentsial'nye uravneniya s prilozheniyami. – М.: FIZMATLIT, 2003. – 384 s. (In Russian)]
2. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. – 344 с. [Romanko, V.K. Kurs differentsial'nyh uravnenij i variatsionnogo ischisleniya. – М.: Laboratoriya bazovyh znaniy, 2000. – 344 s. (In Russian)]
3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 472 с. [Stepanov, V.V. Kurs differentsial'nyh uravnenij. – М.: Editorial URSS, 2004. – 472 s. (In Russian)]
4. Математический анализ | Онлайн калькулятор : электронный ресурс. – URL: <https://allcalc.ru/node/863> (дата обращения 27.06.2023). [Matematicheskij analiz | Onlajn kalkulyator : electronic resource. – URL: <https://allcalc.ru/node/863> (accessed June 27, 2023).]
5. Microsoft Math Solver : электронный ресурс. – URL: <https://mathsolver.microsoft.com> (дата обращения 27.06.2023). [Microsoft Math Solver : electronic resource. – URL: <https://mathsolver.microsoft.com> (accessed June 27, 2023).]
6. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных

уравнений: учеб. пособие. – Томск: STT, 2016. – 44 с. [Krajnov, A.Yu., Moiseeva, K.M. Chislennyye metody resheniya kraevykh zadach dlya obyknovennykh differentsial'nyh uravnenij: ucheb. posobie. – Tomsk: STT, 2016. – 44 s. (In Russian)]

7. Мышенков В.И., Мышенков Е.В. Численные методы. Ч. 2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебное пособие для студентов специальности 073000. – М.: МГУЛ, 2005. – 109 с. [Myshenkov, V.I., Myshenkov, E.V. Chislennyye metody. CH. 2. Chislennoe reshenie obyknovennykh differentsial'nyh uravnenij: Uchebnoe posobie dlya studentov special'nosti 073000. – М.: MGUL, 2005. – 109 s. (In Russian)]
8. Soundararajan, R.; Subburayan, V.; Wong, P. J.Y. Streamline Diffusion Finite Element Method for Singularly Perturbed 1D-Parabolic Convection Diffusion Differential Equations with Line Discontinuous Source / Mathematics. – 2023. – Vol. 11. – Art. no. 2034. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math11092034>.
9. Mohammed, M. Well-Posedness for Nonlinear Parabolic Stochastic Differential Equations with Nonlinear Robin Conditions / Symmetry. – 2022. – Vol. 18. – Art. no. 1722.
10. Толлок А.В. Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании. – М.: Физматлит, 2016. – 112 с. [Tolok, A.V. Funktsional'no-voksel'nyj metod v komp'yuternom modelirovaniy. – М.: Fizmatlit, 2016. – 112 s. (In Russian)]
11. Толлок А.В. Локальная компьютерная геометрия. Учебное пособие. – М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022. – 147 с. [Tolok, A.V. Lokal'naya komp'yuternaya geometriya. – Moscow: IPR-Media, 2022. – 112 s. (In Russian)]
12. Толлок А.В., Толлок Н.Б. Дифференцирование и интегрирование в функционально-воксельном моделировании // Проблемы управления. – 2022. – № 5. – С. 60–67. [Tolok, A.V. and Tolok, N.B. Differentiation and Integration in Functional Voxel Modeling / Control Sciences. – 2022. – No. 5. – P. 51–57.]
13. Конев В.В. Уравнения в частных производных: Учебное пособие. – Томск: Томский политехнический университет, 2011. – URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/notes/Partial.pdf>. [Konev, V.V. Uravneniya v chastnykh proizvodnykh: Uchebnoe posobie. Tomsk: Tomskiy politekhnicheskii universitet, 2011. – URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/notes/Partial.pdf>. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.

Поступила в редакцию 28.07.2023,  
после доработки 03.10.2023.  
Принята к публикации 26.10.2023.

Толок Алексей Вячеславович – д-р техн. наук,  
✉ [tolok\\_61@mail.ru](mailto:tolok_61@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7257-9029>

Толок Наталия Борисовна – канд. техн. наук,  
✉ [nat\\_tolok@mail.ru](mailto:nat_tolok@mail.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5511-4852>

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва.

© 2023 г. Толок А.В., Толок Н.Б.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.





# THE FUNCTIONAL VOXEL METHOD APPLIED TO SOLVING A LINEAR FIRST-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION WITH GIVEN INITIAL CONDITIONS

A.V. Tolok and N.B. Tolok

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ tolok\_61@mail.ru, ✉ nat\_tolok@mail.ru

**Abstract.** This paper considers an approach to solving the Cauchy problem for a linear first-order partial differential equation by the functional voxel (FV) method. The approach is based on the principles of differentiation and integration developed for functional voxel modeling (FVM) and yields local geometrical characteristics of the resulting function at linear approximation nodes. A classical approach to solving the Cauchy problem for a partial differential equation is presented on an example, and an FV-model is built as a reference for further comparison with the FVM results. An algorithm for solving differential equations by FVM means is described. The FVM results are visually and numerically compared with the accepted reference. Unlike numerical methods for solving such problems, which give the values of a function at approximation nodes, the FV-model contains local geometrical characteristics at the nodes (i.e., gradient components in the space increased by one dimension). This approach allows obtaining an implicit-form nodal local function as well as an explicit-form differential local function.

**Keywords:** functional voxel modeling, partial differential equation, Cauchy problem, local function, local geometrical characteristics.

**Funding.** This study was carried out within the scientific program of the National Center for Physics and Mathematics, direction No. 9 “Artificial Intelligence and Big Data in Technical, Industrial, Natural, and Social Systems.”



## ШЕСТНАДЦАТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СИСТЕМ» MLSD'2023

С 26 по 28 сентября 2023 г. прошла 16-я Международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD)». Это ежегодное мероприятие, организуемое Институтом проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (ИПУ РАН) при технической поддержке IEEE Russia Section.

Регламент работы MLSD'2023 предусматривает пленарное заседание и 16 секционных заседаний по следующим направлениям.

1. Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации.

2. Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами.

3. Управление развитием цифровой экономики, проектные офисы и ситуационные и прогнозно-аналитические центры, институты развития крупномасштабных систем.

4. Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем.

5. Нелинейные процессы и вычислительные методы в задачах управления крупномасштабными системами.

6. Управление развитием банковских и финансовых систем.

7. Управление топливно-энергетическими, инфраструктурными и другими системами.

8. Управление транспортными системами.

9. Управление развитием авиационно-космических и других крупномасштабных организационно-технических комплексов.

10. Управление развитием региональных, городских и муниципальных систем.

11. Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности.

12. Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами.

13. Методология, методы и программно-алгоритмическое обеспечение обработки и интеллектуального анализа больших массивов информации.

14. Мониторинг в управлении развитием крупномасштабных систем.

15. Управление развитием крупномасштабных систем здравоохранения, медико-биологических систем и технологий.

16. Управление развитием социальных систем.

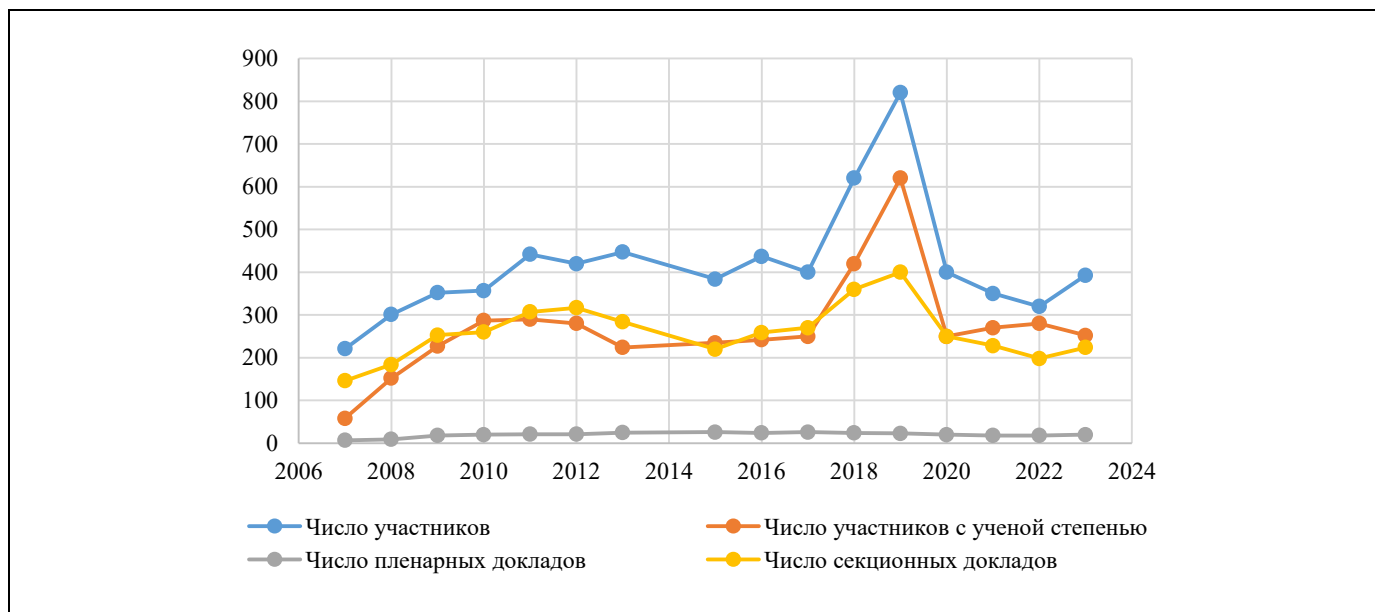
Программа конференции предполагает обсуждение оригинальных исследовательских работ в области теории и практики компьютерного управления развитием крупномасштабных производственных, транспортных, энергетических, финансовых и социальных систем. К участию в конференции приглашаются ведущие ученые академического уровня, научно-исследовательских институтов, вузов, государственных и коммерческих структур. Статистические данные о работе MLSD в исторической ретроспективе представлены на рисунке. В конференции MLSD'2023 приняли участие 393 человека.

К настоящему моменту вышли Труды MLSD'2023, в которых опубликовано 20 пленарных и 224 секционных доклада, индексируемых в РИНЦ. Кроме того, 177 докладов на английском языке уже размещены в электронной библиотеке IEEE Xplore<sup>1</sup> и проиндексированы Scopus.

Главный проблемно-тематический вектор выступлений на MLSD'2023 определили пленарные доклады, посвященные новым формальным постановкам проблем стратегического управления развитием крупномасштабных систем в современных условиях повышенного санкционного давления, а также подходам, принципам и технологиям их решения.

Тон задал пленарный доклад д-ра техн. наук, проф. *А.Д. Цвиркуна* (ИПУ РАН) «Проблемы управления развитием крупномасштабных систем в современных условиях». Докладчиком была поставлена проблема разработки методологических основ формирования единой целостной модели планирования трендов долгосрочного роста

<sup>1</sup> <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/10303766/proceeding>



национальной экономики в современной неблагоприятной геополитической ситуации. В основе предлагаемого автором подхода – акцент на планирование макроэкономического развития крупномасштабных систем России, формирующих валовой внутренний продукт, национальный доход, совокупный спрос, совокупное предложение, общий уровень цен, уровень безработицы, уровень процентных ставок, валютный курс, состояние государственного бюджета и уровень равновесия платежного баланса. В докладе предлагаются комплекс моделей для анализа и выбора вариантов развития России и цифровая платформа для управления развитием крупномасштабных производственно-транспортных систем.

Основные выводы и рекомендации докладчика следующие. Государственные программы и крупные бизнес-проекты должны претворяться в жизнь после тщательной проработки в РАН и Институте прикладных экономических исследований РАНХиГС. Необходима разработка проекта (темы), а также создание Ассоциации (Центра компетенций) «Управление развитием крупномасштабных систем», объединяющей специалистов в области управления развитием крупномасштабных систем по важнейшим направлениям, включая инвестиции, информационные технологии, создание цифровой среды инвестиционного планирования. Цель проекта – «Разработка методологии комплексного анализа и инструментальных средств управления развитием крупномасштабных систем для решения стратегических задач и проблем управления промышленно-транспортным развитием крупномасштабных проектов России, в том числе в чрезвычайных условиях». Целесообразно

продолжить связи с международными аналогичными организациями и конференциями, а также организовать проведение отдельных семинаров и школ для специалистов и молодых ученых по актуальным вопросам управления развитием крупномасштабных систем.

Энергетика является базовой отраслью российской экономики. Ее устойчивое развитие и надежное функционирование во многом определяют национальную безопасность страны. Эта проблематика нашла отражение в докладе академика РАН С.П. Филиппова и канд. экон. наук Ф.В. Веселова (ИНЭИ РАН) «Особенности и средства формирования прогнозов научно-технологического развития энергетики в современных условиях». Авторы описали будущий технологический облик энергетики, удовлетворяющий разнородным требованиям, включая доступность и надежность энергоснабжения, технологическую независимость, глобальную конкурентоспособность энергопроизводства. Авторы отметили также большую роль экологических и климатических требований, связанных с декарбонизацией экономики.

В условиях санкций большой интерес представляет управление развитием производственной инфраструктуры России согласно концепции быстрорастущих организаций и отраслей. Доклад д-ра техн. наук О.И. Дранко «Рейтинг быстрорастущих организаций России: рост против надежности» посвящен анализу перспектив практической реализации этой концепции. Автор разрабатывает технологию оценки быстрорастущих сегментов экономики на основе данных статистики и финансовой отчетности организаций. Быстрорастущие отрасли определены по среднегодовым темпам

роста, превышающим таковые для экономики в целом. Быстрорастущие организации определены по среднегодовому темпу роста более 50 % в год в текущих ценах. Выявлено около 2 тыс. быстрорастущих организаций России с выручкой более 1 млрд руб. Суммарная выручка выборки быстрорастущих организаций в 2022 г. составила около 20 трлн руб. Проведенный анализ позволяет показать размер вклада быстрорастущих организаций в рост экономики России при различных сценариях развития. Примененные автором методы обработки больших данных позволяют оперативно провести декомпозицию информации от макроуровня (ВВП страны) до выручки отдельных организаций. Однако расчеты по выборке быстрорастущих организаций выявили рост долговой нагрузки по сравнению полной выборкой организаций и не выявили изменения текущей ликвидности. Из этого следует, что класс быстрорастущих организаций можно отнести к организациям с более высокими, но не критическими финансовыми рисками. Проведенные исследования показывают усредненные фактические значения показателей рисков и позволяют ставить задачу управления рисками при быстром росте.

Интересный аспект последствий санкционной политики отмечен в докладе д-ра экон. наук *О.С. Сухарева* (ИЭ РАН) «Промышленное развитие России: анализ перспективы». Автор определяет санкционное давление как форс-мажорные обстоятельства, порождающие кризисные явления в самой системе крупномасштабного управления, включая его содержание, быстродействие, оперативность и точность принимаемых решений, нестандартность институциональных ограничений. В таких обстоятельствах прогнозные оценки теряют адекватность. Автор делает вывод о необходимости осуществлять как внутриотраслевой, так и общесистемный анализ развития промышленности, включая оценку влияния макроэкономических инструментов. Он рассматривает промышленность как крупномасштабную, многоотраслевую и разветвленную секторальную систему со значительными связями, составляющую индустриальную базу экономики, требующую специальной методологии макроэкономического анализа и системного управления. Основным выводом, представленным в докладе, – принципиальная возможность ослабления удара на российскую экономику, спровоцированного снижением чистого экспорта из-за сокращения продаж сырьевых компонент, и развертывание новых производств и технологий по принципу замкнутого цикла, который используется в функционировании инноваци-

онных систем для обеспечения технологического суверенитета.

Существенной проблемой новой теории управления развитием крупномасштабных систем в форс-мажорных обстоятельствах является исследование и решение проблем организации целенаправленной деятельности. Данная проблема рассматривается в докладе «Постановка задачи управления целенаправленным процессом проектирования сложных систем» член-корр. РАН *А.Ф. Резчикова* (ИПУ РАН), канд. техн. наук *Е.В. Кушниковой*, *О.В. Кушниковой* (СГТУ), д-ра техн. наук *А.С. Богомолова* (ФИЦ СНЦ РАН). Авторы представляют процесс достижения целей проектирования как управляемый и определяют его входные и выходные координаты, инвариантные к характеру деятельности, ее продолжительности и масштабам. При достижении целей проектирования значения входных координат данного процесса неоднократно изменяются лицом, принимающим решения, что может привести к значительным отклонениям от желаемых результатов. В работе предложена постановка задачи определения возмущений управляющих координат, не приводящих к отклонению от запланированных результатов.

Доклад канд. физ.-мат. наук *М.А. Горелова*, д-ра техн. наук *Ф.И. Ерешко* (ФГУ «ФИЦ "Информатика и управление" РАН») «Иерархические игры в глубоком обучении» показывает, что существует формальный инструмент, который позволяет единообразно генерировать и рассматривать разные постановки задач глубокого обучения и стратегического планирования. Так, для задач глубокого обучения актуален поиск решений весовых коэффициентов при условии наличия неопределенных факторов, воздействующих на всю сеть, и игровой подход предоставляет инструментальную возможность записи алгоритмов решения в различных схемах перебора в пространстве состояний или градиентных алгоритмов. В задачах стратегического планирования весовые параметры сверток, как правило, задаются технологическими процессами, и наиболее актуальными становятся проблемы формирования функций активации, в данной интерпретации стратегии игроков, и графа взаимодействия, т. е. архитектуры искусственной нейронной сети.

Основными результатами работы являются модели иерархических систем в многошаговом случае, при разной степени информированности центра и подсистем. Исследуются процедуры управления системой игроков в своеобразной архитектуре связей, характерной для искусственных





нейронных сетей. Сформулирована принципиально новая для иерархических игр задача вычисления наибольшего гарантированного результата центра.

В докладе д-ра экон. наук, чл.-корр. РАН *В.И. Сулова* и его соавторов *Ю.С. Еришова* (Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН, Новосибирск), канд. экон. наук *Н.М. Ибрагимова* (Новосибирский государственный университет) «Межрегиональные модели в исследовании пространственной экономики России» описан оригинальный метод исследования экономики России в пространственном разрезе, основанный на принципе последовательной детализации объекта (от «точки» к пространству). Представлен также модельно-программный комплекс, заменивший оптимизационную межрегиональную межотраслевую модель на модифицированные алгоритмы поиска равновесия и ядра системы применительно к пространственной модели «затраты – выпуск». Предложенный подход позволяет использовать при формировании прогнозной информации не только знания о народнохозяйственных, отраслевых и региональных ретроспективных трендах, но и прямые знания о сроках ввода и мощностях отдельных крупных предприятий.

Доклад д-ра экон. наук *В.Г. Варнавского* (ИПУ РАН) «Использование таблиц «затраты – выпуск» для оценки структурных изменений в транспортной отрасли России» посвящен разработке методического подхода к исследованиям, описывающим структурные сдвиги в трансграничных производственных связях и внешней торговле на уровне продуктов и отраслей. Автор рассматривает предложенный им ранее индекс производственного участия страны-экспортера в производстве страны-импортера, а также мировые модели «затраты – выпуск» для оценки мультипликативных эффектов в экономике и вовлеченности стран, отраслей и продуктов в глобальные цепочки создания стоимости. В работе приводится алгоритм анализа ключевых аспектов структурных изменений в транспортном секторе России в 2000–2018 гг. на основе межстрановых таблиц «затраты – выпуск» ОЭСР 2021 г., который позволил сделать вывод о том, что интеграция российского транспортного сектора в глобальные цепочки создания стоимости приближается к оптимальному уровню.

На эту же тему управления развитием транспортной отрасли России выступил д-р техн. наук *В.В. Цыганов* (ИПУ РАН) с пленарным докладом «Комплекс моделей и платформа стратегического управления транспортной инфраструктурой».

В своем докладе автор исходит из того, что социально-экономическое развитие России в условиях санкций невозможно без опережающего развития транспортной инфраструктуры на новых и перспективных направлениях транспортных потоков. Ускорение изменений, масштаб, число и сложность связей транспортной инфраструктуры определяют актуальность разработки и научного обоснования проекта платформы стратегического управления. Докладчик описал цели, задачи, принципы и основные процессы, реализуемые на платформе стратегического управления транспортной инфраструктурой, а также процессы согласования стратегических документов по целям, задачам, срокам реализации мероприятий и объемам требуемых ресурсов. Одним из центральных механизмов рассматриваемой платформы является комплекс моделирования последствий принятия управленческих решений с применением технологий искусственного интеллекта и методов математического анализа. Автор отметил, что рассматриваемый подход апробирован при стратегическом планировании устойчивого функционирования экономического комплекса РФ, в том числе Сибири, Дальнего Востока и Арктической зоны России. Формальный аппарат реализации этого проекта проиллюстрирован на примере математического моделирования и прогнозирования последствий единовременных корректировок транспортной инфраструктуры.

В докладе д-ра техн. наук *В.К. Акинфиева* (ИПУ РАН) «Выбор оптимальных вариантов развития транспортных коридоров в условиях переориентации экспортных потоков российских компаний» рассматривается проблема поиска оптимального варианта развития транспортной инфраструктуры в условиях санкций и закрытия некоторых экспортных рынков для промышленных компаний в Российской Федерации. Развитие транспортных коридоров позволит компаниям переориентировать свои экспортные потоки на другие рынки без потери финансовой стабильности. Проблема формулируется как динамическая производственно-транспортная задача со смешанными переменными, включающая выбор вариантов развития транспортной сети. Предлагаемое решение задачи позволяет выбирать оптимальные варианты развития транспортной инфраструктуры и, одновременно, оптимальные объемы производства и поставок продукции компаний, учитывая динамику изменения емкости экспортных рынков и другие ограничения, используя различные сценарии изменения исходных данных и допущений.

В докладе д-ра экон. наук *В.Н. Ливиница*, канд. экон. наук *И.А. Мироновой*, канд. экон. наук *Т.И.*

Тищенко, канд. экон. наук М.П. Фроловой (ФИЦ ИУ РАН) «Теория и практика принятия решений о реализации крупномасштабных транспортных проектов» рассматривается подход к реализации крупномасштабного транспортного проекта, оценка его социально-экономической (далее также общественной) эффективности проводится в соответствии с нормативными правовыми актами Российской Федерации или субъектов Российской Федерации.

Инвестиционный проект определяется как «обоснование экономической целесообразности, объема и сроков осуществления капитальных вложений, а также описание практических действий по осуществлению инвестиций (бизнес-план)». Плановые и проектные решения делятся на три категории:

- малые, реализация которых не оказывает заметного воздействия на структурные характеристики экономики страны, отдельных отраслей или отдельных регионов в целом, а также не влияет на цены важнейших ресурсов, показатели инфляции, банковские процентные ставки, курсы валют и т. д.;

- крупномасштабные, реализация которых может существенно повлиять на указанные характеристики (например, разработка новых месторождений угля – на цену угля на национальном и мировом рынках);

- глобальные, которые могут кардинально менять структуру национальной экономики и влиять на показатели социально-экономического развития страны (или даже нескольких стран).

Рассматриваются проблемы, связанные с оценкой социально-экономической эффективности крупномасштабного инвестиционного проекта по развитию сетевой транспортной инфраструктуры. Предложен подход, основанный на векторном критерии, учитывающем свойства инвестиционных проектов, и расширяет спектр информации, доступной лицу, принимающему решения.

В настоящее время одним из информационных ресурсов поддержки принятия решений по управлению развитием крупномасштабных систем становятся разнообразные онлайн-платформы, которые используются для общения и обмена мнениями. Примерами служат правительственные веб-сайты для взаимодействия с общественностью, интернет-проекты для информирования общественности и вовлечения граждан в процесс обсуждения нормативно-правовых документов, а также социальные медиа, контент которых создают сами пользователи. Особую роль социальные сети могут сыграть в форс-мажорных обстоятель-

ствах. Этой тематике посвящен пленарный доклад д-ра техн. наук Д.А. Губанова, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Чхартишвили (ИПУ РАН) «О влиянии алгоритмов онлайн-социальной сети на формирование мнений пользователей». В нем рассмотрена модель формирования информационных каскадов, в которой мнения (относительно некоторого вопроса) агентов ненаблюдаемы, а наблюдаемые действия не полностью отражают их мнения. Совершаемые агентами действия (написание комментариев) влияют на мнения действующих впоследствии агентов, тем самым формируя информационный каскад мнений и действий. Как показали вычислительные эксперименты, существенное влияние на такой каскад оказывает алгоритм показа предшествующих действий агенту сети: в обратном хронологическом порядке, по убыванию лайков или сначала комментарии с заданной позицией. Особенно это верно в том случае, когда агенты просматривают небольшое число комментариев (возможно, в силу когнитивных ограничений). Следовательно, относительно простые изменения в алгоритмах онлайн-социальной сети могут оказать косвенное, но решающее воздействие на мнения и предпочтения пользователей в сети и в итоге – на их действия.

В докладе канд. экон. наук Д.Р. Гончара (ФИЦ ИУ РАН), д-ра техн. наук В.А. Ирикова (ИПУ РАН) «Модернизация решения практических задач и методов программно-целевого планирования и управления прорывным развитием» обсуждаются вопросы осуществления инициативы Президента РФ по переходу России к прорывному развитию. Авторами сформулировано предложение с комплексом инструментов и технологий, апробированных как на пилотах, так и на малой и средней сериях различных объектов управления. Его реализация даже в сложных условиях новых вызовов обеспечивает решение проблем, прежде считавшихся нерешаемыми (в основном благодаря системному подходу, модернизации, выявлению и мобилизации пока неиспользуемых новых возможностей).

В докладе д-ра техн. наук В.В. Кульбы (ИПУ РАН), д-ра техн. наук В.И. Меденникова (ФИЦ ИУ РАН) «Новая региональная цифровая экосистема на основе предметной идентификации экосистем» предложена классификация экосистем. Результатом работы служит сформированная авторами научная и цифровая экосистема, предоставляющая собой цифровой инструмент сбора, накопления, использования научных знаний, а также измерения состояния важнейших экосистем в природе – в сельском хозяйстве.



В докладе д-ра техн. наук *В.Н. Буркова*, д-ра техн. наук *И.В. Бурковой*, д-ра техн. наук *А.В. Щепкина* (ИПУ РАН) «Мягкие зависимости между проектами в управлении программами» рассматриваются задачи управления программами при наличии мягких зависимостей между проектами. Реализация мягких зависимостей уменьшает время или затраты на выполнение непосредственно следующего проекта. Даются постановка и решение задачи, в которой требуется определить множество выполняемых мягких зависимостей при различных условиях. В работе рассмотрена задача определения минимальной продолжительности программы при наличии мягких зависимостей между проектами. Предложен алгоритм определения критического пути.

Особо следует выделить два тематически связанных пленарных доклада д-ра физ.-мат. наук *А.Г. Кушнера* (ИПУ РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова) «Разработка методов управления нелинейными процессами в сплошных средах» и канд. техн. наук *А.В. Ахметзянова*, д-ра техн. наук *А.В. Самохина* (ИПУ РАН) «Модели волнового вытеснения трудноизвлекаемых запасов нефти из резервуаров нефтяных месторождений активными агентами». Они представляют собой образец передовых компьютерных средств моделирования, поддерживающих прорывные технологии инновационного развития отраслевого уровня.

В докладе *А.Г. Кушнера* представлены некоторые результаты по управлению процессами в сплошных средах, полученные за последние годы в лаборатории № 6 ИПУ РАН. Эти результаты относятся ко многим физическим процессам: термодинамике, фильтрации, движению сред с молекулярной структурой. Единый подход основан на геометрической теории нелинейных дифференциальных уравнений, контактной и симплектической геометрии. Результаты нашли практическое применение в управлении процессами разработки нефтяных и газовых месторождений и управлении фазовыми переходами.

В докладе *А.В. Ахметзянова* и *А.В. Самохина* исследуется эффект, возникающий при добыче трудноизвлекаемых запасов нефти с использованием активных реагентов. Высокочастотные нелинейные волновые колебания ускоряют диффузию и приводят к увеличению коэффициента нефтеотдачи залежей. В докладе приведены результаты численных экспериментов с использованием математической модели цилиндрических волн в направлении фильтрационного потока флюидов; также демонстрируется эффективность циклических управляющих волновых воздействий.

Большую значимость для развития национальной безопасности имеют разработки отечественных перспективных образцов программного обеспечения крупномасштабных технологических процессов. Результаты в этой сфере представлены докладами д-ра техн. наук *А.Г. Полетыкина*, *Н.Э. Мегазетдинова*, канд. техн. наук *Е.Ф. Жарко*, канд. физ.-мат. наук *В.Г. Проmysлова*, канд. техн. наук *М.Е. Бывайкова*, канд. техн. наук *В.Н. Степанова*, канд. техн. наук *А.А. Байбулатова*, канд. физ.-мат. наук *К.В. Семенкова*, *К.В. Акафьева* (ИПУ РАН) «Интеграционная платформа для АСУ ТП-Система оператор», а также д-ра техн. наук *А.С. Хохлова*, канд. техн. наук *Д.Ю. Мишутина*, канд. техн. наук *Е.С. Баулина* (ООО «Центр цифровых технологий») «Реализация систем класса APS для НПЗ/НХК и их объединений».

Приведенный краткий обзор выступлений на пленарном заседании демонстрирует активный и конструктивный характер концепций, методов и моделей стратегического управления развитием крупномасштабных систем России в современных условиях повышенного санкционного давления.

Итоги работы конференции были подведены на заключительном заседании. Руководители секций в представленных отчетах отметили разнообразие и актуальность проблематики конференции, а также по сложившейся традиции рекомендовали ряд наиболее интересных работ к публикации в расширенном виде в журналах «Автоматика и Телемеханика», «Advances in Systems Science and Applications», «Проблемы управления», «Управление большими системами».

*А.Д. Цвиркун*, председатель Оргкомитета,  
*О.И. Дранко*, зам. председателя Оргкомитета,  
*И.А. Степановская*, секретарь Оргкомитета

**Цвиркун Анатолий Данилович** – д-р техн. наук,  
✉ [tsvirkun@ipu.ru](mailto:tsvirkun@ipu.ru),

**Дранко Олег Иванович** – д-р техн. наук,  
✉ [olegdranko@gmail.com](mailto:olegdranko@gmail.com),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4664-1335>

**Степановская Ираида Александровна** – канд. техн. наук,  
✉ [irstepan@ipu.ru](mailto:irstepan@ipu.ru),  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2012-8063>

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
г. Москва.

© 2023 г. Цвиркун А.Д., Дранко О.И., Степановская И.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## 16TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MANAGEMENT OF LARGE-SCALE SYSTEM DEVELOPMENT (MLSD'2023)

A.D. Tsvirkun, O.I. Dranko, and I.A. Stepanovskaya<sup>#</sup>

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>#</sup> ✉ [irstepan@ipu.ru](mailto:irstepan@ipu.ru)

**Abstract.** The 16th International Conference on Management of Large-Scale Systems Development (MLSD'2023) was held on September 26–28, 2023. This annual event is organized by the Trapeznikov Institute of Control Sciences, the Russian Academy of Sciences, with the technical support of the IEEE Russia Section. MLSD conferences are intended to discuss research in the theory and applications of computer control and management for developing large-scale manufacturing, transport, energy, financial, and social systems. The MLSD'2023 program included one plenary session and 16 sections with 393 participants. The original proceedings of MLSD'2023 (20 plenary and 224 sectional papers) have been published in Russian and indexed by the RSCI. Of these, 155 papers have been extended and published electronically in English in IEEE *Xplore* (Scopus indexing).

**Keywords:** conference, large-scale systems, strategic management, modeling, control.