

ISSN 2712-8687

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

6/2022

CONTROL  SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Каляев, академик РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишнеvский, д-р техн. наук,
А. О. Калашников, д-р техн. наук,
В. В. Клочков, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
Н. В. Кузнецов, д-р физ.-мат. наук,
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук
(ответственный секретарь),
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, академик РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пашченко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
П. Ю. Чеботарёв, д-р физ.-мат. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,
д-р техн. наук,
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, Academician of RAS¹,
I. A. Kalyaev, Academician of RAS,
V. A. Levin, Academician of RAS,
N. A. Makhutov, Corr. Member of RAS,
A. F. Rezchikov, Corr. Member of RAS,
S. N. Vassilyev, Academician of RAS

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),
P. Yu. Chebotarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
N. V. Kuznetsov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech.),
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),
Executive Editor-in-Chief,
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),
D. A. Novikov, Academician of RAS,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,
Dr. Sci. (Tech.),
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

¹Russian Academy of Sciences.



CONTROL SCIENCES
Научно-технический
журнал

6 номеров в год
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
академик РАН
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор
Л.В. Петракова

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 30 декабря 2022 г.

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.
выдано Министерством Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых
коммуникаций

Свидетельство о регистрации
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.
выдано Федеральной службой
по надзору в сфере связи,
информационных технологий и
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс
научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной
библиотеки (www.elibrary.ru) доступны
полные тексты статей.

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

6.2022

СОДЕРЖАНИЕ

Математические проблемы управления

Сергеев В.А. Синтез механизмов комплексного оценивания
на основе разделительной декомпозиции 3

Управление в социально-экономических системах

Гусев В.Б. Бинарная модель управления реструктуризацией
технологического ядра экономики 14

Связов В.А. Модели волатильности, основанные
на нечётких системах, с применением к российскому
фондовому рынку 26

Управление техническими системами и технологическими процессами

Работников М.А., Стафейчук Б.Г., Шумихин А.А.
Применение теории особенностей Уитни для оценки
устойчивости функционирования технологических процессов
при выборе частоты дискретизации управляющего сигнала 35

Управление подвижными объектами и навигация

Алчинов А.И., Гороховский И.Н. Анализ стрессовых
воздействий на условия автономной навигации поисковых
корреляционно-экстремальных навигационных систем 42

Хроника

**Пятнадцатая международная конференция «Управление
развитием крупномасштабных систем» MLSD'2022 59**



CONTROL SCIENCES
Scientific Technical
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

FOUNDER and PUBLISHER

V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D.A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief

F.F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief

N.E. Maximova

Editor

L.V. Petrakova

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia

+7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: December 30, 2022

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

issued by the Ministry of Press,
Broadcasting, and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of

Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021

issued by the Federal Service
for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian
Science Citation Index) on the platform
Web of Science and in the list of peer-
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic
library (www.elibrary.ru) full texts of
articles are available

© V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

6.2022

CONTENTS

Mathematical Problems of Control

Sergeev, V.A. Design of Integrated Rating Mechanisms Based
on Separating Decomposition 3

Control in Social and Economic Systems

Gusev, V.B. A Strategic Management Model for Restructuring
the Technological Core of an Economy 14

Sviyazov, V.A. Fuzzy Volatility Models with Application
to the Russian Stock Market 26

Control of Technical Systems and Industrial Processes

Rabotnikov, M.A., Stafeichuk, B.G., and Shumikhin, A.G.

Estimating Industrial Process Stability by Whitney's Singularity
Theory When Choosing a Sufficient Time-Sampling Frequency
of the Control Signal 35

Control of Moving Objects and Navigation

Alchinov, A.I., Gorokhovskiy, I.N. Analysis of Stress Exposures
on Autonomous Navigation Conditions in Search
Correlation-Extreme Navigation Systems 42

Chronicle

**15th International Conference on Management of Large-Scale
System Development (MLSD'2022)** 59

СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ

В.А. Сергеев

Аннотация. Предложен подход, позволяющий существенно снизить вычислительную сложность составляемых оптимизационных задач синтеза механизмов комплексного оценивания (МКО). Введены необходимые для изложения понятия. Приведено доказательство представимости заданной дискретной функции в виде некоторого МКО. Рассмотрен случай декомпозиции для отдельного обучающего примера на некотором разбиении входных параметров. Приведено утверждение и его доказательство о представимости задачи синтеза матрицы МКО для отдельного примера входного набора данных как задачи максимизации некоторого полинома. Приведено следствие и его доказательство об условии реализуемости набора заданных примеров некоторой матрицей МКО. Приведено утверждение и следствие с доказательствами о реализуемости МКО на основе обучающего набора данных в некоторой структуре полного двоичного дерева с помощью метода декомпозиции. Показано, что некоторая дискретная функция реализуется на основе заданной структуры полного бинарного дерева в случае, когда реализуются дискретные функции, представленные матрицами свертки в каждом из узлов рассматриваемой структуры. Приведен пример декомпозиции на основе полного бинарного дерева на трех листьях. Предложен метод поиска МКО, реализующих заданный обучающий набор в пространстве всех возможных структур полных бинарных деревьев, на основе таблицы ветвей. Изложена методика проведения декомпозиции в соответствии с таблицей ветвей для каждого отдельного разбиения входных параметров. Отмечены преимущества предложенного метода.

Ключевые слова: механизмы комплексного оценивания, дискретная функция, оценка, декомпозиция.

ВВЕДЕНИЕ

Обучение моделей на основе прецедентов – широко известная практика [1–3], выходящая за пределы области машинного обучения. В последнее время начал появляться интерес к разработке обучающих процедур для механизмов комплексного оценивания (МКО).

Имеется широкая практика применения МКО в качестве многомерных систем оценки и ранжирования для управления и контроля в организационных и производственных системах [4–9]. Применение подхода комплексного оценивания (КО) к оценке сложных систем, таких как организационные и производственные, позволяет работать с трудностями, типичными для задач оценки сложных объектов [10, 11]. Базовая сфера применения МКО – порядковое ранжирование или классификация с заранее определенным числом классов ко-

нечного набора многокритериальных альтернатив [12–14]. Основные компоненты МКО – бинарное дерево и матрицы свертки, которые позволяют получать комплексную оценку, основанную на значениях нескольких входных индикаторов. Недавно было предложено несколько подходов, позволяющих синтезировать или, иначе говоря, идентифицировать матрицы свертки по конкретному двоичному дереву [15, 16]. В данной статье предлагается подход к синтезу, представляющий собой продолжение работы над методом, изложенным в докладе [15]. Рассматриваемый подход призван решить проблемы, возникающие со сложностью решения оптимизационной задачи в ходе синтеза матриц МКО; для этого предлагается применять метод декомпозиции дискретной функции. Актуальной также представляется задача поиска множества МКО, реализующих рассматриваемый набор данных.

Многие исследователи проявляли интерес к возможности декомпозиции функции. Например, А.Н. Колмогоров [17] и В.И. Арнольд [18] исследовали разложимость непрерывных функций. Что касается дискретной функции, то В.С. Выхованец [19] исследовал построение декомпозиции алгебраических функций, а также задачу идентификации дискретной системы с помощью спектрального разложения (см., например, работу [20]). Сложность представления булевых функций исследовалась С.В. Яблонским [21]. В статье [22] А.В. Кузнецовым рассмотрены бесповторные булевы функции. Важно отметить работу из области многокритериальной оценки В.А. Глотова и В.В. Павельева [23] в которой освещается применение декомпозиции для построения критериально-целевой структуры. В.Н. Бурков и И.В. Буркова с коллегами исследовали дихотомическое представление функции [24, 25] с точки зрения решения задач дискретной оптимизации, в том числе и применительно к задаче комплексного оценивания.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Пусть задан конечный набор индикаторов $L \subset \mathbb{N}$, $|L| = l$, на основе их значений должна быть произведена порядковая оценка некоторого объекта или ранжирование нескольких объектов. Для задачи идентификации МКО будем считать, что для каждого индикатора $i \in L$ задан конечный набор $K_i \subset \mathbb{N}$ его возможных значений, $k_i \in K_i$ – оценка отдельного параметра. Вектор $k = (k_1, \dots, k_l)^T$ – совокупность оценок, описывает любое возможное состояние оцениваемых объектов. Также есть конечный набор $K_L \subset \mathbb{N}$ возможных интегральных значений (рангов или классов) $k_L \in K_L$ для любого k . Таким образом, можно говорить о некоторой дискретной функции $f(\cdot): K_D \rightarrow K_L$. Здесь $K_D = K_1 \times K_2 \times \dots \times K_l$ – область определения, где \times – декартово произведение множеств, а K_L – область значений функции. В рамках данной статьи акцент сделан на работу именно с дискретными шкалами как индикаторов (показателей), так и значений, получаемых в узлах дерева свертки [12]. Функция f , заданная на множестве K_D и принимающая значения на множестве K_L , есть отображение K_D в K_L такое, что каждый элемент x области определения K_D связан с не более чем с одним элементом области значений K_L .

Определение 1. МКО с бинарным деревом и свертками матриц – это функция $f(\cdot): K_D \rightarrow K_L$, для которой индикаторы L являются листьями

полного бинарного дерева – ориентированного графа $G = (V, E)$:

- $V = L \cup \hat{L}$, $\hat{L} = \{l+1, \dots, 2l-1\}$.
- $E = \{e_{ij}\} \subseteq V \times V$:
 - $\forall i \in V \setminus \{2l-1\} \exists! j \in \hat{L} \setminus \{i\} : e_{ij} = 1, \forall t \in V \setminus j$
 - $e_{ii} = 0$;
 - $\forall j \in L \forall i \in V e_{ij} = 0$;
 - $\forall j \in \hat{L} \exists! \{r, c\} \in V \setminus \{j\} \times V \setminus \{j\} : e_{rj} = 1, e_{cj} = 1$;

и $\forall j \in \hat{L}$ (внутренняя вершина дерева, включая корень дерева):

- конечный набор $K_j \subset \mathbb{N}$ с возможными значениями $k_j \in K_j, K_{2l-1} = K_L$;
- матрица свертки

$$M_j = [m_{jrc} \in K_j]_{r \in \{0, \dots, |K_j|-1\}, c \in \{0, \dots, |K_r|-1\}}$$

$\{r, c\} \in V \setminus \{j\} \times V \setminus \{j\} : e_{rj} = 1, e_{cj} = 1$ определены. ♦

Потенциально данное определение может быть расширено на нечеткие [26] или непрерывные шкалы. Имея некоторый МКО, обозначим подобно тому, как это сделано в работе [15], набор всех его матриц свертки как $M_f = \{M_j\}_{j \in L}$. В этой работе ограничимся рассмотрением МКО с единой шкалой, таких что $\forall j \in V K_j = K_L$. Для $L \subset \mathbb{N}$ обозначим $\Gamma_2(L)$ набор всех полных бинарных деревьев на именованных листьях из набора индикаторов L ; $IRM_{L,2}$ – набор всех МКО для любого конкретного бинарного дерева $G \in \Gamma_2(L)$; $IRM_{L,G} \subseteq IRM_{L,2}$ – набор всех МКО с таким деревом. Как формально показано в определении 1, в данной работе под определением полного бинарного дерева понимается дерево, в котором каждый узел имеет либо ни одного, либо два дочерних элемента.

На основе определений, приведенных в работе [15], обозначим $q = (k, k_L)$ отдельный обучающий пример, состоящий из значений оценок по каждому из индикаторов и интегральной оценки для данной совокупности значений индикаторов, $Q \subset K_D \otimes K_L$ – обучающий набор (из предоставленных примеров). Обучающий набор является согласованным, если $\forall \{q, \tilde{q}\} \subseteq Q k \neq \tilde{k}$. Обучающий набор является полным, если $\forall k \in K_D \exists q \in Q : q = (k, k_L)$. Обучающий набор задан в единой шкале, если $\forall i \in L K_i = K_L$. Для произвольных $\{k, \tilde{k}\} \subseteq K_D$ обозначим $k \succ \tilde{k}$, если $\forall i \in L \tilde{k}_i \leq k_i$. Для некоторого произвольного набора $Q \subset K_D \otimes K_L$ можно определить следующие ключевые обозначения, касающиеся проблемы иден-



тификации. Прежде всего, можно формализовать задачу реализуемости обучающего набора.

Определение 2. Функция $f(\cdot) \in IRM_{L,2}$ реализует набор Q тогда и только тогда, когда $\forall q \in Q$ $f(k) = k_L$. ♦

Обозначим $IRM_{L,2}(Q)$ множество всех МКО, которые реализуют набор Q , $IRM_{L,G}(Q)$ – множество всех МКО, которые реализуют Q и построены на основе двоичного дерева $G \in \Gamma_2(L)$. Тогда если $IRM_{L,2}(Q) \neq \emptyset$, то набор Q реализуем на основе МКО, если $IRM_{L,G}(Q) \neq \emptyset$; тогда набор Q является реализуемым на основе МКО со структурой G . Определение 2 также может быть сужено до одного конкретного обучающего примера: функция $f(\cdot) \in IRM_{L,2}$ реализует некоторый пример $q \in Q$ тогда и только тогда, когда $f(k) = k_L$; так же определяются множества $IRM_{L,2}(q)$ и $IRM_{L,G}(q)$.

Для некоторого конечного набора $K \subset \mathbb{N}$ вводится его нормализованное представление, $\bar{K} = \{0, \dots, s\}$, $s = |K| - 1$. Тогда $\forall x \in \bar{K}$ введем унитарное представление как $\tilde{x} = (0, \dots, 0, \underset{x}{1}, 0, \dots, 0)^\top$. В

этой работе ограничимся рассмотрением МКО с единой шкалой. Тогда для некоторой матрицы свертки $M = [m_{rc} \in K]_{\{r,c\} \in \bar{K}^2}$ результат свертки для любой пары $\{x, y\} \in \{0, \dots, \bar{K}\}^2$, где x определяет выбор столбца матрицы и y – строки, описывается матричным уравнением $\tilde{y}^\top M \tilde{x}$. Далее мы также будем использовать так называемую квадратичную форму представления $(M\tilde{x}, \tilde{y})$, упрощая её до $M\tilde{x}\tilde{y}$.

2. ДЕКОМПОЗИЦИЯ ДИСКРЕТНОЙ ФУНКЦИИ

В работе [15] был предложен подход к идентификации МКО с применением механизма обучения на дискретных данных, в центре которого находится механизм составления оптимизационного функционала на основе входных данных и предложенной структуры полного бинарного дерева. Такой подход к задаче идентификации сопряжен с трудностями в решении оптимизационной задачи в случае большой размерности входных данных. Степень оптимизационного полинома растет линейно в зависимости от количества входных параметров, а число общих ограничений оптимизационной задачи растет экспоненциально: $Cn = \kappa^{l-2} ex_num$, где Cn – число общих ограничений; $\kappa = |K|$ – шкала значений индикатора для параметров в единой шкале k_L ; ex_num – количество примеров в наборе Q ; l – число параметров.

В качестве альтернативы было решено воспользоваться возможностью решения задачи идентификации по шагам с помощью разделительной декомпозиции функции $f(X) = \Sigma(X_1, a(X_2))$, где Σ, a – некоторые функции, а $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ – подмножества, получающиеся в результате разделения множества X (см. работу [19]). Возможность разложения любой непрерывной функции n переменных в суперпозицию непрерывных функций меньшего числа переменных исследовалась А.Н. Колмогоровым и В.И. Арнольдом, в частности для двух переменных она доказана в работах [17, 18]. В статье [17] доказана теорема о том, что любая непрерывная функция n переменных, где $n \geq 3$, представима в виде суперпозиции некоторых непрерывных функций. В.А. Готовым и В.В. Павельевым в работе [23] доказывается теорема о представимости дискретной функции n переменных в бинарном (разделительном) виде. Для случая МКО, т. е. с использованием полных бинарных деревьев, легко показать (см. приложение), что при условии отсутствия фиксирования шкал значений $k_i \in K_i$ декомпозиция заданной функции возможна в любой структуре полного бинарного дерева, так как в силу конечного k_L шкала значений функций, на которые раскладывается рассматриваемая дискретная функция, тоже конечна, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$. Таким образом, имеет место последовательный подход к составлению и решению задач идентификации для декомпозиции в каждом из узлов рассматриваемого дерева из набора $\Gamma_2(L)$.

Для любого произвольного дерева $G \in \Gamma_2(L)$, подобно изложенному в работе [27], обозначим его структуру декомпозиции показателей как $\Lambda(G) = \{L_i\}_{i \in \{1, \dots, l-1\}}$, так что $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$ $L_i \subseteq L$ – набор листьев (индикаторов) поддерева с корнем в i . Тогда $L_i = L$, и $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$ $|L_i| \geq 2$. Пусть дан некоторый полный набор Q и дерево $G \in \Gamma_2(L)$. Тогда для любого набора $L_i \in \Lambda(G)$, такого что $|L_i| \geq 2$ и его подгруппы $\{L_{ir}, L_{ic}\} \subset \Lambda(G)$: $L_{ir} \cup L_{ic} = L_i$. Для любых допустимых значений индикаторов из набора L_{ir} обозначим кортежи $k_{(L_{ir})}, \tilde{k}_{(L_{ir})}$ и из набора L_{ic} – $k_{(L_{ic})}, \tilde{k}_{(L_{ic})}$. Для некоторого подмножества индикаторов $\tilde{L} \subseteq L$ обозначим $\lambda = (k_{(\tilde{L})}, k_{(L \setminus \tilde{L})})$ разбиение кортежа индикаторов k для некоторого обучающего примера $q = (k, k_L)$ на два кортежа. Каждому дереву из $G \in \Gamma_2(L)$, в силу структуры полного би-

нарного дерева, можем сопоставить набор индикаторов L_i , тогда $\lambda_i = (k_{(L_r)}, k_{(L_c)})$ – разбиение кортежа индикаторов в i -м узле дерева G . В каждом из рассматриваемых узлов дерева будем обозначать функции компонент, на которые раскладывается дискретная функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$, в соответствии с разбиением и в соответствии с нумерацией матриц, расположенных в узлах структуры рассматриваемого дерева, на которых реализуются функции, составляющие $\varphi_i(k_{(L_i)})$. Например, для разбиения $\lambda = (k_{(1,2)}, k_{(3,4)})$ названия компонент двух подфункций будут записываться так: $\varphi_{i+1} k_1 k_2$ и $\varphi_{i+2} k_3 k_4$. Также для удобства изложения можем именовать компоненты дискретной функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ в соответствии с разбиением λ_i как $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$. В случае, если составляется разбиение, состоящее из отдельного листа и группы: $\lambda = (k_{(1)}, k_{(3,4)})$, кодируем только компоненты $\varphi_{i+1} k_3 k_4$, где $i \in \{1, \dots, l-1\}$. Рассмотрим пример в контексте предлагаемого подхода.

Пример 1. Рассмотрим случай $|L| = 3$, $|K_L| = 2$ и обучающий пример $q = ((0, 0, 0), 0)$, унитарное представление: $\tilde{q} = \left(\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right), \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.

Рассмотрим прежде всего реализуемость некоторой дискретной функции $\varphi_1(\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3)$. Для именования функций декомпозиции используем разбиение $\lambda_1 = (k_{(1)}, k_{(2,3)})$

$$\left(\begin{pmatrix} \varphi_{2_00}^0 \\ \varphi_{2_00}^1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} m_{100}^0 & m_{101}^0 \\ m_{110}^0 & m_{111}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

с унитарными условиями: $\forall \{i, j\} \in \{0, 1\}^2$ $m_{ij}^0 + m_{ij}^1 = 1$, $m_{ij}^t \in \{0, 1\}$, $\varphi_{2_00}^0 + \varphi_{2_00}^1 = 1$, $\varphi_{2_00}^t \in \{0, 1\}$, $\forall t \in \{0, 1\}$. В результате несложных преобразований получим систему

$$\varphi_{2_00}^0 m_{100}^0 + \varphi_{2_00}^1 m_{110}^0 = 1, \quad (1)$$

$$\varphi_{2_00}^0 m_{100}^1 + \varphi_{2_00}^1 m_{110}^1 = 0. \quad (2)$$

Решение системы (1), (2) легко найти, используя ограничения бинарности: например, $\varphi_{2_00}^0 = 1$, $m_{100}^0 = 1$. Имеем часть оптимизационной задачи, соответствующую примеру $q = ((0, 0, 0), 0)$. ♦

Обозначим $P(\lambda_i, q)$ функцию, которая находится в левой части уравнения (1). Вследствие уни-

тарного подхода есть только одна такая функция для любого примера q . Q_i – набор данных, полученный из исходного набора Q путем выделения только тех столбцов, на которых определена функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$.

Утверждение 1. Для любых наборов $L \subset \mathbb{N}$, $K \subset \mathbb{N}$ и любого возможного примера q в единой шкале существует $P(\lambda_i, q)$ – однородный полином, степень которого меньше или равна трем и который может быть представлен как сумма k^{φ_num} уникальных компонент:

$$P(\lambda_i, q) = \sum_{j=1}^{k^{\varphi_num}} p_j, \quad \forall j \in \{1, \dots, k^{\varphi_num}\},$$

$$p_j = m_j \prod_{d=1}^{\varphi_num} \varphi_d, \quad \forall d \in \{1, \dots, \varphi_num\},$$

где φ_d – обозначение компонент функций, на основе которых декомпозируется функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$; m_j – одна компонента кортежа в некоторой ячейке унитарно закодированной матрицы \tilde{M}_i ; q – пример из Q_i ; $\varphi_num = 1$ при подсоединении к матрице ветви и листа; $\varphi_num = 2$ при подсоединении к матрице пары ветвей;

$$P(\lambda_i, q) \in \{0, 1\};$$

$$\varphi_i(k_{(L_i)}) \text{ реализует } q \Leftrightarrow P(\lambda_i, q) = 1.$$

Доказательство утверждения 1 приведено в приложении.

Для функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ на каждом шаге декомпозиции формируем из набора Q соответствующий ей набор Q_i , основанный на листьях, соответствующих разбиению λ_i .

Пример 2. Добавим к рассмотренному в примере 1 еще один обучающий пример $q_2 = ((0, 1, 0), 1)$ на основе того же разбиения $\lambda_1 = (k_{(1)}, k_{(2,3)})$, унитарное представление которого: $q_2 = \left(\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right), \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$. Тогда имеем набор операций

$$\left(\begin{pmatrix} \varphi_{2_00}^0 \\ \varphi_{2_00}^1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} m_{100}^0 & m_{101}^0 \\ m_{110}^0 & m_{111}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\left(\begin{pmatrix} \varphi_{2_00}^0 \\ \varphi_{2_00}^1 \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} m_{100}^0 & m_{101}^0 \\ m_{110}^0 & m_{111}^0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



с унитарными условиями: $\forall \{i, j\} \in \{0, 1\}^2 \quad m_{ij}^0 + m_{ij}^1 = 1$
 $m_{ij}^t \in \{0, 1\}$, $\varphi_{2_00}^0 + \varphi_{2_00}^1 = 1$, Из сопоставления уравнений, составленных для первого и второго обучающих примеров, следует необходимость согласования значений φ_{2_00} и φ_{2_01} . Поэтому при составлении функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$, реализующей одновременно примеры q_1 и q_2 , требуем $\varphi_{2_00}^T \varphi_{2_01} = 0$. ♦

Следствие 1. Для любых наборов $L \subset \mathbb{N}$, $K \subset \mathbb{N}$ и любого возможного $Q_i \subset K^{l+1}$ с единой шкалой дискретная функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ реализует набор Q_i , когда $\sum_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q) = |Q_i|$ для любого возможного примера q в единой шкале с учетом ограничений согласования значений функций $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$ для всех примеров из набора Q_i .

Доказательство следствия 1 приведено в приложении.

Если к рассматриваемой матрице присоединяются две ветви, то $\varphi_nut = 2$ и следует рассмотреть согласованность функций $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$ для каждой из ветвей.

Утверждение 2. Для любых наборов $L \subset \mathbb{N}$, $K \subset \mathbb{N}$ $IRM_{G,2}(q)$ представлен как декомпозиция функции $f(\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_l)$ и реализует набор $Q \subset K^{l+1}$, если функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ для некоторой последовательности разбиений $\Lambda(G)$, соответствующей дереву G , реализует набор Q_i для $i \in \{1, \dots, l-1\}$.

Следствие 2. Если $\sum_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q) < |Q_i|$, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$, то $IRM_{G,2}(Q) = \emptyset$.

Доказательства утверждения 2 и следствия 2 приведены в приложении.

Таким образом, если для матрицы верхнего уровня удастся найти решение оптимизационной задачи $\text{Arg max}_{m_c, \varphi_r, \varphi_c} \sum_{q \in Q_1} P(\lambda_1, q)$, такое что

$\sum_{q \in Q_1} P(\lambda_1, q) = |Q_1|$, можно продолжить декомпозицию на следующий узел структуры, в качестве функции теперь используя найденные значения компонент дискретной функции $\varphi_1(k_{(L_1)})$. При этом

$\varphi_1(k_{(L_1)})$ и найденные значения матрицы M_l можно использовать для декомпозиции на поддеревьях $\{L_r; L_c\} \subset \Lambda(G)$ на значениях индикаторов $k_{(L_r)}$, $k_{(L_c)}$ соответственно. Применяя данный подход, последовательно для структуры $\Lambda(G)$ можно

найти векторы $\varphi_i(k_{(L_i)})$ и матрицы M_i , $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$.

Пример 3. Рассмотрим данные, приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные для задачи декомпозиции

q	k_1	k_2	k_3	k_4	k_L
1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	1
3	1	1	0	0	0
4	0	0	1	0	1
5	1	1	1	0	1
6	0	1	0	1	1
7	1	0	1	1	0
8	1	1	1	1	0

Рассмотрим сначала реализуемость функции $f = \varphi_1(\tilde{k}_1, \varphi_2(\tilde{k}_2, \tilde{k}_3, \tilde{k}_4))$ и в случае, если $\varphi_1(k_{(L_1)})$ доступна в заданной шкале k_L , то перейдем к поиску реализации дискретной функции $\varphi_2(k_{(L_2)})$. Положим разбиение первого уровня $\lambda_1 = (k_{(1)}, k_{(2,3,4)})$. Составим уравнения для первого примера первой ступени

$$\left(\begin{matrix} \left(\varphi_{2_000}^0 \right)^T \\ \left(\varphi_{2_000}^1 \right) \end{matrix} \right)^T \left[\begin{matrix} \begin{pmatrix} m_{00}^0 \\ m_{10}^0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{01}^0 \\ m_{11}^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_{10}^1 \\ m_{11}^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{10}^0 \\ m_{11}^0 \end{pmatrix} \end{matrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

с унитарными условиями $\forall \{i, j\} \in \{0, 1\}^2 \quad m_{ij}^0 + m_{ij}^1 = 1$, $m_{ij}^t \in \{0, 1\}$, $\varphi_{2_000}^0 + \varphi_{2_000}^1 = 1$, $\varphi_{2_000}^t \in \{0, 1\}$, $\forall t \in \{0, 1\}$:

$$\varphi_{2_000}^0 m_{00}^0 + \varphi_{2_000}^1 m_{10}^0 = 1,$$

$$\varphi_{2_000}^0 m_{10}^1 + \varphi_{2_000}^1 m_{11}^1 = 0.$$

Далее по схеме, описанной в примере 1, получаем набор уравнений для всех примеров:

$$\varphi_{2_000}^0 m_{00}^0 + \varphi_{2_000}^1 m_{10}^0 = 1; \quad \varphi_{2_100}^0 m_{10}^1 + \varphi_{2_100}^1 m_{11}^1 = 1;$$

$$\varphi_{2_100}^0 m_{01}^0 + \varphi_{2_100}^1 m_{11}^0 = 1; \quad \varphi_{2_010}^0 m_{10}^1 + \varphi_{2_010}^1 m_{11}^1 = 1;$$

$$\varphi_{2_110}^0 m_{10}^1 + \varphi_{2_110}^1 m_{11}^1 = 1; \quad \varphi_{2_101}^0 m_{10}^1 + \varphi_{2_101}^1 m_{11}^1 = 1;$$

$$\varphi_{2_011}^0 m_{01}^0 + \varphi_{2_011}^1 m_{11}^0 = 1; \quad \varphi_{2_111}^0 m_{01}^1 + \varphi_{2_111}^1 m_{11}^1 = 1.$$

Из них составляем оптимизационную задачу:

$$\begin{aligned}
 & \varphi_{2_000}^0 m_{100}^0 + \varphi_{2_000}^1 m_{110}^0 + \varphi_{2_100}^0 m_{100}^1 + \\
 & + \varphi_{2_100}^1 m_{110}^1 + \varphi_{2_100}^0 m_{101}^0 + \\
 & + \varphi_{2_100}^1 m_{111}^0 + \varphi_{2_010}^0 m_{100}^1 + \varphi_{2_010}^1 m_{110}^1 + \varphi_{2_110}^0 m_{110}^1 + \varphi_{2_110}^1 m_{111}^1 + \\
 & + \varphi_{2_110}^0 m_{111}^0 + \varphi_{2_011}^0 m_{100}^1 + \varphi_{2_011}^1 m_{110}^1 + \varphi_{2_011}^0 m_{101}^0 + \\
 & + \varphi_{2_011}^1 m_{111}^0 + \varphi_{2_111}^0 m_{101}^0 + \varphi_{2_111}^1 m_{111}^0 \rightarrow \max.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Кроме того, имеем ограничения, выписанные на основе анализа конфликтов между уравнениями, составленными для разных ступеней. Например, из выражения

$$\begin{pmatrix} \varphi_{2_000}^0 \\ \varphi_{2_000}^1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_{100}^0 & m_{101}^0 \\ m_{110}^0 & m_{111}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

для первого примера и

$$\begin{pmatrix} \varphi_{2_100}^0 \\ \varphi_{2_100}^1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_{100}^1 & m_{101}^1 \\ m_{110}^1 & m_{111}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

для второго выпишем $\begin{pmatrix} \varphi_{2_000}^0 \\ \varphi_{2_000}^1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \varphi_{2_100}^0 \\ \varphi_{2_100}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ или

$$\varphi_{2_000}^0 \varphi_{2_100}^0 = 0; \quad \varphi_{2_000}^0 \varphi_{2_100}^1 = 0; \quad \varphi_{2_110}^0 \varphi_{2_100}^0 = 0; \\
 \varphi_{2_000}^1 \varphi_{2_100}^1 = 0; \quad \varphi_{2_110}^0 \varphi_{2_011}^0 = 0; \quad \varphi_{2_110}^0 \varphi_{2_111}^0 = 0.$$

Решение задачи (3): $\tilde{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ и вектор

$$\tilde{\varphi}_2 = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right). \quad \text{На основе}$$

полученных значений дискретной функции $\varphi_2(k_{(L_2)})$ составляем таблицу данных для второй ступени декомпозиции функции $f = \varphi_2(\tilde{k}_3, \varphi_3(\tilde{k}_1, \tilde{k}_2))$, в столбец \tilde{k}_L помещаем значения функции $\varphi_2(k_{(L_2)})$, см. табл. 2.

Используем разбиение второго шага в виде $\lambda_2 = (k_{(4)}, k_{(2,3)})$. Составим для него уравнение

$$\begin{pmatrix} \varphi_{3_000}^0 \\ \varphi_{3_000}^1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_{200}^0 & m_{201}^0 \\ m_{210}^0 & m_{211}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Таблица 2

Данные на второй ступени декомпозиции

q	k_2	k_3	k_4	k_L
1	0	0	0	0
2	1	0	0	1
3	0	1	0	1
4	1	1	0	0
5	1	0	1	1
6	0	1	1	1
7	1	1	1	1

с унитарными условиями $\forall \{i, j\} \in \{0, 1\}^2 \quad m_{ij}^0 + m_{ij}^1 = 1$
 $m_{ij}^t \in \{0, 1\}, \varphi_{3_00}^0 + \varphi_{3_00}^1 = 1, \varphi_{3_00}^t \in \{0, 1\}, \forall t \in \{0, 1\}$:

$$\begin{aligned}
 & \varphi_{3_00}^0 m_{200}^0 + \varphi_{3_00}^1 m_{210}^0 = 1, \\
 & \varphi_{3_00}^0 b_{10}^0 + \varphi_{3_00}^1 b_{10}^1 = 0.
 \end{aligned}$$

Далее получаем набор уравнений

$$\begin{aligned}
 & \varphi_{3_00}^0 m_{200}^0 + \varphi_{3_00}^1 m_{210}^0 = 1; \quad \varphi_{3_10}^0 m_{210}^1 + \varphi_{3_10}^1 m_{210}^0 = 1; \\
 & \varphi_{3_01}^0 m_{200}^1 + \varphi_{3_01}^1 m_{210}^1 = 1; \quad \varphi_{3_11}^0 m_{200}^0 + \varphi_{3_11}^1 m_{210}^0 = 1; \\
 & \varphi_{3_10}^0 m_{210}^1 + \varphi_{3_10}^1 m_{211}^1 = 1; \quad \varphi_{3_01}^0 m_{210}^1 + \varphi_{3_01}^1 m_{211}^1 = 1; \\
 & \varphi_{3_11}^0 m_{201}^1 + \varphi_{3_11}^1 m_{211}^1 = 1.
 \end{aligned}$$

Из них составляем оптимизационную задачу:

$$\begin{aligned}
 & \varphi_{3_00}^0 m_{200}^0 + \varphi_{3_00}^1 m_{210}^0 + \varphi_{3_10}^0 m_{200}^1 + \\
 & + \varphi_{3_10}^1 m_{210}^1 + \varphi_{3_01}^0 m_{200}^1 + \varphi_{3_01}^1 m_{210}^1 + \varphi_{3_01}^0 m_{210}^0 + \\
 & + \varphi_{3_11}^0 m_{200}^0 + \varphi_{3_11}^1 m_{210}^0 + \varphi_{3_10}^0 m_{210}^1 + \\
 & + \varphi_{3_10}^1 m_{211}^1 + \varphi_{3_01}^0 m_{210}^1 + \varphi_{3_01}^1 m_{211}^1 + \\
 & + \varphi_{3_11}^0 m_{201}^1 + \varphi_{3_11}^1 m_{211}^1 \rightarrow \max.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Кроме того, имеем ограничения, выписанные на основе анализа конфликтов между уравнениями, составленными для разных примеров:

$$\varphi_{3_10}^0 \varphi_{3_00}^0 = 0; \quad \varphi_{3_01}^0 \varphi_{3_00}^0 = 0; \quad \varphi_{3_00}^0 = \varphi_{3_11}^0.$$

Решение задачи (4): $\tilde{M}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и вектор

$$\tilde{\varphi}_3 = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

Очевидно, что дискретная функция $\varphi_3(\tilde{k}_1, \tilde{k}_2)$ в дальнейшей декомпозиции не нуждается, в результате

чего получаем $\tilde{M}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. ♦



3. ТАБЛИЦА ВЕТВЕЙ

В случае, если стоит задача поиска всех структур на l листьях из набора $\Gamma_2(L)$, следует воспользоваться механизмом проверки групп эквивалентности (см. работу [27]). На основе результатов анализа число разбиений на каждом уровне можно уменьшить, отсеив комбинации листьев, заведомо не реализующиеся в заданной шкале k_L . Полученные результаты удобно свести в таблицу ветвей. Это компактная поуровневая запись комбинаций листьев для исследования на реализуемость в рамках алгоритма декомпозиции.

Если в результате анализа групп эквивалентности оказались допущенными некоторые комбинации листьев, то сборку таблицы ветвей начинаем с групп, состоящих из двух листьев $|L_i|=2$. Использование только разрешенных комбинаций листьев сокращает количество рассматриваемых структур. Таким образом, мы составляем список проверенных групп из трех листьев. Если групп, состоящих из двух листьев, нет среди разрешенных, то проводить дальнейший синтез не имеет смысла, так как это означает, что в рамках заданной шкалы невозможен синтез ни одной терминальной матрицы, т. е. матрицы, принимающей значения двух листьев.

Допущенные группы заносим в таблицу ветвей. На основе разрешенных групп, состоящих из двух и отдельных листьев, составляем комбинации из трех листьев $|L_i|=3$, полученные ветви заносим в таблицу в колонку, соответствующую названию группы, которую составляют рассмотренные ветви. На основе разрешенных групп, состоящих из трех, двух и отдельных листьев, составляем комбинации с $|L_i|=4$, так получаем синтезированные ветви, состоящие из четырех листьев $|L_i|=4$. Отметим, что начиная с $|L_i|=4$ в рассмотрение попадают те ветви, которые попали в результаты анализа групп эквивалентности и были внесены в таблицу ветвей, т. е. говоря о ветвях $|L_i|>2$, были

синтезированы на основе допущенных ветвей с меньшим количеством листьев. Полученные ветви заносим в колонку таблицы, соответствующую названию группы, которую составляют рассмотренные ветви. Процедура продолжается до достижения корня дерева $|L_i|=l$. В результате любая структура дерева $G \in \Gamma_2(L)$, такая что ее структура $\Lambda(G)$ входит в список разрешенных групп листьев, должна рассматриваться в задаче идентификации МКО для этого обучающего множества Q .

Рассмотрение некоторой структуры дерева $G \in \Gamma_2(L)$, состоящей из допущенных подветвей, производится на основе таблицы ветвей следующим образом. Из столбца таблицы с наибольшим номером последовательно берутся разбиения λ_i . На основе набора Q и каждого разбиения λ_i составляется оптимизационная задача $\text{Arg max}_{m_r, \varphi_r, \varphi_c} \sum_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q)$. В случае, если удастся найти решение в рамках допустимой шкалы, матрица M_i сохраняется, а полученные значения функций $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$ используются для поиска решения для ветвей, на которые разбиваются рассмотренные λ_i . После рассмотрения всех разбиений λ_i в столбце с наибольшим номером рассмотрение переходит в столбец с меньшим номером.

Предложенный подход обладает тем преимуществом, что в случае, когда не удалось найти решение задачи $\text{Arg max}_{m_r, \varphi_r, \varphi_c} \sum_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q)$, можно исключить из дальнейшего рассмотрения целое семейство подветвей, порождаемых разбиением λ_i . Например, если нет решения в шкале k_L для $\lambda_1 = (k_{(1)}, k_{(2,3,4)})$ (см. табл. 3), это значит, что из рассмотрения можно удалить структуры $M111M214M31213$ и $M111M212M31314$ (см. работу [27]), т. е. не рассматривать декомпозиции $\lambda_2 = (k_{(3)}, k_{(1,2)})$ и $\lambda_2 = (k_{(1)}, k_{(2,3)})$.

Таблица 3

Пример таблицы ветвей

#	0	1	2	3	4	5
L_i	1 2	2 3	3 4	1 2 4	2 3 4	1 2 3 4
λ_i	1 2	2 3	3 4	4, 1 2	4, 2 3 2, 3 4	3, 1 2 4 1, 2 3 4 1 2, 3 4

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен подход к синтезу механизмов комплексного оценивания на основе разделительной декомпозиции МКО. В качестве схемы декомпозиции предлагается использовать таблицу ветвей. В отличие от подхода, рассмотренного в работе [15], предлагается последовательное составление и решение оптимизационных задач для каждого отдельного узла МКО, что, как видно из формулы, приведенной в утверждении 1, позволяет избежать зависимости оптимизационного полинома от количества входных параметров. В каждом из рассматриваемых узлов полного бинарного дерева степень полинома не превышает трех. Перечисленные свойства позволяют быстро решать составляемые оптимизационные задачи средствами оптимизатора. Например, модуль Gurobi 9.5.0 [28] решает оптимизационную задачу (8 квадратичных ограничений и 16 общих ограничений) первой ступени второго примера за 30 мс на компьютере с процессором AMD Ryzen 7 4800H и 16Гб оперативной памяти. Еще одно преимущество предлагаемого подхода состоит в том, что в случае отсутствия решений на некотором шаге декомпозиции дискретной функции в заданной шкале нет необходимости рассматривать продолжение декомпозиции ввиду отсутствия решения задачи в заданной шкале. Для дальнейшего исследования оставлен вопрос сортировки наиболее перспективных решений из общего пула решений для рассматриваемой функции.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Д о к а з а т е л ь с т в о представимости некоторой дискретной функции n переменных в разделительном виде при условии отсутствия фиксирования шкал значений параметров.

Как было сказано выше, в некоторой структуре полного бинарного дерева МКО определяется через набор матриц свертки $M_f = \{M_j\}_{j \in L}$. В структуре МКО на основе каждой матрицы M_i выполняется операция свертки: $\tilde{M}_i \tilde{x}_i \tilde{y}_j$. Каждая отдельная матрица M_i реализует некоторую дискретную функцию $\varphi_i(k_{(L_i)})$. Для любого произвольного дерева $G \in \Gamma_2(L)$ структура декомпозиции его показателей состоит из $\Lambda(G) = \{L_i\}_{i \in \{1, \dots, l-1\}}$, так что $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$ $L_i \subseteq L$ – набор листьев (индикаторов) поддерева с корнем в i . Набор L_i имеет некоторые подгруппы $\{L_{i_r}; L_{i_c}\} \subset \Lambda(G) : L_{i_r} \cup L_{i_c} = L_i$. В общем

случае неизвестно, какая размерность матрицы \tilde{M}_i требуется для реализации дискретной функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ на разбиении $\lambda_i = (k_{(L_{i_r})}, k_{(L_{i_c})})$. Основываясь на описании групп эквивалентности, изложенном в работе [27], число групп эквивалентности для разбиения λ_i , а значит, и соответствующая размерность матрицы \tilde{M}_i не может быть больше, чем число комбинаций, кодируемое индикаторами подмножества $K_{(L_{i_r})} = \prod_{j \in L_{i_r}} K_j$, $K_{(L_{i_c})} = \prod_{j \in L_{i_c}} K_j$ для подмножеств индикаторов строк и столбцов соответственно. Может потребоваться разместить в матрице M_i по различным ячейкам примеры, каждый из которых соответствует отдельной группе эквивалентности данного шага декомпозиции. То есть в худшем случае для каждого из обучающих примеров необходимо предусмотреть отдельную ячейку матрицы. Иначе говоря, любое подмножество переменных для дискретной функции содержит конечное число комбинаций значений переменных, это число является оценкой максимального значения числа строк или столбцов матрицы. Учитывая сказанное, размерность некоторой дискретной функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ будет не больше, чем $K_{(L_i)}$, $L_{i_r} \cup L_{i_c} = L_i$. Таким образом, на каждой из ступеней декомпозиции функции f размерность матрицы \tilde{M}_i , $i \in \{1, \dots, l-1\}$, достаточна для реализации функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ по построению. Такой подход к синтезу матриц гарантирует, что МКО, построенная на основе любой из разрешенных структур полных двоичных деревьев, будет реализовывать заданную функцию f . ♦

Д о к а з а т е л ь с т в о утверждения 1.

С учетом введенной унитарной записи операция в рамках МКО с отдельным набором значений индикаторов представляется как некоторая пошагово декомпозируемая в соответствии с некоторым набором разбиений $\Lambda(G)$ функция $f(\tilde{k}_0, \dots, \tilde{k}_{l-1})$. На каждом шаге декомпозиции, т. е. в каждом из узлов рассматриваемого дерева G , дискретная функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ определена на подмножестве листьев L_i , в соответствии с разбиением λ_i , на основе набора примеров Q_i , составленного из набора Q путем отбора листьев соответствующих подмножеств L_i . Соответственно, размерность $k_{(L_i)}$ определяется исходя из подмножества L_i , на котором определена функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$. Функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ представляет из себя матричную операцию на отдельно взятой матрице, $\tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x}$, где векторы \tilde{x} , \tilde{y} имеют размерность κ , матрица \tilde{M} – размерность $\kappa \times \kappa$. Очевидно, что каждая такая операция в качестве результата возвращает вектор ком-



понент отдельной ячейки матрицы размерности $\kappa \in \mathbb{N}$. Пример операции на матрице M_i :

$$\begin{pmatrix} y^0(q^i) \\ y^1(q^i) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} m_{00}^0 \\ m_{01}^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{01}^0 \\ m_{01}^1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_{10}^0 \\ m_{11}^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{11}^0 \\ m_{11}^1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^0(q^i) \\ x^1(q^i) \end{pmatrix}.$$

То есть итоговым значением операции $\tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x}$ будет также вектор размерности κ . При этом каждая компонента этого вектора будет представима однородным полиномом третьей степени, так как на каждом шаге рассматривается присоединение к матрице двух ветвей. Учитывая, что векторы \tilde{x}, \tilde{y} могут быть как некоторыми функциями – компонентами $\varphi_i(k_{(L_i)})$ – так и листьями, а значения всех листьев заданы унитарными векторами, то итоговая степень полинома будет не больше трех – в нем сохранятся только те слагаемые, которые не умножаются на нулевые значения компонент векторов листьев. Каждое слагаемое полинома будет иметь вид $m_j \prod_{d=1}^{\varphi} \varphi_d$, где m_j – одна компонента кортежа в некоторой ячейке унитарно закодированной матрицы \tilde{M} . Уникальность каждого слагаемого также следует из сути описанной операции.

Учитывая, что в ячейках всех матриц должны стоять унитарные векторы, получаем, что каждая компонента вектора, определяемого операцией $\tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x}$, может принимать значения либо 0, либо 1. На основе схемы $\tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x}$ и заданных значений функции f получаем уравнения

$$\begin{pmatrix} y^0(q^i) \\ y^1(q^i) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} m_{00}^0 \\ m_{01}^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{01}^0 \\ m_{01}^1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_{10}^0 \\ m_{11}^1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} m_{11}^0 \\ m_{11}^1 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^0(q^i) \\ x^1(q^i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K^0(q^i) \\ K^1(q^i) \end{pmatrix}.$$

То, что функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ реализует отдельно взятый пример q из набора Q_i , означает, что $\tilde{y}^T \tilde{M}_i \tilde{x} = \varphi_i(q)$. Так как вектор $\varphi_i(q)$ является унитарным, то у вектора результата операции $\tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x}$ только одна компонента должна быть равна единице – та же, что и у вектора $\varphi_i(q)$, все остальные должны быть равны нулю. То есть $\varphi_i(q)^T \tilde{y}^T \tilde{M} \tilde{x} = 1$.

Поэтому, обозначив через $P(\lambda_i, q)$ полином, соответствующий компоненте вектора, которая определяется функцией $\varphi_i(q)$ и должна равняться единице, получаем всю совокупность пунктов данного утверждения. ♦

Доказательство следствия 1.

Как показано в доказательстве утверждения 1, функция $\varphi_i(k_{(L_i)})$ реализует некоторый обучающий

пример $q \Leftrightarrow P(\lambda_i, q) = 1$. Следовательно, если реализуются все $|Q_i|$ примеров, то $\sum_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q) = |Q_i|$. ♦

Доказательство утверждения 2.

Для любых $L \subset \mathbb{N}$, $K \subset \mathbb{N}$ любой набор $Q \subset K^{l+1}$, в соответствии с некоторой последовательностью разбиений $\Lambda(G)$ на дереве G из множества полных бинарных деревьев $\Gamma_2(L)$, функция $f(\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_l)$ может быть представлена как суперпозиция функций меньшего числа переменных $\varphi_i(k_{(L_i)})$, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$, определенных на наборах данных Q_i , полученных из набора Q , так как все компоненты функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$: $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$ формируются на основе функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$ по построению, а значения функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ задаются через набор Q . ♦

Доказательство следствия 2.

Из утверждения 2 следует, что задача получения функции $f(\tilde{k}_1, \dots, \tilde{k}_l)$ как суперпозиции функций меньшего числа переменных $\varphi_i(k_{(L_i)})$, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$, может быть выражена последовательностью шагов $\max_{q \in Q_i} P(\lambda_i, q)$ с нахождением функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$, $\forall i \in \{1, \dots, l-1\}$. Значения функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$ имеем из набора Q , а функций $\varphi_r(k_{(L_r)})$ и $\varphi_c(k_{(L_c)})$, $\forall i \in \{2, \dots, l-1\}$, находим для каждой из декомпозируемых функций на основе функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$. Соответственно, если задача не решается на каком-то шаге i для некоторых из $|Q_i|$ примеров, это значит, что она не решается и для компонент функции $\varphi_i(k_{(L_i)})$. Следовательно, $IRM_{G,2}(Q) = \emptyset$. ♦

ЛИТЕРАТУРА

1. *Raschka, S.* Python Machine Learning. – Packt Publishing, 2015. – 454 p.
2. *Knaeble, M., Nadj, M., Maedche, A.* Oracle or Teacher? A Systematic Overview of Research on Interactive Labeling for Machine Learning / In: WI2020 Centrale Tracks. – 2020. – P. 2–16. – DOI:10.30844/wi_2020_a1-knaeble
3. *Simard, P., Amershi, S., Chickering, M., et al.* Machine Teaching: A New Paradigm for Building Machine Learning Systems // ArXiv. – 2017. – arXiv:1707.06742
4. *Гореликов Н.И.* Проблемы совершенствования отраслевого механизма управления разработкой и производством новой продукции // Автоматика и телемеханика. – 1984. – № 5. – С. 63–70. [*Gorelikov, N.I.* Problemy sovershenstvovaniya ot-raslevogo mekhanizma upravleniya razrabotkoi i proizvodstvom novoi produktsii // Automation and Remote Control. – 1984. – No. 5. – P. 63–70. (In Russian)]
5. *Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В.* Механизмы управления эколого-экономическими системами / Под ред. академика С.Н. Васильева. – М.: Изд-во физ.-мат. лит.-ры,

2008. – 244 с. [Burkov, V.N., Novikov, D.A., Shchepkin, A.V. Mekhanizmy upravleniya ehkologo-ehkonomicheskimi sistemami / Pod red. akademika S.N. Vasil'eva. – Moscow, Izd-vo fiz.-mat. lit-ry, 2008. – 244 p. (In Russian)]
6. Korgin, N.A., Rozhdestvenskaya, S.M. Concordant Approach for R&D Projects' Evaluation and Ranking For Formation of Programs for the Creation of Scientific and Technological Potential // Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies: AICT2017, Moscow. – Moscow, IEEE, 2017. – Vol. 2. – P. 358–362.
7. Shchepkin, A. Application of Integrated Mechanism in Financing Project Works // Proceedings of the 13th International Conference Management of Large-Scale System Development: MLSD. – Moscow, IEEE, 2020. – P. 1–4.
8. Zheglova, Y., Titarenko, B. Methodology for the Integrated Assessment of Design Solutions for Foundation Pit Fences Based on the Theory of Active Systems // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing, 2020. – Vol. 869, art. no. 052012.
9. Burkov V. et al. Models and Management Structure for the Development and Implementation of Innovative Technologies in Railway Transportation. I. Mechanisms of Priority Projects Selection and Resource Allocation // Automation and Remote Control. – 2020. – Vol 81. – P. 1316–1329.
10. Фирсова Е.А., Фирсов С.С., Майорова А.Н. Оценка эффективности организационной реструктуризации предприятия // Азимут научных исследований: экономика и управление. – 2017. – Т. 6. – № 2(19). [Firsova, E.A., Firsov, S.S., Maiorova, A.N. Otsenka ehffektivnosti organizatsionnoi restrukturalizatsii predpriyatiya // Azimut nauchnykh issledovaniy: ehkonomika i upravlenie. – 2017. – Vol. 6, no. 2(19). (In Russian)]
11. Андронникова Н.Г., Бурков В.Н., Леонтьев С.В. Комплексное оценивание в задачах регионального управления. – М.: ИПУ РАН, 2002. – 58 с. [Andronnikova, N.G., Burkov, V.N., Leont'ev, S.V. Kompleksnoe otsenivanie v zadachakh regional'nogo upravleniya. – М.: IPU RAN, 2002. – 58 p. (In Russian)]
12. Бурков В.Н., Гореликов Н.И., Черкашин А.М. Методические основы комплексной оценки результатов деятельности предприятий с учетом их прогрессивности в ВПО «Союзэлектроприбор» // Приборы и системы управления. – 1982. – № 11. – С. 21. [Burkov, V.N., Gorelikov, N.I., Cherkashin, A.M. Metodicheskie osnovy kompleksnoi otsenki rezul'tatov deyatelnosti predpriyatii s uchetom ikh progressivnosti v VPO «SoyuzehlektropriboR» // Pribory i sistemy upravleniya. – 1982. – No. 11. – P. 21. (In Russian)]
13. Блачев Р.Н. Особенности процедуры бинарной агрегации многокритериальных экспертных оценок // Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 5. – С. 126–132. [Blachev, R.N. Specific Features of the Binary Aggregation Procedure for Multicriterial Expert Estimates // Automation and Remote Control. – 1997. – No. 5. – P. 126–132. (In Russian)]
14. Mariel, P., Hoyos, D., Meyerhoff, J., et al. Environmental Valuation with Discrete Choice Experiments: Guidance on Design, Implementation and Data Analysis. – Berlin, Springer Nature, 2021. – 136 p.
15. Burkov V., Korgin N., Sergeev V. Identification of Integrated Rating Mechanisms as Optimization Problem // Proceedings of the 13th International Conference "Management of Large-Scale System Development": MLSD. – Moscow, IEEE, 2020. – P. 1–5.
16. Alekseev A. Identification of Integrated Rating Mechanisms Based on Training Set // Proceedings of the 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency: SUMMA. – IEEE, 2020. – P. 398–403.
17. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных // ДАН СССР. – 1956. – Т. 108. – № 2. [Kolmogorov, A.N. O predstavlenii nepreryvnykh funktsii neskol'kikh peremennykh superpozitsiyami nepreryvnykh funktsii men'shego chisla peremennykh. DAN SSSR, – 1956. – Vol. 108. – No. 2. (In Russian)]
18. Арнольд В.И. О функции трех переменных // ДАН СССР. – 1957. – Т. 114, № 4. – С. 679–681. [Arnol'd, V.I. O funktsii trekh peremennykh. DAN SSSR. – 1957. – Vol. 114, no. 4. – P. 679–681. (In Russian)]
19. Выхованец В.С. Алгебраическая декомпозиция дискретных функций // Автоматика и телемеханика. – 2006. – №3. – С. 20–56. [Vykhovanets, V.S. Algebraic decomposition of discrete functions // Automation and Remote Control. – 2006. – Vol. 67, no. 3. – P. 361–392.]
20. Выхованец В.С. Спектральная идентификация дискретных систем // Труды VIII-й Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления»: PACO 2009. – М.: ИПУ РАН, 2009. – С. 1500–1517. [Vykhovanets, V.S. Spektral'naya identifikatsiya diskretnykh sistem // Trudy VIII-i Mezhdunarodnoi konferentsii «Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya» (PACO'2009, Moskva). – М.: IPU RAN, 2009. – P. 1500–1517. (In Russian)]
21. Яблонский С.В. Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем // Проблемы кибернетики. М.: Физматгиз. – 1959. – No. 2. – С. 75–121. [Yablonskii, S.V. Ob algoritmicheskikh trudnostyakh sinteza minimal'nykh kontaktnykh skhem // Problemy kibernetiki. – 1959. – Vol. 2. – P. 75–121. (In Russian)]
22. Кузнецов А.В. О бесповторных контактных схемах и бесповторных суперпозициях функций алгебры логики // Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР. – 1958. – Т. 51. – С. 186–225. [Kuznetsov A.V. O bespovtornykh kontaktnykh skhemakh i bespovtornykh superpozitsiyakh funktsii algebrы logiki // Tr. Matem. in-ta im. V.A. Steklova AN SSSR. – 1958. – Vol. 51. – P. 186–225. (In Russian)]
23. Глотов В.А., Павельев В.В. Векторная стратификация. – М.: Наука. – 1984. – С. 132. [Glotov, V.A., Pavel'ev, V.V. Vektornaya stratifikatsiya. – М.: Nauka. – 1984. – P. 132. (In Russian)]
24. Буркова И. В., Дранко О. И., Крюков С. В., Струков А. Ю. Дихотомическое представление при комплексной оценке предприятий // Вестник ВГТУ. – 2010. – № 11. [Burkova, I. V., Dranko, O. I., Kryukov, S.V., Strukov, A. Yu. Dikhotomicheskoe predstavlenie pri kompleksnoi otsenke pred-priyatii // Vestnik VGTU. – 2010. – No. 11. (In Russian)]
25. Бурков В.Н., Буркова И.В., Попок М.В. Метод дихотомического программирования // Управление большими системами. – 2004. – № 9. – С. 57–75. [Burkov, V.N., Burkova, I.V., Popok, M.V. Metod dihotomicheskogo programmirovaniya // Large-Scale Systems Control. – 2004. – No. 9. – P. 57–75. (In Russian)]
26. Алексеев А.О., Калентьева А.С., Вычегжанин А.В., Климец Д.В. Алгоритмические основы нечеткой процедуры комплексного оценивания объектов различной природы // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 3-3. – С. 469–474. [Alekseev, A.O. Kalentyeva, A.S., Vychegzhaniin A.V., Klimets D.V. Algoritmicheskie osnovы nechetkoy protsedury kompleksnogo otsenivaniya ob'ektov razlichnoy prirody // Fundamentallye issledovaniya. – 2014. – № 3-3. – С. 469–474.]



- Vychezhanin, A.V., Klimets, D.V. Algorithmic Basics of Fuzzy Procedure of Integrated Assessment of Different Nature Objects // Fundamental'nye issledovaniya. – 2014. – No. 3-3. – P. 469–474. (In Russian)]
27. Коргин Н.А., Сергеев В.А. Identification of Integrated Rating Mechanisms on Complete Data Sets / Advances in Production Management Systems. Artificial Intelligence for Sustainable and Resilient Production Systems: Proceedings of IFIP WG 5.7 International Conference. – Berlin: Springer, 2021. – Vol. 630. – P. 610–616.
28. Gurobi Optimizer Reference Manual. – Gurobi Optimization, LLC, 2020. – URL: <https://www.gurobi.com>

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Поступила в редакцию 23.11.2022,
после доработки 14.12.2022.
Принята к публикации 26.12.2022.

Сергеев Владимир Александрович – науч. сотрудник,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва, ✉ sergeev.bureau@gmail.com.

DESIGN OF INTEGRATED RATING MECHANISMS BASED ON SEPARATING DECOMPOSITION

V.A. Sergeev

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ sergeev.bureau@gmail.com

Abstract. This paper proposes an approach to reducing significantly the computational complexity of optimization problems in the design of integrated rating mechanisms (IRMs). The background concepts are introduced. The representability of a given discrete function as some IRM is proved. The decomposition procedure for a particular training example on some partition of input parameters is considered, and the following results are established under some restrictive conditions. First, an IRM matrix for a particular example of an input data set can be designed by maximizing a certain polynomial. Second, a set of given examples can be implemented by some IRM matrix. Third, an IRM can be implemented on a training data set in a certain complete binary tree based on the decomposition method. Fourth, some discrete function is implemented through a given complete binary tree if the discrete functions represented by convolution matrices are implemented in each node of this tree. All these results are rigorously formulated and proved. An illustrative example of the decomposition procedure based on a complete binary tree on three leaves is given. We propose a method for finding IRMs that implement a given training set in the space of all possible complete binary trees based on the branch table. In addition, we describe the decomposition procedure according to the branch table for each partition of input parameters. Finally, the advantages of the proposed method are outlined.

Keywords: integrated rating mechanism, discrete function, assessment, decomposition.

БИНАРНАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РЕСТРУКТУРИЗАЦИЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ЯДРА ЭКОНОМИКИ

В.Б. Гусев

Аннотация. Предметом исследования являются многоотраслевая модель технологического ядра экономической системы, математические методы ее анализа, а также расчета плана реструктуризации технологического ядра. В качестве формализованного критерия эффективности структурных инноваций предложен показатель продуктивности технологического ядра экономики. Формализована постановка оптимизационной задачи поиска сбалансированного состояния, доставляющего экстремум показателю продуктивности с помощью плана изменения индексов выпуска и цен. Разработан метод эквивалентного преобразования модели с учетом достигнутых значений показателей. Доказан ряд утверждений о свойствах равновесного и сбалансированного состояний. Это позволило построить многоэтапный процесс расчета траектории, приближающей экономическую систему к сбалансированному состоянию. Анализ многоотраслевой модели экономики позволил сравнить неуправляемый и управляемый режимы развития. Неуправляемый режим имитирует состояние рыночной экономики и характеризуется отсутствием централизованного управления экономикой, устойчивостью и относительно низкими показателями роста ВВП. Управляемый режим предполагает применение методологии стратегического планирования. Показано, что с применением планирования продуктивность экономики РФ может существенно возрасти уже на первых этапах реализации плана. Предложенная методология формирования индикативного плана математически обоснована. Приведены численные примеры ее реализации на реальных статистических данных. Полученные результаты свидетельствуют о перспективности развития институтов централизованного стратегического планирования для развития технологической инфраструктуры экономики РФ. Такие институты особенно актуальны в ситуации военной операции и беспрецедентных внешних санкций.

Ключевые слова: технологическое ядро экономики, управляемый режим развития, экстремум продуктивности, равновесие системы, сбалансированное состояние, эквивалентное преобразование модели, индикативное стратегическое планирование, план реструктуризации.

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире применение странами однотипных технологических процессов приводит к неоднозначным результатам: душевой ВВП одной страны может существенно отличаться от душевого ВВП другой страны. В определенной степени такое различие объясняется структурными особенностями экономики этих стран. «Применительно к России все в большей степени приходит осознание того, что основные ограничения экономического роста в стране обусловлены структурой экономики: это неэффективная структура производства, непродуктивная структура доходов, отсталая

структура экспорта, нерациональная региональная структура размещения производительных сил» [1].

Экономика РФ сталкивается с кризисными явлениями разного уровня. На микроуровне это неблагоприятные условия ведения бизнеса в производственной сфере, перекос в сторону торговли и услуг, непродолжительное время жизни малых предприятий, значительная доля банкротств. На макроуровне это низкий темп роста ВВП, критическая зависимость экономики от экспорта нефти и газа, неустойчивость валютного курса, малая доля обрабатывающего и высокотехнологичного секторов промышленности, недостаточный рост ее основных фондов, зависимость от внешних санкций, малая эффективность механизмов управления. На



внешнем уровне это военная операция и экономические санкции.

На совершенствование механизмов управления экономикой нацелены: Федеральный закон «О стратегическом планировании в Российской Федерации» от 28.06.2014 года № 172-ФЗ, Указ Президента РФ от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года» и Указ Президента РФ от 08.11.2021 № 633 «Об утверждении Основ государственной политики в сфере стратегического планирования в Российской Федерации». Они предусматривают «внедрение современных методов прогнозирования, моделирования, индикативного планирования, балансовых расчетов и информационных технологий».

Также в документах отмечено, что:

- «Основными инструментами системы стратегического планирования являются индикативное планирование, предусматривающее формирование комплекса согласованных показателей, характеризующих состояние и цели социально-экономического развития и обеспечения национальной безопасности, а также проведение балансовых расчетов и разработка на их основе мер для достижения поставленных целей и их ресурсной обеспеченности».
- «Научно-методологическое обеспечение стратегического планирования осуществляется специализированным научным центром с участием научных организаций и федерального государственного бюджетного учреждения "Российская академия наук"».

Рассматриваемая методология стратегического планирования в качестве целевого критерия использует показатель производительности ее технологического ядра, называемый «продуктивностью». Она включает в себя методы расчета динамики комплекса объемных и стоимостных параметров развития экономики, нацеленные на рост ее продуктивности в рамках существующих технологических ограничений.

1. ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНЫ СТАБИЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

Предметом анализа является эффективное использование существующего технологического потенциала экономической системы и определение путей его развития. Один из путей ускорения экономического роста может заключаться в поиске предпочтительной структуры параметров экономической деятельности и путей реализации этой структуры. Как показывают расчеты, такая возможность обоснована [2].

Рассматриваются модели и методы управления, направленные на стабильное самодостаточное развитие технологического ядра экономики. Для этой цели используется замкнутая модель «затраты – выпуск» Леонтьевского типа [3], определяющая зависимость затрат от выпуска.

Кризисные явления и внешние экономические санкции требуют эффективных мер по их парированию, в частности, путем трансформации внутренних механизмов хозяйственной деятельности. *Технологическим ядром* экономической системы будем называть совокупность доступных для наблюдения и измерения видов экономической деятельности, достаточную для адекватного представления состояния этой системы. Расчеты показывают [2], что имеющийся потенциал технологического ядра экономики допускает существенное увеличение его продуктивности по сравнению с настоящим уровнем. Реализация этого потенциала может с избытком компенсировать возможный объем потерь от внешних санкций.

Исследуемая модель технологического ядра позволяет рассмотреть два способа организации воспроизводства, соответствующие управляемому и неуправляемому режимам. Оба способа приводят в пределе к состояниям равновесия, когда структура цен и объемов выпуска стабилизируется, а доли прироста по всем видам продукции и услуг одинаковы. Суть неуправляемого режима заключается в том, что каждая отрасль или вид деятельности распорядится только средствами, составляющими долю их собственной добавленной стоимости. В случае этого режима реализуется состояние равновесия с наименьшей величиной продуктивности. В случае управляемого режима воспроизводства реализуется состояние равновесия с наибольшим значением продуктивности. Суть этого режима заключается в том, что для каждой отрасли или вида деятельности формируется поэтапный (индикативный [4]) план изменения структуры объемов выпуска и цен. При этом средства на реализацию плана могут перераспределяться между отраслями.

Модель воспроизводства [2, 5] многопродуктовой системы позволяет определить показатель продуктивности экономической системы (индекс воспроизводства выпуска) как функцию структурных пропорций выпусков и цен на производимые продукцию и услуги отраслей. Максимизация этого показателя, отображающего соотношение выпуска и затрат, позволяет рассчитать сбалансированную структуру выпусков и цен, соответствующую равновесному режиму воспроизводства, а также поэтапный план достижения этой цели.

Поскольку различные экземпляры модели экономики имеют разную продуктивность, будем рас-

смагивать задачу выбора модели с наибольшим значением продуктивности. Специфика задачи планирования состоит в том, что максимум (потенциал) продуктивности технологического ядра экономической системы может достигаться разными путями: только изменением структуры выпуска отраслей, только изменением структуры цен, либо совместным изменением структур выпуска и цен.

Однако практический интерес представляет именно случай совместного изменения объемов выпуска и цен на продукцию, поскольку эти параметры связаны рыночными механизмами и изменяются совместно: увеличение объема выпуска ведет к относительному уменьшению цены и наоборот.

2. ОБЪЕМНЫЕ УСЛОВИЯ ВОСПРОИЗВОДСТВА

Предполагается, что заданы Z_{ij} – прямые затраты продукции или услуг отрасли j на выпуск продукции или услуг вида i , V_j – выпуски благ (продукции и услуг) вида j . На основе этих данных вычисляются a_{ij} – коэффициенты удельных затрат:

$$a_{ij} = Z_{ij} / V_j. \quad (1)$$

Модель «затраты – выпуск» может быть представлена соотношением

$$V_i(t) = \gamma_i \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t),$$

где γ_i – индекс воспроизводства отрасли i .

Если полагать, что полные затраты благ равны их выпуску в предыдущем периоде, то системный индекс воспроизводства γ определяется минимальным по всем видам благ индексом воспроизводства $\gamma = \min_i \gamma_i$.

Формулировка оптимизационной задачи для структуры выпусков V_i с критерием максимума индекс воспроизводства выпуска γ имеет вид

$$\max_{\gamma, V} \gamma, \quad (2)$$

с технологическим ограничением на выпуски продукции

$$V_i(t) \geq \gamma \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t)$$

и удельными затратами a_{ij} продукта j на выпуск i . Если матрица $A = [a_{ij}]$ невырожденная, решение задачи поиска решения для системы выпусков совпадает с собственным вектором матрицы A . Действительно, поскольку число неравенств в

ограничении совпадает с размерностью вектора объемов выпуска, решение задачи билинейного программирования достигается на равенстве

$$V_i(t) = \gamma \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t), \quad (3)$$

т. е. совпадает с собственным вектором матрицы A .

Выпуски, удовлетворяющие условию (3) в натуральных показателях, являются *равновесными*.

Ограничение на динамику выпусков может быть представлено в виде

$$\theta V_i(t-1) \geq V_i(t) \geq \mu V_i(t-1), \quad i=1, \dots, n. \quad (4)$$

Здесь $0 < \mu \leq 1 < \theta$.

Выпуски, удовлетворяющие условиям (3), (4), будем называть *сбалансированными*.

Если значение коэффициента прямых затрат a определить из соотношений

$$\min_{a, V} a, \\ a V_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t),$$

то в равновесном режиме имеем:

$$a = 1/\gamma.$$

Равновесные выпуски, соответствующие собственному вектору x матрицы A с максимальным собственным значением, не являются оптимальными для задачи (2)–(4).

3. СТОИМОСТНЫЕ УСЛОВИЯ ВОСПРОИЗВОДСТВА

В задаче (2) предполагается, что технология производства за один цикл не изменяется, т. е. натуральные коэффициенты удельных затрат постоянны. Решение этой задачи не зависит от цен на блага, однако ее реальное применение затруднено тем обстоятельством, что для крупных производственных систем измерения производятся, как правило, в стоимостных показателях.

Если значения коэффициентов удельных затрат определяются на основе стоимостных показателей, а не натуральных, как в формуле (1), т. е.

$$a_{ij}^c = Z_{ij}^c / V_j^c = Z_{ij} P_i / (V_j P_j) = a_{ij} P_i / P_j,$$

где V_j^c – объем выпуска в стоимостном выражении, P_j – цена продукции отрасли j , то задача балансировки структуры показателей для производственного цикла примет вид



$$\max_{\gamma, V^c} \gamma, \quad (5)$$

$$V_i^c(t) \geq \gamma \sum_{j=1}^n a_{ij}^c V_j^c(t). \quad (6)$$

Выпуски в стоимостном выражении, удовлетворяющие условиям (5), (6) при фиксированных ценах являются *равновесными*. При таких объемах выпуска индексы воспроизводства отраслей одинаковы.

Здесь допускается изменение как натуральных объемов, так и цен. По смыслу задача (5), (6) не эквивалентна задаче (2), (3), поскольку критерий и ограничение на объемы выпуска имеют новое содержание. Кроме того, значения стоимостных показателей удельных затрат первоначально могут быть определены лишь на предыдущем этапе $t-1$. Но после изменения цен они также изменятся. Поэтому для уточнения этих показателей требуется определить, как могут измениться цены.

Рассмотрим задачу балансировки ценовой структуры для производственного цикла. Объемы благ оцениваются в натуральных единицах. С другой стороны, общая стоимость V_i^c выпускаемого блага i есть сумма стоимостей всех составляющих по технологическому циклу при цене P_j на j -е благо на данном этапе, умноженная на коэффициент прироста стоимости за период цикла (рентабельность) r_i :

$$V_i^c(t) = r_i \sum_j Z_{ji}(t) P_j. \quad (7)$$

Используя это соотношение в стоимостном выражении и соотношение (1), получим:

$$V_i^c(t) = V_i(t) P_i = r_i \sum_{j=1}^n a_{ji} V_i(t) P_j.$$

Считая, что коэффициент воспроизводства определяется минимальной по перечню благ рентабельностью, получим оптимизационную задачу для структуры цен

$$\max_{r, P} r, \quad (8)$$

$$P_i(t) \geq r \sum_{j=1}^n a_{ji} P_j(t). \quad (9)$$

Цены, удовлетворяющие условиям (8), (9) при фиксированных выпусках, являются *равновесными*. При таких ценах значения рентабельности для всех отраслей одинаковы. Дополнительное ограничение имеет вид:

$$\theta P_i(t-1) \geq P_i(t) \geq \mu P_i(t-1), \quad i=1, \dots, n.$$

Левая часть этого ограничения представляет требование ограниченного убывания цен, а также требование на ограничение темпов инфляции до уровня θ по видам благ. Такие цены, также удовлетворяющие условию (9), будем называть *сбалансированными*.

4. СОВМЕСТНАЯ БАЛАНСИРОВКА ВОСПРОИЗВОДСТВА ВЫПУСКА И ЦЕН

Утверждение 1. *Максимальные значения критериев γ и r для задач (2), (3) и (8), (9) совпадают, а векторы решений V и P неоднозначны и определены с точностью до скалярного множителя.*

Доказательство этого утверждения приведено в приложении.

Для расчета собственного вектора и собственного числа положительной шуровской матрицы A удобно воспользоваться итерационной процедурой

$$x^0 = (1, 1, \dots, 1),$$

$$x^{k+1} = Ax^k / \|x^k\|, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Собственное число матрицы A , вычисляемое как предельное значение $\|x^k\|$, наибольшее среди всех ее собственных чисел [6]. Процесс (10) имитирует неуправляемый режим воспроизводства для технологического ядра экономики, если интерпретировать x^k как вектор индексов выпуска или цен для момента k .

Утверждение 2. *Пусть A – неотрицательная матрица, максимальное по модулю собственное значение которой a , $|a| < 1$. Собственный вектор x этой матрицы удовлетворяет уравнению*

$$Ax = ax.$$

Поиск собственного вектора x с максимальным собственным значением производится с помощью итеративной процедуры

$$x^{k+1} = Ax^k / \|x^k\|,$$

где k – номер итерации. Останов процедуры осуществляется по условию $\|x^{k+1} - x^k\| < \varepsilon$, где ε – заданная точность вычислений (например, $\varepsilon = 0,001$). При этом собственное число a матрицы A определяется как

$$a = \lim_{k \rightarrow \infty} \|x^k\|.$$

Доказательство этого утверждения приведено в приложении.

Объемы выпуска и цены, полученные с помощью такого алгоритма, являются равновесными.

Для поиска вектора выпусков, максимизирующего оценку продуктивности π технологического ядра, будем применять процедуру градиентного спуска.

Обозначим: \mathbf{I} – единичный вектор, \mathbf{E} – диагональная единичная матрица, h – величина шага,

$$a(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax}\| / \|\mathbf{x}\|.$$

Процедура минимизации на прямоугольной области

$$\min_{\mu \leq x_i \leq \theta, i=1, \dots, n} a(\mathbf{x})$$

методом градиентного спуска имеет вид

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + h(a(\mathbf{x}^k)\mathbf{E} - \mathbf{A}^T)\mathbf{I} / \|\mathbf{x}^k\|,$$

где k – номер итерации.

С другой стороны, полученное экстремальное решение может не быть сбалансированным.

Утверждение 3. Пусть

$$a(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Ax}\| / \|\mathbf{x}\|.$$

Можно подобрать шаг h такой, что процедура минимизации

$$\min_{\mu \leq x_i \leq \theta} a(\mathbf{x}),$$

использующая метод проекции градиента и имеющая вид

$$x_i^{k+1} = \min(\theta, \max(\mu, z_i^k)), i = 1, n,$$

где

$$z_i^k = a(\mathbf{y}^k) \sum_j a_{ij} y_j^k, i = 1, n,$$

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{x}^k + h(a(\mathbf{x}^k)\mathbf{E} - \mathbf{A}^T)\mathbf{I} / \|\mathbf{x}^k\|,$$

k – номер итерации, слабо сходится условному экстремуму.

Доказательство этого утверждения приведено в приложении.

Процесс оптимизации структуры выпусков порождает последовательность возрастающих оценок продуктивности технологического ядра, сопровождаемую последовательностью приращений выпусков некоторых отраслей. В то же время, приращение выпусков других отраслей не приводит к возрастанию оценки продуктивности. Скорость сходимости зависит от величины шага h : сначала при увеличении шага скорость увеличивается, а затем снижается.

Полученное решение является сбалансированным, но не равновесным.

Если иметь в виду, что измерение коэффициентов удельных затрат производится на предыдущем

этапе цикла, то задачу балансировки ценовых пропорций в неравновесном режиме можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \max_{r, P} r \\ p_i(t) \geq r \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j(t) \\ \theta \geq p_i(t) \geq \mu, i = 1, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $p_i(t) = P_i(t) / P_i(t-1)$ – индекс цены на продукт i .

Практическое применение рассматриваемого подхода предполагает этапный подход. Для каждого этапа при этом вводится дополнительное ограничение на степень отклонения от существующей структуры, соответствующее представлениям о допустимой скорости социально-экономических процессов.

Исходная информация задачи структурной балансировки формируется на основе анализа экономической статистики. Трудность заключается в том, что в ряде ситуаций (например, региональное или отраслевое планирование; сценарное прогнозирование) отсутствуют стандартные методики по сбору и обработке данных. В этих случаях предлагается совмещать статистические данные с экспертными оценками структуры затрат на единицу выпуска.

Если решение задачи балансировки (11) использовать для корректировки коэффициентов удельных затрат, то повторное ее решение даст индексы цен в интервале от μ до θ , а коэффициент роста r получит приращение тем меньшее, чем ближе решение к равновесному состоянию. При пересчете коэффициентов удельных затрат отрасли с малыми предельными ценами могут получить соответствующие приращения. Кроме того, обновленные коэффициенты прямых затрат можно использовать в задаче балансировки объемов (2), (3).

5. ИНДИКАТИВНЫЙ ПЛАН-ПРОГНОЗ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИКИ В ОБЪЕМНЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ

Одномоментно реализовать изменение структуры выпусков, сделав их равновесными, как правило, невозможно. Для того, чтобы определить наиболее рациональный план развития отрасли, можно воспользоваться постановкой задачи

$$\begin{aligned} \max_{\gamma, V} \gamma, \\ V_i(t) \geq \gamma \sum_{j=1}^n a_{ij} V_j(t), \\ \theta V_i(t-1) \geq V_i(t) \geq \mu V_i(t-1), i = 1, \dots, n, \end{aligned}$$



с технологическим ограничением на выпуски продукции и условием роста выпусков с темпом θ на один такт плана.

Обозначим \mathbf{D} диагональную матрицу с диагональю V_1, V_2, \dots, V_n ; \mathbf{C} – диагональную матрицу с диагональю $1/V_1, 1/V_2, \dots, 1/V_n$.

При изменении объемов выпусков изменяются оценки удельных затрат a_{ij} . Для того, чтобы зафиксировать результаты V_i предыдущего такта, производится пересчет коэффициентов прямых затрат:

$$\bar{a}_{ij} = a_{ij} \cdot V_i / V_j \text{ или } \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{C}.$$

Ранее было доказано

Утверждение 4 (утверждение 1 в работе [7]). Если все $V_i \neq 0, i = 1, \dots, n$, то преобразованная матрица с коэффициентами $\bar{a}_{ij} = a_{ij} \cdot V_i / V_j$ имеет то же собственное значение, что и матрица \mathbf{A} , а собственный вектор равен исходному с точностью до деформации \mathbf{D} .

Последнее преобразование не изменяет спектра матрицы прямых затрат (технологической матрицы) \mathbf{A} , а ее собственные векторы сохраняются с точностью до деформации \mathbf{D} . Повторяя процедуры поиска оптимального решения и пересчета матрицы прямых затрат от такта к такту, получим индикативный многотактовый план-прогноз совместного развития отраслей технологического комплекса экономики.

Процедура расчета индикативного плана использует величины абсолютных и относительных выпусков. На первом шаге вектор абсолютных выпусков \mathbf{V}^0 используется для перехода к относительным выпускам \mathbf{v}^1 путем преобразования технологической матрицы

$$\mathbf{A}^0 = \mathbf{D}^0 \mathbf{A} \mathbf{C}^0, \text{ где } \mathbf{D}^0 = \text{diag}(\mathbf{V}^0), \mathbf{C}^0 = (\mathbf{D}^0)^{-1}.$$

Далее решаются задачи поиска вектора относительных объемов выпуска \mathbf{v}^k

$$\mathbf{A}^k = \mathbf{D}^{k-1} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{C}^{k-1},$$

где $\mathbf{D}^i = \text{diag}(\mathbf{v}^i), \mathbf{C}^i = (\mathbf{D}^i)^{-1}$,

$$\left. \begin{array}{l} \max_{\mathbf{v}^i} \gamma, \\ \mathbf{v}^k \geq \gamma^k \mathbf{A}^k \mathbf{v}^k, \\ \mu \mathbf{I} \leq \mathbf{v}^k \leq \theta \mathbf{I}, k = 1, 2, \dots \end{array} \right\} \quad (12)$$

Вектор относительных выпусков \mathbf{v}^k , полученный в результате решения задачи (12) на этапе k , будем называть локально равновесным с технологическим ограничением на выпуски продукции и условием роста относительных выпусков с темпом $\theta, \theta > 1$ на один такт плана, где \mathbf{I} – единичный век-

тор. Тогда, если существует решение задач при $k \geq 1$, на такте k могут быть получены объемы индикативных выпусков в абсолютных единицах:

$$\mathbf{V}^k = \prod_{j=k}^1 \text{diag}(\mathbf{v}^j) \mathbf{V}^0.$$

Ранее было доказано

Утверждение 5 (утверждение 3 в работе [7]). Последовательность \mathbf{V}^k за конечное число тактов стремится к собственному вектору технологической матрицы \mathbf{A} , а оценка γ^k стремится к собственному числу этой матрицы.

Замечание. При преобразовании технологической матрицы \mathbf{A} с помощью деформации $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{v}^*)$ решение задачи дальнейшего планирования после достижения вектора выпуска \mathbf{v}^* становится тривиальным: $\mathbf{v} = c \mathbf{I}$, где $\theta \geq c \geq \mu$. То есть при достижении технологического равновесия дальнейшего изменения структуры выпусков не происходит.

6. КОМБИНИРОВАННЫЙ ПЛАН-ПРОГНОЗ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИКИ В ОБЪЕМНЫХ И ЦЕНОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ

Изолированное индикативное изменение цен и объемов выпуска имеет малую практическую значимость, поскольку в реальности эти параметры изменяются одновременно. Равновесные объемы выпуска при фиксированных неравновесных ценах неустойчивы, как и равновесные цены при фиксированных объемах выпуска. Согласованная равновесная пара цен и объемов выпуска обладает устойчивостью, поскольку значения рентабельности r и индексов воспроизводства γ в этом случае одинаковы для всех отраслей, что в перспективе приводит к равномерному развитию экономической системы. Однако на начальных этапах ликвидации диспропорций отраслевые показатели изменяются весьма неравномерно.

Рассмотрим процесс расчета индикативной динамики объемных и ценовых показателей, приводящих к совместному равновесию выпусков и цен.

Процедуры преобразования матриц \mathbf{A} и \mathbf{A}^T вида

$$\mathbf{A}^k = \mathbf{D}^{k-1} \mathbf{A}^{k-1} \mathbf{C}^{k-1}$$

и решения задач (10), (11) выполняются последовательно при заданной верхней границе $\theta > 1$ для рентабельности r и индекса воспроизводства γ . Здесь

$$\mathbf{D}^i = \text{diag}(\mathbf{v}^i), \mathbf{C}^i = (\mathbf{D}^i)^{-1}$$

в задаче для объемов выпуска и

$$D^i = \text{diag}(p^i), C^i = (D^i)^{-1}$$

в задаче для цен.

Расчет *дефлятора промежуточных затрат* для вектора индексов цен p на этапе k производится по формуле

$$d = \sum_{i,j} a_{ij}^k p_i^k / \sum_{i,j} a_{ij}^k.$$

Расчет *индекса промежуточных затрат* для вектора индексов выпуска v на этапе k производится по формуле

$$w = \sum_{i,j} a_{ij}^k v_j^k / \sum_{i,j} a_{ij}^k.$$

Продуктивность экономической системы π , определяемая как отношение добавленной стоимости к промежуточным затратам, связана с коэффициентом воспроизводства выпуска γ простым соотношением [7]

$$\pi = \gamma - 1.$$

Аналогичное соотношение имеет место для коэффициента рентабельности r :

$$\pi = r - 1.$$

В равновесном режиме в силу утверждения 1 оба значения совпадают.

7. РАСЧЕТ ПЛАНА ДЛЯ ПРОПОРЦИЙ ВЫПУСКА

При расчетах величины V_i интерпретируются как пропорции объемов выполняемых транспортных услуг, а ограничения на них в предположении неубывания имеют вид:

$$V_i(t) \geq 1, i = 1, \dots, n.$$

Поскольку равновесные пропорции выпуска могут значительно отличаться от существующих, будем решать серию задач оптимизации при значении θ , близком к единице ($\theta = 1,2$). То есть в ограничении допускается не более, чем 20 %-е изменение пропорций в сторону роста. Для данных по многоотраслевой экономике РФ (Таблицы ресурсов и использования товаров и услуг Российской Федерации за 2019 год [8]) были получены кривые индикативной динамики 61 индекса выпуска при фиксированных ценах, приводящие через определенное число шагов к сбалансированной структуре цен. Для демонстрации приведены лишь несколько таких кривых (первая по порядку следования десятка кривых, отличных от константы, рис. 1).

Индикативная динамика показателя продуктивности представлена ниже. На рис. 2 показан

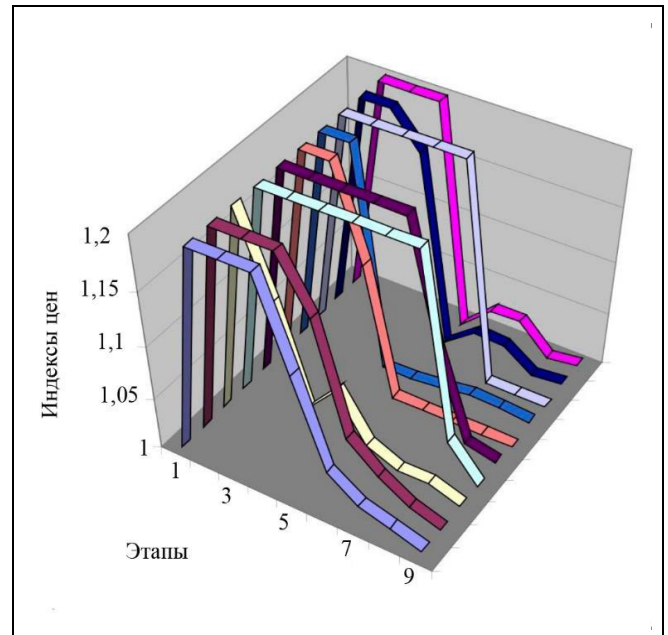


Рис. 1. Индикативная динамика индексов выпуска с верхней границей изменения 1, 2 для отраслей:

- продукция лесоводства, лесозаготовок и связанные с этим услуги;
- текстиль и изделия текстильные, одежда, кожа и изделия из кожи;
- бумага и изделия из бумаги;
- услуги печатные и услуги по копированию звуко- и видеозаписей, а также программных средств;
- средства лекарственные и материалы, применяемые в медицинских целях;
- изделия резиновые и пластмассовые;
- продукты минеральные неметаллические прочие;
- оборудование электрическое;
- машины и оборудование, не включенные в другие группировки;
- услуги по ремонту и монтажу машин и оборудования

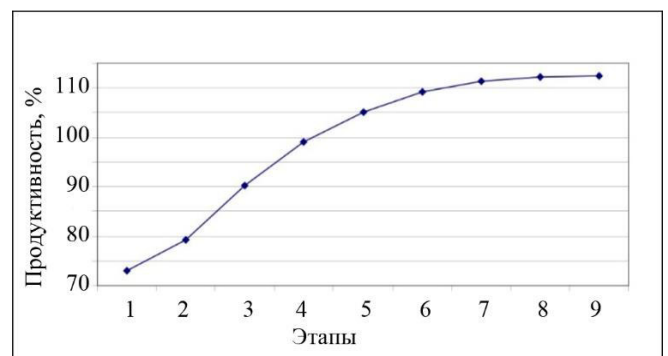


Рис. 2. Изменение коэффициента продуктивности при многократной балансировке выпуска

график изменения коэффициента продуктивности при многократном повторении решения задачи (7) для данных по российской экономике, где верхний предел изменения индексов цен составлял 1,2, а продуктивность измерялась в процентах.

График дает представление о том, как далеко исходное состояние экономики (решение на шаге 1) от равновесного состояния (асимптота для мно-

гократно повторенного решения). Кроме того, по наклону кривой можно судить об устойчивости экономики. Чем ближе экономическая структура к равновесному состоянию, тем выше ее толерантность к изменениям цен. Как видно из рис. 1 и 2, чем ближе структура цен к сбалансированной, тем меньше за один этап изменяются цены и показатель продуктивности.

Отметим, что качественным отличием полученной динамики индексов выпуска по сравнению с результатами расчетов [7] по данным 2016 г. является то, что во втором случае индексы стабилизировались на верхнем ограничении 1,2, а в первом случае – на уровне единицы. Это объясняется тем, что равновесное состояние не является единственным и вызвано изменением алгоритма оптимизации. Во втором случае использовалось условие выбора минимального значения индекса. Ввиду неединственности оптимального решения оба алгоритма дают одинаковое значение экстремума целевой функции, но второй алгоритм приводит к значениям индексов, которые более предпочтительны с точки зрения реализации планов. Кроме того, динамика показателей продуктивности в первом случае выходит на планку при более низком уровне (112 % против 153 %). Объяснить это можно тем, что размерность задачи (число видов деятельности) во втором случае была 95 против 61, что уменьшает пространство выбора при расчете планов.

8. СОВМЕСТНАЯ СТРАТЕГИЯ РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ЯДРА

Для получения индикативного плана, учитывающего совместное изменение объемов выпуска и цен, решается серия задач оптимизации при ограничении допустимого изменения индексов в заданных границах. Если длительность этапа принята за год, выбор пределов изменения индексов выпуска определяется возможностью инвестирования в фондообразование за текущий год плана. Границы изменения индексов цен определяются исходя из требований допустимой инфляции или дефляции. Выбор единицы в качестве нижней границы индексов означает, что для отраслей в плане предусмотрено неумножение выпуска и цен.

Рассмотрим пример совместного планирования объемов выпуска и цен. Ниже показаны результаты расчетов для части продуктов ОКПД, ограниченной числом 10, и тех, значения индексов которых отличны от единицы.

Для данных по многоотраслевой экономике РФ [8] были получены кривые индикативной динамики

60 индексов выпуска и 60 индексов цен, приводящие через определенное число шагов к сбалансированной структуре, что соответствует магистральному принципу для оптимизационных моделей экономики [9]. Для получения численного результата применялся метод, изложенный выше. Стандартный программный пакет решения задач математического программирования [10–13] дает аналогичные результаты. План рассчитывается при ограничениях на изменение в интервале [1; 1,2] индексов выпуска (рис. 3) и цен (рис. 4). Для демонстрации приведены лишь несколько таких кривых (для каждой группы индексов первая по порядку следования десятка кривых, отличных от константы).

Из приведенных рисунков видно, что цены росли в тех отраслях, где план выпуска не увеличивался. То есть, принимая во внимание допустимую инфляцию, принцип рыночного механизма цен соблюдался.

На рис. 5 показан график изменения показателя коэффициента продуктивности при решении задачи поэтапного планирования для данных по российской экономике; продуктивность измерялась в процентах.

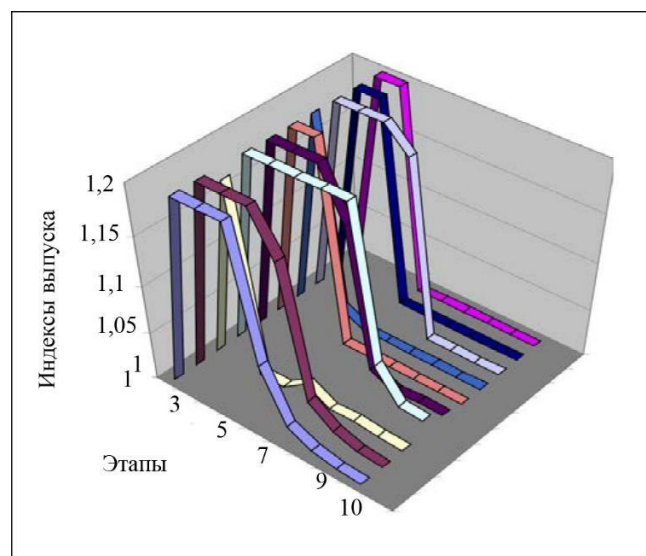


Рис. 3. Динамика индексов выпуска с диапазоном изменения [1; 1,2] для отраслей:

- продукция лесоводства, лесозаготовок и связанные с этим услуги;
- текстиль и изделия текстильные, одежда, кожа и изделия из кожи;
- бумага и изделия из бумаги;
- услуги печатные и услуги по копированию звуко- и видеозаписей, а также программных средств;
- средства лекарственные и материалы, применяемые в медицинских целях;
- изделия резиновые и пластмассовые;
- продукты минеральные неметаллические прочие;
- оборудование электрическое;
- машины и оборудование, не включенные в другие группировки;
- услуги по ремонту и монтажу машин и оборудования

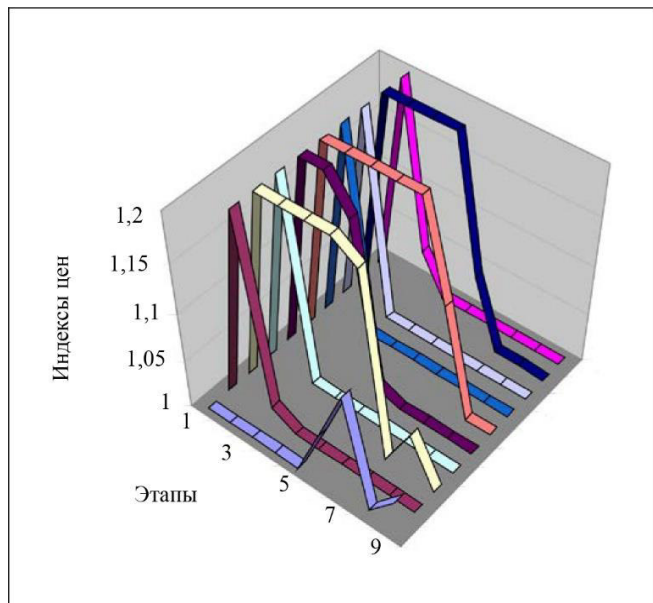


Рис. 4. Динамика индексов цен с диапазоном изменения [1; 1, 2] для отраслей:

- продукция лесоводства, лесозаготовок и связанные с этим услуги;
- текстиль и изделия текстильные, одежда, кожа и изделия из кожи;
- бумага и изделия из бумаги;
- услуги печатные и услуги по копированию звуко- и видеозаписей, а также программных средств;
- средства лекарственные и материалы, применяемые в медицинских целях;
- изделия резиновые и пластмассовые;
- продукты минеральные неметаллические прочие;
- оборудование электрическое;
- машины и оборудование, не включенные в другие группировки;
- услуги по ремонту и монтажу машин и оборудования

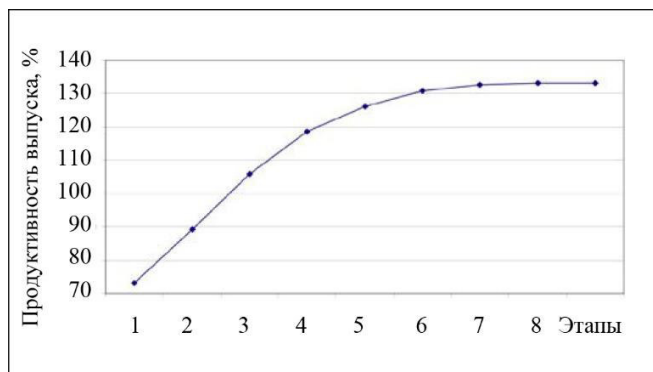


Рис. 5. Изменение показателя продуктивности при многоэтапной балансировке индексов выпуска и цен

График дает представление о том, как далеко исходное состояние экономики (решение на начальном шаге составляло 90 %) от равновесного состояния (асимптота для многократно повторенного решения близко к 190 %). Кроме того, по наклону кривой можно судить об устойчивости экономики.

Как видно из рис. 5, чем ближе структура цен к равновесной структуре, тем выше толерантность (устойчивость) экономики к изменениям цен. Из

рис. 5 также следует, что наиболее эффективными являются несколько первых этапов индикативного плана. Кроме того, при сравнении с динамикой продуктивности для изолированного изменения объемов выпуска (см. рис. 2), видно, что предельный уровень продуктивности в случае совместного изменения цен и объемов выпуска выше. Это можно объяснить тем, что предельный уровень продуктивности при вариации только объемов выпуска соответствует экстремуму на допустимом множестве пространства параметров меньшей размерности, а при дополнительной вариации цен удается перейти к большему значению экстремума.

Изменение цен приводит к инфляции. Динамика дефлятора по всему перечню продукции и услуг приведена на рис. 6.

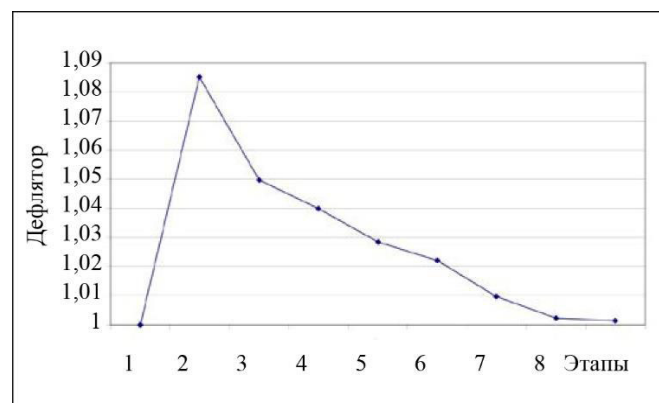


Рис. 6. Изменение дефлятора при многоэтапной балансировке индексов выпуска и цен

Для уменьшения пика дефлятора ограничение на рост цен на начальных этапах можно сделать более жестким. При этом рост продуктивности на этих этапах уменьшится.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены методы анализа механизмов управления развивающимися системами в кризисных ситуациях. На основе модели функционирования экономической системы в режиме автономности разработаны методы оценки показателей продуктивности в натуральном и стоимостном выражении. Рассмотрена процедура расчета индикативной динамики ценовых и объемных пропорций выпуска для автономного режима. Приведен пример результатов расчета для структуры межотраслевого баланса Российской Федерации.

Несмотря на имеющийся высокий потенциал развития, экономика РФ сталкивается с кризисными явлениями. Действие этих факторов обуславливает неполную реализацию потенциала технологического



ядра экономики [5]. Приведенные результаты демонстрируют возможности повышения эффективности экономики, основанные на планомерной модификации структуры ее технологического ядра. Исходя из данных Росстата, возможный рост продуктивности экономики может быть превышен более чем в два раза. Практическая реализация такой возможности должна быть связана с разработкой стратегических планов развития экономики. Наряду с выбором приоритетных направлений развития технологического ядра она требует применения адекватных методов прогнозирования многоотраслевой динамики, учитывающих все основные аспекты хозяйственной деятельности: фондообразование, накопление, конечное потребление государства и домашних хозяйств, экспортно-импортные потоки [14, 15]. Планирование на новом уровне также предполагает использование соответствующих организационных и институциональных механизмов [16].

В отличие от директивного плана, индикативный план является рекомендательным. Если какие-либо отрасли отклоняются от плановых предписаний, план пересчитывается с учетом измененных обстоятельств. Новый план и оценки недополученной выгоды сообщаются участникам хозяйственной деятельности. В рамках фиксированных технологических переделов этап управляемой (в соответствии с индикативным планом) реструктуризации занимает ограниченное время. Добавочные средства на фондообразование и оплату труда могут быть получены либо за счет средств в пределах собственной добавленной стоимости отраслей, либо путем перераспределения средств отраслей. В последнем случае длительность периода реструктуризации может быть короче. После окончания реструктуризации стратегический план считается выполненным. Однако появление новых технологий, появление уточненных данных, корректировка ограничений на изменение структуры выпуска и цен могут потребовать разработки нового стратегического плана, что делает актуальной регулярную корректировку индикативного плана.

На стратегическом уровне принятия решений, относящемся к государственному и межгосударственному уровням, необходимо использовать адекватные оценки социально-экономического состояния национальной и мировой систем, а также последствий управляющих воздействий. Предметом оценивания являются:

- разбалансированность национального хозяйства,
- текущее и потенциальное состояние межотраслевого взаимодействия,
- принятие стратегических решений в состоянии нестабильности,
- планирование структурных инноваций.

Изложенные результаты иллюстрируют специфику предложенной методологии, предполагающей применение релевантного инструментария расчетов и анализа. Класс задач, рассмотренных выше, имеет ряд специфических особенностей. Реальный интерес в макроэкономических разработках рассматриваемого рода представляют модели большой размерности (перечень анализируемых видов экономической деятельности может исчисляться сотнями). Кроме того, для практического применения моделей технологического ядра требуется задействовать эффективные алгоритмы решения задач математического программирования рассматриваемого типа [10, 12, 17] и лингвистические средства управления расчетами, а также интегрировать их в рабочую среду [11, 13]. Необходимо располагать свободным доступом к актуальным верифицированным данным и современным информационным технологиям, включая соответствующую вычислительную среду и устройства интерфейса. Пример применения аналогичного инструментария открытого доступа (Thread Pool Executor of Akka) для обработки задач большой размерности приведен в статье [18].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Д о к а з а т е л ь с т в о утверждения 1.

Действительно, максимальные значения критериев γ и r являются собственными значениями матриц \mathbf{A} и \mathbf{A}^T . Пусть \mathbf{V} и \mathbf{P} – решения задач (2) и (8) с ограничениями (3) и (9) соответственно. Поскольку эти ограничения однородны, рассматриваемые решения определены с точностью до множителя и, следовательно, неоднозначны.

Характеристические полиномы для обеих матриц совпадают, поскольку имеют одинаковый вид

$$L(\gamma) = (1 - \gamma a_{11})(1 - \gamma a_{22}) \dots (1 - \gamma a_{nn}) - a_{12} a_{21} (1 - \gamma a_{33}) \dots - a_{13} a_{31} (1 - \gamma a_{22}) - \dots,$$

$$L(r) = (1 - r a_{11})(1 - r a_{22}) \dots (1 - r a_{nn}) - a_{12} a_{21} (1 - r a_{33}) \dots - a_{13} a_{31} (1 - r a_{22}) - \dots,$$

где γ – собственное значение матрицы \mathbf{A} , r – собственное значение матрицы \mathbf{A}^T . ♦

Д о к а з а т е л ь с т в о утверждения 2.

Действительно, рассмотрим преобразование $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|$. Разложим вектор \mathbf{x} по собственным векторам \mathbf{s}^i , $i = 1, \dots, n$ матрицы \mathbf{A} , соответствующим собственным значениям λ_i :

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n b_i \mathbf{s}^i.$$

Тогда

$$\mathbf{Ax} = \sum_{i=1}^n b_i \mathbf{As}^i = \sum_{i=1}^n b_i \lambda_i s^i$$

и

$$\mathbf{Ax} / \|\mathbf{x}\| = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \lambda_i s^i}{\left\| \sum_{i=1}^n b_i s^i \right\|}.$$

Поскольку для спектра матрицы предполагается $|\lambda_i| < 1$, $i = 1, \dots, n$, то полученное преобразование – сжимающее, s^1 – неподвижная точка этого преобразования, обладающая свойством притяжения.

Если начальное приближение имеет неотрицательные компоненты, то все последующие итерации дают такой же результат, как и полученный собственный вектор. Собственные векторы s^i , соответствующие другим собственным значениям λ_i , $i \neq 1$ содержат отрицательные компоненты, поскольку они ортогональны s^1 . Поэтому, так как матрица \mathbf{A} неотрицательная,

$$|\lambda_1| = \frac{\|\mathbf{As}^1\|}{\|s^1\|} > \frac{\|\mathbf{As}^i\|}{\|s^i\|} = |\lambda_i|, \quad i \neq 1.$$

Таким образом, если отклоняться от равновесного вектора s^1 , величина оценки $\|\mathbf{Ax}\|/\|\mathbf{x}\|$ для $\mathbf{x} \neq s^1$ будет уменьшена, а вследствие сжимаемости оператора, на следующих итерациях увеличится. Поэтому итеративный процесс сходится к вектору s^1 и значению λ_1 . ♦

Доказательство утверждения 3.

Действительно, градиент $a(\mathbf{x})$ имеет вид

$$\nabla_x a(\mathbf{x}^k) = -(a(\mathbf{x}^k)\mathbf{I} - \mathbf{A}^T \mathbf{I}) / \|\mathbf{x}^k\|,$$

\mathbf{z}^k является проекцией точки \mathbf{y}^k на технологическое ограничение

$$\mathbf{y}^k = a\mathbf{A}\mathbf{y}^k,$$

\mathbf{x}^{k+1} является проекцией точки \mathbf{z}^k на ограничение

$$\mu \leq x_i \leq \theta, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поскольку $\nabla_x a(\mathbf{x}^k) \neq 0$, операторы проектирования монотонные, найдется шаг $h > 0$ такой, что последовательность $a(\mathbf{x}^k)$ является монотонно убывающей, а поскольку допустимая область является компактом, предельная точка $a(\mathbf{x}^*)$ ограничена и является условным экстремумом. ♦

ЛИТЕРАТУРА

1. Узяков М.Н. Проблемы экономических измерений и возможности структурного анализа // Проблемы прогнози-

вания. – 2020. – № 1 (178). – С. 3-4. [Uzyakov, M.N. Problems of Economic Measurements and Possibilities of Structural Analysis // Studies on Russian Economic Development. – 2020. – Vol. 31, no 1. – P. 3–4. (In Russian)]

2. Гусев В.Б. Равновесные модели многоресурсных саморазвивающихся систем // Проблемы управления. – 2007. – № 3. – С. 18–25. [Gusev, V.B. Equilibrium Models of Multi-Resource Self-Developing Systems // Control Sciences. – 2007. – No. 3. – P. 18–24. (In Russian)]
3. Леонтьев В.В. Экономические эссе. Теории, исследования, факты и политика. – М.: Политиздат, 1990. [Leontief, W.W. Essays in Economics. Theories, Theorizing, Facts, and Policies. – New York: Oxford University Press, 1966.]
4. Индикативное планирование и проведение региональной политики / М.Н. Абдикеев и др. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 368 с. [Indikativnoe planirovanie i provedenie regional'noi politiki / M.N. Abdikeev i dr. – M.: Finansy i statistika, 2007. – 368 s. (In Russian)]
5. Гусев В.Б. Модели автономного управления в развивающихся системах // Проблемы управления. – 2018. – № 6. – С. 2–17. [Gusev, V.B. Models of Autonomous Control in the Developing Systems // Control Sciences. – 2018. – No. 6. – P. 2–17. (In Russian)]
6. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Ранопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления. – М.: Издательство URSS, 2019. – 500 с. [Polyak, B.T., Khlebnikov, M.V., Rapoport, L.B. Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya. – M.: Izdatel'stvo URSS, 2019. – 500 s. (In Russian)]
7. Гусев В.Б. Экстремальные характеристики модели технологического ядра крупномасштабной экономической системы // Проблемы управления. – 2021. – № 6. – С. 30–39. [Gusev, V.B. The Technological Core Model of a Large-Scale Economic System: Optimal Characteristics // Control Sciences. – 2021. – No. 6. – P. 25–33.]
8. Таблицы ресурсов и использования товаров и услуг Российской Федерации за 2019 год (в текущих ценах, млн. руб.) Опубликовано Росстатом 26 января 2022 года. <https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts> [Tablicy resursov i ispol'zovaniya tovarov i uslug Rossijskoj Federacii za 2019 god (v tekushchih cenah, mln. rub.) Opublikovano Rosstatom 26 yanvarya 2022 goda. (In Russian)]
9. Dorfman, R., Samuelson, P.A., Solow, R.M. Linear Programming and Economic Analysis. – New York: McGraw-Hill, 1958.
10. Fox, W.P., Burks, R. Mathematical Programming: Linear, Integer, and Nonlinear Optimization in Military Decision-Making. In: Applications of Operations Research and Management Science for Military Decision Making. – New York: Springer, 2019. – P. 137–191.
11. Mason, A.J. OpenSolver – An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel. – Operations Research Proceedings 2011, eds. Klatté, D., Lüthi, H.-J., Schmedders, K. – Berlin, Heidelberg: Springer. – 2012. – P. 401–406. – http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-29210-1_64.
12. Bergstra, J., Bardenet, R., Bengio, Y., Kégl, B. Algorithms for Hyper-parameter Pptimization // Proceedings of the 24th International Conference on Neural Information Processing Systems, ser. NIPS'11. – Red Hook, NY, USA: Curran Associates Inc., 2011. – P. 2546–2554.
13. Doumic, M., Perthame, B., Ribes, E., et al. Toward an Integrated Workforce Planning Framework Using Structured Equations



- // European Journal of Operational Research. – 2017. – Vol. 262, iss. 1. – P. 217–230.
14. *Самуэльсон, П.* Экономика. Т. 1. – М.: МГУ «АЛГОН» ВНИИСИ, 1992. – 333 с. [*Samuelson, P.A.* Economics. – New York: McGraw-Hill, 1989.]
15. *Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А.* Опыт математического моделирования экономики. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 544 с. [*Petrov, A.A., Pospelov, I.G., Shaninin, A.A.* Opyt matematicheskogo modelirovaniya ekonomiki. – М.: Energoatomizdat, 1996. – 544 s. (In Russian)]
16. *Антипов В.И.* ГОСПЛАН. Вчера, сегодня, завтра. – М.: Концептуал, 2019. – 208 с. [*Antipov, V.I.* GOSPLAN. Vchera, segodnya, zavtra. – М.: Kontseptual, 2019. – 208 s. (In Russian)]
17. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. – М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 384 с. [*Polyak, B.T.* Vvedenie v optimizatsiyu. – М.: Nauka Glavnnya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1983. – 384 s. (In Russian)]
18. *Hai, T.N., Tien, V.D., Csaba, R.* Optimizing the Resource Usage of Actor-Based Systems // Journal of Network and Computer Applications. – 2021. – Vol. 190:103143. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2021.103143>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Клочковым.

*Поступила в редакцию 13.08.22,
после доработки 6.11.22.
Принята к публикации 23.11.22.*

Владислав Борисович Гусев – канд. физ.-мат. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ gusvbr@ipu.ru.

A STRATEGIC MANAGEMENT MODEL FOR RESTRUCTURING THE TECHNOLOGICAL CORE OF AN ECONOMY

V. B. Gusev

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ gusvbr@ipu.ru

Abstract. This paper considers the multi-sector model of the technological core of an economy, mathematical methods for its analysis, and procedures for calculating an indicative plan to restructure the core. The productivity of this core is proposed as a formalized criterion (indicator) for the effectiveness of structural innovations. The following optimization problem is stated: find a balanced state maximizing productivity by planned changes in the output and price indices. An equivalent transformation method is developed for the model considering the achieved values of the indicators. Several propositions concerning the properties of equilibrium and balanced states are proved. As a result, a multistage procedure is constructed to calculate the trajectory bringing the economic system closer to a balanced state. The multi-sector model is analyzed to compare the uncontrolled and controlled modes of development. The uncontrolled mode simulates the state of a market economy: no centralized management of the economy, sustainability, and relatively low GDP growth rates. The controlled mode involves the strategic planning methodology. As shown below, due to indicative strategic planning, the productivity of Russia's economy can significantly increase even at the first plan implementation stages. The proposed indicative planning methodology is mathematically justified. Numerical examples of its implementation on real statistical data are given. According to the paper's results, centralized planning institutions should be established for developing the technological infrastructure of Russia's economy. Such institutions are of current importance due to the international economic and political situation.

Keywords: the technological core of an economy, controlled development mode, productivity optimum, equilibrium state, balanced state, equivalent transformation, indicative strategic planning, plan of restructuring.

МОДЕЛИ ВОЛАТИЛЬНОСТИ, ОСНОВАННЫЕ НА НЕЧЁТКИХ СИСТЕМАХ, С ПРИМЕНЕНИЕМ К РОССИЙСКОМУ ФОНДОВОМУ РЫНКУ

В.А. Связов

Аннотация. Моделирование и прогнозирование волатильности – актуальная как в научных кругах, так и в практической сфере задача. В работе развивается подход, основанный на совокупности модели GARCH и нечёткой логики. Используемая схема нечёткого вывода Такаги – Сугено производит так называемую фазификацию оригинальной модели авторегрессии – условной гетероскедастичности, тем самым позволяя использовать несколько разных локальных моделей GARCH в разных областях входных данных и осуществлять мягкое переключение между ними. Этот подход способствует учёту таких феноменов, как кластеризация и асимметричность волатильности – свойств, демонстрируемые финансовыми рынками в реальности. Предложенный алгоритм применяется к историческим значениям индекса РТС и сравнивается с классической моделью GARCH. Проведённое исследование показывает, что в ряде случаев нечёткие модели обладают преимуществами по отношению к традиционной, а именно более высокой точностью прогнозов. Таким образом, при моделировании волатильности инструментов российского финансового рынка среди прочих целесообразно рассматривать предложенный метод, поскольку он демонстрирует качества, превосходящие конвенциональные методы.

Ключевые слова: нечёткие системы, прогнозирование, временные ряды, волатильность.

ВВЕДЕНИЕ

Перевод ряда известных эконометрических моделей из вероятностной постановки в нечёткую в последнее время привлекает всё большее внимание (см., например, работы [1–9]). Это относится и к моделированию волатильности – задаче, которая является важной как с научной, так и с прикладной точки зрения. Многие модели подразумевают единую зависимость выходных значений от входных данных, однако фактически зависимость может быть разной на разных областях значений входных переменных. Введение нечёткости в систему позволяет преодолеть этот недостаток при помощи использования нескольких локальных моделей и агрегирования их с применением нечётких функций принадлежности.

Задача моделирования волатильности несколько отличается от других задач финансовой эконометрики, поскольку волатильность – ненаблюдаемая величина в отличие от, например, цен финансовых инструментов или уровня процентных ставок. Более того, не существует единой позиции, что именно называть волатильностью. Однако умение корректно оценить текущую и спрогнозировать будущую волатильность того или иного

инструмента или портфеля важно для финансовых институтов, поскольку на этом основывается оценка рыночного риска. Достаточно точно оценённый рыночный риск, в свою очередь, означает большую стабильность финансовой организации и позволяет избежать фатальных потерь при турбулентности рынков.

Одним из наиболее известных и широко применяемых методов измерения волатильности является подсчёт вменённой волатильности по модели Блэка – Шоулза [10, 11] из обозреваемых на рынке цен на европейские опционы (производные финансовые инструменты, дающие право купить или продать базовый актив, например, акцию, по определённой цене в определённую дату). Этот подход имеет несколько недостатков. Прежде всего, необходим ликвидный рынок опционов – иначе цена опциона с высокой вероятностью может быть несправедливой, и вся процедура не будет иметь смысла. Кроме того, в модели Блэка – Шоулза заложено несколько сильных предположений, которые, как правило, не выполняются в реальности. Например, предположение о константной по времени безрисковой процентной ставке, по которой можно как занимать деньги, так и давать в долг, или предположение о постоянной во времени во-



латильности цены базового актива. Последнее утверждение приводит к тому, что на разных ценах исполнения опционов вменённая волатильность получается разная – для акций такой эффект известен как «улыбка» или «ухмылка волатильности». Таким образом, метод в некоторой степени противоречив и, кроме того, для его применения требуется выполнение достаточно жёстких предпосылок.

Другим известным подходом является эконометрическое моделирование на основе исторических значений волатильности. Как правило, в этом подходе под волатильностью понимается доходность актива. В этом направлении общепризнанной является модель GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*) [12, 13], основанная на модели ARCH, и впервые предложенная в работе [14]. Однако есть эффект, демонстрируемый современными финансовыми рынками, который классическая модель GARCH не учитывает. Он состоит в скошенности распределения доходностей активов на рынках: негативные внешние шоки вызывают более резкое падение и более высокую волатильность; позитивные внешние шоки вызывают менее резкий рост и менее высокую волатильность. Различными исследователями был предложен достаточно широкий спектр модификаций классической модели GARCH, учитывающих асимметричность волатильности: NAGARCH (nonlinear asymmetric GARCH) [15], EGARCH (exponential GARCH) [13], QGARCH (quadratic GARCH) [16], GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan, and Runkle GARCH) [17], TGARCH (threshold GARCH) [18], VSGARCH (volatility-switching GARCH) [19] и пр. Тем не менее, эти подходы не учитывают, например, наличие четырёх кластеров волатильности.

В связи с некоторыми недостатками устоявшихся методов предлагается к рассмотрению модель, которая включает в себя элементы нечёткой логики. Нечёткая система, используемая в настоящей работе, – схема нечёткого вывода Такаги – Сугено – берёт своё начало в работе [20]. Авторы работы [21] предложили метод оценки параметров нечёткой модели при помощи метода наименьших квадратов. Эти две работы стали основой для широкого распространения таких моделей в различных областях и для добавления нечёткой постановки в классические эконометрические модели. Нечёткие системы описаны, например, в книгах [22, 23].

Применяются нечёткие модели и для задач прогнозирования волатильности фондовых индексов. Посвящённые этому работы демонстрируют широкий спектр алгоритмов и исходных данных. Например, в исследовании [1] представляется

вниманию асимметричная нечёткая модель GARCH, в которой схема нечёткого вывода применяется для определения порога переключения. В статье демонстрируется работоспособность предложенного метода на доходностях фондовых индексов NASDAQ (США), Nikkei 225 (Япония), взвешенного индекса Тайваня, а также Индекса Hang Seng (Гонконг). В исследовании [2] авторы развили идею, предложенную в работе [1]. Использовалась та же асимметричная нечёткая модель GARCH, однако нечёткая логика применялась не только для определения порога переключения, но также нечёткость была введена в характеристическую функцию (в предложенной модели она может принимать любое значение в интервале [0, 1]). Были предложены три варианта фазификации характеристической функции. Авторы работы сравнивают работоспособность представленных методов с моделью GJR-GARCH и с моделью из статьи [1]. В качестве рядов для исследования использовались Индекс МосБиржи (ранее Индекс ММББ) и Индекс РТС.

Авторы работы [3] предлагают адаптивную нечёткую систему вывода (*adaptive fuzzy inference system*, AdaFIS), которая динамически определяет необходимое количество нечётких правил и их параметры. Модель применяется к индексу Bovespa (основной фондовый индекс Бразилии), курсу BRL/USD и ценам привилегированных акций компании Petrobras. Работа [4] демонстрирует метод эволюционного совместного обучения (*evolving participatory learning*, ePL) для динамической оценки параметров модели. Практическую часть исследователи проводят на исторических значениях фондовых индексов S&P 500 и Bovespa. Отметим, что этот метод является расширением эволюционной модели Такаги – Сугено (*evolving Takagi – Sugeno*, eTS), которая первоначально была предложена в статье [24]. Авторы работы [5] продолжают идею эволюционной нечёткой модели GARCH в статье [4], однако в ней применяют другой метод для нечёткой кластеризации – так называемый алгоритм eClustering. В качестве реальных рядов также взяты значения индексов S&P 500 и Bovespa. Нечёткая модель GARCH также представлена в исследовании [6]. В этой работе асимметричность учитывается благодаря использованию известных значений доходности в качестве объясняющих переменных: поскольку используется не квадрат доходности, а само значение, при нечёткой кластеризации учитывается знак. Авторы применяют модель к индексу Dow Jones Industrial Average.

Модель, предлагаемая в настоящей работе, является комбинацией обычной модели GARCH и

нечёткой логики. Кратко описать работу модели можно следующим образом. Входные данные разделяются на несколько нечётких кластеров, и внутри каждого кластера применяется своя локальная модель GARCH. Затем выходы каждой локальной модели агрегируются в один посредством предварительно выбранной функции принадлежности. Эмпирическая часть исследования проводилась на исторических значениях Индекса РТС – одного из основных фондовых индексов российского рынка. Для сравнения прогнозных свойств построенной модели используются две модели (выступающие бенчмарками): GARCH без пересчёта и GARCH с пересчётом (определение понятия GARCH с пересчётом будет приведено далее). Проведённые расчёты доказывают существование нечётких моделей GARCH, точность прогноза которых выше классических моделей.

Структура работы следующая. В § 1 дано теоретическое описание предлагаемой модели и подхода к кластеризации входных данных; § 2 содержит описание исходных данных, постановку задачи и результаты эмпирического исследования. В заключении подводятся итоги проделанной работы и высказываются предположения о возможных направлениях дальнейших исследований.

1. МЕТОДОЛОГИЯ

1.1. Нечёткая модель GARCH

Классическая модель GARCH описана, например, в работе [13]. Предлагаемая нечёткая модель основана на модели GARCH, но включает в себя также мягкое переключение между нечёткими правилами. Каждому правилу соответствует нечёткий кластер в пространстве входных данных. Если использовать C кластеров, то нечёткую модель GARCH можно представить в виде набора C нечётких правил вида «ЕСЛИ – ТО», каждое из которых имеет вид:

$$\begin{aligned} & \text{IF } x_t \in F_k \text{ THEN} \\ & h_t^{(k)} = \alpha_{k0} + \sum_{i=1}^q \alpha_{ki} y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{kj} h_{t-j}, \\ & \alpha_{k0} > 0, \\ & \alpha_{ki} > 0 \quad \forall k, i, \\ & \beta_{kj} \geq 0 \quad \forall k, j, \end{aligned} \quad (1)$$

где k – номер кластера ($k = 1, \dots, C$); F_k – нечёткий кластер; $x_t = (x_t^1, \dots, x_t^n)'$ – вектор переменных, на основе которого в момент времени t определяется принадлежность кластерам. Ряд y_t – значения

временного ряда; $h_t^{(k)}$ – условная дисперсия, соответствующая нечёткому правилу k , в момент t ; h_t – условная дисперсия в момент t (далее будет описано, каким образом она подсчитывается); α_{k0} , α_{ki} , β_{kj} – параметры модели, подлежащие оценке. Здесь и далее символ $'$ обозначает знак транспонирования. Размерность n вектора x_t , вообще говоря, может быть произвольной и может зависеть от t . Параметры α_{ki} и β_{kj} мы будем называть параметрами консеквента.

Запись $x_t \in F_k$ понимается в нечётком смысле, т. е. степень принадлежности вектора x_t кластеру F_k – это действительное число из отрезка $[0, 1]$. Степень принадлежности тому или иному кластеру может иметь различную функциональную форму. В данной работе используется гауссовская функция принадлежности, аналитически совпадающая с плотностью многомерного нормального распределения:

$$\mu_k(x_t) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} (\det(\Sigma_k))^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x_t - c_k)' \Sigma_k^{-1} (x_t - c_k)}.$$

Здесь $\mu_k: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ – функция принадлежности вектора k -му кластеру; $c_k \in \mathbb{R}^n$ – центр k -го кластера; $\Sigma_k^* \in \mathbb{R}^n$ – матрица ковариации k -го кластера. В данной работе применяется диагональная положительно определённая матрица ковариации. Матрица Σ_k и вектор c_k – параметры кластера k , полностью его задающие; также будем называть эти параметры в совокупности по всем k параметрами antecedента.

Степени принадлежности нормируются так, чтобы в каждой точке значения степеней принадлежности в сумме по всем кластерам были равны единице:

$$\mu_k^*(x_t) = \frac{\mu_k(x_t)}{\sum_{k=1}^C \mu_k(x_t)}.$$

Все значения дисперсии $h_t^{(k)}$, $k = 1, \dots, C$, агрегируются в одно значение h_t при помощи функций принадлежности:

$$h_t = \sum_{k=1}^C \mu_k^*(x_t) h_t^{(k)},$$

где значения $h_t^{(k)}$ вычисляются, исходя из формулы (1).

Прогнозируется величина y_t^2 . Ряд y_t в данной работе – это ряд доходностей некоторого финансового инструмента. Выражение для прогноза следующее:

$$\hat{y}_t^2 = h_t.$$



Пусть T – количество элементов в выборке (совокупной выборке, состоящей и из обучающей, и из тестовой). Для оценки параметров консеквента применяется метод наименьших квадратов, т. е. выбираются те параметры α_{ki} , β_{kj} , для которых сумма

$$\sum_{i=1}^T (y_i^2 - \hat{y}_i^2)^2$$

минимальна. Здесь y_i – известные значения из выборки.

В дальнейшем под y_i подразумевается логарифмическая доходность некоторой ценной бумаги или индекса, выраженная в процентах. То есть если дан ряд z_t некоторых значений (цен финансового инструмента или значений индекса), то

$$y_i = \ln \frac{z_t}{z_{t-1}} \cdot 100. \quad (2)$$

Во всех расчётах, результаты которых приводятся в настоящей работе, принято $C = 4$.

1.2. Кластеризация и оценка параметров antecedента

В качестве ряда x_t – ряда, подлежащего кластеризации – в исследовании берётся весь известный исходный ряд доходностей y_t на момент времени t , т. е. $x_t = (y_1, \dots, y_t)'$ $\forall t$. Отметим, что при предложенном подходе размерность n вектора x_t является функцией времени и равна t : $n = n(t) = t$. Таким образом, мы строим семейство нечётких систем: в каждый момент времени, когда становится известно новое значение доходности, весь ряд с учётом этого нового значения кластеризуется заново, порождая новую нечёткую систему.

Входные данные разбиваются на две части: обучающую и тестовую выборки.

Существует несколько разных подходов к кластеризации данных, что в сущности означает оценку параметров antecedента. В настоящей работе применяется метод поиска по сетке. Подробное описание сетки приведено в п. 2.1.

Размер обучающей выборки обозначим T_{train} , размер тестовой – T_{test} .

На той же обучающей выборке, используемой для нечёткой модели, строится классическая модель GARCH(p , q) где значения параметров p и q такие же, как в построенной нечёткой модели. Для оценки точности прогнозов классической модели применяются два подхода: в первом строится обычный прогноз модели на T_{test} дней вперёд; во втором параметры модели GARCH ежедневно переоцениваются в течение T_{test} дней и строится прогноз только на следующий день (условно этот подход назван GARCH с пересчётом). Отметим, что

GARCH с пересчётом показывает меньшую ошибку прогноза, чем GARCH без пересчёта, что подтверждается проделанными вычислениями (см. табл. 1 и 2 в § 2). Далее для каждого из этих двух подходов подсчитываются среднеквадратические ошибки: $MSE_{n/r}$ для GARCH без пересчёта и $MSE_{w/r}$ для GARCH с пересчётом. Полученные два значения ошибок используются в качестве бенчмарков для нечёткой модели. Чтобы сравнить, насколько нечёткая модель “лучше” или “хуже” классической модели, подсчитываются величины

$$ratio_{w/r} = \frac{MSE_{w/r}}{MSE_{fuzzy}} \text{ и } ratio_{n/r} = \frac{MSE_{n/r}}{MSE_{fuzzy}}.$$

Если величина $ratio_i > 1$, то ошибка нечёткого метода меньше, чем ошибка классического i -го метода (здесь $i = “w/r”$ или $i = “n/r”$). В этом случае чем выше значение $ratio_i$, тем “лучше” нечёткая модель по сравнению с i -й классической моделью.

Для задания нечёткой модели мы используем множество $\Theta = (\Theta_1, \dots, \Theta_C) \in \mathbb{R}^{n \times n \times C}$ возможных значений параметров antecedента. Каждое $\Theta_k = \{c_k, \Sigma_k \mid c_k \in \mathbb{R}^n, \Sigma_k \in \mathbb{R}^n\}$ представляет собой все возможные комбинации значений c_k и Σ_k . Процесс оценки параметров antecedента начинается с того, что для каждого элемента Θ строится своя нечёткая модель и считается значение ошибки MSE_{fuzzy} . Чтобы найти наилучшие параметры antecedента c_k и Σ_k , максимизируется величина $ratio_{w/r} = ratio_{w/r}(c_1, \dots, c_C, \Sigma_1, \dots, \Sigma_C)$.

Таким образом, после приведённой выше процедуры находится наилучший набор параметров antecedента, т. е. наилучшая (по сравнению с классической моделью GARCH) нечёткая модель считается заданной.

2. ЭМПИРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

2.1. Множество параметров antecedента

В исследовании использовались значения $p = 1$, $q = 1$. Количество кластеров зафиксировано и равно четырём ($C = 4$). Центр каждого кластера $c_k \in \mathbb{R}^n$ представляет собой вектор с совпадающими компонентами c_k^* :

$$c_k = \begin{pmatrix} c_k^* \\ \dots \\ c_k^* \end{pmatrix}.$$

Ковариационная матрица – диагональная вещественнозначная матрица размера $n \times n$, на главной

диагонали которой все элементы равны $\Sigma_k^* > 0$ – этот параметр можно считать дисперсией кластера k :

$$\Sigma_k = \begin{pmatrix} \Sigma_k^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Sigma_k^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \Sigma_k^* \end{pmatrix}.$$

Пусть $c^* = (c_1^*, c_2^*, c_3^*, c_4^*)$, $\Sigma^* = (\Sigma_1^*, \Sigma_2^*, \Sigma_3^*, \Sigma_4^*)$.

Эти два четырёхмерных вектора полностью задают все четыре кластера. Вместо Θ будем использовать эти векторы для параметризации пространства возможных значений вектора.

В данной работе набор центров не варьировался, а был задан экспертно: во всех расчётах $c^* = (-7,5; -1,5; 1,5; 4)$. Интуитивно центры c^* можно интерпретировать следующим образом: центр 1,5 соответствует малым положительным доходностям, центр 4 – большим; центры $-1,5$ и $-7,5$ соответствуют малым по модулю и большим по модулю отрицательным доходностям соответственно. Тот факт, что $|-7,5| > |4|$, отражает характерную особенность рынков капитала, согласно которой под влиянием положительных внешних шоков ры-

нок растёт более плавно, чем падает под влиянием внешних отрицательных шоков.

Дисперсии оцениваются методом поиска по сетке, которая была построена следующим образом. Диапазоны значений были выбраны такими: для Σ_1^* – от 4 до 12, для Σ_2^* и Σ_3^* – от 1 до 6, для Σ_4^* – от 2 до 10. Шаг сетки был принят равным единице для всех Σ_k^* . Таким образом, всего было рассмотрено 2916 узлов сетки.

2.2. Результаты

В качестве исходного ряда использовалась дневная логарифмическая доходность Индекса РТС. На рис. 1 показаны значения дневных закрытий индекса за длительный исторический период.

Начало обучающей выборки совпадает с первым торговым днём 2014 года (6 января 2014 г.). Рис. 2 отражает значения Индекса РТС за используемый в расчётах исторический период (ряд z_t), который составляет около трёх лет с начала обучающей выборки. Соответствующая логарифмическая доходность (ряд u_t , полученный по формуле (2)) изображена на рис. 3.

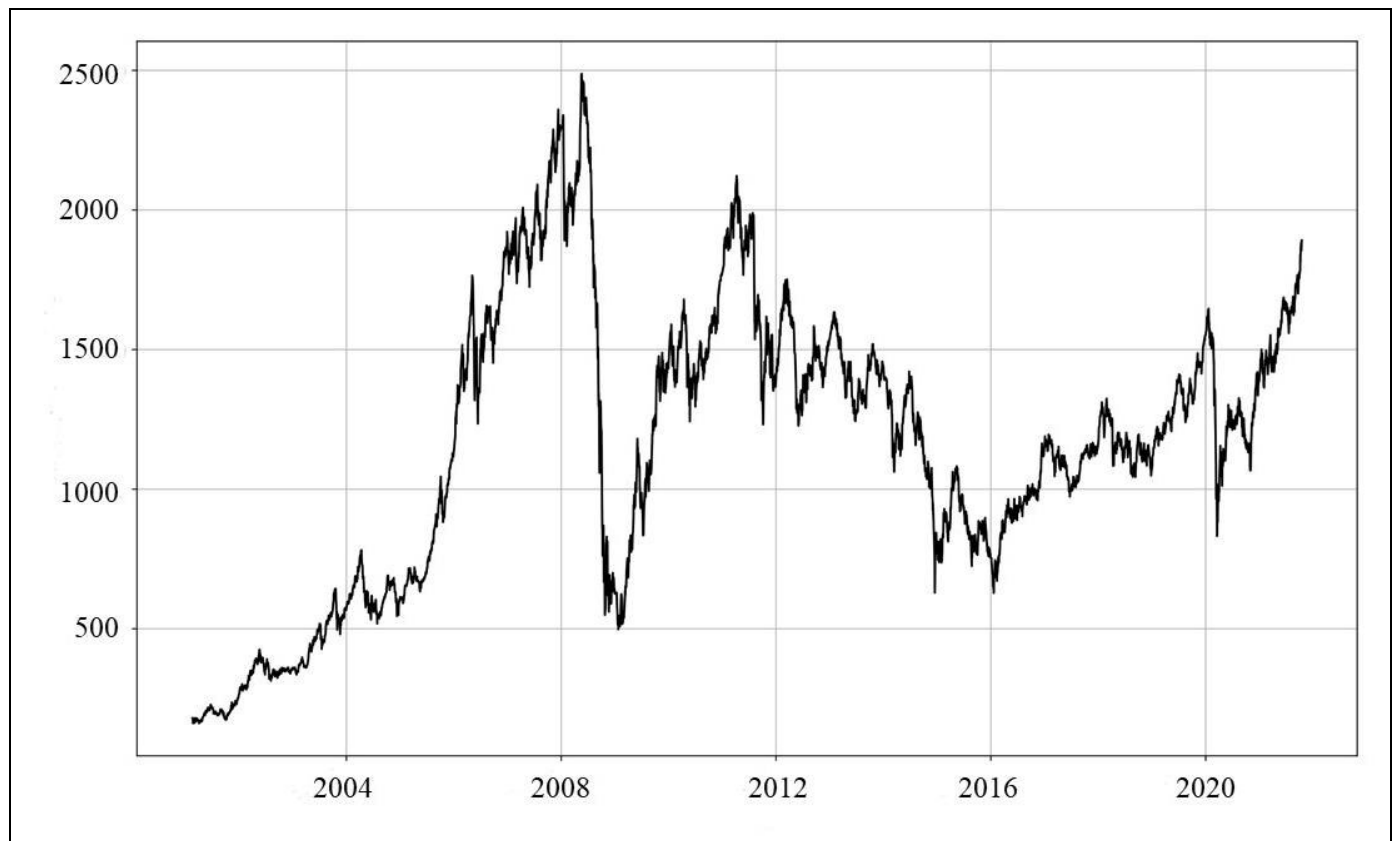


Рис. 1. Дневные значения Индекса РТС с 2001 г.



Рис. 2. Дневные значения Индекса РТС за период с января 2014 г. по декабрь 2016 г.

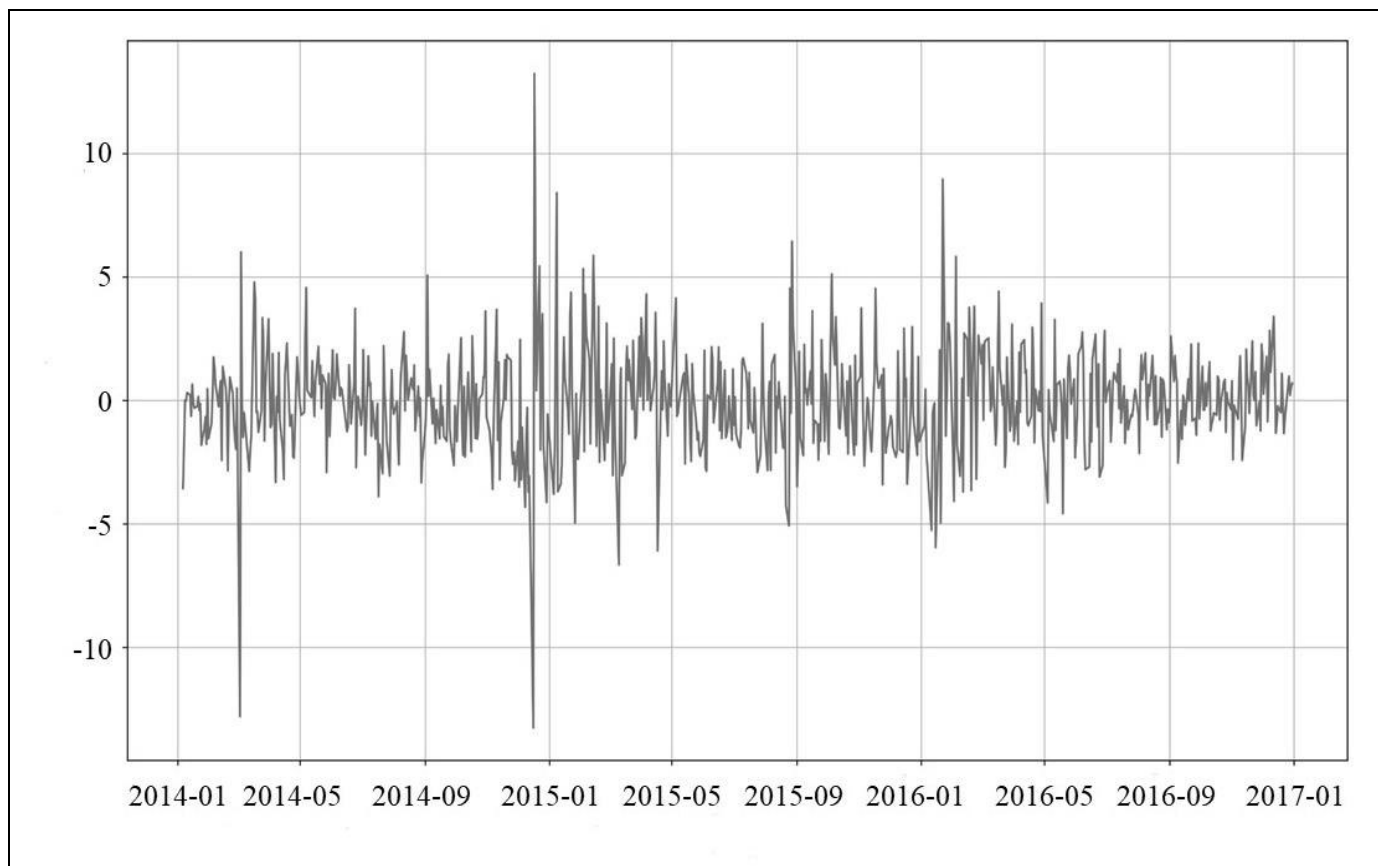


Рис. 3. Дневная логарифмическая доходность Индекса РТС за период с января 2014 г. по декабрь 2016 г.

Параметры антецедента (конкретнее, дисперсии, так как центры были зафиксированы) были оценены при использовании 100 элементов в обучающей выборке и 10 элементов в тестовой выборке. Наилучший набор дисперсий – (7, 6, 3, 5). Далее модель с этими параметрами была применена к выборкам других размеров, соответствующие результаты показаны в табл. 2. Размеры выборок обусловлены следующим: 252 – это примерное количество торговых дней в году; 504 – в двух годах; 21 – в месяце; 42 – в двух месяцах; 63 – в трёх месяцах.

Результаты исследования представлены в двух таблицах. В табл. 1 продемонстрированы характеристики систем, показавших наилучшие результаты по сравнению с классической моделью. Заметим, что во всех этих моделях $ratio_{w/r} > 1$. В первой строке этой таблицы содержатся сведения о наилучшей нечёткой модели. В табл. 2 показаны результаты применения наилучшей системы из табл. 1 к выборкам других размеров. Расчёты показывают, что ошибка этих систем больше, чем ошибка классической модели ($ratio_{w/r} < 1$).

Были достигнуты хорошие результаты при 100 элементах в обучающей выборке и 10 элементах в

тестовой выборке. При увеличении размера любой из выборок качество нечёткой модели начинает снижаться. Потенциальным объяснением этого может быть то, что параметры антецедента нужно оценивать заново на других размерах выборок (это не было сделано в силу высоких вычислительных затрат). Кроме того, добавление вариативности центров кластеров может способствовать нахождению модели с более высокой точностью.

Таким образом, было показано, что для достаточно коротких временных рядов существуют нечёткие системы типа GARCH, которые по своим прогнозным свойствам превосходят классическую модель GARCH. При увеличении длины временного ряда классическая модель GARCH становится более «сильным» конкурентом. Скорее всего, это объясняется преимуществами метода максимального правдоподобия, которые проявляются при увеличении длины временного ряда. Однако и для более длинных временных рядов нельзя исключить того, что нечёткие системы типа GARCH, превосходящие по своим свойствам классическую модель GARCH, могут быть построены при использовании более широких классов функций принадлежности.

Таблица 1

Наилучшие модели, оценённые на обучающей и тестовой выборках размеров 100 и 10 элементов соответственно

T_{train}	T_{test}	Σ^*	MSE_{fuzzy}	$MSE_{n/r}$	$MSE_{w/r}$	$ratio_{n/r}$	$ratio_{w/r}$
100	10	[7, 6, 3, 5]	9,66	17,89	12,75	1,85	1,32
100	10	[6, 4, 4, 6]	9,72	17,89	12,75	1,84	1,31
100	10	[8, 6, 4, 6]	10,18	17,89	12,75	1,76	1,25
100	10	[8, 1, 4, 6]	11,31	17,89	12,75	1,58	1,13

Таблица 2

Наилучшая оценённая модель, применённая к выборкам других размеров

T_{train}	T_{test}	Σ^*	MSE_{fuzzy}	$MSE_{n/r}$	$MSE_{w/r}$	$ratio_{n/r}$	$ratio_{w/r}$
252	21	[7, 6, 3, 5]	353,14	273,58	189,09	0,77	0,51
252	42	[7, 6, 3, 5]	251,84	201,34	137,60	0,80	0,55
252	63	[7, 6, 3, 5]	190,30	141,74	99,21	0,74	0,52
504	21	[7, 6, 3, 5]	542,75	382,64	300,49	0,70	0,55
504	42	[7, 6, 3, 5]	290,84	203,56	160,35	0,70	0,55
504	63	[7, 6, 3, 5]	202,47	143,12	112,76	0,70	0,56



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В проведённом исследовании нечёткая модель типа GARCH была применена для моделирования волатильности. В качестве альтернативы предложенной модели были рассмотрены классические модели GARCH с пересчётом и без такового – эти модели послужили бенчмарками. Эффективность нечёткой модели была протестирована на основном индексе российского фондового рынка – Индексе РТС. Показано существование нечётких систем, способных давать более точный прогноз по сравнению с традиционными моделями.

Тем не менее, очевидна тенденция прогнозных свойств нечёткой системы к ухудшению (в сравнении с моделями-бенчмарками) с ростом размера выборки. Это может быть связано как с методом оценки параметров в нечёткой модели, так и с методом оценки параметров в классической модели GARCH.

Одно из возможных направлений дальнейшего исследования – практические методы нахождения нечётких систем, существование которых было установлено в данной работе. Особенный интерес представляют другие формы функций принадлежности, а также более универсальные методы оценки параметров antecedента.

Благодарности. Исследование выполнено с использованием суперкомпьютерного комплекса НИУ ВШЭ [25].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hung, J.C.* A Fuzzy Asymmetric GARCH Model Applied to Stock Markets // *Information Sciences*. – Elsevier, 2009. – Vol. 179, no. 22. – P. 3930–3943.
2. *Lepskiy, A., Suevalov, A.* Application of Fuzzy Asymmetric GARCH-Models to Forecasting of Volatility of Russian Stock Market // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – Springer Verlag, 2018. – Vol. 679. – P. 286–294.
3. *Luna, I., Ballini, R.* Adaptive Fuzzy System to Forecast Financial Time Series Volatility // *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*. – 2012. – Vol. 23. – P. 27–38. – DOI: 10.3233/IFS-2012-0491.
4. *Maciel, L., Gomide, F., Ballini, R.* Enhanced Evolving Participatory Learning Fuzzy Modeling: An Application for Asset Returns Volatility Forecasting // *Evolving Systems*. – 2013. – Vol. 5. – P. 1–14. – DOI: 10.1007/s12530-013-9099-0.
5. *Maciel, L., Gomide, F., Ballini, R.* Evolving Fuzzy-GARCH Approach for Financial Volatility Modeling and Forecasting // *Computational Economics*. – Springer New York LLC, 2016. – Vol. 48, no. 3. – P. 379–398.
6. *Popov, A.A., Bykhanov, K.V.* Modeling Volatility of Time Series Using Fuzzy GARCH Models // *Proceedings - 9th Russian Korean International Symposium on Science and Technology*. – 2005. – Vol. 1. – P. 687–692.
7. *Tan, L., Wang, S., Wang, K.* A New Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System with Adaptive Adjustment Rules for Stock Market Volatility Forecasting // *Information Processing Letters*. – 2017. – Vol. 127. – P. 32–36. – DOI: 10.1016/j.ipl.2017.06.012
8. *Troiano, L., Mejuto, E., Kriplani, P.* An Alternative Estimation of Market Volatility Based on Fuzzy Transform // *IFSA-SCIS 2017 - Joint 17th World Congress of International Fuzzy Systems Association and 9th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems*. – Otsu, 2017. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/IFSA-SCIS.2017.8023316.
9. *Thavaneswaran, A., Liang, Y., Zhu, Z., et al.* Novel Data-Driven Fuzzy Algorithmic Volatility Forecasting Models with Applications to Algorithmic Trading // *2020 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*. – Glasgow, 2020. – P. 1–8. – DOI: 10.1109/FUZZ48607.2020.9177735
10. *Black, F., Scholes, M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities // *Journal of Political Economy*. – 1973. – Vol. 81, no. 3. – P. 637–657.
11. *Hull, J.C.* *Options, Futures, and Other Derivatives*. Ninth Edition. – London: Pearson, 2014. – 896 p.
12. *Bollerslev, T.* Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity // *Journal of Econometrics*. – 1986. – Vol. 31, no. 3. – P. 307–327. – DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1).
13. *Tsay, R.S.* *Analysis of Financial Time Series*. Third Edition. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. – 712 p.
14. *Engle, R.F.* Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation // *Econometrica*. – 1982. – Vol. 50, no. 4. – P. 987–1007.
15. *Engle, R.F., Ng, V.K.* Measuring and Testing the Impact of News on Volatility // *The Journal of Finance*. [American Finance Association, Wiley]. – 1993. – Vol. 48, no. 5. – P. 1749–1778.
16. *Sentana, E.* Quadratic ARCH Models // *The Review of Economic Studies*. [Oxford University Press, Review of Economic Studies, Ltd.]. – 1995. – Vol. 62, no. 4. – P. 639–661.
17. *Jagannathan, R., Glosten, L., Runkle, D.* On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks // *Journal of Finance*. – 1993. – Vol. 48. – P. 1779–1801.
18. *Zakoian, J.-M.* Threshold Heteroskedastic Models // *Journal of Economic Dynamics and Control*. – 1994. – Vol. 18, no. 5. – P. 931–955.
19. *Fornari, F., Mele, A.* Modeling the Changing Asymmetry of Conditional Variances // *Economics Letters*. North-Holland. – 1996. – Vol. 50, no. 2. – P. 197–203.
20. *Takagi, T., Sugeno, M.* Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. – 1985. – Vol. SMC-15, no. 1. – P. 116–132. DOI: 10.1109/TSMC.1985.6313399.
21. *Sugeno, M., Kang, G.T.* Structure Identification of Fuzzy Model // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1988. – Vol. 28, no. 1. – P. 15–33.
22. *Пегам А.* Нечеткое моделирование и управление. 2-е издание. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с. [Piegat, A. *Fuzzy Modeling and Control*. Second Edition. – Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2013. – 798 p. (In Russian)]
23. *Baczyński, M., Jayaram, B.* *Fuzzy Implications*. – Berlin: Springer Berlin, Heidelberg, 2008. – 328 p.

24. Angelov, P.P., Filev, D.P. An Approach to Online Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). – 2004. – Vol. 34, no. 1. – P. 484–498. – DOI: 10.1109/TSMCB.2003.817053.
25. Kostenetskiy, P.S., Chulkevich, R.A., Kozyrev, V.I. HPC Resources of the Higher School of Economics // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1740, no. 1. – Art. no. 012050. – DOI: 10.1088/1742-6596/1740/1/012050

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Клочковым.

*Поступила в редакцию 10.06.2022,
после доработки 10.12.2022.
Принята к публикации 13.12.2022.*

Связов Владимир Андреевич – аспирант, НИУ ВШЭ, г. Москва, ✉ v.sviyazov.96@gmail.com.

FUZZY VOLATILITY MODELS WITH APPLICATION TO THE RUSSIAN STOCK MARKET

V.A. Sviyazov

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

✉ v.sviyazov.96@gmail.com

Abstract. Volatility modeling and forecasting is a topical problem both in scientific circles and in the practice. This paper develops an approach combining the GARCH model and fuzzy logic. The Takagi–Sugeno fuzzy inference scheme is adopted to fuzzify an original autoregression model (the conditional heteroskedasticity model). As a result, several different local GARCH models can be used in different input data domains with soft switching between them. This approach allows considering such phenomena as volatility clustering and asymmetric volatility (the properties of real financial markets). The proposed algorithm is applied to the historical values of the RTS Index and is compared with the classical GARCH model. As demonstrated below, in several cases, fuzzy models have advantages over traditional ones, namely, higher forecasting accuracy. Thus, the proposed method should be considered among others when modeling the volatility of the Russian financial market instruments: it demonstrates qualities superior to the conventional counterparts.

Keywords: fuzzy systems, forecasting, time series, volatility.

Acknowledgments. This research was supported in part through computational resources of HPC facilities at HSE University [25].

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОСОБЕННОСТЕЙ УИТНИ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЫБОРЕ ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ УПРАВЛЯЮЩЕГО СИГНАЛА

М.А. Работников, Б.Г. Стафейчук, А.Г. Шумихин

Аннотация. Представлены результаты оценки устойчивости функционирования автоматизированных технологических процессов непрерывного типа и выбора достаточной частоты временной дискретизации управляющего сигнала с применением теории особенностей Уитни. Предлагаемый подход анализа устойчивости динамической системы основывается на построении одной из типовых бифуркационных особенностей по историческим данным функционирования управляемого объекта при различных частотах дискретизации выходного сигнала управляющего устройства. По формируемому уравнению особенности определяется уравнение кривых равновесного состояния системы и необходимая частота временной дискретизации управляющего сигнала, соответствующая вершине полученной кривой. С целью иллюстрации применения метода рассмотрена система управления материальным балансом исчерпывающей части ректификационной колонны очистки товарного стирола производства этилбензола, стирола и полистирола. По результатам количественного анализа построена бифуркационная особенность и определена достаточная частота временной дискретизации управляющего сигнала, обеспечивающая устойчивость технологического режима функционирования исследуемой системы.

Ключевые слова: теория катастроф, бифуркационные особенности, динамические системы, критерии устойчивости.

ВВЕДЕНИЕ

Применение теории катастроф получило широкое распространение в анализе поведения экономических и социальных систем, оценке сохранения конструктивных свойств сооружений и аппаратов, а также в исследовании свойств и количественных характеристик динамических систем [1–6]. Существующий математический аппарат позволяет численно описать явления скачкообразного переходного процесса выходной величины вследствие плавного изменения входных параметров динамической системы [7]. В частности, данный подход может быть применен для оценки устойчивости автоматизированных технологических процессов непрерывного типа [8].

Исследуемая проблема устойчивого функционирования технологических процессов заключается в соблюдении регламентных ограничений регистрируемых технологических параметров, обеспечивающих минимальный риск останова производства, нарушения качественного состава товарной

продукции и максимальную технологическую эффективность при наличии различного рода возмущений, носящих, как правило, спорадический характер [9]. Современная техническая база, а также существующие математические подходы и алгоритмические решения, применяемые в области автоматизированного управления, позволяют свести проблему стабилизации технологического режима и соблюдения регламентных норм к решению задачи многомерного управления с применением технологий и принципов управления с прогнозирующей моделью [10]. Для систем подобного класса к одному из показателей, характеризующих инерционность управляемого процесса и степень влияния возмущающих воздействий на контролируемые технологические параметры, относится достаточная частота дискретизации работы управляющего устройства, обеспечивающая при прочих равных характеристиках системы устойчивое функционирование объекта в рамках заданных регламентных ограничений технологического процесса.

1. ПОСТРОЕНИЕ ОСОБЕННОСТИ УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Для анализа зависимости устойчивости технологического процесса от частоты формирования управляющего сигнала и определения диапазона частот, обеспечивающих функционирование системы в рамках заданных ограничений, рассматривается динамика контролируемого параметра процесса как бифуркационная особенность типового вида.

Согласно заданным условиям, особенность зависит от частоты дискретизации управляющего устройства и влияния возмущающих воздействий на систему, обладая коразмерностью, равной двум. С учетом непрерывности и природного происхождения исследуемых процессов функциональная зависимость бифуркации должна быть непрерывно дифференцируема на всем множестве определения.

Тогда для рассматриваемой задачи исследуемую бифуркацию удобно представить в виде особенности Уитни типа «сборка» [11]. Функциональное отображение данной особенности определяется следующим образом:

$$f(x, g(\omega)) = x^3 + g(\omega)x,$$

где $f(x)$ – распределение управляемого параметра, приведенное к нормализованной форме; $x \in [-1; 1]$ – нормализованный спектр эквивалентного возмущения, характеризующий результирующее действие всех внешних факторов системы на управляемую величину; $g(\omega)$ – функция частотного множителя; ω – частота дискретизации, характеризующая временную периодичность управляющего сигнала.

Согласно свойствам особенности при $g(\omega) > 0$ управляющая система находится в неустойчивом состоянии: $f(x, g(\omega))$ не имеет невырожденных критических точек, функция непрерывно возрастает на всей области определения [12]. При $\omega = \omega_s$: $g(\omega) = 0$, где ω_s – достаточная частота временной дискретизации алгоритмов управляющего устройства, система проходит через точку бифуркации S , находясь в равновесном состоянии. При $g(\omega) < 0$ система приходит в устойчивое положение, образуя особенность с двумя стационарными точками.

Для количественного описания наблюдаемых реальных процессов функция частотного множителя $g(\omega)$, не имеющая строгого математического описания, может быть построена методом кусочно-линейной аппроксимации на исторических данных функционирования управляемого объекта. Тогда с учетом обратной зависимости запаса по

устойчивости и частоты ω , согласно которой устойчивость системы обеспечивается в диапазоне $\omega \in (\omega_s; +\infty)$, функция частотного множителя для исследуемого участка режима работы системы примет вид

$$g(\omega) = -\omega + \omega_s.$$

В этом случае особенность преобразуется к виду

$$f(x, \omega) = x^3 + (\omega_s - \omega)x.$$

Путем приведения распределения $f(x, \omega)$ от нормализованных величин к величинам, выраженным в исходных единицах измерения,

$$y(x, \omega) = \alpha f(x, \omega) + M_y,$$

где α – коэффициент нормализации, M_y – математическое ожидание $y(x, \omega)$, получен конечный вид поверхности:

$$y(x, \omega) = \alpha(x^3 + (\omega_s - \omega)x) + M_y. \quad (1)$$

Проекция сборки $y(x, \omega)$ на плоскость (y, ω) образует множество критических точек y_s с вершиной в начальной точке бифуркации S . Рассматриваемое бифуркационное множество формирует границы ветвей кривых равновесного состояния, для расчета которых, согласно определению, необходимо привести к нулю производную $y'_x(x, \omega)$ [13]:

$$3x^2 + \omega_s - \omega = 0.$$

Путем подстановки полученного условия в формулу (1) определяется общий вид уравнения бифуркационного множества исследуемой управляющей системы:

$$y_s(\omega) = M_y \pm 2\alpha \left(\frac{\omega - \omega_s}{3} \right)^{3/2}, \quad \omega \geq \omega_s. \quad (2)$$

Графическая характеристика полученной особенности представлена на рис. 1.

Значения параметров ω_s и α , характеризующие устойчивость управляющей системы, определяются эмпирически по историческим данным поведения замкнутого контура при различных частотах ω . Согласно принципу соответствия числа степеней свободы необходимому количеству уравнений для идентификации параметров ω_s и α необходимо и достаточно получить статистическую выборку, содержащую наборы исторических данных для двух режимов работы при различных частотах функционирования управляющей системы ω_1 и ω_2 : $y_1(x_1, \omega_1)$; $y_2(x_2, \omega_2)$, где y_1 и y_2 – регистрируемые состояния контролируемого параметра при внешних возмущающих воздействиях x_1 и x_2 соответственно. В этом случае образуется система уравнений

$$\begin{cases} y_1 = \alpha(x_1^3 + (\omega_s - \omega_1)x_1) + M_y, \\ y_2 = \alpha(x_2^3 + (\omega_s - \omega_2)x_2) + M_y. \end{cases}$$

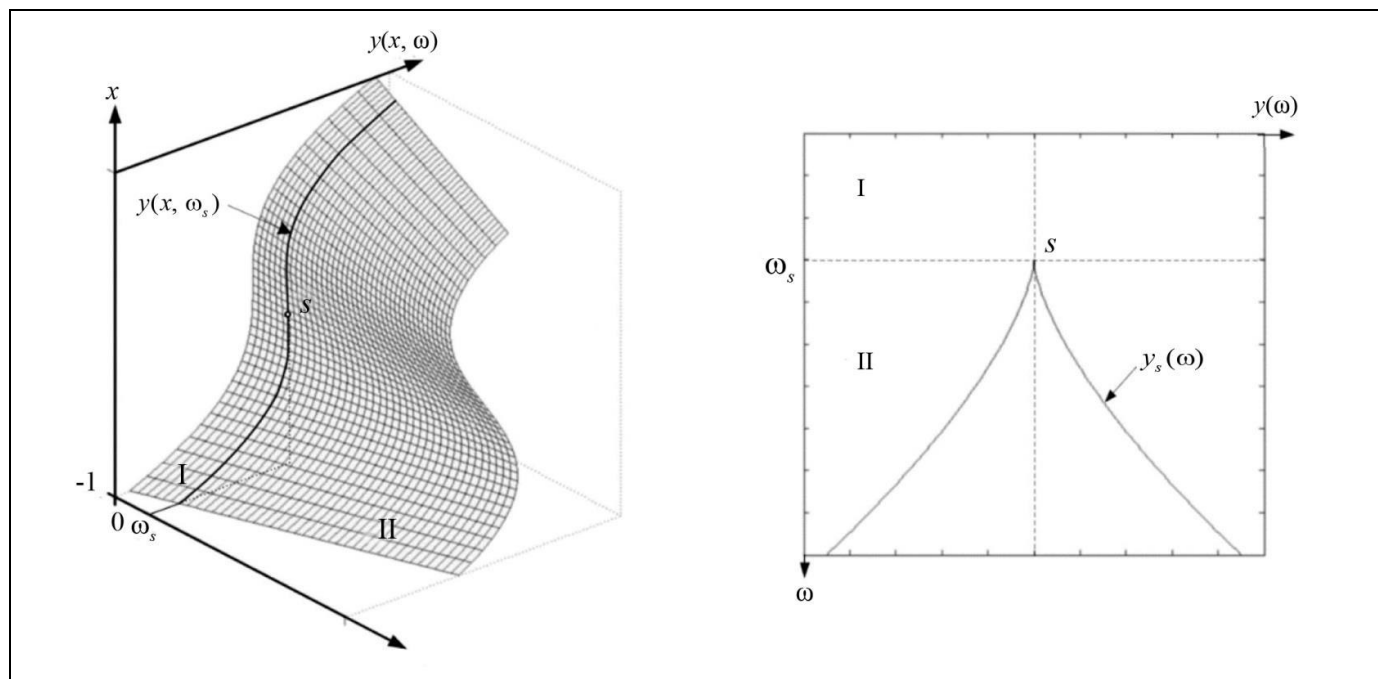


Рис. 1. Общий вид особенности управляющей системы: s – точка бифуркации, I – область неустойчивого состояния, II – область устойчивого состояния

После ряда преобразований из этой системы несложно получить выражения для определения значений параметров ω_s и α соответственно:

$$\omega_s = \frac{(y_1 - M_y)(x_2 \omega_2 - x_2^3) - (y_2 - M_y)(x_1 \omega_1 - x_1^3)}{(y_1 - M_y)x_2 - (y_2 - M_y)x_1}. \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{(y_1 - M_y)x_2 - (y_2 - M_y)x_1}{x_1 x_2 (x_1^2 - x_2^2 - \omega_1 + \omega_2)}. \quad (4)$$

Расчет значений параметров ω_s и α удобно производить в точках максимального выброса регулируемого параметра: y_1, y_2 для соответствующих частот ω_1 и ω_2 . Данные отклики выходного сигнала соответствуют значениям границ нерегистрируемого спектра результирующего возмущающего воздействия системы в нормализованном виде: $|x_{1,2}| = 1$. Знак $x_{1,2}$ определяется в зависимости от положения соответствующей точки выброса регулируемой величины относительно математического ожидания выборки M_y .

2. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ОСОБЕННОСТИ ДЛЯ РЕАЛЬНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

В качестве примера построения бифуркационной особенности и оценки достаточной частоты дискретизации управляющего сигнала автоматизированной системы рассмотрен технологический процесс исчерпывающей части ректификационной колонны К-2 узла разделения производства этилбензола, стирола и полистирола (ПЭСП). Ис-

следуемый узел состоит из трех колонн – К-1, К-2, К-3 – предназначенных для разделения углеводородного конденсата (УВК), поступающего с блока дегидрирования этилбензола на стирол-сырец и бензол-толуол-этилбензольную фракцию, очистки товарного стирола от более тяжелых фракций – кубовых остатков ректификации стирола (КОРС) – и разделения бензол-толуол-этилбензольной фракции на возвратный этилбензол и бензол-толуольную фракцию (бентол) соответственно. На рис. 2 отражена общая схема основных материальных потоков ректификационного узла производства этилбензола, стирола и полистирола.

Проблема поддержания технологического режима исчерпывающей части колонны К-2 заключается в решении задачи многомерного управления – стабилизации уровня жидкой фазы в кубе (L1001) с ограничением по предельно допустимому значению температурного профиля колонны (T1001), обусловленным началом реакции полимеризации стирола. Основным управляющим воздействием является подача перегретого пара в теплообменный аппарат Т-2 (FIC001), предназначенный для подогрева кубовой фракции; откачка высококипящих компонентов из куба колонны (FIC002) зафиксирована на минимальном значении ввиду сопутствующих потерь товарного стирола, содержащегося в смеси. Ключевым возмущающим воздействием для рассматриваемой системы автоматического управления является количественно нерегистрируемое изменение состава поступающего углеводородного сырья.

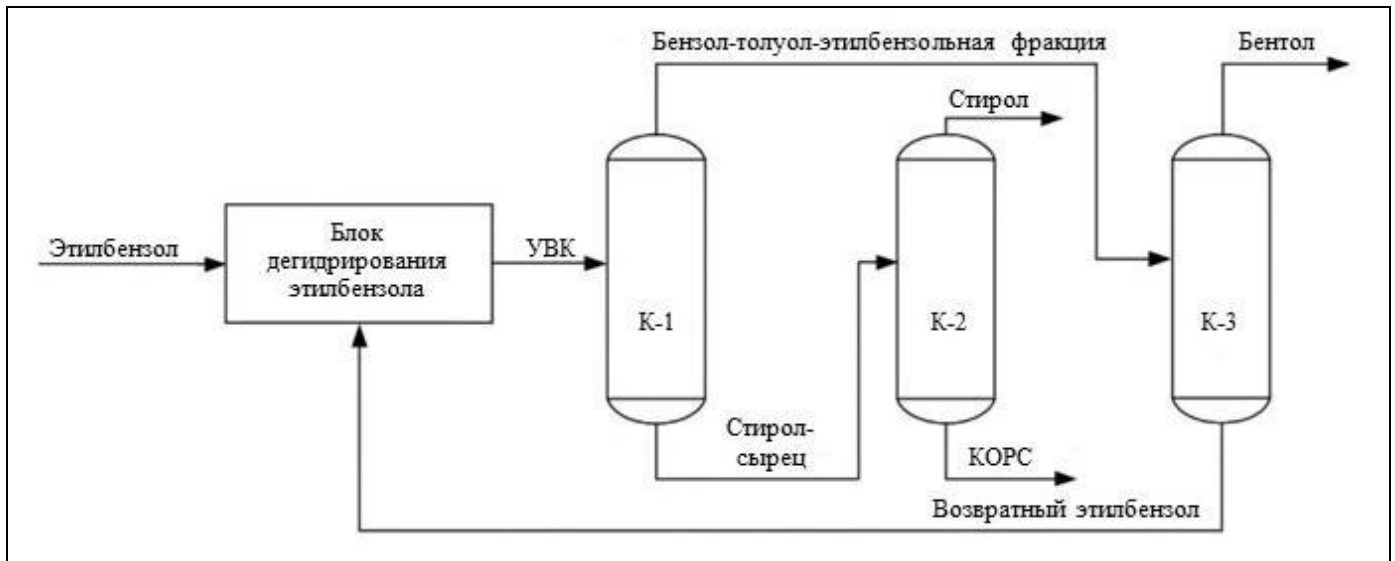


Рис. 2. Схема ректификационного блока

Поведение технологического объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n_1} a_{1i} \frac{\partial^i \Delta L(t)}{\partial t^i} = \\ = \sum_{j=0}^{m_1} b_{1j} \frac{\partial^j \Delta F(t - \tau_{11})}{\partial t^j} + \sum_{k=0}^{q_1} c_{1k} \frac{\partial^k \Delta Q(t - \tau_{12})}{\partial t^k}, \\ \sum_{i=0}^{n_2} a_{2i} \frac{\partial^i \Delta T(t)}{\partial t^i} = \\ = \sum_{j=0}^{m_2} b_{2j} \frac{\partial^j \Delta F(t - \tau_{21})}{\partial t^j} + \sum_{k=0}^{q_2} c_{2k} \frac{\partial^k \Delta Q(t - \tau_{22})}{\partial t^k}, \end{cases} \quad (5)$$

где L – уровень жидкой фазы в колонне К-2; F – расход пара в аппарате Т-2; Q – количественный состав питания колонны; T – температура куба в колонне К-2; a, b, c – коэффициенты дифференциальных уравнений; n, m, k – порядок многочленов ($n > m, n > k$); τ – временное запаздывание динамических каналов.

Для поддержания технологического режима в заданных регламентных ограничениях реализована система автоматизированного управления с прогнозирующей моделью (англ. *Model Predictive Control*, MPC) [14]. Применяемая модель представлена в форме матричной передаточной функции, аппроксимирующей реальное поведение технологического процесса согласно эмпирическим переходным характеристикам исследуемых каналов передачи (5). Общая функциональная схема автоматического управления технологическим режимом исчерпывающей части колонны К-2 представлена на рис. 3.

Ввиду относительно малых габаритных размеров колонны и высокой скорости массообменных

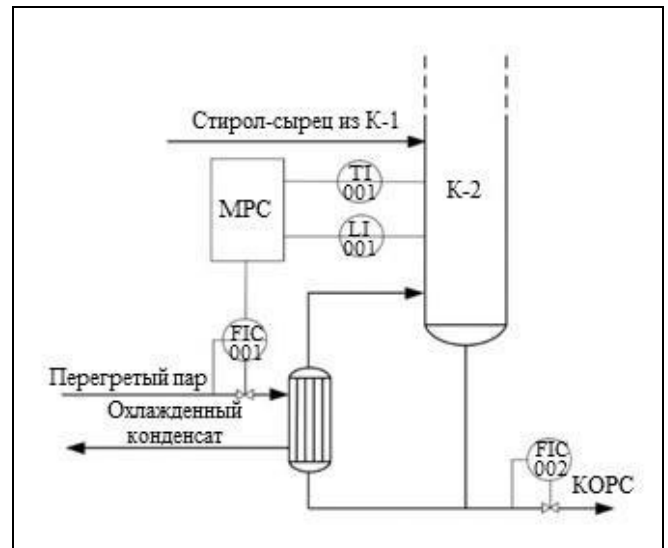


Рис. 3. Схема управления исчерпывающей частью колонны К-2

процессов ректификационная колонна К-2 обладает низкими инерционными свойствами. На рис. 4 отображено изменение уровня кубовой жидкости в колонне при различных частотах дискретизации управления технологическим режимом. На частоте $\omega_1 = 0,1/\text{мин}$ наблюдаются скачкообразные изменения уровня кубовой жидкости со средним квадратичным отклонением (СКО), равным 7,29%, определяющие возможность аварийного останова производственного участка: отключение насосного оборудования при полной откачке кубовой фракции из колонны. При прочих равных значениях параметров системы на частоте $\omega_2 = 1/\text{мин}$ флуктуации уровня жидкой фазы в колонне с СКО, равным 4,33%, носят допустимый характер – техноло-

гический процесс находится в устойчивом состоянии.

Для построения бифуркационной особенности системы по рассматриваемому набору исторического массива, образующего показательную выборку, определены необходимые начальные данные. С этой целью рассмотрены максимальные отклонения уровня жидкой фазы в колонне К-2 относительно значения математического ожидания $M_y = 88,75\%$ при функционировании системы с частотами $\omega_1 = 0,1/\text{мин}$ и $\omega_2 = 1/\text{мин}$: $y(x_1, \omega_1) = 55,29\%$, $x_1 = -1$; $y(x_2, \omega_2) = 82,32\%$, $x_2 = -1$.

Согласно полученным ранее формулам (3), (4) определены значения параметров, задающие количественные свойства рассматриваемой бифуркации: $\omega_s = 0,22/\text{мин}$, $\alpha = 30,03$. Тогда конечный вид особенности управляющей системы исчерпывающей части ректификационной колонны К-2 и соответствующая функция бифуркационного множества примут вид (рис. 5):

$$y(x, \omega) = 30,03(x^3 + (0,22 - \omega)x) + 88,75,$$

$$y_s(\omega) = 88,75 \pm 60,07 \left(\frac{0,22 - \omega}{3} \right)^{3/2}, \quad \omega \geq 0,22.$$



Рис. 4. Уровень кубовой жидкости в кубе К-2

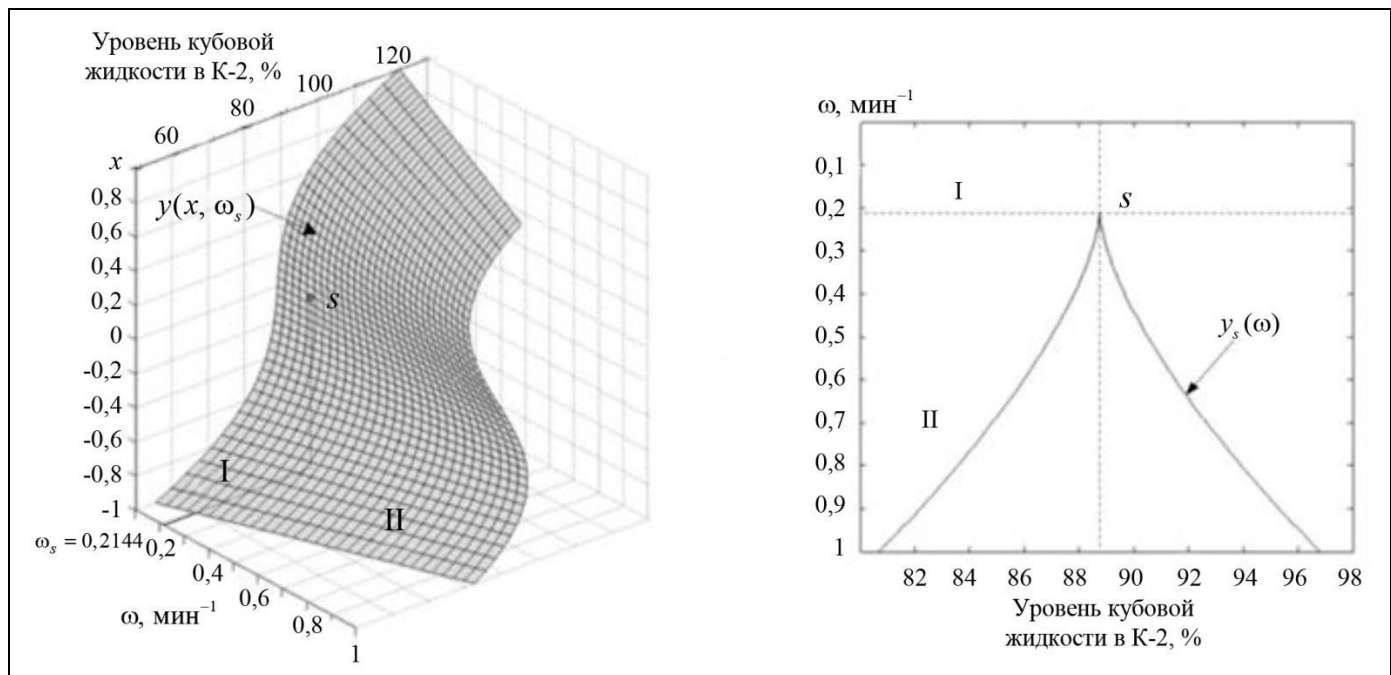


Рис. 5. Бифуркационная особенность исчерпывающей части ректификационной колонны К-2: s – точка бифуркации, I – область неустойчивого состояния, II – область устойчивого состояния

Результаты построения бифуркационной особенности для определения достаточной частоты дискретизации управляющего сигнала косвенно подтверждаются динамическими характеристиками рассматриваемой реальной системы стабилизации материального баланса исчерпывающей части ректификационной колонны К-2. По каналу управляющего воздействия (см. рис. 3) величина запаздывания $\tau_e \approx 5$ мин, поэтому допустимая частота дискретизации эмпирически определяется выражением $\omega_e = \tau_e^{-1} \approx 0,2$ мин⁻¹. Аналитическое решение, полученное методом бифуркационных диаграмм, определило значение достаточной частоты дискретизации $\omega_s \geq 0,22$ мин⁻¹.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный метод построения бифуркационных особенностей динамических систем на основании исторических данных применен для оценки устойчивого функционирования системы управления материальным балансом исчерпывающей части ректификационной колонны очистки товарного стирола производства ПЭСИ. Достаточная частота дискретизации управляющего сигнала, обеспечивающая работоспособность системы в рамках допустимых регламентных ограничений параметров технологического процесса, составила 0,22 мин⁻¹.

Предложенный подход к построению бифуркационных особенностей управляющих систем и расчета области устойчивого состояния химико-технологического объекта является оценочным и позволяет провести предварительные вычисления для определения оптимального временного такта функционирования управляющей системы с учетом динамических свойств управляемого объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зиненко А.В.* Теория катастроф и ценовая динамика // Экономика и математические методы. – 2018. – Т. 54, № 4. – С. 116–123. [Zinenko, A.V. Catastrophe Theory and Price Dynamics // Economic and Mathematical methods. – 2018. – Vol. 54, no. 4. – P. 116–123. (In Russian)]
2. *Неделько Н.С.* Использование теории катастроф к анализу поведения экономических систем // Вестник МГТУ. – 2010. – Т. 13, № 1. – С. 223–227. [Nedelko, N.S. Catastrophe Theory and Analysis of Economic Systems Behavior // Vestnik of MSTU. – 2010. – Vol. 13, no. 1. – P. 223–227. (In Russian)]
3. *Schmitt, N., Tramontana, F., Westerhoff, F.* Nonlinear Asset-price Dynamics and Stabilization Policies // Nonlinear Dynamics. – 2020. – No. 102. – P. 1045–1070.
4. *Мужиков Г.П., Гилев М.А.* Анализ динамических систем с использованием элементов теории бифуркаций // Современный тенденции развития и перспективы внедрения инновационных технологий в машиностроении, образовании и экономике. – 2017. – Т. 3, № 1 (2). – С. 35–37. [Muzhikov, G.P., Gilev, M.A. Analysis of Dynamic Systems Using Elements of the Theory of Bifurcations // Economic and Mathematical Methods. – 2017. – Vol. 3, no. 1 (2). – P. 35–37. (In Russian)]
5. *Qin, L., Qin, H., Xing, J.* Energy Flow Characteristics of Friction-Induced Nonlinear Vibrations in a Water-Lubricated Bearing-Shaft Coupled System // Acta Mechanica Sinica. – 2021. – No. 37. – P. 679–704.
6. *Skorobogatov, S.M.* Catastrophes and Serviceability of Reinforced Concrete Structures (Classification and Elements of Theory). – Ekaterinburg: Ural'skii gosudarstvennyi universitet putei soobshcheniya, 2020. – 532 p.
7. *Hassard, B., Kazarinov, D., Wan, Y.* Theory and Applications of Hopf Bifurcation. – Cambridge: Cambridge University Press, 1982. – 320 p.
8. *Острейковский В.А.* Анализ устойчивости и управляемости динамических систем методами теории катастроф. Учебное пособие. – М.: Высшая Школа, 2005. – 560 с. [Ostreikovskii, V.A. Analiz ustoichivosti i upravlyaemosti dinamicheskikh sistem metodami teorii katastrof. Uchebnoe posobie. – Moscow: Vysshaya Shkola, 2005. – 560 s. (In Russian)]
9. *Черешко А.А., Шундерюк М.М.* Границы применимости алгоритмов усовершенствованного управления с прогнозирующей моделью в условиях неопределенности объекта управления // Проблемы управления. – 2020. – № 1. – С. 17–23. [Chereshko, A.A., Shunderyuk, M.M. Applicability Limits of Model-Based Predictive Control Algorithms Under Uncertain Control Object Dynamics // Control Sciences. – 2020. – No. 1. – P. 17–23. (In Russian)]
10. *Бахтмадзе Н.Н., Лотоцкий В.А.* Современные методы управления производственными процессами // Проблемы управления. – 2009. – № 3. – С. 56–63. [Bakhtadze, N.N., Lototskii, V.A. Contemporary Methods of Production Process Control // Control Sciences. – 2009. – No. 3. – P. 56–63. (In Russian)]
11. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 128с. [Arnold, V.I. Catastrophe Theory. – Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1990. – 128 s. (In Russian)]
12. *Iooss, G., Joseph, D.* Elementary Stability and Bifurcation Theory. – New York: Springer, 2014. – 286 p.
13. *Москаленко А.В., Тетюев Р.К., Махортых С.А.* О состоянии исследований бифуркационных феноменов памяти и запаздывания // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2019. – № 109. – С. 1–44. [Moskalenko, A.V., Tetuev, R.K., Makhortyk, S.A. On Studies of Bifurcation Phenomena such as Memory and Delay // Preprinty IPM im. M.V. Keldysha. – 2019. – No. 109. – P. 1–44. (In Russian)]
14. *Работников М.А.* Стратегия реализации управления материальным балансом исчерпывающей части ректификационной колонны получения стирола // Химия. Экология. Урбанистика.: материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Пермь, 2021. – Т. 4. – С. 242–246. [Rabotnikov, M.A. Strategy of Material Balance Control Implementation of the Styrene Rectifying Column Bottom // Chemistry. Ecology. Urbanism.: Pro-



ceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference. – Perm, 2021. – Vol. 4 – P. 242–246. (In Russian)]

Статья представлена к публикации руководителем РРС
Б.Г. Ильясовым.

Поступила в редакцию 1.03.2022,
после доработки 11.09.2022.
Принята к публикации 16.12.2022.

Работников Михаил Алексеевич – ассистент
✉ robotnikovma@gmail.com,

Стафейчук Борис Григорьевич – канд. техн. наук,
✉ bgstaf@mail.ru,

Шумихин Александр Георгиевич – д-р техн. наук,
✉ shumichin@gmail.com,

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

ESTIMATING INDUSTRIAL PROCESS STABILITY BY WHITNEY'S SINGULARITY THEORY WHEN CHOOSING A SUFFICIENT TIME-SAMPLING FREQUENCY OF THE CONTROL SIGNAL

M.A. Robotnikov¹, B.G. Stafeichuk², and A.G. Shumikhin³

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

¹✉ robotnikovma@gmail.com, ²✉ bgstaf@mail.ru, ³✉ shumichin@gmail.com

Abstract. In this paper, we estimate the stability of continuous-type automated industrial processes and choose a sufficient time-sampling frequency of the control signal using Whitney's singularity theory. The proposed stability analysis approach is based on constructing typical bifurcations for the historical data of a technological object under different time-sampling frequencies of its control signal. The singularity equation serves for obtaining the equation of the equilibrium state curves of the system and a sufficient time-sampling frequency of the control signal corresponding to the vertex of the resulting curve. As an illustrative example, the developed method is applied to the control system of the mass balance stripping section in the purification process of a styrene distillation column of the ethylbenzene, styrene, and polystyrene plants. Based on the quantitative analysis results, we construct a bifurcation and determine a sufficient time-sampling frequency of the control signal to ensure system stability.

Keywords: catastrophe theory, bifurcation, dynamical systems, stability criteria.

АНАЛИЗ СТРЕССОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА УСЛОВИЯ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ПОИСКОВЫХ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.И. Алчинов, И.Н. Гороховский

Аннотация. Развивается тема прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем (ПГИС КЭНС), концепция которой была опубликована авторами ранее. Показано, что такая прикладная система может быть настроена на проведение вычислительных экспериментов с компьютерными моделями существующих и находящихся на различных этапах разработки КЭНС без программирования на универсальных языках. Жесткие требования к надежности КЭНС повышают роль тестирования их моделей при наличии стрессовых воздействий. При стрессовом тестировании оценивается негативное влияние неучтенных при проектировании КЭНС видов воздействий на условия автономной навигации (маскировка ориентиров, искажение границ объектов местности и т. п.) в районах применения. Описаны критические для КЭНС виды стрессовых воздействий, исключающие эффективное решение КЭНС своей задачи. Необходимость обеспечения устойчивости к таким воздействиям является мощным стимулом развития всех элементов КЭНС: датчиков геофизических полей, бортовых алгоритмов, процедур подготовки КЭНС к решению своей задачи в районах применения. Математическая модель приближения обобщенными ступенчатыми функциями, предложенная в предыдущей статье, применена для анализа критических стрессовых воздействий на функционирование КЭНС. Рассмотрены важнейшие источники исходных данных о приближаемой функции – компьютерные имитационные модели съемочных систем различных типов. Дальнейшее развитие получила математическая модель стрессовых воздействий на КЭНС, реализующих методы совмещения изображений по критерию взаимной корреляции.

Ключевые слова: поисковая корреляционно-экстремальная навигационная система, съемочная система, компьютерная имитационная модель, стрессовое воздействие, стрессовое тестирование, приближение функций, обобщенная ступенчатая функция, эталонное изображение, текущее изображение.

ВВЕДЕНИЕ

Основным средством контроля пространственного положения наземных, воздушных, морских и космических объектов является инерциальная навигационная система (ИНС). Она контролирует координаты, скорость и угловое положение аппаратов относительно вертикали места. Одно из главных достоинств ИНС – это ее автономность. Однако с течением времени движения нарастают ошибки в определении навигационных параметров, поэтому показания ИНС необходимо

корректировать, например, с использованием спутниковых навигационных систем (СНС). При этом автономность – очень важное качество любого движущегося объекта – теряется [1, 2]. Более широкими возможностями в этом отношении обладают, например, поисковые корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС), использующие обзорно-сравнительные методы автономной навигации. Такие системы применяются для уточнения в автономном режиме сведений о местоположении, ориентации и других параметрах движущегося объекта, поступающих от



основной навигационной системы – ИНС. Эти сведения используются системой управления для компенсации отклонений параметров движения объекта с целью удержания его на заданном маршруте. Поисковые КЭНС решают свою задачу посредством проверки гипотез о значениях параметров движения с помощью методов совмещения текущего изображения участка местности (ТИ), полученного бортовой съемочной системой (СС), с фрагментами эталонного изображения (ЭИ) района применения системы. Эталонные изображения готовятся заблаговременно и заносятся в память бортового вычислителя. В процессе поиска фрагмента ЭИ, близкого по содержанию к ТИ в смысле используемой в бортовом алгоритме функции близости, используется регулярная сетка сдвигов рамки, выделяющей очередной фрагмент ЭИ. Проверяются гипотезы о равенстве значений искомых параметров значениям в узлах сетки. Принимается гипотеза, для которой функция близости максимальна. Применяются глобальные схемы поиска, градиентные из арсенала методов поиска экстремума числовой функции и их сочетания [3].

Корреляционно-экстремальные навигационные системы обеспечивают:

- ориентацию относительно реальной поверхности Земли без привязки к общеземной системе координат, занимая мало места в эфире, воздушном, наземном, морском и космическом пространствах;

- высокоточную автономную навигацию, точность которой зависит в основном от точности используемых карт и способов их обработки;

- высокую или полную помехоустойчивость и скрытность функционирования без затрат на эксплуатацию и восстановление навигационных полей;

- отсутствие негативного влияния на экологическую обстановку.

Корреляционно-экстремальные навигационные системы относятся к классу наиболее устойчивых и надежных систем.

При работе КЭНС совмещение изображений должно выполняться на основе множества признаков, описывающих ЭИ и ТИ, независимых от маршрутов полета, высот и углов подхода к участку коррекции ИНС. Используемые признаки должны быть инвариантны к возможным взаимным преобразованиям: сдвигам, повороту и изменению масштаба изображений.

Анализ методов определения координат на основе корреляционного совмещения изображений

показал, что они используются в КЭНС в заранее известном множестве направлений движения к заданной точке и целью является конечная точка в виде некоторой зоны. Для надежной работы КЭНС должны использоваться корреляционные функции, чувствительные к взаимному повороту, сдвигу и изменению масштаба сравниваемых изображений. Для формирования ЭИ в КЭНС используются специальные технологии обработки предварительно полученных снимков и карт.

В настоящее время для формирования управляющих воздействий в современных системах технического зрения (СТЗ) получают необходимые данные для коррекции текущих координат местоположения летательных аппаратов (ЛА). Это позволяет разгрузить экипаж от ряда функций по обработке информации и управлению ЛА, что достигается с применением КЭНС путем использования информации от многих датчиков (съемочных систем СС): телевизионной камеры, тепловизора, лидара (для обнаружения малозаметных объектов в плохую погоду и в ночное время) и радиолокатора. Информация, поступающая от этих датчиков, подвергается фильтрации, сегментации, выделению контуров с последующей классификацией наиболее существенных объектов местности и обработкой совместно с картографической информацией. Совместная обработка всей информации позволяет получать наиболее подробную информацию о среде функционирования КЭНС, при этом благодаря объединению гетерогенной информации значительно повышается достоверность обнаружения и идентификации объектов [2].

Настоящая статья продолжает тему создания прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем (ПГИС КЭНС), концепция которой изложена авторами в одноименной публикации [4]. Эта система должна дать в руки специалистов в области автономной навигации движущихся объектов с помощью обзорно-сравнительных методов информационную технологию, позволяющую им без использования универсальных языков программирования создавать компьютерные модели как существующих, так и находящихся на различных этапах разработки вариантов КЭНС и процедур их настройки на работу в районах применения, а также проводить необходимые вычислительные эксперименты с этими моделями. На реализованном в ПГИС КЭНС специальном языке, приближенном к профессиональному для данной предметной области и с ис-

пользованием дружественного прикладного интерфейса специалист сможет настроить систему на решение конкретной задачи моделирования, получив доступ к необходимым ему готовым программным компонентам и геопространственным данным.

В работе [4] было показано, что жесткие требования к надежности КЭНС повышают роль тестирования компьютерных моделей этих систем в условиях стрессовых воздействий. В процессе стрессового тестирования оценивается негативное влияние неучтенных при проектировании КЭНС видов воздействий на условия автономной навигации в районах применения системы. Выявление критических для КЭНС видов стрессовых воздействий, исключающих эффективное решение ее задачи, стимулирует усовершенствование с их учетом всех элементов КЭНС: датчиков геофизических полей, бортовых алгоритмов, процедур подготовки КЭНС к решению своей задачи в районах применения. В § 1 статьи показано, что задача выявления критических для КЭНС видов стрессовых воздействий на условия автономной навигации в районе ее применения и задача подготовки этой КЭНС к работе в районе применения могут быть сформулированы в общем виде в рамках единой математической модели приближения обобщенных функций, предложенной в работе [4]. Обоснованы требования к составу программных компонентов, необходимых для отработки методов решения указанных задач в их развитии.

В статье [4] было доказано, что источником исходных данных о приближаемой функции при решении этих задач являются компьютерные имитационные модели съемочных систем КЭНС. В § 2 настоящей статьи предложены подходы к построению таких компьютерных моделей. В работе [4] была предложена математическая модель стрессовых воздействий на условия автономной навигации для частного случая поисковых КЭНС, бортовые алгоритмы которых реализуют процедуру совмещения эталонного изображения, созданного при подготовке КЭНС к работе в районе применения, и текущего изображения, полученного датчиком КЭНС в момент применения. Мерой близости двух изображений является коэффициент корреляции между ними. В § 3 настоящей статьи построена математическая модель значительно более эффективных стрессовых воздействий на условия автономной навигации в районах применения таких КЭНС.

1. ПОДГОТОВКА ПОИСКОВЫХ КЭНС К РАБОТЕ В РАЙОНЕ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТИЧЕСКИЕ ДЛЯ НИХ СТРЕССОВЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА УСЛОВИЯ АУТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ

В данной статье авторы продолжают формировать замысел ПГИС КЭНС, опираясь на математическую модель задачи настройки КЭНС на работу в заданном районе применения (РП), предложенной в работе [4]. Но предварительно расширим эту модель с учетом характера ее связей с критическими воздействиями.

Как и в статье [4], для наглядности иллюстрации и облегчения восприятия основных положений ограничимся поисковыми КЭНС, в которых СС фиксирует изображение S сцены на участке местности, а бортовой алгоритм уточняет плановые координаты $d = (X, Y)$ летательного аппарата (ЛА) в момент съемки. Это не повлияет ни на множество охваченных моделью вариантов КЭНС и процедур их настройки на решение своей задачи в РП, ни на общность полученных, теперь уже с учетом критических воздействий, результатов анализа модели и их практическую значимость для формирования замысла ПГИС КЭНС.

В соответствии с традиционным подходом задача настройки состоит в подготовке и записи в бортовую память КЭНС такой априорной (эталонной) информации ЭИ, сравнение которой с текущей информацией, полученной от бортовой обзорной съемочной системы по прибытии в РП, позволит бортовому вычислителю определить значения навигационных параметров движущегося объекта с заданной точностью. «Задача» же критического воздействия – помешать достижению этой цели. Обозначим эти задачи символами Z^+ и Z^- соответственно.

Математическая постановка задачи Z^+ оперирует следующими основными сущностями обзорно-сравнительного метода автономной навигации:

- Условия автономной навигации ЛА в районе применения КЭНС определяются функцией $f(S): M \rightarrow D$, где M – множество изображений S , которые могут поступить от СС на вход бортового алгоритма КЭНС в заданном РП, а D – множество местоположений $d \in D$, в которых ЛА может оказаться в момент съемки. Эта функция описывает объективно существующую связь между содержанием изображения («значением» «пере-



менной» $S \in M$) и местоположением летательного аппарата $d = (X, Y) \in D$ в момент «фиксации значения» S съемочной системой. Свойства этой связи могут способствовать или препятствовать применению обзорно-сравнительного метода автономной навигации.

• Источником исходной информации $I_0 \{f(S): M \rightarrow D\}$ об этой функции при решении задачи настройки КЭНС на работу в РП может служить компьютерная модель СС, которая после адаптации к РП имитирует работу СС в этом районе: $I_0 \{f(S): M \rightarrow D\} = \hat{f}^{-1}(\theta)(d, p): D \times P \rightarrow M$, где $\theta \in \Theta$ – обобщенный параметр, значение которого постоянно для всех $d \in D, p \in P$. Адаптация состоит в задании этого конкретного «значения». Его «физический смысл» станет ясен из дальнейшего, $p \in P$ – это учтенные при моделировании СС возмущающие параметры, сведенные в один обобщенный параметр p с областью допустимых значений P . Выбор множеств D и P возможных значений уточняемого и мешающего параметра и имеется в виду при употреблении краткого выражения «выбор РП». Отметим, что \hat{f}^{-1} реализует функцию, обратную к $f(S): M \rightarrow D$, что и отражено в ее обозначении, а компьютерная имитационная модель СС реализует параметрическое семейство таких функций $\{\hat{f}^{-1}(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$.

• Бортовой вычислитель КЭНС можно рассматривать как техническую реализацию параметрического семейства однозначных функций $\{\hat{f}(\alpha)(S)\}_{\alpha \in A}$, где $\hat{f}(\alpha)(S): M \rightarrow \hat{D}$ – конкретная функция из этого семейства, выбор которой в процессе настройки КЭНС однозначно определяется значением обобщенного параметра $\alpha \in A$.

В работе [4] было показано, что простейшие приближающие кусочно-постоянные (ступенчатые) функции одной переменной могут быть обобщены и применены для приближения функций вида $f(S): M \rightarrow D$. Разбиениям числовой оси на отрезки в этом случае соответствуют разбиения множества изображений M на классы. Было установлено, что некоторые актуальные проблемы КЭНС целесообразно решать, применяя иерархические разбиения множества на классы и подклассы. Для обобщенных ступенчатых функций при равном числе подклассов у всех классов одного

уровня иерархического разбиения в статье [4] было получено аналитическое выражение

$$\hat{f}(S) = \sum_{i_1=1}^{l_1} \chi_{i_1}(\pi(S)) \sum_{i_2=1}^{l_{i_1}} \chi_{i_2}(\pi_{i_1}(S)) \dots \sum_{i_r=1}^{l_{i_2 \dots i_{r-1}}} \chi_{i_r}(\pi_{i_2 \dots i_{r-1}}(S)) \hat{d}_{i_2 \dots i_r}.$$

Обобщим его, сняв ограничение на число подклассов:

$$\hat{f}(S) = \sum_{i_1=1}^l \chi_{i_1}(\pi(S)) \sum_{i_2=1}^{l_{i_1}} \chi_{i_2}(\pi_{i_1}(S)) \dots \sum_{i_r=1}^{l_{i_2 \dots i_{r-1}}} \chi_{i_r}(\pi_{i_2 \dots i_{r-1}}(S)) \hat{d}_{i_2 \dots i_r}. \quad (1)$$

Тогда задача Z^+ может быть сформулирована как задача приближения функций.

Постановка задачи Z^+ . Функция $f(S): M \rightarrow D$ задана обратной к ней функцией $\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p): D \times P \rightarrow M$, где $\theta \in \Theta$ – параметр, значение которого постоянно для всех $d \in D, p \in P$, т. е. однозначно определяется выбором множеств D и P возможных значений уточняемого и мешающего параметра соответственно. Задано параметрическое семейство обобщенных ступенчатых функций $\{\hat{f}(\alpha)(S)\}_{\alpha \in A}$ вида (2) и положительное число ε – допустимая ошибка КЭНС. Найти $\alpha^* \in A$, такое, чтобы $\rho_M(\hat{f}(\alpha^*)(S), f(S)) \leq \varepsilon$, где ρ_M – метрика в пространстве функций, заданных на множестве M и принимающих значения в множестве D .

Так как мы временно ограничились множеством $D \subset R^2$, то для фиксированного изображения S ответ \hat{d} можно считать правильным, если $\rho(\hat{d}, d) \leq \varepsilon$, где ρ – функция расстояния между двумя точками плоскости R^2 .

Сущность планирования и реализации критических стрессовых воздействий состоит в следующем. Предположим, что задача Z^+ решена. Это означает, что по прибытии в РП и получении изображения S система вычислит значение функции $\hat{f}(\alpha^*)(S) = \hat{d}$ и выдаст его в качестве ответа. Пусть правильный ответ равен d . Тогда стрессовое воздействие будет критическим, если его реализация обеспечит выполнение условия $\rho(\hat{d}, d) > \varepsilon$ для

всех возможных в РП входных изображений S . В соответствии с приведенным выше представлением сущностей обзорно-сравнительного метода автономной навигации воздействию подвергается функция $f(S): M \rightarrow D$. При этом источником данных для принятия решения о значениях параметров этого воздействия является $\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p): D \times P \rightarrow M$. Эффект от воздействия определяется тем, что вместо данных об измененных условиях автономной навигации при решении задачи Z^+ были использованы «устаревшие» данные об условиях, имевших место до воздействия. Следовало использовать не $\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p)$, а $(R \cdot \hat{f}^{-1}(\theta))(d, p)$, где R – оператор преобразования устаревшей функции $\hat{f}^{-1}(\theta)$ в актуальную, учитывающую воздействие.

Тогда задача Z^- в общем виде формулируется так:

Постановка задачи Z^- . Функция $f(S): M \rightarrow D$ задана обратной к ней функцией $\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p): D \times P \rightarrow M$, где $\theta \in \Theta$ – параметр, значение которого известно. Известно также решение $\hat{f}(\alpha^*)(S): M \rightarrow \hat{D}$ соответствующей задачи Z^+ . Найти такой оператор R , что $\rho(\hat{f}(\alpha^*)(\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p)), \hat{f}(\alpha^*)(R \cdot \hat{f}^{-1}(\theta)(d, p))) > \varepsilon$
 $\forall (d, p) \in D \times P$.

Рассмотрим частный случай этой задачи, позволяющий уточнить смысл общих выражений и продвинуться при этом в развитии концепции ПГИС КЭНС. В выражении (1) ограничим число r уровней иерархического разбиения на классы и подклассы двумя, а предварительные преобразования изображений временно исключим из анализа, т. е. $\pi(S) = S$, $\pi_{i_2 \dots i_{r-1}}(S) = S$. Тогда имеем:

$$M = \bigcup_{i=1}^l K_i, \text{ где } K_m \cap K_n = \emptyset \quad \forall m, n \in [1, l], m \neq n,$$

$$K_i = \bigcup_{j=1}^{l_i} K_{ij}, \text{ где } K_{im} \cap K_{in} = \emptyset$$

$$\forall i = 1, \dots, l \text{ и } m, n \in [1, l_i], m \neq n,$$

$$\hat{f}(S) = \sum_{i=1}^l \chi_i(S) \sum_{j=1}^{l_i} \chi_{ij}(S) \hat{d}_{ij}. \quad (2)$$

Представим выражение (2) в векторной форме, используя угловые скобки для обозначения скалярного произведения обобщенных векторов:

$$\hat{f}(S) = \langle \chi(S), \hat{f}(S) \rangle, \quad (3)$$

где

$$\chi(S) = (\chi_1(S), \chi_2(S), \dots, \chi_l(S)),$$

$$\hat{f}(S) = (\hat{f}_1(S), \hat{f}_2(S), \dots, \hat{f}_l(S)),$$

$$\hat{f}_i(S) = \sum_{j=1}^{l_i} \chi_{ij}(S) \hat{d}_{ij} = \langle \chi_i(S), \hat{\mathbf{d}}_i \rangle,$$

$$\chi_i(S) = (\chi_{i1}(S), \chi_{i2}(S), \dots, \chi_{il_i}(S)),$$

$$\hat{\mathbf{d}}_i = (\hat{d}_{i1}, \hat{d}_{i2}, \dots, \hat{d}_{il_i}),$$

$$i = 1, \dots, l.$$

Заметим, что $\hat{f}_i(S)$ есть приближающие функции для сужений функции $f(S): M \rightarrow D$ на подмножества $K_i \in M$.

Векторную функцию $\hat{\mathbf{f}}(S)$ можно записать «покоординатно»

$$\hat{\mathbf{f}}(S) = (\langle \chi_1(S), \hat{\mathbf{d}}_1 \rangle, \langle \chi_2(S), \hat{\mathbf{d}}_2 \rangle, \dots, \langle \chi_l(S), \hat{\mathbf{d}}_l \rangle)$$

и представить выражение (3) в следующем виде:

$$\hat{f}(S) = \langle \chi(S), (\langle \chi_1(S), \hat{\mathbf{d}}_1 \rangle, \langle \chi_2(S), \hat{\mathbf{d}}_2 \rangle, \dots, \langle \chi_l(S), \hat{\mathbf{d}}_l \rangle) \rangle. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что от входного изображения зависят только векторные функции $\chi(S)$ и $\chi_i(S)$. Но любой алгоритм вычисления таких функций по определению есть алгоритм распознавания [5]. Для алгоритмов распознавания доказано, что любой из них может быть представлен как применение к изображению S распознающего оператора $\mathbf{B}(S)$, а к результату – решающего правила $\mathbf{C}(\mathbf{B}(S))$ – [5]. Отметим, что алгоритмы распознавания используют наборы признаков распознаваемого объекта, извлекая их из поступивших от СС изображений S посредством их предварительных преобразований. Откажемся от их временного исключения из анализа. Тогда в выражении (4) имеем:

$$\chi(S) = \mathbf{C}(\mathbf{B}(\pi(S))),$$

где $\mathbf{B}(\pi(S)) = (b_1(\pi(S)), b_2(\pi(S)), \dots, b_l(\pi(S)))$, $b_i(\pi(S))$ – числовая мера близости изображения к классу $K_i \in M$; $\mathbf{C}(b_1(\pi(S)), b_2(\pi(S)), \dots, b_l(\pi(S))) = (c_1, c_2, \dots, c_l)$, где $c_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, \dots, l$; $\chi_i(S) = \mathbf{C}_i(\mathbf{B}_i(\pi(S)))$, \mathbf{B}_i и \mathbf{C}_i , где $i = 1, \dots, l$, описываются аналогично.



Следовательно, в состав ПГИС КЭНС должны быть включены библиотеки программных компонентов, реализующих указанные операторы и предварительные преобразования изображений различного уровня: от улучшения и фильтрации до описания сцены на отснятом участке местности [6].

Воспользуемся установленными сведениями о структуре векторных характеристических функций для выявления структуры параметров $\alpha \in A$ в параметрических семействах обобщенных ступенчатых функций $\{\hat{f}(\alpha)(S)\}_{\alpha \in A}$. Ограничимся решающими правилами C, C_i без параметров, что, как показано в работе [5], является наиболее распространенным случаем. Тогда параметрическими являются только семейства распознающих операторов. Для $\left\{ \left(\mathbf{B}(\alpha^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right) \right\}_{\alpha^B \in A^B}$ имеем:

$$\chi(S) = C \left(\mathbf{B}(\alpha^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right),$$

где:

$$\mathbf{B}(\alpha^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) = \left(b(\alpha_1^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \right.$$

$$\left. b(\alpha_2^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \dots, b(\alpha_l^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right),$$

$b(\alpha_i^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right)$ – числовая параметрическая мера близости изображения к классу $K_i \in M$;

$$C \left(b(\alpha_1^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), b(\alpha_2^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \dots, \right.$$

$$\left. b(\alpha_l^B) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right) = (c_1, c_2, \dots, c_l),$$

где $c_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, l$.

Параметрические семейства $\left\{ \mathbf{B}_i(\alpha_i^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right\}_{\alpha_i^{B_i} \in A_i^{B_i}}$ описываются аналогично.

Тогда параметр α может быть представлен набором

$$\alpha = (\alpha^\pi; \alpha_1^B, \dots, \alpha_l^B; \alpha_1^{B_1}, \dots, \alpha_l^{B_1}; \alpha_1^{B_2}, \dots, \alpha_l^{B_2}; \dots; \alpha_1^{B_l}, \dots, \alpha_l^{B_l}; \hat{\mathbf{d}}_1, \dots, \hat{\mathbf{d}}_l). \quad (5)$$

Определение конкретных значений параметров предварительного преобразования α^π и распознающих операторов α^B и $\alpha_i^{B_i}$, а также набора векторов $\hat{\mathbf{d}}_i$, компоненту $\hat{d}_{ij} = (\hat{X}_{ij}, \hat{Y}_{ij})$ одного из которых системе предстоит выдать в качестве ответа при $S \in K_{ij}$, составляет содержание настройки КЭНС на работу в РП.

Анализу специфики моделирования изображений для различных съемочных систем КЭНС и применяемых предварительных преобразований $\pi(\alpha^\pi)(S)$ с параметрами α^π , а также учету специфики соответствующих параметрических семейств функций $\hat{f}^{-1}(\theta)(d, p): D \times P \rightarrow M$, где D и P – множества возможных значений уточняемого КЭНС навигационного параметра и мешающего параметра соответственно, посвящен § 2.

А этот раздел завершим анализом содержания остальных параметров набора (5), а также параметров $\theta \in \Theta$ настройки модели СС на район применения в постановках задач Z^+ и Z^- . Анализ проведем на примере одноуровневых разбиений на классы и КЭНС, применяющих для решения своей задачи методы совмещения изображений в предположении об отсутствии мешающих параметров p . Необходимые иллюстрации приведены на рис. 1.

В этом случае множество возможных ответов КЭНС представлено узлами прямоугольной сетки сдвигов и описывается матрицей $\|\hat{d}_{ij}\| = \|\langle \hat{X}_{ij}, \hat{Y}_{ij} \rangle\|$, где $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$. Одноуровневое разбиение множества M изображений и выражение для ступенчатой функции приобретают вид:

$$M = \bigcup_{i=1}^m \bigcup_{j=1}^n K_{ij}, \text{ где } K_{ij} \cap K_{iq} = \emptyset \quad \forall i \neq t \text{ и } j \neq q,$$

$$\hat{f}(S) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \chi_{ij} \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \hat{d}_{ij} = \sum_{i=1}^m \langle \chi_i(S), \hat{\mathbf{d}}_i \rangle,$$

где $\chi_i(S) = (\chi_{i1}(S), \chi_{i2}(S), \dots, \chi_{in}(S))$,

$$\hat{\mathbf{d}}_i = (\hat{d}_{i1}, \hat{d}_{i2}, \dots, \hat{d}_{in}), \quad i = 1, \dots, m.$$

С учетом представления χ_i суперпозицией распознающего оператора и решающего правила получим:

$$\chi_i(S) = C_i \left(\mathbf{B}_i(\alpha_i^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right),$$

где

$$\mathbf{B}_i(\alpha_i^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) = \left(b_1(\alpha_1^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \right.$$

$$\left. b_2(\alpha_2^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \dots, b_n(\alpha_n^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right),$$

$b(\alpha_j^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right)$ – числовая параметрическая мера близости изображения к классу $K_{ij} \in M$,

$$C_i \left(b(\alpha_1^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right), \dots, b(\alpha_m^{B_i}) \left(\pi(\alpha^\pi)(S) \right) \right) = (c_1^i, c_2^i, \dots, c_m^i), \text{ где } c_j^i \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, m.$$

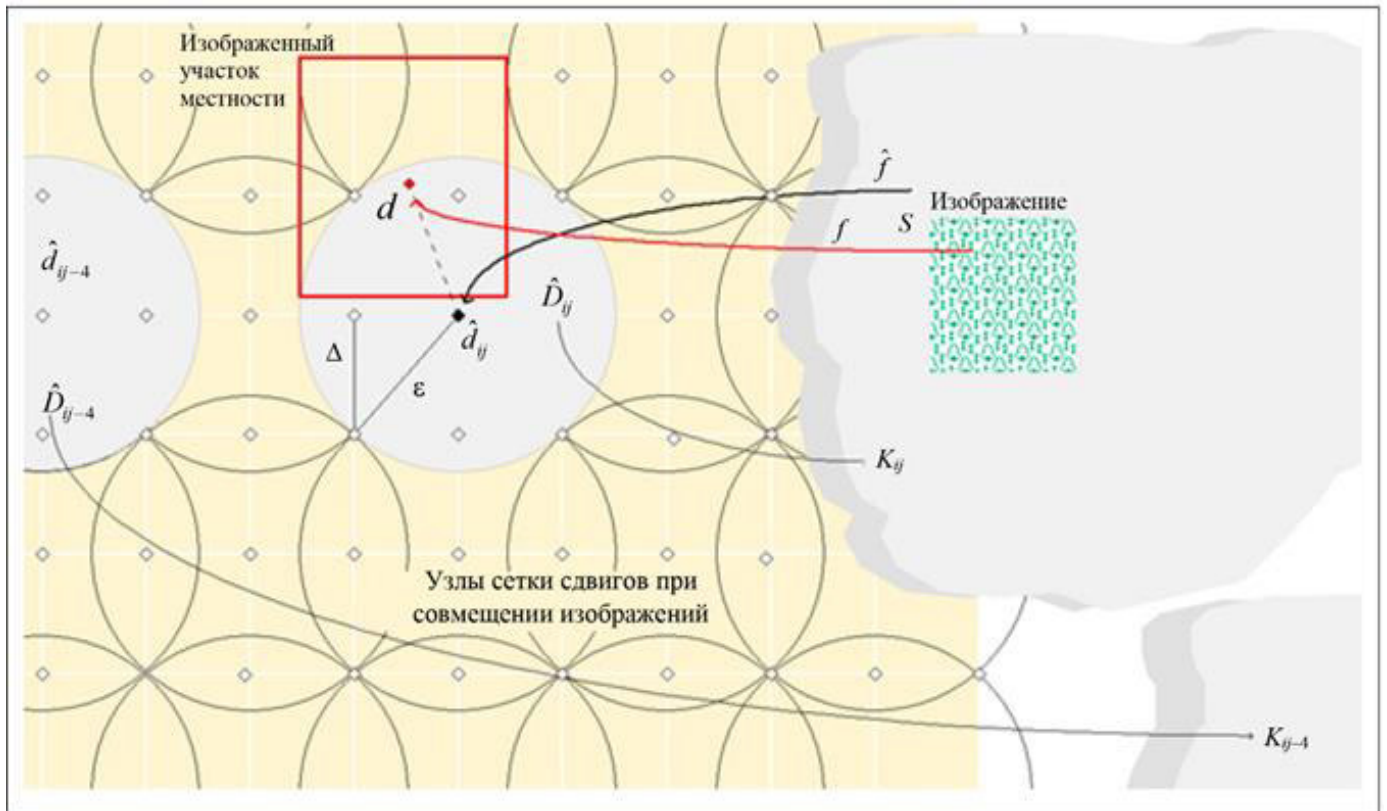


Рис. 1. Иллюстрация понятий предложенной математической модели

Тогда параметр α может быть представлен набором

$$\alpha = (\alpha^\pi; \alpha_1^{B_1}, \dots, \alpha_m^{B_1}; \alpha_1^{B_2}, \dots, \alpha_m^{B_2}; \dots; \alpha_1^{B_m}, \dots, \alpha_m^{B_m}; \hat{\mathbf{d}}_1, \dots, \hat{\mathbf{d}}_m). \quad (6)$$

Назовем территорией съемки область, объединяющую все участки местности, которые могут попасть в кадр СС в районе применения КЭНС. При фиксированной СС в рассматриваемом случае границы таких участков зависят только от плановых координат точек съемки.

При решении задач \mathbf{Z}^+ и \mathbf{Z}^- полагают, что для разбиения множества возможных входных изображений M на классы K_{ij} выполняется условие: если S принадлежит классу K_{ij} , то оно получено в малой окрестности \hat{D}_{ij} узла \hat{d}_{ij} сетки сдвигов $\|\hat{d}_{ij}\| = \|(\hat{X}_{ij}, \hat{Y}_{ij})\|$, $i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, n$. В этом случае ошибка КЭНС не превысит ε : $\rho(\hat{d}_{ij}, d) \leq \varepsilon = \Delta\sqrt{2}$, где Δ – расстояние между узлами сетки. Кроме того предполагается возможным получение такого эталонного изображения

территории съемки (ЭИ), что при использовании его в качестве параметра $\theta = \text{ЭИ}$ имитационной модели съемочной системы $\hat{f}^{-1}(\text{ЭИ})(d): D \rightarrow M$ можно найти решение (6) задачи \mathbf{Z}^+ и на его основе решить и задачу \mathbf{Z}^- . Первая задача состоит в поиске с применением $\hat{f}^{-1}(\text{ЭИ})(d)$ значений параметров, перечисленных в формуле (6). Предполагается, что при некотором предварительном преобразовании $(\pi(\alpha^\pi)(S))$ решением являются $\alpha_j^{B_i} = \hat{f}^{-1}(\text{ЭИ})(\hat{d}_{ij})$ и $\hat{\mathbf{d}}_i = (\hat{d}_{i1}, \dots, \hat{d}_{in})$. Решающее правило ищет максимальное по всем i, j значение $b(\alpha_j^{B_i})(\pi(\alpha^\pi)(S))$ и присваивает c_j^i значение 1 [6, 7].

Формированию ЭИ, удовлетворяющих этим предположениям, посвящен § 2. А для случая, когда $b(\alpha_j^{B_i})(\pi(\alpha^\pi)(S)) = \mathbf{r}(\hat{f}^{-1}(\text{ЭИ})(\hat{d}_{ij}), S)$, где \mathbf{r} – взаимная корреляция изображения и фрагмента ЭИ, соответствующего сдвигу рамки изображения в узел \hat{d}_{ij} , в § 3 найден эффективный оператор R , решающий задачу \mathbf{Z}^- .

2. КОМПЬЮТЕРНОЕ ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЪЕМОЧНЫХ СИСТЕМ РАЗЛИЧНОГО ТИПА, ПРИМЕНЯЕМЫХ В КЭНС

Алгоритм корреляционной обработки изображений в КЭНС основан на вычислении максимума функции взаимной корреляции S текущего и эталонного изображений для формирования решения о том, что в момент определения ЛА находится в точке с координатами центра ЭИ.

Рассмотрим случай управления значением C_1^s при S циклах последовательного введения стрессового воздействия в пикселях ЭИ i, j :

$$C_1^s = \frac{\sum_{i=1}^{Mx} \sum_{j=1}^{My} a_{ij} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N b_k (i - x_k, j - y_k) \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{Mx} \sum_{j=1}^{My} a_{ij}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{Mx} \sum_{j=1}^{My} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N b_k (i - x_k, j - y_k) \right)^2}}, \quad (7)$$

где a_{ij} – яркости эталонного изображения;

$a_{ij} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N b_k (i - x_k, j - y_k) \right)$ – яркости текущего

изображения, измененные средствами стрессового воздействия на величину b_k в соответствующем пикселе ЭИ i, j ; N – количество средств стрессового воздействия; Mx, My – размерности ЭИ и ТИ.

В формуле (7) представлены ЭИ и ТИ, особенности формирования которых и подготовки информации для работы некоторых типов датчиков КЭНС изложены далее.

Наибольшее развитие и применение получили следующие типы бортовых датчиков.

- Оптические, видимого диапазона длин волн электромагнитного излучения (ЭМИ). Диапазон длин волн оптического излучения составляет от 100 нм до 1 мм, он подразделяется на ультрафиолетовый (100–400 нм), видимый (400–700 нм) и инфракрасный (700 нм – 1 мм) и приведен на рис. 2.

- Тепловые, в спектральных диапазонах в окнах прозрачности 0,7–0,9 мкм, 0,9–2,5 мкм, 3–5 мкм, 8–14 мкм (см. рис. 2). Тепловые датчики устойчиво функционируют в диапазонах 3–5 мкм и 7–14 мкм, КЭНС с такими датчиками работают на дальностях от сотни метров до единиц километров.

- Радиолокационные – в дециметровом, сантиметровом и миллиметровом диапазонах радиоволн. Используются в основном для обнаружения наземных объектов. Радиолокационные активные датчики способны работать на дальностях, составляющих несколько десятков километров, но для получения изображений в КЭНС практически не используются. Однако существует много различ-

ных средств, использующих активные радиолокационные навигационные системы, против которых возможно применение средств стрессового воздействия [8–11].

- Гиперспектрометры. Разработка КЭНС с использованием гиперспектрометров является приоритетом, поскольку множество каналов получения информации обеспечивает реальные возможности, связанные с проникаемостью в любой среде, надежностью классификации объектов и селекции помех естественного и искусственного происхождения. Практически КЭНС может реализовать свойства интеллектуального определения местоположения ЛА с помощью современных методов обработки сигналов [12, 13].

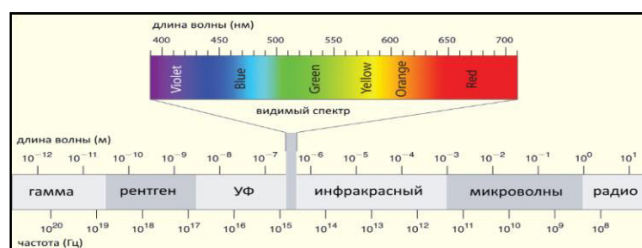


Рис. 2. Диапазоны спектров излучения

При создании унифицированных средств разведки и КЭНС адаптация к решению той или иной задачи может быть осуществлена путем смены математического аппарата обработки сигналов. Гиперспектральные изображения позволяют обнаруживать заглубленные и обвалованные объекты, минные поля и подземные коммуникации в связи с существенным различием спектров отражения этих объектов. На гиперспектральных изображениях отображаются непрерывные спектральные полосы, в отличие от многополосных изображений, на которых спектральные полосы разнесены.

Датчики КЭНС видимого и теплового диапазонов длин волн ЭМИ обладают высоким пространственным и температурным разрешением. Радиотепловые датчики КЭНС обеспечивают необходимое разрешение для распознавания многих площадных объектов местности [13].

Важным является вопрос определения количества средств стрессового воздействия в районе коррекции ИНС. Для этого оценим точность навигации летательного аппарата (ЛА) с использованием КЭНС [5, 8, 9, 14–16]:

$$P_0 = 1 - \exp\left(-\frac{R_0^2}{2\sigma_H^2}\right),$$

где P_0 – вероятность определения координат объекта; R_0 – радиус объекта на местности, м; σ_H – точность навигации инерциальной системы, м.

Здесь подразумевается, что объект считается обнаруженным, если зона обзора датчика КЭНС как минимум соприкасается с радиусом объекта местности. Разброс точки попадания подчиняется нормальному закону распределения, при этом величины бокового отклонения и отклонения по дальности совпадают (рис. 3).

При условии, когда зона обзора КЭНС (R_{30}) соприкасается с районом размещения объекта, в частности с кругом радиуса R_0 , вероятность возможной работы КЭНС может быть принята равной единице.

При максимально возможных ошибках инерциальной навигационной системы размеры эталонного изображения должны быть больше размеров ТИ местности. Обоснования этого условия в открытой печати не встречается. Есть утверждение о том, что размеры текущего изображения, получаемого датчиком КЭНС во время навигации, могут быть в два раза меньше размера эталонного изображения, хранящегося в бортовой навигационной системе [8, 9, 17].

Необходимо остановиться еще на одном важном обстоятельстве. Выход движущегося объекта в район начала работы КЭНС под управлением ИНС определяется ее точностью. Радиус зоны обзора местности датчиком КЭНС с высоты ее включения должен быть в три раза больше среднеквадратической ошибки ИНС – $\sigma_{\text{ИНС}}$. Этим обеспечивается возможность коррекции положения с помощью КЭНС с вероятностью, близкой к единице, в соответствии с нормальным законом распределения ошибок выхода в район объекта при безотказной работе КЭНС.

Учитывая, что в случае, если работа КЭНС будет нарушена, точность навигации ЛА определится точностью инерциальной навигационной системы $\sigma_{\text{И}}$. Для этого нужно провести целенаправленные изменения формируемого ТИ в момент коррекции местоположения с помощью средств стрессового воздействия путем их установки на местности. Или в конусе пространства между датчиком КЭНС и объектом в виде круга с радиусом R_0 .

Из анализа выражения (7) установлено, что оно чувствительно к искажениям изображений и величина C является управляемой. Это обстоятельство позволяет определить оптимальный метод нахождения количества и мощности каждого средства стрессового воздействия на датчик КЭНС, основанный на последовательном выделении в ЭИ наиболее ярких или тусклых пикселей, в зависимости от наличия типов средств стрессового воздействия.

Методы целенаправленного воздействия на работу датчиков КЭНС могут снизить эффектив-

ность ее применения в современных системах навигации.

Рассмотрим вопросы подготовки изображений для использования их при реализации методов стрессового воздействия на работу КЭНС.

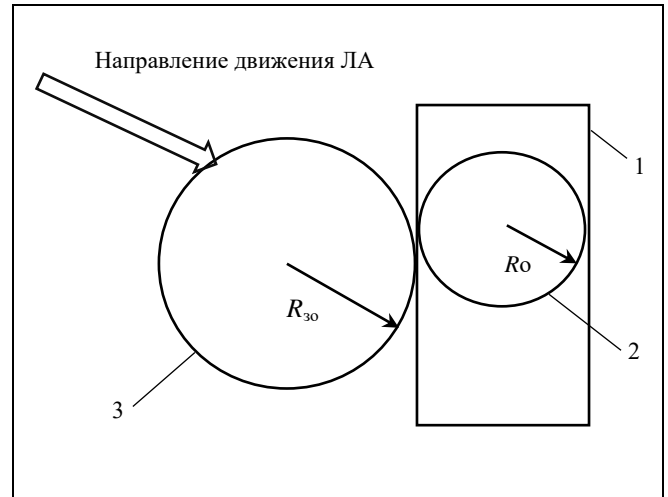


Рис. 3. Схема визирования ЛА, оснащенного КЭНС на заданную точку: 1 – район размещения объекта, 2 – наибольший радиус окружности, полностью вписанной во внешние контуры объекта, 3 – зона обзора КЭНС

Для районов проведения мероприятий стрессового воздействия на работу КЭНС нужно подготовить специальные изображения путем обработки снимков. Для использования цифрового снимка необходимо произвести разбивку на более крупные пиксели [18]. Исходный цветной снимок местности (рис. 4) разбит на пиксели размером 587×441 , Длина стороны каждого пикселя черно-белого снимка равна 7 м на местности (рис. 5). В пиксельном виде представлены: дорожная сеть (рис. 6), растительность (рис. 7), гидрография (рис. 8), населенный пункт (рис. 9). Эти объекты являются наиболее информативными в видимом диапазоне длин волн ЭМИ.

Представленные на рис. 4–9 пиксельные изображения имеют размерность 587×441 элементов, каждому пикселю присвоено усредненное значение яркости нескольких пикселей исходного изображения. Для предварительной обработки был использован фотоснимок местности, состоящий из 4241×3769 элементов. Размер стороны одного пикселя исходного цветного изображения на местности составляет 0,85 м, преобразованного черно-белого изображения – около 7 м, что важно для дальнейших вычислений, особенно при обработке изображений большой размерности.

Рис. 5 представляет собой черно-белое изображение, в каждом пикселе которого записана величина оптической плотности.



Рис. 4. Исходный снимок

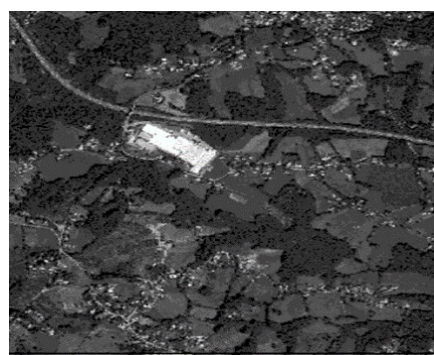


Рис. 5. Черно-белый снимок

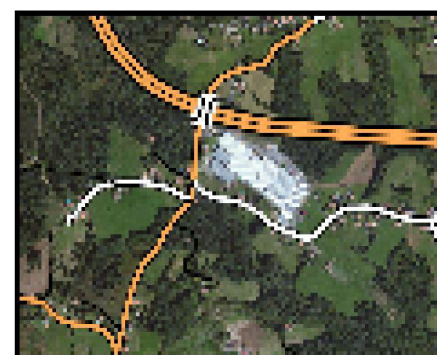


Рис. 6. Дорожная сеть



Рис. 7. Растительность

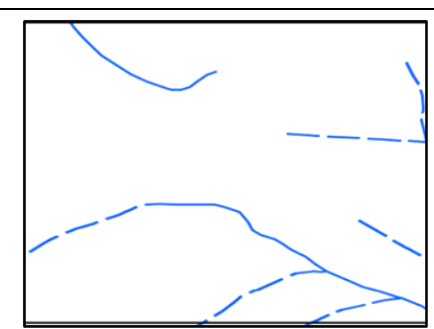


Рис. 8. Гидрография

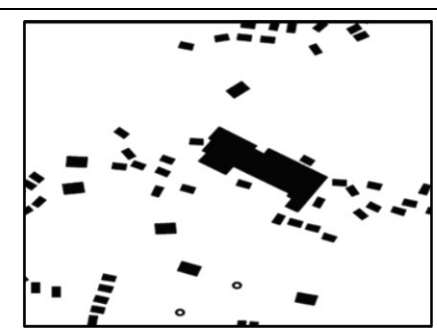


Рис. 9. Населенный пункт

Этот снимок в качестве яркостей эталонного изображения (см. формулу (7)) содержит значения оптических плотностей. Минимальный диапазон оптической плотности, как правило, всегда не равен нулю, обычно его значение составляет 0,1 усл. ед. и более, а максимальный – никогда не равен 4,0 обычно он меньше 3,8, с которыми может работать, например, сканер при вводе цифрового изображения. На изображениях местности возможно отображение объектов с оптическими плотностями 0,1–2,2 и более. Шкала этих значений представлена в таблице по результатам практической деятельности.

На рис. 10 представлен монохромный снимок; оттенки серого более вероятны, но возможны и другие комбинации, содержащие только тона одного цвета, таких как зелено-белый или зелено-красный, а также тона от светло-коричневого до темно-коричневого.

При цифровой обработке монохром имеет только два значения:

- только один цвет, который либо включен, либо выключен (двоичное изображение);
- оттенки этого цвета.

На рис. 11 приведен постеризованный снимок, который позволяет указать число тональных уровней (значений яркости) изображения. Это необходимо, например, для создания больших однотон-

ных областей при формировании эталонных изображений для последующего моделирования условий создания эффективного стрессового воздействия на работу КЭНС. Во всех цифровых изображениях уровни цвета дискретны, а эффект плавного непрерывного перехода между ними достигается количеством этих самых уровней. На рис. 12 черно-белый снимок приведен для сравнения с постеризованным снимком.

Шкала тонов на черно-белом изображении местности

Фототон изображения	Принцип выделения	Значение оптической плотности D
Белый	Визуально различимый тон на снимке	0,1 и менее
Почти белый	Оптическая плотность вуали	0,2–0,3
Светло-серый	Минимальная оптическая плотность	0,4–0,6
Серый	Средняя оптическая плотность	0,7–1,1
Темно-серый	Максимальная плотность	1,2–1,6
Почти черный	Тон, превышающий максимальную плотность	1,7–2,2
Черный	Визуально различимый тон шкалы	2,2 и более



Рис. 10. Монохромный снимок

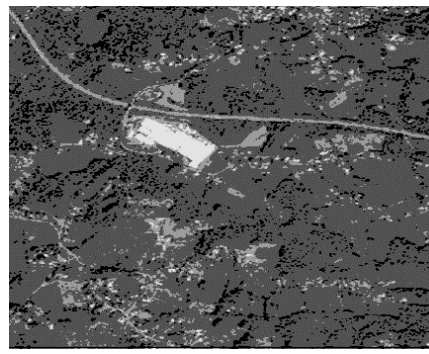


Рис. 11. Постеризованный снимок

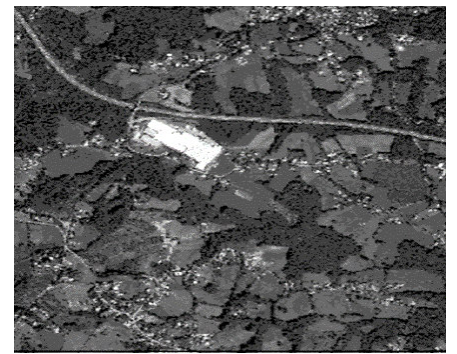


Рис. 12. Черно-белый снимок

Рассмотрим некоторые особенности использования радиолокационных изображений.

Получить детализацию на уровне менее 50 см на пиксель для современных спутниковых радаров уже не проблема. Однако это будет разрешение только по одной из осей, значит, пиксель получается не квадратный. По второй оси разрешение может составить около 100 см, например, 100×25 см – один из лучших результатов в настоящее время, с использованием которого возможно создание ЭИ [10]. Радиолокационный снимок получается монохромным, с различными особенностями отражения радиоволн от разных объектов, включая отображение некоторых скрытых деталей, которые на обычных оптических снимках не отображаются.

Для обзорно-сравнительных систем навигации рассматриваются только методы и технологии получения и обработки спутниковых материалов, поскольку получение необходимых материалов другими способами маловероятно [3, 11].

При моделировании навигационного датчика монохромное изображение нагляднее всего отображает ситуацию с имеющимися опорными объектами в виде оттенков черного или белого фрагментов изображений, а цветное изображение используется для представления только воспринимаемой яркости путем объединения нескольких каналов (обычно красного, синего и зеленого). Взвешивание отдельных каналов может быть выбрано для достижения желаемого результата. Например, можно объединить зеленый и синий каналы, а красный отключить.

В условиях обработки гиперкуба информации возможны различные варианты представления конечных выразительных результатов в изображении, связанных с выделением необходимых опор-

ных объектов для реализации задачи КЭНС. При выборе опорных точек необходимо воспользоваться методом SURF, поскольку он является одним из самых эффективных современных алгоритмов распознавания образов [12, 19].

Алгоритм работы SURF предусматривает выполнение следующих этапов:

- масштабно-пространственное представление,
- расчет значений гессиана,
- поиск точек локальных максимумов,
- определение точки истинного максимума,
- определение ориентации опорной точки,
- формирование дескриптора опорной точки.

Метод SURF осуществляет поиск ключевых точек изображения с помощью матрицы Гессе и создает их дескрипторы, инвариантные к масштабу и вращению. Гессиан достигает экстремума в точках максимального изменения градиента яркости. Он хорошо детектирует пятна, углы и края линий. Гессиан инвариантен к сдвигу яркости изображения, но не инвариантен к масштабу. Решением данной проблемы является перебор разных масштабов и фильтров, поочередное их применение к одному пикселю. Метод разбивает все множество масштабов на октавы.

Разные виды снимков обеспечивают возможный выбор объектов для однозначного использования при управлении моделированием условий повышения эффективности работы КЭНС, а также для моделирования условий невыполнения КЭНС своих задач при применении средств стрессового воздействия на бортовые программы управления движением.

При формировании бинарного (черно-белого) изображения используются всего два уровня квантования, и в нем представлены только белый и



черный цвета. В полутоновом изображении используется 256 уровней квантования, для представления которых в описании элемента изображения резервируется 8 бит (1 байт). Черному цвету всегда соответствует уровень 0, а белому – уровень 1 бинарного изображения и уровень 255 полутонового.

Цветное изображение формируется с использованием той или иной палитры (RGB, CMYK и др.), в которых цвета и их оттенки создаются путем смешивания трех основных цветов в пропорциях, соответствующих уровням их квантования.

Палитра RGB предполагает использование трех основных цветов: красного (Red), зеленого (Green) и синего (Blue).

Для представления одного элемента необходимо:

- 1 бит для бинарного изображения,
- 8 бит (1 байт) для полутонового изображения с 256 уровнями квантования,
- 24 бита (3 байта) для цветного изображения с тем же числом уровней квантования.

При формировании изображения всегда учитываются возможности бортовых вычислителей КЭНС при их информационном обеспечении.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРЕССОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА УСЛОВИЯ АУТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ КЭНС, РЕАЛИЗУЮЩИХ МЕТОДЫ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО КРИТЕРИЮ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

В работе [4] обоснованы и получены математические выражения для автоматического вычисления оптимальных мощностей средств стрессового воздействия, расположенных в расчетных координатах. Было также установлено, что размещенные

на местности (объекте) средства стрессового воздействия оказывают различное влияние на формируемое датчиком КЭНС текущее изображение, что влияет на меру сходства эталонного и текущего изображений. Перемещая средства стрессового воздействия в некоторой области их установки, можно добиться минимизации корреляционной функции эталонного и текущих изображений.

Постановка задачи. Задано распределение яркостей физического поля a_{ij} . Имеется N средств стрессового воздействия на датчик навигационной системы, причем k -е средство при размещении в начале координат создает известную добавочную яркость поля $b_k(i, j)$. Пусть известен вариант, состоящий в том, чтобы поместить k -е средство в точку с координатами (x_k, y_k) , $k = 1, \dots, N$. После автоматического вычисления оптимальных мощностей A_k каждого из средств стрессового воздействия необходимо определить направления смещения $(\Delta x_k, \Delta y_k)$, $k = 1, \dots, N$, обеспечивающие уменьшение корреляции между текущим и эталонными изображениями [10].

Решение задачи. В простейшем случае считается, что корреляция вычисляется по окну $1 \leq i \leq M_x$, $1 \leq j \leq M_y$. В случае заданной расстановки средств стрессового воздействия яркость физического поля в точке с координатами (i, j) будет изменена k -м средством с мощностью A_k и она равна

$$a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k),$$

где i, j – координаты пикселя на эталонном изображении; x_k, y_k – координаты средства стрессового воздействия; $\Delta x_k, \Delta y_k$ – смещения средств стрессового воздействия.

Корреляция между текущим и эталонным изображениями определяется выражением

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right)^2}}. \quad (8)$$

Для решения задачи необходимо найти компоненты вектора смещений $(\Delta x_1, \dots, \Delta x_N, \Delta y_1, \dots, \Delta y_N)$, обеспечивающее уменьшение значения корреляции C . Для этого вектор смещения должен быть направлен против вектора градиента функции C , компоненты которого равны частным производным C по направлению $(\Delta x_1, \dots, \Delta x_N, \Delta y_1, \dots, \Delta y_N)$. Вычислим эти частные производные.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial \Delta x_s} &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2}} \times \left\{ \frac{-\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \right)^2}} + \right. \\
 &+ \left. \frac{\left[\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right) \times \right. \right. \\
 &\times \left. \left. \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right) \right) \right]}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right)^2 \right)^3}} \right\} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2} \times \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right)^2 \right)^3}} \times \\
 &\times \left\{ -\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right) \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2} \times \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right)^2 \right)^3}} \times \\
 &\quad \times \left\{ -\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2 - \right. \\
 &\quad - 2 \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) - \\
 &\quad - \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(\sum_{k=1}^N A_k b_k(i-x_k-\Delta x_k, j-y_k-\Delta y_k) \right)^2 + \\
 &\quad \left. + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2 \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x}(i-x_s-\Delta x_s, j-y_s-\Delta y_s) + \right.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2 \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) + \\
& \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) + \\
& + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \times \\
& \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \Bigg\} =
\end{aligned}$$

(прим. авт. по аналогии с работой [4] подчеркнутые члены взаимно сокращаются)

$$\begin{aligned}
& = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2} \times \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} + \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right)^2 \right)^3}} \times \\
& \times \left\{ -2 \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) - \right. \\
& - \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(\sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right)^2 + \\
& + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij}^2 \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) + \\
& + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} a_{ij} A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) + \\
& + \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(a_{ij} \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \times \\
& \times \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{j=1}^{M_y} \left(A_s \frac{\partial b_s}{\partial x} (i - x_s - \Delta x_s, j - y_s - \Delta y_s) \times \sum_{k=1}^N A_k b_k (i - x_k - \Delta x_k, j - y_k - \Delta y_k) \right) \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Аналогичное выражение для $\frac{\partial C}{\partial \Delta y_s}$ получается

заменой в полученном выражении $\frac{\partial b_s}{\partial x}$ на $\frac{\partial b_s}{\partial y}$.

Значение вектора градиента по $(\Delta x_1, \dots, \Delta x_N, \Delta y_1, \dots, \Delta y_N)$ дает направление вектора смещения средства стрессового воздействия, обеспечивающего уменьшение корреляции. Величина смещения может быть вычислена с помощью стандартного алгоритма минимизации функции одной переменной методом деления отрезка пополам. Итерационное применение такого смещения позволяет на каждом шаге уменьшать корреляцию. Предложенный метод деления отрезка пополам является последовательным методом минимизации функции (8). При этом возможно построение вложенных отрезков, каждый из которых содержит хотя бы одну из точек оптимума, для рассмотренного случая – минимума корреляционной функции. Подобных примеров применения метода дихотомии, а также других методов и алгоритмов оптимизации корреляционных функций в литературе не встречается. Этот процесс выполняется до достижения заданной сходимости, величина которой устанавливается опытным путем для каждого типа датчика КЭНС при имитационном моделировании.

Описанный метод может быть применен для оптимизации размещения средств стрессового воздействия в оптическом, тепловом, радиотепловом диапазонах длин волн ЭМИ, а также при использовании гиперкуба информации, получаемого гиперспектрометрами в окнах прозрачности. В радиолокационном же диапазоне длин волн возникает дополнительная задача, связанная с ориентацией установленного средства в пространстве относительно зоны обзора датчиком навигационной системы таким образом, чтобы отраженный сигнал вернулся в датчик системы. Средства стрессового воздействия в радиолокационном диапазоне направлены на уменьшение или увеличение эффективных поверхностей рассеяния, искажение диаграммы обратного вторичного излучения на основе отражающих и поглощающих композиционных материалов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статья продолжает исследование по обоснованию проекта прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных навигационных систем (ПГИС КЭНС), концепция которой была опубликована авторами в работе [4].

В результате исследования:

- Получила развитие математическая модель приближения функций, описывающих условия автономной навигации в районах применения поисковых КЭНС, обобщенными ступенчатыми функциями. Модель применена для анализа критических стрессовых воздействий на функционирование КЭНС. По результатам анализа уточнены требования к прикладной геоинформационной системе для разработчиков КЭНС (ПГИС КЭНС).

- Определены возможные размеры территории создания эталонных изображений для реализации метода стрессового воздействия с оценкой его влияния на определение местоположения носителя обзорно-сравнительной автономной навигационной системы.

- Сформулированы новые процедуры в технологии подготовки специальных изображений, имеющих определенную структуру, позволяющие формировать зоны для создания помех работе бортовых датчиков, в том числе и целенаправленных, которые могут привести ее работу к фатальному результату.

- Решена задача улучшения размещения средств стрессового воздействия на работу обзорно-сравнительных систем автономной навигации, реализующих методы совмещения изображений по критерию взаимной корреляции.

- Уделено внимание использованию в навигационных системах различных физических полей Земли, существенно меняющих подходы в решении вопросов применения средств стрессового воздействия на работу навигационных систем.

- Полученные результаты могут быть использованы в технологиях создания современных навигационных систем и их тестирования в сложных условиях функционирования датчиков информации в среде ПГИС КЭНС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Августов Л.И. Ориентация по геофизическим полям обеспечивает автономность навигации боевого летательного аппарата // Коммерсант-наука. – 2015. – № 2. – С. 34–35. [Avgustov, L.I. Orientatsiya po geofizicheskim polyam obespechivaet avtonomnost' navigatsii boevogo letatel'nogo apparata // Kommersant-nauka. – 2015. – No. 2. – S. 34–35 (In Russian)].
2. Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю., Паныша И.А. Перспективные системы навигации летательных аппаратов с использованием измерений потенциальных физических полей // Гироскопия и навигация. – 2021. – Т. 29. – № 1 (112). – С. 32–51. [Karshakov, E.V., Pavlov, B.V., Thorenko, M.Yu., Panusha, I.A. Perspektivnyye sistemy navigatsii letatel'nyh apparatov s ispol'zovaniem izmerenij potencial'nyh fizicheskikh polej // Giroskopiya i navigatsiya. – 2021. – Vol. 29, no. 1 (112). – S. 32–51. (In Russian)]



3. Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. – М.: Наука, 1979. – 449 с. [Krasovskij, A.A., Beloglazov, I.N., Chigin, G.P. Teoriya korrelyacionno-ekstremal'nyh navigacionnyh sistem. – М.: Nauka, 1979, 449 s. (In Russian)]
4. Алчинов А.И., Гороховский И.Н. Концепция создания прикладной географической информационной системы моделирования поисковых корреляционно-экстремальных систем автономной навигации // Проблемы управления. – 2022. – № 1. – С. 54–66. [Alchinov, A.I., Gorohovskij I.N. A conceptual Applied Geographic Information System for Modeling Search Autonomous Correlation-Extreme Navigation Systems // Control Sciences. – 2022. – No. 1. – P. 43–54. (In Russian)]
5. Журавлев Ю.И., Зенкин А.А., Зенкин И.А., и др. Задачи распознавания и классификации со стандартной обучающей информацией // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1980. – Т. 20. – № 5. – С. 1294–1309. [Zhuravlev, Yu.I., Zenkin, A.A., A. I. Zenkin, A.I., et al. Recognition and Classification Problems with Standard Training Information // Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki i Matematicheskoi Fiziki. – 1980. – Vol. 20, no. 5. – P. 195–211. (In Russian)]
6. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. – М.: Мир, 1978. – 511 с. [Duda, R., Khart, P. Raspoznavanie obrazov i analiz stsen. – М.: Mir, 1978. – 511 s. (In Russian)]
7. Волковицкий А.К., Гладышев А.И., Гольдин Д.А. и др. Применение средств компьютерного моделирования для анализа функционирования магнитоградиентных систем // Проблемы управления. – 2021. – № 3. – С. 65–74. [Volkovickij, A.K., Gladyshev, A.I., Gol'din, D.A., et al. A Computer Simulation Complex for Analysis of Magnetic Gradiometry Systems // Control Sciences. – 2021. – No. 3. – P. 57–65]
8. Болкунов А.А., Рязанцев Л.Б., Сидоренко С.В. Оценка радиолокационной заметности вооружения, военной и специальной техники с применением беспилотных летательных аппаратов // Военная мысль. – 2017. – № 9. – С. 70–73. [Bolkunov, A.A., Ryazantsev, L.B., Sidorenko, S.V. Assessment of the Radar Visibility of armaments, Military and Special Equipment with Using Unmanned Aerial Vehicles // Voennaya mysl'. – 2017. – No. 9. – P. 70–73. (In Russian)]
9. Лихачев В.П., Пантюхин М.А., Сидоренко С.В. Алгоритм морфологической обработки радиолокационных изображений и автоматического обнаружения объектов по радиолокационной тени // Вестник ВГУ, серия: системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 2. – С. 150–161. [Lihachev, V.P., Pantyuhin, M.A., Sidorenko, S.V. Algoritm morfologicheskoy obrabotki radiolokacionnyh izobrazhenij i avtomaticheskogo obnaruzheniya ob"ektov po radiolokacionnoj teni // Vestnik VGU, seriya: sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii. – 2018. – No. 2. – S. 150–161. (In Russian)]
10. Купряшкин И.Ф., Лихачев В.П., Селезнев Д.А., Усов Н.А. Способ искажения радиолокационного изображения в космической радиолокационной станции с синтезированной апертурой антенны. Патент № 2622904 РФ. Зарег. 21.06.2017. [Kupryashkin, I.F., Lihachev, V.P., Seleznev, D.A., Usov, N.A. Sposob iskazheniya radiolokacionnogo izobrazheniya v kosmicheskoy radiolokacionnoj stancii s sintezirovannoj aperturoj anteny. Patent no. 2622904 RU. Reg. 21.06.2017. (In Russian)]
11. Технические средства разведслужб капиталистических государств / Информационный бюллетень ВИНТИ РАН. – 2009–2015 гг. [Tekhnicheskie sredstva razvedsluzhb kapitalisticheskikh gosudarstv / Informacionnyj byulleten' VINITI RAN. – 2009–2015 gg. (In Russian)]
12. Umale, P., Patil, A., Sahani, C., et al. Planer Object Detection Using SURF and SIFT Method // International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology. – 2022. – Vol. 6, iss. 11. – P. 36–39.
13. Świeżewski, J. YOLO Algorithm and YOLO Object Detection. – 2020. – URL: <https://appsilon.com/object-detection-yolo-algorithm/> (Дата обращения 11.11.2022). [Accessed November 11, 2022].
14. Абезгауз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Р., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с. [Abezgauz, G.G., Tron', A.P., Kopenkin, Yu.R., Korovina, I.A. Spravochnik po veroyatnostnym raschetam. – М.: Voenizdat, 1970. – 536 s. (In Russian)]
15. Кутахов В.П., Мецераков Р.В. Управление групповым поведением беспилотных летательных аппаратов: постановка задачи применения технологий искусственного интеллекта // Проблемы управления. – 2022. – № 1. – С. 67–74. [Kutakhov, V.P., Meshcheryakov, R.V. Group Control of Unmanned Aerial Vehicles: A Generalized Problem Statement of Applying Artificial Intelligence Technologies // Control Sciences. – 2022. – No. 1. – P. 55–60.]
16. Ююкин И.В. Корреляционно-экстремальная навигация по геофизическим полям на основе использования сплайновой технологии // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2021. – Т. 13. – № 4. – С. 505–517. – DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517. [Yuyukin, I.V. Korrelyacionno-ekstremal'naya navigaciya po geofizicheskim polyam na osnove ispol'zovaniya splajnovoj tekhnologii // Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova. – 2021. – Vol. 13, no. 4. – S. 505–517. – DOI: 10.21821/2309-5180-2021-13-4-505-517. (In Russian)]
17. Антюфеев В.И., Быков В.Н., Гричанюк А.М. и др. Матричные радиометрические корреляционно-экстремальные системы навигации летательных аппаратов. – Харьков: Щедрая усадьба плюс, 2014. – 372 с. [Antyufeev, V.I., Bykov, V.N., Grichanyuk, A.M., et al. Matrichnye radiometricheskie korrelyacionno-ekstremal'nye sistemy navigacii letatel'nyh apparatov. – Har'kov: Shchedraya usad'ba plyus, 2014. – 372 s. (In Ukraine)]
18. Бирюков В.С. Цифровые снимки в фотограмметрии // Геодезия и картография. – М. – 2000. – № 10. – С. 33–36. [Biryukov, V.S. Cifrovye snimki v fotogrammetrii // Geodeziya i kartografiya. – М., 2000. – No. 10. – S. 33–36. (In Russian)]
19. Дышлюк В.О. Исследование показателей качества и быстрого действия поиска опорных точек на изображениях методом SURF // Молодой ученый. – 2018. – № 27 (213). – С. 23–26. [Dyshlyuk, V.O. Issledovanie pokazatelej kachestva i bystrodejstviya poiska opornyh toчек na izobrazheniyah metodom SURF // Molodoi uchenyi. – 2018. – 27 (213). – S. 23–26. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии
Б.В. Павловым.

Поступила в редакцию 12.07.2022,
после доработки 14.11.2022.
Принята к публикации 29.11.2022.

Алчинов Александр Иванович – д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ alchinov46@mail.ru,

Гороховский Игорь Николаевич – канд. техн. наук, НИЦ ТГНО 27 ЦНИИ, г. Москва, ✉ gin_box@mail.ru.

ANALYSIS OF STRESS EXPOSURES ON AUTONOMOUS NAVIGATION CONDITIONS IN SEARCH CORRELATION-EXTREME NAVIGATION SYSTEMS

A.I. Alchinov¹ and I.N. Gorokhovskiy²

¹Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

²Research Center of Topographic and Navigational Support, Central Research Institute No. 27, Moscow, Russia

✉ alchinov46@mail.ru, ✉ gin_box@mail.ru

Abstract. This paper further develops the concept of an applied geographic information system (AGIS) for modeling search correlation-extreme navigation systems (CENSs), which was presented in [4]. As shown below, the AGIS can be configured to perform computational experiments with computer models of the existing CENSs and those undergoing various development stages without programming in universal languages. Strict reliability requirements for CENSs increase the role of testing their computer models under stress exposures. During stress testing, the negative effects of different exposures on autonomous navigation conditions are assessed in application areas. Such exposures are not considered at the CENS design stage (reference point masking, distortion of terrain objects borders, etc.). The exposures that prevent CENSs from performing their tasks effectively (critical exposures) are described. Stability to critical exposures is a strong motivation for improving all CENS elements: sensors of geophysical fields, onboard algorithms, and CENS preparation procedures for performing particular tasks in application areas. The mathematical model of approximation by generalized step functions [4] is used to analyze critical exposures on CENS operation. Computer simulation models of different shooting systems are considered as the most important sources of initial data on the approximated function. The mathematical model of stress exposures on CENSs that match images by the mutual correlation criterion is developed further.

Keywords: search correlation-extreme navigation system, shooting system, computer simulation model, stress exposure, stress testing, approximation of functions, generalized step function, reference image, current image.



ПЯТНАДЦАТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЕМ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СИСТЕМ» MLSD'2022

С 26 по 28 сентября 2022 г. прошла очередная, 15-я по счету, Международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD)», организованная Институтом проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН (ИПУ РАН) при технической поддержке IEEE Russia Section. Конференция призвана способствовать научно-исследовательскому сотрудничеству в области, охватывающей разнообразные аспекты управления развитием крупномасштабных систем отраслевого и регионального, национального и транснационального уровня.

К участию в работе конференции традиционно приглашаются ведущие ученые академического уровня, научно-исследовательских институтов, вузов, государственных и коммерческих структур, профессионально занимающиеся проблемами теории и практики управления в современную эпоху формирования информационного общества.

Публикационная политика конференции MLSD направлена на широкое представление научной общественности новых подходов, принципов и возможностей кибернетического крупномасштабного управления, основанного на математическом моделировании и современных информационно-коммутиационных технологиях.

Ежегодно выпускаются Труды конференции на русском языке, а начиная с 2017 г. сборник материалов конференции размещается в электронной библиотеке IEEE Xplore. Ежегодно около 150 докладов конференции MLSD поступают в мировой научный фонд.

В программу MLSD'2022 вошли 18 пленарных и 199 секционных докладов 250 ведущих специалистов из 30 городов Белоруссии, Казахстана, Китая, США и России, 155 докладов размещены в электронной библиотеке IEEE Xplore¹.

Регламент работы конференции MLSD предусматривает пленарное заседание и 16 секций по следующим направлениям.

1. Проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации.

2. Методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами.

3. Управление развитием цифровой экономики, проектные офисы и ситуационные и прогнозно-аналитические центры, институты развития крупномасштабных систем.

4. Имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем.

5. Нелинейные процессы и вычислительные методы в задачах управления крупномасштабными системами.

6. Управление развитием банковских и финансовых систем.

7. Управление топливно-энергетическими, инфраструктурными и другими системами.

8. Управление транспортными системами.

9. Управление развитием авиационно-космических и других крупномасштабных организационно-технических комплексов.

10. Управление развитием региональных, городских и муниципальных систем.

11. Управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности.

12. Информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами.

13. Методология, методы и программно-алгоритмическое обеспечение обработки и интеллектуального анализа больших массивов информации.

14. Мониторинг в управлении развитием крупномасштабных систем.

15. Управление развитием крупномасштабных систем здравоохранения, медико-биологических систем и технологий.

16. Управление развитием социальных систем.

Цель конференции MLSD – освещение вопросов управления на основе больших данных и использования больших данных в различных сферах

¹ <https://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome/9933724/proceeding>

управления, стандартизация методов, моделей и средств обработки больших данных.

Главной темой пленарного заседания MLSD'2022, нашедшей также отражение в секционных докладах, стала разработка теоретических основ стратегического управления развитием крупномасштабных систем в контексте национальной безопасности.

Актуальность указанной проблематики четко обосновывается в пленарном докладе д-ра техн. наук, проф. *А.Д. Цвиркуна*. (ИПУ РАН) «Управление развитием крупномасштабных систем в новых условиях санкций». Автор определяет суть и содержание современной геополитической ситуации как противостояние трех альтернативных сценариев развития миропорядка, включая мондиализм, однополярность и многополярность мира соответственно. Мондиализм – это ликвидация национальных государств и переход полноты власти в руки транснациональных корпораций. Однополярность характеризует мир, в котором властные полномочия и контроль за ресурсами сосредоточены на избранной территории, а остальные страны и народы становятся ее колониями. Многополярность – свобода созидания и конкуренции между различными цивилизациями. Именно такой контекст современного миропорядка является определяющим для понимания санкционной политики.

В докладе описана цифровая платформа – программный комплекс ТЭО-ИНВЕСТ, предназначенный для разработки инвестиционных проектов для группы предприятий или предприятий со сложной внутренней структурой. Его потенциал заключается в возможной интеграции с государственной информационной системой «Капиталовложения», на базе которой будет организован мониторинг реализации соглашений, возмещение инвесторам затрат и предоставление налоговых вычетов. В перспективе Федеральная налоговая служба должна стать единым комплексом для привлечения частных капиталов в новые инвестиционные проекты, навигатором мер господдержки для бизнеса.

На эту же тему сложности современной геополитической ситуации выступил д-р техн. наук, проф. *В.В. Цыганов* (ИПУ РАН) с пленарным докладом «Модели и методы адаптации транспортной инфраструктуры России в условиях санкций». Докладчик провел системный анализ деструктивных последствий антироссийских санкций для транспортной сферы России, благодаря которому становится очевидно, что страны Запада и их союзники в Азии предпринимают попытку глобаль-

ной блокады Российской Федерации в торговой и транспортной сферах. Экономическую ситуацию в стране, возникшую из-за введения беспрецедентных санкций, докладчик называет сложнейшей и делает вывод о том, что социально-экономическое развитие России в условиях санкций невозможно без опережающей географической трансформации национальной транспортной инфраструктуры. Разворот логистики с Запада на Восток – это стратегия развития транспорта, способная решать проблемы социальной стабильности и обороноспособности. Разработка этой стратегии оказалась столь сложной, что практически потребовала формирования новой «теории больших транспортных систем» и сложнейшего комплекса моделей управления транспортной инфраструктурой в условиях санкций. Предлагаемая цифровая платформа включает в себя динамическую модель функционирования правительства в условиях неопределенности и реального времени и пять функциональных блоков: управление развитием транспортной инфраструктуры социально-экономических систем; отбор и экспертизу проектов развития транспортной инфраструктуры; обучение и реструктуризацию транспортной инфраструктуры; формирование транспортных коридоров; обеспечение безопасности. В заключение автор остановился на вопросах внедрения прототипа такого комплекса моделей в проекты новой транспортной инфраструктуры, содействующей повышению уровня жизни населения, эффективности экономики и безопасности РФ.

Ключевому направлению в трансформации современной экономики посвящен пленарный доклад «Информационно-модельная поддержка стратегического управления декарбонизацией в энергетическом хозяйстве страны» академика РАН *С.П. Филиппова* и его соавторов, канд. экон. наук *Ф.В. Веселова*, д-ров техн. наук *А.В. Кейко*, *Т.Г. Панкрушиной* (ИНЭИ РАН). Авторы рассматривают производственную структуру энергетического хозяйства страны как объективный источник выбросов парниковых газов, выступающий центром стратегий и мероприятий программ декарбонизации и низкоуглеродной перестройки системы стратегического планирования. Авторы анализируют национальные энерго-климатические планы стран ЕС (*National Climate and Energy Plans*, NCEP) и приходят к выводу о том, что в российских реалиях речь идет о тесной интеграции трех важнейших документов: Энергетической стратегии, Прогноза научно-технологического развития отраслей ТЭК и Прогноза долгосрочного социально-экономического развития страны. В



новых условиях только такой подход может стать эффективным инструментом управления декарбонизацией практически во всех сферах экономики, использующих органическое топливо. Здесь имеется в виду гармонизация темпов технологического перевооружения, соразмерность требуемых затрат и достигаемых экологических эффектов по всем цепочкам получения и потребления топливно-энергетических ресурсов. Для практической реализации такой стратегии в докладе предлагается цифровая платформа, представленная модельно-информационным комплексом СКАНЕР, ориентированным на исследование фундаментальных взаимосвязей топливно-энергетического комплекса России с мировой энергетической системой (на уровне экспорта российских энергоресурсов) и с национальной экономикой (с учетом отраслевых производственных возможностей топливно-энергетического комплекса и платежеспособного внутреннего спроса).

Пленарный доклад «Взаимодействие экономик федеральных округов РФ (результаты коалиционного анализа)» чл.-корр. РАН *В.И. Сулова* и его соавторов *Ю.С. Ершова* (Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН, г. Новосибирск), канд. экон. наук *Н.М. Ибрагимова* (Новосибирский государственный университет) посвящен вопросам экономической региональной целостности. По тематике стратегического планирования данный доклад логически интегрируется с вышеупомянутыми направлениями развития энергетики и транспорта. Проведенное авторами исследование основано на прикладных расчетах по оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели в разрезе 40 отраслей производства и восьми федеральных округов России на 2030-й год. Предлагаемая цифровая платформа ориентирована на расчеты, проводимые по методике коалиционного анализа, в соответствии с которой оцениваются возможности автономного развития всех возможных коалиций федеральных округов страны. Основу рассматриваемого коалиционного анализа составляют таблицы «затраты – выпуск» и теория кооперативных игр, а базой для реализации служит полудинамическая версия оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели с нелинейной постановкой в разрезе восьми федеральных округов и в 40 видах экономической деятельности. Расчеты показывают, что разрыв связей между регионами и регионов с внешним миром приводит к изменению практически всех показателей регионального развития: конечного продукта, валовой продукции, инвестиций, занятости населения. В докладе представлен целый ряд показателей негативного влия-

ния потенциального разрыва связей на различные характеристики региона. Приведенные расчеты демонстрируют высокую степень межрегиональной интеграции и вовлеченности национальной экономики в мировую. Наибольший эффект ожидается от коалиционного взаимодействия восточных регионов, «работающих» на общероссийский рынок и обеспечивающих экспорт (нефть и газ, цветные металлы, лес), имеющих положительное сальдо товарообмена и пониженную (по сравнению с долей в суммарном ВВП) долю в суммарном конечном потреблении.

Доклад «Сценарный анализ проблем управления обеспечением безопасности сложных социально-экономических систем» чл.-корр. РАН *В.Л. Шульца* (Центр исследования проблем безопасности РАН), д-ра техн. наук, проф. *В.В. Кульбы*, канд. техн. наук *И.В. Чернова*, канд. техн. наук *А.Б. Шелкова* (ИПУ РАН) посвящен проблеме повышения эффективности управления безопасностью с помощью формального целевого прогноза поведения как самого объекта управления, так и его окружения (внешней среды). Авторы обобщают накопленный опыт решения теоретических и прикладных проблем повышения эффективности управления обеспечением безопасности социально-экономических систем на основе сценарного подхода. Предлагаемая цифровая платформа представлена программно-аналитическим комплексом. Его методологическую основу составляет математическая модель знаковых, взвешенных знаковых, функциональных знаковых ориентированных графов. Данная модель является расширением классической графовой модели, в которую включаются дополнительные компоненты. В частности, в соответствии каждой вершине ставится ее параметр, а также вводится функционал преобразования дуг, т. е. в соответствии каждой дуге ставится либо знак, либо вес, либо функция. Содержательно параметрами вершин графа являются ключевые показатели или факторы, описывающие состояние и динамику развития исследуемой ситуации, а структура графа отражает причинно-следственные связи между ними. Совокупность значений параметров вершин в графовой модели описывает конкретное состояние исследуемой ситуации в определенный момент времени. Изменение значений параметров вершин графа порождает импульс и интерпретируется как переход системы из одного состояния в другое. Управление развитием ситуации моделируется изменением структуры и подаваемыми импульсами в определенные вершины графа. В докладе проведены сценарные исследования проблем обеспечения региональной безопасности

Российской Федерации, информационной безопасности, общественной безопасности, техногенной безопасности.

Одно из важнейших условий жизнеобеспечения в неустойчивых условиях рассматривалось на секции 16 в докладе д-ра техн. наук, проф. *В.Н. Буркова*, д-ра техн. наук, проф. *А.Ю. Заложнева*, *А.Д. Костыревой* «Модель стабилизации потребительского рынка». Авторы представляют макроописание процесса функционирования экономической системы. Основными переменными в модели являются: индекс свободных цен, величина денежных накоплений населения, объем товарных запасов потребительских товаров в денежном выражении, индекс регулируемых цен. В качестве вспомогательной переменной фигурирует ценность денег. Исследуемая экономико-математическая модель описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений. В модели все производство агрегировано в одну отрасль, валовой выпуск которой делится на предметы потребления и всю остальную продукцию: основные и оборотные средства, продукция непромышленного назначения, не являющаяся предметами потребительского спроса. В докладе представлены подходы к разработке антиинфляционной экономической политики, рассматриваются варианты экономической политики по стабилизации потребительского рынка. Показано, что из всей совокупности вариантов стабилизационной политики, которые позволяют исследовать данная модель, могут быть выбраны четыре основных. В докладе приведены результаты моделирования и дана качественная оценка результатов. В рамках модели не рассматривается формирование доходов бюджета и вопрос о его сбалансированности. Для исследования проблемы стабилизации потребительского рынка достаточно представлять бюджет только государственными расходами на определенном интервале времени, на котором учитывается только заработная плата лиц, занятых в непромышленной сфере, выплаты по социальному обеспечению и социальному страхованию.

На фоне современной глобализации и информатизации общественной жизни одним из жестких инструментов нарушения социальной стабильности становятся информационные войны и противоборства в социальных сетях. В связи с этим особую актуальность для национальной безопасности приобретают исследования, направленные на разработку механизмов противодействия информационным атакам, распознавание инициаторов, блокирование передаваемых сообщений, запуск

обратной информационной волны. На пленарном заседании этой теме был посвящен доклад д-ра техн. наук *Д.А. Губанова*, д-ра физ.-мат. наук *А.Г. Чхартушвили*. (ИПУ РАН) «О противоборстве нескольких источников информации, формирующих мнения в социальных сетях». Авторы рассматривают модель, в которой мнения агентов (или предпочтения) ненаблюдаемы, а наблюдаемые действия не полностью отражают их мнения. Для такой модели формулируются и решаются задачи информационного управления и противоборства, в которых массовое воздействие сказывается на состоянии агентов (например, посредством подконтрольных СМИ) для того, чтобы получить выгодные для центра действия в сети. Стратегией центра является выбор степени информационного воздействия. Для случая условно «атомизированной» сети (когда агенты в сети не доверяют друг другу) получены аналитические решения.

Одно из важнейших направлений развития страны в условиях санкций рассматривалось на секции 6 канд. техн. наук *М.В. Смирновым* (Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации) в докладе «Методы и модели принятия решений по обеспечению технологического суверенитета России». Автор ставит актуальную проблему выбора приоритетных параметров, используемых в процессе принятия решений по достижению технологического суверенитета России. На основе методов матричной свертки и расстановки приоритетов предложен подход к организации бинарного дерева финансово-экономических параметров, участвующих в получении интегральной оценки результатов принятия управленческих решений.

Доклад «Модель динамики макропоказателей инфляции с учетом внешних (санкционных) воздействий» канд. физ.-мат. наук *В.Б. Гусева* посвящен анализу макропоказателей экономики РФ (индекса потребительских цен, курса рубля, динамики и годового индекса ВВП в среднесрочном периоде). При построении модели использовались экспертные гипотезы, закономерности, а также статистические данные. Для построения модели применяется феноменологический подход, состоящий в формализации свойств наблюдаемой реакции экономики на внешние воздействия и последующей верификации полученной модели.

Доклад «Стресс-тестирование системообразующих организаций России (на примере отрасли)» д-ра техн. наук *О.И. Дранко*, чл.-корр. РАН *А.Ф. Резчикова* (ИПУ РАН), д-ра техн. наук *А.С. Богомолова* (ИПТМУ РАН, Саратов), канд. экон. наук *М.М. Дворяшиной* ориентирован на



контроль опасных для предприятий реального сектора экономики рисков рецессии. В работе приводятся результаты расчетов однофакторного стресс-теста (определению критического уменьшения падения выручки) для перечня системообразующих организаций розничной торговли. Расчет показал, что многие российские организации показали хороший запас прочности на 2022 г.

Значительную роль в системе национальной безопасности играет кибербезопасность техносферы. Основным проблемам и подходам к ее оценке посвящен пленарный доклад «Оценка риска и обеспечение кибербезопасности атомных электростанций» канд. физ.-мат. наук *В.Г. Промыслова*, *Е.А. Абдуловой*, канд. техн. наук *Е.Ф. Жарко*, канд. техн. наук *А.Ю. Исхакова*, д-ра техн. наук, проф. *Р.В. Мещерякова*, д-ра техн. наук *А.Г. Полетыкина*, канд. физ.-мат. наук *К.В. Семенкова* (ИПУ РАН), *Н.Н. Акимова*, *П.А. Голубева*, *И.Ю. Лепехина* (Филиал РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова», г. Нижний Новгород). В работе рассматривается проблема оценки риска кибербезопасности для автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП) критически важных объектов. На примере АСУ ТП атомных электростанций рассматривается внутренний и внешний контекст оценки риска. Приводятся две методики: для этапа жизненного цикла разработки и этапа эксплуатации АСУ ТП. Авторами сформулированы основные задачи обеспечения кибербезопасности АСУ ТП АЭС, обозначены принципы построения архитектуры безопасности. Рассмотрена связь между классическим принципом глубоко эшелонированной защиты, применимой для обеспечения ядерной безопасности АЭС, и ее проекцией на область информационной безопасности АСУ ТП АЭС. Обосновано утверждение, что основная цель киберзащиты АСУ ТП АЭС состоит в недопущении нарушения норм ядерной безопасности, и это определяет сильную связь классификации систем АСУ ТП АЭС по ядерной и кибербезопасности.

Методической основой разработки цифровых платформ поддержки принятия решений может служить доклад д-ра техн. наук, проф. *Ф.И. Ерешко* (Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН) «Иерархические структуры в стратегическом планировании и управлении». Докладчик предлагает математические модели управляемых систем, для которых характерна иерархическая организационная система.

Перечисленные доклады – только небольшая часть рассмотренных на конференции работ, ме-

тодически выверенных и реализованных в виде сервисов, аналитических приложений и программных комплексов, составляющих инструментальную базу для аналитики и выбора стратегий управления развитием крупномасштабных систем в сложных макроэкономических и геополитических условиях.

Подводя итог, можно сделать вывод о том, что основным результатом конференции MLSD'2022 стала подготовка предложений по реализации цифровой платформы стратегического планирования развития транспортных, энергетических, экономических, социальных систем и инвестиционных процессов в условиях внешней санкционной политики.

Полученные результаты дают возможность формулировать условия задач оптимизации выбора поддерживаемых государством предприятий по критерию сохранения основных социально-экономических процессов в сложных макроэкономических условиях и с учетом высокой неопределенности. Например, задачи выбора множества предприятий, поддерживаемых в целях сохранения живучести отраслей в условиях мобилизации экономики и возникающих ограничений: санкционных, эпидемических и др.

Современные нарастающие вызовы и угрозы российской экономике требуют принятия срочных и адекватных мер по их предупреждению на основе применения в управлении экономикой риск-ориентированного подхода. По результатам изучения российского и зарубежного опыта выявлено, что применение риск-ориентированного подхода должно рассматриваться в широком смысле не только как механизм формирования запаса определенного финансового ресурса для покрытия ущерба и минимизации рисков, но и как механизм формирования широкого набора мер финансового характера по взаимовыясненным скоординированным действиям в решении стратегических задач развития российской экономики.

А.Д. Цвиркун, председатель Оргкомитета,

И.А. Степановская, секретарь Оргкомитета

Цвиркун Анатолий Данилович – д-р техн. наук,
✉ tsvirkun@ipu.ru,

Степановская Ираида Александровна – канд. техн. наук,
✉ irstepan@ipu.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.



15TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MANAGEMENT OF LARGE-SCALE SYSTEM DEVELOPMENT (MLSD'2022)

A.D. Tsvirkun and I.A. Stepanovskaya[#]

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[#]✉ irstepan@ipu.ru

Abstract. The 15th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD'2022) was held on September 26–28, 2022, by Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, with the support of the IEEE Russia Section. MLSD'2022 aimed to cover big data management issues, including big data use in various areas of management, as well as the standardization of methods, models, and tools for big data processing. The main theme of the conference was theoretical foundations for the strategic management of large-scale system development in the context of national security. The MLSD'2022 program included 18 plenary papers and 199 sectional papers of leading experts from 30 cities of Belarus, Kazakhstan, China, the USA, and Russia. Amongst them, 155 papers were selected, extended, and published electronically in IEEE *Xplore*.

Keywords: conference, large-scale systems, big data, national security.