

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

1/2024

CONTROL  SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Каляев, академик РАН,
Н. В. Кузнецов, чл.-корр. РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишнеvский, д-р техн. наук,
А. О. Калашников, д-р техн. наук,
В. В. Клочков, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук
(ответственный секретарь),
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, академик РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пашенко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,
д-р техн. наук,
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, RAS¹ Academician,
I. A. Kalyaev, RAS Academician,
N. V. Kuznetsov, RAS Corr. Member,
V. A. Levin, RAS Academician,
N. A. Makhutov, RAS Corr. Member,
A. F. Rezchikov, RAS Corr. Member,
S. N. Vassilyev, RAS Academician

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech),
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),
Executive Editor-in-Chief,
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),
D. A. Novikov, RAS Academician,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,
Dr. Sci. (Tech.),
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),
Volgograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

¹Russian Academy of Sciences.



CONTROL SCIENCES
Научно-технический
журнал

6 номеров в год
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН

Главный редактор
академик РАН
Д. А. Новиков

Заместитель главного редактора
Ф. Ф. Пашенко

Ответственный секретарь
Н. Е. Максимова

Выпускающий редактор
Л. В. Петракова

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 29 февраля 2024 г.

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.
выдано Министерством Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых
коммуникаций

Свидетельство о регистрации
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.
выдано Федеральной службой
по надзору в сфере связи,
информационных технологий и
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс
научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной
библиотеки (www.elibrary.ru) доступны
полные тексты статей.

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В. А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

1.2024

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Абрамян В. Л., Вишневский В. М., Ларионов А. А. Применение радиочастотной идентификации на транспорте 3

Математические проблемы управления

Нелюбин А. П., Подиновский В. В. Средние величины: многокритериальный подход. III 17

Соседов В. А. Исследование эффективности комбинированного иерархического оператора скрещивания в генетическом алгоритме решения задачи доставки последней мили 23

Управление в социально-экономических системах

Богданов А. Д., Колобов Д. В., Щепкин А. В. Модели процессов закупки материально-технического обеспечения школ и конкуренции между поставщиками 35

Горбанёва О. И., Угольницкий Г. А. Модели управления во властных иерархиях 43

Исаева И. И., Харитонов М. А., Васильченко А. А. и др. Устойчивое развитие пойменных территорий зарегулированных рек. Ч. 2. Проектирование эффективной системы управления структурой пойменных территорий 57

Управление подвижными объектами и навигация

Ефремов А. Ю. Анализ агрегационного поведения мобильных роботов в алгоритме стайного управления при естественных ограничениях 79

Самохина М. А., Галяев А. А. Построение карты локально оптимальных путей управляемого подвижного объекта в конфликтной среде при переходе из точки в точку 90

Хроника

XXXI Международная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем» 103



CONTROL SCIENCES
Scientific Technical
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

FOUNDER and PUBLISHER

V. A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D. A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief

F. F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief

N. E. Maximova

Editor

L. V. Petrakova

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia

☎/📠 +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: February 29, 2024

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

issued by the Ministry of Press,
Broadcasting, and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of

Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021

issued by the Federal Service
for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian
Science Citation Index) on the platform
Web of Science and in the list of peer-
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic
library (www.elibrary.ru) full texts of
articles are available

© V. A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

1.2024

CONTENTS

Surveys

Abramian, V. L., Vishnevsky, V. M., and Larionov, A. A.

Radio Frequency Identification in Transport Applications 3

Mathematical Problems of Control

Nelyubin, A. P. and Podinovski, V. V. Mean Values: A Multicriteria

Approach. Part III 17

Sosedov, V. A. Combined Hierarchical Crossover in a Genetic Algorithm

for Last-Mile Delivery: Efficiency Analysis 23

Control in Social and Economic Systems

Bogdanov, A. D., Kolobov, D. V., and Shchepkin, A. V.

Modeling the Procurement of School Equipment and Competition
among Suppliers 35

Gorbaneva, O. I. and Ougolnitsky, G. A. Control Models in Power

Hierarchies 43

Isaeva, I. I., Kharitonov, M. A., Vasilchenko, A. A., et al. Sustainable

Development of Floodplain Territories of Regulated Rivers. Part II:
Designing an Effective Territory Structure Management System 57

Control of Moving Objects and Navigation

Efremov, A. Yu. Aggregation Behavior of Mobile Robots in a Swarm

Control Algorithm under Natural Constraints 79

Samokhina, M. A. and Galyaev, A. A. Constructing a Map of Locally

Optimal Paths for a Controlled Moving Object in a Threat
Environment 90

Chronicle

31st International Conference on Problems of Complex Systems

Security Control 103

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОЧАСТОТНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА ТРАНСПОРТЕ[#]

В. Л. Абрамян*, В. М. Вишнеvский**, А. А. Ларионов***

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

*✉ abramian.vl@phystech.edu, **✉ vishn@inbox.ru, ***✉ larioandr@gmail.com

Аннотация. Технология RFID (Radio Frequency Identification) нашла широкое применение во многих областях науки и техники и повседневной жизни людей. Одним из интенсивно развивающихся направлений применения RFID является идентификация быстро движущихся транспортных объектов. Несмотря на большое количество научных статей, посвященных данной тематике, последние результаты в этой области нашли слабое отражение в существующих обзорах. Настоящая статья призвана восполнить этот пробел. Приведен обзор публикаций в области технологий и стандартов RFID, а также особенностей распространения сигналов в беспроводном канале связи между RFID-метками и считывателем. Дано описание теоретических и экспериментальных результатов, а также архитектуры и аппаратно-программных средств практической реализации систем идентификации наземных транспортных средств. Приведен также обзор публикаций о применении RFID на беспилотных летательных аппаратах.

Ключевые слова: радиочастотная идентификация, транспорт, беспилотный летательный аппарат, считыватель, метка.

ВВЕДЕНИЕ

Технология радиочастотной идентификации (англ. *Radio Frequency Identification*, RFID) нашла широкое применение во многих областях науки и техники и повседневной жизни людей (в библиотеках, магазинах, при регистрации пассажиров в метро и автобусах и т. д.). С каждым годом количество приложений RFID растет, а вместе с этим увеличивается количество научных работ, в которых исследуются те или иные вопросы, касающиеся данной темы.

В обзоре [1] выделены следующие области применения RFID: транспорт, сельское хозяйство и животноводство, здравоохранение и социальное обеспечение, экологические приложения, а также защита и безопасность. Эти сферы могут быть расширены и уточнены применением радиочастотной идентификации в строительстве, транспортировке материалов и грузов при отслеживании и контроле

скорости спецтехники и организации ее парковки [2].

В качестве отдельной большой области применения RFID можно выделить логистику. Данному вопросу посвящены десятки статей, о чем можно судить по обзору [3]. Эффективное применение радиочастотной идентификации для определения местоположения объектов, навигации, а также маркировки и поиска различных объектов внутри помещений, где затруднено использование технологии GPS, описано в обзоре [4]. Маркировка осуществляется путем размещения на идентифицируемых объектах дешевых пассивных RFID-меток, содержащих информацию о своем точном местоположении. Часто такие системы применяются в качестве ассистента-помощника для слабовидящих людей в общественных пространствах, например в метро [4].

Одним из интенсивно развивающихся в последнее десятилетие направлений применения RFID является радиочастотная идентификация быстро движущихся транспортных средств (автомобили, поезд, беспилотные летательные аппараты). Однако в настоящее время теоретические и

[#] Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-29-00795.

практические исследования этого направления нашли слабое отражение в опубликованных в мировой литературе обзорах. Данная статья призвана восполнить этот пробел.

Структура статьи включает следующие разделы. В § 1 дано краткое описание технологий и стандартов RFID. Приводятся используемые в дальнейшем термины. В § 2 рассматриваются особенности распространения сигналов и оценка характеристик производительности беспроводной связи между RFID-меткой и считывателем. Приводится обзор работ, посвященных математическим методам проектирования радиоканала в RFID-системах. Обзору публикаций по применению RFID на наземном транспорте (автомобильных дорогах и железнодорожном транспорте) посвящен § 3. Дано описание теоретических и экспериментальных результатов, а также архитектуры и аппаратно-программных средств практической реализации систем идентификации наземных транспортных средств (ТС). Обзор публикаций по применению RFID на беспилотных летательных аппаратах рассмотрен в § 4.

1. СТАНДАРТЫ РАДИОЧАСТОТНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Радиочастотная идентификация – технология маркировки и автоматической идентификации объектов, в которой посредством радиосигналов считываются или записываются данные, хранящиеся в RFID-метках (тегах). Простейшая RFID-система состоит как минимум из двух частей: собственно, меток – радиоэлектронных устройств, находящихся на идентифицируемом объекте, и считывателей – активных устройств, инициирующих процедуру обмена данными. Важной особенностью RFID-систем является то, что метки представляют собой, как правило, пассивные устройства, не имеющие встроенного источника питания и ожидающие инициации обмена данными со стороны считывателя. Благодаря этому метки становятся настолько дешевыми и простыми, что появляется возможность оснащать ими большинство бытовых товаров в розничных магазинах, например ярлыки одежды, обложки книг в библиотеках и т. д. Также RFID-система может содержать другие устройства для расширения своего функционала или являться частью большей системы. Например, данные, полученные считывателем, отправляются посредством других протоколов связи в удаленную базу данных.

Для увеличения числа задач, решаемых с помощью RFID, были созданы полупассивные и ак-

тивные метки. Полупассивные метки имеют свой источник энергии (литиевую или солнечную батарею), благодаря которым организуется электропитание встроенной микросхемы. Соответственно, они способны принимать и передавать сигналы на существенно большие расстояния по сравнению с пассивными метками. При этом полупассивные метки не могут генерировать собственный высокочастотный сигнал, инициируя тем самым сеанс связи. Они могут только модулировать поле считывателя так же, как это делают пассивные метки. Активные метки имеют другой принцип работы, так как они включают в себя активный передатчик, а иногда и приемник. Для передачи данных на считыватель они излучают высокочастотное электромагнитное поле вместо того, чтобы модулировать поле считывателя.

В RFID используются три основных диапазона передачи информации, для каждого из которых существуют свои стандарты:

- диапазон низких частот: 30–300 кГц (НЧ, англ. *low frequency*, LF) используется для ближней связи между меткой и считывателем на расстоянии до 1 см [5];

- диапазон высоких частот: 3–30 МГц (ВЧ, англ. *high frequency*, HF) используется для связи на расстоянии 0–1 м [6];

- диапазон сверхвысоких частот: 860 МГц – 960 МГц (СВЧ, англ. *ultra high frequency*, UHF) применяется для связи и идентификации на расстоянии более 1 м [7].

Технология радиочастотной идентификации начала широко применяться в различных областях с конца XX в. Помимо классического применения RFID для идентификации объектов в магазинах и складах, создания электронных карт доступа и т. д. данная технология может быть использована для позиционирования мобильных объектов [8–10] или для помощи в поиске потерявшихся в городе людей с ограниченными возможностями [11]. Подробнее о технологии RFID в целом можно прочитать в книге К. Финкенцеллера [12]. Далее в обзоре будет рассматриваться только UHF RFID, так как именно эта технология позволяет идентифицировать объекты, оснащенные RFID-метками, на значительных расстояниях от считывателя, расположенного на БПЛА или над полотном автодороги.

Стандарт EPC Class 1 Generation 2 [7] (ISO/IEC 18000-6С, ГОСТ Р 58701–2019) [13] описывает физический (PHY) и канальный (MAC) уровни системы радиочастотной идентификации пассивных и полупассивных меток. На физическом уровне стандарт описывает способы модуляции и кодиро-



вания сигналов, а на канальном уровне – протокол обмена данными между считывателем и метками. Протокол основан на стандарте Slotted ALOHA, описанном в работе [14]. Он позволяет бороться с коллизиями при нахождении нескольких меток в зоне считывателя, а также содержит средства для чтения и записи данных на метки.

Для подключения RFID-считывателей к системам управления используются стандартные протоколы, которые поддерживаются большинством производителей. Протокол Low Level Reader Protocol (LLRP) [15] определяет низкоуровневый интерфейс между считывателем и контроллером. Этот протокол позволяет выполнять произвольные операции доступа и инвентаризации, настраивать параметры радиоинтерфейса считывателя, получать данные о состоянии радиоканала и диагностические данные о работе считывателя. Протокол LLRP поддерживается большинством существующих считывателей. Стандарт определяет возможность работы протокола по каналам TLS (*transport layer security*). Помимо LLRP, организация EPCglobal опубликовала несколько стандартов [16–19], которые можно использовать при разработке считывателя и системы управления. Стандарт Reader Management 1.0.1 (RM) [16] определяет модель системы и МИБ (*Management Information Base*) для сбора данных о состоянии работы считывателя через протокол SNMP. Стандарт Discovery, Configuration, and Initialization (DCI) for Reader Operations [17] позволяет считывателю, контроллерам и LLRP-клиентам находить друг друга в сети, производить аутентификацию между контроллерами и считывателями, управлять работой считывателей, загружать новые образы программного обеспечения и выполнять прочие служебные функции. Стандарт Application Level Events (ALE) Standard [18, 19] описывает рекомендации по разработке промежуточного программного обеспечения.

Стандарты RFID непрерывно совершенствуются, появляются новые дополнения и спецификации. В 2020 г. альянсом RAIN RFID предложена спецификация интерфейса между считывателем и контроллером [20]. Эта спецификация более высокоуровневая по сравнению с LLRP. Она описывает основные действия, включая конфигурацию и получение статуса считывателя, настройки радиопротокола, доступ к меткам. Спецификация определяет сообщения, передаваемые между считывателем и контроллером, в формате JSON, а также их использование для решения проблемы идентификации транспорта [21].

2. ИССЛЕДОВАНИЯ БЕСПРОВОДНОГО КАНАЛА RFID-СИСТЕМ

Затухание сигналов в беспроводном канале связи UHF RFID-системы существенно влияет на дальность идентификации объекта (расстояние между меткой и считывателем). Дальность идентификации является одним из наиболее важных показателей эффективности систем радиочастотной идентификации, так как от данного параметра зависит принципиальная возможность использования RFID на транспорте.

Большой вклад в изучение вопросов затухания сигналов в канале и исследования характеристик протокола связи стандарта UHF RFID внесли работы К.В. Рао и П.В. Никитина. В частности, в публикациях [22–24] дано описание параметров и структуры пассивных меток, а также антенных устройств в их составе, оказывающих наибольшее влияние на дальность считывания в UHF RFID-системе. К ним относятся:

- Порог чувствительности чипа метки P_{th} – минимальная мощность, необходимая для включения RFID-чипа. Чем он ниже, тем больше расстояние, на котором может быть обнаружена метка.
- Усиление антенны метки G_r , зависящее от формы диаграммы направленности антенны, ограниченное рабочей частотой и размерами метки.
- Коэффициент согласования поляризации χ , характеризующий совпадение поляризации антенны метки с поляризацией антенны считывателя. Для увеличения дальности действия поляризации должны совпадать.
- Коэффициент передачи мощности τ характеризует согласование импеданса между антенной и чипом также влияет на дальность действия.

Величина P_{tag} мощности, необходимой для активации метки, определяется неравенством [25, 26]

$$P_{tag} = P_t G_t P_l G_r \chi \tau \geq P_{th},$$

где P_t – излучаемая считывателем мощность; G_t – усиление антенны считывателя; P_l – потери на пути распространения сигнала. Следует отметить, что максимальная допустимая величина мощности считывателя ограничивается законодательством (например, в США это 4 Вт).

На вероятность успешного обнаружения метки оказывают значительное влияние особенности протокола связи и помехи от сигналов других считывателей и меток. Идеальный считыватель всегда может обнаружить пассивную RFID-метку, если она получает достаточную энергию для включения

и обратного рассеяния. Как правило, в диапазоне сверхвысоких частот необходимая мощность, принимаемая меткой, оценивается с помощью модели распространения сигналов в свободном пространстве, основанной на формуле Фрииса [27]

$$P_r = \frac{P_t G_t(\theta, \phi) G_r(\theta, \phi) \lambda^2}{(4\pi)^2 r^2},$$

в которой P_r – принятая меткой мощность; λ – длина волны; r – расстояние между антеннами, θ и ϕ – углы азимута и места соответственно, показывающие зависимость диаграммы направленности от положения в пространстве; t – передатчик (от англ. *transmitter*; как правило, относится к считывателю); r – приемник (от англ. *receiver*; как правило, относится к метке). Отметим, что в настоящее время гораздо более точные оценки могут быть получены благодаря сложному моделированию распространения электромагнитных волн с учетом значений различных параметров приемника и передатчика, а также канала распространения сигнала [28].

Так как в основном применяются пассивные метки ввиду их дешевизны и простоты, то именно их чувствительность и конструкционные особенности выступают основным ограничивающим фактором дальности связи всей RFID-системы. Поэтому их устройству посвящено большое количество исследований, описание которых приведено в обзоре [29]. В докладе [30] приведены результаты тестирования многих типов меток на лабораторном стенде. Исследованы такие параметры, как корректность ответов меток на соответствующие команды считывателя, входной импеданс, рабочий диапазон мощности микросхемы метки, а также эффективность обратного рассеивания. В публикации [31] авторы рассматривают параметры метки, отвечающие за бюджет канала связи со считывателем. Описывается оборудование, необходимое для проведения экспериментов по измерению производительности RFID-канала. В работе [32] анализируется влияние протокола Gen2 [7] на чувствительность метки и эффективность ее обратного рассеяния. Проведен эксперимент по измерению значений этих характеристик для различных UHF RFID-меток.

Большое количество статей посвящено характеристикам протокола связи и математическим моделям канала между считывателем и меткой. Рассматривается многолучевое распространение сигнала, а также зависимость качества связи от

эффекта Доплера. Например, в докладах [33, 34] описывается разработанный метод визуализации распространения сигнала в UHF RFID-системе. Данный метод применяется для оценки скорости чтения метки при наличии различных препятствий, а также в зависимости от высоты подвеса антенны считывателя и высоты расположения метки. Разработана математическая модель, основанная на уравнении Фрииса, модифицированном для двух- и трехлучевого случаев распространения сигналов. В статье также описаны проведенные эксперименты по определению необходимой мощности для активации метки в безэховой камере.

В статьях [35–38] представлены модели канала связи для оценки мощности, передаваемой считывателем метке, необходимой для ее активации, а также выбор различных вариантов организации антенных систем, отвечающих за передачу и прием сигналов в RFID-системе. Некоторые модели канала создаются не только для расчета уровня затухания, но и для определения вероятности успешного обмена данными. Например, в статье [39] строится модель канала, учитывающая поляризацию антенн и материалов объектов, от которых происходит отражение. Разработанная модель позволяет определять плотность вероятности успешного чтения в любой точке исследуемого пространства, рассматривая множество отраженных лучей. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными. В работе [24] обсуждается канал связи считыватель – метка – считыватель. Описываются различные конфигурации антенн считывателя, приводится анализ их недостатков и достоинств. Обсуждаются вопросы поляризации антенны считывателя. Описывается модель потерь в канале беспроводной связи с учетом многолучевого распространения сигнала.

Значительный вклад в развитие исследований беспроводного RFID-канала внесла работа [27]. В ней рассматривается вопрос определения дальности считывания в RFID-системах с учетом рабочего цикла опроса меток и региональных ограничений мощности, а также диаграммы направленности антенн считывателя и метки. В данной статье также рассматриваются модели канала для оценки зоны считывания систем UHF RFID с разным уровнем детализации и вычислительной сложности.

Анализ большого количества статей в рамках тематики настоящего раздела позволяет классифицировать их в соответствии с табл. 1.



Таблица 1

**Классификация статей, относящихся к
исследованию беспроводного канала связи в
RFID-системе**

Предмет исследования	Статьи
Факторы, влияющие на дальность чтения меток	[22, 24, 32]
Исследование характеристик канала	[23, 27, 33–39]
Конструкция и параметры меток	[25, 29–32]
Нестандартные применения	[26]

3. ПРИМЕНЕНИЕ RFID НА НАЗЕМНОМ ТРАНСПОРТЕ

Исторически одним из первых применений технологии RFID на транспорте стало ее использование на платных автодорогах для идентификации автомобилей и сбора платы за проезд. Впервые такие системы начали использоваться в 1980-х гг. в США. В 1990-е годы применение RFID на платных дорогах стало повсеместным не только в США, но и в европейских странах [40, 41].

Вопросам идентификации наземных транспортных средств с использованием RFID-технологий посвящено значительное количество публикаций. Информация об идентифицированных автомобилях может эффективно использоваться во многих целях: например, для управления шлагбаумом и оплаты проезда ТС, корректировки фаз светофоров, поиска угнанных машин и т. д. [42–45]. Один из примеров применения системы на базе RFID изложен в работе [46], где описывается аппаратно-программный комплекс для создания системы контроля управления доступом автомобилей в университетский кампус. Описан эксперимент, в котором была протестирована работоспособность и стабильность функционирования разработанной системы. В нем приняло участие 20 автомобилей, оборудованных RFID-метками. В результате были сделаны выводы о загруженности тех или иных проездов, а также времени пребывания автомобилей на территории кампуса. Для увеличения радиуса действия системы идентификации можно использовать активные метки [47].

Другая задача решалась в работах [48–50], где было дано описание принципов построения и реализации автоматизированной системы контроля нарушений правил дорожного движения с использованием RFID-технологий. Проведен крупномасштабный эксперимент с участием 800 автомобилей, в номерные знаки которых были установлены пассивные RFID-метки, а считыватели располага-

лись над полотном автодороги. Трехмесячные испытания, проведенные в зимнее время, показали, что применение RFID-технологии обеспечивает вероятность обнаружения транспортного средства порядка 95 % [51]. Результаты эксперимента совпали с теоретическими исследованиями по оценке вероятности радиочастотной идентификации транспортных средств [52–55]. Контроль времени нахождения транспорта в пути также изучается в работе [56], где используются данные с RFID-считывателей. Проведено сравнение результатов теоретической модели с экспериментальными данными.

В статьях [57–59] предлагается метод измерения скорости автомобиля путем оценки мощности принятого считывателем сигнала от RFID-метки. В частности, в докладах [57, 58] описан метод решения этой задачи при расположении RFID-меток в дорожном полотне и RFID-считывателей на ТС. В статье [59] предлагается использовать RFID для мониторинга трафика и определения скорости движения автомобилей в случае размещения RFID-метки на номерном знаке ТС, а считывателя над полотном автодороги.

В последнее время актуальной темой становятся автомобильные самоорганизующиеся сети (англ. *Vehicular ad hoc networks*, VANETs) [60, 61], которые обеспечивают высокоскоростную связь от различных устройств на дорогах, включая RFID-считыватели, с базами данных центра управления. Сети VANET являются одной из главных составных частей интеллектуальной транспортной системы (англ. *Intelligent Transportation System*, ITS) [61–63]. В подобных системах предполагается использование большого количества технологий и различных систем связи, причем особое место в них занимает RFID [50, 52, 54, 64–69]. В работе [64] представлена система мониторинга транспортного потока, обнаружения дорожно-транспортных происшествий с помощью радиочастотной идентификации. Решается задача поиска оптимальных мест для установки считывателей с целью минимизации затрат на разворачивание системы. В работах [62, 70, 71] рассматривается метод оптимального размещения базовых станций беспроводной сети вдоль протяженных транспортных магистралей для сбора информации от систем видеофиксации и оперативной передачи данных о нарушениях ПДД в центр управления. Этот метод был применен при проектировании реализации эффективно функционирующей широкополосной высокоскоростной беспроводной сети вдоль Казанской объездной дороги (М7 Волга).

В статье [65] представлен метод обнаружения пробок на дорогах в городских условиях, который использует позиционирование ТС на основе RFID. При этом подразумевается, что все транспортные средства смогут обмениваться данными друг с другом и образовывать кластеры, объединенные VANET-сетью. В докладе [66] представлен прототип системы мониторинга трафика транспортных средств. Система состоит из пьезодатчиков, установленных под дорожным покрытием для оценки плотности потока, а также RFID-считывателей, принимающих информацию от меток, расположенных на автомобилях. Система предназначена для обеспечения приоритета движения на перекрестках специальным транспортным средствам (скорой помощи, полиции и т. д.) В статье [67] описана архитектура системы, идентифицирующей большое количество автомобилей в единицу времени, а также рассматриваются зоны считывания RFID-меток и их зависимость от скорости ТС. Описана математическая модель, учитывающая особенности протокола RFID, скорость движения и другие параметры. Аналитические результаты сравниваются с данными экспериментов. Оценка производительности систем идентификации ТС на основе UHF RFID рассмотрена в работе [72]. Исследуется возможность идентификации меток, расположенных как на автомобилях, так и на поездах. Разработаны модели определения оптимального расположения метки на различных транспортных средствах.

Ряд работ посвящены исследованию вопросов определения местоположения транспортного средства с использованием RFID-технологий. Несмотря на то, что в настоящее время повсеместное распространение получили спутниковые навигационные системы (ГЛОНАСС и GPS), актуальным остается вопрос повышения их точности в том числе с помощью технологии радиочастотной идентификации. В работе [73] представлен метод позиционирования транспортных средств, использующий данные GPS, уточненные с помощью технологии RFID. Для этого предлагается устанавливать считыватель на движущемся ТС, а метки, хранящие информацию о своем точном местоположении, на различных объектах дорожной инфраструктуры. Разработаны математические модели для расчета погрешности определения местоположения. В публикации [74] протокол RFID используется для определения местоположения ТС и последующей передачи этих данных через сеть VANET на сервер для планирования и оценки маршрута в реальном времени. Приводятся результаты сравнения для двух случаев: использова-

ние только технологии GPS и использование RFID совместно с VANET. В работе [75] рассматривается система определения местоположения и идентификации препятствий в условиях плохой видимости. Описывается аналитическая модель канала связи, в том числе для случая двухлучевого распространения. Проводится математическое моделирование предложенной системы, а также лабораторный и полевой эксперименты.

Размещать метки можно не только на дорожной инфраструктуре, но и непосредственно в дорожном полотне, как предлагается в работе [76]. Благодаря этому машины, оснащенные считывателями, могут определять свое местоположение. В статье исследуются алгоритмы борьбы с коллизиями, возникающими при попытке чтения одной метки несколькими считывателями одновременно. Оценивается эффективность предложенных алгоритмов с помощью имитационного моделирования.

Определение местоположения актуально не только на автомобильных дорогах общего пользования, но и на железнодорожном транспорте для точного позиционирования составов. В работах [77, 78] исследуются вопросы идентификации сверхвысокоскоростных поездов, скорость которых достигает 500 км/ч. Предлагается устанавливать считыватели между шпалами, а поезда оснащать набором меток, закрепленных по всей длине состава. В докладе [79] предлагается иной способ определения местоположения железнодорожного транспорта путем крепления считывателя на поезде, который будет получать информацию о местоположении от меток, распределенных по пути его следования. Аналогичный метод рассматривается в работе [80], где предложено использовать RFID в системе метрополитена для уточнения данных о местоположении, полученных методом одометрии, традиционным для подземных железных дорог.

Технология RFID в области транспорта может быть также применена для решения различных проблем, не связанных напрямую с идентификацией объектов. Множество дорожно-транспортных происшествий происходит из-за усталости и засыпания водителя за рулем. В настоящее время системы, предотвращающие засыпание водителя, начинают активно использоваться в общественном транспорте [81]. В публикации [82] предлагается аналогичная система, в работе которой применяется технология RFID. Другой пример использования RFID представлен в докладе [83], где описаны алгоритм движения и лабораторный стенд для робота малых размеров, оборудованного RFID-считывателем, благодаря которому робот движется вдоль траектории, выделенной RFID-метками.



В 2022 г. опубликована работа [68], в которой впервые в мировой практике дано описание разработанного гибридного комплекса идентификации ТС на базе совместного использования существующих систем видеофиксации ТС и RFID-технологий. Гибридный комплекс, предназначенный для реализации опытных зон новой системы повышения безопасности на автодорогах в Москве, Санкт-Петербурге и Казани, прошел успешные испытания на полигоне ГИБДД Республики Татарстан.

Классификация публикаций по возможным применениям радиочастотной идентификации на транспорте приведена в табл. 2.

Таблица 2

Сферы применения RFID на транспорте

Применение RFID	Работы
Идентификация транспорта	[42–47, 56, 67, 84–88]
Измерение скорости ТС	[57–59]
Умные автодороги	[48–54, 60–70, 72]
Железнодорожный транспорт	[77–80]
Определение местоположения ТС	[73–76]
Нестандартные применения	[82, 83]

4. ПРИМЕНЕНИЕ RFID НА БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ

Беспилотные летательные аппараты широко применяются в гражданских и оборонных отраслях [89–91]. В последние годы в различных целях начинает активно применяться совместное использование RFID-технологии и БПЛА. Одним из наиболее распространенных сценариев совместного использования технологий RFID и БПЛА является установка считывателя на борт беспилотного аппарата, с которого осуществляется опрос меток, расположенных на идентифицируемых объектах. Например, в статьях [92, 93] рассматривается сбор данных о растениях на сельскохозяйственных полях с помощью БПЛА. Описаны эксперименты, определяющие оптимальную высоту полета БПЛА и другие параметры, которые оказывают существенное влияние на вероятность чтения RFID-меток. В статье [93] также описываются эксперименты по исследованию различных алгоритмов полета БПЛА с RFID-считывателем, осуществляемые с целью определения скорости полета над каждой меткой для считывания ее с заданной вероятностью. С помощью радиочастотной иденти-

фикации и БПЛА можно также решать некоторые задачи, связанные с морским и рыбным промыслом. Например, в публикации [94] рассматривается проблема брошенных рыболовных снастей для выращивания устриц, расположенных в юго-западной части Тайваня. Для решения этой проблемы предлагается устанавливать RFID-метки в снасти для их обнаружения с использованием считывателя на БПЛА.

Состояние почвы на больших открытых пространствах можно определять с помощью опроса с БПЛА сенсорных меток, в которые встроен датчик температуры, влажности и т. д. (можно измерять только один конкретный параметр) [95]. Такие метки могут быть пассивными и полупассивными и их можно найти в продаже на сайтах производителей [96, 97]. В работе [98] рассматривается сбор информации с сенсорных меток с БПЛА, который пролетает по маршруту с известными координатами точек расположения RFID-меток. По достижении соответствующей точки БПЛА снижается на высоту до 1 м и зависает на время сбора информации с метки, а затем перелетает к следующей точке. Разработан алгоритм передачи информации от метки на сервер через ретранслятор, расположенный на БПЛА.

С помощью сенсорных RFID-меток и БПЛА можно также собирать данные о температуре или влажности воздушных масс [99–101]. С целью составления пространственной карты окружающей среды предложено использование роя сверхмалых БПЛА с сенсорными RFID-метками на борту и дрона больших размеров, оснащенного RFID-считывателем [100, 101]. Строится математическая модель, результаты вычислений сравниваются с экспериментальными данными по измерению температуры воздуха на разных высотах. В статье [102] проводится сравнительный анализ параметров канала связи между RFID-считывателем на БПЛА и разными типами меток (пассивными и полупассивными).

В работе [103] рассматривается вопрос оценки состояния упаковки продуктов питания, хранящихся на больших складах. Авторы предлагают использовать БПЛА с установленным RFID-считывателем для сбора информации со специально разработанных меток, позволяющих определить состояние упаковочного материала.

В работах [104–106] обсуждаются вопросы определения местоположения объектов с совместным применением технологий RFID и БПЛА. Разработан алгоритм, использующий данные о местоположении БПЛА и траектории его полета для по-

иска меток, расположенных в заранее неизвестных местах. Для этого БПЛА оборудован не только RFID-считывателем и Wi-Fi-модулем для управления с земли, но и модулем GPS. Дается описание математических моделей системы определения местоположения объектов, результаты которого сравниваются с результатами полевых экспериментов.

В статье [107] рассматривается один из методов локализации, основанной на измерении мощности принимаемого сигнала (англ. *Received Signal Strength*, RSS). Метод обеспечивает решение проблемы слежения за БПЛА путем сбора значений RSS между БПЛА, на котором закреплена RFID-метка, и считывателем, расположенным на земле. В работе [108] также рассматривается вопрос оценки вероятности чтения неподвижных меток, расположенных на земле, со считывателя, который закреплен на БПЛА, с использованием как аналитического, так и имитационного моделирования. Определяются оптимальные параметры полета БПЛА и настройки протокола RFID для успешного чтения метки.

Определять положение промаркированных объектов можно также внутри помещений. В публикации [109] предложена система позиционирования запасов на крупных складах, где различные объекты хранятся на нескольких уровнях вертикальных стеллажей. Разработан алгоритм поиска объектов с помощью RFID-считывателя на БПЛА, который позволяет определить не только стеллаж, но и номер полки, на которой находится искомый объект. Для увеличения точности определения местоположения применяются методы машинного обучения [110]. Предлагается также использовать две антенны RFID-считывателя, чтобы летящий БПЛА мог идентифицировать объекты на полках с двух сторон одновременно. Проведенные эксперименты подтвердили высокую точность предложенного подхода.

Применение RFID совместно с БПЛА можно использовать для аутентификации беспилотных летательных аппаратов на военных объектах. Этот вопрос рассматривается в работе [91]. В статье описан защищенный алгоритм связи между меткой на БПЛА и наземным стационарным считывателем.

В статье [111] представлена концепция умной парковки, в соответствии с которой предполагается поиск свободных мест с помощью RFID-считывателя, закрепленного на БПЛА. Практическую реализацию подобной системы разработала компания Exponent [112]. Помимо определения свободного места на парковке разработанная система позволяет узнать местоположение автомобиля относительно других машин. Другой проект этой же компании заключался в идентификации и определении местоположения металлоконструкций на складе с помощью активных меток. Аналогичные услуги предоставляют компании [113, 114], у которых для различных целей мониторинга и идентификации объектов имеются соответствующие БПЛА, оснащенные специализированным оборудованием, включая оборудование RFID.

Отметим, что в существующей литературе отсутствует ряд важных исследований, в частности применения RFID-технологии для точной посадки БПЛА, решения проблемы локальной навигации высотных беспилотных платформ в условиях отсутствия сигналов спутниковой навигации, что может рассматриваться в качестве предмета дальнейших разработок. Перспективным направлением дальнейших исследований может также стать применение RFID-технологии для решения актуальной проблемы идентификации неопознанных БПЛА [115–118].

Совместное использование RFID и БПЛА можно разделить на несколько направлений, представленных в табл. 3.

Таблица 3

Направления совместного использования технологий RFID и БПЛА

Применение RFID на БПЛА	Место крепления метки	Статьи
Сбор данных из труднодоступных мест	Идентифицируемый объект	[92–94; 99, 100, 102, 109]
Сбор данных с сенсорных меток	Идентифицируемый объект	[95, 98, 101, 103]
	БПЛА	[99, 100]
Определение местоположения	Стены и поверхности	[104–107, 109, 111]
Военное дело	БПЛА	[91]



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приведен обзор статей в области интенсивно развивающегося направления использования RFID для идентификации быстро движущихся транспортных средств, что в настоящее время нашло слабое отражение в существующих мировых обзорах.

Рассмотрены стандарты RFID, а также множество работ, посвященных особенностям распространения сигналов в беспроводном канале связи между RFID-метками и считывателем. Приведен обзор публикаций по оценке параметров дальности считывания информации в RFID-системах, от которых зависит принципиальная возможность применения RFID-технологий на транспорте. Дано описание теоретических и экспериментальных результатов, а также архитектуры и аппаратно-программных средств практической реализации систем идентификации наземных транспортных средств, применяемых в различных областях. Приведен также обзор публикаций о применении RFID на беспилотных летательных аппаратах.

В конце каждого раздела приведен анализ количества статей (в основном зарубежных) и их распределение по тематическим направлениям данного раздела. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что технология RFID наиболее широко используется на наземном транспорте в следующих целях: идентификации ТС при проезде по платным дорогам; обнаружения автомобилей, нарушающих ПДД; управления движением транспорта на перекрестках и т. д. Перспективным направлением является также применение радиочастотной идентификации на железнодорожном транспорте и в метрополитенах для определения местоположения ТС и повышения безопасности движения.

Следует отметить, что в современной отечественной и зарубежной литературе практически отсутствует описание применения перспективной RFID-технологии при решении следующих актуальных проблем: идентификация несанкционированных БПЛА, точной посадки БПЛА, локальной навигации привязных высотных беспилотных платформ и т. д., что может стать предметом дальнейших исследований в этой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jung, K., Lee, S. A Systematic Review of RFID Applications and Diffusion: Key Areas and Public Policy Issues // *Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity*. – 2015. – Vol. 1, no. 9. – P. 1–9.
2. Sharma, D.K., Mahto, R.V., Harper Ch., Alqattan, Sh. Role of RFID Technologies in Transportation Projects: A Review // *International Journal of Technology Intelligence and Planning*. – 2020. – Vol. 12, no. 4. – P. 349–377.
3. Casella, G., Bigliardi, B., Bottani, E. The Evolution of RFID Technology in the Logistics Field: A Review // *Procedia Computer Science*. – 2022. – Vol. 200, no. 1. – P. 1582–1592.
4. Kunthoth, J., Karkar, A., Al-Maadeed, S., Al-Ali, A. Indoor Positioning and Wayfinding Systems: A Survey // *Human-centric Computing and Information Sciences*. – 2020. – Vol. 10, no. 1. – P. 2–41.
5. ISO 14223-1:2011. Radiofrequency Identification of Animals. – Geneva: ISO, 2011.
6. ISO/IEC TS 24192-2:2021. Cards and Security Devices for Personal Identification – Communication Between Contactless Readers and Fare Media Used in Public Transport. – Geneva: ISO, 2021.
7. EPC™ Radio-Frequency Identity Protocols Generation-2 UHF RFID Standard. Specification for RFID Air Interface Protocol for Communications at 860 MHz – 960 MHz. Release 2.1. – Wellington: EPCGlobal, 2015. – 157 p.
8. Cho, J.H., Cho, M.W. Effective Position Tracking Using B-spline Surface Equation Based on Wireless Sensor Networks and Passive UHF-RFID // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. – 2013. – Vol. 62, no. 9. – P. 2456–2464.
9. Park, S., Lee, H. Self-recognition of Vehicle Position Using UHF Passive RFID Tags // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2013. – Vol. 60, no. 1. – P. 226–234.
10. Griggs, W.M., Verago, R., Naoum-Sawaya, J., et al. Initial Position Estimation Using RFID Tags: A Least-Squares Approach // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. – 2010. – Vol. 59, no. 11. – P. 2863–2869.
11. Wynnita, M., Griggs, Rudi Verago, Joe Naoum-Sawaya, et al. Localizing Missing Entities Using Parked Vehicles: An RFID-Based System // *IEEE Internet of Things Journal*. – 2018. – Vol. 5, no. 5. – P. 4018–4030.
12. Finkeneller, K. RFID Handbook. – New York: John Wiley and Sons, 2003. – 480 p.
13. ГОСТ Р 58701–2019 (ИСО/МЭК 18000–63:2015) Информационные технологии. Идентификация радиочастотная для управления предметами. Часть 63. Параметры радиointерфейса для диапазона частот 860–960 МГц (Тип С). – М.: Стандартинформ, 2019. [GOST R 58701–2019 (ISO/МЭК 18000-63:2015) Informatsionnye tekhnologii. Identifikatsiya radiochastotnaya dlya upravleniya predmetami. Chast' 63. Parametry radiointerfeisa dlya diapazona chastot 860 – 960 MGts (Tip S). – M.: Standartinform, 2019. (In Russian)]
14. Abramson, N. The Aloha System – Another Alternative for Computer Communications // *Proceedings of the 1970 Fall Joint Computer Conference AFIPS'70*. – New York, USA: ACM Press, 1970. – 281 p.
15. Low Level Reader Protocol (LLRP). Version 1.1 Ratified Standard. – Wellington: EPCGlobal, 2010. – 198 p.
16. Reader Management 1.0.1. – Wellington, EPCGlobal, 2007. – 242 p.
17. Discovery, Configuration, and Initialization (DCI) for Reader Operations. Version 1.0 Ratified Standard. – Wellington: EPCGlobal, 2009. – 26 p.
18. The Application-Level Events (ALE) Specification, Version 1.1.1. Part I: Core Specification. – Wellington: EPCGlobal, 2009. – 229 p.

19. *The Application-Level Events (ALE) Specification, Version 1.1.1. Part II: XML and SOAP Bindings.* – Wellington: EPCGlobal, 2009. – 119 p.
20. *RAIN Reader Communication Interface Guideline. V.4.0.* – Wakefield: RAIN RFID Alliance, 2020. – 82 p.
21. *Electronic Vehicle Identification RAIN RFID. White Paper* – Wakefield: RAIN RFID Alliance, 2018. – 10 p.
22. *Nikitin, P.V., Rao, K.V. Performance Limitations of Passive UHF RFID Systems // IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest).* – Albuquerque, 2006. – P. 1011–1014.
23. *Nikitin, P.V., Rao, K.V. Theory and Measurement of Backscattering from RFID Tags // IEEE Antennas and Propagation Magazine.* – 2006. – Vol. 48, no. 6. – P. 212–218.
24. *Nikitin, P.V., Rao, K.V. Antennas and Propagation in UHF RFID Systems // 2008 IEEE International Conference on RFID (Frequency Identification), IEEE RFID 2008.* – Las Vegas, 2008. – P. 277–288.
25. *Rao, K.V., Lam, S.F., Nikitin, P.V. Wideband Metal Mount UHF RFID Tag // 2008 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, APSURSI.* – San Diego, 2008. – DOI: 10.1109/APS.2008.4619583.
26. *Nikitin, P.V., Martinez, R., Ramamurthy, S., et al. Phase Based Spatial Identification of UHF RFID Tags // RFID 2010: International IEEE Conference on RFID.* – Orlando, 2010. – P. 102–109.
27. *Marrocco, G., Di Giampaolo, E., Aliberti, R. Estimation of UHF RFID Reading Regions in Real Environments // IEEE Antennas and Propagation Magazine.* – 2009. – Vol. 51, no. 6. – P. 44–57.
28. *Alhassoun, M., Durgin, G.D. A Theoretical Channel Model for Spatial Fading in Retrodirective Backscatter Channels // IEEE Transactions on Wireless Communications.* – 2019. – Vol. 18, no. 12. – P. 5845–5854.
29. *Marrocco, G. The art of UHF RFID Antenna Design: Impedance-Matching and Size-Reduction Techniques // IEEE Antennas and Propagation Magazine.* – 2008. – Vol. 50, no. 1. – P. 66–79.
30. *Mayer, L. W., Scholtz, A.L. Sensitivity and Impedance Measurements on UHF RFID Transponder Chips // Int. EURASIP Workshop on RFID Techn.* – Vienna, 2007. – P. 1–10.
31. *Nikitin, P., Rao, K.V.S., Lam, S. UHF RFID Tag Characterization: Overview and State-of-the-Art // 34th AMTA Annual Meeting, Antenna Measurement Techniques Association Symposium.* – 2012. – No. 2. – P. 2–7.
32. *Nikitin, P. V., Rao, K.V. Effect of Gen2 Protocol Parameters on RFID Tag Performance // 2009 IEEE International Conference on RFID, RFID 2009.* – Orlando, 2009. – P. 117–122.
33. *Banerjee, S., Jesme, R., Sainati, R. Performance Analysis of Short Range UHF Propagation as Applicable to Passive RFID // 2007 IEEE International Conference on RFID, IEEE RFID 2007.* – Grapevine, 2007. – P. 30–36.
34. *Banerjee, S. R., Jesme, R., Sainati, R.A. Investigation of Spatial and Frequency Diversity for Long Range UHF RFID // 2008 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, APSURSI.* – San Diego, 2008. – DOI: 10.1109/APS.2008.4619726.
35. *Griffin, J.D., Durgin, G.D. Reduced Fading for RFID Tags with Multiple Antennas // IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest).* – Honolulu, 2007. – P. 1201–1204.
36. *Griffin, J.D., Durgin, G.D. Complete Link Budgets for Backscatter-Radio and RFID Systems // IEEE Antennas and Propagation Magazine.* – 2009. – Vol. 51, no. 2. – P. 11–25
37. *Trotter, M.S., Griffin, J.D., Durgin, G.D. Power-Optimized Waveforms for Improving the Range and Reliability of RFID Systems // 2009 IEEE International Conference on RFID, RFID 2009.* – Orlando, 2009. – P. 80–87.
38. *Hasan, A., Zhou, C., Griffin, J.D. Experimental Demonstration of Transmit Diversity for Passive Backscatter RFID Systems // 2011 IEEE International Conference on RFID-Technologies and Applications, RFID-TA 2011.* – Sitges, 2011. – P. 544–548.
39. *Dimitriou, Antonis, G., Siachalou, Stavroula, Bletsas, Aggelos, et al. A Site-Specific Stochastic Propagation Model for Passive UHF RFID // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters.* – 2014. – Vol. 13. – P. 623–626.
40. *Blythe, P. RFID for Road Tolling, Road-Use Pricing and Vehicle Access Control // IEE Colloquium (Digest).* – 1999. – No. 123. – P. 67–82.
41. *Landt, J. The History of RFID // IEEE Potentials.* – 2005. – Vol. 24. – P. 8–11.
42. *Tseng, J.D., Wang, W.D., Ko, R.J. An UHF Band RFID Vehicle Management System // 2007 IEEE International Workshop on Anti-counterfeiting, Security, Identification, ASID.* – Xiamen, 2007. – P. 390–393.
43. *Bhavke, A., Pai, S. Smart Weight Based Toll Collection & Vehicle Detection During Collision Using RFID // 2017 International Conference on Microelectronic Devices, Circuits and Systems, ICMDCS 2017.* – Vellore, 2017. – P. 1–6.
44. *Rajeshwari, S., Santhosh, H., Varaprasad, G. Implementing Intelligent Traffic Control System for Congestion Control, Ambulance Clearance, and Stolen Vehicle Detection // IEEE sensors journal.* – 2015. – Vol. 15, no. 2. – P. 260–263.
45. *Balbin, J.R., Garcia, R.G., Valiente, F.L., et al. Vehicle Identification System through the Interoperability of an Ultra High Frequency Radio Frequency Identification System and Its Database // HNICEM 2017 – 9th International Conference on Humanoid, Nanotechnology, Information Technology, Communication and Control, Environment and Management.* – Manila, 2017. – Vol. 2018. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/HNICEM.2017.8269457.
46. *Pedraza, C., Vega, F., Manana, G. PCIV, an RFID-Based Platform for Intelligent Vehicle Monitoring // IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine.* – 2018. – Vol. 10, no 2. – P. 28–35.
47. *Khan, A. A., Yakzan, A.I., Ali, M. Radio Frequency Identification (RFID) Based Toll Collection System // Proceedings – 3rd International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks, CICSyN 2011.* – Bali, 2011. – P. 103–107.
48. *Вишнеvский В., Минниханов Р. Автоматизированная система контроля нарушений правил дорожного движения с использованием RFID-технологий и новейших беспроводных средств // Труды 2-й Международной научно-практической конференции «Современные проблемы безопасности: теория и практика».* – Казань, 2012. – С. 52–62. [Vishnevskii, V., Minnikhanov, R. Avtomatizirovannaya sistema kontrolya narushenii pravil dorozhnogo dvizheniya s ispol'zovaniem RFID-tekhnologii i noveishikh besprovodnykh sredstv // Trudy 2-i Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Sovremennye problemy bezopasnosti: teoriya i praktika». – Kazan, 2012. – P. 52–62. (In Russian)]



49. Вишнеvский В., Минниханов Р. Новый, инновационный, аппаратно-программный комплекс системы дистанционного контроля нарушений ПДД с использованием RFID-технологий // Труды 10 международной научно-практической конференции «Организация и безопасность дорожного движения в крупных городах инновации: ресурсы и возможности». – Санкт-Петербург, 2012. – С. 297–305. [Vishnevskii, V., Minnikhanov, R. Novyi, innovatsionnyi, apparatno-programmnyi kompleks sistemy distantsi-onnogo kontrolya narushenii PDD s ispol'zovaniem RFID-tekhnologii // Trudy 10 mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Organizatsiya i bezopasnost' dorozhnogo dvizheniya v krupnykh gorodakh innovatsii: resurs i vozmozhnosti». – St. Petersburg, 2010. – P. 297–305. (In Russian)]
50. Вишнеvский В.М., Минниханов Р.Н., Дудин А.Н. и др. Новое поколение систем безопасности на автодорогах и их применение в интеллектуальных транспортных системах // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2013. – № 4. – С. 80–89. [Vishnevskiy, V.M. Minnikhanov, R.N., Dudin, A.N., et al. New generation of hardware-software for road safety systems and its application in intellectual transport systems // Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. – 2013. – No. 4. – P. 80–89. (In Russian)]
51. Вишнеvский В.М., Минниханов Р.Н., Дудин А.Н. и др. Опыт реализации системы безопасности на автодорогах с использованием радиочастотной идентификации UHF-диапазона // Материалы Двадцатой международной научной конференции «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь» (DCCN-2017). – Москва, 2017. – С. 152–163. [Vishnevskii, V.M., Minnikhanov, R.N., Dudin, A.N., et al. Opyt realizatsii sistemy bezopasnosti na avtodorogakh s ispol'zovaniem radiochastotnoi identifikatsii UHF-diapazona // Proceedings of the 20th International Conference, Distributed Computer and Communication Networks. – Moscow, 2017. – P. 152–163. (In Russian)]
52. Larionov, A., Ivanov, R., Vishnevsky, V. A Stochastic Model for the Analysis of Session and Power Switching Effects on the Performance of UHF RFID System with Mobile Tags // 12th Annual IEEE International Conference on RFID, RFID 2018. – Cagliari, 2018. – P. 1–8.
53. Вишнеvский В.М., Ларионов А.А., Михайлов Е.А. и др. Методы оценки эффективности систем радиочастотной идентификации транспортных средств // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2023. – Vol. 1. – P. 59–70. [Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A. Mikhailov, E.A., et al. Evaluation of the Effectiveness of Functional Systems of Radio Frequency Identification of Vehicles // Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. – 2023. – Vol. 1. – P. 59–70. (In Russian)]
54. Larionov, A.A., Ivanov, R.E., Vishnevsky, V.M. UHF RFID in Automatic Vehicle Identification: Analysis and Simulation // IEEE Journal of Radio Frequency Identification. – 2017. – Vol. 1, no. 1. – P. 3–12.
55. Jo, M., Youn, H.Y., Cha, S.H., et al. Mobile RFID Tag Detection Influence Factors and Prediction of Tag Detectability // IEEE Sensors Journal. – 2009. – Vol. 9, no. 2. – P. 112–119.
56. Gu, J., Li, M., Yu, L., et al. Analysis on Link Travel Time Estimation considering Time Headway Based on Urban Road RFID Data // Journal of Advanced Transportation. – 2021. – Vol. 2021. – Art. ID 8876626.
57. Zhai, Y., Guo, Q., Min, H. An Effective Velocity Detection Method for Moving UHF-RFID Tags // RFID-TA 2018 – 2018 IEEE International Conference on RFID Technology and Applications. – Macau, 2018. – DOI: 10.1109/RFID-TA.2018.8552825.
58. Jing, T., Li, X., Cheng, W., et al. Speeding Detection in RFID Systems on Roads // 2013 International Conference on Connected Vehicles and Expo, ICCVE 2013 – Proceedings. – 2013. – P. 953–954. – DOI:10.1109/ICCV.2013.6799939.
59. Choy, J.L.C., Wu, J., Long, C.U., et al. Low Power Vehicles Speed Monitoring for Intelligent Transport Systems // IEEE Sensors Journal. – 2020. – Vol. 20, no 11. – P. 5656–5665.
60. Al-Shareeda, M.A., Manickam, S. A Systematic Literature Review on Security of Vehicular Ad-hoc Network (VANET) based on VEINS Framework // IEEE Access. – 2023. – Vol. 11, P. 46218–46228.
61. Vishnevsky, V.M., Krishnamurti, A., Kozyrev, D.V. Review of Methodology and Design of Broadband Wireless Networks with Linear Topology // Indian Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2016. – Vol. 47. – P. 329–342.
62. Vishnevsky, V.M., Ivanov, R.E., Larionov, A.A. Optimization of Topological Structure of Broadband Wireless Networks Along the Long Traffic Routes // Communications in Computer and Information Science. – 2016. – Vol. 601. – P. 30–39.
63. Zhu, F., Lv, Y., Chen, Y., et al. Parallel Transportation Systems: Toward IoT-Enabled Smart Urban Traffic Control and Management // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2020. – Vol. 21, no. 10. – P. 4063–4071.
64. Zhang, W., Lin, B., Gao, C. Optimal Placement in RFID-Integrated VANETs for Intelligent Transportation System // RFID-TA 2018 – 2018 IEEE International Conference on RFID Technology and Applications. – Macau, 2018. – DOI: 10.1109/RFID-TA.2018.8552765.
65. Zhang, E.-Z., Zhang, X. Road Traffic Congestion Detecting by VANETs // Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical and Electronic Engineering (EEE 2019). – Hangzhou, 2019. – P. 242–248.
66. Shirabur, S., Hunagund, S., Murgd, S. VANET Based Embedded Traffic Control System // Proceedings – 5th IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information and Communication Technology, RTEICT 2020. – Bangalore, 2020. – P. 189–192.
67. Pawlowski, B., Trybus, B., Salach, M., et al. Dynamic RFID Identification in Urban Traffic Management Systems // Sensors (Basel). – 2020. – Vol. 20, no. 15. – P. 1–26.
68. Vishnevsky, V.M. and Minnikhanov, R.N. and Barsky, I.V. et al. Development of a Hybrid Vehicle Identification System Based on Video Recognition and RFID // Proceedings of the 2022 International Conference on Information, Control, and Communication Technologies, ICCT 2022. – Astrakhan, 2022. – DOI: 10.1109/ICCT56057.2022.9976609.
69. Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A. Design Concepts of an Application Platform for Traffic Law Enforcement and Vehicles Registration Comprising RFID Technology // 2012 IEEE International Conference on RFID-Technologies and Applications, RFID-TA 2012. – Nice, 2012. – P. 148–153.
70. Першин О.Ю., Вишнеvский В.М., Мухтаров А.А. Оптимальное размещение базовых станций в рамках комплексного проектирования беспроводной сети // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2022. – № 1. – С. 12–25. [Pershin, O.Yu., Mukhtarov, A.A., Vishnevskii, V.M. et al. Optimal Placement of Base Stations as Part of an Integrated Design of a Wireless Network // Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy. – 2022. – Vol. 1. – P. 12–25. (In Russian)]

71. Вишнеvский В.М., Семёнова О.В., Ларионов А.А. Оценка производительности высокоскоростной беспроводной тандемной сети с использованием каналов сантиметрового диапазона радиоволн в системах управления безопасностью дорожного движения // Проблемы управления. – 2013. – № 4. – С. 50–56. [Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A., Semenova, O.V. Performance Evaluation of the High-Speed Wireless Tandem Network Using Centimeter and Millimeter-Wave Channels // Control Sciences. – 2013. – No. 4. – P. 50–56. (In Russian)]
72. Unterhuber, A.R., Iliev, S., Biebl, E.M. Estimation Method for High-Speed Vehicle Identification with UHF RFID Systems // IEEE Journal of Radio Frequency Identification. – 2020. – Vol. 4, no. 4. – P. 343–352.
73. Zheng, K., Yang, Q. Vehicle positioning method based on RFID in VANETs // ACM International Conference Proceeding Series. – Sanibel Island, 2018. – Art. no. 165.
74. Lu, Y., Wang, M. RFID Assisted Vehicle Navigation Based on VANETs // Advances in Security, Networks, and Internet of Things. – 2021. – P. 541–553.
75. Garcia Oya, J.R., Martin Clemente, R., Hidalgo Fort, E., et al. Passive RFID-Based Inventory of Traffic Signs on Roads and Urban Environments // Sensors. – 2018. – Vol. 18, iss. 7. – P. 2385.
76. Qin, H., Chen, W., Chen, W. A Collision-Aware Mobile Tag Reading Algorithm for RFID-Based Vehicle Localization // Computer Networks. – 2021. – Vol. 199. – Art. no. 108422.
77. Zhang, X., Lakafosis, V., Traille, A. et al. Performance Analysis of “Fast-Moving” RFID Tags in State-of-the-Art High-Speed Railway Systems // Proceedings of 2010 IEEE International Conference on RFID-Technology and Applications, RFID-TA 2010. – Guangzhou, 2010. – P. 281–285.
78. Zhang, X., Tentzeris, M. Applications of Fast-Moving RFID Tags in High-Speed Railway Systems // International Journal of Engineering Business Management. – 2011. – Vol. 3, no. 1. – P. 27–31.
79. Buffi, A., Nepa, P. An RFID-Based Technique for Train Localization with Passive Tags // 2017 IEEE International Conference on RFID, RFID 2017. – Warsaw, 2017. – P. 155–160.
80. Kostrominov, A.M., Tyulyandin, O.N., Nikitin, A.B. RFID-Based Navigation of Subway Trains // Proceedings of 2020 IEEE East-West Design and Test Symposium, EWDTs 2020. – Varna, 2020. – DOI: 10.1109/EWDTs50664.2020.9225125.
81. Система «Антисон» помогает контролировать внимание машинистов. – URL: <https://mosmetro.ru/news/details/1700> (дата обращения 28.06.2023). [Sistema «Antison» pomogaet kontrolirovat' vnimanie mashinistov. – URL: <https://mosmetro.ru/news/details/1700> (Accessed June 28, 2023). (In Russian)]
82. Yang, C., Wang, X., Mao, S. Unsupervised Drowsy Driving Detection with RFID // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2020. – Vol. 69, no. 8. – P. 8151–8163.
83. Teng, J.H., Hsiao, K.-Y., Luan, Sh.-W., et al. RFID-Based Autonomous Mobile Car // IEEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN). – Osaka, 2010. – P. 417–422.
84. Madana A. L., Sadath L. Improved Contactless RFID Detections in Transport System // Proceedings of International Conference on Intelligent Engineering and Management, ICIEM 2020. – Moscow, 2020. – P. 465–470.
85. Lonkar, B.B., Sayankar, M.R., Charde, P.D. Design and Monitor Smart Automatic Challan Generation Based on RFID Using GPS and GSM // 3rd International Conference on Internet of Things and Connected Technologies (ICIoTCT), 2018. – Jaipur, 2018. – 6 s. – DOI: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3168575>.
86. Sabbir, A., Tan, T.M., Mondol, A.M., et al. Automated Toll Collection System Based on RFID Sensor // Proceedings of International Carnahan Conference on Security Technology. – Chennai, 2019. – DOI:10.1109/ccst.2019.8888429.
87. Pandit, A.A., Talreja, J., Mundra, A.K. RFID Tracking System for Vehicles (RTSV) // 2009 1st International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks, CICSYN 2009. – Indore, 2009. – P. 160–165.
88. Meneses González, R., Orosco Vega R., Linares Y Miranda R. Some Considerations about RFID System Performance Applied to the Vehicular Identification // 2011 IEEE International Conference on RFID-Technologies and Applications, RFID-TA 2011. – Sitges, 2011. – P. 123–127.
89. Choi, H.W., Kim, H.J., Kim, S.K. An Overview of Drone Applications in the Construction Industry // Drones. – 2023. – Vol. 7, no. 8. – Art. no. 515.
90. Mohsan, S.A.H., Othman, N.Q.H., Li, Y., et al. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs): Practical Aspects, Applications, Open Challenges, Security Issues, and Future Trends // Intelligent Service Robotics. – 2023. – Vol. 16, no. 1. – P. 109–137.
91. Gope, P., Millwood, O., Saxena, N. A Provably Secure Authentication Scheme for RFID-Enabled UAV Applications // Computer Communications. – 2021. – Vol. 166. – P. 19–25.
92. Quino, J., Maja, J.M., Robbins, J., et al. RFID and Drones: The Next Generation of Plant Inventory // Agri. Engineering. – 2021. – Vol. 3, no. 2. – P. 168–181.
93. Quino, J., Maja, J.M., Robbins, J., et al. The Relationship between Drone Speed and the Number of Flights in RFID Tag Reading for Plant Inventory // Drones. – 2022. – Vol. 6, no. 1. – DOI: <https://doi.org/10.3390/drones6010002>.
94. Yang, J.H., Chang, Y. Feasibility Study of RFID-Mounted Drone Application in Management of Oyster Farms // International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). – Fort Worth, 2017. – P. 3610–3613.
95. Gortschacher, L.J., Grosinger, J. UHF RFID Sensor System Using Tag Signal Patterns: Prototype System // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2019. – Vol. 18, no. 10. – P. 2209–2213.
96. SMARTRAC Sensor DogBone RFID Wet Inlay (RFMicron Magnus S). – URL: <https://www.atlasrfidstore.com/smartrac-sensor-dogbone-rfid-rfmicron-magnus-s/> (дата обращения 27.01.2023). [Accessed January 27, 2023.]
97. DipoleRFID. – URL: <https://www.dipolefid.com/products/RFID-Tags/RFID-Sensors> (дата обращения 27.01.2023). [Accessed January 27, 2023.]
98. Wang, J., Schluntz, E., Otis, B. A New Vision for Smart Objects and the Internet of Things: Mobile Robots and Long-Range UHF RFID Sensor Tags // arXiv:1507.02373. – 2015. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1507.02373>.
99. Longhi, M., Casati, G., Latini, D. RFIDrone: Preliminary Experiments and Electromagnetic Models // 2016 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, EMTS 2016. – 2016. – P. 450–453.
100. Longhi, M., Marrocco, G. Flying Sensors: Merging Nano-UAV with Radiofrequency Identification // 2017 IEEE International Conference on RFID Technology and Application, RFID-TA. – Warsaw, 2017. – P. 164–168.



101. Longhi, M., Marrocco, G. Ubiquitous Flying Sensor Antennas: Radiofrequency Identification Meets Micro Drones // IEEE Journal of Radio Frequency Identification. – 2017. – Vol. 1, no. 4. – P. 291–299.
102. Casati, G., Longhi, M., Latini, D. The Interrogation Footprint of RFID-UAV: Electromagnetic Modeling and Experimentations // IEEE Journal of Radio Frequency Identification. – 2017. – Vol. 1, no. 2. – P. 155–162.
103. Almalki, F.A. Utilizing Drone for Food Quality and Safety Detection Using Wireless Sensors // 2020 3rd IEEE International Conference on Information Communication and Signal Processing, ICICSP 2020. – Shanghai, 2020. – P. 405–412.
104. Buffi, A., Nepa, P., Cioni, R. SARFID on Drone: Drone-based UHF-RFID Tag Localization // 2017 IEEE International Conference on RFID Technology and Application, RFID-TA. – Warsaw, 2017. – P. 40–44.
105. Buffi, A., Tellini, B. Measuring UHF-RFID Tag Position via Unmanned Aerial Vehicle in Outdoor Scenario // IEEE 4th International Forum on Research and Technologies for Society and Industry, RTSI 2018. – Palermo, 2018. – DOI: 10.1109/RTSI.2018.8548428.
106. Buffi, A., Motroni, A., Nepa, P., et al. A SAR-Based Measurement Method for Passive-Tag Positioning with a Flying UHF-RFID Reader // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2019. – Vol. 68, no. 3. – P. 845–853.
107. Habaebi, M.H., Omar, R.K., Islam, M.R. Mobile Drone Localization in Indoor Environment Based on Passive RFID // International Journal of Interactive Mobile Technologies. – 2020. – Vol. 14, no. 5. – P. 4–15.
108. Abramian, V., Larionov, A. Numerical Research of the Probability of Radio Frequency Identification of Tags Using a UAV-mounted RFID Reader // Proceedings of the 2022 International Conference on Information, Control, and Communication Technologies, ICCT 2022. – Sochi, 2022. – DOI: 10.1109/ICCT56057.2022.9976631.
109. Li, C., Tanghe, E., Suanet, P. ReLoc 2.0: UHF-RFID Relative Localization for Drone-Based Inventory Management // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2021. – Vol. 70. – Art. no. 8003313.
110. Biau, G., Scornet, E. A Random Forest Guided Tour // Test. – 2016. – Vol. 25, no 2. – P. 197–227.
111. Wu, H.P. Intelligent Parking Management System Utilizing RFID // Proceedings of the ACM MobiSys 2019 Rising Stars Forum. – Seoul, 2019. – P. 37–41.
112. Exponent. – URL: <https://exponent-ts.com/> (дата обращения 27.01.2023). [Accessed January 27, 2023.]
113. RFID Drone. – URL: <https://squadrone-system.com/en/solutions/drone-rfid/> (дата обращения 27.01.2023). [Accessed January 27, 2023.]
114. The flying Inventory Assistant. – URL: <https://www.fraunhofer.de/en/press/research-news/2014/december/the-flying-inventory-assistant.html> (дата обращения 07.02.2023). [Accessed February 7, 2023.]
115. Alam, S.S., Chakma, A., Rahman, M.H., et al. RF-Enabled Deep-Learning-Assisted Drone Detection and Identification: An End-to-End Approach // Sensors. – 2023. – Vol. 23, no 9. – Art. no. 4202.
116. Basak, S., Rajendran, S., Pollin, S., et al. Combined RF-Based Drone Detection and Classification // IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking. – 2022. – Vol. 8, no. 1. – P. 111–120.
117. Sazdić-Jotić, B., Pokrajac, I., Bajčetić, J., et al. Single and Multiple Drones Detection and Identification Using RF Based Deep Learning Algorithm // Expert Systems with Applications. – 2022. – Vol. 187. – Art. no. 115928.
118. Khan, M.A., Menouar, H., Eldeeb, A., et al. On the Detection of Unauthorized Drones – Techniques and Future Perspectives: A Review // IEEE Sensors Journal. – 2022. – Vol. 22, no. 12. – P. 11439–11455.

Статья представлена к публикации членом редколлегии
Р.В. Мецержаковым.

Поступила в редакцию 03.11.2023,
после доработки 11.12.2023.
Принята к публикации 12.12.2023.

Абрамян Вильмен Леонович – мл. науч. сотрудник,
✉ e-mail: abramian.vl@phystech.edu
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7763-4608>

Вишневский Владимир Миронович – д-р техн. наук,
✉ e-mail: vishn@inbox.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7373-4847>

Ларионов Андрей Алексеевич – канд. техн. наук,
✉ e-mail: larioandr@gmail.com

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва

© 2024 г. Абрамян В.Л., Вишневский В.М., Ларионов А.А.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons
«Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

RADIO FREQUENCY IDENTIFICATION IN TRANSPORT APPLICATIONS

V. L. Abramian*, V. M. Vishnevsky**, and A. A. Larionov***

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ abramian.vl@phystech.edu, **✉ vishn@inbox.ru, ***✉ larioandr@gmail.com

Abstract. RFID (Radio Frequency Identification) has been widely used in many areas of science and technology as well as everyday life. An intensively developing line of RFID applications is the identification of fast-moving transport objects. Despite numerous scientific articles, the latest results on the subject are poorly reflected in the existing surveys. This paper fills the gap by over-viewing key publications on RFID technologies and standards and the features of signal propaga-tion in a wireless communication channel between RFID tags and a reader. We describe related theoretical and experimental results as well as the architecture and hardware and software tools for the practical implementation of land vehicle identification systems. In addition, this survey covers publications on utilizing RFID on the base of unmanned aerial vehicles.

Keywords: radio frequency identification, transport, unmanned aerial vehicle, reader, tag.

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-29-00795.

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ: МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД. III[#]

А. П. Нелюбин*, В. В. Подиновский**

*Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук, г. Москва

**Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва

*✉ nelubin@gmail.com, **✉ podinovski@mail.ru

Аннотация. Ранее авторами был предложен и развит новый подход к определению средних величин, основанный на идеях многокритериальной оптимизации. Расстояния между текущей точкой и точками выборки рассматривались как компоненты векторной оценки. Обычный подход к определению средних основан на скаляризации векторных оценок заменой векторов, например, суммами квадратов их компонент. Авторы, напротив, исходили из сравнения по предпочтительности самих векторных оценок. Было рассмотрено несколько видов средних, соответствующих различным объемам информации о предпочтениях. Исследованы свойства введенных средних и даны вычислительные методы их построения. Однако для случая равноважных критериев метод был приближенным и достаточно трудоемким. В данной статье представлен точный и эффективный численный метод построения множества средних указанного вида. Работа метода проиллюстрирована расчетным примером.

Ключевые слова: средние величины, многокритериальные задачи выбора, отношения предпочтения, теория важности критериев.

ВВЕДЕНИЕ

В управлении, экономике, технике и других областях науки и практики широко применяются средние величины (см., например, работы [1, 2]). Однако «...не существует возможности нахождения некоей универсальной формулы, исчерпывающей понятие средней величины и обладающей конструктивными достоинствами.» (см. книгу [3], *предисловие*). Поэтому актуальной остается проблема поиска подходов к общей формулировке понятия средней величины и ее конкретизации для различных ситуаций.

Данная работа является непосредственным продолжением статей авторов [4, 5], в которых предложен и развит новый подход к определению средних величин как недоминируемых точек по специальным отношениям предпочтения. В них изложены методы построения множеств таких средних для отношений предпочтения, соответствующих различным видам информации о критериях.

В частности, предложен метод и для случая равноважных критериев (информация E). К сожалению, он является приближенным и требует достаточно больших затрат машинного времени даже при не очень большой размерности выборки. В настоящей работе предлагается точный и эффективный метод построения множества средних $G^E(X)$.

1. НЕОБХОДИМЫЕ БАЗОВЫЕ СВЕДЕНИЯ

Для удобства читателя вначале кратко приведем необходимые для дальнейшего изложения сведения из работы [4].

Пусть имеется совокупность X , состоящая из $n \geq 2$ действительных чисел, называемых далее данными, или точками, и являющихся результатами измерения интенсивности некоторого выделенного признака:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \quad (1)$$

Эти данные являются однородными в том смысле, что измерения производились по одной и той же шкале, которая не менее совершенна, чем

[#] Работа выполнена при частичной поддержке Международного центра анализа и выбора решений.

шкала интервалов [6, 7]. Упорядоченные соответственно по неубыванию и невозрастанию множества

$$\begin{aligned} X_{\uparrow} &= \langle x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)} \rangle; \\ X_{\downarrow} &= \langle x_{[1]}, x_{[2]}, \dots, x_{[n]} \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ и $x_{[1]} \geq x_{[2]} \geq \dots \geq x_{[n]}$ получаются из совокупности чисел (1) при помощи соответствующих перестановок.

Пусть x – произвольное фиксированное число – точка на числовой прямой Re . Удаленность ее от отдельной точки x_i из множества X можно оценить расстоянием $y_i = |x - x_i|$. Тогда удаленность x от совокупности всех точек из множества X характеризуется вектором $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, составленным из таких расстояний. Его можно считать значением векторного критерия $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$, где $f_i(x) = |x - x_i|$. Областью значений Z этого векторного критерия является положительный ортант $\text{Re}_+^n = [0, +\infty)^n$ – множество n -мерных векторов с неотрицательными компонентами. Значение $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ векторного критерия f , называемое векторной оценкой точки x , для краткости будем обозначать также $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, где $y_i = f_i(x)$, $i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$.

Пусть на множестве Z задано отношение предпочтения – строгий частичный порядок P^{Γ} , где Γ – информация о предпочтениях ЛПР, касающаяся удаленности: если верно $y' P^{\Gamma} y''$, то точка $y' = f(x')$ ближе ко множеству значений векторного критерия $Y = \{y \in Z \mid y = f(x), x \in X\}$, чем $y'' = f(x'')$. Отношение P^{Γ} порождает имеющий аналогичный смысл отношение P_{Γ} на числовой прямой: $x' P_{\Gamma} x'' \Leftrightarrow y' P^{\Gamma} y''$, где $y' = f(x')$, $y'' = f(x'')$. На роль наиболее близких к X и представляющих все множество X могут претендовать те и только те точки, которые недоминируемы по P_{Γ} . (Точка x недоминируема по P_{Γ} , если не существует точки x' такой, что верно $x' P_{\Gamma} x$.) Если множество таких точек $G^{\Gamma}(X)$ внешне устойчиво (т. е. для каждой доминируемой точки x найдется недоминируемая точка x' такая, что верно $x' P_{\Gamma} x$), то все они будут именоваться средними по P_{Γ} .

Естественно полагать, что предпочтения с увеличением значений критериев f_i убывают или, иными словами, что критерии желателно минимизировать. При отсутствии иной информации о предпочтениях на множестве Z предпочтения описывает отношение Парето P^{\emptyset} , определяемое так: $y P^{\emptyset} z \Leftrightarrow (y_i \leq z_i, i = 1, 2, \dots, n, \text{ причём хотя бы одно из неравенств является строгим})$. Отношение P^{\emptyset} порождает на Re отношение Парето P_{\emptyset} : $x P_{\emptyset} x' \Leftrightarrow y P^{\emptyset} y'$. Оказывается, что средними по P_{\emptyset} являются

все точки отрезка с концами $x_{(1)} = \min_{i \in N} x_i$ и $x_{(n)} = \max_{i \in N} x_i$, т. е. $G^{\emptyset}(X) = \bar{X} = [x_{(1)}, x_{(n)}]$.

Пусть все критерии имеют равную важность (информация $\Gamma = E$). Пусть Π – множество всех перестановок $\pi = \langle \pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n) \rangle$ множества $\{1, 2, \dots, n\}$. Критерии f_1, f_2, \dots, f_n называются равноважными, если любая векторная оценка y одинакова по предпочтительности (безразлична) с ее перестановкой $\pi(y) = (y_{\pi(1)}, y_{\pi(2)}, \dots, y_{\pi(n)})$, где $\pi \in \Pi$. Отношение нестрогого предпочтения R^E на Z определяется так:

$$y R^E z \Leftrightarrow [\text{существуют } \pi, \rho \in \Pi \text{ такие, что} \quad (3) \\ y_{\pi(1)} \leq z_{\rho(1)}, y_{\pi(2)} \leq z_{\rho(2)}, \dots, y_{\pi(n)} \leq z_{\rho(n)}].$$

Удаленность точки x от множества X оценивается отношением R_E на Re . Оно порождается отношением R^E на Re^n , которое определяется каждым из двух равносильных решающих правил:

$$y P^E z \Leftrightarrow [y_{(1)} \leq z_{(1)}, y_{(2)} \leq z_{(2)}, \dots, y_{(n)} \leq z_{(n)}, \quad (4) \\ \text{причём хотя бы одно из нестрогих неравенств является строгим}];$$

$$y P^E z \Leftrightarrow [y_{[1]} \leq z_{[1]}, y_{[2]} \leq z_{[2]}, \dots, y_{[n]} \leq z_{[n]}, \quad (5) \\ \text{причём хотя бы одно из нестрогих неравенств является строгим}].$$

Средними по P_E , составляющими множество $G^E(X)$, здесь являются недоминируемые по P_E точки числовой прямой. Множество таких точек является внешне устойчивым. Поскольку $P_{\emptyset} \subseteq P_E$, то $G^E(X) \subseteq G^{\emptyset}(X)$.

2. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА $G^E(X)$

Предлагаемый метод основан на следующих двух утверждениях, характеризующих важные свойства средних по P_E .

Утверждение 1. Если все исходные точки множества расположены в узлах равномерной сетки, то для проверки принадлежности к средним по R_E любого узла этой сетки достаточно сравнить его векторную оценку с векторными оценками остальных узлов этой сетки.

Утверждение 2. Пусть точки множества X расположены в узлах равномерной сетки с шагом $h = 2\xi$. Тогда либо весь интервал $(k\xi, k\xi + \xi)$, где k – целое число, принадлежит множеству средних $G^E(X)$, либо ни одна точка этого интервала не принадлежит $G^E(X)$.

Утверждение 1 доказано в работе [4]; доказательство второго вынесено в приложение.

Вначале заметим, что равномерная сетка, удовлетворяющая условиям утверждений, всегда может быть построена, если все точки в множестве X



– рациональные числа. В практических приложениях типичен случай, когда эти числа являются целыми или же конечными десятичными дробями. А поскольку множество $G^\emptyset(X)$ внешне устойчиво и $P_\emptyset \subseteq P_E$, достаточно рассматривать сетку только на отрезке $\bar{X} = [x_{(1)}, x_{(n)}]$. Действительно, пусть для рассматриваемой точки $x \in \bar{X}$ верно uP_{Ex} для некоторой точки $u \in \text{Re} \setminus \bar{X}$. Поскольку $G^\emptyset(X) = \bar{X}$ и внешне устойчиво, то найдется точка $x^* \in \bar{X}$ такая, что выполнено $x^*P_\emptyset u$. Но тогда верно $x^*P_E u$, а по транзитивности выполнено и x^*P_{Ex} .

Согласно утверждению 2, множество $G^E(X)$ есть объединение промежутков между узлами сетки, состоящими из всех недоминируемых по P_E точек, и недоминируемых узлов этой сетки – границ указанных интервалов.

Метод состоит в следующем. На отрезке \bar{X} строится сетка с шагом $\frac{1}{2}\xi = \frac{1}{4}h$:

$$\{x_{(1)}, (x_{(1)} + \frac{1}{4}h), (x_{(1)} + \frac{1}{2}h), \dots, (x_{(n)} - \frac{1}{4}h), x_{(n)}\}. \quad (6)$$

Выделяются недоминируемые ее узлы – точки из сетки (6) – путем попарных сравнений по P_E этих узлов с использованием любого из решающих правил (4) или (5). Согласно утверждению 1 они будут входить в множество $G^E(X)$.

Далее среди интервалов длиной $\xi = \frac{1}{2}h$, границы которых лежат в узлах сетки, т. е. из интервалов

$$(x_{(1)}, x_{(1)} + \frac{1}{2}h), (x_{(1)} + \frac{1}{2}h, x_{(1)} + h), \dots, (x_{(n)} - \frac{1}{2}h, x_{(n)}),$$

середины которых являются узлами сетки, т. е. точками

$$x_{(1)} + \frac{1}{4}h, x_{(1)} + \frac{3}{4}h, \dots, x_{(n)} - \frac{1}{4}h,$$

выделяются все интервалы, у которых середины являются недоминируемыми по P_E .

Наконец, выделенные интервалы объединяются и к ним добавляются недоминируемые границы этих интервалов – узлы сетки с шагом $\frac{1}{2}h$.

Предлагаемые алгоритмический метод построения множества $G^E(X)$ является точным и эффективно реализуемым. Следующий расчетный пример иллюстрирует, как работает метод.

3. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА $G^E(X)$

Пусть $X = \{1, 2, 5, 9, 11\}$. Поскольку все числа в множестве X натуральные, то используем сетку с шагом 0,25, покрывающую отрезок $\bar{X} = [1, 11]$.

Проведенные попарные сравнения по P_E показали, что недоминируемыми по P_E точками, лежащими в узлах этой сетки, являются следующие:

$$1,5; 1,75; 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,25; 3,5; 3,75; 4; 4,25; 4,5; 4,75; 5; 5,25; 5,5; 5,75; 6; 6,25; 6,5; 6,75; 7; 7,25; 8,75; 9; 9,25. \quad (7)$$

Согласно утверждению 1 эти точки принадлежат множеству $G^E(X)$. Остальные точки – узлы сетки доминируемы. Например, точка 4,5 доминирует точки 7,5 и 8,5, а точка 2,5 доминирует точку 9,5.

Поскольку точка 1,25 доминируема, то согласно утверждению 2, интервал (1; 1,5) не пересекается со множеством $G^E(X)$. Точка 1,75 недоминируема, и поэтому $(1,5; 2) \subset G^E(X)$. Далее аналогично устанавливаем, что интервалы

$$(2; 2,5), (2,5; 3), (3; 3,5), (3,5; 4), (4; 4,5), (4,5; 5), (5; 5,5), (5,5; 6), (6; 6,5), (6,5; 7), (7; 7,5), (8,5; 9) \text{ и } (9; 9,5) \quad (8)$$

включены в множество $G^E(X)$, а интервалы

$$(7,5; 8), (8; 8,5), (9,5; 10), (10; 10,5), (10,5; 11)$$

со множеством $G^E(X)$ не пересекаются.

Учитывая полученные результаты (7) и (8), а также то, что $(1,5; 2) \subset G^E(X)$, приходим к выводу, что $G^E(X) = [1,5; 7,5) \cup (8,5; 9,5)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен алгоритмический метод построения множества средних для случая равноважных критериев. Метод является точным. Его несложно реализовать на компьютере. Приведен расчетный пример.

Таким образом, для всех видов средних, введенных и изученных в работах [4, 5], теперь имеются точные вычислительные методы, которые можно эффективно применять на практике при анализе данных.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 2. Докажем сначала, что если произвольная точка $k\xi + \varepsilon$, где k – целое, $0 < \varepsilon < \xi$, из интервала $(k\xi; k\xi + \xi)$ доминируема по P_E на Re , то доминируема и любая другая точка $k\xi + \lambda$, $0 < \lambda < \xi$, из этого интервала. Возможны два варианта: точка $k\xi + \varepsilon$ доминируема точкой $m\xi$, лежащей на сетке с шагом ξ , или точкой вне сетки $m\xi + \eta$, где m – целое, $0 < \eta < \xi$.

Пусть $(m\xi) P_E (k\xi + \varepsilon)$. Тогда согласно определению (3) имеем неравенства

$$f_{\pi(i)}(m\xi) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (П1)$$

среди которых хотя бы одно строгое. Здесь $\pi = \{\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)\}$ – перестановка номеров компонент $i = 1, 2, \dots, n$ в векторе $f_1(m\xi)$, а $\rho = \{\rho(1), \rho(2), \dots, \rho(n)\}$ – в векторе $f_1(k\xi + \varepsilon)$. Поскольку $f_{\pi(i)}(m\xi)$ – расстояния между точками на сетке, то они кратны ξ , а $f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon)$ нет.

Поэтому все неравенства (П1) строгие, причем для каждого $i = 1, 2, \dots, n$ верно

$$f_{\pi(i)}(m\xi) \leq f_{\rho(i)}(k\xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) - \varepsilon,$$

если $x_{\rho(i)} \leq k\xi < k\xi + \varepsilon$,

$$f_{\pi(i)}(m\xi) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) - (\xi - \varepsilon),$$

если $k\xi + \varepsilon < k\xi + \xi \leq x_{\rho(i)}$.

Но при $x_{\rho(i)} \leq k\xi$ верно $x_{\rho(i)} < k\xi + \lambda$ и $f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \lambda > f_{\pi(i)}(m\xi)$. А при $k\xi + \xi \leq x_{\rho(i)}$ верно $k\xi + \lambda < x_{\rho(i)}$ и $f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi + \xi) + (\xi - \lambda) > f_{\pi(i)}(m\xi)$. Следовательно,

$$f_{\pi(i)}(m\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda), \quad i = 1, \dots, n,$$

т. е., точка $k\xi + \lambda$ оказывается доминируемой той же точкой $m\xi$.

Пусть теперь $(m\xi + \eta) P_E(k\xi + \varepsilon)$. Тогда согласно отношению (3) имеем неравенства

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{П2})$$

среди которых хотя бы одно строгое. Здесь $\pi = \{\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)\}$ – перестановка номеров компонент $i = 1, 2, \dots, n$ в векторе $f_{\pi}(m\xi + \eta)$.

Покажем, что в том же интервале $(m\xi; m\xi + \xi)$ найдется точка $(m\xi + \theta)$, $0 < \theta < \xi$, доминирующая точку $(k\xi + \lambda)$. Здесь нам понадобится тот факт, что точки множества X расположены в узлах «крупной» сетки с шагом $h = 2\xi$. Пусть для определенности этим узлам соответствуют узлы «мелкой» сетки с шагом ξ с четными номерами. Если число k четное, то левая граница интервала $(k\xi; k\xi + \xi)$ примыкает к узлу $k\xi$ «крупной» сетки; если же k нечетное, то правая граница примыкает к узлу $k\xi + \xi$ «крупной» сетки. Всего имеется четыре комбинации четности чисел k и m .

1. Пусть k – четное, m – четное. Рассмотрим i -е неравенство (П2). Возможны четыре варианта расположения точек $x_{\pi(i)}$ и $x_{\rho(i)}$ относительно интервалов.

1.1. $x_{\pi(i)} \leq m\xi$, $x_{\rho(i)} \leq k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi) + \eta, \quad f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi) + \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \varepsilon, \quad f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $(f_{\pi(i)}(m\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)) \vee (f_{\pi(i)}(m\xi) = f_{\rho(i)}(k\xi) \wedge \eta \leq \varepsilon)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)$, то $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi) = f_{\rho(i)}(k\xi)$, то $\forall \theta \in (0; \lambda]$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Причем если i -е неравенство в (П2) выполняется как равенство, то должно быть $\eta = \varepsilon$, а θ также можно выбрать равным λ .

1.2. $x_{\pi(i)} \leq m\xi$, $x_{\rho(i)} > k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi) + \eta, \quad f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi) + \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \varepsilon,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $f_{\pi(i)}(m\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$. Тогда для $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

1.3. $x_{\pi(i)} > m\xi$, $x_{\rho(i)} \leq k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) + 2\xi - \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) + 2\xi - \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \varepsilon, \quad f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)$. Тогда $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

1.4. $x_{\pi(i)} > m\xi$, $x_{\rho(i)} > k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) + 2\xi - \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) + 2\xi - \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \varepsilon,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $(f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)) \vee (f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) \wedge \eta \geq \varepsilon)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$, то $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi + 2\xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$, то $\forall \theta \in [\lambda; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Причем если i -е неравенство в (П2) выполняется как равенство, то должно быть $\eta = \varepsilon$, а θ также можно выбрать равным λ .

Если в разных неравенствах (П2) встречаются случаи 1.1 и 1.4, из которых следует одновременно $\eta \leq \varepsilon$ и $\eta \geq \varepsilon$, то такое возможно только при $\eta = \varepsilon$, тогда и θ должно быть равным λ . В результате получаем

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{П3})$$

причем, если в (П2) есть строгое неравенство, то и в (П3) соответствующее неравенство строгое. Таким образом, для случая, когда k четное и m четное, доказано существование θ такого, что $(m\xi + \theta) P_E(k\xi + \lambda)$.

2. Пусть теперь k – четное, m – нечетное. Рассмотрим i -е неравенство (П2). Возможны четыре варианта расположения точек $x_{\pi(i)}$ и $x_{\rho(i)}$ относительно интервалов.

2.1. $x_{\pi(i)} \leq m\xi$, $x_{\rho(i)} \leq k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) + \xi + \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) + \xi + \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \varepsilon, \quad f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)$. Тогда $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

2.2. $x_{\pi(i)} \leq m\xi$, $x_{\rho(i)} > k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) + \xi + \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) + \xi + \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \varepsilon,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $(f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)) \vee (f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) \wedge \eta \leq (\xi - \varepsilon))$.



Если $f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$, то $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi - \xi) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$, то $\forall \theta \in (0; (\xi - \lambda))$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Причем если i -е неравенство в (П2) выполняется как равенство, то должно быть $\eta = (\xi - \varepsilon)$, а θ также можно выбрать равным $(\xi - \lambda)$.

2.3. $x_{\pi(i)} > m\xi$, $x_{\rho(i)} \leq k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) + \xi - \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) + \xi - \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \varepsilon, \quad f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi) + \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $(f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)) \vee (f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) = f_{\rho(i)}(k\xi) \wedge \eta \geq (\xi - \varepsilon))$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi)$, то $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Если $f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) = f_{\rho(i)}(k\xi)$, то $\forall \theta \in [(\xi - \lambda); \xi]$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) \leq f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Причем если i -е неравенство в (П2) выполняется как равенство, то должно быть $\eta = (\xi - \varepsilon)$, а θ также можно выбрать равным $(\xi - \lambda)$.

2.4. $x_{\pi(i)} > m\xi$, $x_{\rho(i)} > k\xi$. Тогда

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \eta) = f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) + \xi - \eta,$$

$$f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) = f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) + \xi - \theta,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \varepsilon) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \varepsilon,$$

$$f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda) = f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi) + 2\xi - \lambda.$$

Из формулы (П2) следует $f_{\pi(i)}(m\xi + \xi) < f_{\rho(i)}(k\xi + 2\xi)$. Тогда $\forall \theta \in (0; \xi)$ выполняется $f_{\pi(i)}(m\xi + \theta) < f_{\rho(i)}(k\xi + \lambda)$.

Если в разных неравенствах (П2) встречаются случаи 2.2 и 2.3, из которых следует одновременно $\eta \leq (\xi - \varepsilon)$ и $\eta \geq (\xi - \varepsilon)$, то такое возможно только при $\eta = (\xi - \varepsilon)$, тогда и θ должно быть равным $(\xi - \lambda)$. В результате получаем неравенства (П3), причем если в (П2) есть строгое неравенство, то и в (П3) соответствующее неравенство строгое. Таким образом, для случая, когда k четное, а m нечетное, также доказано существование θ такого, что $(m\xi + \theta) P_E(k\xi + \lambda)$.

Для комбинаций k – нечетное, m – нечетное; k – нечетное, m – четное доказательство проводится аналогично. В итоге доказана первая часть утверждения 2: если произвольная точка из интервала $(k\xi; k\xi + \xi)$ доминируема по P_E на Re , то доминируема и любая другая точка из этого интервала.

Докажем теперь, что если произвольная точка $k\xi + \varepsilon$, где k – целое, $0 < \varepsilon < \xi$, из интервала $(k\xi; k\xi + \xi)$ не доминируема по P_E на Re , то недоминируема по P_E на Re и любая другая точка $k\xi + \lambda$, $0 < \lambda < \xi$, из этого ин-

тервала. Предположим обратное, что точка $k\xi + \lambda$ доминируема по P_E на Re . Но тогда из доказанного выше следует, что и точка $k\xi + \varepsilon$ доминируема по P_E . А это противоречит сделанному предположению. Вторая часть утверждения 2 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bullen P.S.* Handbook of Means and Their Inequality. – Dordrecht: Springer, 2003. – 538 p.
2. *Lawrence M.L.* Mathematical Statistics. – London: Ascended Idea, 2020. – 518 p.
3. *Джини К.* Средние величины. – М.: Статистика, 1970. – 447 с. [*Gini, C.* Le Medie. – Torino: Ulet, 1957.]
4. *Подиновский В.В., Нелюбин А.П.* Средние величины: многокритериальный подход // Проблемы управления. – 2020. – № 5. – С. 3–16. [*Podinovski, V.V., Nelyubin, A.P.* Mean Quantities: A Multicriteria Approach // Control Sciences. – 2020. – No. 5. – P. 3–16.] (In Russian)]
5. *Подиновский В.В., Нелюбин А.П.* Средние величины: многокритериальный подход. II // Проблемы управления. – 2021. – № 2. – С. 33–41. [*Podinovski, V.V., Nelyubin, A.P.* Means: A Multicriteria Approach. Part II // Control Sciences. – 2021. – No. 2. – P. 33–41.] (In Russian)]
6. *Пфанцагль И.* Теория измерений. – М.: Мир, 1976. [*Pfanzagl, J.* Theory of Measurement. – Berlin: Springer, 1971. – 235 p.]
7. *Roberts, F.S.* Measurement Theory: With Applications to Decisionmaking, Utility, and Social Sciences (Encyclopedia of Mathematics and its Applications). – Cambridge: Cambridge University Press, 1984. – 420 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Поступила в редакцию 29.08.2023,

после доработки 25.09.2023.

Принята к публикации 25.10.2023.

Нелюбин Андрей Павлович – канд. физ.-мат. наук, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, г. Москва, ✉ nelubin@gmail.com, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7064-3103>

Подиновский Владислав Владимирович – д-р техн. наук, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва, ✉ podinovski@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4859-5942>

© 2023 г. Нелюбин А.П., Подиновский В.В.



Эта статья доступна по лицензии [Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

MEAN VALUES: A MULTICRITERIA APPROACH. PART III

A.P. Nelyubin^{*} and V.V. Podinovski^{**}

^{*}Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^{**}National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia

*✉ nelubin@gmail.com, **✉ podinovski@mail.ru

Abstract. A new approach to defining mean values based on the ideas of multicriteria optimization was proposed and developed previously; see the papers [4] and [5]. The distances between the current point and the sample points were treated as components of a vector estimate. The conventional approach to defining mean values involves the scalarization of vector estimates: they are replaced, e.g., by the sums of their squared components. On the contrary, we proceeded from comparing vector estimates by preference. Several types of mean values corresponding to different amounts of information about preferences were considered. The properties of such mean values were investigated, and computational methods for constructing them were given. However, in the case of equally important criteria, the method turns out to be approximate and rather computationally intensive. In this paper, we present an exact and efficient numerical method for constructing a set of mean values of the specified type. The method is illustrated by a computational example.

Keywords: mean values, multicriteria choice problems, preference relations, criteria importance theory.

Acknowledgments. This work was supported in part by the International Center of Decision Choice and Analysis.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМБИНИРОВАННОГО ИЕРАРХИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА СКРЕЩИВАНИЯ В ГЕНЕТИЧЕСКОМ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДОСТАВКИ ПОСЛЕДНЕЙ МИЛИ

В. А. Соседов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

✉ vladyslav.sosedov@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача планирования маршрутов группы беспилотных летательных аппаратов в составе перспективной системы доставки последней мили, формализованная в виде двухкритериальной NP-трудной задачи многих коммивояжеров с одним депо. Применение стандартных методов оптимизации для получения точного решения неэффективно с точки зрения временных затрат на их реализацию, и в условиях реальной системы становится необходимым применение эвристических алгоритмов поиска приближенного решения. Для решения поставленной задачи был применен элитарный генетический алгоритм недоминирующей сортировки NSGA-II, хорошо зарекомендовавший себя в случае многокритериальной оптимизации. Для исследования эффективности применения комбинированного иерархического оператора скрещивания в сравнении со стандартными операторами скрещивания было реализовано программное средство имитационного моделирования и был проведен сравнительный анализ результатов применения различных операторов скрещивания в составе генетического алгоритма.

Ключевые слова: доставка последней мили, задача многих коммивояжеров, многокритериальная оптимизация, генетический алгоритм, оператор скрещивания.

ВВЕДЕНИЕ

Быстрая и экономичная коммерческая доставка малогабаритных товаров, заказываемых онлайн, является сложной комплексной логистической задачей, которую в настоящее время пытаются решить многие компании. Одной из наиболее перспективных технологий для решения этой задачи на заключительном этапе цепочки поставок, так называемой доставки «последней мили», является применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в составе системы доставки товаров из распределительных центров до покупателей [1]. Использование БПЛА для доставки малогабаритных грузов в городской среде эффективнее классической курьерской доставки с экономической

точки зрения, так как БПЛА не ограничены отдельным статичным набором дорог и могут гибко перемещаться в трех измерениях, что существенно сокращает время и, как следствие, стоимость доставки [2]. Кроме того, автоматизация подобной системы позволяет существенно снизить число работников, задействованных в процессе транспортировки заказов, что также ведет к снижению ее общей стоимости.

Хотя доставка последней мили с использованием БПЛА и предполагает более эффективную альтернативу курьерской доставке, ее реализация в составе реальной системы ограничена техническими возможностями существующего в настоящее время аппаратного и программного обеспечения. Также стоит отметить, что реальные системы

доставки грузов предполагают наличие большого числа клиентов, которых необходимо обслужить одновременно.

В обзоре [3] показано, что задача предварительного централизованного планирования маршрутов группы БПЛА с учетом того, что каждый БПЛА может обслужить за вылет одного или нескольких клиентов, в простейшей постановке может быть сведена к *NP*-трудной задаче многих коммивояжеров (англ. *Multiple Travelling Salesman Problem*, *MTSP*). Для уменьшения размерности задачи оптимизации в настоящей статье предлагается разделение всей системы доставки на отдельные зоны обслуживания с единственным распределительным центром внутри и обособленное решение задач многих коммивояжеров с одним депо (англ. *Single-Depot Multiple Travelling Salesman Problem*, *SD-MTSP*). В § 1 показана необходимость одновременной оптимизации двух конфликтующих целевых функций и приведена формальная постановка задачи.

Применение стандартных методов оптимизации для получения точного решения приводит к экспоненциальному росту времени вычислений с ростом числа оптимизируемых параметров, и в условиях реальной системы становится необходимым применение эвристических алгоритмов поиска приближенных решений. В настоящее время основным подходом к решению этого класса задач является применение различных метаэвристических алгоритмов [4]. Для решения поставленной задачи был выбран элитарный генетический алгоритм недоминирующей сортировки (англ. *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*, *NSGA-II*). В § 2 подробно описаны сам алгоритм *NSGA-II* и алгоритмы используемых генетических операторов селекции, скрещивания и мутации.

Эффективность работы генетического алгоритма в наибольшей степени зависит от возможностей локального поиска используемого оператора скрещивания (кроссовера). В § 3 приведен сравнительный анализ результатов работы алгоритма с использованием комбинированного иерархического кроссовера и таких стандартных операторов скрещивания, как частично соответствующий, циклический и порядковый кроссоверы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача многих коммивояжеров с одним депо в общем виде формулируется следующим образом. Существует набор из $n > 1$ городов (точек) и m

идентичных коммивояжеров. Каждый коммивояжер отправляется из одной и той же стартовой точки с номером 0, совершает тур и возвращается в исходную стартовую точку. Каждая точка, не считая стартовой, должна быть посещена ровно один раз. Решение задачи заключается в минимизации некоторой глобальной целевой функции F [5].

В стандартной постановке задачи в качестве целевой функции принимается суммарная протяженность маршрутов всех коммивояжеров. Однако минимизация такой целевой функции в отсутствие дополнительных ограничений на маршруты коммивояжеров приводит к сильной несбалансированности маршрутов в получаемых решениях (рис. 1).

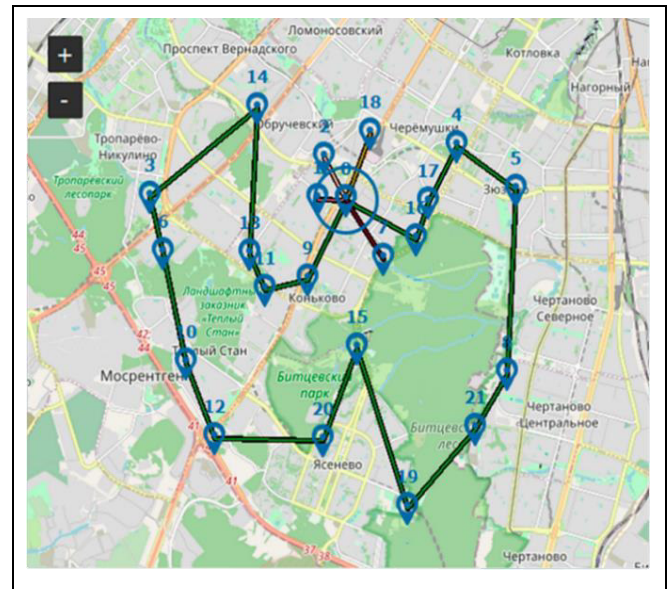


Рис. 1. Типичный результат решения задачи в стандартной постановке

С практической точки зрения использование нескольких коммивояжеров направлено на сокращение времени обслуживания всех клиентов, поэтому для обеспечения сбалансированности маршрутов коммивояжеров по их протяженности используются различные вариации минимаксной постановки задачи, где в качестве целевой функции может использоваться, например, протяженность максимального маршрута или так называемая «степень несбалансированности», которая рассчитывается как разность протяженностей максимального и минимального маршрутов. В свою очередь, такой подход может привести к тому, что маршруты коммивояжеров будут нерациональными в смысле минимизации их протяженностей



(рис. 2) и время обслуживания всех клиентов также будет неоптимальным.

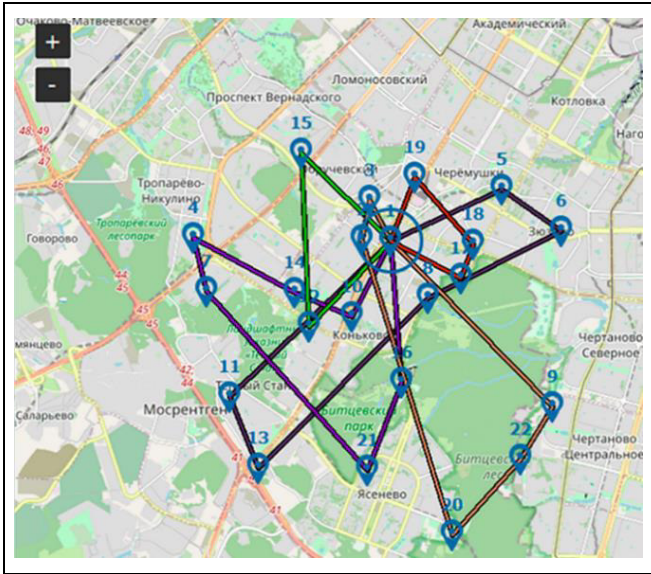


Рис. 2. Типичный результат решения задачи в минимаксной постановке

Таким образом, минимизация суммарной протяженности и обеспечение сбалансированности маршрутов – это две конфликтующие задачи оптимизации, которые необходимо рассматривать совместно. Многокритериальный подход к решению задачи многих коммивояжеров зарекомендовал себя эффективным [6–8], поскольку он позволяет сглаживать недостатки конфликтующих целевых функций без введения дополнительных ограничений на решения. Кроме того, наличие нескольких целевых функций в задаче закономерно приводит к появлению набора Парето-оптимальных решений вместо единственного оптимального решения, что позволяет гибко выбирать лучшее в некотором смысле решение при наличии дополнительной информации о задаче.

Двухкритериальная задача многих коммивояжеров с одним депо может быть формализована [6] с использованием ориентированного графа $G = (V, A)$, где V – множество вершин и A – множество дуг. С графом связана симметричная весовая матрица (матрица расстояний) $C = (c_{ij})$, $(i, j) \in A$, которая может быть определена с учетом ограничений, налагаемых внешней средой функционирования реальной системы доставки. В настоящей статье рассматривается простейший вариант определения значений c_{ij} евклидовыми расстояниями между точками. Пусть x_{ijk} – двоичная переменная, принимающая значение 1, если k -й коммивояжер

проходит по дуге графа (i, j) , и 0 – в противном случае; u_i – количество точек, посещенных коммивояжером на пути от стартовой точки с номером 0 до точки с номером i . С учетом введенных обозначений формальная запись задачи имеет вид:

$$F = (f_1, f_2) \rightarrow \min, \tag{1}$$

$$f_1 = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ijk}, \tag{2}$$

$$f_2 = \max_{1 \leq k \leq m} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ijk} - \min_{1 \leq k \leq m} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ijk}, \tag{3}$$

где $x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \quad k = 1, \dots, m$, такие, что

$$\sum_{j=1}^n x_{0jk} = 1, \quad k = 1, \dots, m, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0k} = 1, \quad k = 1, \dots, m, \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ijk} = 1, \quad j = 1 \dots n, \quad i \neq j, \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} = 1, \quad i = 1 \dots n, \quad i \neq j, \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = \sum_{i=1}^n x_{jik}, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m, \quad i \neq j, \tag{8}$$

$$u_i - u_j + (n - m) \cdot \sum_{k=1}^m x_{ijk} \leq n - m - 1, \tag{9}$$

$$2 \leq i \neq j \leq n.$$

Выражения (2) и (3) определяют две целевые функции, которые необходимо минимизировать совместно (1): суммарную протяженность маршрутов всех коммивояжеров и разность протяженностей максимального и минимального маршрутов соответственно. Условия (4) и (5) гарантируют, что ровно m коммивояжеров покинут стартовую точку и возвратятся в нее. Условия (6)–(8) гарантируют, что каждая точка, не считая стартовой, будет посещена ровно один раз. Ограничение (9) представляет собой классическую формулировку ограничения исключения промежуточных туров (англ. *subtour elimination constraint*, SEC), которое гарантирует, что решение не будет содержать маршрутов коммивояжеров, не включающих в себя уже посещенные точки.

2. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

2.1. Представление хромосомы

Ключом к получению хороших решений задачи оптимизации с применением генетического алгоритма является корректное представление особи или хромосомы, которая должна точно определять решение задачи и позволять генетическим операторам эффективно генерировать лучшие решения по мере продолжения итеративного эволюционного процесса. В работе [9] был предложен пригодный для решения задачи многих коммивояжеров метод представления хромосомы, состоящей из двух частей, позволяющий уменьшить избыточность пространства решений (в сравнении с однострочным и двухстрочным методами представления хромосомы) и, как следствие, повысить эффективность работы алгоритма.

Хромосома состоит из двух частей (рис. 3): первая часть содержит набор из $n - 1$ чисел, характеризующих порядок посещения точек в маршрутах коммивояжеров, вторая часть состоит из $m - 1$ разделителей, которые делят первую часть на m групп. Каждая группа представляет собой тур одного из коммивояжеров (рис. 4).

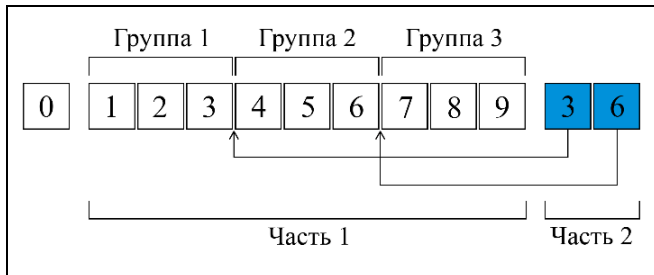


Рис. 3. Представление хромосомы

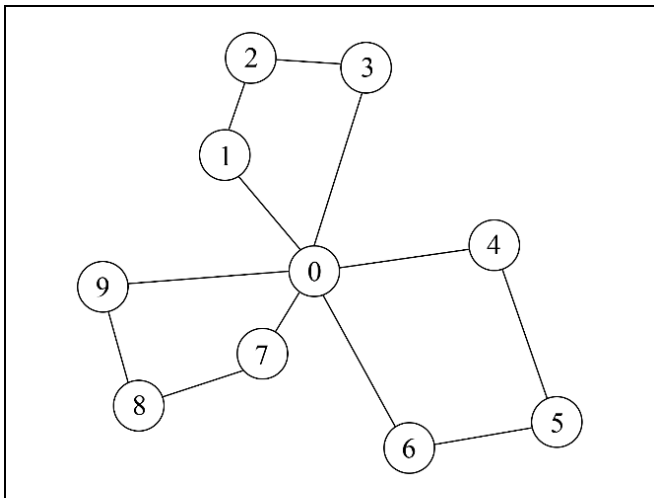


Рис. 4. Визуализация решения задачи

2.2. Операторы скрещивания

Известно, что используемый в генетическом алгоритме оператор скрещивания (кроссовер) оказывает наибольшее влияние на возможности локального поиска и эффективность работы алгоритма в целом. Наиболее широкое распространение в работах, посвященных решению комбинаторных задач оптимизации, получили такие операторы скрещивания, как частично соответствующий кроссовер (англ. *Partially-Mapped Crossover*, PMX), порядковый кроссовер (*Order Crossover*) и циклический кроссовер (*Cycle Crossover*). Принципы их функционирования были описаны в множестве работ (см., например, книги [10, 11]). Используемые в настоящей работе алгоритмы стандартных операторов скрещивания были адаптированы для соответствия методу представления хромосомы, состоящей из двух частей. Модифицированные алгоритмы операторов скрещивания подробно описаны далее.

Алгоритм работы частично соответствующего кроссовера таков (рис. 5).

Шаг 1. На вход алгоритма подается пара особей-родителей. Из первых частей родительских хромосом PA и PB случайным образом равномерно выбираются две точки разреза. Последовательности генов между двумя точками разреза называются секциями отображения.

Шаг 2. Секции отображения меняются местами и копируются с соблюдением позиций генов в первые части хромосом особей-потомков CA и CB .

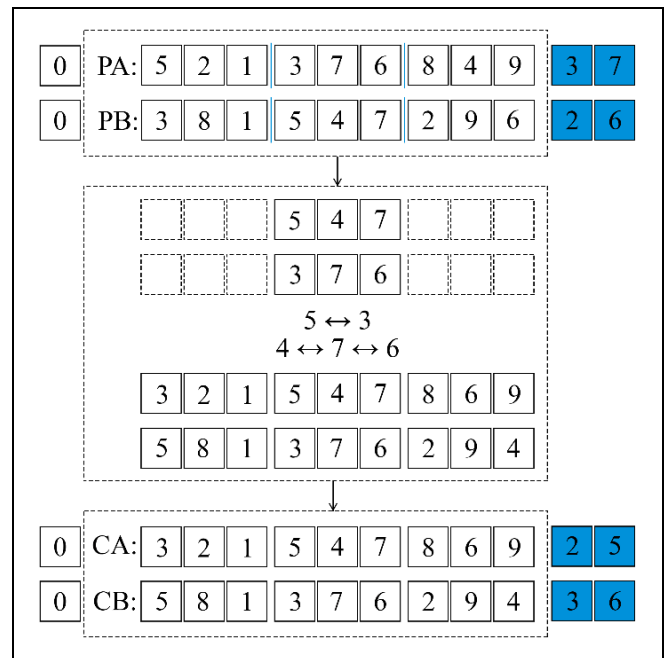


Рис. 5. Модифицированный алгоритм работы частично соответствующего кроссовера



Прочие гены при этом считаются неопределенными.

Шаг 3. Определяется взаимосвязь генов между двумя секциями отображения.

Шаг 4. Неопределенные в *СА* и *СВ* гены заполняются путем копирования генов соответствующего родителя. Если ген уже присутствует в особи-потомке, он заменяется в соответствии с его отображением.

Шаг 5. Вторые части хромосом особей-потомков генерируются случайным образом.

Алгоритм работы порядкового кроссовера таков (рис. 6).

Шаг 1. На вход алгоритма подается пара особей-родителей. Из первых частей родительских хромосом *РА* и *РВ* случайным образом выбираются две точки разреза.

Шаг 2. Полученные последовательности генов меняются местами и копируются с соблюдением позиций генов в первые части хромосом особей-потомков *СА* и *СВ*. Прочие гены при этом считаются неопределенными.

Шаг 3. Определяются порядки следования генов слева направо в *РА* и *РВ*.

Шаг 4. Неопределенные в *СА* и *СВ* гены заполняются в соответствии с порядком следования генов соответствующих родителей, начиная со второй точки разреза. Если ген уже присутствует в особи-потомке, он пропускается.

Шаг 5. Вторые части хромосом особей-потомков генерируются случайным образом.

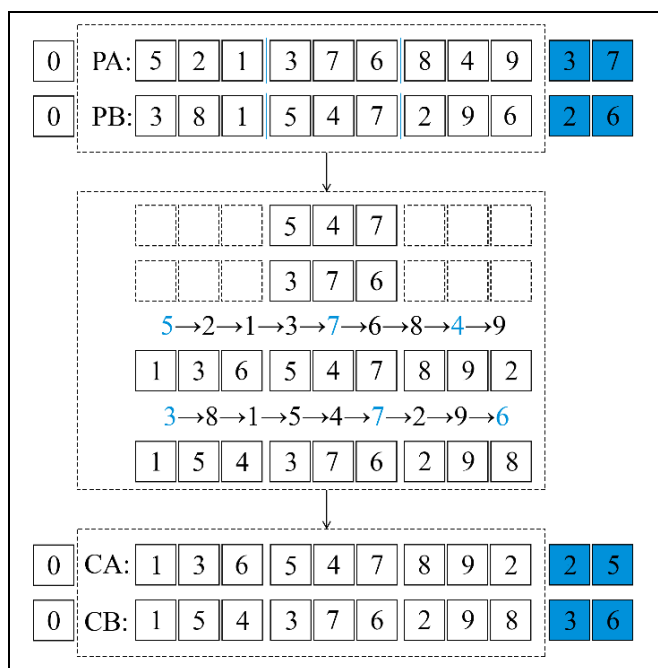


Рис. 6. Модифицированный алгоритм работы порядкового кроссовера

Алгоритм работы циклического кроссовера таков (рис. 7).

Шаг 1. На вход алгоритма подается пара особей-родителей. Из первой части родительской хромосомы *РА* случайным образом выбирается стартовая позиция цикла.

Шаг 2. Ген, занимающий стартовую позицию в *РА*, записывается в первую часть хромосомы потомка с соблюдением его позиции. Ген, занимающий ту же позицию в первой части родительской хромосомы *РВ*, не может быть записан в хромосому потомка на эту же позицию, поэтому он записывается в хромосому потомка в соответствии с его позицией в *РА*. Цикл продолжается до нахождения в *РВ* гена, занимавшего стартовую позицию в *РА*.

Шаг 3. После завершения цикла оставшиеся неопределенные гены копируются из *РВ* с соблюдением их позиций.

Шаг 4. Вторая часть хромосомы особи-потомка генерируется случайным образом.

Шаг 5. Для формирования второй особи-потомка особи-родители меняются местами и шаги 1-4 алгоритма повторяются.

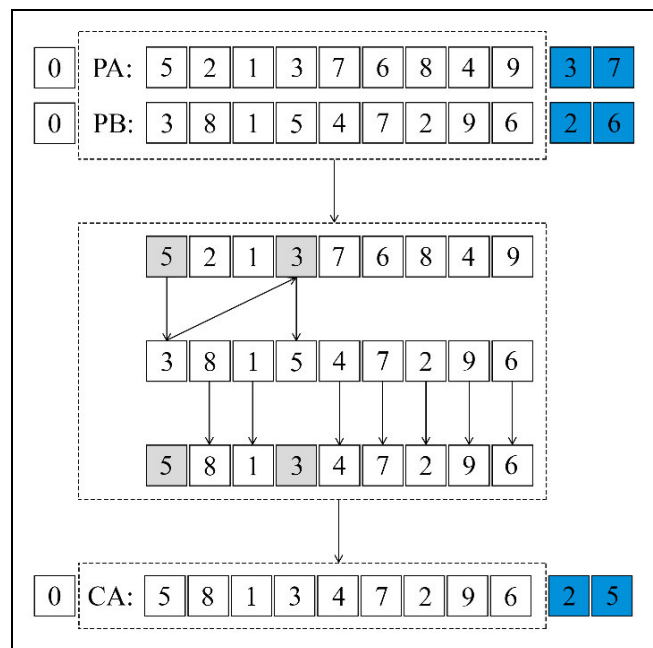


Рис. 7. Модифицированный алгоритм работы циклического кроссовера

Описанные операторы скрещивания являются универсальными для комбинаторных задач оптимизации и позволяют генерировать лучшие решения по мере продолжения итеративного эволюционного процесса генетического алгоритма, однако в практических приложениях их возможности локального поиска сравнительно невелики.

В работе [12] для решения задачи многих коммивояжеров был предложен комбинированный иерархический оператор скрещивания (*Combined HGA*), обеспечивающий высокую эффективность локального поиска путем учета расстояний между точками в основном процессе формирования особи-потомка и хорошее разнообразие популяции благодаря применению разных подходов к формированию двух особей-потомков.

Основной алгоритм комбинированного иерархического оператора скрещивания таков.

Шаг 1. На вход алгоритма подается пара хромосом PA и PB . Из PA случайным образом выбирается ген PA_k , который записывается в начало хромосомы потомка.

Шаг 2. В зависимости от заданного направления поиска из хромосом родителей выбираются два последующих PA_{k+1} , PB_{k+1} или два предыдущих PA_{k-1} , PB_{k-1} гена.

Шаг 3. Из хромосом родителей удаляется ген PA_k .

Шаг 4. Сравнивается пара расстояний c_{ij} между выбранными на втором шаге генами и PA_k . Ген, имеющий меньшее расстояние, записывается в особь-потомка и становится новым геном PA_k . Алгоритм продолжает работу, начиная с шага 2, пока длина хромосомы родителя $PA > 1$.

Авторами работы [12] было показано, что получаемые с помощью такого алгоритма особи-потомки будут иметь разные показатели по двум целевым функциям в зависимости от представления входных данных PA и PB . Для получения хорошо сбалансированного набора решений было предложено два метода формирования входных данных.

Метод формирования первой особи-потомка (рис. 8) заключается в том, что в качестве входных данных основного алгоритма выбираются первые части хромосом родителей. Результатом работы алгоритма будет первая часть хромосомы потомка, вторая часть хромосомы потомка выбирается случайным образом из вторых частей хромосом родителей. Большинство получаемых таким образом



Рис. 8. Алгоритм формирования первой особи-потомка

потомков будут иметь достаточно сбалансированные маршруты коммивояжеров, но не будут способствовать уменьшению общей протяженности всех маршрутов.

Метод формирования второй особи-потомка (рис. 9) состоит в предварительном декодировании хромосом родителей в однострочное представление: в начало первой части хромосомы и на определяемые разделителями позиции добавляются гены стартовой точки 0, вторая часть хромосомы удаляется. Декодированные родительские хромосомы подаются на вход основного алгоритма.

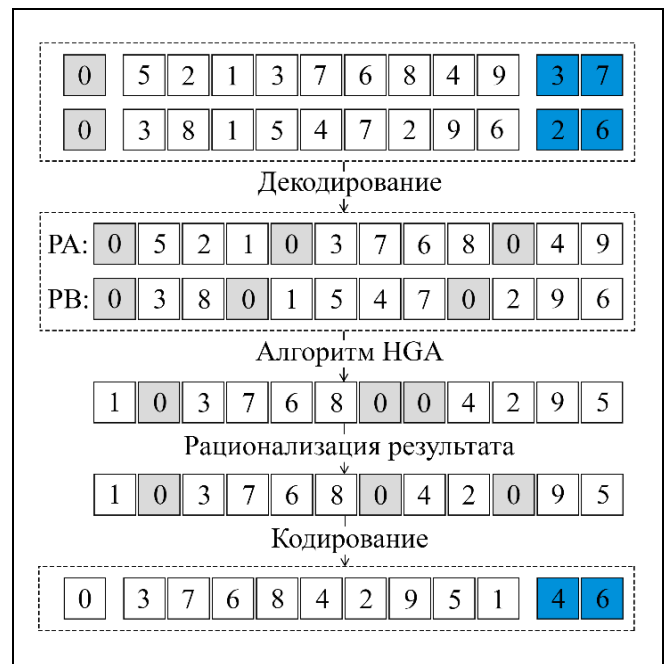


Рис. 9. Алгоритм формирования второй особи-потомка

Результат работы алгоритма подвергается процедуре рационализации, состоящей в удалении «нулевых» маршрутов (перенос правых смежных генов стартовой точки 0 в случайно определяемую позицию правее по хромосоме), а затем кодируется в изначальное представление хромосомы, состоящей из двух частей. Большинство получаемых таким образом потомков будут способствовать уменьшению общей протяженности всех маршрутов, однако не будут способствовать уменьшению степени несбалансированности маршрутов.

2.3. Операторы селекции и мутации

Оператор селекции осуществляет отбор особей, обладающих наибольшим значением функции приспособленности, из которых формируется набор допущенных к скрещиванию особей. В предложенном алгоритме используется стандарт-



ный для генетического алгоритма недоминирующей сортировки оператор бинарной турнирной селекции.

Операторы мутации предотвращают сужение области поиска оптимального решения из-за попадания в локальный минимум путем редактирования генов у создаваемых потомков. В предложенном алгоритме были использованы четыре различных оператора мутации [10, 13]: мутация вставки (*Insertion Mutation*), мутация взаимобмена (*Exchange Mutation*), мутация инверсии (*Inversion Mutation*) и мутация скремблирования (*Scramble Mutation*). Все операторы мутации имеют равную вероятность вызова.

2.4. Генетический алгоритм недоминирующей сортировки NSGA-II

Для решения поставленной задачи в качестве метаэвристического алгоритма оптимизации был применен предложенный в работе [14] элитарный генетический алгоритм недоминирующей сортировки NSGA-II (рис. 10), хорошо зарекомендовавший себя в случае многокритериальной оптимизации. Алгоритм основан на процедуре быстрой недоминирующей сортировки множества решений на фронты (англ. *fast non-dominated sort*, FNDS), которая обеспечивает высокую скорость сходимости алгоритма, и на процедуре сортировки по степени скученности решений в пространстве функциона-

лов (*crowding-distance sort*), которая обеспечивает хорошее разнообразие формируемой популяции.

Быстрая недоминирующая сортировка состоит в определении ранга r для каждой особи и объединении особей с одинаковым рангом в подмножества \mathcal{F}_r – фронты ранга r .

Определение. Решение p называется доминирующим над решением q , если одновременно выполняются два условия:

1. Решение p не хуже решения q по всем функционалам.
2. Решение p строго лучше решения q хотя бы по одному функционалу. ♦

Таким образом, для поставленной задачи двухкритериальной оптимизации можно записать условие доминирования особи p над особью q :

$$(f_1(p) \leq f_1(q) \wedge f_2(p) \leq f_2(q)) \wedge (f_1(p) < f_1(q) \vee f_2(p) < f_2(q)). \quad (10)$$

Представим условие (10) как $p < q$ для удобства дальнейшего изложения.

Алгоритм быстрой недоминирующей сортировки таков.

Шаг 1. Для каждой особи p в популяции выполняются следующие действия:

- Иницируется список $S_p = \emptyset$ особей популяции, над которыми доминирует особь p .
- Иницируется счетчик $n_p = 0$ особей популяции, которые доминируют над особью p .

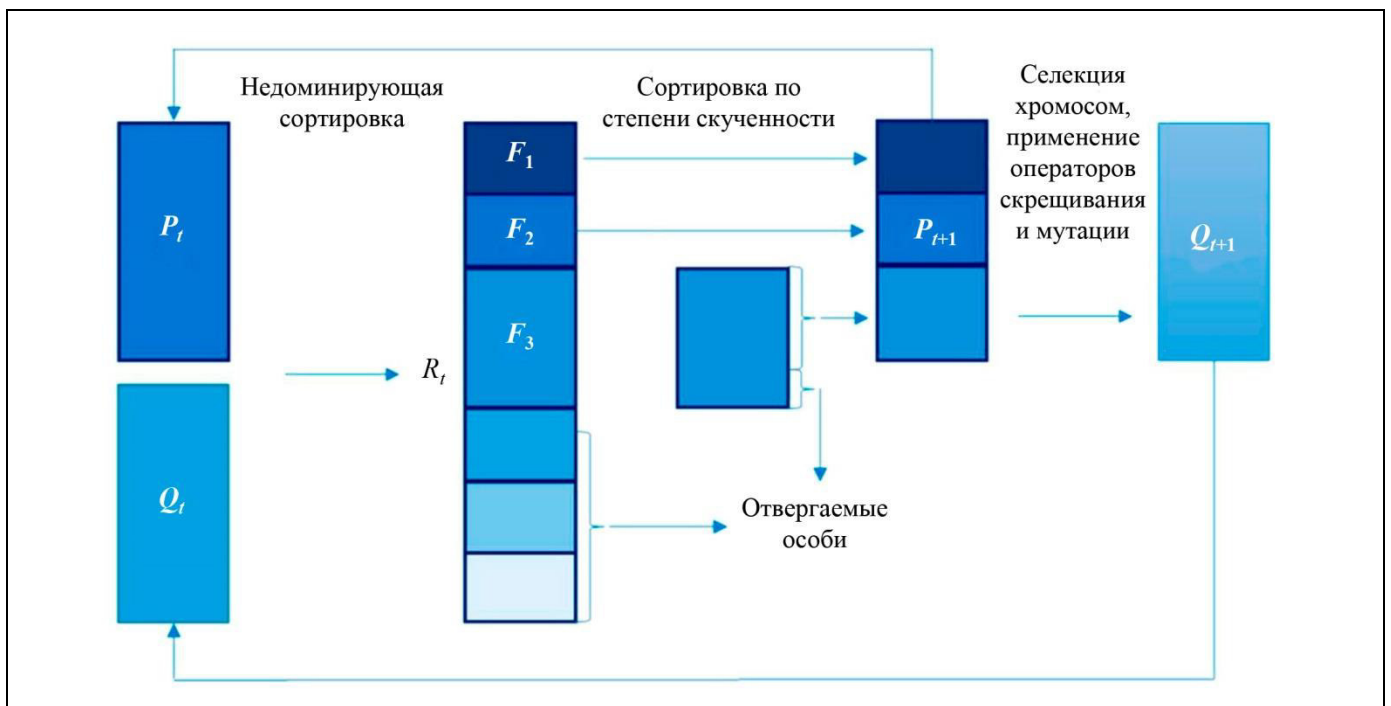


Рис. 10. Процесс оптимизации популяции в алгоритме NSGA-II

• Для каждой особи q в популяции проверяется условие доминирования (10):

○ если $p < q$, особь q добавляется в список S_p , т. е. $S_p = S_p \cup \{q\}$.

○ если $q < p$, счетчик n_p увеличивается на 1, т. е. $n_p = n_p + 1$.

• Если для особи p счетчик $n_p = 0$, она записывается в первый недоминирующий фронт $\mathcal{F}_1 \cup \{p\}$.

Шаг 2. Иницируется счетчик фронтов $i = 1$.

Шаг 3. Пока i -й фронт $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$, выполняются следующие действия:

• Иницируется список $Q = \emptyset$ для хранения особей $(i + 1)$ -го фронта.

• Для каждой особи $p \in \mathcal{F}_i$ рассматривается список S_p : если для особи $q \in S_p$ выполняется равенство $n_q - 1 = 0$, она записывается в список $Q = Q \cup \{q\}$.

• Счетчик фронтов увеличивается на 1, т. е. $i = i + 1$.

• Формируется i -й фронт $\mathcal{F}_i = Q$.

Процедура продолжается до идентификации всех фронтов $\mathcal{F}_r, r = 1, \dots, r_{\max}$.

Сортировка по степени скученности решений в пространстве функционалов необходима для отбора решений в пределах одного фронта. Для каждой особи $\mathcal{F}_r(i) \in \mathcal{F}_r$ вычисляется величина расстояния

$$\text{dist}(\mathcal{F}_r(i)) = \sum_{m=1}^2 \text{dist}_m(\mathcal{F}_r(i)),$$

где $\text{dist}_m(\mathcal{F}_r(i))$ – расстояние до m -го функционала, которое рассчитывается следующим образом.

Шаг 1. Решения в пределах фронта \mathcal{F}_r длиной l сортируются по возрастанию значений m -го функционала. Тогда для граничных решений фронта справедливы выражения

$$\mathcal{F}_r(1) = f_m^{\min}, \quad \mathcal{F}_r(l) = f_m^{\max}.$$

Шаг 2. Искомым расстояниям для граничных решений присваивается максимальное значение расстояния $\text{dist}_m(\mathcal{F}_r(1)) = \text{dist}_m(\mathcal{F}_r(l)) = 10^9$, а расстояния промежуточных решений определяются по формуле

$$\text{dist}_m(\mathcal{F}_r(i)) = \frac{f_m^{\mathcal{F}_r(i+1)} - f_m^{\mathcal{F}_r(i-1)}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}},$$

$$i = 2, \dots, l - 1.$$

Алгоритм NSGA-II (см. рис. 10) состоит из пяти шагов.

Шаг 1. Начальная популяция родителей P_0 размером N особей формируется случайным образом. На ее основе при помощи генетических операторов

селекции, скрещивания и мутации генерируется начальная популяция потомков Q_0 также размером N . Поскольку элитизм вводится путем сравнения текущей популяции с ранее найденными наилучшими решениями, процесс формирования последующих популяций будет отличаться.

Шаг 2. Популяции родителей и потомков объединяются в множество $R_t = P_t \cup Q_t$, которое разделяется на фронты $F_r, r = 1, \dots, r_{\max}$, при помощи процедуры быстрой недоминирующей сортировки.

Шаг 3. Из множества R_t выбираются N лучших особей, которые формируют новую популяцию родителей P_{t+1} . Лучшими считаются особи с меньшим рангом r . Если очередной фронт не может быть записан целиком в P_{t+1} , он подвергается процедуре сортировки по степени скученности решений в пространстве функционалов, лучшими считаются особи с большим значением расстояния скученности.

Шаг 4. На основе популяции P_{t+1} при помощи генетических операторов селекции, скрещивания и мутации генерируется новая популяция потомков Q_{t+1} .

Шаг 5. Алгоритм продолжает работу, начиная с шага 2, пока не будет достигнут терминальный критерий алгоритма (заданное число поколений или достаточная однородность популяции).

3. ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для организации вычислительных экспериментов с целью исследования влияния используемого оператора скрещивания на эффективность работы алгоритма было реализовано программное средство имитационного моделирования, которое позволяет:

• задавать состояние системы – набор точек доставки $\{n\}$, количество используемых коммивояжеров m ;

• задавать параметры работы алгоритма – размер популяции N , количество итераций алгоритма N_{Gen} , количество повторений алгоритма N_{Rep} , вероятность вызова оператора скрещивания $0 \leq p_x \leq 1$, вероятность вызова оператора мутации $0 \leq p_m \leq 1$, зерно генератора псевдослучайных чисел;

• выбирать используемые в алгоритме генетические операторы скрещивания и мутации;

• в автоматическом режиме набирать статистику по поколениям и визуализировать конечный набор Парето-оптимальных решений;

• визуализировать конечное решение на интерактивной карте, если точки доставки в используе-



мом наборе имеют привязку к географическим координатам;

- создавать новые наборы данных на интерактивной карте.

Программное средство было реализовано на языке программирования Python 3.9.6, все вычисления производились на процессоре AMD Ryzen 7 5800X3D, 4.70 ГГц и 64 Гб ОЗУ.

Для всех вычислительных экспериментов размер популяции N принимался равным 100 особям, количество повторений алгоритма $N_{Rep} = 1$, вероятность вызова оператора скрещивания $p_x = 1$, вероятность вызова оператора мутации $p_m = 0,05$. Для проведения сравнительного анализа результатов работы алгоритма с использованием описанных операторов скрещивания в качестве наборов данных использовались эталонные тесты berlin52, eli76 и rat99 [15–17], в которых первая точка принималась за стартовую (условия приведены в таблице).

Финальные недоминированные Парето-фронты для соответствующих наборов данных, представляющие собой наборы возможных решений задачи

Условия вычислительных экспериментов

Набор данных	Число точек n	Число коммивояжеров m	Число итераций N_{Gen}
berlin52	52	5	1400
eli76	76	7	1800
rat99	99	7	2200

многих коммивояжеров, изображены на графиках (рис. 11). По оси абсцисс каждого графика откладывается общая протяженность маршрутов, по оси ординат – разность между максимальной и минимальной протяженностью маршрутов (обе величины безразмерные).

Парето-фронты, полученные при помощи алгоритма с использованием комбинированного иерархического кроссовера, во всех эталонных тестах показывают лучшие результаты с точки зрения совместной минимизации двух целевых функций по сравнению со стандартными операторами скрещивания.

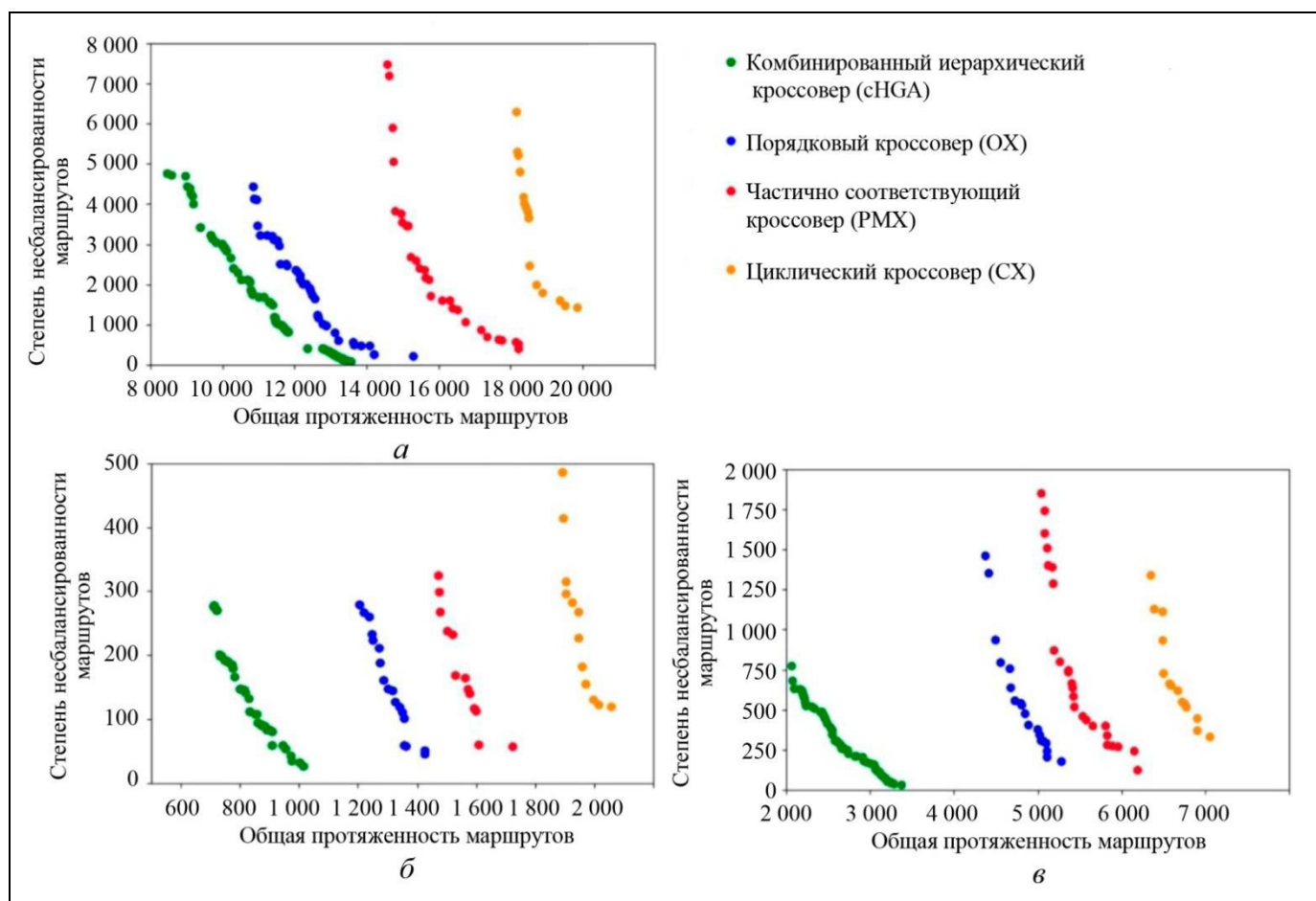


Рис. 11. Сравнительный анализ финальных недоминированных Парето-фронтов для наборов данных: а - berlin52, $m=5$; б - eli76, $m=7$; в - rat99, $m=7$

Для оценки скорости сходимости алгоритма с использованием комбинированного иерархического оператора скрещивания были построены графики эволюции минимальных значений двух целевых функций, соответствующие крайним особям текущего недоминированного Парето-фронта. Для всех эталонных наборов данных прослеживается следующая закономерность: на первых поколениях значения целевых функций уменьшаются стремительно, затем скорость их изменения резко снижается (рис. 12). Таким образом, в составе реальной системы доставки последней мили для экономии вычислительных и, как следствие, временных ресурсов можно использовать наборы решений, полученные за малое количество итераций предложенного алгоритма.

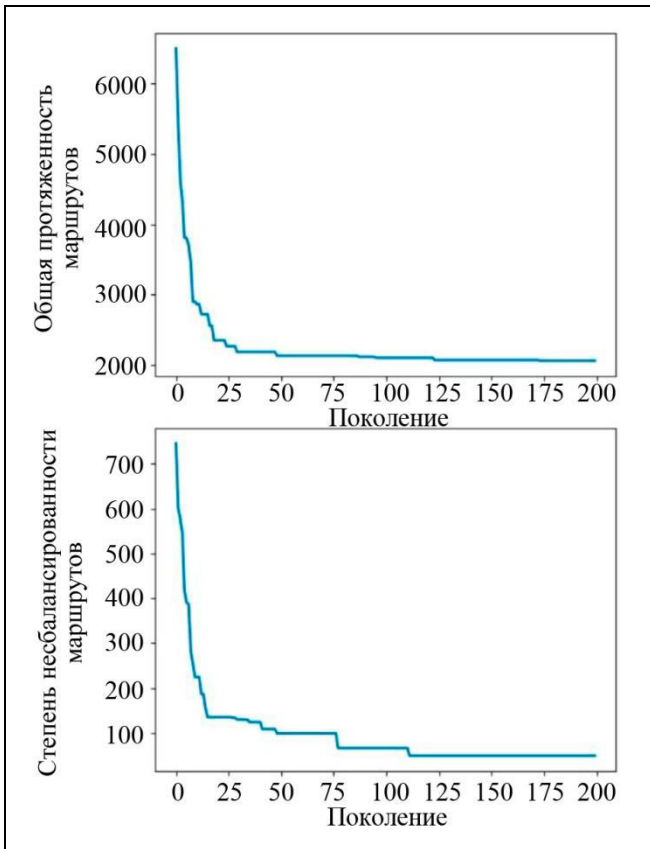


Рис. 12. Эволюция значений целевых функций для набора данных $rat99, m=7$

Так, например, для набора данных Moscow-ICS, созданного при помощи интерактивной карты программного средства, было получено решение (рис. 13) при следующих условиях работы алгоритма: $n = 41, m = 5, N_{Gen} = 200$. Для визуализации решения задачи (рис. 14) из полученного набора Парето-оптимальных решений было выбрано Парето-эффективное решение, занимающее срединное положение в финальном фронте.

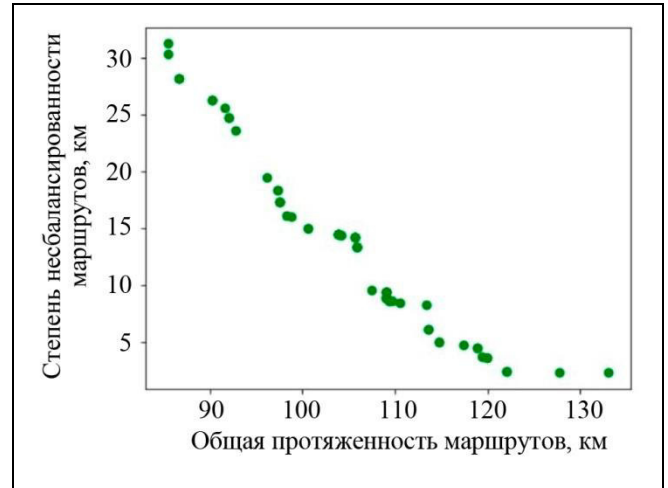


Рис. 13. Финальный недоминированный Парето-фронт для набора данных Moscow-ICS

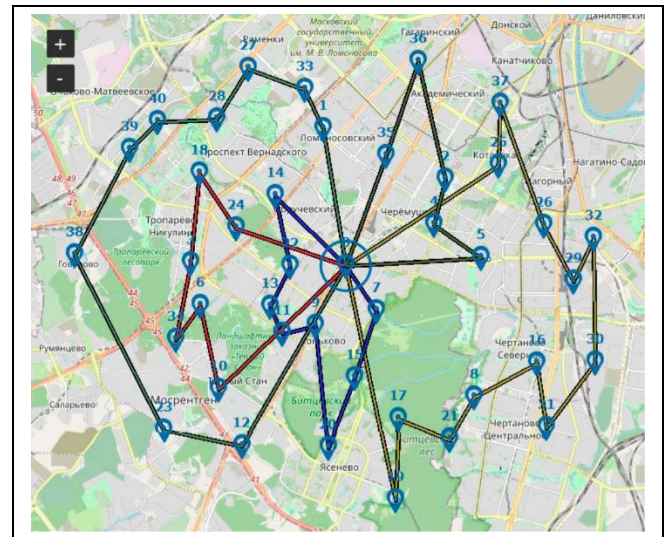


Рис. 14. Визуализация решения задачи для набора данных Moscow-ICS

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача планирования маршрутов беспилотных летательных аппаратов в составе перспективной системы доставки последней мили в виде двухкритериальной задачи многих коммивояжеров с одним депо. Показана необходимость совместной оптимизации двух конфликтующих целевых функций. Описаны использованные генетические операторы. Реализовано программное средство для решения поставленной задачи, в основу которого положен элитарный генетический алгоритм недоминирующей сортировки NSGA-II.

Проведены вычислительные эксперименты и сравнительный анализ эффективности применения различных операторов скрещивания в составе ге-



нетического алгоритма решения двухкритериальной задачи многих коммивояжеров. Показано, что комбинированный иерархический кроссовер обеспечивает наилучшие результаты с точки зрения совместной оптимизации двух целевых функций. Исследование скорости сходимости алгоритма с использованием комбинированного иерархического кроссовера показало, что предложенный алгоритм позволяет получать приемлемые решения в кратчайшие сроки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Baur, S. Cargo drones: A potential gamechanger in the logistics industry // Roland Berger. – 2022. – URL: <https://www.rolandberger.com/en/Insights/Publications/Cargo-drones-A-potential-gamechanger-in-the-logistics-industry.html> (дата обращения: 23.09.2023). [Accessed September 23, 2023.]
2. Moadab, A., Farajzadeh, F., Fatahi Valilai, O. Drone routing problem model for last-mile delivery using the public transportation capacity as moving charging stations // Scientific Reports. – 2022. – Vol. 12, no. 1. – P. 1–16.
3. Khoufi, I., Laouiti, A., Adjih, C. A Survey of Recent Extended Variants of the Traveling Salesman and Vehicle Routing Problems for Unmanned Aerial Vehicles // Drones. – 2019. – Vol. 3, no. 3. – Art. no. 66.
4. Германчук М.С., Лемтюжникова Д.В., Лукьяненко В.А. Метаэвристические алгоритмы для задач многоагентных задач маршрутизации // Проблемы управления. – 2020. – № 6. – С. 3–13. [Germanchuk, M.S., Lemtyuzhnikova, D.V., Lukianenko, V.A. Metaheuristic Algorithms for Multi-Agent Routing Problems // Control Sciences. – 2020. – No. 6. – P. 3–13. (In Russian)]
5. Bektas, T. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures // Omega. – 2006. – Vol. 34, no. 3. – P. 209–219.
6. Necula, R., Breaban, M., Raschip, M. Tackling the bi-criteria facet of multiple traveling salesman problem with ant colony systems // IEEE 27th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI). – Vietri sul Mare, 2015. – P. 873–880.
7. Bolanos, R., Echeverry, M., Escobar, J. A multiobjective non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II) for the Multiple Travelling Salesman Problem // Decision Science Letters. – 2015. – Vol. 4. – P. 559–568.
8. Alves, R.M.F., Lopes, C.R. Using Genetic Algorithms to minimize the distance and balance the routes for the multiple Travelling Salesman Problem // IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). – Sendai, 2015. – P. 3171–3178.
9. Carter, A.E., Ragsdale, C. A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms // European Journal of Operational Research. – 2005. – Vol. 175, no. 1. – P. 246–257.
10. Саймон Д. Алгоритмы эволюционной оптимизации. – М.: ДМК Пресс, 2020. – 1002 с. [Simon, D. Evolutionary Optimization Algorithms. – New York: John Wiley & Sons, 2013. – 784 p.]
11. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 368 с. [Gladkov L.A., Kureichik V.V., Kureichik V.M. Geneticheskie algoritmy. 2-e izd., ispr. i dop. – М.: FIZMATLIT, 2010. – 368 s. (In Russian)]
12. Shuaia, Y., Yunfengaand, S., Kai, Z. An effective method for solving multiple travelling salesman problem based on NSGA-II // Systems Science & Control Engineering. – 2019. – Vol. 7, no. 2. – P. 108–116.
13. Soni, N., Kumar, T. Study of Various Mutation Operators in Genetic Algorithms // International Journal of Computer Science and Information Technologies. – 2014. – Vol. 5, no. 3. – P. 4519–4521.
14. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2002. – Vol. 6, no. 2. – P. 182–197.
15. Benchmark data for the Single-Depot Multiple Traveling Salesman Problem (multiple-TSP). – Iași: Alexandru Ioan Cuza University (UAIC). – URL: <https://profs.info.uaic.ro/~mtsplib/> (дата обращения: 23.09.2023).
16. TSPLIB. Symmetric Traveling Salesman Problem (TSP). – Heidelberg: University of Heidelberg. – URL: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/tsp/> (дата обращения: 23.09.2023). [Accessed September 23, 2023.]
17. TSPLIB. Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP). Heidelberg: University of Heidelberg. – URL: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/vpr> (дата обращения: 23.09.2023). [Accessed September 23, 2023.]

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Лазаревым.

Поступила в редакцию 15.05.2023,
после доработки 12.11.2023.
Принята к публикации 29.11.2023.

Соседов Владислав Александрович – инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ vladyslav.sosedov@gmail.com
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0001-0920-2579>

© 2023 г. Соседов В.А.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

COMBINED HIERARCHICAL CROSSOVER IN A GENETIC ALGORITHM FOR LAST-MILE DELIVERY: EFFICIENCY ANALYSIS

V. A. Sosedov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ vladyslav.sosedov@gmail.com

Abstract. This paper considers routing for a group of unmanned aerial vehicles within a promising last-mile delivery system. The routing problem is reduced to the bi-criteria single-depot multiple traveling salesman problem and formalized using a directed graph. Being NP-hard, this problem cannot be efficiently solved by standard exact optimization methods. Therefore, heuristic algorithms should be applied to obtain good approximate solutions in a short time. The problem is solved using NSGA-II, the widespread elitist non-dominated sorting genetic algorithm that demonstrates good results in multicriteria optimization. Some chromosome representation and crossing and mutation operators are implemented in the algorithm. A simulation software tool is presented to investigate the influence of the crossing operators used on the convergence speed of the algorithm. Finally, several genetic crossing operators (Partially-Mapped Crossover, Order Crossover, Cycle Crossover, and Combined Hierarchical Crossover) are compared in terms of efficiency.

Keywords: last-mile delivery, multiple traveling salesman problem, multicriteria optimization, genetic algorithm, crossover.

МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ЗАКУПКИ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ШКОЛ И КОНКУРЕНЦИИ МЕЖДУ ПОСТАВЩИКАМИ[#]

А. Д. Богданов*, Д. В. Колобов**, А. В. Щепкин***

***Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный

**Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

*✉ andrey.bogdanov@phystech.edu, **✉ dmitry.kolobov@gmail.com, ***✉ av_shch@mail.ru

Аннотация. Предметом настоящего исследования являются взаимодействие школ и поставщиков, а также процессы конкуренции между поставщиками за осуществление государственной закупки. Школа, максимизируя значение своей функции полезности, определяет оптимальное распределение своего бюджета между расходами на оплату труда и закупку оборудования. Далее за бюджет школы на оборудование начинают конкурировать различные поставщики, максимизирующие либо свою прибыль, либо выручку. В зависимости от рынка (муниципальный, региональный, российский) для описания процесса закупки могут применяться различные модели, начиная от модели совершенно конкурентного рынка и олигополии и заканчивая монополией. В случае монополии поставщики не будут предоставлять скидки на продукцию, при совершенной конкуренции поставщики предоставляют скидки на уровне их максимальной прибыли. Предложены новые применения ряда моделей теории игр к закупкам материально-технического обеспечения и к описанию конкуренции между поставщиками.

Ключевые слова: школьное образование, конкуренция, принятие решений, олигополия, монополия, аукцион, теория игр.

ВВЕДЕНИЕ

Школа является важным институтом социально-экономического развития любой страны. Именно в ней закладываются основы личности человека, базовые навыки, умения и ценности, инструменты общения и эмоционального интеллекта. Для того, чтобы школа могла осуществлять свою деятельность, необходимо наличие профессионального педагогического состава и, что не менее важно, наличие специализированной материальной базы. Материальная база может быть различной: начиная от базовых парт, досок и заканчивая совре-

менными интерактивными досками и робототехническими наборами [1].

В связи с тем, что школа несет в себе не только образовательную функцию, но и формирует в России огромный рынок поставок материального обеспечения объемом более 100 миллиардов рублей в год, этот рынок представляет особый интерес для анализа с использованием инструментов теории игр и теории управления.

Для анализа вышеупомянутого рынка прежде всего необходимо установить, как школа определяет необходимый перечень оборудования и годовой бюджет на него. Далее школа осуществляет закупку материально-технического обеспечения, для чего объявляет конкурсную процедуру, находясь под нормативно-правовыми ограничениями и ограничениями, накладываемыми на нее иными центрами принятия решений (муниципалитетом,

[#] Исследование выполнено при финансовой и организационной поддержке лаборатории нейротехнологий и человеко-машинного взаимодействия МФТИ и Минобрнауки в рамках грантов молодежным лабораториям.

субъектом федерации и т. д.). В случае Российской Федерации данными ключевыми ограничениями выступают Федеральные законы № 223 и 44 [2, 3], а также организационно-правовая форма школ и нормативные ограничения каждого отдельного региона.

Закупка осуществляется либо напрямую, либо через специальные механизмы государственных закупок. Чаще всего несколько ключевых поставщиков (2–4), конкурируют за поставку материального обеспечения, предлагая наименьшую стоимость закупаемого оборудования. Однако может существовать и иная ситуация, в которой либо данную поставку оборудования может осуществить только единственный поставщик на рынке (оборудование уникально), либо лоты настолько стандартны, что могут быть поставлены широким кругом компаний.

Поставщики определяют, участвовать им в закупке или нет, ориентируясь на несколько критериев. Во-первых, это возможность поставить необходимое оборудование. Во-вторых, это функция полезности поставщика, которая является либо его выручкой (если данный поставщик является крупным (более 400 млн руб. годового оборота), при условии положительной маржинальности проекта), либо прибылью. В-третьих, это ситуация на рынке (количество иных поставщиков) и наличие инсайдерской и иной информации.

Важно отметить, что в данной работе рассмотрена лишь часть моделей определенного спектра ситуаций, которые могут наблюдаться на реальном рынке образования, а также исследовано прежде всего влияние материально-технического обеспечения и оплаты труда педагогов на значение функции полезности школы.

1. ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ ШКОЛ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОГО ОБЪЕМА ЗАКУПКИ

Возьмем среднестатистическую российскую школу, прием детей в которую осуществляется без вступительных испытаний. Школа работает в стабильном режиме, в ней нет недовольства уровнем образования и финансовых проблем. Функцией образовательного результата [4] школ, которая также является функцией полезности, являются средние результаты выпускников, измеряемые в самой распространенной метрике – в баллах ЕГЭ. Материально-техническая (или материальная) база может быть накопленной (показатель A), если школа имеет определенную материально-техническую базу, которая была сформирована

ранее. A в текущем году школа тратит свой бюджет (M) на оплату труда педагогов в текущем году (L) и на увеличение материально-технической базы в текущем году (K). Все переменные выражаются в рублях, так как общий бюджет, накопленная и закупленная на текущий год материальная база, затраты на оплату труда работников выражаются в рублях [5].

Таким образом, имеем следующий общий вид функции образовательного результата:

$$U = f(A, K, L, M).$$

Весь бюджет школы распределяется на материальное обеспечение и зарплату учителей ($M = L + K$), т. е. $M = M(K, L)$. Таким образом, получаем упрощенную функцию f от трех, а не четырех переменных:

$$U = f(A, K, L).$$

В работе [6] рассмотрены различные потенциальные функции полезности школ и выделена одна из них, которая отвечает большому числу требований к функции полезности школ (возрастающая по K , A и L функция, обладающая убывающим эффектом масштаба, равна нулю, если все показатели равны нулю или если нет расходов на оплату труда педагогов). Данной функцией является сумма разностей функций Кобба – Дугласа, которую мы назовем в данной работе «двойной» функцией Кобба – Дугласа [5]

$$U = f(A, K, L) = CK^\alpha L^{1-\alpha} + BA^\beta L^{1-\beta},$$

$$0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, C, B > 0.$$

Школа отчитывается о результатах предыдущего года и формирует свой бюджет M из финансовых поступлений со стороны муниципальных, региональных и/или федеральных органов власти, а также в пределах внебюджетных средств. Бюджет M является в данной модели внешне заданным фиксированным параметром. Далее школа решает задачу максимизации своей функции полезности (на множестве $A, L, K \geq 0$). В источнике [6] рассмотрены различные решения данной задачи максимизации и показано, что задача имеет решение при данном виде функции, и решение справедливо для любых значений параметров на множестве $A, L, K \geq 0$. Таким образом, школа определяет свой оптимальный бюджет на требуемое к поставке в текущем году оборудование (K_0), измеряемый в рублях, и сообщает его поставщикам (рис. 1) [5, 7].

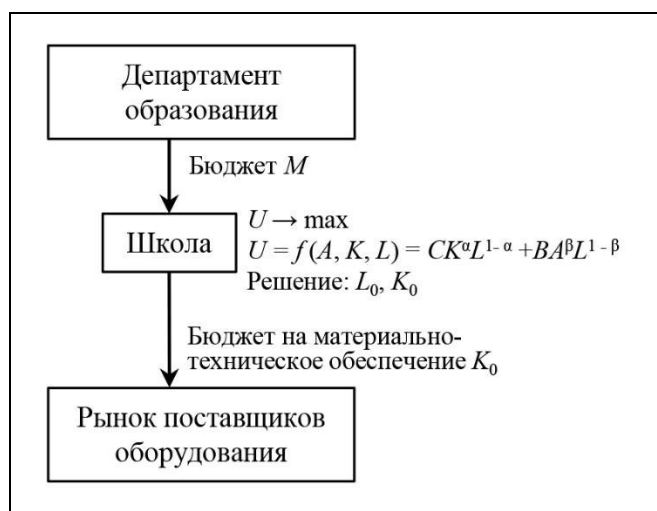


Рис. 1. Трехуровневая обобщенная схема распределения бюджетов на материально-техническое обеспечение

Более подробно определение функции полезности количественными методами и применение «двойной» функции Кобба – Дугласа рассматривается в статье [6] для решения задачи определения вида функции полезности на количественных данных Комитета образования Санкт-Петербурга и сервиса государственных закупок на множестве $A, L, K \geq 0$. Так, на основе реальных данных школ города Санкт-Петербурга получено следующее выражение:

$$U \sim K^{0,55} L^{0,45} + \frac{2}{3} A^{0,12} L^{0,88}.$$

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНКУРЕНЦИИ ПОСТАВЩИКОВ ЗА ЗАКУПКУ

2.1. Базовая модель

Рассмотрим модель взаимодействия школы и поставщиков, которую будем называть базовой. Данная модель имеет место для компаний, которые максимизируют свою прибыль. Также компании имеют представление о виде функции полезности друг друга (функция полезности является «двойной» функцией Кобба – Дугласа), но не знают значений внутренних показателей друг друга (постоянные и переменные издержки), а также не знают значений прибыли друг друга и могут предположить, что издержки их конкурентов находятся «где-то между нулем и стоимостью закупки» (т. е. в диапазоне от максимальной скидки на уровне цены поставки, если компания несет очень низкие, равные нулю издержки, до минимальной, равной нулю, когда издержки компании находятся на уровне цены поставки). Данная модель часто

наблюдается в реальной жизни, когда компании конкурируют в рамках закрытого аукциона первой цены и нет компании, которая знает информацию о внутренних процессах других компаний (процесс государственной закупки). Будем считать, что поставщики оборудования конкурируют сразу за весь размер бюджета школы на материально-техническое обеспечение в текущем году (K_0), т. е. в данной модели школа в текущем году тратит единообразно все свои средства на материально-техническое обеспечение, а не делит свой размер бюджета на несколько закупок. Когда поставщикам становится известен данный размер бюджета, те поставщики, которые могут поставить запрашиваемое школой оборудование, начинают конкурировать по стоимости, предоставляя различные скидки (ΔM_i – скидка, которую i -й поставщик предоставляет в рамках закупки).

Рассмотрим сначала общую схему (рис. 2), когда на рынке существует n поставщиков, которые могут поставить запрашиваемое оборудование. Сделаем предположение, что все поставщики максимизируют свою прибыль

$$\begin{aligned} \pi_i &= K_0 - FC_i - p_i K_0 - \Delta M_i = \\ &= (1 - p_i) K_0 - FC_i - \Delta M_i, \end{aligned}$$

где p_i – отношение переменных издержек по поставке материально-технического обеспечения в объеме K_0 к сумме поставки K_0 ; FC_i – постоянные издержки i -го поставщика (индивидуальные для каждого поставщика, но не зависящие от объема произведенной продукции, например, расходы на аренду офиса, охрану, коммунальные расходы, часть затрат на оплату труда). Поставщик начинает максимизировать свою прибыль в зависимости от предоставляемой скидки ΔM_i , так как остальные показатели являются для каждого поставщика заданными.

Фактически между поставщиками начинается Байесова игра [7], иначе называемая игрой с неполной информацией. Данная игра проводится, если хотя бы один из игроков не знает как минимум одну функцию полезности иных игроков. В нашем случае функции полезности каждого поставщика в базовом варианте неизвестны никому, кроме него самого.

Функцию прибыли поставщика мы можем привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} \pi_i &= (1 - p_i) K_0 - FC_i - \Delta M_i = \\ &= g(p_i, FC_i, K_0) - \Delta M_i = U_i - \Delta M_i. \end{aligned}$$

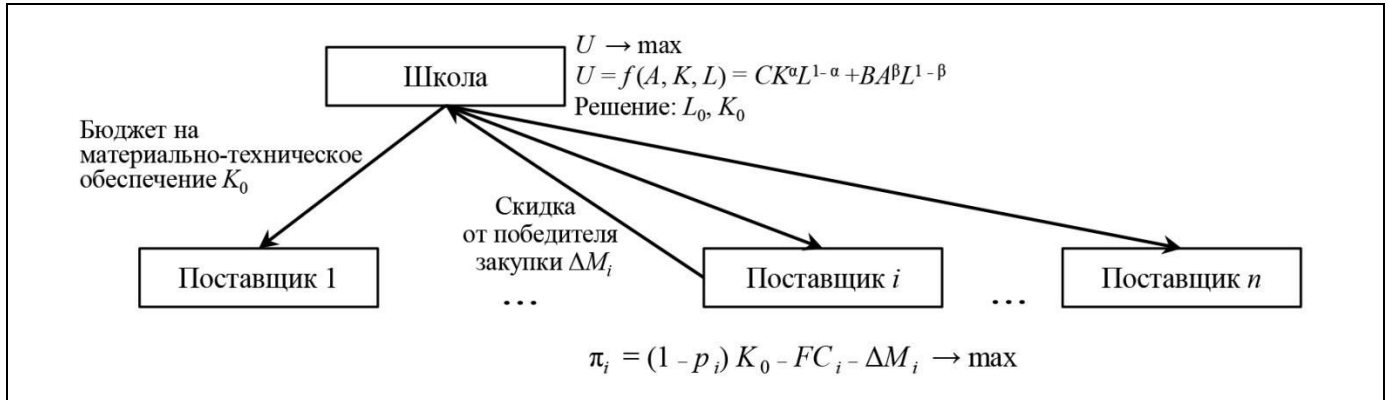


Рис. 2. Двухуровневая обобщенная схема конкуренции поставщиков за осуществление поставки

Предположим, что поставщики не знают предлагаемых стоимостей продукции друг друга, а также что функции полезности каждого поставщика независимы друг от друга. Согласно законодательству Российской Федерации закупка фактически осуществляется как аукцион первой цены [8, 9], т. е. тот поставщик, который предложит самую низкую стоимость (самую высокую скидку на набор оборудования), получает возможность поставки.

Поскольку полезности U_i у каждого поставщика независимы друг от друга, игрок i рассматривает $\forall j, j \in 1 \dots n, j \neq i$, π_j как равномерно распределенную от нуля до K_0 величину (рис. 3).

Функция выигрыша i -го поставщика примет следующий вид:

$$\pi_i(\Delta M_1, \Delta M_2, \dots, \Delta M_n) = \begin{cases} U_i - \Delta M_i, & \Delta M_i = \max_j(\Delta M_1, \Delta M_2, \dots, \Delta M_n), \\ 0, & \Delta M_i < \max_j(\Delta M_1, \Delta M_2, \dots, \Delta M_n). \end{cases}$$

Для начала рассмотрим частный случай олигополии, когда на рынке борются за поставку трое поставщиков. Рассмотрим данную ситуацию со стороны условного первого поставщика ($i = 1$).

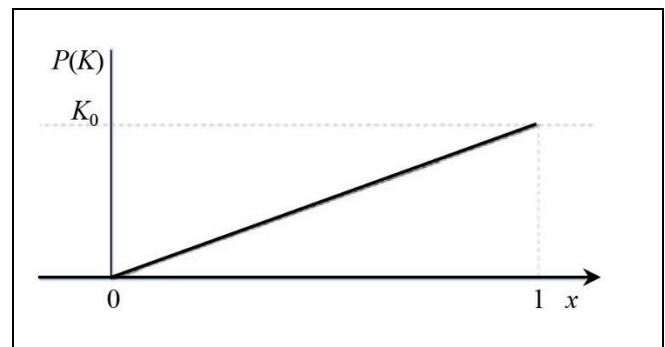
Вычислим вероятность того, что $\Delta M_1 > \Delta M_2$ и $\Delta M_1 > \Delta M_3$ со стороны первого поставщика. В данном случае, если поставщик 1 дает наибольшую скидку, он выигрывает закупку:

$$\begin{aligned} p(\Delta M_1 > \Delta M_{j, j=2,3}) &= \\ &= p(\Delta M_1 > \Delta M_2 \cup \Delta M_1 > \Delta M_3) = \\ &= p(\Delta M_1 > \Delta M_2) p(\Delta M_1 > \Delta M_3 | \Delta M_1 > \Delta M_2) = \\ &= \frac{\Delta M_1}{K_0} \times \frac{\Delta M_1}{K_0} = \left(\frac{\Delta M_1}{K_0}\right)^2. \end{aligned}$$

Такой же результат можно получить в более общем случае, зная функцию распределения вероятности

$$h_j(x) = \begin{cases} \frac{1}{K_0}, & \Delta M_i \in [0, K_0], \\ 0, & \Delta M_i \notin [0, K_0], \end{cases}$$

$$\forall j \rightarrow p(\Delta M_i > \Delta M_j) = \int_0^{\Delta M_i} \frac{1}{K_0} dx = \frac{\Delta M_i}{K_0}.$$


 Рис. 3. График плотности вероятности скидки у иных поставщиков, рассматриваемый i -м поставщиком

Фактически i -й поставщик решает задачу максимизации своего математического ожидания: $(U_i - \Delta M_i) \times (\Delta M_i / K_0)^2 \rightarrow \max$. Решая эту задачу, получим, что наибольшее математическое ожидание соответствует случаю, когда $\Delta M_i = 2U_i / 3$. Таким образом, все поставщики предложат такие скидки и победит в закупке поставщик, предложивший наибольшую скидку.

Аналогично, решая задачу для $n = 2$, мы можем получить $\Delta M_i = U_i / 2$, а $p(\Delta M_1 > \Delta M_2) = \Delta M_1 / K_0$. Данное утверждение будет базой математической индукции для доказательства общего случая.



2.2. Дополнительная модель

Докажем переход. Предположим, что для определенного $n = k$ выполняется $p(\Delta M_i > \forall \Delta M_j, i \neq j) = \Delta M_i^{k-1} / K_0^{k-1}$. Обозначим случайную нумерацию поставщиков. Тогда для $n = k + 1$ поставщиков будет выполняться следующее:

$$\begin{aligned} & p(\Delta M_1 > \forall \Delta M_{j, j=2,3,\dots,k+1}) = \\ & = p(\Delta M_1 > \Delta M_2 \cup \Delta M_1 > \Delta M_3 \cup \Delta M_1 > \\ & > \Delta M_4 \dots \cup \Delta M_1 > \Delta M_{k+1}) = \\ & = p(\Delta M_1 > \Delta M_2 \cup \Delta M_1 > \\ & > \Delta M_3 \cup \Delta M_1 > \Delta M_4 \dots \cup \Delta M_1 > \Delta M_k) \times \\ & \times p(\Delta M_1 > \Delta M_{n+1} | \Delta M_1 > \Delta M_2 \cup \Delta M_1 > \\ & > \Delta M_3 \cup \Delta M_1 > \Delta M_4 \dots \cup \Delta M_1 > \Delta M_k) = \\ & = \frac{\Delta M_1^{k-1}}{K_0^{k-1}} \times \frac{\Delta M_1}{K_0} = \frac{\Delta M_1^k}{K_0^k}. \end{aligned}$$

Тогда согласно принципу математической индукции для любого $n \geq 2$ имеем $p(\Delta M_i > \forall \Delta M_j, i \neq j) = \Delta M_i^{n-1} / K_0^{n-1}$.

Решим задачу максимизации математического ожидания прибыли от закупки одним поставщиком. В общем случае решается задача $(U_i - \Delta M_i) \times (\Delta M_i / K_0)^{n-1} \rightarrow \max$. в результате получим, что скидка, которую будет делать поставщик, равна

$$\Delta M_i = \frac{U_i(n-1)}{n}.$$

Данная модель позволяет описать реальную рыночную ситуацию. Действительно, в крайнем случае монополии поставщик оборудования скидок делать не будет ($\Delta M_i = 0$). Решение является логичным, в частности, если $n \rightarrow \infty, \Delta M_i \rightarrow U_i$, т. е. в случае идеальной совершенной конкуренции поставщики будут предлагать поставить оборудование с нулевой для них прибылью.

Это описывает и ситуацию на реальном товарном рынке. Так, в качестве яркого примера можно привести группу компаний «Просвещение», которая является монополистом по ряду позиций рынка образовательной продукции. На целый ряд данной продукции (такой, как учебники) поставщик отказывается делать скидки, что также сказывается на рыночной цене и ее росте за последние годы. Рынок же канцелярских товаров является рынком почти совершенной конкуренции. На этом рынке наблюдается низкая маржинальность, что является следствием большого числа поставщиков.

Рассмотрим модель, включающую сначала двух, а затем нескольких поставщиков, часть из которых максимизируют прибыль, а часть выручку. Так же, как и в п. 2.1 данной статьи, компании имеют представление о виде функции полезности друг друга, но не знают значений внутренних показателей друг друга (постоянные и переменные издержки), а также не знают значений прибыли друг друга и могут предположить, что их издержки находятся «где-то между нулем и стоимостью закупки» (т. е. от максимальной скидки на уровне стоимости поставки, если компания несет очень низкие, равные нулю издержки, до минимальной, равной нулю, когда издержки компании находятся на уровне цены поставки). Данный случай описывает вариант, когда в закупку вмешиваются крупные поставщики (чья выручка составляет более 400 млн руб./год). В п. 2.1 в качестве базового было выдвинуто предположение, что все поставщики оборудования для образовательных организаций максимизируют свою прибыль, которая является функцией полезности поставщика. Однако это не всегда так. Обычно крупные поставщики, которые конкурируют за закупку с малыми, максимизируют свою выручку.

Таким образом, их функция полезности является выручкой и поставщик решает задачу ее максимизации:

$$\begin{aligned} & TR_i \rightarrow \max, \\ & TR_i = K_0 - \Delta M_i, \pi_i = (1 - p_i) K_0 - FC_i - \Delta M_i = \\ & = g(p_i, FC_i, K_0) - \Delta M_i = U_i - \Delta M_i \geq 0. \end{aligned}$$

Из этого следует, что максимальный уровень скидки, который может сделать поставщик, составляет $\Delta M_i = (1 - p_i) K_0 - FC_i$.

Рассмотрим случай, когда в конкурсе участвуют два поставщика: один максимизирует прибыль, а второй выручку, при этом оба знают свой тип (рис. 4).

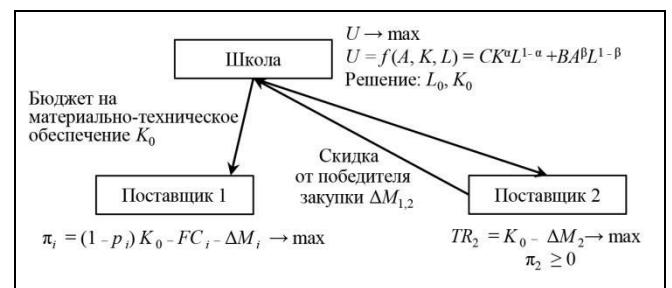


Рис. 4. Двухуровневая схема конкуренции двух поставщиков за осуществление поставки: поставщик 1 максимизирует прибыль, поставщик 2 максимизирует выручку

Поставщики не знают вероятность того, что их скидка больше скидки конкурента, поэтому будут считать друг для друга ее равномерно распределенной от нуля до K_0 . Аналогично прошлому случаю, поставщик, максимизирующий прибыль (поставщик 1), выставит скидку $\Delta M_1 = U_1 / 2$. Рассмотрим действия второго поставщика (максимизирующего выручку). Он будет максимизировать математическое ожидание своего выигрыша $(K_0 - \Delta M_2) \times (\Delta M_2 / K_0)$, таким образом выставив скидку $\Delta M_2 = K_0 / 2$, если при этом прибыль останется положительной. В противном случае скидка будет равна $\Delta M_2 = U_2$. Победитель конкурса будет определяться в зависимости от того, чья скидка будет больше.

Рассмотрим общий случай n поставщиков, $n = k + m$, где k – число поставщиков, максимизирующих прибыль (тип I), а m – число поставщиков, максимизирующих выручку (тип II). Тогда организации выставят следующие скидки:

- $\Delta M_{i(k)} = \frac{U_i (n-1)}{n}$ – скидка компаний типа I;
- $\begin{cases} \Delta M_{i(m)} = \frac{K_0 (n-1)}{n}, U_i - \frac{K_0 (n-1)}{n} \geq 0, \\ \Delta M_{i(m)} = U_i, \text{ в противном случае} \end{cases}$ – скидка компаний типа II.

ка компаний типа II.

Отсюда следует достаточно логичный выход. Пусть мы имеем хорошо управляемую компанию типа II, у которой низкий уровень внутренних издержек (FC , p). Тогда у этой компании потолок скидки очень высок, и она имеет гораздо больше возможностей выиграть закупку у компании, максимизирующей прибыль. В реалиях российского образовательного рынка при процессе конкуренции, когда встречается малый (максимизирующий прибыль) и большой (максимизирующий выручку) поставщик, а закупка абсолютно конкурентна и отсутствует влияние нерыночных механизмов, то действительно большой поставщик выигрывает ее (как пример, ГК Просвещение, «Школьный мир» и т. д.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен ряд моделей закупки школами оборудования у поставщиков, а также моделей конкуренции между поставщиками. Значительная часть закупок в образовательной сфере согласно законодательству, действующему в отношении школ [2, 3], осуществляется по принципу Байесовой игры, в которой поставщики не

обладают информацией о функциях полезности друг друга, причем закупка будет являться аукционом первой цены.

Одним из таких случаев является случай, когда несколько поставщиков, максимизирующих свою прибыль, конкурируют за закупку (базовая модель). Отдельный поставщик в рамках базовой модели рассматривает прибыль другого поставщика как равномерно распределенную от нуля до стоимости закупки величину. Логичным является тот факт, что если имеет место монополия, то поставщик не будет снижать свою стоимость поставки, предлагая школе скидки на оборудование, однако при стремлении к совершенной конкуренции участники рынка будут предлагать скидки на уровне их максимальной прибыли.

Второй важный случай – это конкуренция за закупку поставщиков, максимизирующих или прибыль, или выручку (дополнительная модель). В данном случае при достаточно эффективных внутренних процессах в компании, максимизирующей выручку, можно ожидать ее победы в конкурентной закупке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kayan-Fadlelmula, F., Sellami, A., Abdalkader, N., Umer, S.* A systematic review of STEM education research in the GCC countries: trends, gaps, and barriers // *International Journal of STEM Education*. – 2022. – Vol. 9. – Art. no. 2. – DOI: <https://doi.org/10.1186/s40594-021-00319-7>.
2. *Федеральный закон «О закупках товаров, работ, услуг отдельными видами юридических лиц» от 18.07.2011 № 223-ФЗ.* – URL: <http://pravo.gov.ru/proxy/ips/?docbody=&nd=102149420> (дата обращения: 10.04.2023). [*Federal'nyi zakon «O zakupkakh tovarov, rabot, uslug ot del'nymi vidami yuridicheskikh lits»* от 18.07.2011 No. 223-FZ. – URL: <http://pravo.gov.ru/proxy/ips/?docbody=&nd=102149420> (accessed April 10, 2023). (In Russian)]
3. *Федеральный закон «О контрактной системе в сфере закупок товаров, работ, услуг для обеспечения государственных и муниципальных нужд» от 05.04.2013 № 44-ФЗ.* – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_144624/ (дата обращения: 10.04.2023). [*Federal'nyi zakon «O kontraktnoi sisteme v sfere zaku-pok tovarov, rabot, uslug dlya obespecheniya gosudarstvennykh i munitsipal'nykh nuzhd»* от 05.04.2013 No. 44-FZ. – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_144624/ (accessed April 10, 2023). (In Russian)]
4. *Механизмы управления: Учебное пособие / под ред. Д. А. Новикова.* – М.: УРСС (Editorial URSS), 2011. (Умное управление). [*Mekhanizmy upravleniya: Uchebnoe posobie / pod red. D. A. Novikova.* – М.: URSS (Editorial URSS), 2011. (Umnnoe upravlenie) (In Russian)]
5. *Богданов А.Д., Щепкин А.В., Колобов Д.В.* Моделирование поведения средних общеобразовательных школ и определение факторов, влияющих на их результаты // *Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2022): труды Пятнадцатой международной конференции.* – Москва,



2022. – P. 1393–1400. – DOI: 10.25728/mlsd.2022.1393. [Bogdanov, A.D., Shchepkin, A.V., Kolobov, D.V. Modelirovanie Povedeniya Srednikh Obshcheobrazovatel'nykh Shkol i Opredelenie Faktorov, Vliyayushchikh na Ikh Rezul'taty // Upravlenie razvitiem krupnomas-shtabnykh sistem (MLSD'2022): trudy Pyatnadtsatoi mezhdunarodnoi konferentsii. – Moscow, 2022. – P. 1393–1400. – DOI: 10.25728/mlsd.2022.1393. (In Russian)]
6. Богданов А.Д., Колобов Д.В., Щепкин А.В. Количественная валидация функции полезности средних общеобразовательных школ в зависимости от понесенных затрат и определение ее ключевых параметров // Труды МФТИ. – 2022. – Т. 14, № 4 (56). – С. 42–51. [Bogdanov, A.D., Kolobov, D.V., Shchepkin, A.V. Kolichestvennaya validatsiya funktsii poleznosti srednikh obshcheobrazovatel'nykh shkol v zavisimosti ot ponosennykh zatrat i opredelenie ee klyuchevykh parametrov // Trudy MFTI. – 2022. – Vol. 14, no. 4 (56). – P. 42–51. (In Russian)]
7. Бурков В.Н., Буркова И.В., Губко М.В. и др. Механизмы управления: Управление организацией: планирование, организация, стимулирование, контроль: учебное пособие // Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: ЛЕНАНД, 2013. – 216 с. [Burkov, V.N., Burkova, I.V., Gubko, M.V., et al. Mekhanizmy upravleniya: Upravlenie organizatsiei: planirovanie, organizatsiya, stimulirovanie, kontrol': uchebnoe posobie // Izd. 2-e, pererab. i dop. – M.: LENAND, 2013. – 216 s. (In Russian)]
8. Шагин В.Л. Теория игр: Учебное пособие. – М.: Издательство Юрайт, 2023. [Shagin, V.L. Teoriya igr: Uchebnoe posobie // – M.: Izdatel'stvo Yurait, 2023. (In Russian)]
9. Кремлев А.Г. Основные понятия теории игр : учебное пособие / Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 144 с.

[Kremlev, A.G. Osnovnye ponyatiya teorii igr : uchebnoe posobie / Ekaterinburg: IzD-vo Ural. un-ta, 2016. – 144 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Поступила в редакцию 05.05.2023,
после доработки 11.12.2023.
Принята к публикации 24.01.2024.

Богданов Андрей Дмитриевич – аспирант, Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, ✉ andrey.bogdanov@phystech.edu, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3237-3082>

Колобов Дмитрий Валерьевич – канд. техн. наук, МФТИ, г. Долгопрудный, ✉ dmitry.kolobov@gmail.com, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3241-7834>

Щепкин Александр Васильевич – д-р техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ av_shch@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7663-9674>

© 2024 г. Богданов А.Д., Колобов Д.В., Щепкин А.В.



Эта статья доступна по лицензии [Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

MODELING THE PROCUREMENT OF SCHOOL EQUIPMENT AND COMPETITION AMONG SUPPLIERS

A. D. Bogdanov*, D. V. Kolobov**, and A. V. Shchepkin***

***Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia

***Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ andrey.bogdanov@phystech.edu, **✉ dmitry.kolobov@gmail.com, ***✉ av_shch@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to the interaction of schools and suppliers as well as the processes of competition among suppliers for public procurement. Maximizing its utility function, a school determines an optimal distribution of its budget between labor costs and the purchase of equipment. Next, different suppliers begin to compete for the equipment budget, maximizing either their profit or revenue. Depending on the market (municipal, regional, or All-Russian), the procurement processes can be described using various models, ranging from perfect competition and oligopoly to monopoly. In the case of monopoly, suppliers provide no discounts on their products; under perfect competition, suppliers reduce prices to the level of their maximum profit. New applications of several game-theoretic models to the procurement of equipment and the description of competition among suppliers are proposed.

Keywords: school education, competition, decision-making, oligopoly, monopoly, auction, game theory.

Acknowledgments. This work was supported by the Laboratory of Neurotechnology and Human-Machine Interaction (Moscow Institute of Physics and Technology) and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ВО ВЛАСТНЫХ ИЕРАРХИЯХ[#]

О. И. Горбанёва*, Г. А. Угольницкий**

Южный федеральный университет

*✉ oigorbaneva@sfnu.ru, **✉ gaugolnickiy@sfnu.ru

Аннотация. Исследование посвящено моделированию управления во властных иерархиях. Приведён краткий обзор работ в этой области. Описаны принципы построения таких моделей и лежащие в их основе предположения. Проведена их математическая формализация в виде разностных игр в нормальной форме с информационным регламентом игр Гермейера. Выполнено аналитическое исследование для частного случая системы двухуровневых властных иерархий. Сформулированы общие задачи исследования властных иерархий. Дано определение однополярной, двухполярной и многополярной властной иерархии, проанализированы условия их возникновения. Приведены иллюстративные примеры. Рассмотрена альтернативная модель конкуренции за ресурс. Осуществлено имитационное моделирование системы властных иерархий для различных случаев и проведён сравнительный анализ результатов имитации. Сделаны выводы и намечены пути дальнейших исследований.

Ключевые слова: властные иерархии, имитационное моделирование, методы управления, разностные игры, согласование интересов, однополярная система, двухполярная система, n -полярная система, сравнимость полосов, конкуренция за ресурс, агенты влияния, базовые агенты, властная группировка, множество QRS.

ВВЕДЕНИЕ

Подробно разработанная концепция математического моделирования динамики распределения власти в иерархических структурах принадлежит А.П. Михайлову [1–8]. Идеология этого подхода описана уже в основополагающей статье [1]. Модель основана на балансовых соотношениях. Основной переменной модели служит объём власти $p(x, t)$ как функция времени и положения агента в иерархической структуре. Для этой функции выписывается параболическое дифференциальное уравнение в частных производных с некоторыми краевыми условиями. Иерархическая структура в базовой версии представляет собой линейную цепочку, которая достаточно легко обобщается на случай нескольких агентов на каждом уровне управления. Правая часть уравнения динамики оп-

ределяется потоками распоряжений в иерархической структуре и функцией реакции общества на действия власти. Предполагается, что функция $p(x, t)$ ограничена сверху и снизу функциями максимального и минимального объёма властных полномочий, заданными законодательно. Дано подробное описание содержательных гипотез, положенных в основу построения модели и устанавливающих область её применимости. Модель первоначально строится для дискретного времени, а затем стандартным образом осуществляется переход к непрерывному времени.

Модель предназначена для ответа на ряд содержательных вопросов, среди которых условия существования стационарных распределений власти и их устойчивости, анализ и прогноз «кризисов» власти различного типа, изучение влияния активности гражданского общества на распределение власти и т. д. Сильные упрощения (например, использование линейных функций) позволяют ответить на некоторые из этих вопросов в явном виде, в более общих случаях проводится численный анализ [1].

[#] Статья написана при финансовой поддержке РФФИ, проект № 23-21-00131 (О. И. Горбанёва).

Итоги первого этапа исследований подведены А.М. Михайловым в монографии [2]. В последующих работах проведены различные обобщения и дополнения, например, изучение случая двух центров власти [4], борьба власти и оппозиции [5] и др. В частности, на основе базовой модели предложены модели коррупции во властных иерархиях [3, 6–8] и борьбы с ней.

Оригинальная содержательная концепция власти разработана М.Л. Хазиным [9,10]. Дано определение власти как конкурентной борьбы малых организованных группировок, выявлены основные мотивы, принципы и способы поведения «людей власти», типы отношений между ними, приведён ряд ярких исторических примеров. Однако математические модели в этой концепции не применяются.

Упомянем также работы [11–13], посвящённые моделированию иерархий.

Математическое моделирование властных иерархий в настоящей работе проводится на основе авторской теории управления устойчивым развитием активных систем [14], продолжающей теорию активных систем и теорию управления организационными системами [15,16]. В частности, используются следующие направления этой теории.

- Модели согласования общественных и частных интересов (СОЧИ-модели). В этих моделях предполагается, что каждый агент делит личный ресурс (временной, финансовый и т. п.) между производством некоторого общественного блага и частными интересами. Соответственно, выигрыш агента складывается из полезности от участия в потреблении общественного блага и от реализации частных интересов [17].

- Иерархическое управление осуществляется методами принуждения и побуждения. При принуждении вышестоящий уровень управления заставляет агентов нижестоящего уровня выполнять некоторые желательные для себя действия (административно-законодательное воздействие), а при побуждении мотивирует (стимулирует) агентов к выполнению этих действий (экономическое воздействие). При математическом моделировании принуждение означает ограничение области допустимых действий агента, а при побуждении – воздействие на его функцию выигрыша, обычно с обратной связью по управлению агента [14].

- Основным подходом к решению сложных динамических задач управления служит компьютерная имитация на основе метода качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования (метод КРС ИМ). Идея данного метода со-

стоит в том, что достаточно точный прогноз динамики управляемой системы можно получить с помощью очень небольшого числа сценариев управления (множество КРС ИМ). Для проверки репрезентативности этого множества применяются условия внутренней и внешней устойчивости. Множество КРС ИМ внутренне устойчиво, если для любых двух входящих в него сценариев управления выигрыши Центра различаются существенно. Внешняя устойчивость означает, что для любого не входящего в множество КРС ИМ сценария найдётся такой сценарий из этого множества, что выигрыши Центра будут различаться незначительно [18].

Замысел настоящей статьи состоит в построении и исследовании математических моделей властных иерархий на основе теории управления устойчивым развитием активных систем с использованием идей упомянутых выше концепций А.П. Михайлова и особенно М.Л. Хазина. Для этого необходимо решить следующие задачи:

- предложить принципы построения модели трёхуровневых властных иерархий и провести соответствующую математическую формализацию в виде разностной игры в нормальной форме; рассмотреть альтернативный подход к построению модели;
- выполнить аналитическое исследование для частного случая системы двухуровневых властных иерархий;
- сформулировать общие задачи исследования властных иерархий;
- осуществить имитационное моделирование системы властных иерархий для различных случаев и провести сравнительный анализ результатов имитации.

Статья организована следующим образом. В § 1 описано построение модели трёхуровневых властных иерархий типа «Центр – агенты». В § 2 проведено аналитическое исследование системы двухуровневых властных иерархий при упрощающих предположениях. В § 3 сформулированы некоторые задачи исследования властных иерархий и подходы к их решению. В § 4 приведены результаты численных расчётов и их анализ. Альтернативной модели конкуренции за ресурс посвящён § 5. Итоги подведены в заключении.

1. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ТРЁХУРОВНЕВЫХ ВЛАСТНЫХ ИЕРАРХИЙ

Предметом анализа в модели выступает властная иерархия (группировка), т. е. «группа людей, связанная личными отношениями подчинения,



объединившаяся с целью захвата тех или иных ресурсов» [10, т. 1, с. 35]. Отношения внутри властной группировки строятся по строго иерархическому принципу: все её участники подчиняются главе группировки, а между собой конкурируют в той мере, в какой это не противоречит приказам главы.

Задача каждой властной группировки, олицетворяемой её главой, состоит в максимальном увеличении её властного ресурса. Это трудно определяемое понятие. В первом приближении можно считать, что ресурс финансовый, хотя на самом деле речь идёт о любом ресурсе, который способствует увеличению власти: административном, политическом, кадровом, социальном, информационном, символическом и т. п. Коротко это можно выразить формулой: ресурс \rightarrow власть \rightarrow больший ресурс.

Участники властной группировки связаны отношениями личной преданности и действуют как единое целое. Следует различать два способа организации властных группировок: феодальный (монархический) и родоплеменной (олигархический), но в настоящей работе это различие не учитывается.

Властная группировка стремится к «постепенному, снизу вверх, заполнению своими сторонниками публичных позиций в системе организаций (частных и государственных), контролирующей ресурсы страны или группы стран» [10, т. 1, с. 220]. Это увеличивает количество ресурсов группировки и усиливает её относительные позиции.

Стратегическая цель каждой властной группировки заключается во встраивании в господствующую группировку: «Провести своего сюзерена в вассалы первого лица, оттеснить остальных сюзеренов, переключить на себя контроль над основными ресурсами – вот за что бьётся каждая из конкурирующих группировок» [10, т. 1, с. 223]. Точно так же устроено стратегическое взаимодействие на более низком уровне внутри каждой властной группировки, где идёт борьба между её участниками.

Для формального анализа динамики системы властных иерархий без ограничения общности достаточно рассмотреть три уровня иерархии. Приведём описание этой иерархической системы.

- Будем представлять властную иерархию древовидным ориентированным графом, дуги которого отображают соподчинённость её членов (агентов). Дуга означает, что конечная вершина подчинена начальной. Корневую вершину дерева (первый уровень иерархии) назовём Центром. Второй

уровень образуют агенты влияния, подчинённые Центру. На третьем уровне находятся базовые агенты¹.

- Каждое невырожденное поддерево с одним из агентов влияния в качестве корня образует властную группировку в рамках данной иерархии. Иерархия в целом – предельный случай властной группировки во главе с Центром.

- Имеется несколько трёхуровневых властных иерархий, конкурирующих за ресурс, создаваемый общими усилиями всех агентов. Будем для простоты считать этот ресурс финансовым (измеренным в денежном выражении)². В каждый момент дискретного времени доля ресурса, контролируемая любой властной группировкой, в том числе иерархией (фактически её объём власти), пропорциональна совокупным усилиям (затратам времени) агентов нижнего уровня этой группировки. Заметим, что механизм пропорционального распределения служит одним из методов экономического управления (побуждения). Распределение контроля над ресурсом между властными группировками не меняет его количества, что важно для определения динамики ресурса.

- Каждый агент (в том числе Центр) делит личное время между усилиями по увеличению доли властного ресурса своей группировки и конкуренцией. Соответственно, выигрыш агента складывается из полезности от увеличения совместно создаваемого ресурса и от победы над конкурентами (СОЧИ-идеология), что отвечает отношениям конкуренции – кооперации (cooperation).

- Базовые агенты конкурируют с другими базовыми агентами, подчинёнными тому же агенту влияния (в пределах властной группировки). В качестве управления они используют время на увеличение властного ресурса своей группировки.

- Агенты влияния конкурируют с другими агентами влияния своей властной иерархии. В качестве управления они используют контроль деятельности своих базовых агентов (ограничение снизу их усилий по созданию ресурса).

- Центры конкурируют с Центрами других властных иерархий. Их управление – также контроль деятельности своих агентов влияния. Таким образом, Центр и агенты влияния осуществляют административное управление (принуждение).

¹ В работах [9, 10] применяются термины «сюзерен» и «вассал». В настоящей работе используется терминология, принятая в теории активных систем.

² Ещё раз напомним: на самом деле ресурс – это всё, что способствует увеличению власти [9, 10].

Итак, модель системы трёхуровневых властных иерархий имеет следующий вид:

$$J_i = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A - \sum_{p=1}^N v_p^t \right) v_i^t + R_i^t \right] \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$0 \leq q_{ij}^t \leq 1; \quad (2)$$

$$J_{ij} = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A_i - \sum_{r=1}^{n_i} v_{ir}^t \right) v_{ij}^t + R_{ij}^t \right] \rightarrow \max, \quad (3)$$

$$q_{ij}^t \leq q_{ijk}^t \leq 1; \quad (4)$$

$$J_{ijk} = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A_{ij} - \sum_{s=1}^{m_{ij}} v_{ijs}^t \right) v_{ijk}^t + R_{ijk}^t \right] \rightarrow \max, \quad (5)$$

$$q_{ijk}^t \leq u_{ijk}^t \leq 1; \quad (6)$$

$$R^t = \left(1 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right) R^{t-1}, R^0 = R_0; \quad (7)$$

$$R_i^t =$$

$$= \begin{cases} R^t \left(\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right) / \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right), \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t > 0; \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases} \quad (8)$$

$$R_{ij}^t = \begin{cases} R_i^t \left(\sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right) / \left(\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right), \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t > 0; \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases} \quad (9)$$

$$R_{ijk}^t = \begin{cases} R_{ij}^t u_{ijk}^t / \left(\sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t \right), \sum_{k=1}^{m_{ij}} u_{ijk}^t > 0; \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases} \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n_i; k = 1, \dots, m_{ij}; t = 1, \dots, T.$$

Здесь i – индекс Центра (властной иерархии); j – индекс агента влияния (властной группировки) данной иерархии; k, p, r, s – индексы базового агента данной группировки; t – индекс шага по времени; N – число властных иерархий; n_i – число властных группировок данной иерархии; m_{ij} – число базовых агентов данной группировки; J_i, J_{ij}, J_{ijk} – выигрыши Центра, агента влияния и базового агента соответственно; $R^t, R_i^t, R_{ij}^t, R_{ijk}^t$ – общий ресурс, ресурс властной иерархии, властной группировки и базового агента соответственно;

q_{ij}^t – управление Центра; $\sum_{j=1}^{n_i} q_{ij}^t$ – доля усилий Центра, направленных на контроль своей иерархии; $v_i^t = 1 - \sum_{j=1}^{n_i} q_{ij}^t$ – доля его усилий, направленных на конкуренцию с другими Центрами; q_{ijk}^t – управление агента влияния; $\sum_{k=1}^{m_{ij}} q_{ijk}^t$ – доля усилий агента влияния, направленных на контроль своей группировки; $v_{ij}^t = 1 - \sum_{k=1}^{m_{ij}} q_{ijk}^t$ – доля его усилий, направленных на конкуренцию с другими агентами влияния своей иерархии; u_{ijk}^t – доля усилий базового агента, направленных на увеличение ресурса; $v_{ijk}^t = 1 - u_{ijk}^t$ – доля его усилий, направленных на конкуренцию с другими базовыми агентами своей группировки; A, A_i, A_{ij} – параметры конкуренции; $\delta \in (0, 1)$ – коэффициент дисконтирования; R_0 – начальное значение общего ресурса; T – горизонт планирования.

Величины усилий, направленных на контроль своей иерархии, представляют собой ограничения снизу, поскольку предполагается, что агенты более склонны к конкуренции, чем к регулярной деятельности по увеличению властного ресурса своей группировки. Поэтому начальники должны ограничивать «эгоистические» стремления своих подчинённых, что влечёт затраты на контроль.

При $i = 1, \dots, N$ соотношения (1)–(10) определяют разностную игру N лиц в нормальной форме. Приведём регламент этой игры для программных стратегий без обратной связи по управлению (игра Гермейера Γ_{1t}).

1. Центры всех властных иерархий $i = 1, \dots, N$ одновременно и независимо друг от друга выбирают программные стратегии $\{q_{ij}^t\}_{t=1, j=1}^{n_i}$ и сообщают их своим агентам влияния.

2. Зная управления Центра, агенты влияния одновременно и независимо от других агентов влияния своей и всех остальных властных группировок выбирают программные стратегии $\{q_{ijk}^t\}_{t=1, k=1}^{m_{ij}}$, равновесные по Нэшу в игре агентов влияния (3), (4), (9), и сообщают их своим базовым агентам.

3. Зная равновесные управления своего агента влияния, базовые агенты данной властной группи-



ровки одновременно и независимо от других базовых агентов своей и всех остальных группировок выбирают свои программные стратегии $\{u_{ijk}^t\}_{t=1, k=1}^{m_{ij}}$. Оптимальным ответом базовых агентов на набор $\{q_{ijk}^t\}_{t=1, k=1}^{m_{ij}}$ считается равновесие Нэша в игре базовых агентов (5), (6), (10) при данном j .

4. Каждый Центр выбирает управление $\{q_{ij}^t\}_{t=1}^{n_i}$ так, чтобы решить свою задачу оптимального управления (1), (2), (7), (8) на множестве равновесий Нэша в игре агентов влияния (3), (4), (9).

5. Полученный набор $\{q_{ij}^t, q_{ijk}^t, u_{ijk}^t\}_{t=1, j=1}^{n_i, m_{ij}}$ есть решение игры Гермейера Γ_{1i} (1)–(10) при фиксированном i , а совокупность этих решений для всех $i = 1, \dots, N$ есть решение общей разностной игры.

Аналогично определяется регламент этой игры для программных стратегий с обратной связью по управлению (игра Гермейера Γ_{2i}), позиционных стратегий без обратной связи по управлению (игра Гермейера Γ_{1x}) и позиционных стратегий с обратной связью по управлению (игра Гермейера Γ_{2x}).

Итак, можно дать следующее определение.

Определение 1. Система властных иерархий есть набор

$$S_0 = \langle N, R_0, \{H_i\}_{i=1}^N \rangle,$$

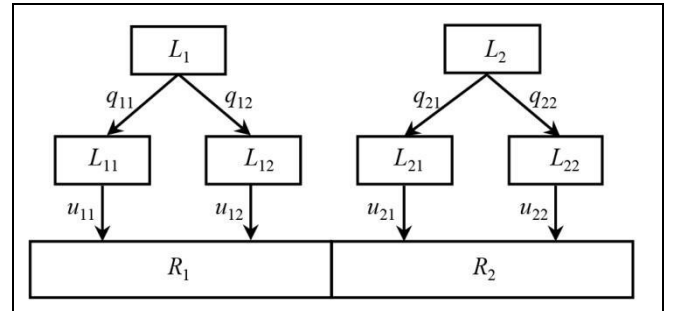
где N – число властных иерархий в системе; R_0 – начальное количество ресурса; $H_i = (V_i, A_i)$ – оргграф i -й властной иерархии; $V_i = \{L_{i0}, L_{i11}, \dots, L_{ik, n_{ik}}\}$ – множество вершин (членов i -й иерархии); A_i – множество дуг i -й иерархии (задающих отношения соподчинённости между членами иерархии).♦

Тогда модель (1)–(10) описывает конфликтно-управляемую динамику системы S_0 за время T .

2. АНАЛИЗ ПРОСТОЙ СИСТЕМЫ ДВУХУРОВНЕВЫХ ВЛАСТНЫХ ИЕРАРХИЙ

Для аналитического исследования сделаем следующие упрощающие предположения. Пусть $N = n_1 = n_2 = 2$, $A_i = A$, $q_{ij}^t = q_{ij}$, $u_{ij}^t = u_{ij}$. Обозначим $\bar{u}_i = u_{i1} + u_{i2}$, $i = 1, 2$.

Получаем простую систему двухуровневых властных иерархий, изображённую на рисунке.



Простая система двухуровневых властных иерархий

Модель (1)–(10) принимает вид

$$J_i = \sum_{t=1}^T \delta^t [(A - v_1 - v_2)v_i + R_i^t] \rightarrow \max, \quad (11)$$

$$0 \leq q_{i1} \leq 1, \quad 0 \leq q_{i2} \leq 1;$$

$$J_{ij} = \sum_{t=1}^T \delta^t [(A - v_{i1} - v_{i2})v_{ij} + R_{ij}^t] \rightarrow \max, \quad (12)$$

$$q_{i1} \leq u_{i1} \leq 1, \quad q_{i2} \leq u_{i2} \leq 1;$$

$$R^t = (1 + \bar{u}_1 + \bar{u}_2)R^{t-1}, \quad R^0 = R_0; \quad (13)$$

$$R_i^t = \begin{cases} (u_{i1} + u_{i2})R^t / (\bar{u}_1 + \bar{u}_2), & \bar{u}_1 + \bar{u}_2 > 0; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (14)$$

$$R_{ij}^t = \begin{cases} u_{ij}R_i^t / (u_{i1} + u_{i2}), & u_{i1} + u_{i2} > 0; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (15)$$

$$i, j = 1, 2; \quad t = 1, \dots, T.$$

Из выражения (13) получаем

$$R^t = R_0(1 + \bar{u}_1 + \bar{u}_2)^t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (16)$$

Подставляя выражение (16) в формулу (14) и затем в формулу (15), получаем

$$R_{ij}^t = u_{ij}R_0(1 + \bar{u}_1 + \bar{u}_2)^t / (\bar{u}_1 + \bar{u}_2).$$

Тогда задача (12) с учётом $v_{ij} = 1 - u_{ij}$ принимает вид

$$J_{ij} = \sum_{t=1}^T \delta^t [(A - 2 + \bar{u}_i)(1 - u_{ij}) + u_{ij}R_0(1 + \bar{u}_1 + \bar{u}_2)^t / (\bar{u}_1 + \bar{u}_2)] \rightarrow \max,$$

$$q_{i1} \leq u_{i1} \leq 1, \quad q_{i2} \leq u_{i2} \leq 1.$$

Очевидно, что в силу наличия показательной функции максимум достигается при $\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = 1$. Таким образом, $u_{ij} = 1$ и тогда $q_{ij} = 0$, $i, j = 1, 2$, что образует решение игры.

3. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПОДХОДЫ К ИХ РЕШЕНИЮ

Сформулируем ряд задач исследования властных иерархий на основе предложенных моделей. Во-первых, дадим следующее определение.

Определение 2. Система властных иерархий в момент времени:

– *однополярная*, если $\exists i \in \{1, \dots, N\}$ такое, что $R_i^t \geq 0,75R^t$;

– *двухполярная*, если $\exists i, j \in \{1, \dots, N\}$ такие, что $R_i^t + R_j^t \geq 0,75R^t \wedge |R_i^t - R_j^t| \leq 0,15R^t$;

– *многополярная*, иначе. ♦

Разумеется, что свойство однополярности определено субъективно: значение коэффициента 0,75 взято из соображений «квалифицированного большинства», значение коэффициента «сравнимости полюсов» 0,15 тоже произвольно. Так или иначе, представляют большой интерес условия возникновения систем властных иерархий с различным числом полюсов.

Заметим, что для модели (11)–(15) условие однополярности (*i*-полярности) имеет вид

$$\bar{u}_i \geq 3\bar{u}_j, \quad (17)$$

а условие двухполярности сводится к системе неравенств

$$\begin{cases} (1-\alpha)\bar{u}_i - (1+\alpha)\bar{u}_j \leq 0, \\ (1-\alpha)\bar{u}_j - (1+\alpha)\bar{u}_i \leq 0. \end{cases} \quad (18)$$

$$(19)$$

Здесь α – малый параметр, к примеру, $0 < \alpha \leq 0,15$. Если оба неравенства (18), (19) верны, то система властных иерархий двухполярная, иначе она однополярная с тем полюсом *i*, для которого верно условие (17). Отсюда получаем два простых утверждения.

Утверждение 1. Если $\bar{u}_i = \bar{u}_j$, то система двух властных иерархий двухполярная.

Утверждение 2. Если $\bar{u}_i = 0, \bar{u}_j > 0$, то система двух властных иерархий *j*-полярная.

Таким образом, для доминирования нужно прилагать усилия к увеличению ресурса.

Во-вторых, важно исследовать сравнительную эффективность методов принуждения и побуждения, программных и позиционных стратегий, а также регламентов игр Гермейера Γ_1 и Γ_2 с точки зрения Центра при учёте интересов агентов.

В-третьих, модель (1)–(10) можно дополнить требованиями устойчивого развития властной иерархии, за выполнение которых отвечает Центр. Например, можно потребовать, чтобы количество

властного ресурса иерархии в любой момент времени было не меньше заданной величины.

Заметим, что возможности аналитического исследования модели (1)–(10) ограничены даже при сильных упрощающих предположениях. Поэтому основным подходом к исследованию моделей властной иерархии представляется компьютерная имитация, в том числе с применением метода качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [18]. Главную роль здесь играет планирование имитационных вычислительных экспериментов с моделями.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИМИТАЦИИ

Рассмотрим двухуровневую модель

$$J_i = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A - \sum_{p=1}^N v_p^t \right) v_i^t + R_i^t \right] \rightarrow \max; \quad 0 \leq q_{ij}^t \leq 1;$$

$$J_{ij} = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A_i - \sum_{r=1}^{n_i} v_{ir}^t \right) v_{ij}^t + R_{ij}^t \right] \rightarrow \max;$$

$$q_{ij}^t \leq u_{ij}^t \leq 1;$$

$$R^t = \left(1 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t \right) R^{t-1}, \quad R^0 = R_0;$$

$$R_i^t = \begin{cases} R^t \left(\sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t \right) / \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t \right), & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t > 0, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$R_{ij}^t = \begin{cases} R_i^t u_{ij}^t / \left(\sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t \right), & \sum_{j=1}^{n_i} u_{ij}^t > 0, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, n_i; \quad t = 1, \dots, T.$$

Заметим, что модель симметрична относительно базовых агентов каждого агента влияния, а значит, все базовые агенты одного и того же агента влияния ведут себя одинаково, т. е. $u_{ij}^t = u_i^t$ и $q_{ij}^t = q_i^t$. Симметрии модели относительно агентов влияния мешает различие значений n_i и A_i . Поэтому в модели можно избавиться от индекса *j*, но нельзя избавиться от индекса *i*. С учётом того, что $u_{ij}^t = u_i^t$, $q_{ij}^t = q_i^t$, можно определить величины $v_{ij}^t = 1 - u_i^t$, $v_i^t = 1 - q_i^t$, и рассматриваемая модель упрощается:

$$J_i = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A - N + \sum_{p=1}^N q_p^t \right) (1 - q_i^t) + R_i^t \right] \rightarrow \max, \quad (20)$$

$$0 \leq q_i^t \leq 1; \quad (21)$$

$$J_{ij} = \sum_{t=1}^T \delta^t \left[\left(A_i - n_i (1 - u_i^t) \right) (1 - u_i^t) + R_{ij}^t \right] \rightarrow \max, \quad (22)$$

$$q_i^t \leq u_i^t \leq 1; \quad (23)$$

$$R^t = \left(1 + \sum_{i=1}^N n_i u_i^t \right) R^{t-1}, \quad R^0 = R_0; \quad (24)$$

$$R_i^t = \begin{cases} R^t n_i u_i^t / \left(\sum_{i=1}^N n_i u_i^t \right), & \sum_{i=1}^N n_i u_i^t > 0, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (25)$$

$$R_{ij}^t = \begin{cases} R_i^t / n_i, & u_i^t > 0, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (26)$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_i; t = 1, \dots, T.$$

В частности, видно, что все базовые агенты одного агента влияния получают одно и то же количество ресурсов.

Для численного исследования рассмотрим модель (20)–(26) при следующих значениях параметров: начальное количество ресурсов $R_0 = 100$, коэффициент дисконтирования $\delta = 0,8$, период прогнозирования $T = 5$ лет, коэффициенты $A = A_i = 50$, количество агентов влияния $N = 2$, количество базовых агентов у первого агента влияния $n_1 = 2$, количество базовых агентов у второго агента влияния $n_2 = 3$.

Перебирались различные сценарии с учётом того, что все базовые агенты одного и того же агента влияния прилагают одинаковое количество усилий. Находилось равновесие по Штакельбергу. Сначала фиксируем все стратегии агентов влияния, допустим, все величины $q_{ij}^t = 0$, $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, n_i$, $t = 1, \dots, 5$. Рассмотрим различные варианты стратегий базовых агентов первого агента влияния в момент времени $t = 0$ (табл. 1).

Отсюда видно, что базовым агентам первого агента влияния наибольший выигрыш приносит стратегия $u_{1j}^0 = 1$, т. е. в первый момент времени всем базовым агентам первого агента влияния выгодно все усилия прилагать только к увеличению

Стратегии и выигрыши базовых агентов

Стратегия базового агента $u_{1j}^0, j = 1, 2$	Выигрыш базового агента $J_{1j}, j = 1, 2$
0	129,085
0,1	173,389
0,2	177,661
0,3	181,901
0,4	186,109
0,5	190,285
0,6	194,429
0,7	198,541
0,8	202,621
0,9	206,669
1	210,685

ресурса. Дальнейшие исследования подтвердили это свойство для базовых агентов всех агентов влияния во все моменты времени, причём поведение базового агента одного агента влияния никак не влияет на поведение базовых агентов другого агента влияния.

Теперь перейдём к определению оптимальных значений величин q_{ij}^t . Заметим, что эти величины влияют на целевую функцию агентов влияния, но никак не влияют на целевую функцию базового агента. Эта стратегия агента влияния может только ограничить стратегию базовых агентов снизу. Но этого не требуется, поскольку базовый агент и так выбирает максимально возможное значение управления. Поэтому с учётом влияния стратегии q_{ij}^t на целевую функцию агентов влияния получим, что её оптимальное значение $q_{ij}^t = 0$, т. е. агентам влияния не нужно контролировать базовых агентов.

Итак, оптимальными стратегиями участников системы в данной модели являются следующие: $q_{ij}^t = 0$, $u_i^t = 1$. Выигрыши агентов влияния $J_1 = 128\,822$, $J_2 = 193\,165$. В силу симметричности модели, одинаковых усилий базовых агентов и пропорциональности распределения ресурсов каждый базовый агент имеет выигрыш $J_{ij} = 64\,346,3$.

Изменения в ресурсах представлены в табл. 2.

Таблица 2

Динамика ресурсов

Количество ресурсов	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$
Общее	100	600	3 600	21 600	129 600	777 600
Первого агента влияния	–	240	1 440	8 640	51 840	311 040
Второго агента влияния	–	360	2 160	12 960	77 760	466 560
базовых агентов	–	120	720	4 320	25 920	155 520

5. АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ЗА РЕСУРС

Рассмотрим теперь модель конкуренции между властными иерархиями за ресурс вида

$$J_i = \sum_{t=1}^T \delta^t R_i^t \rightarrow \max, 0 \leq u_i^t \leq 1; \quad (27)$$

$$R^t = R^{t-1} + F\left(\sum_{i=1}^N u_i^t\right), R^0 = R_0; \quad (28)$$

$$R_i^t = \begin{cases} \frac{1-u_i^t}{\sum_{j=1}^N (1-u_j^t)} R^t, \sum_{j=1}^N (1-u_j^t) > 0, \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (29)$$

$i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T.$

Здесь J_i – выигрыши i -й властной иерархии на горизонте планирования T ; $R^t = R_1^t + \dots + R_N^t$ – общее количество властного ресурса в момент t ; R_i^t – количество ресурса властной иерархии i в момент t ; N – число властных иерархий; $\delta \in (0,1)$ – коэффициент дисконтирования; $u_i^t, 1-u_i^t$ – доли усилий i -й иерархии, направленных на увеличение ресурса и установление контроля над ним в момент t соответственно; F – функция увеличения ресурса за счёт усилий агентов. Как и ранее, формула (28) описывает динамику ресурса, а формула (29) – распределение контроля над ним.

Пример 1. Рассмотрим случай двух властных иерархий, использующих не зависящие от времени стратегии и степенную функцию увеличения ресурса. Тогда получаем

$$R^t = R^{t-1} + \sqrt{u_1 + u_2}, R^0 = R_0;$$

$$R_i^t = \begin{cases} \frac{1-u_i}{2-u_1-u_2} R^t, u_1 + u_2 \neq 2, \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (30)$$

$i = 1, 2, t = 1, \dots, T.$

Возьмём в модели (27), (30) характерные сценарии управления $u_i \in \{0; 1/2; 1\}$, $i = 1, 2$. В табл. 3 показаны соответствующие значения ресурсов, а в табл. 4 – выигрыши иерархий. В каждой ячейке табл. 4 в левом верхнем углу содержится выигрыш первой властной группировки, а в нижнем правом – выигрыш второй властной группировки.

Таблица 3

Динамика ресурса и контроля над ним для выбранных сценариев управления

	$u_2 = 0$	$u_2 = 1/2$	$u_2 = 1$
$u_1 = 0$	$R^t = R_0$ $R_i^t = R_0/2, i = 1, 2$	$R^t = R_0 + t\sqrt{2}/2$ $R_1^t = 2R^t/3 = 2R_0/3 + t\sqrt{2}/3$ $R_2^t = R^t/3 = R_0/3 + t\sqrt{2}/6$	$R^t = R_0 + t$ $R_1^t = 0$ $R_2^t = R^t = R_0 + t$
$u_1 = 1/2$	$R^t = R_0 + t\sqrt{2}/2$ $R_1^t = R^t/3 = R_0/3 + t\sqrt{2}/6$ $R_2^t = 2R^t/3 = 2R_0/3 + t\sqrt{2}/3$	$R^t = R_0 + t$ $R_i^t = (R_0 + t)/2, i = 1, 2$	$R^t = R_0 + t\sqrt{6}/2$ $R_1^t = R^t = R_0 + t\sqrt{6}/2$ $R_2^t = 0$
$u_1 = 1$	$R^t = R_0 + t$ $R_1^t = R^t = R_0 + t$ $R_2^t = 0$	$R^t = R_0 + t\sqrt{6}/2$ $R_1^t = 0$ $R_2^t = R^t = R_0 + t\sqrt{6}/2$	$R^t = R_0 + t\sqrt{2}$ $R_i^t = 0, i = 1, 2$



Таблица 4

Выигрыши властных иерархий для выбранных сценариев управления

	$u_2 = 0$	$u_2 = 1/2$	$u_2 = 1$
$u_1 = 0$	$\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)}$ $\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)}$	$\frac{2\delta R_0(1-\delta^T)}{3(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{3} \sum_{t=1}^T \delta^t$ $\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{3(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{6} \sum_{t=1}^T \delta^t$	$\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{1-\delta} + \sum_{t=1}^T \delta^t$ 0
$u_1 = 1/2$	$\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{3(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{6} \sum_{t=1}^T \delta^t$ $\frac{2\delta R_0(1-\delta^T)}{3(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{3} \sum_{t=1}^T \delta^t$	$\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)} + \sum_{t=1}^T \delta^t$ $\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)} + \sum_{t=1}^T \delta^t$	$\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{t=1}^T \delta^t$ 0
$u_1 = 1$	0 $\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{1-\delta} + \sum_{t=1}^T \delta^t$	0 $\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_{t=1}^T \delta^t$	0 0

Приведём определение из работы [18]. Пусть $\Omega = S_1 \times \dots \times S_N \times X_1 \times \dots \times X_N$, где $S_i = \left\{ s_i \geq 0; \sum_{i=1}^n s_i \leq S \right\}$; $X_i = \{x_i \geq 0\}, i = 1, 2, \dots, N$, – множества допустимых управлений агентов и Центра. Множество

$$\begin{aligned}
 QRS &= S^{QRS} \times X^{QRS} = \\
 &= S_1^{QRS} \times S_2^{QRS} \times \dots \times S_N^{QRS} \times X_1^{QRS} \times X_2^{QRS} \times \dots \times X_N^{QRS} = \\
 &= \{(s, x) = (s_1, \dots, s_N; x_1, \dots, x_N); \\
 & s_i \in S_i^{QRS} \subset S_i; x_i \in X_i^{QRS} \subset X_i\}
 \end{aligned}$$

называется множеством QRS иерархической игры с точностью Δ , если:

- для любых двух элементов $(s, x)^{(i)}, (s, x)^{(j)} \in QRS \left| J_0^{(i)} - J_0^{(j)} \right| > \Delta$ (внутренняя устойчивость);
- для любого элемента $(s, x)^{(i)} \notin QRS$ найдётся элемент $(s, x)^{(j)} \in QRS$ такой, что $\left| J_0^{(i)} - J_0^{(j)} \right| \leq \Delta$ (внешняя устойчивость).

Таким образом, любые сценарии из множества QRS существенно отличаются с точки зрения выигрышей игроков, а для любого «постороннего» сценария можно подобрать такой сценарий из множества QRS , что различие выигрышей будет несущественным. Это означает, что рассмотрение небольшого числа сценариев из множества QRS необходимо и достаточно для качественного анализа ситуации.

В нашем случае при заданной допустимой погрешности в выигрыше Δ данное множество сценариев бу-

дет обладать внутренней устойчивостью, если выполняются условия

$$\begin{aligned}
 &\left| \frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{6(1-\delta)} - \frac{\sqrt{2}}{6} \sum_{t=1}^T \delta^t \right| > \Delta, \\
 &\frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{2(1-\delta)} + \sum_{t=1}^T \delta^t > \Delta, \\
 &\left| \frac{\delta R_0(1-\delta^T)}{6(1-\delta)} - \frac{3-\sqrt{2}}{3} \sum_{t=1}^T \delta^t \right| > \Delta.
 \end{aligned}$$

Заметим, что чем больше начальный общий объём ресурсов, тем вероятнее выполнение условий внутренней устойчивости множества QRS .

В силу симметрии задачи рассмотрим построение множества QRS , основываясь на выигрышах первой иерархии при $R_0 = 100, \delta = 0,8, T = 5$. Сначала рассмотрим потенциальное множество QRS из выписанных девяти сценариев, т. е. пока рассматривается множество стратегий одной иерархии $S_0 = \{0; 0,5; 1\}$. Возьмём допустимую погрешность в выигрыше $\Delta = 30$ (табл.5).

Таблица 5

Выигрыш первой властной иерархии при множестве стратегий S_0

	$u_2 = 0$	$u_2 = 0,5$	$u_2 = 1$
$u_1 = 0$	134,464	182,535	275,821
$u_1 = 0,5$	91,2673	137,91	277,37
$u_1 = 1$	0	0	0

Синим цветом отмечены сценарии, которые удовлетворяют условию внутренней устойчивости. Удовлетворяют ли они условиям внешней устойчивости? Расширим множество стратегий каждой иерархии до пяти элементов $S_1 = \{0; 0,25; 0,5; 0,75; 1\}$ (табл.6).

Таблица 6

Выигрыш первой властной иерархии при множестве стратегий S_1

	$u_2=0$	$u_2=0,25$	$u_2=0,5$	$u_2=0,75$	$u_2=1$
$u_1=0$	134,464	155,643	182,535	219,918	275,821
$u_1=0,25$	116,732	136,901	164,938	206,866	276,634
$u_1=0,5$	91,2673	109,959	137,91	184,423	277,37
$u_1=0,75$	54,9795	68,9552	92,2115	138,685	278,046
$u_1=1$	0	0	0	0	0

Как видно из табл. 6, сценарии со стратегиями $u_i = 0,25$ включать в множество QRS не следует, но стратегии с $u_i = 0,75$ стоит. Для решения вопроса о вы-

полнении условия внешней устойчивости выделенного синим цветом множества сценариев расширим множество стратегий каждой иерархии до семи элементов $S_2 = \{0; 0,25; 0,5; 0,625; 0,75; 0,875; 1\}$ (табл. 7).

Как видно из табл. 7, сценарии со стратегиями $u_i=0,625$ включать в множество QRS не следует, но стратегии с $u_i=0,875$ стоит. Для решения вопроса о выполнении условия внешней устойчивости выделенного синим цветом множества сценариев расширим множество стратегий каждой иерархии до девяти элементов $S_3 = \{0; 0,25; 0,5; 0,625; 0,75; 0,8125; 0,875; 0,9375; 1\}$ (табл. 8).

Как видно из табл. 8, сценарии со стратегиями $u_i=0,8125$ включать в множество QRS не следует, но стратегии с $u_i=0,9375$ стоит. Для решения вопроса о выполнении условия внешней устойчивости выделенного синим цветом множества сценариев расширим множество стратегий каждой иерархии до десяти элементов $S_4 = \{0; 0,25; 0,5; 0,625; 0,75; 0,8125; 0,875; 0,9375; 0,96875; 1\}$ (табл. 9).

Таблица 7

Выигрыш первой властной иерархии при множестве стратегий S_2

	$u_2=0$	$u_2=0,25$	$u_2=0,5$	$u_2=0,625$	$u_2=0,75$	$u_2=0,875$	$u_2=1$
$u_1=0$	134,464	155,643	182,535	199,547	219,918	244,778	275,821
$u_1=0,25$	116,732	136,901	164,938	183,584	206,866	236,776	276,634
$u_1=0,5$	91,2673	109,959	137,91	157,851	184,423	221,608	277,37
$u_1=0,625$	74,8302	91,7919	118,388	138,317	166,206	208,027	277,715
$u_1=0,75$	54,9795	68,9552	92,2115	110,804	138,685	185,143	278,046
$u_1=0,875$	30,5973	39,4627	55,4021	69,3425	92,5715	139,023	278,366
$u_1=1$	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 8

Выигрыш первой властной иерархии при множестве стратегий S_3

	$u_2=0$	$u_2=0,25$	$u_2=0,5$	$u_2=0,625$	$u_2=0,75$	$u_2=0,8125$	$u_2=0,875$	$u_2=0,9375$	$u_2=1$
$u_1=0$	134,464	155,643	182,535	199,547	219,918	231,698	244,778	259,39	275,821
$u_1=0,25$	116,732	136,901	164,938	183,584	206,866	220,826	236,776	255,175	276,634
$u_1=0,5$	91,2673	109,959	137,91	157,851	184,423	201,327	221,608	246,393	277,37
$u_1=0,625$	74,8302	91,7919	118,388	138,317	166,206	184,795	208,027	237,895	277,715
$u_1=0,75$	54,9795	68,9552	92,2115	110,804	138,685	158,597	185,143	222,306	278,046
$u_1=0,8125$	43,4433	55,2066	75,4976	92,3974	118,947	138,857	166,729	208,535	278,208
$u_1=0,875$	30,5973	39,4627	55,4021	69,3425	92,5715	111,153	139,023	185,472	278,366
$u_1=0,9375$	16,2119	21,2646	30,7991	39,6491	55,5764	69,5116	92,7359	139,183	278,522
$u_1=1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Таблица 9

Выигрыш первой властной иерархии при множестве стратегий S_d

	$u_2=0$	$u_2=0,25$	$u_2=0,5$	$u_2=0,625$	$u_2=0,75$	$u_2=0,8125$	$u_2=0,875$	$u_2=0,9063$	$u_2=0,9375$	$u_2=0,96875$	$u_2=1$
$u_1=0$	134,5	155,6	182,5	199,5	219,9	231,7	244,8	251,9	259,4	267,4	275,8
$u_1=0,25$	116,7	136,9	164,9	183,6	206,9	220,8	236,8	245,6	255,2	265,5	276,6
$u_1=0,5$	91,3	110,0	137,9	157,9	184,4	201,3	221,6	233,3	246,4	261,0	277,4
$u_1=0,625$	74,8	91,8	118,4	138,3	166,2	184,8	208,0	222,0	237,9	256,3	277,7
$u_1=0,75$	55,0	69,0	92,2	110,8	138,7	158,6	185,1	202,0	222,3	247,1	278,0
$u_1=0,8125$	43,4	55,2	75,5	92,4	118,9	138,9	166,7	185,3	208,5	238,4	278,2
$u_1=0,875$	30,6	39,5	55,4	69,3	92,6	111,2	139,0	158,9	185,5	222,6	278,4
$u_1=0,90625$	23,6	30,7	43,8	55,5	75,8	92,7	119,2	139,1	167,0	208,8	278,4
$u_1=0,9375$	16,2	21,3	30,8	39,6	55,6	69,5	92,7	111,3	139,2	185,6	278,5
$u_1=0,96875$	8,4	11,1	16,3	21,4	30,9	39,7	55,7	69,6	92,8	139,3	278,6
$u_1=1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Из табл. 9 видно, что в множество QRS стоит включать только те сценарии, которые содержат стратегии иерархий из множества $\{1-0,5^n\}_{n=0}^\infty$. Очевидно, доминирующая стратегия каждого игрока $u_i = 0$. Поэтому равновесие по Нэшу $NE = \{(0,0)\}$. ♦

Пример 2. Положим $F = u_1 + u_2$ и рассмотрим модель из примера 1 в непрерывном времени без учёта дисконтирования:

$$J_i = \int_0^T R_i(t) dt \rightarrow \max, 0 \leq u_i \leq 1, i = 1, 2; \quad (31)$$

$$\dot{R} = u_1 + u_2, R(0) = R_0; \quad (32)$$

$$R_i(t) = \begin{cases} \frac{1-u_i}{2-u_1-u_2} R(t), u_1 + u_2 \neq 2, \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (33)$$

$i = 1, 2.$

Из формулы (32) получаем $R(t) = (u_1 + u_2)t + R_0$, откуда в силу выражения (33) задача (31) принимает вид

$$J_i = \frac{1-u_i}{2-u_1-u_2} \int_0^T [(u_1 + u_2)t + R_0] dt \rightarrow \max,$$

$$0 \leq u_i \leq 1, i = 1, 2,$$

или после преобразований

$$J_i = \frac{1-u_i}{2-u_1-u_2} (T^2(u_1 + u_2) / 2 + R_0 T) \rightarrow \max,$$

$$0 \leq u_i \leq 1, i = 1, 2.$$

Условия первого порядка приводят к системе уравнений

$$(1-u_1)(2-u_1-u_2) + (u_2-1)(u_1+u_2-R_0T) = 0;$$

$$(1-u_2)(2-u_1-u_2) + (u_1-1)(u_1+u_2-R_0T) = 0,$$

откуда в силу симметрии (других решений нет)

$$2(1-u)(1-u) - (1-u)(2u - R_0T) = 0,$$

$$u = u_1 = u_2.$$

Если $u = 1$, то $R_i = J_i = 0, i = 1, 2$. Поэтому решение игры (31) имеет вид

$$u = u_1 = u_2 = \frac{2 + R_0T}{4},$$

при этом

$$J_1 = J_2 = T(2T + R_0T + 4R_0) / 2.$$

Исследуем теперь число полюсов. Заметим, что условия из определения 2 не зависят от вида функции для величины R . Условие i -полярности имеет вид

$$\frac{R_i'}{R'} = \frac{1-u_i}{2-u_i-u_j} \geq \frac{3}{4},$$

или

$$u_i \leq 3u_j - 2. \quad (34)$$

Первое из условий двухполярности для системы двух властных иерархий выполняется всегда, поэтому интерес представляет второе условие

$$|R_i' - R_j'| \leq 0,15R' = \alpha R',$$

или для данных из примера

$$\left| \frac{u_j - u_i}{2 - u_i - u_j} \right| \leq \alpha,$$

что эквивалентно системе неравенств

$$\begin{cases} (1+\alpha)u_j - (1-\alpha)u_i \leq 2\alpha, & (35) \\ (1+\alpha)u_i - (1-\alpha)u_j \leq 2\alpha. & (36) \end{cases}$$

Если оба неравенства (35), (36) верны, то система властных иерархий двухполярная, иначе она однополярная с тем полюсом i , для которого верно условие (34). Например, при $u_1 = u_2 = 0,5$ оба условия (35), (36) верны, поэтому система двухполярная. Если же $u_1 = 0, u_2 = 1$, то условие (36) не выполняется, а условие (34) выполняется, поэтому система однополярная. Таким образом, здесь для достижения доминирования нужно прилагать усилия не к увеличению ресурса, а к установлению контроля над ним. ♦

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическая теория властных иерархий А.П. Михайлова [1–8] основана на естественных, но довольно абстрактных предположениях. Намного ближе к реальности концепция властных иерархий М.Л. Хазина [9,10], но в ней математические модели не используются. Отдавая себе отчёт в трудности математической формализации данной концепции, авторы всё же предприняли попытку её реализации на базе теории управления устойчивым развитием активных систем [14].

В настоящей статье изложены принципы построения математической модели властных иерархий, приведена эта модель для случая трёхуровневых иерархий, описан регламент соответствующей разностной игры, дано определение системы властных иерархий. Проведено аналитическое исследование простой системы двухуровневых властных иерархий. Даны постановки задач, исследовано число полюсов власти, проведены численные расчёты для тестового примера.

Кроме того, предложена альтернативная постановка модели конкуренции за ресурс, проведено её аналитическое и численное исследование с помощью метода качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [18].

По мнению авторов, основная ценность статьи состоит в демонстрации возможностей математической формализации теории власти [9,10] (с использованием некоторых идей из работ [1–8]). Теория власти [9,10] представляется весьма интересной и подкреплена множеством убедительных примеров, но её математическая формализация представляет собой непростую задачу, и такие попытки пока не осуществлялись.

В результате проведённого исследования:

– предложены принципы построения модели трёхуровневых властных иерархий и проведена соответствующая математическая формализация в виде разностной игры в нормальной форме; рассмотрен также альтернативный подход к построению модели;

– выполнено аналитическое исследование для частного случая системы двухуровневых властных иерархий;

– сформулированы общие задачи исследования властных иерархий;

– осуществлено имитационное моделирование системы властных иерархий для различных случаев и проведён сравнительный анализ результатов имитации. Особо отметим выводы о числе полюсов, чрезвычайно актуальные в нынешней геополитической ситуации. Действительно, до окончания Второй мировой войны мир был многополярным, с 1945 по 1991 г. – двухполярным (США и СССР с их союзниками), затем однополярным (только США), а теперь снова возвращается к многополярности, что принципиально важно.

Полученные результаты имеют преимущественно иллюстративный характер. Однако представляется, что предложенный подход при его дальнейшем развитии может оказаться полезным для изучения реальных властных иерархий.

В дальнейшем предполагается:

– уточнить основные гипотезы, положенные в основу моделирования;

– продолжить сравнительный анализ различных информационных регламентов;

– рассмотреть версии модели в непрерывном времени;

– выявить условия существования систем властных иерархий с различным числом полюсов в максимально общей постановке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов А.П. Математическое моделирование динамики распределения власти в иерархических структурах // Математическое моделирование. – 1994. – Т. 6, № 6. – С. 108–138. [Mikhailov, A.P. Mathematical modelling of power distribution dynamics in hierarchical structures / Matematicheskoe modelirovanie. – 1994. – Vol. 6, no. 6. – P. 108–138. (In Russian)]
2. Михайлов А.П. Моделирование системы «Власть-Общество». – М.: Физматлит, 2006. – 145 с. [Mikhailov, A.P. Modelirovanie sistemy «Vlast'-Obshchestvo». – М.: Fizmatlit, 2006. – 145 s. (In Russian)]
3. Михайлов А.П., Ланкин Д.Ф. О конструкциях властных иерархий // Математическое моделирование. – 2009. – Т. 21, № 8. – С. 108–120. [Mikhailov, A.P., Lankin, D.F. About structures of power hierarchies // Matematicheskoe modelirovanie. – 2009. – Vol. 21, no. 8. – P. 108–120. (In Russian)]
4. Михайлов А.П., Горбатов Е.А. Базовая модель дуумвирата в системе «власть-общество» // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 1. – С. 33–45. [Mikhailov, A.P. The basic model of duumvirate in the «power-society» system // Matematicheskoe modelirovanie. – 2012. – Vol. 24, no. 1. – P. 35–45. (In Russian)]



5. Михайлов А.П., Петров А.П., Подлипская О.Г. Сравнительный анализ стратегий в модели противостояния власти и оппозиции // Математическое моделирование. – 2022. – Т. 34, № 11. – С. 67–76. [Mikhailov, A.P., Petrov, A.P., Podlipskaia, O.G. Comparative analysis of strategies in the model of confrontation between power and opposition // Matematicheskoe modelirovanie. – 2022. – Vol. 34, no. 11. – P. 67–76. (In Russian)]
6. Михайлов А.П. Модель коррумпированных властных иерархий // Математическое моделирование. – 1999. – Т. 11, № 1. – С. 3–17. [Mikhailov, A.P. The model of corrupt power hierarchies / Matematicheskoe modelirovanie. – 1999. – Vol. 11, no. 1. – P. 3–17. (In Russian)]
7. Михайлов А.П., Ланкин Д.Ф. Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, № 12. – С. 115–124. [Mikhailov, A.P., Lankin, D.F. The model of corrupt power hierarchies // Matematicheskoe modelirovanie. – 2006. – Vol. 18, no. 12. – P. 115–124. (In Russian)]
8. Михайлов А.П., Горбатиков Е.А. Анализ антикоррупционных стратегий в модифицированной модели «власть-общество» // Математическое моделирование. 2016. – Т. 28, № 5. – С. 47–68. [Mikhailov, A.P., Gorbaticov, E.A. Anticorruptional strategies analysis in the modified "power-society" model // Matematicheskoe modelirovanie. 2016. – Vol. 28, no. 5. – P. 47–68. (In Russian)]
9. Хазин М. Лестница в небо. Диалоги о власти, карьере и мировой элите. – М.: РИПОЛ классик, 2022. – 624 с. [Hazin, M. Lestnica v nebo. Dialogi o vlasti, kar'ere i mirovoy elite. – M.: RIPOL klassik, 2022. – 624 s. (In Russian)]
10. Хазин М., Щеглов С. Кризис и Власть. Т. I. Лестница в небо. – 544 с.; Т. II. Люди Власти. – 528 с. – М.: РИПОЛ классик, 2023. [Hazin, M., Shcheglov, S. Krizis i Vlast'. – Vol. I. Lestnica v nebo. – 544 s.; Vol. II. Lyudi Vlasti. – M.: RIPOL klassik, 2023. – 528 s. (In Russian)]
11. Fix B. Personal Income and Hierarchical Power // J. of Economic Issues. – 2019. – Vol. 53, no. 4. – P. 928–945.
12. Fix B. How the rich are different: hierarchical power as the basis of income size and class // J. of Computational Social Science. – 2021. – Vol. 4, no. 1. – P. 403–454.
13. Fix B. Redistributing Income Through Hierarchy // Real-World Economics Review. – 2021. – No. 98. – P. 58–86.
14. Угольницкий Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2016. – 940 с. [Ugol'nitskiy, G.A. Upravlenie ustojchivym razvitiem aktivnykh sistem. – Rostov-na-Donu: Izd-vo YUFU, 2016. – 940 s. (In Russian)]
15. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с. [Burkov, V.N., Novikov, D.A. Teoriya aktivnykh sistem: sostoyanie i perspektivy. – M.: SINTEG, 1999. – 128 s. (In Russian)]
16. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2007. – 584 с. [Novikov, D.A. Teoriya upravleniya organizacionnymi sistemami. – M.: Izd-vo fiz.-mat. lit., 2007. – 584 s. (In Russian)]
17. Горбанёва О.И., Угольницкий Г.А. Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов // Математическая теория игр и её приложения. – 2015. – Т. 7, вып. 1. – С. 50–73. [Gorbaneva, O.I., Ougolnitskiy, G.A. Price of Anarchy and Control Mechanisms in Models of Concordance of Public and Private interests // Matematicheskaya Teoriya Igr i Ee Prilozheniya. – 2015. – Vol. 7, iss. 1. – P. 50–73. (In Russian)]
18. Ougolnitskiy G.A., Usov A.B. Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. – New York: Nova Science Publishers, 2018. – P. 63–106.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д.А. Новиковым.

Поступила в редакцию 20.09.2023,
после доработки 27.11.2023.
Принята к публикации 29.11.2023.

Горбанёва Ольга Ивановна – д-р техн. наук,
✉ oigorbaneva@sfedu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7997-9968>

Угольницкий Геннадий Анатольевич – д-р физ.-мат. наук,
✉ gaugolnickiy@sfedu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5085-5144>

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

© 2024 г. Горбанёва О.И., Угольницкий Г.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

CONTROL MODELS IN POWER HIERARCHIES

O. I. Gorbaneva* and G. A. Ougolnitsky**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

*✉ oigorbaneva@sfedu.ru, **✉ gaugolnickiy@sfedu.ru

Abstract. This paper is devoted to the modeling of control in power hierarchies. Publications in this research area are briefly overviewed. The design principles of such models and the underlying assumptions are described. They are mathematically formalized using difference normal-form games with the information rules of Germeier games. An analytical study is carried out for a system of two-level power hierarchies as a particular case. The general problems of investigating power hierarchies are posed. One-, two-, and n -polar power hierarchies are defined, and their emergence conditions are analyzed. Illustrative examples are provided. An alternative resource competition model is considered. The system of power hierarchies is simulated for different cases, and the simulation results are compared. Conclusions are drawn, and some lines of further research are indicated.

Keywords: power hierarchy, simulation, control methods, difference games, coordination of interests, unipolar system, bipolar system, n -polar system, pole comparability, resource competition, influence agents, basic agents, power group, QRS-set.

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-21-00131 (O. I. Gorbaneva).



УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ ПОЙМЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ ЗАРЕГУЛИРОВАННЫХ РЕК.

Ч. 2. Проектирование эффективной системы управления структурой пойменных территорий[#]

И. И. Исаева*, М. А. Харитонов**, А. А. Васильченко***, А. А. Воронин****,
А. В. Хоперсков*****, А. Ю. Кликунова*****

Волгоградский государственный университет

*✉ isaeva-inessa@mail.ru, **✉ kharitonov@volsu.ru, ***✉ aa-vasilchenko@mail.ru, ****✉ voronin.prof@gmail.com,
*****✉ khoperskov@volsu.ru, *****✉ klikunova@volsu.ru

Аннотация. Рассматривается задача проектирования системы управления устойчивым развитием пойменных социоприродохозяйственных систем (СПХС) на основе гидротехнических проектов стабилизации их гидрологического режима. Общая задача стратегического развития пойменной СПХС сформулирована как задача долгосрочной условной оптимизации ее социоприродохозяйственных потенциалов. С целью снижения неопределенности параметров эта задача трансформирована в задачу поиска оптимальных мест установки паводковых плотин в руслах поймы и адаптивных режимов их функционирования в период весенних попусков ГЭС для реализации целевой стабильной проектной комплексной структуры пойменной территории, удовлетворяющей условиям социохозяйственной безопасности и устойчивого затопления биотопа пойменной экосистемы. Для решения поставленной задачи разработан эмпирический метод оптимизации «доноры – акцепторы», применены точные методы оптимизации, экспертного оценивания, геоинформационного, численного гидродинамического моделирования, высокопроизводительные вычисления, методы статистического анализа данных природных наблюдений и результатов вычислительных экспериментов. Представлены результаты реализации развитого подхода для поиска оптимальных мест расположения и режимов функционирования паводковых плотин, обеспечивающих устойчивое безопасное весеннее затопление территории Волго-Ахтубинской поймы с учетом пространственной неоднородности эффекта депрессии русла р. Волги. При этом не учитывались условия судоходства на р. Волге в период весеннего попуска Волжской ГЭС, а также иные технические аспекты гидротехнического проектирования.

Ключевые слова: устойчивое развитие, оптимизация гидротехнических проектов, высокопроизводительные вычисления, Волго-Ахтубинская пойма.

ВВЕДЕНИЕ

Процесс социохозяйственного освоения пойм крупных зарегулированных рек вблизи ГЭС можно разделить на три периода. Первый – период созда-

ния пойменных социоприродохозяйственных систем (СПХС) в условиях плановых весенних попусков ГЭС – характеризуется высокой эффективностью сельского хозяйства на плодородных землях с низкими затратами на их орошение, активной урбанизацией и развитием социально-экономической инфраструктуры. В этот период создается функциональная структура пойменной террито-

[#] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00176, <https://rscf.ru/project/23-21-00176/>.

рии, наилучшим образом отвечающая ее гидрологической структуре, определяемой весенними затоплениями. Контролируемая деградация паводковых процессов и пойменных экосистем кажется приемлемой платой за производство электроэнергии и развитие пойменных СПХС.

В то же время резкое нарушение природного динамического равновесия между вымыванием и осадением донного грунта в главном речном русле запускает процесс медленного понижения (депрессии) речного дна на протяжении многих десятков километров ниже ГЭС [1–4]. Этот процесс служит главным фактором медленного уменьшения площади устойчиво затапливаемой территории и увеличения площади неустойчиво затапливаемой и незатапливаемой территорий пойм. Прогрессирующая комплексная деградация пойменных СПХС вследствие роста дисгармонии между функциональной и гидрологической структурами пойменной территории определяет существо второго периода их развития.

Третьим периодом развития пойменных СПХС является их стабилизация в новых условиях. Постепенное замедление русловой депрессии и установление новых природно-техногенных равновесных значений параметров речного русла и гидрологической структуры поймы служит основой ее новой функциональной структуры, продуктивность которой значительно снижена по сравнению с первоначальной в связи с преобладанием наименее продуктивной в социальном, природном и хозяйственном отношениях неустойчиво затапливаемой территории.

Это обстоятельство свидетельствует об актуальности исследуемой в настоящей работе задачи достижения и поддержания равновесной высокоэффективной комплексной территориальной структуры поймы как основы ее устойчивого развития. Такая структура должна включать в себя достаточно большую площадь устойчиво затапливаемой территории. Управление территориальной структурой реализуется комплексным гидротехническим проектом возведения системы плотин с адаптивно управляемым переменным сечением, функционирующей в период первой фазы весенних попусков ГЭС и обеспечивающей устойчивое затопление целевой территории в широком диапазоне значений их параметров.

В первой части статьи [5] представлен общий подход к проектированию системы управления развитием пойменных СПХС зарегулированных

рек на основе оптимизации гидротехнических и социохозяйственных проектов, направленных на достижение и поддержание оптимальной стационарной комплексной (К) структуры пойменной территории, характеризуемой наилучшим проектно достижимым соответствием функционального назначения ее фрагментов характеру их весеннего паводкового затопления. В настоящей работе представлена вторая часть развиваемого подхода: совокупность алгоритмов поиска оптимальных мест расположения и адаптивных режимов функционирования паводковых плотин в руслах поймы, а также результаты реализации этих алгоритмов для северной части Волго-Ахтубинской поймы. При решении задачи управления применяются методы геоинформационного и численного гидродинамического моделирования, динамического программирования, эвристические методы оптимизации и экспертного оценивания, высокопроизводительные вычисления.

Объект реализации предлагаемого подхода – расположенная в пределах Волгоградской области северная часть Волго-Ахтубинской поймы (далее – ВАП) – занимает территорию 867 км² с общей протяженностью больших и малых русел около 800 км. Во время весеннего половодья более 70 % территории ВАП затапливается из р. Ахтубы, являющейся рукавом р. Волги [6, 7]. Создание Волжского гидрокаскада и в особенности Волжской ГЭС (ВГЭС) в 1961 г. стало главным фактором формирования, функционирования и последующей деградации ВАП [8, 9]. За период функционирования ВГЭС средняя доля вод, поступающих в р. Ахтубу из р. Волги во время весеннего попуска ВГЭС, снизилась в три раза [8, 9].

Тема и методы, рассматриваемые в настоящей работе, лежат в русле современных исследований проблем деградации пойменных территорий (см. обзор [10]), а также проблем проектирования и функционирования комплексов речных плотин. Главными целями исследования функционирования и проектирования плотин в последние десятилетия в мире являются эколого-экономические (см. обзоры [11, 12]). Наибольшая часть работ посвящена проблеме удержания плотинами речных наносов (см. обзоры [11, 12], а также [13–20]). Следующими по популярности целями исследования являются восполнение запасов грунтовых вод [17, 22–27]), защита от природных и техногенных наводнений и минимизация их ущерба [18–20, 28–34]. Проблема воздействия плотин на речные рус-



ла и почву исследуется в работах [35, 36]. Темой обзора [37] является прогнозирование состояния водной системы р. Нил с каскадом плотин. В работе [10] проводится системный анализ целостности пойм США. В статье [38] представлен обзор основных гидрологических и водохозяйственных задач и проблем, возникших в последние десятилетия на Нижней Волге (в особенности в северной части ВАП) в результате строительства и эксплуатации Волжско-Камского каскада водохранилищ, климатических изменений, техногенной деформации русел (в особенности в нижнем бьефе ВГЭС).

Среди методов исследования этих проблем основную часть занимают полевые и гидрологические наблюдения в сочетании с моделями водного баланса, гидродинамики и динамики накопления осадков (см. обзоры [11, 12], а также [13–17, 28]). Сценарно-имитационное моделирование используется авторами работ [18, 22]. Проблема оптимальности мест установки плотин также находится в центре внимания многих авторов. Авторы обзора методов оптимизации задач управления водными ресурсами [23], отмечая многочисленность и противоречивость их целей, а также их NP-полноту, делают вывод о целесообразности использования недетерминированного метаэвристического подхода (генетические алгоритмы, метод поиска гармонии и др.), обеспечивающего эффективный поиск приемлемых решений. Авторами статьи [22] предложена экспертная социально-гидрологическая модель принятия решения с учетом предпочтений агентов в сложной социоприродохозяйственной водной системе для анализа целесообразности строительства крупной плотины в водосборном бассейне р. Сега в центральной Испании. В публикации [39] для создания карт восприимчивости к наводнениям фрагментов территории поймы р. Прахова в Румынии используются нечеткие и итеративные оптимизационные модели машинного обучения.

1. МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Задача управления К-структурой

Общую задачу стратегического управления пойменной СПХС можно сформулировать как следующую задачу условной оптимизации ее социоприродохозяйственных (СПХ) потенциалов:

$$\begin{aligned} \Psi_m(\mathbf{u}, \mathbf{r}, T) &= \sum_{i,j,\tau=1}^{I_j, J_m, T} \lambda_{ijm} S_{ijm}(\tau) f_{ijm}(\tau) \rightarrow \\ &\rightarrow \max_{\mathbf{u}} R_m(\tau) \leq R_m^{\text{lim}}, (\boldsymbol{\delta}, \mathbf{r}^{(1)}) \leq r^{\text{max}}; \\ &m = 1, \dots, M; \tau = 1, \dots, T; \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}^{(1)} + \mathbf{r}^{(2)}(\mathbf{u}), \mathbf{r}^{(p)} = (r_1^{(p)}, \dots, r_K^{(p)}), p = 1, 2; \\ \mathbf{u} &= (\mathbf{u}_\delta^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}); \boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_K), \\ \mathbf{u}_\delta^{(1)} &= (\delta_1 u_1^{(1)}, \dots, \delta_K u_K^{(1)}), \delta_i \in \{0; 1\}, \\ u_k^{(1)} &= u_k^{(1)}(\tau) \in [0; 1], k = 1, \dots, K; u^{(2)} = \{M_{ij}^{\tilde{j}}\}, \\ M_{ij}^{\tilde{j}} &\in \Omega_M (i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J, \tilde{j}_j \in \{1, \dots, J\}), \\ J &= \sum_{m=1}^M J_m, I = \sum_{j=1}^J I_j. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь Ψ_m – прогнозная оценка m -го СПХ-потенциала территории (годы $\tau = 1, \dots, T$ относятся к будущему); $\lambda_{ijm}, S_{ijm}, f_{ijm}(\tau)$ – соответственно коэффициент ценности, площадь, характеристическая функция (ХФ) i -го фрагмента территории с закрепленным за ним j -м видом землепользования, отнесенным к m -му СПХ-потенциалу (ХФ характеризует эффективность землепользования данного фрагмента территории в год τ , обусловленную фактом его затопления или незатопления в период весеннего попуска ГЭС); R_m, R_m^{lim} – СПХ-риски и их предельные величины; I_j – число компактных фрагментов территории, отнесенных к j -му виду землепользования; J_m – число видов землепользования, отнесенных к m -му СПХ-потенциалу; M – количество СПХ-потенциалов, определяемое моделью К-структуры пойменной территории, являющейся суперпозицией гидрологической (Γ_1) и функциональной (Φ) структур (подробнее см. в первой части статьи [5]); T – горизонт планирования (число лет). Вектор управления \mathbf{u} характеризует совокупность социохозяйственных (СХ) проектов, изменяющих виды землепользования некоторых фрагментов территории, и гидротехнических (ГТ) проектов в руслах поймы (установка паводковых плотин с управляемым поперечным сечением), перераспределяющих паводковые воды для изменения режима затопления целевых фрагментов территории. Формально сово-

купность ГТ-проектов представляет вектор $\mathbf{u}_8^{(1)}$, координаты которого обозначают доли перекрытых частей пойменных русел в год τ при известном значении гидрографа весеннего попуска ГЭС. Соответствующий вектору δ упорядоченный набор координат ячеек (x_k, y_k) , $k=1, \dots, K$, цифровой карты рельефа пойменной территории, являющихся местами возможной установки плотин, считается известным. Вектор $\mathbf{r} = \mathbf{r}^{(1)} + \mathbf{r}^{(2)}$ описывает финансовые ресурсы, необходимые для установки плотин. Вектор $\mathbf{r}^{(1)}$ представляет собой ограниченную величиной $r^{\max} \leq r^{\lim}$ часть ресурса, выделяемого Центром (величина r^{\max} является параметром). При использовании механизмов софинансирования проекта со стороны экономических субъектов территории (агентов) установка плотин в малых руслах пойм является потенциальным источником дополнительного финансирования $\mathbf{r}^{(2)}$. (При введении постоянных коэффициентов, характеризующих отношение затрат на возведение плотин в руслах разных иерархических уровней, зависимость решения задачи (2) от вектора \mathbf{r} сильно упрощается). Механизм управления, обеспечивающий изменение j -го вида землепользования i -го фрагмента территории на вид землепользования \tilde{j} , обозначен как $M_{ij}^{\tilde{j}}$. Формальным описанием механизма можно считать математическую формулировку соответствующей иерархической игры; Ω_M – множество допустимых механизмов управления. Содержанием рисков R_s являются ущербы от частичного затопления социально-экономических или незатопления соответствующих природных или природохозяйственных фрагментов территории. Предельные величины R_m^{\lim} характеризуют допустимую меру этого явления, косвенным образом сводя это условие с учетом вида землепользования фрагментов территории к разделению карт ее затопления на желательные, допустимые и недопустимые.

Зависимость целевых функций Ψ_m от управления описывается характеристическими функциями $f_{ijm}(\tau) \in [0; 1]$. Результатом оптимизации управления является их максимизация, достигаемая целевым изменением режима паводкового затопления пойм и/или вида природопользования ряда фрагментов территории. Решением задачи (1) служит вектор-функция $\mathbf{u}^*(\tau, \mathbf{r}^{(1)})$, зависимость которой от года τ характеризует обусловленность площади сечения плотин ежегодным плановым гидрографом весеннего попуска ГЭС.

Задача (1) относится к области принятия решений вследствие векторного вида целевой функции и неопределенности функций $f_{ijm}(\tau)$. Высокая алгоритмическая сложность этой задачи обусловлена большой размерностью вектора δ . Описанные выше модели и алгоритмы, снижающие сложность и задачи (1) и неопределенность ее параметров, в совокупности составляют авторский подход к проектированию системы управления территориальной структурой пойм зарегулированных рек, образующей основу устойчивого развития их СПХС.

Главным мотивом введения Γ_1 -структуры является замена в характеристических функциях $f_{ijm}(\tau)$ задачи (1) аргумента τ на аргумент n (частоту паводковых затоплений). Помимо снижения неопределенности это дает возможность эффективного агрегирования Γ_1 - и Φ -структур. В целом, рост уровня агрегирования К-структуры снижает как сложность, так и точность решения задачи управления, поэтому при выборе оптимального способа агрегирования необходим сравнительный анализ полученных решений по критерию «сложность – точность».

Предполагается, что климатические условия в бассейне главного русла поймы, определяющие постоянство функции распределения объемов весенних попусков ГЭС и рельеф пойменной территории, не изменяются в течение горизонта планирования. Поэтому единственным фактором динамики Γ_1 -структуры в исследуемый период времени является депрессия главного речного русла. Возможность прогнозирования эффекта этого явления создает основу для трансформирования задачи (1) в задачу управления К-структурой пойменной территории посредством координации ГТ- и СХ-проектов, изменяющих соответственно Γ_1 - и Φ -структуру. Недопустимость деградации ценных природных зон при изменении Γ_1 -структуры, а также изменения функциональной принадлежности ряда социохозяйственных территорий при адаптивном изменении Φ -структуры приводят к необходимости стабилизации Γ_1 -структуры (и, соответственно, К-структуры) как необходимого условия существования решения задачи (1). Это условие согласуется с главным приоритетом концепции устойчивого развития – стабильностью экосистемы, необходимым условием которой является устойчивость паводкового затопления ее биотопа, требующая в сильной версии ежегодного превышения порогового значения площади затопляемой территории ($S^{\text{stab}}(\tau) \geq S_{\min}^{\text{stab}}(\tau = \tau_0, \tau_0 + 1, \dots)$). Пороговое значение S_{\min}^{stab} определяется



для каждой территории в результате экспертного анализа. Природная неопределенность ослабляет это условие до требования устойчивого затопления биотопа пойменной экосистемы (с частотой, превышающей пороговое значение ($n > n^{\text{lim}}$)). В связи с отсутствием обоснованных оценок величин n^{lim} и $S_{\text{min}}^{\text{stab}}$ в задаче управления величина n^{lim} является параметром, а целью управления является максимизация суммы СПХ-потенциалов, связанных с устойчиво затопляемой территорией поймы. При использовании в задаче (1) модели 8-элементной функциональной структуры Φ_1 , являющейся частью 24-элементной комплексной структуры K_{24} , максимизируется сумма природного, природохозяйственного, социоприродного и социоприродо-хозяйственного потенциалов при условии социохозяйственной безопасности. Величина проектного ресурса является параметром задачи управления, регулирующим максимальное проектно достижимое значение целевой функции и, следовательно, максимальное или почти максимальное значение S^{stab} .

Таким образом, задача (1) трансформируется в следующую задачу поиска целевой стабильной проектной структуры K_{24}^{pr} , удовлетворяющей условиям социохозяйственной безопасности и устойчивого затопления биотопа пойменной экосистемы:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{u}(\mathbf{r})) &\rightarrow \max_{\mathbf{u}(\mathbf{r})} (\delta, \mathbf{r}^{(1)}) \leq r^{\text{max}}, \\ \Psi &= \Psi_2 + \Psi_4 + \Psi_5 + \Psi_7; \\ \Psi^p &= \Psi_2^p + \Psi_4^p + \Psi_5^p + \Psi_7^p, \quad p = 1, \dots, P; \\ \Psi_m &= \sum_{p=1}^P \Psi_m^p, \quad \Psi_m^p(\mathbf{u}(\mathbf{r})) = \\ &= \varphi_m(\mathbf{u}(\mathbf{r})) \sum_{i_{mp}=1}^{I_{mp}} \lambda_{i_{mp}} S_{i_{mp}} \quad (m = 1, \dots, 8); \\ \bigcup_{m=1}^8 K_{1m} &\supset K_{\text{min}}^{\text{stab}}, K_{3m} \subset K_m^{\text{lim}} \quad (m = 1, 3, 6); \\ \mathbf{u} &= (\mathbf{u}_8^{(1)}, \mathbf{u}^{(2)}); \quad \delta = (\delta_1, \dots, \delta_K), \\ \mathbf{u}_8^{(1)} &= (\delta_1 u_1^{(1)}, \dots, \delta_K u_K^{(1)}), \quad \delta_i = \{0; 1\}, \\ u_k^{(1)} &\in [0; 1], \quad k = 1, \dots, K; \quad u^{(2)} = \{M_{im}^{\tilde{m}}\}, \\ M_{ij}^{\tilde{m}} &\in \Omega_M \quad (i = 1, \dots, I; \quad m = 1, \dots, 8; \quad \tilde{m} = 1, \dots, 8), \\ I &= \sum_{m,p=1}^{8,P} I_{mp}; \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}^{(1)} + \mathbf{r}^{(2)}(\mathbf{u}), \quad \mathbf{r}^{(q)} = (r_1^{(q)}, \dots, r_K^{(q)}), \quad q = 1, 2. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь K_{im} – карта элемента (i, m) структуры K_{24}^{pr} ; $K_{\text{min}}^{\text{stab}}$ – минимальная экологически безопасная карта устойчивого затопления; $\lambda_{i_{mp}}, S_{i_{mp}}$ – соответственно коэффициент ценности и площадь компактно расположенного территориального фрагмента i_{mp} , входящего в элемент m агрегированной функциональной структуры Φ_1 в зоне p структуры Γ_2 (см. первую часть статьи [5]); P – число элементов (зон) структуры Γ_2 ; K_m^{lim} – пороговая карта безопасного затопления элемента m агрегированной функциональной структуры Φ_1 . Векторы $\mathbf{u}, \delta, \mathbf{r}$ и числа r^{max}, K описаны в задаче (1).

Условия социохозяйственной безопасности и устойчивости затопления пойменного биотопа, эквивалентные ограничениям на СПХ-риски в задаче (1), имеют вид

$$S_{3mp} \leq S_{ijp}^{\text{lim}} \quad (m = 1, 3, 6; \quad p = 1, \dots, P); \quad \sum_{m,p=1}^{8,P} S_{1mp} \geq S_{\text{min}}^{\text{stab}}. \tag{3}$$

Здесь S_{imp} – площадь элемента (i, m) структуры K_{24}^{pr} в зоне p структуры Γ_2 . Далее приводится алгоритм решения частной задачи (2), (3) для $\mathbf{u} = \mathbf{u}_8^{(1)}$, т. е. для задачи поиска значений параметров ГТ-проекта, обеспечивающих устойчивое оптимальное безопасное затопление биотопа пойменной территории и ведение сельского хозяйства, основанного на ежегодном устойчивом затоплении целевой территории.

1.2. Алгоритм решения задачи обеспечения устойчивого оптимального безопасного затопления пойменной территории

Представим эвристический алгоритм приближенного (с погрешностью моделирования ε_m [5]) решения задачи (2), (3) в случае выполнения соотношений $r_{\text{гл}} = k_1 r_{cp} = k_1 k_2 r_m = r^{\text{lim}}$, где $r_{\text{гл}}, r_{cp}, r_m$ – соответственно затраты на возведение одной плотины в главном магистральном, среднем магистральном и малом русле; k_1, k_2 – целые числа. Поиск оптимальной целевой структуры K_{24}^{pr} проводится для G_{τ}^{yct} , т. е. для гидрографа, карта затопления которого наиболее близка к карте устойчивого затопления периода $\theta \in \left[\tau - \frac{\Theta}{2}, \tau + \frac{\Theta}{2} - 1 \right]$. Алгоритм и результаты поиска гидрографа G_{τ}^{yct} с

погрешностью моделирования ε_m описан в первой части статьи [5].

1.2.1. ДА-алгоритм

Поиск оптимальных конфигураций плотин в малых руслах зон (или их объединениях) структуры Γ_2 проводится эвристическим алгоритмом «доноры – акцепторы» (ДА-алгоритмом). Согласно этому алгоритму для заданного значения гидрографа G^c русловая система зоны p , насчитывающая M_p малых русел, разделяется на три группы русел: «доноров», «трансакцепторов» и «акцепторов». Акцепторы – это целевые русла, в микроразонах которых сконцентрировано большое количество целевых ячеек (т. е. ячеек, не затопленных на карте $K^p = K^p(G^c)$, но затопление которых увеличивает значение Ψ^p) цифровой карты территории. Микроразоной каждого русла зоны p в данном алгоритме считается часть ее территории, каждая точка которой удалена от русла не более, чем на расстояние $S_p(L_p)^{-1}$, где S_p – площадь зоны, L_p – совокупная протяженность ее малых русел. В класс трансакцепторов входят русла, из которых вода может попадать в акцепторы согласно направлению течений. Доноры определяются исходя из заданной группы акцепторов и являются объектами для потенциальной установки дамб. В число доноров входят русла, не являющиеся ни акцепторами, ни трансакцепторами, и при этом являющиеся их ответвлениями согласно ориентированному графу русел. Таким образом, объем вод из доноров может быть передан по течению акцепторам путем установки в их основаниях переливных плотин, высота которых обеспечивает их полное заполнение без выхода вод на территорию.

Входными данными ДА-алгоритма для зоны p являются: максимальное число плотин в малых руслах зоны $n_p = 1, \dots, M_p$, карта K^p затопления зоны p из корпуса карт моделирования затоплений (ККМЗ), граф русел пойменной территории $Gr(N, E)$ и соответствующий зоне p его подграф $Gr_p(N_p, E_p)$. Ранжирование акцепторов производится на основе оценки площади целевой территории в их микроразонах. Подбор множества акцепторов осуществляется взятием первых

s ($s = 1, \dots, M_p$) русел из списка всех русел зоны p , упорядоченного по числу целевых ячеек в их микроразонах.

На предварительном этапе для каждого русла $c \in N_p$ при помощи ККМЗ вычисляются значение рейтинга русла R_c (количество целевых ячеек в его микроразоне) и оценка суммарного объема вод, который потенциально может быть предоставлен данным руслом при его перекрытии V_c , равного поступающему в него объему вод за вычетом объема, необходимого для его максимального заполнения. В результате составляется *Rating* – список русел, упорядоченных в порядке убывания значений R_c .

На основном этапе для каждого значения s строятся: множество акцепторов A_s как первые s русел из списка *Rating*; множества трансакцепторов TS_s и потенциальных доноров PD_s при помощи поиска в ширину по подграфу $Gr_p(N_p, E_p)$ с инвертированными ребрами, начиная от каждой вершины из A_s ; множество актуальных доноров D_s и соответствующий ему вектор конфигурации $\delta_s^p = (\delta_{1s}, \dots, \delta_{M_p s})$, $\delta_{js} = \{0; 1\}$, $j = 1, \dots, M_p$, путем решения следующей задачи о булевом ранце $\sum_{c \in PD_s} \delta_{cs} V_c \rightarrow \max$, $\tilde{n}_{sp} = \sum_{c \in D_s} \delta_{cs} \leq n_p$, а также рассчитываются верхние оценки количества дополнительно затопленных ячеек Δ_s и приращения $\Delta\Psi_s^p$ целевой функции для зоны p по формулам $\Delta_s = \min(TT_s, TV_s(h^{\min})^{-1})$, $\Delta\Psi_s^p = \Delta_s \lambda_p$, $\lambda_p = \max_{i_{mp}} \lambda_{i_{mp}}$, $TT_s = \sum_{s \in A_s} R_s$, $TV_s = \sum_{c \in D_s} V_c$.

После этого решается задача

$$\Delta\Psi_s^p(\delta_s^p(K^p, n_p)) \rightarrow \max_s. \quad (4)$$

Решение задачи (4) – оптимальное число акцепторов $s^*(n_p)$, вектор оптимальной конфигурации плотин $\delta^{*p}(K^p, n_p) = \delta_s^p(K^p, n_p)$ с числом плотин $\tilde{n}_{s^* p}^*(n_p)$ и величина $\Delta\Psi^p(\delta^{*p}(K^p, n_p))$, отвечающие исходной карте затопления K^p – считаются результатом работы ДА-алгоритма для зоны p . Максимальное оптимальное число плотин в зоне p равно $\tilde{n}_p^{\max} = \max_{s^*(n_p)} \tilde{n}_{s^* p}^*, 1 \leq n_p \leq M_p$.



1.2.2. Алгоритм поиска эффективных решений задачи (2), (3) в зонах структуры Γ_2 пойменной территории

Для каждой из зон структуры Γ_2 с номерами $p = 1, \dots, P_1$, не содержащих средних магистральных русел (СМР), при помощи алгоритма, изложенного в п. 1.3 первой части статьи [5], для гидрографа $G_{\tau}^{\text{уст}}(L) = (\varphi(Q^{\text{уст}}, 2022, \tau, L), t^{\text{уст}})$ из фрагментов карт ККМЗ с учетом конфигурации границы зоны формируется предварительная карта затоплений $K^p = K^p(G_{\tau}^{\text{уст}})$, $G_{\tau}^{\text{уст}} = G_{\tau}^{\text{уст}}(L^p)$, где L^p – расстояние от нижнего бьефа плотины ГЭС до зоны p с числом малых русел M_p . (Эта карта может формироваться из одного или нескольких фрагментов карт ККМЗ.) Для каждой из этих зон ДА-алгоритмом рассчитываются оптимальные конфигурации $\delta^{*p}(K^p, n_p)$, $n_p = 1, \dots, \tilde{n}_p^{\max}$, плотин в их малых руслах.

Конфигурация $\delta^{*p}(K^p, n_p)$ считается значимой (и обозначается $\delta^{*p3}(K^p, n_p)$), если $\Delta_{\text{отн}}(\Psi^p(\delta^{*p}(K^p, n_p)), \Psi^p(K^p)) > \varepsilon_m$, $\Delta_{\text{отн}}(\Psi^p(\delta^{*p}(K^p, n_p)), \Psi^p(K^p)) = \frac{\Delta\Psi^p(\delta^{*p}(K^p, n_p))}{\Psi^p(K^p)}$.

Для незначимых конфигураций $\delta^{*p}(K^p, n_p)$ принимается $\hat{\Psi}^{**p}(K^p, n_p) = \hat{\Psi}^{*p}(K^p, \delta^{*p}(K^p, n_p)) = \Psi^p(K^p)$, $\delta^{*p}(K^p, n_p) = \mathbf{0}$. Расчет соответствующих значимым конфигурациям $\delta^{*p3}(K^p, n_p)$ значений целевой функции $\hat{\Psi}^{**p}(K^p, n_p) = \hat{\Psi}^{*p}(\tilde{K}^p(G_{\tau}^{\text{уст}}(\tau)), \delta^{*p3}(K^p, n_p))$ производится по карте затопления $\tilde{K}^p(G^c, \delta^{*p3}(K^p, n_p))$, полученной прямым численным моделированием для рельефа дна малых русел, включающего плотины в их основаниях в соответствии с этими векторами. В случае нарушения условий безопасного затопления для некоторого $n_p = \hat{n}$ происходит переход к субоптимальному решению задачи (4) $\delta_c^{*p}(K^p, \hat{n}) = \delta_{s-1}^{*p}(K^p, \hat{n})$. После проводится проверка на значимость величин $\hat{\Psi}^{*p}(K^p(G_{\tau}^{\text{уст}}(\tau)), \delta_c^{*p}(K^p, \hat{n}))$. В случае их значимости рассчитываются величины $\hat{\Psi}^{**p}(K^p, \hat{n}) =$

$= \hat{\Psi}^{*p}(\tilde{K}^p(G_{\tau}^{\text{уст}}(\tau)), \delta_c^{*p3}(K^p, \hat{n}))$ с повторной проверкой условий безопасного затопления и т. д.

Опишем алгоритм поиска оптимальных значимых конфигураций плотин в руслах зон с номерами $p = P_1 + 1, \dots, P$, образуемых СМР. Целью установки каждой переливной плотины в СМР является повышение уровня затопления части зоны, расположенной выше нее по течению, за счет снижения уровня затопления части зоны, расположенной ниже по течению. Обозначим $i_d j_d = (i_d, j_d)$, $i_d \in \{1, \dots, D_p\}$, $j_d \in \{1, \dots, J_{i_d}\}$, вариант размещения плотины с номером $d = 1, \dots, D_p$, удаленной от начала русла на расстояние $l_{i_d} \in \{L_1, \dots, L_{D_p}\}$, (L_1, \dots, L_{D_p} – расстояния от начала русла до мест расположения плотин) с абсолютной высотой $h_{i_d}^{\min} \leq h_{j_d} \leq h_{i_d}^{\max}$ ($h_{i_d}^{\min}, h_{i_d}^{\max}$ – соответственно уровень дна русла и максимальный уровень безопасного затопления в данной точке СМР). При помощи алгоритма, изложенного в п. 1.3 первой части статьи [5], рассчитываются величины $\varphi_p^{\text{уст}}(\tau) = \varphi(Q^{\text{уст}}, 2022, \tau, L^p)$, $p = P_1 + 1, \dots, P$, где L^p – расстояние от нижнего бьефа плотины ГЭС до начала СМР, образующего зону p с числом малых русел M_p .

Эффективными решениями задачи (2), (3) в зоне p считаются такие конфигурации n_p плотин в СМР и малых руслах $\sigma^p = (\sigma_1, \dots, \sigma_{D_p}, \dots, \sigma_{D_p+M_p})$, $\sigma_i = \{0; 1\}$, $i = 1, \dots, D_p + M_p$ (первые D_p компонент отвечают плотинам в СМР, а остальные – плотинам в малых руслах), которым соответствуют значения целевой функции $\Psi(K^p(G_{\tau}^{\text{уст}}, \sigma^p(n_p)))$, удовлетворяющие неравенству $\frac{\Psi^p(K^p(G_{\tau}^{\text{уст}}, \sigma^p(n_p))) - \Psi^p(K^p(G_{\tau}^{\text{уст}}, \mathbf{0}))}{\Psi^p(K^p(G_{\tau}^{\text{уст}}, \mathbf{0}))} > \varepsilon_m$. Для

гидрографа $G_{\tau}^{\text{уст}}$ в ККМЗ разыскивается фрагмент K^p карты $K(G_{\tau}^{\text{уст}})$, отвечающий зоне p , и рассчитывается значение $\Psi^p(K^p)$. Для каждого варианта $i_1 j_1$ расположения первой плотины прямым численным моделированием рассчитываются предварительная карта затопления $K_{i_1 j_1}^p = K_{i_1 j_1}^p(G_{\tau}^{\text{уст}})$ и значение $\Psi^p(K_{i_1 j_1}^p)$. Если

$\Delta_{\text{отн}}(\Psi^P(K_{i_1 j_1}^P, \Psi^P(K^P))) > \varepsilon_m$, то вариант $i_1 j_1$ считается значимым (обозначается $i_1^3 j_1^3$) и ему ставится в соответствие значимая тривиальная конфигурация дамб в малых руслах $\delta_{i_1^3 j_1^3}^{*p3}(K_{i_1^3 j_1^3}^P, 0) = \mathbf{0}$. Далее по каждой из карт $K_{i_1 j_1}^P$ ДА-алгоритмом рассчитываются оптимальные конфигурации $\delta_{i_1 j_1}^{*p}(n_p), n_p = 1, \dots, \min(k_2(k_1 - 1), M_p)$ и оценки соответствующих им величин $\hat{\Psi}^P(K_{i_1 j_1}^P, \delta_{i_1 j_1}^{*p}(n_p))$, которые затем проверяются на значимость. Для незначимых конфигураций $\delta_{i_1 j_1}^{*p}(n_p)$ принимается $\hat{\Psi}^P(K_{i_1 j_1}^P, \delta_{i_1 j_1}^{*p}(n_p)) = \Psi^P(K_{i_1 j_1}^P)$. Для значимых конфигураций $\delta_{i_1 j_1}^{*p3}(n_p)$ расчет $\Psi^P(\tilde{K}_{i_1 j_1}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{i_1 j_1}^{*p3}(n_p)))$ производится по результатам прямого численного моделирования карты затопления $\tilde{K}_{i_1 j_1}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{i_1 j_1}^{*p3}(n_p))$ для рельефа дна с вариантом $i_1 j_1$ плотины в СМР и рельефа дна малых русел, поднятого до высот плотин в их основаниях в соответствии с вектором конфигурации, обеспечивающих их наполнение без выхода вод на территорию (эти высоты определяются в ходе предварительных вычислительных экспериментов). В случае нарушения условий безопасного затопления для некоторого $n_p = \hat{n}$ происходит переход к субоптимальному решению задачи (4) $\delta_{c i_1 j_1}^{*p}(K_{i_1 j_1}^P, \hat{n}) = \delta_{s-1}^{*p}(K_{i_1 j_1}^P, \hat{n})$. После этого производится проверка на значимость величин $\hat{\Psi}^{**p}(K_{i_1 j_1}^P, \hat{n}) = \hat{\Psi}^{*p}(K_{i_1 j_1}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{c i_1 j_1}^{*p}(K_{i_1 j_1}^P, \hat{n})))$; в случае их значимости рассчитываются значения $\hat{\Psi}^{*p}(\tilde{K}_{i_1 j_1}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{c i_1 j_1}^{*p}(K_{i_1 j_1}^P, \hat{n})))$ с повторной проверкой условий безопасного затопления и т. д.

Вариант $i_1 j_1$, для которого существуют нетривиальные значимые конфигурации, также считается значимым (и обозначается $i_1^3 j_1^3$). Если значимые конфигурации отсутствуют, то вариант $i_1 j_1$ считается незначимым и исключается из дальнейшего анализа. Если все варианты установки первой плотины незначимы, то эффективные решения задачи (2), (3) в зоне p отсутствуют. Обозначим $i_1^{*3} j_1^{*3}(n_p) = \arg \max_{i_1^3 j_1^3} \Psi^P(\tilde{K}_{i_1^3 j_1^3}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{i_1^3 j_1^3}^{*p3}(n_p - k_2)))$, $k_2 \leq n_p \leq k_1 k_2$, $\delta_{i_1^{*3} j_1^{*3}}^{*p3}(n_p - k_2) = \delta_{i_1^3 j_1^3}^{*p3}(K_{i_1^3 j_1^3}^P, n_p - k_2)$, $\Psi_1^{**p}(n_p - k_2) = \Psi_{i_1^{*3} j_1^{*3}}^P(\tilde{K}_{i_1^{*3} j_1^{*3}}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{i_1^{*3} j_1^{*3}}^{*p3}(n_p - k_2)))$.

Варианты установки второй плотины в СМР рассматриваются для значимых вариантов размещения первой плотины ниже нее по течению. Обозначим $i_1^3 j_1^3 i_2 j_2$ вариант установки второй плотины $i_2 \in \{i_1^3 + 1, \dots, D_p\}, j_2 \in \{1, \dots, J_{i_2}\}$. Для каждого из вариантов прямым численным моделированием рассчитывается предварительная карта затопления $K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P = K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P(G_{\text{тп}}^{\text{уст}})$ и значение $\Psi^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P)$. Если неравенства $\Delta_{\text{отн}}(\Psi^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P), \Psi^P(K^P)) > \varepsilon_m$, $\Delta_{\text{отн}}(\Psi^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P), \Psi^P(K_{i_1^3 j_1^3}^P)) > \varepsilon_m$ выполнены, то вариант $i_1^3 j_1^3 i_2 j_2$ считается значимым (и обозначается $i_1^3 j_1^3 i_2^3 j_2^3$), и ему ставится в соответствие значимая тривиальная конфигурация дамб в малых руслах $\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2^3 j_2^3}^{*p3}(0) = \mathbf{0}$. Предварительное исключение незначимых вариантов ($i_1^3 j_1^3 i_2 j_2$) происходит в случае выполнения неравенств $\tilde{H}_{i_1^3 j_1^3}^P(K_{i_1^3 j_1^3}^P) < H_{i_1^3}^{0p}$, $H_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P) < H_{i_2}^{0p}$, где $\tilde{H}_{i_1^3 j_1^3}^P(K_{i_1^3 j_1^3}^P)$ – высота воды в нижнем бьефе плотины; $H_{i_1^3}^{0p}, H_{i_2}^{0p}$ – высоты уровней, с которых начинается затопление зоны; $H_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P$ – высота воды над второй плотиной. Для оставшихся вариантов по каждой из карт $K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P$ ДА-алгоритмом рассчитываются оптимальные конфигурации $\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p}(n_p), n_p = 1, \dots, \min(k_2(k_1 - 2), M_p)$, и соответствующие им оценки $\hat{\Psi}^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P, \delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p}(n_p))$, которые затем проверяются на значимость. Для незначимых конфигураций $\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p}(n_p)$ принимается $\hat{\Psi}^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P, \delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p}(n_p)) = \Psi^P(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P)$. Для значимых конфигураций $\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p3}(n_p)$ расчет $\Psi^P(\tilde{K}_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P(\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p3}(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P, n_p)))$ производится по результатам прямого численного моделирования карты $\tilde{K}_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P(\delta_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^{*p3}(K_{i_1^3 j_1^3 i_2 j_2}^P, n_p))$. В случае нарушения условий безопасного затопления в ДА-алгоритме происходит возврат к решению задачи (4) с уменьшением n_p на единицу. Если все варианты установки второй плотины незначимы, то эффективные решения задачи (2), (3) в зоне p для



двух и более плотин отсутствуют. Обозначим $i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3} (n_p) = \arg \max_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}} \Psi^P(\tilde{K}_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P (G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^{*P3} (n_p - 2k_2))), \delta_2^{*P} (n_p - 2k_2) = \delta_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^{*P3} (n_p - 2k_2), \Psi_2^{*P} (n_p - 2k_2) = \Psi^P(\tilde{K}_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P (G_{\text{тп}}^{\text{уст}}, \delta_2^{*P} (n_p - 2k_2))), 2k_2 \leq n_p \leq k_1 k_2, 2k_2 \leq n_p \leq k_1 k_2$. Если неравенство $\frac{\Psi_2^{*P} (n_p - 2k_2) - \Psi_1^{*P} (n_p - k_2)}{\Psi_2^{*P} (n_p - 2k_2)} \leq \varepsilon_m, n_p \in [2k_2, k_1 k_2]$,

верно, то варианты установки двух плотин в СМР считаются неэффективными. Если для некоторого $\tilde{n}_p \in [2k_2, k_1 k_2]$ это неравенство неверно, то вариант $i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3} (\tilde{n}_p)$ считается эффективным.

Варианты установки третьей плотины в СМР рассматриваются для эффективных вариантов размещения двух плотин ниже их по течению. Для вариантов установки трех и более плотин в СМР алгоритм в целом повторяется. Однако ввиду высокой вычислительной сложности прямого расчета большого числа вариантов эти карты конструируются из фрагментов ККМЗ с погрешностью моделирования ε_m . Для этого по значениям высот воды в СМР над плотинами $H_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P (K_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P)$ и в их нижних бьефах $\tilde{H}_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P (K_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P)$, выбранным из построенного массива цифровых карт $K_{i_1^{*3} j_1^{*3} i_2^{*3} j_2^{*3}}^P$, строятся регрессии

$$\Delta H_2^P = b_1 \Delta \tilde{H}_1^P + b_2 (L_2 - L_1) + b_3 \Delta h_2, \quad (5)$$

$$\Delta \tilde{H}_2^P = c (\Delta H_2^P - \Delta h_2).$$

Здесь ΔH_2^P – разность абсолютных высот уровня воды над второй плотинной и рельефа дна СМР у ее основания, $\Delta \tilde{H}_q^P (q=1,2)$ – разность абсолютных высот уровня воды в нижнем бьефе q первой плотины и рельефа дна СМР у ее основания, $L_2 - L_1$ – расстояние между двумя плотинами, Δh_2 – относительная высота второй плотины.

Для каждого варианта $i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1} = i_1^{*3} j_1^{*3} \dots i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}$ расположения $q+1 (q=2, \dots, D-1)$ плотины по формуле (5) и данным абсолютных высот ячеек цифровой карты в местах расположения плотин рассчитываются значения $H_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P, \tilde{H}_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P, \hat{H}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P = \frac{1}{2} (\tilde{H}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P + H_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P)$, по

которым при помощи ККМЗ рассчитываются значения расходов $\hat{Q}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P (\hat{H}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P)$ и разыскиваются соответствующие им фрагменты карт из ККМЗ. Из этих фрагментов алгоритмом, изложенным в п.1.3 первой части статьи [5], конструируются предварительные карты затоплений $K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P$ и рассчитываются значения $\Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P)$. Если неравенства $\Delta_{\text{отн}} (\Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P), \Psi^P (K^P)) > \varepsilon_m, \Delta_{\text{отн}} (\Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P), \Psi^P (K_{i_1^{*3} j_1^{*3}}^P)) > \varepsilon_m, \dots, \Delta_{\text{отн}} (\Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P), \Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P)) > \varepsilon_m$ выполнены, то вариант $i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}$ считается значимым (обозначается $i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}$), и ему ставится в соответствие значимая тривиальная конфигурация дамб в малых руслах $\delta_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^{*P3} (0) = 0$.

После поиска ДА-алгоритмом оптимальных конфигураций $\delta_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^{*P} (n_p), n_p = 1, \dots, \min(k_2(k_1 - q - 1), M_p)$, и их проверки на значимость для незначимых конфигураций принимается $\hat{\Psi}^{*P} (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P, \delta_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^{*P} (n_p)) = \Psi^P (K_{i_q^{*3} j_q^{*3} i_{q+1} j_{q+1}}^P)$. Для значимых конфигураций $\delta_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^{*P3} (n_p)$ функции $\Psi^{*P} (\tilde{K}_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^P, \delta_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^{*P3} (n_p))$ рассчитываются по карте $\tilde{K}_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^P (\delta_{i_{q+1}^{*3} j_{q+1}^{*3}}^{*P} (n_p))$, построенной прямым вычислительным гидродинамическим моделированием. Проверка условий безопасного затопления осуществляется аналогично случаю установки двух плотин.

Обозначим $r_p = n_p r_m (n_p = 1, \dots, n_p^{\max})$ ресурс, выделяемый зоне p для возведения плотин в ее руслах. Представим n_p в виде $n_p = q_1 k_2 + q_2, 0 \leq q_1 \leq D, 0 \leq q_2 < k_2$. Тогда при этом n_p возможен $q_1 + 1$ вариант установки плотин: $q_1 - s$ плотин в СМР и $q_2 + k_2 s$ плотин в малых руслах ($s = 0, \dots, q_1$). Обозначим $q = q_1 - s, n_{sp} = q_2 + k_2 (q_1 - q), i_q^{*3} j_q^{*3} = \arg \max_{i_q^{*3} j_q^{*3}} \Psi^{*P} (\tilde{K}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P (\delta_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^{*P3} (n_{sp}))), \delta_s^{*P} (n_{sp}) = \delta_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^{*P3} (n_{sp}), \Psi_s^{*P} (\tau, n_{sp}) = \Psi^{*P} (\tilde{K}_{i_q^{*3} j_q^{*3}}^P (\delta_s^{*P} (\tau, n_{sp}))), s^* (n_p) = \arg \max_s \hat{\Psi}_s^{*P} (\tau, n_{sp}), \delta^{*P} (\tau, n_p) =$

$$= \delta_s^{*P}(\tau, n_{s^*p}) = (\delta_1^{**P}, \dots, \delta_{M_p}^{**P}), \hat{\Psi}^{**P}(\tau, n_p) = \hat{\Psi}_{s^*p}^{*P}(\tau, n_{s^*p}).$$

Тогда $\Psi^{*P}(\sigma^{*P}(K^P(G_{\tau}^{уст}, n_p)) = \hat{\Psi}^{**P}(\tau, n_p)$, а компоненты векторов $\sigma^{**P}(\tau, n_p)$ определяются равенствами $\sigma_i^{**P} = 1, i = 1, \dots, q_1 - s^*(n_p); \sigma_i^{**P} = 0, i = q_1 - s^*(n_p) + 1, \dots, D_p; \sigma_i^{**P} = \delta_{i-D_p}^{**P}(\tau, n_p); i = D_p + 1, \dots, D_p + M_p$.

1.2.3. Решение задачи (2), (3) на всей территории поймы

При помощи построенных функций $\Psi^{**P}(\tau, n_p), p = 1, \dots, P$, и соответствующих им конфигураций плотин $\delta^{**P}(\tau, n_p)$ и $\sigma^{**P}(\tau, n_p)$ задача (2), (3) приводится к следующей задаче распределения ресурса с параметром k :

$$\Psi(\tau, \mathbf{n}^{(k)}) = \sum_{p=1}^P \Psi^{**P}(\tau, n_p^{(k)}) \rightarrow \max, \\ 0 \leq n_p^{(k)} \leq \tilde{n}_p^{\max}, p = 1, \dots, P; \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^P n_p^{(k)} = k, k = 1, \dots, k_1 k_2; \mathbf{n}^{(k)} = (n_1^{(k)}, \dots, n_P^{(k)}).$$

Задача (6) при каждом значении $k = 1, \dots, k_1 k_2$ ($r^{\max} = k r_m$) решается методом динамического программирования. Ее решениям $\mathbf{n}^{*(k)}, \Psi_k^*(\tau) = \Psi(\tau, \mathbf{n}^{*(k)})$ отвечают конфигурации плотин в СМР и малых руслах $\mathbf{w}_k^*(\tau) = \langle \delta^{**1}(\tau, n_1^{*(k)}), \dots, \delta^{**P_1}(\tau, n_{P_1}^{*(k)}), \sigma^{**P_1+1}(\tau, n_{P_1+1}^{*(k)}), \dots, \sigma^{**P}(\tau, n_p^{*(k)}) \rangle$.

Целевая карта $\tilde{K}(G^{\text{уст}}(\tau), \mathbf{w}_k^*(\tau))$ является приближением карты устойчивого затопления проектной структуры $K_{24}^{Pr}(\tau)$. Однако возможность изменения высот переливных плотин в зонах с СМР позволяет получить закон управления ими, реализующий эту карту для $Q^c \geq Q^{\text{уст}}(\tau)$ в год $\theta > \tau_0$. Для этого серией прямых гидродинамических расчетов с рельефом дна СМР в зонах с номерами $p = P_1 + 1, \dots, P$, имитирующих установку в них одной плотины переменной высоты h_1^p , для каждого значения расхода ГЭС Q^c подбираются решения

$\tilde{h}_1^p(Q_{2022}^c)$ уравнений $H_1^P(h_1^p(Q_{2022}^c)) = H_1^{*P}, p = P_1 + 1, \dots, P$, где H_1^{*P} – высота воды над плотинной зоной p в конфигурации $\mathbf{w}_k^*(\tau)$. Искомый закон управления высотами единственных плотин в зонах СМР имеет вид $h_1^p(Q_0^c) = \tilde{h}_1^p(\varphi^{-1}(Q_0^c, \tau, \theta, L^P))$, где функция φ определена в п. 1.3 первой части статьи [5].

При $r^{\max} = r_{\text{гл}} = r^{\text{lim}}$ также рассматриваются варианты установки одной паводковой плотины с пропускными воротами в главном русле поймы для повышения уровня затопления зон, расположенных выше по течению, за счет снижения уровня затопления зон, расположенных ниже по течению. Обозначим $ij = (L_i, l_j), i \in \{1, \dots, I\}, j \in \{1, \dots, J\}$, вариант размещения плотины, удаленной от ГЭС на расстояние $L_i = i\Delta L$ с шириной ворот $l_j \geq l^{\min}$ (l^{\min} , минимальная для безопасного затопления территории ширина ворот, рассчитываемая из условий задачи (2), (3), а также значение ΔL определяются алгоритмом, изложенным в п. 1.3 первой части статьи [5]). Для каждого варианта алгоритмом, изложенным в п. 1.3 первой части статьи [5], рассчитывается значение $G_{\tau}^{\text{уст}}(L_i) = (\varphi(Q^{\text{уст}}, 2022, \tau, L_i), t^{\text{уст}})$ гидрографа главного русла непосредственно перед моделируемой плотиной. Величина расхода в нижнем бьефе моделируемой плотины после установления его постоянного значения, равного Q_{ij} , определяется прямым численным гидродинамическим моделированием с рассчитанным при помощи алгоритма, изложенного в п. 1.3 первой части статьи [5], гидрографом ГЭС $G_{\tau}^{\text{уст}}(\tau, L_i)$ и измененным в соответствии с конфигурацией ij рельефом дна главного русла. Далее алгоритмом, изложенным в п. 1.3 первой части статьи [5], рассчитываются переменные гидрографы главного русла $G_{\tau}^{\text{уст}}(L) = (\varphi(Q_{2022}^{\text{уст}}, 2022, \tau, L), t^{\text{уст}}), 0 \leq L \leq L_i; G_{\tau}^{\text{уст}}(L) = (\varphi(Q_{ij}, 2022, \tau, L), t^{\text{уст}}), L_i < L$, и строится карта затопления территории $K_{ij}(\tau)$ как композиция соответствующих фрагментов ККМЗ.

Обозначим $i^* j^* = \arg \max_{ij} \Psi(K_{ij}(\tau)), \Psi_{\text{гл}}^*(\tau) = \Psi(K_{i^* j^*}(\tau))$. Решением задачи (2), (3) при



$r = r_{\text{гл}} = r^{\text{lim}}$ является конфигурация $(i^* j^*$ или $\omega_{k_1 k_2}^*(\tau)$), отвечающая значению $\Psi^*(\tau) = \max(\Psi_{k_1 k_2}^*(\tau), \Psi_{\text{гл}}^*(\tau))$.

Задача реализации карты весеннего затопления поймы $K_{i^* j^*}(\tau)$ для $Q^c \geq Q^{\text{уст}}(\tau)$ в год $\theta > \tau_0$ решается с помощью адаптивного управления шириной пропускных ворот плотины в главном русле. Для этого серией прямых гидродинамических расчетов с рельефом дна главного русла, имитирующим установку в нем паводковой плотины, для

каждого значения расхода ГЭС Q^c подбираются решения $\tilde{l}(Q_{2022}^c)$ уравнений $H(l(Q_{2022}^c)) = H^*$, где H^* – высота воды в нижнем бьефе плотины в варианте $i^* j^*$. Искомая формула управления имеет вид $l(Q_0^c) = \tilde{l}(\varphi^{-1}(Q_0^c, \tau, \theta, L_i))$, где функция φ определена в п. 1.3 первой части статьи [5].

Логическая связь между описанными здесь и в первой части статьи [5] алгоритмами построения и решения задачи управления представлена на рис. 1–3. Структурные связи между схемами обозначены соответствующими цветовыми фонами.

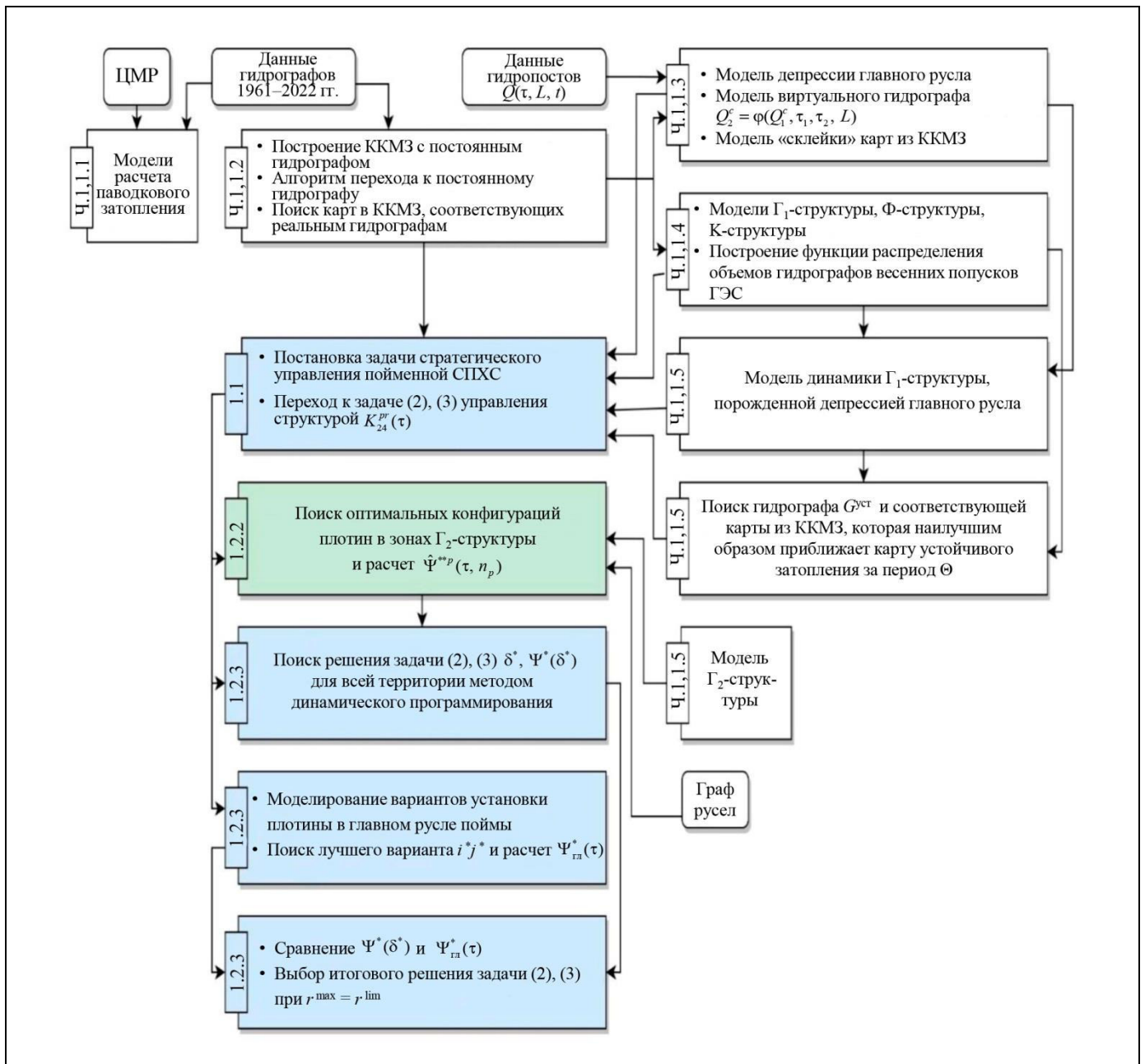
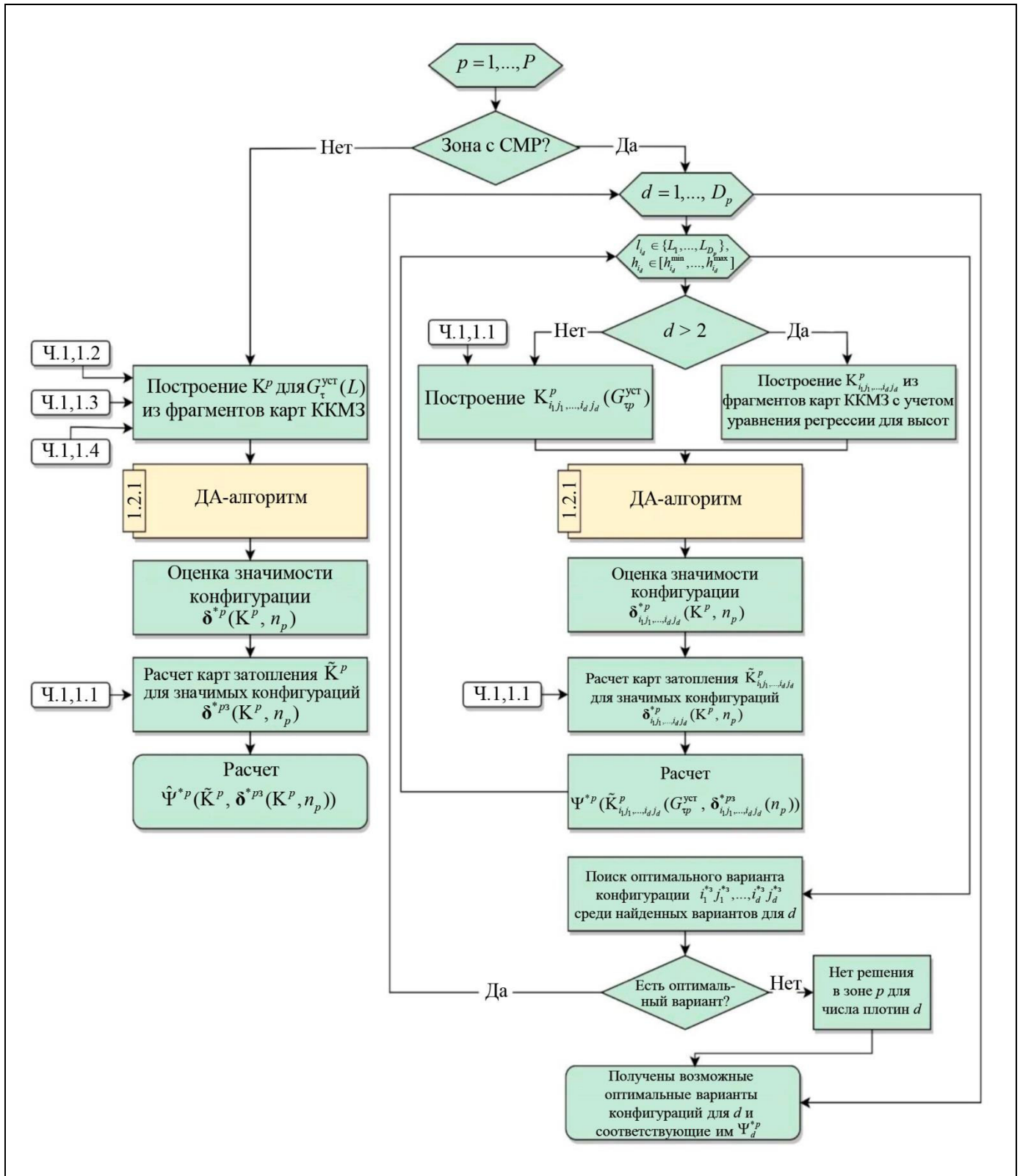


Рис. 1. Общая связь алгоритмов построения и решения задачи управления

Рис. 2. Алгоритм поиска оптимальных конфигураций плотин в зонах структуры Γ_2

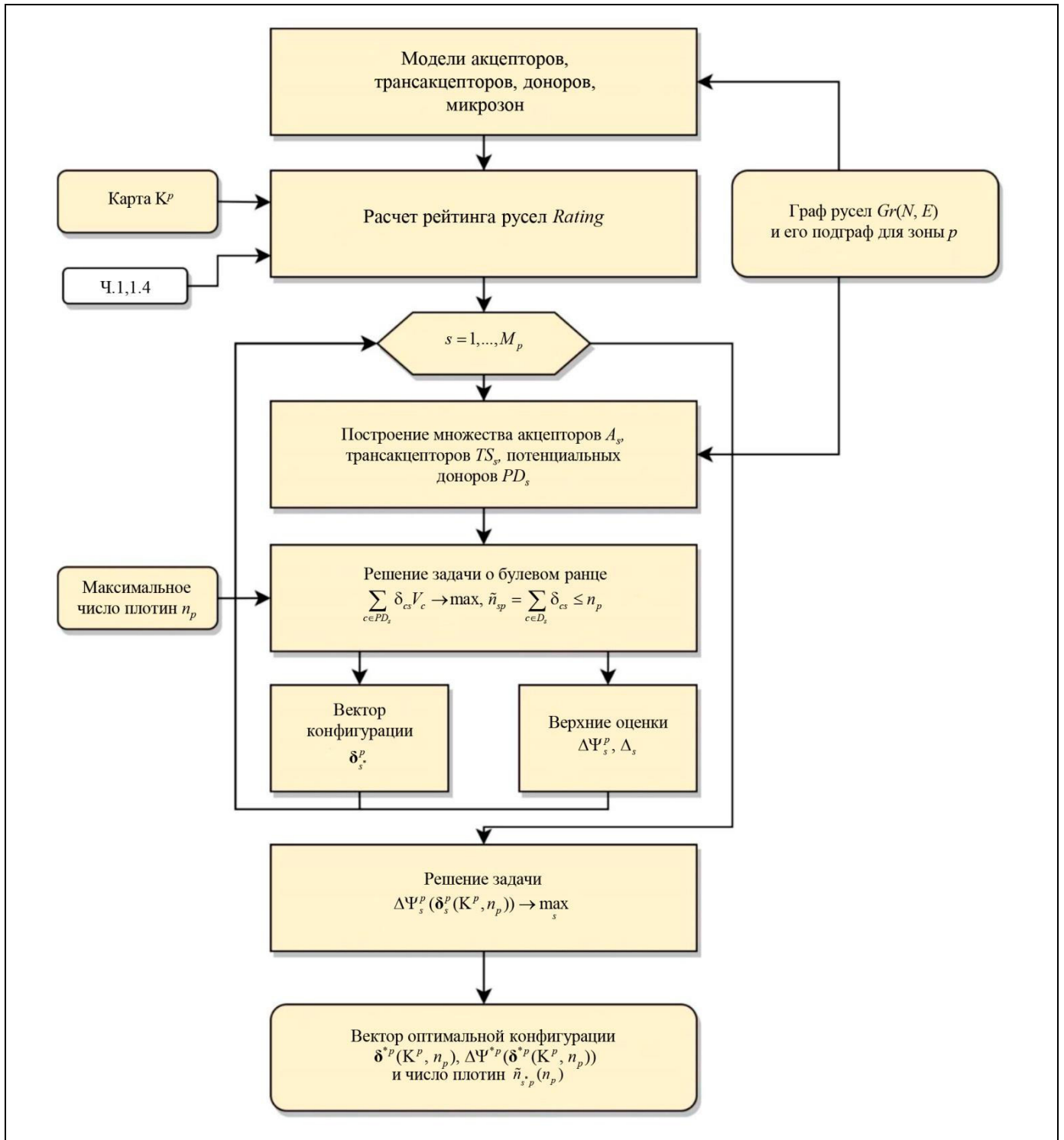


Рис. 3. Алгоритм «доноры – акцепторы»

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТА СТАБИЛИЗАЦИИ УСТОЙЧИВО ЗАТАПЛИВАЕМОЙ ТЕРРИТОРИИ СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ВОЛГО-АХТУБИНСКОЙ ПОЙМЫ

На рис. 4 приведена карта территории и русловой структуры ВАП. Макрозоны В включает в себя

11 зон структуры Γ_2 (границы этих зон указаны на рис. 7). Самую крупную, занимающую около 70 % территории ВАП, зону А (зона 12 структуры Γ_2) образует магистральный рукав р. Волги – р. Ахтуба. Указаны места расположения виртуальных плотин на р. Волге (ПВ₁, ПВ₂, ПВ₃) и на р. Ахтубе (ПА₁, ПА₂, ПА₃)

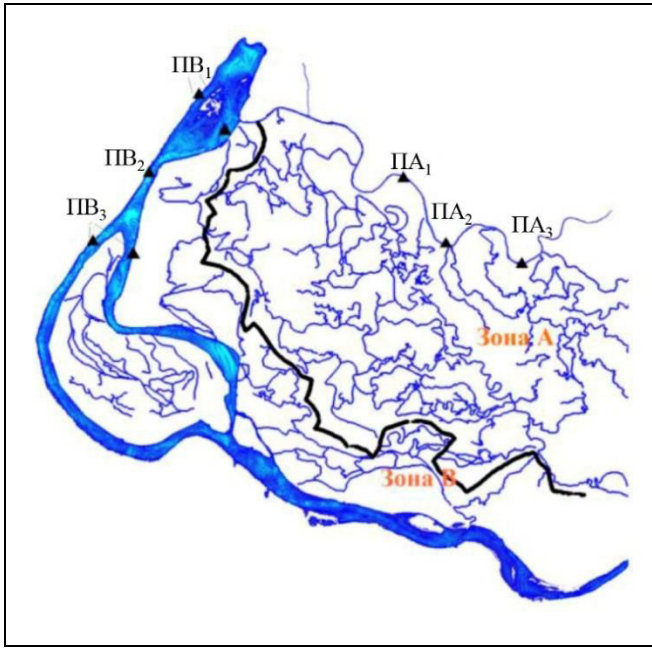


Рис. 4. Карта территории северной части Волго-Ахтубинской поймы.

При численном решении задачи (2), (3) для территории ВАП использовались значения $k_1 = 10, k_2 = 50$. (Итоги исследования показали, что варьирование этих коэффициентов в достаточно большом диапазоне не оказывает влияния на результат решения задачи.) В ВАП р. Ахтуба является СМР, т. е. в расчетах использовались значения $P_1 = 11, P = 12$.

Для исследования влияния погрешности геоинформационного моделирования (равной 0,5 м) на точность гидродинамического моделирования проведена серия вычислительных экспериментов, имитирующих затопление ВАП трапециевидным ступенчатым гидрографом устойчивого затопления $Q_{пр}^{уст}(\theta) = \{16000 + 1650\theta, 0 \leq \theta \leq 5; 24250, 0 < \theta \leq 10; 24250 - 1650\theta, 10 < \theta \leq 15\}$ м³/с, наиболее приближенным к реальному гидрографу весеннего пуска ВГЭС, с псевдослучайным варьированием абсолютных высот ячеек цифровой модели рельефа с амплитудами $\Delta b = \{0,5; 1,0; 1,5\}$ м. Результаты моделирования иллюстрирует рис. 5, на котором приведена динамика площади затопленной территории ВАП S_f и соответствующего ей объема паводковых вод V_f для актуального рельефа территории (базовая модель), а также динамика средних значений этих параметров для из-

мененных рельефов. Максимальные значения относительных погрешностей определения карт наибольшего затопления $\varepsilon(\Delta b)$ (алгоритм расчета описан в первой части статьи [5]) составили: $\varepsilon(0,5) = 0,05; \varepsilon(1,0) = 0,15; \varepsilon(1,5) = 0,40$. Эти результаты подтверждают корректность использования значения 0,05 для характеристики агрегированной относительной погрешности гидродинамического моделирования. В работе [40] показано, что погрешность определения границ зон структуры Γ_2 в ВАП при исследуемом диапазоне параметров гидрографа ВГЭС также не превышает 0,05.

Реализация ДА-алгоритма осуществлена на языке программирования C# с использованием средств стандартной библиотеки и библиотеки Ip_solve версии 5.5. Для решения задачи о ранце библиотека Ip_solve использует модифицированный метод ветвей и границ, адаптированный под решение задач целочисленного линейного программирования.

Анализ результатов применения ДА-алгоритма в 11-ти зонах малых тупиковых русел показал отсутствие значимых конфигураций малых плотин для относительной погрешности моделирования $\varepsilon_m = 0,1$. Эта величина равна наибольшей из погрешностей реализации всех алгоритмов представленного метода – погрешности прогнозирования русловой депрессии до 2052 г. (см. первую часть статьи [5]). Реализация описанного в п. 1.2.2 и п. 1.2.3 алгоритма поиска решения задачи (2), (3) в зоне р. Ахтубы при $\varepsilon_m = 0,1$ и $1 \leq n_{12} < 50$ показала отсутствие эффективных решений. При $50 \leq n_{12} \leq 500$ установлено наличие большого числа значимых конфигураций плотин, отвечающих различным вариантам расположения одной переливной плотины в русле р. Ахтубы и большому числу комбинаций расположения переливных плотин в малых руслах зоны; наличие эффективных решений, отвечающих двум и более плотинам в р. Ахтубе, не установлено. На рис. 6 представлены линии уровней вод р. Ахтубы при $G^{уст}(2052)$ и нескольких вариантах размещения одной и двух переливных плотин (в скобках указаны абсолютные высоты плотин). Значения абсолютных высот переливных плотин и соответствующие им линии отмечены одинаковыми цветами.

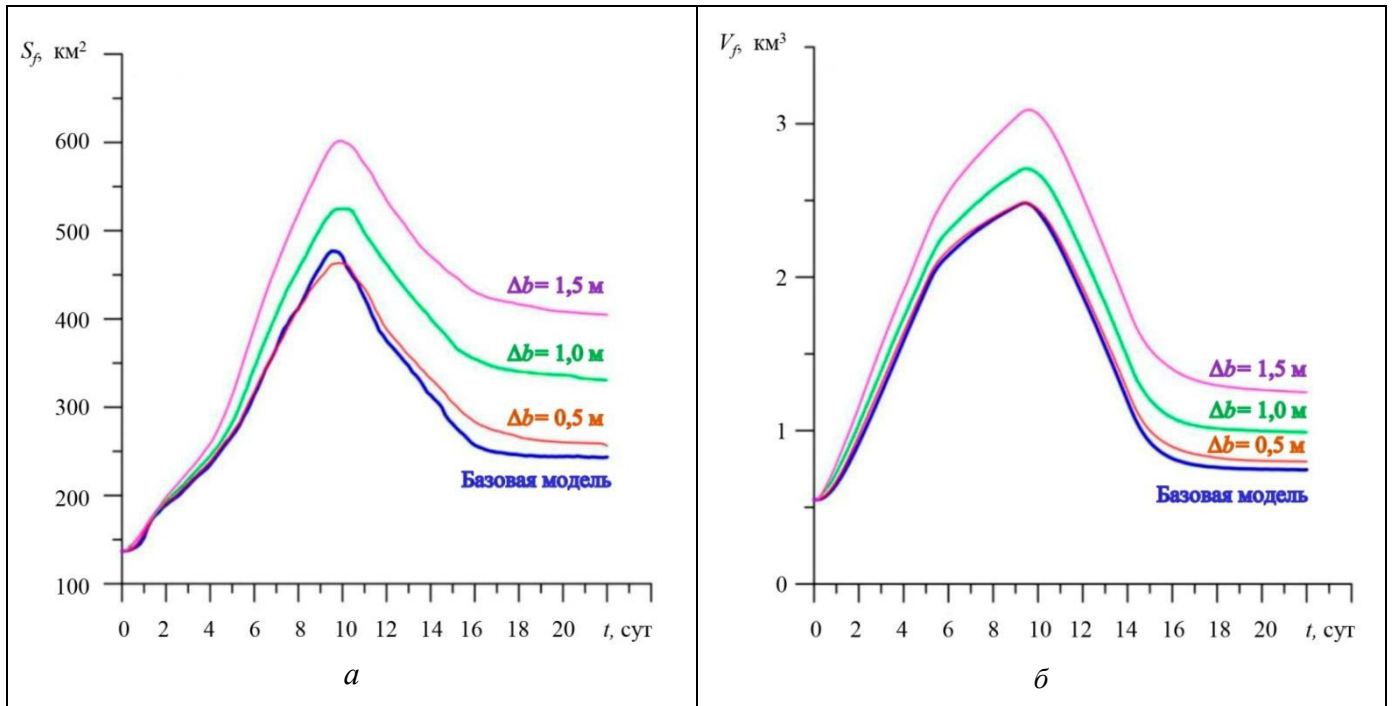


Рис. 5. Результаты моделирования: а – динамика площади затопленной территории ВАП при случайном возмущении ЦМР на 0,5 м, 1,0 м и 1,5 м для гидрографа $Q_{\text{гп}}^{\text{уст}}(t)$, б – соответствующая динамика объема воды

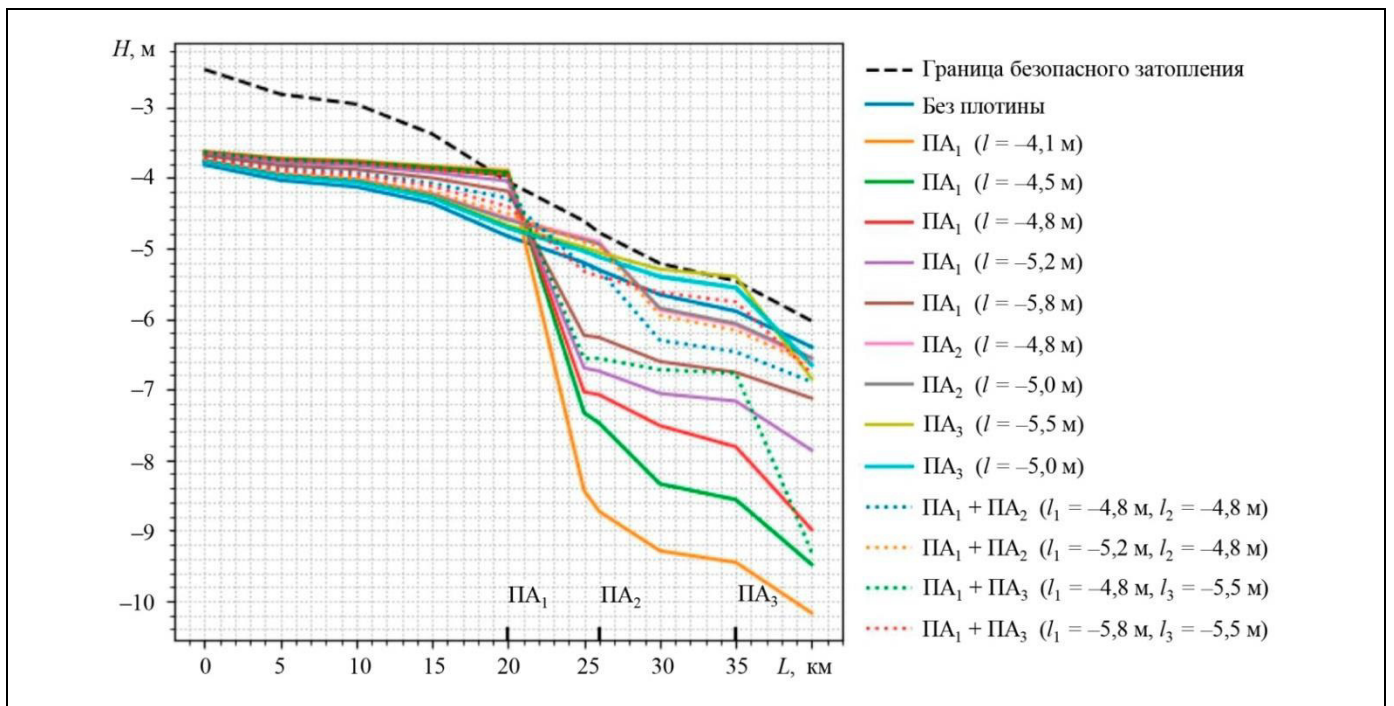


Рис. 6. Зависимость уровня воды в р. Ахтубе для различных вариантов расположения одной (ПА₁, ПА₂, ПА₃) и двух (ПА₁ + ПА₂, ПА₁ + ПА₃) плотин для $G^{\text{уст}}(2052)$

На рис. 7 приведена карта результата реализации проекта в 12-й зоне (А), соответствующая одному из значимых вариантов расположения одной плотины на р. Ахтубе (плотины ПА₃; $l_1 = 35000 \text{ м}$;

$l_2 = -5,0 \text{ м}$) для $n_{12} = 55$ и оптимальной конфигурации 45 плотин в малых руслах зоны. Синим цветом отмечены территории, устойчиво затопляемые в отсутствие плотин; розовым цветом – целе-

вые территории, оставшиеся незатопленными в результате установки плотин; бледно-зеленым цветом – целевые территории, затопленные в результате установки плотины ПА₃; темно-зеленым цветом – целевые территории, дополнительно затопленные в результате оптимального размещения плотин в малых руслах. Проектное приращение площади устойчиво затапливаемой территории для этой конфигурации плотин составляет 16 %.

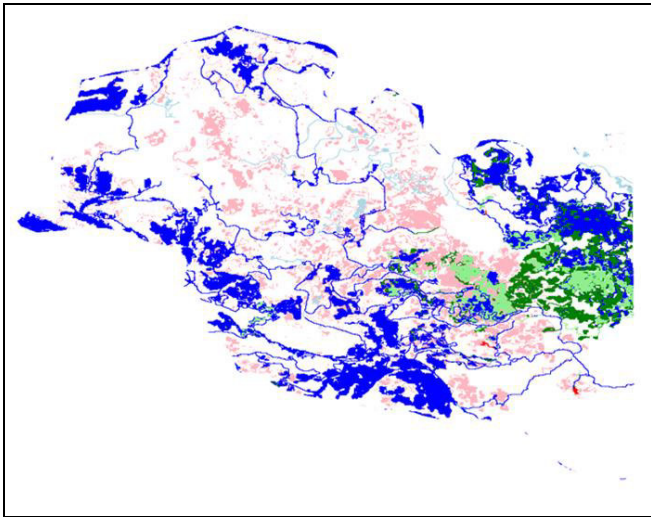


Рис. 7. Карта анализа результата реализации проекта в зоне А с плотиной ПА₃ на р. Ахтубе и оптимальной конфигурации 45 плотин в малых руслах

Как показали результаты исследования, задача (2), (3) при $\varepsilon_m = 0,1$ и $50r_m \leq r^{\max} < 500r_m$ имеет множество решений, соответствующих значениям целевой функции с относительными отличиями менее ε_m . Все решения с точностью ε_m эквивалентны варианту $i_1 = 20000$ м; $j_1 = -4,1$ м (плотина ПА₁) в русле р. Ахтубы и различным конфигурациям плотин в малых руслах зоны А. Другими словами, решение задачи (2), (3) при $\varepsilon_m = 0,05$ и $50r_m \leq r^{\max} < 500r_m$ в пределах погрешности не зависит от значения r^{\max} . С учетом этого обстоятельства наилучшим решением задачи (2), (3), при $50r_m \leq r^{\max} < 500r_m$ можно считать вариант $i_1 = 20000$ м; $j_1 = -4,1$ м (плотина ПА₁) без плотин в малых руслах, отвечающий наименьшему значению проектного ресурса $r^{\max} = 50r_m$. В этом варианте площадь территории, введенной проектом в устойчивое затопление, составляет 81 км² (на рис. 8 эта территория окрашена зеленым цветом). При этом из устойчивого затопления выведена территория площадью 34 км² (на рис. 8 эта территория

окрашена красным цветом). Таким образом, прирост устойчиво затапливаемой территории составляет 25 %.

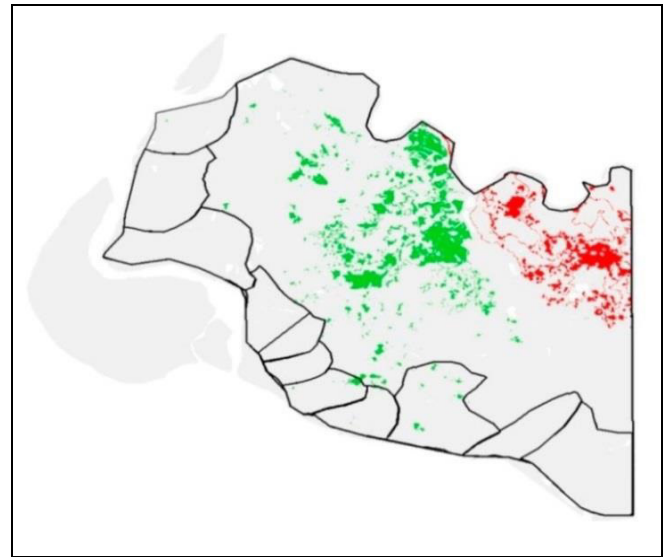


Рис. 8. Проектное изменение территории устойчивого затопления структуры K_{24}^{pr} (2052) для наилучшего решения задачи (2), (3), при $50r_m \leq r^{\max} < 500r_m$

Этот эффект можно объяснить наличием в зоне А длинного сильно разветвленного малого русла (ерика Гнилой – Пахотный) с большой площадью территории его микрзоны. Установка плотины ПА₁ немного ниже этого русла приводит к значительному увеличению направляемого в него объема паводковых вод и, как следствие, к дополнительному затоплению значительной части зоны А при незначительном эффекте перераспределения вод в ее малых руслах путем установки в них малых плотин.

В то же время значительное понижение уровня р. Ахтубы ниже плотины ПА₁ является причиной отсутствия дополнительного эффекта от установки в этой части русла других плотин. Оптимальный режим управления высотой этой плотины для $Q^c \geq Q^{уст}(\tau)$ при $\theta > \tau_0$, рассчитанный при помощи линейной регрессии $h_1^{12}(Q_{2022}^c) = -0,00088Q_{2022}^c + 15,48$, построенной по результатам вычислительных экспериментов, с учетом формулы (3) из первой части статьи [5] имеет вид

$$h_1^{12}(Q_0^c) = -0,00088Q_0^c - 0,0611\theta + 138,52. \quad (7)$$

Для поиска решения задачи (2), (3) при $r^{\max} = r^{\lim}(k = 500)$ в ходе вычислительных экспериментов, имитирующих варианты размещения

одной плотины в русле р. Волги для $L_i = 7500i$ м ($i = 1, \dots, 3$); $l_j = 100 + 50j$ м ($j = 1, \dots, 16$), с помощью алгоритмов, изложенных в п. 1.3 первой части статьи [5], и ККМЗ строились карты $K_{ij}(2052)$ затопления территории ВАП и рассчитывались значения функций $\Psi(K_{ij}(2052))$.

На рис. 9 представлены рассчитанные линии уровней вод р. Волги при $G^{ycr}(2052)$ для нескольких вариантов размещения одной плотины. Анализ результатов исследования показывает, что варианты $(L_1, l_{14}) = (7500 \text{ м}, 800 \text{ м})$; $(L_2, l_3) = (7500 \text{ м}, 250 \text{ м})$; $(L_3, l_1) = (22500 \text{ м}, 150 \text{ м})$, соответствующие границе безопасного затопления, обеспечивают максимальные (неразличимые в пределах $\varepsilon_m = 0,1$) значения функции Ψ и постпроектные структуры $K_{24}^{pr}(2052)$. С учетом этого обстоятельства наилучшим выбором можно считать вариант $(L_1, l_{14}) = (7500 \text{ м}, 800 \text{ м})$ плотины ПВ₁, имеющий наибольшее значение ширины пропускных ворот. На рис. 10 приведены зависимости соответствующих этому решению значений СПХ-критериев Ψ_m ($m = 1, \dots, 8$) от ширины пропускных ворот l .

На рис. 11 зеленым цветом отмечено проектное приращение территории устойчивого затопления

структуры $K_{24}^{pr}(2052)$ по сравнению с прогнозной структурой $K_{24}^{mod}(2052)$ для плотины ПВ₁ ($L = 8500$ м, $l = 800$ м). Красным цветом отмечены территории, выведенные из устойчивого затопления. Соответствующее этому решению приращение площади территории устойчивого затопления в зоне А составляет 146 км^2 при выводе из устойчивого затопления территории площадью 13 км^2 в макрозоне В.

Увеличившаяся на 79 % постпроектная величина относительной площади устойчиво безопасно затопляемой территории равна 0,34.

Полученная целевая карта устойчиво затопляемой территории в зоне А может быть реализована в год $\theta \geq 2022$, $22250 \leq Q^c \leq 28000 \text{ м}^3/\text{с}$, при режиме управления шириной пропускных ворот

$$l_{ПВ_1}^*(\tau, Q^c) = 0,12Q^c - 7,78\theta + 13860, \quad (8)$$

рассчитанном при помощи линейной регрессии, построенной по результатам вычислительных экспериментов (см. п. 1.2.3), с учетом формулы (3) из первой части статьи [5]. Таким образом, оптимальные параметры данного проекта обеспечивают в зоне А стабильность структуры $K_{24}^{pr}(\tau)$ и при $\tau > 2052$.

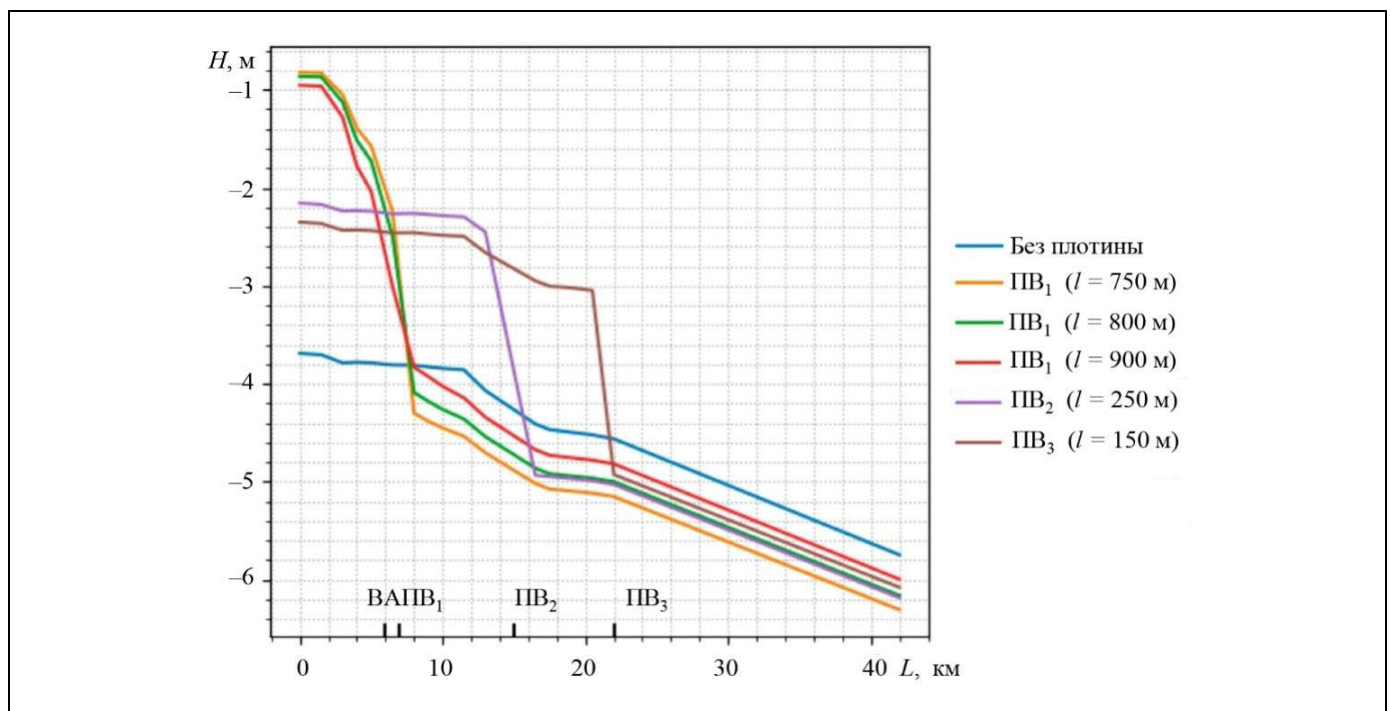


Рис. 9. Зависимость абсолютных значений уровня р. Волги от ширины пропускных ворот плотин ПВ₁, ПВ₂, ПВ₃ для $G^{ycr}(2052)$

(L – расстояние от ВГЭС, ВА – место входа в Волго-Ахтубинский канал)

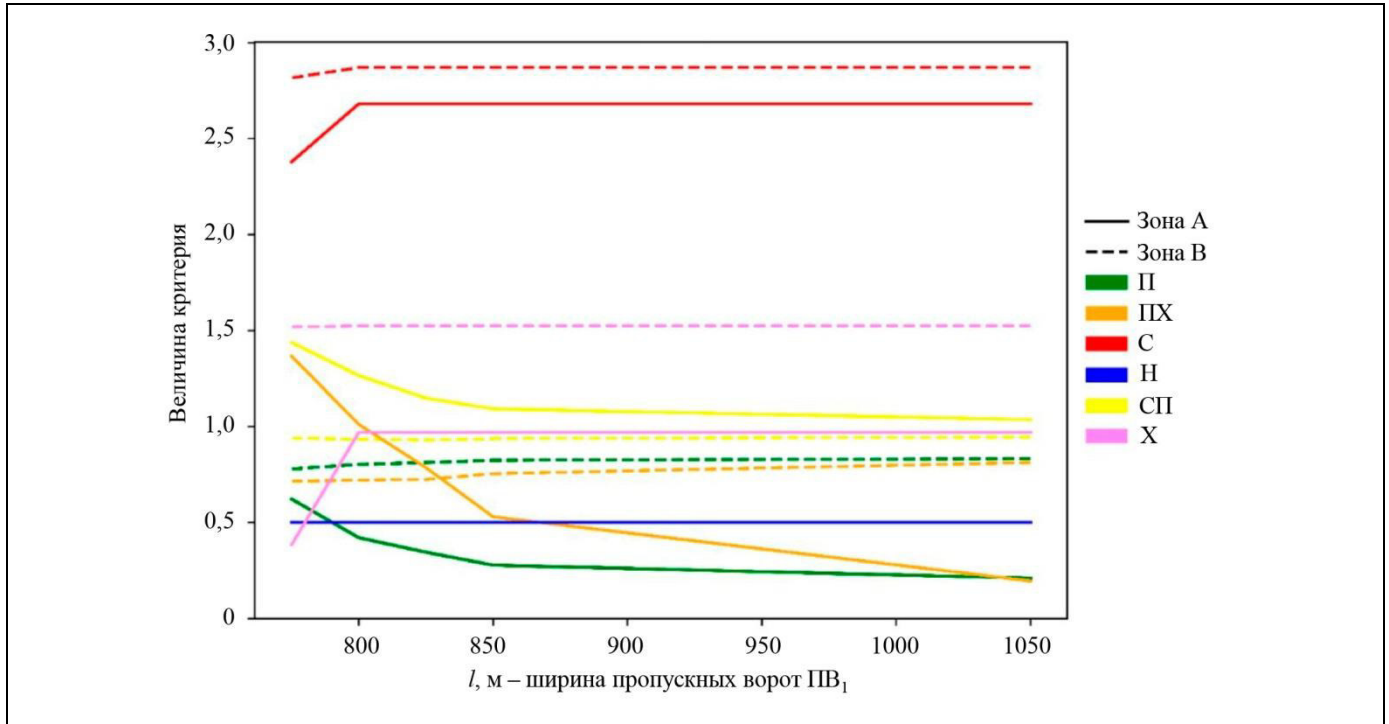


Рис. 10. Зависимости значений территориальных СПХ-потенциалов (П – природный, ПХ – природохозяйственный, С – социальный, Н – неопределенный, СП – социоприродный, X – хозяйственный) зон А и В К-структуры K_{24}^{pr} (2052) от ширины пропускных ворот плотины ПВ₁

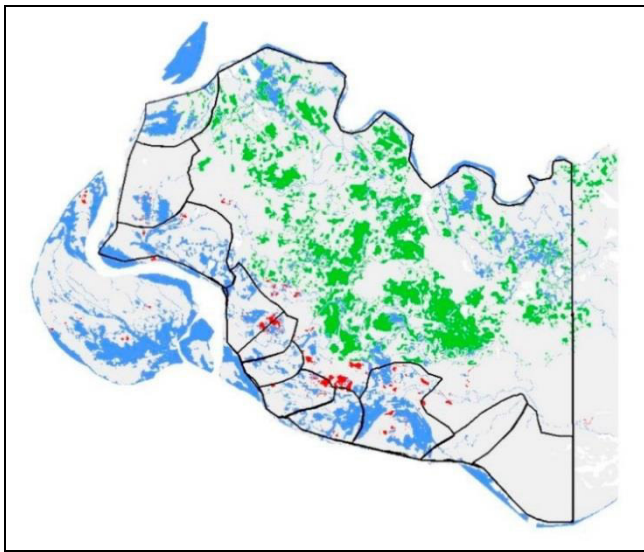


Рис. 11. Проектное изменение территории устойчивого затопления структуры K_{24}^{pr} (2052) для решения задачи (2), (3) при $r^{\max} = r^{\lim}$: плотины ПВ₁ ($L=8\ 500\text{ м}$, $l=800\text{ м}$).

Относительная погрешность режимов управления плотинами (7) и (8), определяемая погрешностями каждого этапа моделирования, превышает 0,1, что может поставить под сомнение их практическую пригодность. Действительно, эти выражения показывают лишь возможность использования плотин за пределами горизонта моделирования.

Фактический режим управления плотинами должен рассчитываться ежегодно на основе актуальных данных о рельефе и планируемых параметрах весенних паводков ГЭС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлена вторая часть методов и алгоритмов комплексной модели управления устойчивым развитием пойменных СПХС на основе гидротехнических проектов стабилизации их гидрологического режима и проектов социоэкономического развития. Целью управления является достижение и поддержание определяющей эффективности СПХС оптимальной квазистационарной комплексной структуры пойменной территории, характеризующейся наилучшим проектно достижимым соответствием функционального назначения фрагментов ее территории характеру их весеннего паводкового затопления. Реализация развитого подхода для конкретных пойменных СПХС опирается на созданный эвристический метод оптимизации, методы экспертного оценивания, геоинформационного, численного гидродинамического моделирования, высокопроизводительные вычисления, методы статистического анализа данных природных наблюдений и результатов вычислительных экспериментов.



Представлены результаты реализации развитого подхода для поиска оптимальных гидротехнических проектов обеспечения устойчивого оптимального безопасного весеннего затопления территории Волго-Ахтубинской поймы с учетом пространственной неоднородности эффекта русловой деградации р. Волги. Полученные результаты показывают, что оптимальное размещение на р. Ахтубе одной переливной плотины, функционирующей в период весеннего попуска ВГЭС, позволяет увеличить общую площадь устойчиво затопляемой территории ВАП в период 2038–2068 гг. на 25 %, а оптимальное размещение на р. Волге одной плотины, функционирующей в период весеннего попуска ВГЭС, вблизи начала Волго-Ахтубинского канала с оптимальной адаптивной шириной пропускных ворот – на 79 %. При этом доля дополнительного перебрасываемого объема вод из р. Волги в р. Ахтубу в период весеннего попуска составляет в среднем около 5 %. Следует отметить, что использование линейной по времени функции депрессии, завышающей оценку негативного эффекта, позволяет использовать найденные оптимальные режимы функционирования паводковых плотин в качестве их гарантированных верхних оценок. Уточнение модели русловой депрессии является предметом будущих исследований.

В настоящем исследовании при обсуждении вариантов расположения паводковой плотины на р. Волге не учитывались условия судоходства, а также специальные аспекты гидротехнического проектирования. Авторы полагают, что результаты настоящего исследования могут послужить поводом для детальной проработки данного и подобных ему гидропроектов как составной части стратегий устойчивого развития СПХС пойм зарегулированных рек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Векслер А.Б., Доненберг В.М. Переформирование русла в нижних бьефах крупных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 217 с. [Veksler, A.B., Donenberg, V.M. Reshaping the Channel in the Development of Large Power Plants. – М.: Energoatomizdat, 1983. – 217 s. (In Russian)]
2. Иванов В.В., Коротаев В.Н. Влияние гидроузлов на деформации пойменных берегов и русловых форм в низовьях реки Волги и Кубани // Эрозия почв и русловые процессы. – 2008. – Вып. 16. – С. 224–242. [Ivanov, V.V., Korotayev, V.N. Vliyaniye gidrouzlov na deformatsii poymennykh beregov i ruslovykh form v nizov'yakh reki Volgi i Kubani // Eroziya pochv i ruslovyye protsessy. – 2008. – Iss. 16. – P. 224–242. (In Russian)]
3. Александровский А.Ю., Силаев Б.И., Чуканов В.В. Влияние русловых деформаций в нижнем бьефе на условия работы энергетического оборудования ГЭС // Гидротехническое строительство. – 2002. – № 11. – С. 20–23. [Aleksandrovskiy, A.Yu., Silayev, B.I., Chukanov, V.V. Vliyaniye ruslovykh deformatsiy v nizhnem b'yefe na usloviya raboty energeticheskogo oborudovaniya GES // Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo. – 2002. – No. 11. – P. 20–23. (In Russian)]
4. Асарин А.Е., Ткачев К.В. Русловые деформации в нижнем бьефе волгоградского гидроузла и возможности их ограничения // Гидротехническое строительство. – 2014. – № 12. – С. 54–58. [Asarin, A.Ye., Tkachov, K.V. Ruslovyye deformatsii v nizhnem b'yefe volgogradskogo gidrouzla i vozmozhnosti ikh ogranicheniya // Gidrotekhnicheskoye stroitel'stvo. – 2014. – No. 12. – P. 54–58. (In Russian)]
5. Исаева И.И., Харитонов М.А., Васильченко А.А., и др. Устойчивое развитие пойменных территорий зарегулированных рек. Ч. 1. Моделирование динамики комплексной структуры пойменных территорий // Проблемы управления. – 2023. – № 6. – С. 42–55. – DOI: <http://doi.org/10.25728/pu.2023.6.4>. [Isaeva, I.I., Kharitonov, M.A., Vasilchenko, A.A., et al. Sustainable Development of Floodplain Territories of Regulated Rivers. Part I: Modeling Complex Structure Dynamics // Control Sciences. – 2023. – No. 6. – P. 35–47. – DOI: <http://doi.org/10.25728/cs.2023.6.4>.]
6. Горелиц О.В., Землянов И.В. Современный механизм заливания территорий Волго-Ахтубинской поймы в период половодья (в пределах Волгоградской области) // Научный потенциал регионов на службу модернизации. – Астрахань. – 2013. – № 2 (5). – С. 9–18. [Gorelits, O.V., Zemlyanov, I.V. Sovremennyy mekhanizm zalivaniya territoriy Volgo-Akhtubinskoy poymy v period polovod'ya (v predelakh Volgogradskoy oblasti) // Nauchnyy potentsial regionov na sluzhbu modernizatsii. Astrakhan'. – 2013. – No. 2 (5). – P. 9–18. (In Russian)]
7. Преснякова А.Н., Писарев А.В., Храпов С.С. Исследование динамики затопления территории Волго-Ахтубинской поймы по данным космического мониторинга // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2017. – № 1 (38). – С. 66–74. [Presnyakova, A.N., Pisarev, A.V., Khrapov, S.S. Issledovaniye dinamiki zatopeniya territorii Volgo-Akhtubinskoy poymy po dannym kosmicheskogo monitoringa // Matematicheskaya fizika i komp'yuternoye modelirovaniye. – 2017. – No. 1 (38). – P. 66–74. (In Russian)]
8. Болгов М.В., Шаталова К.Ю., Горелиц О.В. и др. Водно-экологические проблемы Волго-Ахтубинской поймы // Экосистемы: экология и динамика. – 2017. – Т. 1, № 3. – С. 15–37. [Bolgov, M.V., Shatalova, K.Yu., Gorelits, O.V., et al. Vodno-ekologicheskiye problemy Volgo-Akhtubinskoy poymy // Ekosistemy: ekologiya i dinamika. – 2017. – Vol. 1, no. 3. – P. 15–37. (In Russian)].
9. Землянов И.В., Горелиц О.В., Павловский А.Е. и др. Анализ экологических последствий эксплуатации Волгоградского водохранилища для сохранения биоразнообразия основных водно-болотных территорий Нижней Волги. Отчет о НИР. – М.: ФГУ «ГОИН», 2010. – 675 с. [Zemlyanov, I.V., Gorelits, O.V., Pavlovskiy, A.Ye., et al. Analiz ekologicheskikh posledstviy ekspluatatsii Volgogradskogo vodokhranilishcha dlya sokhraneniya bioraz-noobraziya osnovnykh vodnolotnykh territoriy Nizhney Volgi. Otchet o NIR. – М.: FGU «GOIN», 2010. – 675 s. (In Russian)]
10. Ryan, R., Kira, S., Ryan, A., et al. Degradation of Floodplain Integrity within the Contiguous United States // Communications Earth and Environment. – 2023. – Vol. 4, no. 1. – DOI: <https://doi.org/10.1038/s43247-023-00877-4>.

11. *Naseer, A., Xiangzhou, X., Manuel, E., et al.* The Use of Check Dams in Watershed Management Projects Examples from Around the World // *Science of the Total Environment*. – 2019. – Vol. 676. – P. 683–691. – DOI: 10.1016/j.scitotenv.2019.04.249
12. *Lucas-Borja, M.E., Piton, G., Nichols, M., Castillo, C., Yang, Y., Zema, D.A.* The Use of Check Dams for Soil Restoration at Watershed Level: A Century of History and Perspectives // *Science of the Total Environment*. – 2019. – Vol. 692. – P. 37–38. – DOI: 10.1016/j.scitotenv.2019.07.248.
13. *Yi, Z., Xiangdong, M., Bing, W., et al.* Effects of Soil and Water Conservation Measures on Sediment Delivery Processes in a Hilly and Gully Watershed // *Journal of Hydrology*. – 2023. – Vol. 616. – Art. no. 128804. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.128804>
14. *Polyakov, V.O., Nichols, M.H., McClaran, M.P., et al.* Effect of Check Dams on Runoff, Sediment Yield, and Retention on Small Semiarid Watersheds // *Journal of Soil and Water Conservation*. – 2014 – Vol. 69, No. 5. – P. 414–421. – DOI: doi:10.2489/jswc.69.5.414.
15. *Norman, L. M., Brinkerhoff, F., Gwilliam, E., et al.* Hydrologic Response of Streams Restored with Check Dams in the Chiricahua Mountains // *River Research and Applications*. – 2015. – Vol. 32, no. 4. – P. 519–527. – DOI: 10.1002/tra.2895.
16. *Etefa, G., Amaury, F., Amanuel, Z., et al.* Effects of Check Dams on Runoff Characteristics Along Gully Reaches, the Case of Northern Ethiopia // *Journal of Hydrology*. – 2017. – Vol. 545. – P. 299–309. – DOI: 10.1016/j.jhydrol.2016.12.019.
17. *Djuma, H., Bruggeman A., Camera, C., Eliades, M., Kostarelos, K.* The Impact of a Check Dam on Groundwater Recharge and Sedimentation in an Ephemeral Stream // *Water*. – 2017. – Vol. 9, no. 11. – Art. no. 813. – DOI: 10.3390/w9100813.
18. *Yuan, S., Li, Z., Chen, L., Li, P., Zhang, Z.* Influence of Check Dams on Flood Hydrology Across Varying Stages of Their Lifespan in a Highly Erodible Catchment Loess Plateau of China. – *CATENA*. – 2022. – Vol. 210. – Art. no. 105864. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.catena.2021.105864>.
19. *Ran, Q., Tang, H., Wang, F., Gao, J.* Numerical Modelling Shows an Old Check-Dam still Attenuates Flooding and Sediment Transport // *Earth Surface Processes and Landforms*. – 2021. – Vol. 46, no. 4. – P. 1–19. – DOI: 10.1002/esp.5123.
20. *Tang, H., Pan, H., Ran, Q.* Impacts of Filled Check Dams with Different Deployment Strategies on the Flood and Sediment Transport Processes in a Loess Plateau Catchment // *Water*. – 2020. – Vol. 12, no. 5. – Art. no. 1319. – DOI: 10.3390/w12051319.
21. *Наумова Т.В., Кушер А.М., Пикалова И.Ф.* Повышение эффективности эксплуатационных мероприятий по снижению захвата наносов в водозаборы оросительных систем // *Вестник МГСУ*. – 2019. – Т. 14. – № 9 (132). – С. 1167–1179. [*Naumova, T.V., Kusher, A.M., Pikalova, I.F.* Improving the Efficiency of Operational Measures to Reduce Sediment Uptake into Irrigation System Intakes // *Bulletin of the MGSU*. – 2019. – Vol. 14, no. 9 (132). – P. 1167–1179. (In Russian)]
22. *Gil-García, L., Gonz'alez-L'opez, H., Dionisio P'erez-Blanco, C.* To Dam or not to Dam? Actionable Socio-Hydrology Modeling to Inform Robust Adaptation to Water Scarcity and Water Extremes // *Environmental Science and Policy*. – 2023. – Vol. 144. – P. 74–87. – DOI: 10.1016/j.envsci.2023.03.012.
23. *Karakatsanis, D., Patsialis, T., Kalaitzidou, K., et al.* Optimization of Dam Operation and Interaction with Groundwater: An Overview Focusing on Greece Citation // *Water*. – 2023. – Vol. 15. – Art. no. 3852. – DOI: <https://doi.org/10.3390/w15213852>.
24. *Gao, Y., Yang, L., Song, Y., Tian, J., Yang, M.* Designing Water-Saving-Ecological Check Dam Sites by a System Optimization Model in a Region of the Loess Plateau, Northwest China // *Ecological Informatics*. – 2022. – Vol. 72. – Art. no. 101887. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecoinf.2022.101887>.
25. *Plateau, L., Huang, J., Hinokidani, O., Yasud, H., Chandra S., et al.* Effects of the Check Dam System on Water Redistribution in the Chinese // *Journal of Hydrologic Engineering ASCE*. – 2013. – Vol. 18, no. 18. – P. 929–940. – DOI: 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000689.
26. *Huang, J., Fu, Q., Osamu, H., Wang, B.* Numerical Analysis of Water Budget Process of Check Dam System in Small Basin on Loess Plateau // *Nongye Gongcheng Xuebao/Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*. – 2011. – Vol. 27, no. 7. P. 51–57. – DOI:10.3969/j.issn.1002-6819.2011.07.009.
27. *Любимова Т.В., Латыш А.А.* Динамика изменения уровня подземных вод в зоне грунтовых плотин // *Геология, география и глобальная энергия*. – 2020. – № 4 (79). – С. 84–88. [*Lyubimova, T., Latysh, A.* Dynamics of Changes in the Ground Water Level in the Area of Underground Dams // *Geology, Geography and Global Energy*. – 2020. – No. 4 (79). – P. 84–88. (In Russian)]
28. *Tang, R., Dai, Z., Mei, X., Lou, Y.* Joint Impacts of Dams and Floodplain on the Rainfall-Induced Extreme Flood in the Changjiang (Yangtze) River // *Journal of Hydrology*. – 2023. – Vol. 627. – Art. no. 130428. – DOI: 10.1016/j.jhydrol.2023.130428.
29. *Yazdi, J., Sabbaghian Moghaddam, M., Saghafian, B.* Optimal Design of Check Dams in Mountainous Watersheds for Flood Mitigation // *Water Resources Management*. – 2018. – Vol. 32. – P. 4793–4811. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s11269-018-2084-4>.
30. *Стефанишин Д.В.* Управление рисками от паводков на плотинах и затапливаемых территориях при стохастической неопределенности максимального речного стока // *Известия Всероссийского научно-исследовательского института гидротехники им. Б.Е. Веденеева*. – 2007. – Т. 249. – С. 78–85. [*Stefanishin, D.* Flood Risk Management in Dams and Flooded Areas with Stochastic Uncertainty of Maximum River Flow // *Proceedings of the All-Russian Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering Named after B.E. Vedeneev*. – 2007. – Vol. 249 – P. 78–85. (In Russian)]
31. *Яценко Е.С., Анисимова Д.А.* Оценка последствий гидродинамической аварии на склюихинском водохранилище по имитационным параметрам волны прорыва плотины // *Известия Алтайского государственного университета*. – 2014. – № 3–2 (83). – С. 140–143. [*Yatsenko, E., Anisimova, D.* Assessment of the Consequences of the Hydrodynamic Accident at the Sklyukhinsky Reservoir by Simulation Parameters of the Dam Breakout Wave // *Proceedings of the Altai State University*. – 2014. – No. 3–2 (83). – P. 140–143. (In Russian)]
32. *Веремеюк В.В., Ивашечкин В.В., Немецовец О.В.* Моделирование процесса изменения уровней в каскаде из двух русловых водохранилищ при пропуске полового // *Наука и техника*. – 2019. – Т. 18. – № 2. – С. 146–154. [*Veremenyuk, V., Ivashchkin, V., Nemerovets, O.* Modeling of the Pro-



- cess of Changing Levels in a Cascade of Two Channel Reservoirs during High Water // *Science and Technology*. – 2019. – Vol. 18, no. 2. – P. 146–154. (In Russian)]
33. *Квасов П.А.* Новые подходы к стратегии строительства противопаводковых сооружений // *Символ науки: международный научный журнал*. – 2015. – № 12-1. – С. 49–53. [Kvasov, P. New Approaches to the Strategy for the Construction of Flood Defences // *Symbol of Science: An International Scientific Journal*. – 2015. – No. 12-1. – P. 49–53. (In Russian)]
34. *Фалеев М.И., Черных Г.С., Старостин А.С.* Оценка опасностей и угроз, обусловленных катастрофическими наводнениями, и предложения по защите населения и территорий от них // *Стратегия гражданской защиты: проблемы и исследования*. – 2014. – Т. 4. – № 2 (7). – С. 18–32. [Faleev, M., Chernykh, G., Starostin, A. Assessment of Hazards and Threats Caused by Catastrophic Floods and Proposals for Protecting the Population and Territories from Them // *Civil Protection Strategy: Problems and Research*. – 2014. – Vol. 4, no. 2(7). – P. 18–32. (In Russian)]
35. *Conesa-García, C., López-Bermúdez, F., García-Lorenzo, R.* Bed Stability Variations after Check Dam Construction in Torrential Channels (South-East Spain) // *Earth Surface Processes and Landforms*. – 2007. – Vol. 32 (14). – P. 2165–2184. – DOI: 10.1002/esp.1521.
36. *Zema, D., Bombino, G., Denisi, P., Lucas-Borja, M., Zimbone, S.* Evaluating the Effects of Check Dams on Channel Geometry, Bed Sediment Size and Riparian Vegetation in Mediterranean Mountain Torrents // *Science of the Total Environment*. – 2018. – Vol. 642. – P. 327–340. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.06.035>.
37. *Mulat, K., Tegegne, A.* Future Hydrology of the Upper Blue Nile River Basin and Its Impact on the Grand Ethiopian Renaissance Dam Water Resource System: A Review // *Hydrological Sciences Journal*. – 2023. – Vol. 68, iss. 5. – P. 734–744. – DOI: 10.1080/02626667.2023.2179878.
38. *Болгов М.В., Беляев А.И.* Водные проблемы нижней Волги: основные факторы и компенсирующие мероприятия // *Известия РАН. Серия географическая*. – 2023. – Т. 87. – № 6. – С. 862–874. [Bolgov, M.V., Belyaev, A.I. Water Problems of the Lower Volga: The Main Factors and Compensating Measures // *News of the Russian Academy of Sciences. The Series is Geographical*. – 2023. – Vol. 87, no. 6. – P. 862–874. (In Russian)]
39. *Costachea, R., Abdoe, H., Mishraf, A., et al.* Using Fuzzy and Machine Learning Iterative Optimized Models to Generate the Flood Susceptibility Maps: Case Study of Prahova River Basin, Romania // *Geomatics, Natural Hazards and Risk*. – 2023. – Vol. 14. – No. 1. – DOI: <https://doi.org/10.1080/19475705.2023.2281241>.
40. *Voronin, A., Vasilchenko, A., Khoperskov, A.* Project Optimization for Small Watercourses Restoration in the Northern Part of the Volga-Akhtuba Floodplain by the Geoinformation and Hydrodynamic Modeling // *Journal of Physics: Conf. Series*. – 2018. – Vol. 973. – P. 1–10. – URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/973/1/012064/pdf>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.В. Кульбой.

Поступила в редакцию 11.07.2023,
после доработки 06.12.2023.
Принята к публикации 07.12.2023.

Исаева Инесса Игоревна – мл. науч. сотрудник,
✉ isaeva-inessa@mail.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3045-6757>

Харитонов Михаил Алексеевич – канд. техн. наук,
✉ kharitonov@volsu.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2115-1591>

Васильченко Анна Анатольевна – канд. техн. наук,
✉ aa-vasilchenko@mail.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0008-5638-912X>

Воронин Александр Александрович – д-р физ.-мат. наук,
✉ voronin.prof@gmail.com
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7912-9963>

Хоперсков Александр Валентинович – д-р физ.-мат. наук,
✉ khoperskov@volsu.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0149-7947>

Кликунова Анна Юрьевна – ст. преподаватель,
✉ klikunova@volsu.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4055-4601>

Волгоградский государственный университет, г. Волгоград

© 2024 г. Исаева И.И., Харитонов М.А., Васильченко А.А., Воронин А.А., Хоперсков А.В., Кликунова А.Ю.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF FLOODPLAIN TERRITORIES OF REGULATED RIVERS.

PART II: Designing an Effective Territory Structure Management System

I. I. Isaeva*, M. A. Kharitonov**, A. A. Vasilchenko***, A. A. Voronin****,
A. V. Khoperskov*****, and A. Yu. Klikunova*****

Volgograd State University, Volgograd, Russia

*✉ isaeva-inessa@mail.ru, **✉ kharitonov@volsu.ru, ***✉ aa-vasilchenko@mail.ru, ****✉ voronin.prof@gmail.com,
*****✉ khoperskov@volsu.ru, *****✉ klikunova@volsu.ru

Abstract. Part II of the study presents an approach to designing a sustainable management system for the environmental socio-economic systems (ESESs) of floodplain territories based on hydro-technical projects on their hydrological regime stabilization. The general strategic development task of a floodplain ESES is formulated as a long-term constrained optimization problem of its environmental socio-economic potentials. To reduce parametric uncertainty, this problem is transformed into that of finding optimal locations for installing flood dams in floodplain channels and their adaptive operation modes during the spring releases of hydroelectric power stations (HPSs) in order to implement the target stable design-achievable complex structure of the floodplain territory that ensures socio-economic safety and the sustainable flooding of the floodplain ecosystem's biotope. The problem is solved using an original empirical "donor-acceptor" optimization method in combination with other exact methods of optimization, expert assessment, geoinformation and numerical hydrodynamic modeling, as well as high-performance computing, the statistical analysis of natural observation data, and the results of computational experiments. The approach is applied to find the optimal locations and operation modes of flood dams that ensure the sustainable safe spring flooding of the Volga–Akhtuba floodplain territory considering the spatially heterogeneous depression effect of the Volga riverbed. This study neglects the conditions of navigation on the Volga during the spring release of the Volzhsk HPS and other hydro-technical design aspects.

Keywords: sustainable development, territorial structure control, hydrotechnical projects, high-performance computing, hydrodynamic modeling, Volga–Akhtuba floodplain.

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-21-00176, <https://rscf.ru/project/23-21-00176/>.

АНАЛИЗ АГРЕГАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ В АЛГОРИТМЕ СТАЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

А. Ю. Ефремов

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

✉ andre@ipu.ru

Аннотация. Исследована задача агрегации группы мобильных роботов в свободном пространстве в предположении, что робот имеет информацию только о положении и курсе ближайших соседей, дополнительная информация, такая как групповая цель, у него отсутствует. Подобная задача является первым этапом выполнения миссии группой роботов; показано, что ее решение возможно при выполнении некоторых условий. Предложен алгоритм стайного управления, основанный на метрико-топологическом подходе, в предположении, что существуют ограничения на маневрирование. Выбраны размеры и конфигурация арен и заданы требования к относительному расположению роботов в начальный момент времени. На основе имитационного моделирования для выбранных характеристик роботов определены параметры модели, позволяющие достичь заданной согласованности движения стаи по направлению, избежать кластеризации и выдержать безопасное расстояние во время всей миссии.

Ключевые слова: стайная робототехника, агрегация, выравнивание, имитационное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Агрегация – одно из наиболее фундаментальных проявлений поведения стай в природе. В естественной стае животным важно держаться вместе, поскольку в противном случае она разделится на несколько частей, уменьшится в размерах и в конечном итоге ее выживание может оказаться под угрозой. Агрегация часто является необходимостью и для многих роботизированных систем, поскольку она является предпосылкой для других совместных действий. Кроме того, разделение стаи на отдельные, несвязанные части (кластеризация или потеря связности стаи) может привести к невозможности выполнения поставленной задачи.

Агрегация возможна либо на основе сигнала, либо на основе самоорганизации. В первом случае стая собирается в местах, которые определяются по сигналам, исходящим от окружающей среды, – например, в самом теплом месте или в самом светлом и т. п. Первым и наиболее популярным алго-

ритмом такого рода для роботов является BEECLUST [1], основанный на поведении молодых медоносных пчел.

Для второго случая наиболее известными примерами в природе являются стаи птиц, косяки рыб и т. п. Классической является работа К. Рейнольдса [2], где он впервые представил распределенную поведенческую модель движения такой стаи для компьютерного моделирования. Предложенная им модель самоорганизованного координированного движения группы автономных мобильных объектов предусматривает три простых правила управления скоростью и курсом, которые описывают маневрирование отдельных объектов на основе положений и скоростей ближайших соседей: отталкивание (избегание столкновений с соседями); выравнивание (движение в том же направлении, что и соседи); притяжение (выдерживание одинакового расстояния между соседями, не допуская разделения стаи). Эти три правила использовались в дальнейших работах в различных комбинациях и вариациях.

Стайная робототехника (*swarm robotics*) возникла как подход, направленный на выполнение задачи с помощью нескольких роботов с ограниченными и простыми возможностями. Такие роботы движутся, принимая решения только самостоятельно, без влияния извне, они взаимодействуют со своей средой и устанавливают локальное взаимодействие друг с другом.

В предлагаемом исследовании задача агрегации рассматривается как первый этап выполнения задания группой мобильных роботов, а алгоритм управления будет построен на основе принципов стайной робототехники.

В стайной робототехнике существует много различных методов и алгоритмов, реализующих самоорганизованное агрегационное поведение.

Из вероятностных подходов обычно применяются метод вероятностных конечных автоматов (англ. *probabilistic finite-state machine*, PFSM). В статье [3] для оптимизации параметров контроллера PFSM применялся метод оптимизации роя частиц (англ. *particle swarm optimization*, PSO). В работе [4] изучался вопрос, как влияет на агрегацию добавление определенной доли информированных роботов и анализируется, сколько из них необходимо, чтобы направить процесс агрегации в заранее определенную область из числа доступных в среде.

В статье [5] предложена микроскопическая модель агрегационного поведения роботов на основе ожидаемого и предполагаемого наблюдаемого размеров кластера. Предлагаемая модель строится на механизме связи, который помогает роботам оценивать размер кластера и направлять их к нужному кластеру. Как только робот обнаруживает желаемый кластер, он старается приблизиться к нему. При этом направление движения определяется с помощью метода среднего прохождения волны.

Часто применяется подход, базирующийся на попарном взаимодействии между роботами на основе искусственных сил. В докладе [6] была рассмотрена модель виртуальных сил притяжения/отталкивания для изучения агрегации на основе локального взаимодействия. В большинстве подобных работ расстояние между роботами является единственным фактором, принимаемым во внимание при агрегации роботов. В тоже время, в некоторых других работах были задействованы дополнительные факторы, такие как плотность роботов в стае. Например, в статье [7] предложен метод самоорганизующейся агрегации, основанный на метрике DM-KNN (*Distance-Minkowski K-Nearest Neighboring*) и дополненный оценкой указанной

плотности. Взвешенная по расстоянию функция, вычисляемая на основе метода интерполяции сглаженной гидродинамики частиц (англ. *smoothed particle hydrodynamics*, SPH), который применяется для оценки плотности роботов в стае, выступает в качестве ключевого фактора для определения k ближайших соседей, учитываемых при агрегировании роботов. Виртуальная физическая связь между соседями достигается с помощью модели близости на основе вязкоупругости.

В статье [8] предложен метод агрегации на основе самоорганизованного движения стаи. Подобное агрегационное поведение – это механизм принятия решений, который оценивает как расстояния между соседними роботами, так и курсы роботов. В предлагаемом методе цель состоит в том, чтобы собрать стаю роботов, случайным образом расположенных на арене, ограниченной препятствиями, образуя единый кластер без какого-либо центрального блока управления. Разработанный алгоритм сравнивался с алгоритмом из работы [9] и показал лучшие по времени результаты для различных размеров арен, количества роботов и радиусов обнаружения.

Алгоритмы движения стай изучались во многих работах, начиная с работы К. Рейнольдса. Для целей данной статьи важно отметить классическую работу Р. Олфати-Сабер [10], где были предложены три алгоритма: два для свободного пространства и один для случая наличия препятствий. Первый алгоритм реализует три правила Рейнольдса, но приводит к регулярной фрагментации. Второй алгоритм дополняет первый путем введения виртуального γ -агента, учитывающего групповую цель. Такая модернизация позволила решить проблему фрагментации. Представленные в публикации [10] алгоритмы направлены на то, чтобы поддерживать одинаковые расстояния между ближайшими соседями. При этом агенты являются точечными и не имеют ограничений по маневрированию. Такой же подход характерен и для большинства других работ, посвященных подобным алгоритмам, хотя в некоторых публикациях (см., например, [11, 12]) и вводятся ограничения на скорость поворота.

Среди отечественных публикаций можно отметить работу [13], где рассматривается поведение группы однотипных роботов (представленных точечными агентами) в среде с препятствиями. Каждый робот должен двигаться в направлении цели и поддерживать минимально допустимое расстояние до других роботов и препятствий. При этом вводится ограничение на максимальную скорость, но нет ограничений на скорость поворота (повороты



происходят мгновенно). Также каждый робот имеет полную информацию о своих соседях и препятствиях в пределах заданной окружности.

Подводя итоги, отметим следующие особенности, присущие работам в данной области:

- традиционно задача агрегации решается в пределах ограниченной арены, т. е. с препятствиями по ее границе;

- начальная связность роботов не предполагается, т. е. в начальный момент времени они образуют множество кластеров различного размера;

- роботы могут останавливаться и вплотную приближаться друг к другу;

- роботы не имеют ограничений по маневрированию и часто представлены точечными агентами.

В предлагаемой статье будет сделана попытка определить условия, необходимые для решения задачи агрегации на неограниченной арене без препятствий и без использования дополнительных средств, таких как групповая цель в работе [10].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задана группа из N однородных мобильных роботов в 2D. Характеристики роботов включают в себя следующие параметры: минимальную и максимальную линейные скорости, максимальное ускорение, максимальную угловую скорость (скорость поворота), габариты робота (диаметр описанной окружности), дальность связи или действия сенсоров. Они могут быть выбраны произвольно для исследовательских целей или заданы точно для конкретных моделей роботов. В данной работе вводится единственное ограничивающее условие: минимальная скорость робота отлична от нуля, т. е. он не может остановиться и начать двигаться в противоположном или любом другом направлении без пространственного маневрирования. Также введено безопасное расстояние между роботами, т. е. дистанция, на которую они могут приближаться друг к другу, не влияя на динамику движения соседнего робота. Предположим также, что безопасное расстояние также отлично от нуля, что удобно при расчетах расстояний между роботами в долях безопасного расстояния. Обмен информацией между роботами или дальность действия их сенсоров ограничены заранее заданным максимальным расстоянием R_{\max} . Задержки и шум не учитываются.

Первоначально роботы располагаются на свободной от препятствий прямоугольной арене без границ, начальная скорость и курс роботов случайны, ускорение и угловая скорость равны нулю.

Начальная скорость выбирается в интервале от минимальной до максимальной.

Поскольку алгоритм управления предполагает использование только информации о положении и курсе ближайших соседей в пределах заданного максимального расстояния и без использования дополнительной информации, такой как групповая цель, требуется начальная связность стаи.

Для этого и по требованиям безопасности на начальное расположение роботов накладываются два ограничения: первое – минимальное расстояние между любыми двумя роботами больше заданного минимального значения и второе – для любого робота существует соседний, расположенный на расстоянии меньше заданного максимального значения. Эти условия объясняются наличием ограничений на маневрирование и дальностью связи (сенсоров).

Поставленную задачу можно сформулировать следующим образом: для заданного размера стаи, выбранных ограничений на начальное расположение роботов и их характеристик выбрать первоначальный размер арены и параметры модели таким образом, чтобы:

- во время всей миссии стая была связной (избегание кластеризации);

- на конец миссии курсы всех роботов были выровнены в достаточной степени, т. е. согласованность движения стаи по направлению была больше некоторого заданного значения, близкого к единице;

- во время миссии выдерживалось безопасное расстояние между всеми роботами в стае.

Требование согласованности курсов всех роботов в стае полностью не решает задачу агрегации, поскольку расстояния между роботами могут отличаться очень существенно. Однако в условиях движения в свободном пространстве переход от достаточно выровненной стаи к сплоченной легко разрешим с выдерживанием безопасного расстояния и поддержанием связности путем изменения параметров модели.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Базовая модель

Как уже отмечалось, модель построена на принципах стайной робототехники. Движение отдельного робота в стае описывается дискретным уравнением первого порядка

$$r_i(k+1) = r_i(k) + u_i(k)\Delta t, \quad (1)$$

где $r_i(k)$ – вектор местоположения i -го робота на шаге k ; $u_i(k)$ – управляющее воздействие на шаге k ; Δt – шаг времени. Далее номер шага k может опускаться, если не потребуется указать другой номер шага, а управляющее воздействие может трактоваться как желаемый вектор скорости.

Определение желаемого вектора скорости основано на попарном влиянии объектов друг на друга. В данной работе рассмотрен алгоритм движения в свободном от препятствий пространстве, поэтому учитывается только взаимное влияние мобильных роботов. Для определения соседства здесь применяется гибридный метрико-топологический подход. Особенности определения соседей будут обсуждаться ниже, а здесь заметим только, что влияние роботов друг на друга ограничено максимальным расстоянием R_{\max} .

Традиционно используются зоны отталкивания, выравнивания и притяжения в соответствии с тремя правилами Рейнольдса. В большинстве работ эти зоны не являются пересекающимися (рис. 1, а). В данном случае используется модель с пересекающимися зонами (как и в работе [14]; рис. 1, б), параметр модели D задает границу между зонами отталкивания и притяжения и часто трактуется как желаемое расстояние между роботами, $\|r_{ij}\|$ – расстояние между i -м и j -м роботами, R_{\max} – дальность взаимного влияния роботов, R_{\min}^{alg} и R_{\max}^{alg} – параметры.

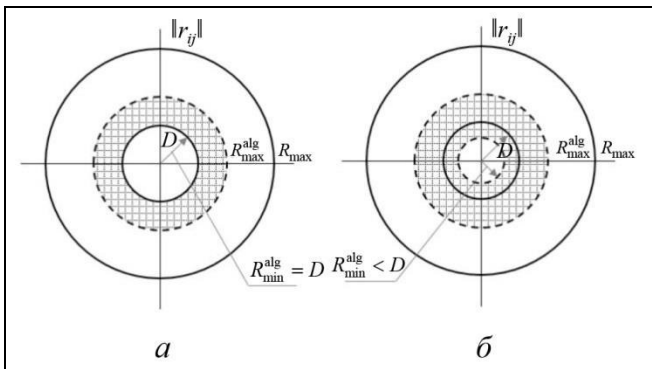


Рис. 1. Зоны отталкивания (внутренний круг радиуса D), выравнивания (заштрихованное кольцо с радиусами R_{\min}^{alg} и R_{\max}^{alg}) и притяжения (кольцо с радиусами D и R_{\max}):

а – непересекающиеся, б – пересекающиеся

Роботы внутри зоны отталкивания стараются отдалиться друг от друга, а роботы внутри зоны притяжения стараются сблизиться. Зона же выравнивания накладывается на другие зоны в окрестности D и служит для согласования курсов роботов. Вне зоны выравнивания присутствует только одна модель поведения: или отталкивание, или

притяжение. В зоне же выравнивания присутствуют две модели поведения со своими весовыми коэффициентами. В общем виде это можно записать следующим образом:

$$\tilde{v}_{ij} = \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \tilde{v}_{ij}^b / \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b,$$

$$\tilde{\mathcal{G}}_{ij} = \arctg \left(\sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \sin \tilde{\mathcal{G}}_{ij}^b / \sum_{b \in B} \alpha_{ij}^b \cos \tilde{\mathcal{G}}_{ij}^b \right),$$

где \tilde{v}_{ij} , $\tilde{\mathcal{G}}_{ij}$ – модуль и направление желаемой скорости i -го робота относительно j -го; b – множество основных моделей поведения (rep – отталкивание, alg – выравнивание, attr – притяжение); \tilde{v}_{ij}^b , $\tilde{\mathcal{G}}_{ij}^b$, α_{ij}^b – модуль и направление желаемой скорости i -го робота относительно j -го и весовые коэффициенты для данных моделей поведения. Значения коэффициентов α_{ij}^b ($i \neq j$) приведены на рис. 2. Влияние же робота на свое собственное поведение заключается в нежелании менять свою скорость, т. е. $\alpha_{ii}^{\text{alg}} = 1$, $\alpha_{ii}^{\text{rep}} = \alpha_{ii}^{\text{attr}} = 0$.

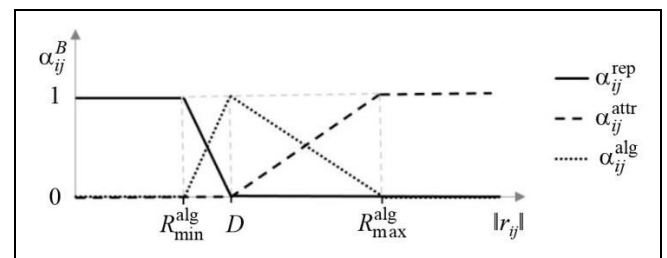


Рис. 2. Коэффициенты α_{ij}^b для разных моделей поведения

Взаимное влияние роботов также зависит от их расположения в динамике, т. е. находятся они впереди или сзади относительно друг друга (как и в работе [14]). В табл. 1 показано, как определяется желаемая скорость i -го робота относительно j -го для разных моделей поведения.

Коэффициенты β_{ij} задают степень влияния j -го робота на i -го ($\beta_{ii} = 1$) в зависимости от расстояния между роботами. В данной работе использовалась кусочно-линейная функция:

$$\beta(x) = \begin{cases} y_{m+1} + \frac{y_m - y_{m+1}}{x_{m+1} - x_m} (x_{m+1} - x), & x_m \leq x < x_{m+1} \\ 0, & x \geq x_4 \end{cases},$$

где x – расстояние между роботами; x_m , y_m , $m = 0, \dots, 3$, – параметры; $\beta(x_m) = y_m$; $x_0 = 0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 = R_{\max}$. Значение параметра x_4 можно определить как расстояние, при превышении которого влияние роботов прекращается.

Взаимное влияние роботов

Модели поведения (<i>b</i>)	Положение <i>j</i> -го робота относительно <i>i</i> -го	Вектор желаемой скорости <i>i</i> -го робота	
		Модуль	Направление
Отгалкивание	Впереди	Минимум	От <i>j</i> -го робота к <i>i</i> -му
	Сзади	Максимум	
Выравнивание	Любое	Как у <i>j</i> -го робота	Как у <i>j</i> -го робота
Притяжение	Впереди	Максимум	От <i>i</i> -го робота к <i>j</i> -му
	Сзади	Минимум	

Отдельным важным вопросом является определение соседства. В работе [15] при исследовании стай скворцов было показано, что каждая птица взаимодействует в среднем с фиксированным числом соседей (от шести до семи в 3D и от трех до пяти в 2D), а не со всеми соседями в пределах фиксированного метрического расстояния. При этом соседство определяется не по метрическому, а по топологическому расстоянию, т. е. по количеству промежуточных особей, разделяющих двух птиц. Подобный подход отражает характерную особенность стайного поведения, а именно локальность взаимодействия. Для стай роботов одной из возможностей является построение триангуляции Делоне и определение ближайших соседей по ней, что и было реализовано. Определим $\sigma_i(k)$ как множество индексов ближайших соседей робота *i* в смысле триангуляции, включая его самого, на шаге *k*. Заметим, что множество $\sigma_i(k)$ изменяется во времени.

На рис. 3 показан пример определения ближайших соседей в применяемом здесь метрико-топологическом подходе. Для робота 1 ближайшими соседями будут зеленые роботы с номерами от 3 до 6. Робот 2 (зеленый с красной границей) является ближайшим в топологическом смысле, но расположен далеко от робота 1 (расстояние больше R_{max}), поэтому в множество $\sigma_i(k)$ не входит. Остальные роботы не являются ближайшими в топологическом смысле. Таким образом, $\sigma_i(k) = \{1, 3, 4, 5, 6\}$.

В итоге желаемая скорость $\tilde{u}_i(k)$ вычисляется как суммарное воздействие всех роботов из множества $\sigma_i(k)$ с учетом коэффициентов β_{ij} :

$$\tilde{u}_i = \tilde{v}_i \begin{pmatrix} \cos \tilde{\vartheta}_i \\ \sin \tilde{\vartheta}_i \end{pmatrix},$$

$$\tilde{v}_i = \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \tilde{v}_{ij} / \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij},$$

$$\tilde{\vartheta}_i = \arctg \left(\sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \sin \tilde{\vartheta}_{ij} / \sum_{j \in \sigma_i(k)} \beta_{ij} \cos \tilde{\vartheta}_{ij} \right),$$

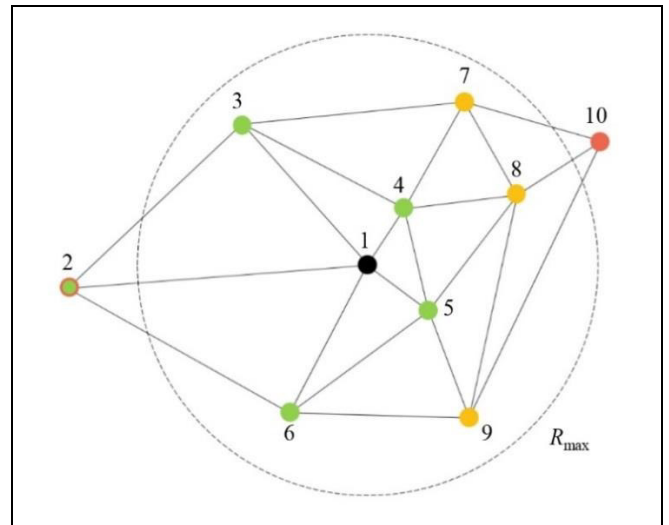


Рис. 3. Определение ближайших соседей (метрико-топологический подход)

где $\tilde{v}_i, \tilde{\vartheta}_i$ – модуль и направление желаемой скорости \tilde{u}_i ; β_{ij} – весовые коэффициенты, $\beta_{ii} = 1$; $\sigma_i(k)$ – множество индексов ближайших соседей *i*-го робота, включая его самого, на шаге *k*.

2.2. Ограничения на маневрирование

В случае точечных объектов и отсутствия ограничений на маневрирование желаемая скорость u_i в модели (1) равна \tilde{u}_i . В данной же работе при расчете расстояний учитываются габариты роботов (диаметр описанной окружности), а при расчете желаемой скорости учитываются ограничения на маневрирование. Кроме того, для многих роботов существует безопасная дистанция, на которую они могут приближаться друг к другу, не влияя на динамику движения соседнего робота. Для оценки этого введено заданное безопасное расстояние D_s .

Желаемая скорость u_i в модели (1) будет определяться с учетом этих ограничений и в общем виде это представлено в выражении (2), где функция *f* преобразует желаемое управляющее воздействие в допустимое:

$$u_i = f(\tilde{u}_i, V_{\min}, V_{\max}, \omega_{\max}, W_{\max}), \quad (2)$$

где V_{\min} , V_{\max} – минимальная и максимальная линейные скорости; W_{\max} – максимальное ускорение; ω_{\max} – максимальная угловая скорость.

Поскольку желаемое управляющее воздействие трактуется как желаемая скорость, реализацию функции f можно свести к вычислению величины

$$v_i(k) = \begin{cases} \tilde{v}_i^*(k), & |\tilde{v}_i^*(k) - v_i(k-1)| \leq W_{\max} \Delta t \\ v_i(k-1) + \text{sign}(\tilde{v}_i^*(k) - v_i(k-1)) W_{\max} \Delta t, & |\tilde{v}_i^*(k) - v_i(k-1)| > W_{\max} \Delta t \end{cases}$$

где

$$\tilde{v}_i^*(k) = \max(\min(\tilde{v}_i(k), V_{\max}), V_{\min})$$

и направления желаемой скорости

$$\vartheta_i(k) = \vartheta_i(k-1) + \begin{cases} \tilde{\vartheta}_i^*, & -\omega_{\max} \Delta t \leq \tilde{\vartheta}_i^* \leq \omega_{\max} \Delta t \\ -\omega_{\max} \Delta t, & \tilde{\vartheta}_i^* < -\omega_{\max} \Delta t \\ \omega_{\max} \Delta t, & \tilde{\vartheta}_i^* > \omega_{\max} \Delta t \end{cases}$$

где

$$\tilde{\vartheta}_i^*(k) = \tilde{\vartheta}_i(k) - \vartheta_i(k-1) + \begin{cases} 0, & -\pi < \tilde{\vartheta}_i(k) - \vartheta_i(k-1) \leq \pi \\ 2\pi, & \tilde{\vartheta}_i(k) - \vartheta_i(k-1) \leq -\pi \\ -2\pi, & \tilde{\vartheta}_i(k) - \vartheta_i(k-1) > \pi \end{cases}$$

где Δt – шаг моделирования.

2.3. Оценка поведения стаи

Для оценки безопасности рассчитывалось минимальное расстояние между роботами в стае на шаге k

$$R_{\min}(k) = \min_{i \neq j} (\|r_i(k) - r_j(k)\| - S),$$

и с начала миссии

$$R_{\min} = \min_k R_{\min}(k) \geq D_s.$$

где S – габариты робота (диаметр описанной окружности).

Согласованность движения стаи по направлению вычислялась так:

$$\psi(t) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{v_i(k)v_j(k)}{|v_i(k)||v_j(k)|},$$

где $v_i(k)v_j(k)$ – скалярное произведение векторов скорости i -го и j -го роботов на шаге k . В идеальном состоянии, $\psi \approx 1$, в неупорядоченном состоянии $\psi \approx 0$.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

3.1. Требования к начальному расположению роботов и выбор размера арены

Выбор минимального и максимального расстояний между любыми двумя роботами в начальный момент времени обусловлен ограничениями на маневрирование. Как показали исследования, алгоритмы стайной робототехники могут приводить к ситуациям, когда требуется проводить маневр сближения двух роботов, в процессе которого должно быть выдержано безопасное расстояние (рис. 4, а). В связи с этим минимальное начальное расстояние между центрами роботов было выбрано равным

$$D_{\min} = D_s + 4R_t + S = D_s + 4 \frac{V_{\max}}{\omega_{\max}} + S,$$

где R_t – радиус поворота робота при максимальной угловой и линейной скоростях.

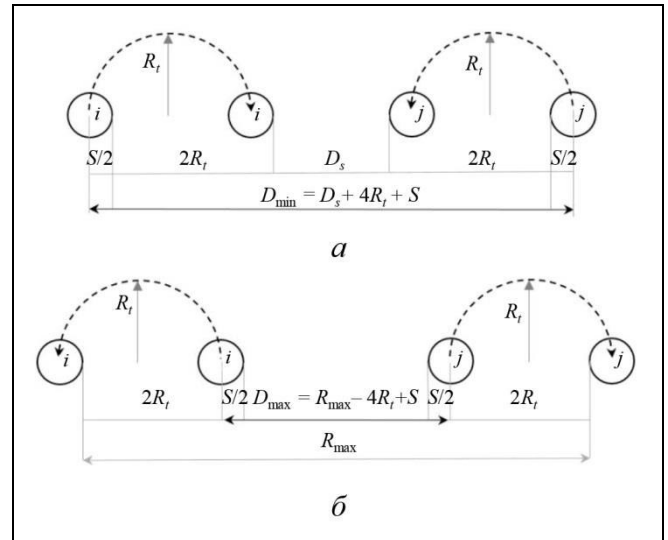


Рис. 4. Маневры: а – сближения, б – расхождения

Аналогично возможен маневр расхождения двух роботов, в процессе которого требуется не потерять связность (рис. 4, б). Максимальное начальное расстояние между центрами роботов было выбрано равным

$$D_{\max} = R_{\max} - 4R_t + S = R_{\max} - 4 \frac{V_{\max}}{\omega_{\max}} + S.$$

Размер арены выбирался в зависимости от количества роботов в стае N и максимального начального расстояния между центрами роботов D_{\max} . При моделировании будет рассмотрена стая из 20 роботов и арена будет формироваться из 20 квадратов с диагональю, равной D_{\max} . Будут рас-

смотрены три возможные конфигурации арен, а именно 5×4 , 10×2 и 20×1 таких квадратов. Также будут рассмотрены два варианта, когда роботы располагаются в заранее заданных местах, а меняется только вектор их начальной скорости.

3.2. Характеристики мобильных роботов

Были выбраны произвольные, не привязанные к конкретным моделям роботов тестовые характеристики, для которых исследовалась возможность решения поставленной задачи в рамках предложенной модели. В табл. 2 приведен список параметров, а также их значения, которые будут использоваться далее при имитационном моделировании. Значение R_{\max} выбрано достаточно большим, чтобы обеспечить маневрирование роботов без потери связности, но не охватывающим всю арену. Для понимания особенностей работы модели часто требовался визуальный контроль переходных процессов, поэтому единицы, в которых измеряются характеристики роботов, задавались в экранных координатах. Разумеется, при построении модели для конкретных роботов единицы измерения должны будут выбираться соответственно.

Таблица 2

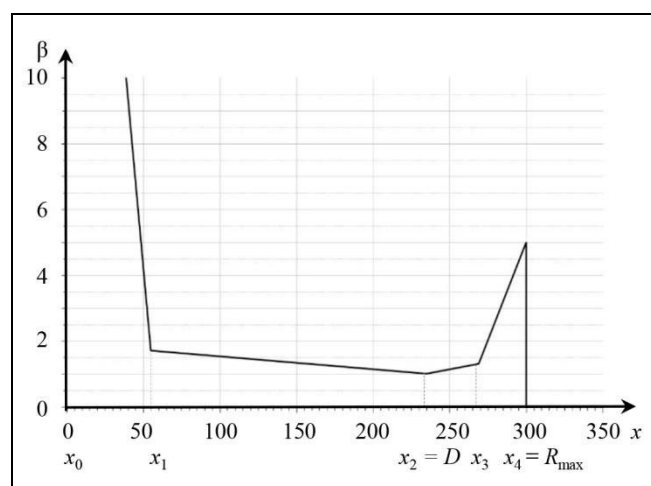
Характеристики мобильных роботов

Параметр	Обозначение	Значение	Единица измерения
Минимальная скорость	V_{\min}	1	ед./с
Максимальная скорость	V_{\max}	4	ед./с
Максимальное ускорение	W_{\max}	1	ед./с ²
Максимальная скорость поворота	ω_{\max}	$\pi/6$	рад/с
Габариты робота	S	12	ед.
Дальность связи (сенсоров)	R_{\max}	300	ед.
Безопасное расстояние	D_s	24	ед.

3.3. Выбор параметров модели

Наиболее существенными параметрами модели являются функция $y = \beta(x)$, задающая степень влияния роботов друг на друга в зависимости от расстояния между роботами, и значение желаемого расстояния D .

Как уже указывалось в п. 3.1, наиболее критичными для обеспечения безопасного расстояния и потере связности являются возможные маневры сближения и расхождения соответственно. Что и определяет форму функции $y = \beta(x)$, представленной на рис. 5. На интервале от $x_0 = 0$ до $x_1 = D_s + 4R_t$ требуется обеспечить крутой наклон для избегания столкновений, а на интервале от $x_3 = R_{\max} - 4R_t$ до $x_4 = R_{\max}$ для избегания кластеризации. Значение же x_2 выбрано равным D , что соответствует желаемому расстоянию между роботами и в этой точке естественно предположить минимум функции $\beta(x)$, равный y_2 . Значение y_2 было выбрано равным единице, что не является критичным. Выбор же конкретных значений $y_m = \beta(x_m)$, $m = 0, 1, 3, 4$, и параметра D проводился на основе имитационного моделирования.

Рис. 5. График функции $y = \beta(x)$, x – расстояние между роботами

Первоначальный выбор параметров осуществлялся для арены 5×4 . Было проведено 1 000 прогонов при различных начальных условиях и выбранных значениях параметров и определялись самые неблагоприятные из них. Прогон заканчивался, когда достигалась заданная согласованность движения стаи по направлению $\psi \geq \psi_z$ (ψ_z была выбрана равной 0,92) или если достигалось заданное заранее максимальное число шагов, что происходит при потере связности. Для тех прогонов, в которых не выдерживалось безопасное расстояние, проводился анализ влияния параметров y_0 и y_1 на этот показатель и выбирались новые значения. Аналогично для тех прогонов, в которых терялась связность, проводился анализ влияния параметров y_3 и y_4 на этот показатель для определения новых значений. В некоторых случаях требовалось также оценить влияние и откорректировать параметр D . Такая итерационная процедура заканчивалась, ко-

гда все 1000 прогонов показывали нужные результаты, и она позволила определить базовые значения y_m , $m = 0, 1, 3, 4$, и D при заданных характеристиках мобильных роботов. Более точно параметры корректировались на большем числе прогонов – 10 000. Аналогичная процедура позволила определить параметры модели для арены 5×4 при выбранных характеристиках мобильных роботов.

Заметим, что число неблагоприятных прогонов при такой итерационной процедуре не превышало 0,05 % от общего числа прогонов (5 из 10 000), что позволяет надеяться на достаточность выбранной статистики.

В дальнейшем подобная процедура была проведена и на аренах 10×2 и 20×1 . В качестве начальных значений параметров в итерационной процедуре были выбраны значения, полученные для арены 5×4 . Оказалось, что фактически для перехода от арены 5×4 к арене 20×1 следует только несколько увеличить значение параметра D для избегания кластеризации. Анализ показал, что задача обеспечения безопасного расстояния была успешно решена, а задача сохранения связности стаи требует дальнейшего исследования. Учитывая особенности модели, а именно определение соседства, были определены два варианта начального расположения роботов на арене 20×1 , наиболее неблагоприятные с точки зрения возможной кластеризации. В первом из них роботы располагаются на арене 20×1 в углах квадратов зигзагом (вариант «Zig»), а во втором роботы расположены на диагонали арены 20×1 на равных расстояниях друг от друга (вариант «Line»). Расстояние до ближайшего робота равно D_{\max} в первом случае и $(\sqrt{(1+N^2)}/2/(N-1))D_{\max} \approx 0,75D_{\max}$ во втором. Число ближайших соседей в этих случаях равно двум, если робот расположен в середине группы, или одному, если робот расположен на краю. При этом случайно изменяется только вектор начальной скорости. Для этих двух вариантов были проведены аналогичные итерационные процедуры (по 10 000 прогонов) для определения значений параметров y_3 , y_4 и D . Исследование показало, что наиболее критичным случаем с точки зрения кластеризации является вариант «Line». Именно он требует довольно существенного увеличения значения параметра D , а именно требуется выбрать его больше ($D = 235$), чем начальное расстояние между роботами (210). При этом значение D выбиралось по возможности наименьшим с целью получения менее разреженной стаи.

Поскольку ставилась задача подобрать одинаковые значения параметров для всех выбранных арен и вариантов начальных условий, то значения

параметров, полученные для варианта «Line», (табл. 3) были проверены и для варианта «Zig», и для всех трех арен. Результаты представлены ниже в п. 3.4.

Таблица 3

Параметры модели

Параметр	Формула	Значение
D	–	235
x_0	–	0
x_1	$D_s + 4R_t$	55
x_2	D	235
x_3	$R_{\max} - 4R_t$	269
x_4	R_{\max}	300
$y_0 = \beta(x_0)$	–	30
$y_1 = \beta(x_1)$	–	1,7
$y_2 = \beta(x_2)$	–	1
$y_3 = \beta(x_3)$	–	1,3
$y_4 = \beta(x_4)$	–	5
R_{\min}^{alg}	–	0,75
R_{\max}^{alg}	–	1,25
Δt	–	0,25 с

3.4. Результаты моделирования

При выбранных значениях параметров модели было проведено по 10 000 прогонов для каждого из пяти вариантов начальных условий. Моделирование показало, что задача достижения заданной согласованности движения стаи по направлению ($\psi_z = 0,92$) успешно выполняется в 100 % случаев и при этом выдерживается безопасное расстояние.

В табл. 4 и на рис. 6 приведены данные, отражающие скорость достижения заданной согласованности стаи по направлению. На рис. 6 представлена гистограмма с шагом 50, показывающая, с какой частотой заданная согласованность достигается за определенное число шагов. Для первых трех вариантов, когда используется случайное начальное расположение роботов «Rand», моделирование показало увеличение требуемого числа шагов при переходе к более вытянутой арене. Два остальных варианта ожидаемо показали существенное увеличение времени. Для них на рис. 6 можно заметить небольшой максимум (в районе 200 шагов для варианта «Line» и 250 шагов для варианта «Zig»), который совпадает с максимумами для первых трех вариантов.



Таблица 4

Число шагов: статистика

Число шагов	Конфигурация арены, вариант расположения роботов				
	5 × 4, Rand	10 × 2, Rand	20 × 1, Rand	20 × 1, Zig	20 × 1, Line
Минимум	96	98	109	31	14
Среднее	230	251	280	593	557
Максимум	632	636	795	747	661

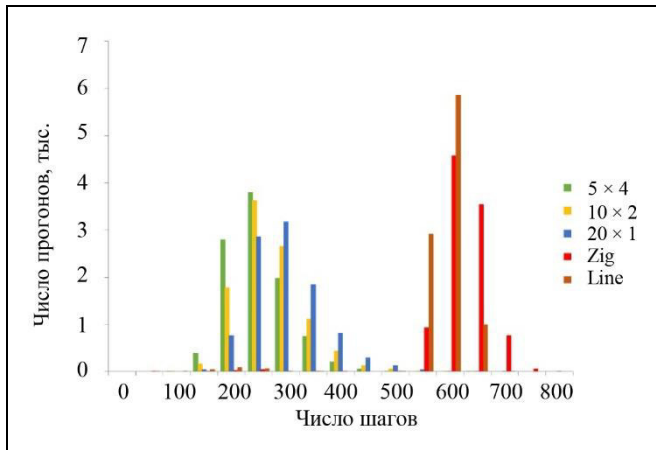


Рис. 6. Гистограмма скорости достижения заданной согласованности стаи ($\psi \geq \psi_c$)

В табл. 5 и на рис. 7 приведены данные, характеризующие безопасность, а именно минимальное расстояние между двумя роботами, отмеченное на протяжении всей миссии. На рис. 7 представлена гистограмма с шагом $10/D_s \approx 0,42$, показывающая частоту данного показателя. Ввиду особенности начального расположения в двух последних вариантах безопасное расстояние выдерживается с гарантией. Для первых же трех вариантов графики практически идентичны. Минимальное значение превышает $1,65 D_s$, т. е. безопасное расстояние достигается с запасом.

Таблица 5

Минимальное расстояние (в долях безопасного расстояния): статистика

Число шагов	Конфигурация арены, вариант расположения роботов				
	5 × 4, Rand	10 × 2, Rand	20 × 1, Rand	20 × 1, Zig	20 × 1, Line
Минимум	1,69	1,67	1,69	5,17	5,25
Среднее	2,44	2,4	2,33	7,18	7,63
Максимум	4,15	4,32	3,51	7,65	8,13

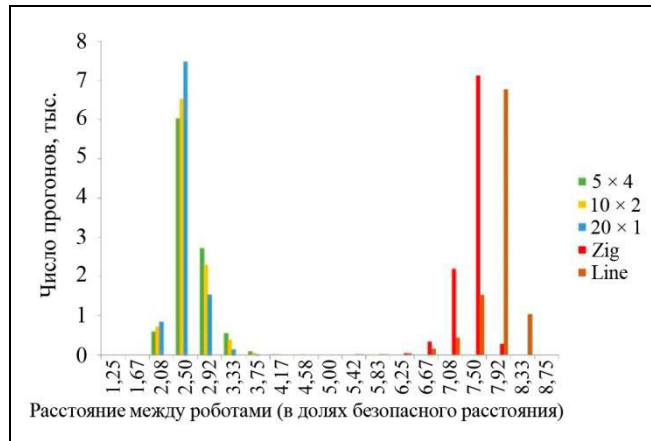


Рис. 7. Гистограмма минимального расстояния между роботами в долях безопасного расстояния

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной особенностью рассмотренной постановки задачи является отказ от использования так называемой групповой цели, наличие которой позволяет решить задачу агрегации достаточно просто. Главной сложностью является сохранение связности стаи в условиях ограничений на маневрирование. Отсутствие групповой цели значительно усложняет решение и приводит к необходимости задавать определенные требования к начальному расположению роботов и размерам арены. Они существенно зависят от дальности связи (сенсоров) и характеристик роботов, а именно максимальной скорости и максимальной скорости поворота. Для более маневренных роботов размер арены увеличивается, поскольку они быстрее реагируют на желаемое изменение курса, что позволяет избежать потери связности.

Предложенная здесь модель стайного управления была апробирована с использованием произвольно выбранных тестовых характеристик роботов. Параметры модели удалось настроить так, чтобы решить поставленную задачу для всех выбранных размеров арен. Результаты основаны на статистическом моделировании при случайных начальных условиях для каждого из трех вариантов арен и еще двух вариантов начального расположения на одной из них (50 000 прогонов, по 10 000 для каждого варианта).

Используемые параметры модели оказывают различное влияние на поведение группы роботов. Часть из них вычисляется аналитически, а часть требуется подбирать на основе имитационного моделирования. Причем существенное влияние оказывают лишь некоторые параметры, а именно же-

лаемое расстояние между роботами и значения, задающие функцию влияния соседних роботов. Наиболее критичным с точки зрения кластеризации является случай узких и протяженных арен, для которых требуется увеличивать желаемое расстояние между роботами.

Подобная особенность влияет на применимость полученного результата в случае использования других значений характеристик мобильных роботов. Если дальность связи (сенсоров) достаточно большая по сравнению расстояниями, необходимыми для маневрирования роботов, то в большинстве случаев потребуется только количественная корректировка параметров модели. Однако следует заметить, что это справедливо, если функция, задающая степень влияния роботов друг на друга, может быть задана как на рис. 5. Нарушение этого условия возможно при узких и протяженных аренах и при плохой маневренности роботов. В этих случаях потребуется задать более жесткие ограничения на размеры арен. Направления дальнейших исследований могут быть связаны с автоматизацией выбора параметров модели.

Таким образом, для группы роботов с заданными характеристиками имеется возможность заранее промоделировать их поведение и определить значения минимального и максимального расстояний, а также выбрать параметры модели, позволяющие избежать кластеризации и обеспечить безопасное расстояние для задачи перехода к согласованному движению, т. е. к образованию стаи. Подобная задача является первым этапом выполнения миссии группой роботов и показано, что ее решение возможно при выполнении некоторых условий. При этом используется только информация о положении и курсе ближайших соседей (в метрико-топологическом смысле) и не вводится никакая дополнительная информация, подобная групповой цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schmickl, T., Hamann, H. BEECLUST: A Swarm Algorithm Derived from Honeybees // In: Bio-Inspired Computing and Communication Networks, ed. by Y. Xiao. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2011. – P. 95–137.
2. Reynolds, C.W. Flocks, Herds and Schools: a Distributed Behavioral Model // Computer Graphics. – 1987. – Vol. 21, no. 4. – P. 25–34.
3. Katada, Y. Evolutionary Design Method of Probabilistic Finite State Machine for Swarm Robots Aggregation // Artificial Life Robot. – 2018. – Vol. 23. – P. 600–608.
4. Firat, Z., Ferrante, E., Gillet, Y., Tuci, E. On Self-organised Aggregation Dynamics in Swarms of Robots with Informed Robots // Neural Comput. Appl. – 2020. – Vol. 32. – P. 13825–13841.
5. Gia, Luan, P., Truong Thinh, N. Self-organized Aggregation Behavior Based on Virtual Expectation of Individuals with Wave-Based Communication // Electronics. – 2023. – Vol. 12, no. 10. – Art. no. 2220.
6. Gasparri, A., Priolo, A., Ulivi, G. A Swarm Aggregation Algorithm for Multi-robot Systems Based on Local Interaction // Proc. of the IEEE International Conference on Control Applications. – Dubrovnik, 2012. – P. 1497–1502.
7. Khaldi, B., Harrou, F., Cherif, F., Sun, Y. Self-Organization in Aggregating Robot Swarms: A DW-KNN Topological Approach // Biosystems. – 2018. – Vol. 165. – P. 106–121.
8. Misir, O., Gökrem, L. Flocking-Based Self-organized Aggregation Behavior Method for Swarm Robotics // Iran J. Sci. Technol. Trans. Electr. Eng. – 2021. – Vol. 45. – P. 1427–1444.
9. Martínez-Clark, R., Cruz-Hernández, C., Pliego-Jimenez, J., Arellano-Delgado, A. Control Algorithms for the Emergence of Self-organized Behaviours in Swarms of Differential-Traction Wheeled Mobile Robots // International Journal of Advanced Robotic Systems. – 2018. – Vol. 15, no. 6. – P. 1–14.
10. Olfati-Saber, R. Flocking for Multi-agent Dynamics Systems: Algorithms and Theory // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2006. – Vol. 51, no. 3. – P. 401–420.
11. Couzin, I., Krause, J., James, R., et al. Collective Memory and Spatial Sorting in Animal Groups // Journal of Theoretical Biology. – 2002. – Vol. 218, no. 1. – P. 1–11.
12. Costanzo, M., Hemelrijk, C.K. Spontaneous Emergence of Milling (Vortex State) in a Vicsek-like Model // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2018. – Vol. 51, no. 13. – Art. no. 134004.
13. Кирикова Е.П., Павловский В.Е. Моделирование управляемого адаптивного поведения гомогенной группы роботов // Искусственный интеллект. – 2002. – № 4. – С. 596–605. [Kirikova, E.P., Pavlovskii, V.E. Modelirovanie upravlyаемogo adaptivnogo povedeniya gomogennoi gruppy robotov // Iskusstvennyi intellect. – 2002. – No. 4. – P. 596–605. (In Russian)]
14. Rochefort, Y., Piet-Lahanier, H., Bertrand, S. Guidance of Flocks of Vehicles Using Virtual Signposts // Preprints of the 18th IFAC World Congress. – Milano, 2011. – P. 5999–6004.
15. Ballerini, M., Cabibbo, N., Candelier, R., et al. Interaction Ruling Animal Collective Behavior Depends on Topological Rather Than Metric Distance: Evidence from a Field Study // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2008. – Vol. 105, no. 4. – P. 1232–1237.

Статья представлена к публикации членом редколлегии
Р.В. Мещеряковым.

Поступила в редакцию 14.08.2023,
после доработки 03.11.2023.
Принята к публикации 29.11.2023.

Ефремов Андрей Юрьевич – науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва,
✉ andre@ipu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2968-2837>

© 2024 г. Ефремов А.Ю.



Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.



AGGREGATION BEHAVIOR OF MOBILE ROBOTS IN A SWARM CONTROL ALGORITHM UNDER NATURAL CONSTRAINTS

A. Yu. Efremov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ andre@ipu.ru

Abstract. For a group of mobile robots in free space, we consider aggregation under the assumption that each robot has information about the position and course of the nearest neighbors only (without any additional information, such as the group target). This problem is the first stage of a mission carried out by a group of robots; it can be solved under certain conditions, see below. We propose a swarm control algorithm based on the metric-topological approach under maneuvering constraints. The sizes and configurations of the arenas are chosen, and initial position requirements are specified for robots. The characteristics of robots are selected, and computer simulations are conducted to evaluate the model parameters for the required directional coordination level of swarm motion without clustering and with a safe distance between robots during the entire mission.

Keywords: swarm robotics, aggregation, alignment, simulation modeling.

ПОСТРОЕНИЕ КАРТЫ ЛОКАЛЬНО ОПТИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ УПРАВЛЯЕМОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА В КОНФЛИКТНОЙ СРЕДЕ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ИЗ ТОЧКИ В ТОЧКУ[#]

М. А. Самохина*, А. А. Галяев**

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

*✉ ph@ipu.ru, **✉ galaev@ipu.ru

Аннотация. В некоторых задачах планирования маршрутов движения управляемых объектов основным критерием является снижение риска обнаружения при движении в конфликтной среде с учетом карты потенциальных угроз. Рассматривается задача построения всех локально оптимальных путей в конфликтной среде на плоскости. Конфликтная среда представлена фиксированным количеством обнаружителей, положение которых уклоняющемуся от обнаружения объекту известно. Уклоняющийся объект и обнаружители представляют собой материальные точки. Рассматривается постановка, формализованная в виде задачи оптимального управления, на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина её решение сведено к решению краевой задачи. Краевая задача решалась численно методом стрельбы. Рассмотрен случай перехода уклоняющегося объекта из точки в точку с ограничением и без ограничения на длину пути, приводятся результаты численного моделирования. Произведён параметрический анализ задачи.

Ключевые слова: конфликтная среда, уклоняющийся объект, принцип максимума, траекторная оптимизация, численное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с широким применением мобильных автономных аппаратов в последние годы и продолжающимся развитием этой области весьма актуальными являются задачи, связанные с перемещением одного или группы аппаратов в заданную точку. Такие миссии могут осложняться наличием сенсоров и датчиков различной природы, стационарных или подвижных обнаружителей, образующих конфликтную среду для объекта управления [1–4]. В литературе такой класс задач известен как планирование маршрута движения в конфликтной среде. Методы решения подобных задач достаточно хорошо изучены в случае независимости уровня сигнала, приходящего на сенсор, от скорости дви-

жения объекта. Например, метод потенциальных полей в задаче уклонения от препятствий [5]. В работе [6] представлен общий обзор методов решения задачи планирования безопасного пути, описаны алгоритмы Дейкстры и A*, генетический и муравьиный алгоритмы. Также планирование пути робота на основе муравьиного алгоритма рассматривается в статье [7].

В данной работе рассматривается конфликтная среда [8], представленная неподвижными обнаружителями и одним управляемым объектом (УО), который перемещается в водной среде с возможно переменной скоростью между двумя заданными точками и уклоняется от обнаружения. Предполагается, что местоположение обнаружителей, формирующих карту угроз [9], УО известно. Маршрут УО и параметры движения выбираются таким образом, чтобы минимизировать негативное воздействие конфликтной среды, а именно понизить вероятность обнаружения УО.

[#] Исследование выполнено частично за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-19-00134).



В работах [8, 10] получены аналитические решения для оптимальных режимов скорости движения в задачах с одним обнаружителем в плоских постановках. В статье [8] численно смоделированы решения для оптимальных режимов скорости в задачах с несколькими конфликтующими объектами на основе алгоритма Дейкстры.

В настоящем исследовании предполагается, что отношение сигнал/помеха на входах приемных систем обнаружителей мало в течение всего времени движения объекта по маршруту, поэтому УО минимизируется интегральный функционал – риск обнаружения по гидроакустическому полю [11, 12].

В публикации [11] для такого функционала в полярной системе координат решена задача уклонения подвижного объекта от обнаружения двумя неподвижными наблюдателями. В работе [13] рассматривается постановка с неподвижными сенсорами и детекторами, имеющими заданные в виде окружностей зоны обнаружения, проведена верификация работы алгоритма Дейкстры для случая одного сенсора и одного детектора, в результате удалось решить задачу аналитически. В статье [14] проведено аналитическое исследование задачи планирования маршрута УО в случае одного обнаружителя и наличия ограничения на длину пути. В публикации [15] рассмотрена задача минимизации риска обнаружения самолёта в трёхмерной постановке. На основе вариационных принципов получено аналитическое решение для случая одного радара. В работе [16] предложен дискретный метод оптимизации траектории уклоняющегося от обнаружения управляемого подвижного объекта на основе принципа динамического программирования.

В настоящей статье разработана методика решения задачи построения карты локально оптимальных путей УО на основе непрямых методов оптимизации для произвольного количества обнаружителей в плоской постановке. При этом проверка достаточных условий оптимальности второго порядка на найденных экстремалиях в данной работе не приводится.

Выписана вычислительная схема метода стрельбы, приводятся результаты численного моделирования для задачи без ограничения на длину пути и с таким ограничением. Моделирование осуществлялось для одного, двух и трёх обнаружителей.

1. ЗАДАЧА БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ДЛИНУ ПУТИ

1.1. Постановка задачи нахождения путей в конфликтной среде

На плоскости расположено некоторое известное количество $N \geq 1$ неподвижных обнаружителей – точек S_i . На данной плоскости решается задача оптимального перемещения материальной точки УО из одной заданной точки плоскости в другую за фиксированное время $T < \infty$. В рассматриваемой упрощённой модели движения УО считается, что осуществляется управление модулем и направлением вектора скорости v . Минимизируется функционал

$$\int_0^T \left(\sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2(t)}{r_i^2(t)} \right) dt \rightarrow \min,$$

где $v(t)$ – модуль вектора скорости УО, а $r_i(t)$ – расстояния до точек S_i в момент времени t ; величины $q_i > 0$ – весовые коэффициенты влияния точек S_i . Местонахождение точек S_i и соответствующие им значения q_i заданы и известны УО.

1.2. Математическая формализация задачи

Рассматриваемая постановка формализуется в виде задачи оптимального управления. На плоскости вводится декартова система координат следующим образом: начало координат совпадает с точкой старта, ось Oy проходит через точки старта и финиша и направлена от точки старта к точке финиша. Единичный отрезок выбирается таким, чтобы ордината конечной точки была равна 1 (рис. 1). В такой системе координат начальные и конечные условия имеют вид:

$$\begin{cases} x(0) = 0, & x(T) = 0, \\ y(0) = 0; & y(T) = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Движение материальной точки УО в данной системе координат описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \varphi, \\ \dot{y} = v \sin \varphi, \end{cases} \quad (2)$$

где φ – угол, который отсчитывается от положительного направления оси Ox и задаёт направление вектора скорости.

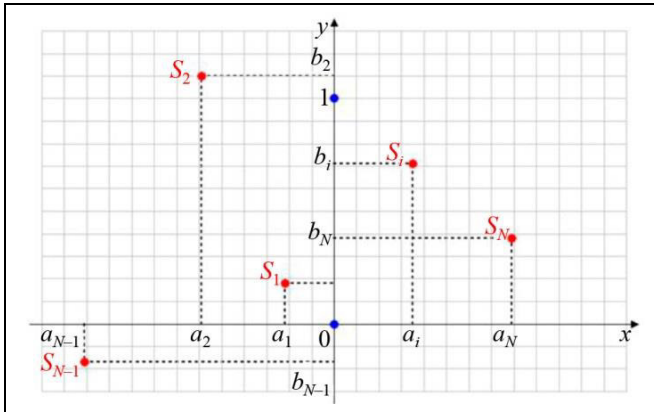


Рис. 1. Конфликтная среда, представленная неподвижными обнаружителями

Функции v и φ являются функциями управления и полагаются ограниченными кусочно-непрерывными функциями:

$$\begin{aligned} 0 \leq v(t) \leq v_{\max} \leq \infty, \\ 0 \leq \varphi(t) \leq 2\pi \quad \forall t \in [0, T], \end{aligned} \quad (3)$$

где T – заданный момент финиша; v_{\max} – максимальная скорость УО, является параметром задачи.

При кусочно-непрерывных ограниченных управлениях v , φ фазовые переменные x , y будут непрерывными кусочно-гладкими функциями, удовлетворяющими на участках непрерывности своих производных уравнениям дифференциальной связи (2).

Момент времени $t = 0$ — время начала движения УО.

Пусть точки S_i имеют координаты (a_i, b_i) . Тогда минимизируемый УО функционал будет иметь вид:

$$\int_0^T \left(\sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2} \right) dt \rightarrow \min. \quad (4)$$

Глобально оптимальным решением задачи минимизации риска обнаружения УО являются набор неизвестных фазовых переменных $x(\cdot)$, $y(\cdot)$ и управления $v(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$, которые должны удовлетворять системе дифференциальных уравнений (2), ограничениям на управление (3), начальным и конечным условиям (1) и доставлять минимум функционалу (4).

Нас же интересует поиск всевозможных локально оптимальных путей – траекторий, выгодных УО для перемещения по ним, доставляющих сильный локальный минимум в задаче (1)–(4).

Заметим, что при приближении УО к какому-либо обнаружителю функционал (4) может сколь-

угодно возрастать, так как в знаменателе одного соответствующего слагаемого подынтегральной функции стоит квадрат расстояния от УО до данного обнаружителя. При стремлении этого расстояния к нулю значение функционала устремится к бесконечности. Поэтому проход УО непосредственно через обнаружитель запрещён.

1.3. Система необходимых условий оптимальности

Применим к рассматриваемой задаче оптимального управления принцип максимума Л.С. Понтрягина [17, 18]. Для этого выпишем основные конструкции принципа максимума:

– функцию Лагранжа

$$\mathcal{L} = \int_0^T L dt + l,$$

– лагранжиан

$$L = p_x (\dot{x} - v \cos \varphi) + p_y (\dot{y} - v \sin \varphi) +$$

$$+\lambda_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}, \quad (5)$$

– терминант

$$l = \lambda_{x_0} x(0) + \lambda_{y_0} y(0) + \lambda_{x_T} x(T) + \lambda_{y_T} (y(T) - 1),$$

– функцию Понтрягина

$$H = p_x v \cos \varphi + p_y v \sin \varphi -$$

$$-\lambda_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}.$$

Пусть существует оптимальный в сильном смысле процесс в задаче, описываемой формулами (1)–(4), такой, что для некоторого $\varepsilon > 0$ траектория движения точки УО проходит вне малых ε -окрестностей точек S_i и выполняются условия гладкости: правые части систем дифференциальных уравнений (2) и их частные производные по фазовым переменным x , y непрерывны в окрестности оптимальной траектории, подынтегральная функция из (4) непрерывно дифференцируема на $[0, T]$ почти всюду.

Тогда, согласно принципу максимума Понтрягина, для задачи оптимального управления (1)–(4) существуют не равные одновременно нулю множители Лагранжа: константы λ_0 , λ_{x_0} , λ_{y_0} , λ_{x_T} , λ_{y_T} и функции p_x , p_y такие, что на оптимальной траектории УО выполняется следующая система необходимых условий оптимальности:



• уравнения Эйлера – Лагранжа (условие стационарности по фазовым переменным)

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{p}_x &= -\frac{\partial H}{\partial x} = \\ &= -\lambda_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot 2(x-a_i), \\ \dot{p}_y &= -\frac{\partial H}{\partial y} = \\ &= -\lambda_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot 2(y-b_i); \end{aligned} \right. \quad (6)$$

• условие Понтрягина (условие оптимальности по управлению)

$$(v, \varphi) = \arg \max_{\substack{0 \leq v(t) \leq v_{\max} \\ 0 \leq \varphi(t) < 2\pi}} \left(p_x v \cos \varphi + p_y v \sin \varphi - \lambda_0 \sum_{i=1}^N q_i \frac{v^2}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2} \right),$$

• условия трансверсальности по фазовым переменным

$$\left. \begin{aligned} p_x(0) &= \frac{\partial l}{\partial x(0)} = \lambda_{x_0}, \quad p_x(T) = -\frac{\partial l}{\partial x(T)} = -\lambda_{x_T}, \\ p_y(0) &= \frac{\partial l}{\partial y(0)} = \lambda_{y_0}, \quad p_y(T) = -\frac{\partial l}{\partial y(T)} = -\lambda_{y_T}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Условий стационарности по времени нет, так как в задаче (1)–(4) начальный и конечный момент времени – известные константы.

Условия дополняющей нежёсткости нет, так как в задаче (1)–(4) отсутствуют условия вида «меньше или равно». Условие непрохождения УО вблизи точек S_i проверяется непосредственно при численном решении задачи. Условие неотрицательности: $\lambda_0 \geq 0$.

Выполняется условие однородности функции Лагранжа по множителям Лагранжа (множители Лагранжа могут быть выбраны с точностью до положительного множителя). Заметим, что аномальный случай $\lambda_0 = 0$ приводит к траектории движения УО по направлению от старта к финишу с максимальной скоростью, которая доставляет минимум только при отсутствии обнаружителей на отрезке, соединяющем старт и финиш, и $T = \frac{l}{v_{\max}}$, а в противном случае управляемый процесс,

соответствующий $\lambda_0 = 0$, не будет допустимым. В качестве нормировки задачи выбирается условие $\lambda_0 = \frac{1}{2}$.

1.4. Краевая задача

На основе принципа максимума Понтрягина задача оптимального управления сводится к краевой задаче с краевыми условиями (1) и системой дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x} &= \hat{v} \cos \hat{\varphi}, \\ \dot{y} &= \hat{v} \sin \hat{\varphi}, \\ \dot{p}_x &= -\sum_{i=1}^N q_i \frac{\hat{v}^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot (x-a_i), \\ \dot{p}_y &= -\sum_{i=1}^N q_i \frac{\hat{v}^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot (y-b_i), \end{aligned} \right. \quad (8)$$

где

$$\hat{v} = \min \left(\frac{\|p\|}{\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}}, v_{\max} \right), \quad (9)$$

а управление $\hat{\varphi}$ находится из соотношений $\cos \hat{\varphi} = \frac{p_x}{\|p\|}$, $\sin \hat{\varphi} = \frac{p_y}{\|p\|}$, а $\|p\| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \neq 0$.

При $\|p(\tau)\| = 0$ в отдельной точке $\tau \in [0, T]$ получим управление $\hat{v} = 0$, $\hat{\varphi} \in [0, 2\pi]$. При $\|p\| = 0$ на целом промежутке Δ получается решение, при котором УО на протяжении времени Δ стоит на месте. Как будет показано далее в теореме 3, это решение не доставляет локальный минимум в исходной задаче.

1.5. Метод решения краевой задачи

Полученная краевая задача принципа максимума (1), (7)–(9) четвертого порядка нелинейна, в данной работе она решается численно методом стрельбы [19, гл. 2; 20, § 2] с использованием следующей вычислительной схемы.

В качестве параметров пристрелки выбирают недостающие для решения задач Коши константы p_0 и ψ_0 , для момента $t = 0$:

$$p_0 = \|p(0)\| = \left\| \begin{pmatrix} p_x(0) \\ p_y(0) \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(p_x(0))^2 + (p_y(0))^2},$$

а ψ_0 находится исходя из уравнения

$$\begin{pmatrix} p_x(0) \\ p_y(0) \end{pmatrix} = P_0 \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix}.$$

Задав вектор параметров пристрелки $\alpha = (p_0, \psi_0)^T$ каким-либо образом и решив задачу Коши на отрезке времени $[0, T]$, получим соответствующие выбранному значению α функции $x(\cdot)[\alpha]$, $y(\cdot)[\alpha]$, $p_x(\cdot)[\alpha]$, $p_y(\cdot)[\alpha]$, и, в частности, значения фазовых и сопряжённых переменных, зависящие от вектора α , в момент времени T . Соответствующие выражения из краевых условий в момент времени T составляют вектор-функцию невязок

$$\mathbf{X}[\alpha] = \begin{pmatrix} x(T) \\ y(T) - 1 \end{pmatrix}.$$

Серия задач Коши в методе Ньютона решалась численно явным методом Рунге – Кутты восьмого порядка, основанным на расчётных формулах Дормана – Принса 8(7) DOPRI8 с автоматическим выбором шага [21, гл. II.4, II.6; 22].

Для решения краевой задачи необходимо было подобрать значения параметров пристрелки α так, чтобы выполнялось условие обнуления вектор-функции невязок $\mathbf{X}[\alpha] = 0$.

Таким образом, решение краевой задачи свелось к решению системы из двух нелинейных алгебраических уравнений от двух неизвестных. Корень α системы алгебраических уравнений $\mathbf{X}[\alpha] = 0$ находился методом Ньютона с модификацией Исаева – Сониной [23].

Для решения полученной краевой задачи (1), (7)–(9) был реализован на языке С и протестирован соответствующий программный комплекс [24], обеспечивающий функционал решения системы нелинейных уравнений, системы линейных уравнений, интегрирования задачи Коши, численного дифференцирования, визуализации полученных результатов.

Задача многоэкстремальна, разные начальные приближения параметров пристрелки α могут соответствовать разным решениям краевой задачи. Для решения задачи классификации путей УО метод стрельбы многократно запускался из точек ограниченной прямоугольной сетки в пространстве параметров пристрелки (p_0, ψ_0) .

1.6. Численное моделирование

Описанная методика применима при расчётах для произвольного количества обнаружителей N .

Моделирование проводилось для $N \leq 10$. В настоящей работе представлены результаты моделирования для одного, двух и трёх статично расположенных обнаружителей с $q_i = 1$, $i \in [1, N]$, $v_{\max} = 2$, $T = 1$.

Ниже на рис. 2–5 приведены траектории УО в конфликтной среде для разного количества обнаружителей. Движение УО начинается из точки с координатами (0,0) и заканчивается в точке (0,1), они обозначены чёрными квадратами. Расположение обнаружителей отмечено красными точками. На всех рисунках ниже траектории с меньшим значением функционала соответствует более жирная кривая, в данном разделе лучшие траектории УО отобразены фиолетовым цветом.

На рис. 2 представлены экстремали Понтрягина для одного обнаружителя. В результате расчётов получаются три траектории – обход обнаружителя слева, справа и траектория с полным оборотом вокруг обнаружителя. Перемещаясь по голубой траектории, УО вначале движется от точки старта до точки A по кривой l_1 , затем совершает оборот вокруг обнаружителя по кривой l_2 , возвращаясь в точку A , и, наконец, движется от точки A до финиша по кривой l_3 .

Несмотря на то, что траектории с полным оборотом вокруг обнаружителя удовлетворяют необходимым условиям оптимальности и получаются в результате расчётов, будем их отбрасывать, так как если исключить из таких траекторий полные обороты, функционал будет меньше, к тому же значение функционала на них получается значительно больше, чем на траекториях без полных оборотов вокруг обнаружителей.

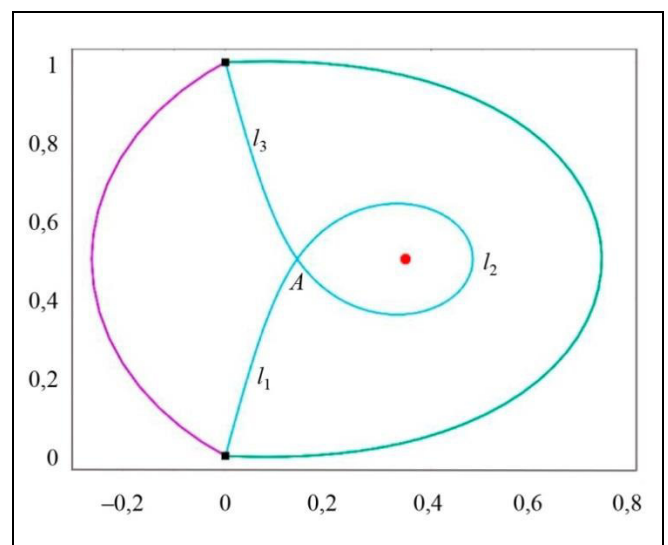


Рис. 2. Траектории для случая одного обнаружителя с координатами (0,5; 0,5)

На рис. 3 приводятся траектории для двух обнаружителей: на рис. 3, *a* – все полученные траектории, на рис. 3, *б* – после отброса траекторий с полными оборотами вокруг особых точек.

На рис. 4 показаны траектории для трёх обнаружителей: на рис. 4, *a* – все полученные траекто-

рии, на рис. 4, *б* – после отброса траекторий с полными оборотами вокруг особых точек.

Траектории для другой конфигурации трёх обнаружителей после отброса траекторий с полными оборотами вокруг особых точек представлены на рис. 5.

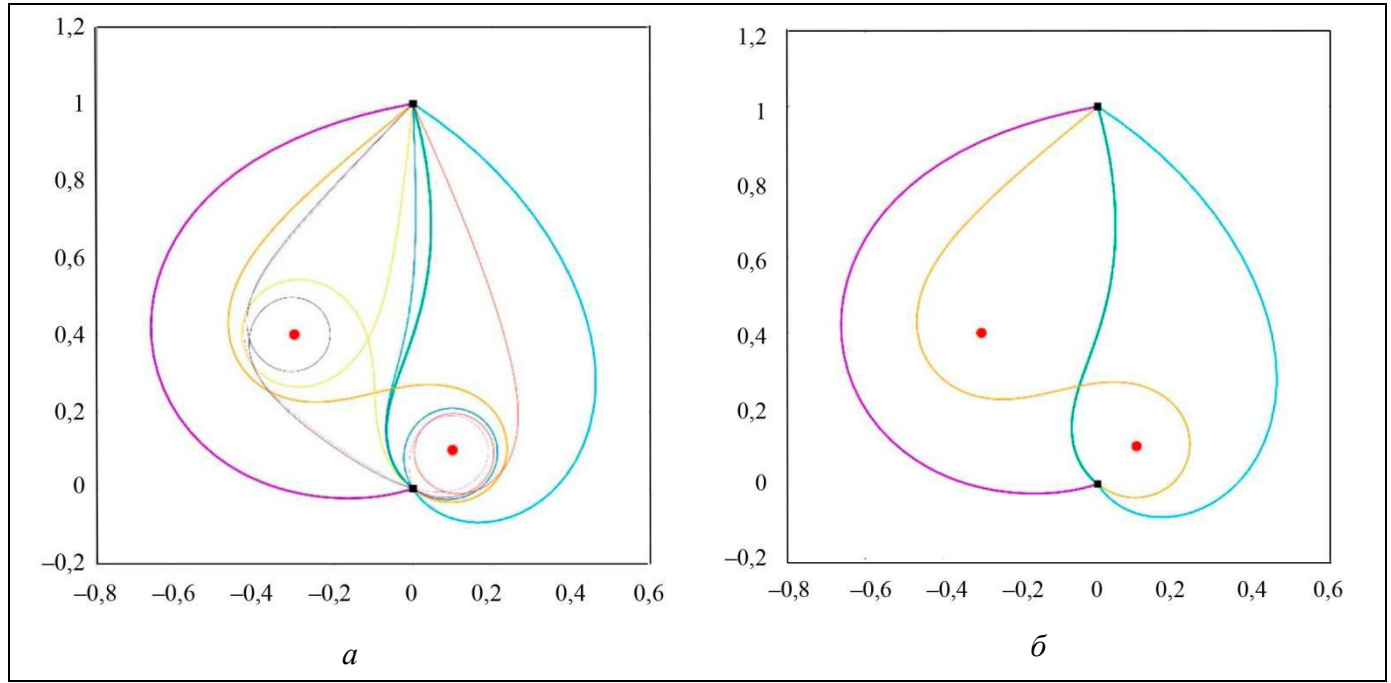


Рис. 3. Траектории для случая двух обнаружителей с координатами $(0,1; 0,1)$ и $(-0,3; 0,4)$: *a* – все траектории, *б* – траектории без оборотов вокруг обнаружителей

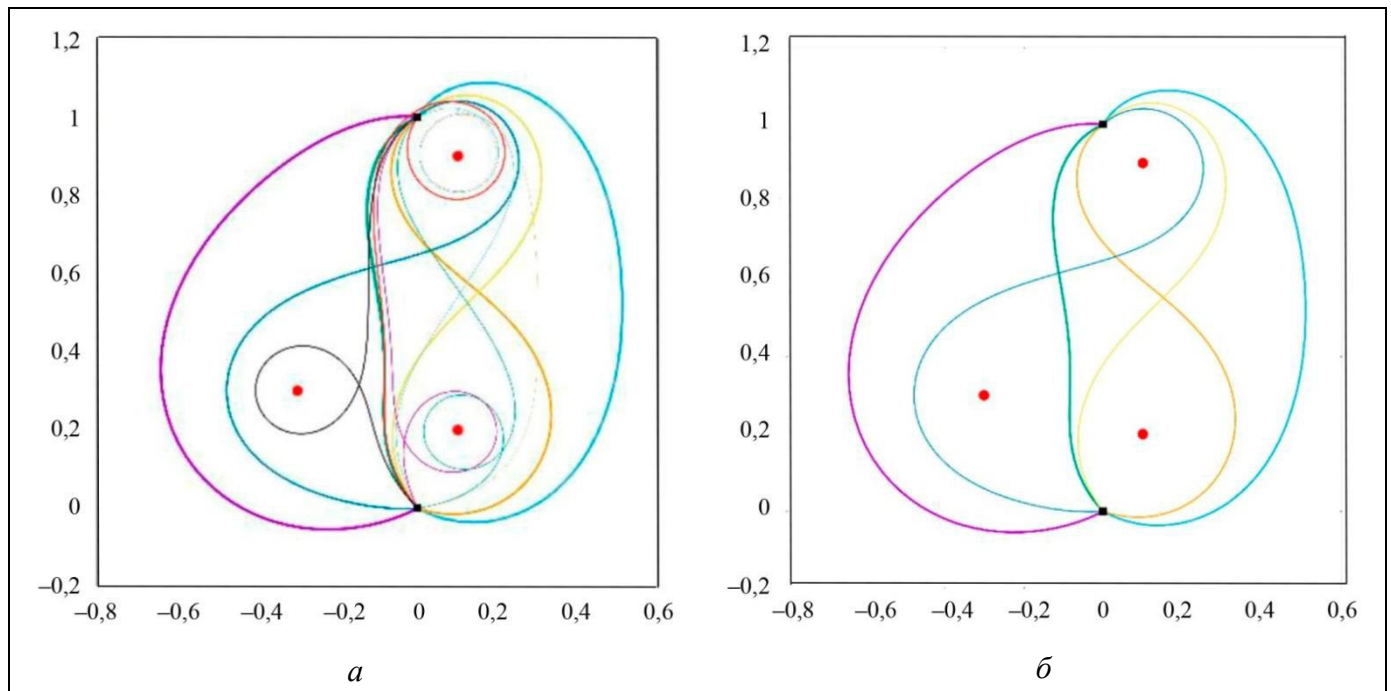


Рис. 4. Траектории для случая трёх обнаружителей с координатами $(0,1; 0,2)$, $(-0,3; 0,3)$ и $(0,1; 0,9)$: *a* – все траектории, *б* – траектории без оборотов вокруг обнаружителей

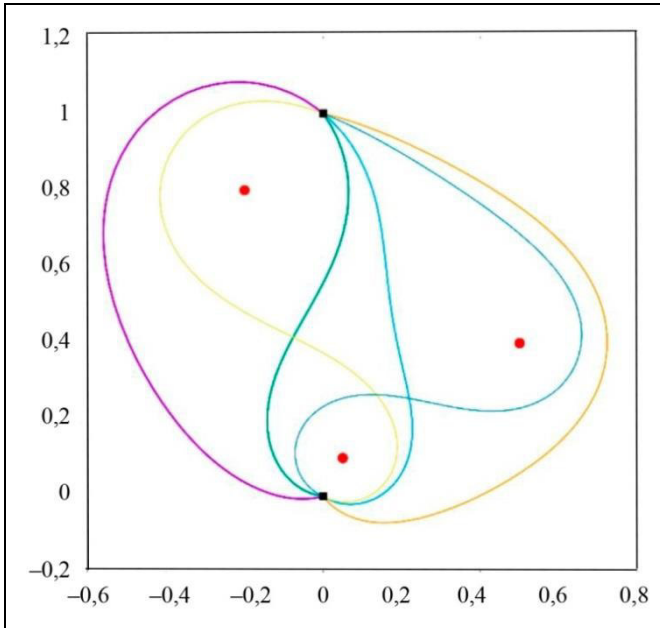


Рис. 5. Траектории УО для случая трёх обнаружителей с координатами (0,05; 0,1), (0,5; 0,4) и (-0,2; 0,8), без оборотов вокруг обнаружителей

1.7. Анализ результатов численного моделирования

Если на траектории не достигалось значение скорости v_{\max} , то при варьировании параметра T в постановке задачи часто путь УО $y(x)$ оставался без изменений, т. е. соответствующая траектория по-прежнему являлась экстремалью Понтрягина, но точка УО двигалась по ней с другой скоростью. Сформулируем данное наблюдение в виде следующей теоремы.

Теорема 1. Если на экстремали $\{\hat{x}(\cdot), \hat{y}(\cdot), \hat{v}(\cdot), \hat{\phi}(\cdot)\}$ задачи (1)–(4) не было выхода на ограничение $v \leq v_{\max}$, то путь $\hat{y}(\hat{x})$ останется путем, соответствующим некоторой экстремали в задаче, отличающейся от исходной задачи (1)–(4) только увеличением константы T .

Доказательство. Пусть в исходной задаче (назовём её задачей 1) время движения УО было задано величиной $T = T_1$. Рассмотрим задачу 2, совпадающую с исходной за исключением ограничения по времени, а именно со временем движения УО, заданным величиной $T_2 > T_1$. Тогда такой задаче оптимального управления соответствует та же краевая задача принципа максимума (1), (7)–(9), отличающаяся только значением константы T . Сделав v -замену времени [25], а именно растянув время в $\varkappa = \frac{T_2}{T_1} > 1$ раз, непосредственной проверкой получаем, что экстремаль задачи 1 также будет являться экстремалью задачи 2. Путь $\hat{y}(\hat{x})$ переме-

ния УО при этом сохраняется, но движение по нему будет осуществляться со скоростью, в \varkappa раз меньшей скорости в исходной задаче 1. ♦

Замечание 1. Обратное утверждение неверно, так как значения v_{\max} и T задают максимально возможную длину пути УО, равную $v_{\max} T$. Если для времени $T = T_1$ существовала экстремаль $\{\hat{x}(\cdot), \hat{y}(\cdot), \hat{v}(\cdot), \hat{\phi}(\cdot)\}$ задачи (1)–(4) с путём $\hat{y}(\hat{x})$

длины ℓ , то для времени $T_2 < \frac{\ell}{v_{\max}} \leq T_1$ такой путь

уже не будет допустимым: либо УО для удовлетворения ограничения придётся пройти по более короткому пути ближе к одному из обнаружителей, либо решение с конфигурацией обхода обнаружителей, полученное для большего времени, перестанет существовать. ♦

Соответствующий пример изменения траектории можно наблюдать далее при сравнении левых и правых траекторий рис. 6, в и г.

Замечание 2. При увеличении времени T могут появиться новые траектории УО, являющиеся экстремалью, которые не удовлетворяли естественно возникающему ограничению на длину пути при меньшем T . ♦

Соответствующий пример можно видеть при сравнении рис. 6, б и в, а, в, г, а именно при жёстком ограничении на время, соответствующее рис. 6, б, траектории с обходом наблюдателей слева и справа не возникает, остаётся только траектория с проходом между наблюдателями.

Утверждение. При сохранении того же вида пути траектории $\hat{y}(\hat{x})$ в условии теоремы 1 значение функционала (4) уменьшится в \varkappa раз, так как от времени функционал зависит линейно, а от скорости – квадратично. ♦

Доказательство. Сделаем замену переменной под интегралом $\tau = t / \varkappa$, переводящую отрезок $[0, T_2]$ в $[0, T_1]$, при этом $v(\tau) = \varkappa v(t)$:

$$\int_0^{T_2} \sum_{i=1}^N \frac{v^2(t)}{r_i^2(t)} dt = \int_0^{T_2} v^2(t) \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i^2(t)} dt = \int_0^{T_1} \frac{v^2(\tau)}{\varkappa^2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i^2(\tau)} \varkappa d\tau = \frac{1}{\varkappa} \int_0^{T_1} \sum_{i=1}^N \frac{v^2(\tau)}{r_i^2(\tau)} d\tau. \blacklozenge$$

Замечание 3. Самый короткий возможный путь будет при перемещении УО по отрезку (0,0)–(0,1) длины 1. Поэтому при $T = \frac{1}{v_{\max}}$ решение задачи существует только при отсутствии обнаружителей



на отрезке, соединяющем начальную и конечную точки движения УО, и представляет собой движение УО по данному отрезку с максимальной скоростью v_{\max} , а при $T < \frac{1}{v_{\max}}$ решений в задаче (1)–

(4) нет, так как самый короткий путь имеет длину, равную 1. ♦

Замечание 4. Пути $y(x)$ экстремалей задачи лежат в некоторой трубке траекторий, содержащей отрезок $(0,0)–(0,1)$. Вне зависимости от расположения обнаружителей при устремлении времени T к $\frac{1}{v_{\max}}$ справа диаметр данной трубки стремится к нулю. ♦

Соответствующее «стягивание» траектории к отрезку, соединяющему точки старта и финиша УО, можно видеть далее на рис. 6 на примере траектории, проходящей между обнаружителями.

Теорема 2. *Замкнутые кривые, описывающие полный оборот вокруг какого-либо из обнаружителей, не доставляют абсолютный минимум в задаче (1)–(4).*

Доказательство. Действительно, рассмотрим ситуацию, изображённую на рис. 2, при которой УО совершает полный оборот вокруг какого-либо из обнаружителей. При этом всю траекторию можно разбить на три части: движение по линии l_1 до некоторой точки A , в которой путь УО будет самопересекаться, затем полный оборот вокруг обнаружителя l_2 и, наконец, перемещение по линии l_3 от точки A до финиша.

Заметим, что если удалить участок движения l_2 , то траектория движения УО от старта до точки A по линии l_1 и затем сразу от точки A к финишу по линии l_3 будет допустимой в задаче (1)–(4), так как в постановке отсутствуют ограничения на кривизну траектории и скорость поворота УО. При этом функционал (4) аддитивный, его значение при прохождении по траектории строго возрастает, а значит, если удалить из пути участок движения УО по линии l_2 , значение функционала уменьшится. К тому же, общее время движения уменьшится на ΔT , и согласно утверждению, на оставшейся части траектории можно уменьшить скорость движения УО в $\frac{T}{T-\Delta T}$ раз, что дополнительно уменьшит значение функционала (4).

Таким образом, при движении по пути l_1l_3 значение функционала будет гарантированно меньше. ♦

Замечание 5. Несмотря на то, что в доказательстве теоремы 2 показано, что движение по пути l_1l_3 лучше движения по пути $l_1l_2l_3$ с точки зрения минимизации риска обнаружения, обычно на таких

путях в точке A стыковки l_1 и l_3 траектория УО не является гладкой, что соответствует скачку в управлении и разрыву сопряжённых переменных, а значит, управляемый процесс с движением УО по пути l_1l_3 не является экстремалью задачи (1)–(4).

Теорема 3. *Траектории управляемых процессов ξ с $\|p\|=0$ на некотором промежутке Δ в краевой задаче (1), (7)–(9), не доставляют локальный минимум в задаче оптимального управления (1)–(4).*

Доказательство. Из условия $\|p\|=0$ следует $\dot{v}=0$, т. е. УО находится в одной точке на протяжении времени Δ . Для любого сколь угодно малого $\varepsilon \in (0,1)$

уменьшим время нахождения в этой точке в $\frac{1}{\varepsilon}$ раза с Δ

до $\varepsilon\Delta$ на соответствующем ξ пути $y(x)$. При этом время движения по остальному маршруту увеличится с $T-\Delta$ до $T-\varepsilon\Delta$. Уменьшим скорость движения УО в $k = \frac{T-\varepsilon\Delta}{T-\Delta}$ раз. Тогда функционал (4) на таком близком к ξ в пространстве решения задачи управляемом процессе, соответствующем построенной траектории, уменьшится в $k > 1$ раз. ♦

2. ЗАДАЧА С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ДЛИНУ ПУТИ

2.1. Изменения в постановке и краевая задача

Если длина пути УО ограничена, то для учёта данного ограничения вводится дополнительная фазовая переменная $z(t)$ – длина пройденного УО пути за время t .

Тогда к граничным условиям (1) добавляются условия

$$z(0) = 0, z(T) \leq \ell, \quad (10)$$

где ℓ – ограничение на длину пути УО.

К системе дифференциальных связей (2) в этом случае добавляется соотношение

$$\dot{z} = v. \quad (11)$$

При исследовании задачи на основе принципа максимума произойдут следующие изменения. В основных конструкциях (5) к лагранжиану L добавится слагаемое $p_z(\dot{z}-v)$, к терминанту l – слагаемые $\lambda_{z_0}z(0)$ и $\lambda_{z_T}(z(T)-\ell)$, к функции Понтрягина H – слагаемое $p_z v$.

При исследовании сопряжённой системы дополнительно к уравнениям (6) получаем $\dot{p}_z = 0 \Rightarrow p_z \equiv \text{const}$.

К условиям трансверсальности (7) добавляются соотношения $p_z(0) = \lambda_{z_0}$, $p_z(T) = -\lambda_{z_T}$.

Появляется условие дополняющей нежёсткости

$$\lambda_{z_T} (z(T) - \ell) = 0, \quad (12)$$

а также дополнительное условие неотрицательности

$$\lambda_{z_T} \geq 0. \quad (13)$$

В зависимости от того, какой из сомножителей в условии (12) обнуляется, возможны два разных случая.

В первом случае ограничение на длину пути активно: $z(T) = \ell$. Тогда решение задачи оптимального управления с учётом формул (10), (11) сводится к решению краевой задачи с дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{v} \frac{p_x}{\|p\|}, & \dot{y} = \hat{v} \frac{p_y}{\|p\|}, & \dot{z} = \hat{v}, \\ \dot{p}_x = -\sum_{i=1}^N q_i \frac{\hat{v}^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot (x-a_i), \\ \dot{p}_y = -\sum_{i=1}^N q_i \frac{\hat{v}^2}{((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2)^2} \cdot (y-b_i), \end{cases}$$

где

$$\hat{v} = \min \left(\max \left(\frac{\|p\| + p_z}{\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}}, 0 \right), v_{\max} \right),$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} x(0) = 0, & x(T) = 0, \\ y(0) = 0, & y(T) = 1, \\ z(0) = 0, & z(T) = \ell. \end{cases}$$

Вычислительная схема метода стрельбы в этом случае выглядит следующим образом. По параметрам пристрелки p_0 , ψ_0 , λ_{z_T} заполняются начальные значения для решения задачи Коши:

$$\begin{pmatrix} p_x(0) \\ p_y(0) \\ p_z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_0 \cos \psi_0 \\ p_0 \sin \psi_0 \\ -\lambda_{z_T} \end{pmatrix}.$$

Затем решается задача Коши и вычисляется вектор-функция невязок

$$\begin{pmatrix} x(T) \\ y(T) - 1 \\ z(T) - \ell \end{pmatrix}.$$

Далее система нелинейных уравнений решается методом, описанном в п. 1.5.

Во втором случае, когда $z(T) < \ell$, т. е. ограничение не активно, получаем краевую задачу (1), (7)–(9), которой соответствует вычислительная схема, описанная в п. 1.6, но теперь также дополнительно интегрируется переменная z с условиями $\dot{z} = \hat{v}$, $z(0) = 0$.

Если на полученном решении краевой задачи оказывается, что $z(T) > \ell$, то соответствующая траектория отбрасывается, так как не удовлетворяет системе ограничений задачи и не является допустимой.

2.2. Результаты численного моделирования

Для наглядной демонстрации влияния ограничения на длину пути на решения рассмотрим сценарий с двумя обнаружителями, расположенными в точках (0,2; 0,3) и (–0,3; 0,4). Возьмём следующие значения констант: $q_i = 1$, $v_{\max} = 0,8$, $T = 2$.

На рис. 6, а изображены три экстремали Понтрягина в задаче без ограничения на длину пути. На рис. 6, б рассмотрена ситуация с жёстким ограничением, при котором на траекториях обхода обоих обнаружителей слева или справа не выполняется ограничение на длину пути, и они удаляются из семейства решений как недопустимые. На рис. 6, в ограничение слабее, и траектории обхода обоих обнаружителей с одной стороны появляются вновь, однако ограничение на длину пути вынуждает УО в этом случае двигаться к ним ближе, чем на рис. 6, а. При дальнейшем ослаблении ограничения на длину пути появляются невыгодные по функционалу траектории с совершением полного оборота вокруг одного из обнаружителей, изображённые на рис. 6, г, они не являются оптимальными по теореме 2.

Лучшим решением для случаев, изображённых на рис. 6, б–г, по-прежнему является более жирная зелёная траектория, проходящая между обнаружителями с рисунка 6, а, на которой ограничение на длину пути не активно. Траектории же, проходящие между обнаружителями на рис. 6, б–г, экстремалами не являются, так как на них нарушается условие неотрицательности (13).

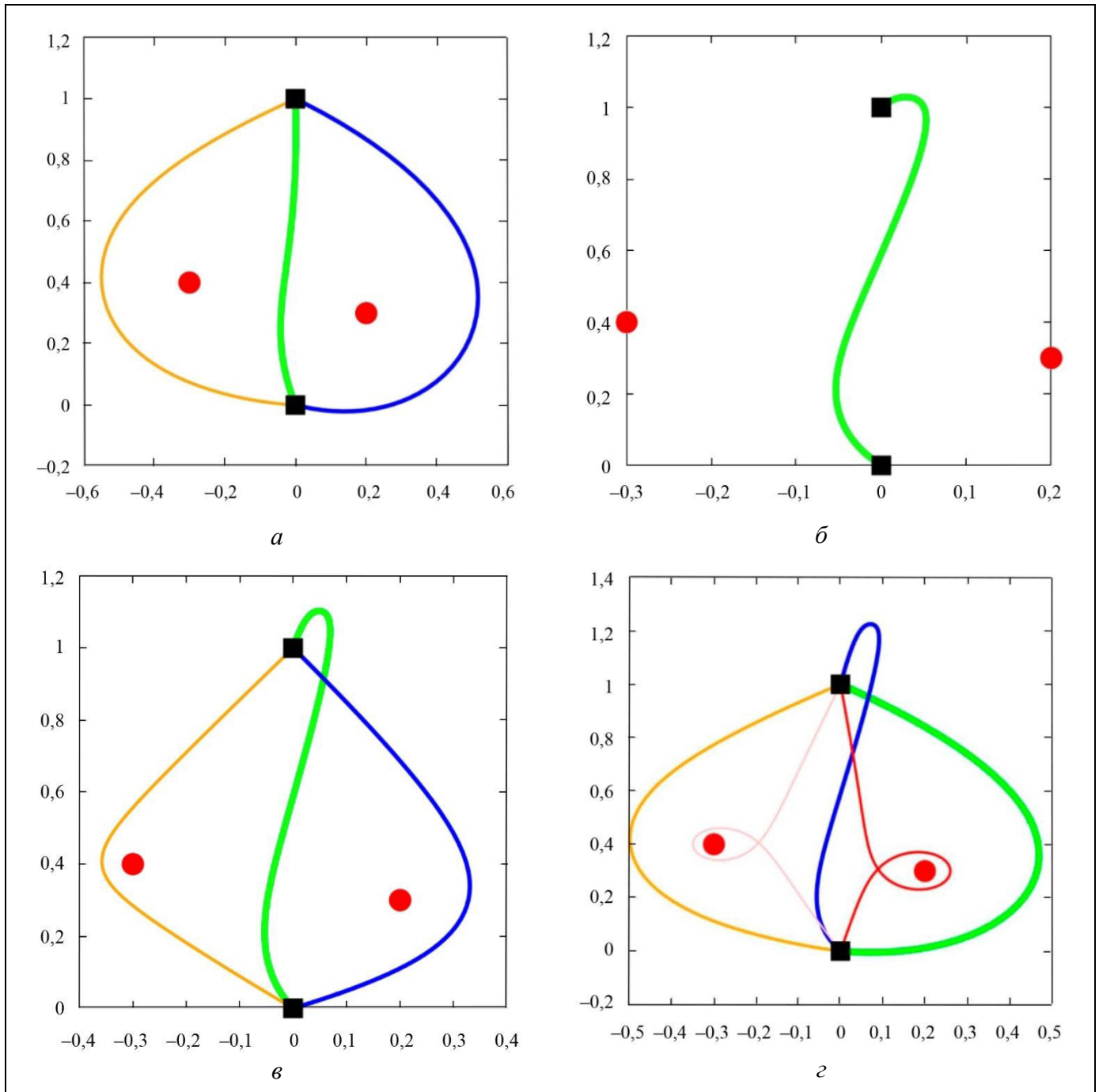


Рис. 6. Влияние ограничения на длину пути: a – ограничение не активно, $б$ – $\ell = 1,1$, $в$ – $\ell = 1,25$, $г$ – $\ell = 1,5$

Влияние варьирования величин q_i на траектории УО изучено в работе [26], на рис. 2 в ней можно видеть, что по результатам моделирования УО выгодно проходить дальше от обнаружителя с большим весом q_i , что соответствует здравому смыслу.

Отметим также, что в двух задачах, отличающихся только величиной ограничения v_{\max} , могут получаться различные наборы траекторий движения УО, если хотя бы в одном из двух случаев

происходит выход на ограничение v_{\max} , что можно видеть на рис. 5 в статье [26].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача планирования траектории движения УО с интегральным критерием качества (риском), зависящим от скорости УО и расположения нескольких обнаружителей, а также интегральным ограничением на длину траектории, формализова-

на как задача оптимального управления. Эта задача решена непрямыми методами оптимизации, опирающимися на принцип максимума Понтрягина. В результате получается набор экстремальных траекторий, из которых выбирается глобально оптимальная и выписывается оптимальный закон скорости на ней. Проведено моделирование с целью определения чувствительности параметров задачи, а именно координат точек обнаружителей, времени передвижения и длины траектории.

Разработанная методика планирования траектории УО в конфликтной среде может быть далее применена для обратной задачи оптимизации расстановки обнаружителей с целью противодействия скрытному движению УО [27].

ЛИТЕРАТУРА

1. Rafai, A., Adzhar, N., Jaini, N. A Review on Path Planning and Obstacle Avoidance Algorithms for Autonomous Mobile Robots // *Journal of Robotics*. – 2011. – P. 1–14. – DOI: 10.1155/2022/2538220.
2. Zhang, Z., Wu, J., Dai, J., He, C. Rapid Penetration Path Planning Method for Stealth UAV in Complex Environment with BB Threats // *International Journal of Aerospace Engineering*. – 2020. – P. 1–15. – DOI: 10.1155/2020/8896357.
3. Hu, J., Fan, L., Yifei, L., et al. Reinforcement Learning-Based Low-Altitude Path Planning for UAS Swarm in Diverse Threat Environments // *Drones*. – 2023. – Vol. 7. – P. 567. – DOI: 10.3390/drones7090567.
4. Chen Q., Zhao Q., & Zou, Z. Threat-Oriented Collaborative Path Planning of Unmanned Reconnaissance Mission for the Target Group // *Aerospace*. – 2022. – Vol. 9, no. 577. – P. 1–23. – DOI: 10.3390/aerospace9100577.
5. Filimonov, A.B., Filimonov, N.B. Constructive Aspects of the Method of Potential Fields in Mobile Robotics // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2021. – Vol. 57, no. 4. – P. 371–377. – DOI: 10.15372/AUT20210406.
6. Karur, K., Sharma, N., Dharmatti, Ch., Siegel, J.E. Survey of Path Planning Algorithms for Mobile Robots // *Vehicles*. – 2021. – Vol. 3, no. 3. – P. 448–468. – DOI: 10.3390/vehicles3030027.
7. Ajeil, F.H., Ibraheem, I.K., Azar, A.T., Humaidi, A.J. Grid-Based Mobile Robot Path Planning Using Aging-Based Ant Colony Optimization Algorithm in Static and Dynamic Environments // *Sensors*. – 2020. – Vol. 20, no. 7. – Art. no. 1880. – DOI: 10.3390/s20071880.
8. Галаяев А.А., Маслов Е.П., Рубинович Е.Я. Об одной задаче управления движением объекта в конфликтной среде // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. – 2009. – № 3. – С. 134–140. [Galyaev, A.A., Maslov, E.P., Rubinovich, E.Ya. On a Motion Control Problem for an Object in a Conflict Environment // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2009. – Vol. 48, no. 3. – P. 458–464.]
9. Dogan, A., Zengin, U. Unmanned Aerial Vehicle Dynamic-Target Pursuit by Using Probabilistic Threat Exposure Map // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. – 2006. – Vol. 29, no. 4. – P. 723–732. – DOI: 10.2514/1.18386.
10. Галаяев А.А., Маслов Е.П. Оптимизация законов уклонения подвижного объекта от обнаружения // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. – 2010. – № 4. – С. 52–62. [Galyaev, A.A., Maslov, E.P. Optimization of a Mobile Object Evasion Laws From Detection // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2010. – Vol. 49, no. 4. – P. 560–569.]
11. Галаяев А.А., Маслов Е.П. Уклонение в конфликтной среде от обнаружения системой разнородных наблюдателей // *Известия РАН. Теория и системы управления*. – 2014. – № 4. – С. 18–27. [Galyaev, A.A., Maslov, E.P. Evasion from Detection by a System of Heterogeneous Observers in Threat Environment // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2014. – Vol. 53, no. 4. – P. 487–496.]
12. Сысоев Л.П. Критерий вероятности обнаружения на траектории в задаче управления движением объекта в конфликтной среде // *Проблемы управления*. – 2010. – № 6. – С. 64–70. [Sysoev, L.P. The Criterion of Probability Detecting on the Trajectory in the Problem of Movement Control in Threat Environment // *Control Sciences*. – 2010. – No. 6. – P. 65–72. (In Russian)]
13. Галаяев А.А. Задача уклонения от обнаружения системой разнородных наблюдателей: один сенсор – группа детекторов // *Проблемы управления*. – 2016. – № 3. – С. 72–77. [Galyaev, A.A. Problem of Evading Detection by System of Heterogeneous Observers: One Sensor – Group of Detectors // *Control Sciences*. – 2016. – No. 3. – P. 72–77. (In Russian)]
14. Галаяев А.А., Лысенко П.В., Яхно В.П. Уклонение подвижного объекта от одиночного обнаружителя на заданной скорости // *Проблемы управления*. – 2020. – № 1. – С. 83–91. – DOI: 10.25728/ru.2020.1.8. [Galyaev, A.A., Lysenko, P.V., Yakhno, V.P. Moving Object Evasion from Single Detector at Given Speed // *Control Sciences*. – 2020. – No. 1. – P. 83–91. – DOI: 10.25728/ru.2020.1.8. (In Russian)]
15. Zabarankin, M., Uryasev, S., Murphey, R. Aircraft Routing under the Risk of Detection // *Naval Research Logistics*. – 2006. – Vol. 53, no. 8. – P. 728–747. – DOI: 10.1002/nav.20165.
16. Добровидов А.В., Кулида Е.Л., Рудько И.М. Бортовой комплекс управления скрытностью морских подводных объектов с оперативно советующей системой // *Проблемы управления*. – 2011. – № 3. – С. 64–75. [Dobrovodov, A.V., Kulida, E.L., Rud'ko, I.M. Control of Object Movement in Threat Environment // *Control Sciences*. – 2011. – No. 3. – P. 64–75. (In Russian)]
17. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979. – 432 с. [Aleksseev, V.M., Tikhomirov, V.M., Fomin, S.V. Optimal'noe upravlenie. – M.: Nauka, 1979. – 432 p. (In Russian)]
18. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983. – 393 с. [Pontryagin, L.S., Boltyanskii, V.G., Gamkrelidze, R.V., Mishchenko, E.F. Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov. – M.: Nauka, 1983. – 393 p. (In Russian)]
19. Григорьев И.С. Методическое пособие по численным методам решения краевых задач принципа максимума в задачах оптимального управления. – М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2005. – 393 с. [Grigor'ev, I.S. Metodicheskoe posobie po chislennym metodam resheniya kraevykh zadach printsipa maksimuma v zadachakh optimal'nogo upravleniya. – M.: Izdatel'stvo Tsentra prikladnykh issledovaniy pri mekhaniko-matematicheskome fakul'tete MGU, 2005. – 393 p. (In Russian)]
20. Александров В.В., Бахвалов Н.С., Григорьев К.Г. и др. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. – М.: Издательство Московского



- университета, 1988. – 80 с. [Aleksandrov, V.V., Bakhvalov, N.S., Grigor'ev, K.G., et al. Praktikum po chislennym metodam v zadachakh optimal'nogo upravleniya. – М.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1988. – 80 p. (In Russian)]
21. Хайпер Э., Нёрсетт С.П., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1989. – 512 с. [Khairer, E.H., Nersett, S.P., Vanner, G. Reshenie obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii. – М.: Mir, 1989. – 512 p. (In Russian)]
22. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с. [Bakhvalov, N.S., Zhidkov, N.P., Kobel'kov, G.M. Chislennye metody. – М.: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2008. – 636 p. (In Russian)]
23. Исаев В.К., Сонин В.В. Об одной модификации метода Ньютона численного решения краевых задач // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1963. – Т. 3, № 6. – С. 1114–1116. [Isaev, V.K., Sonin, V.V. On a Modification of Newton's Methods for the Numerical Solution of Boundary Problems // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 1963. – Vol. 3, no. 6. – P. 1525–1528.]
24. Самохин А.С., Самохина М.А. Решение задачи Коши многомерным методом Рунге-Кутты, основанным на расчётных формулах Дормана-Принса 8(7), с автоматическим выбором шага. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020611811. Запер. 11.02.2020. [Samokhin, A.S., Samokhina, M.A. Reshenie zadachi Koshi mnogomernym metodom Runge-Kutty, osnovannym na raschetnykh formulakh Dormana-Prinsa 8(7), s avtomaticheskim vyborom shaga. Svidetel'stvo o registratsii programmy dlya EHVМ RU 2020611811. Reg. 11.02.2020. (In Russian)]
25. Милютин А.А., Дмитрук А.В., Осмоловский Н.П. Принцип максимума в оптимальном управлении. – М.: МГУ, мех.-матем. ф-т, 2004. – 168 С. [Milyutin, A.A., Dmitruk, A.V., Os-molovskii, N.P. Printsip maksimuma v optimal'nom upravlenii. – М.: МГУ, мех.-матем. ф-т, 2004. – 168 с. (In Russian)]
26. Галаяев, А.А., Самохин, А.С., Самохина, М.А. On problem of optimal observers' placement on plane // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1864, no. 1. – Art. no.012075. – DOI: 10.1088/1742-6596/1864/1/012075.
27. Галаяев, А., Самохин, А., Самохина, М. Application of the Gradient Projection Method to the Problem of Sensors Arrangement for Counteraction to the Evasive Object // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). – Saint Petersburg, 2021. – p. 9470857.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.

Поступила в редакцию 30.10.2023,
после доработки 29.11.2023.
Принята к публикации 30.11.2023.

Самохина Марина Александровна – науч. сотрудник,

✉ ph@ipu.ru

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7043-706X>

Галаяев Андрей Алексеевич – член-корр. РАН, д-р техн. наук,

✉ galaev@ipu.ru

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6494-6880>

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва

© 2024 г. Самохина М.А., Галаяев А.А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

CONSTRUCTING A MAP OF LOCALLY OPTIMAL PATHS FOR A CONTROLLED MOVING OBJECT IN A THREAT ENVIRONMENT

M. A. Samokhina* and A. A. Galyaev**

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ ph@ipu.ru, **✉ galaev@ipu.ru

Abstract. In some path planning problems for controlled objects, the main criterion is to reduce the integral risk of detection when moving in a threat environment with a given map of potential threats. In this paper, we construct all locally optimal paths in a 2D threat environment. The environment is represented by a fixed number of detectors whose positions are known to an evasive object. This object and the detectors are material points. The original problem is formalized as an optimal control problem and reduced to a boundary value problem based on Pontryagin's maximum principle. The boundary value problem is solved numerically by the shooting method. The case of point-to-point transition of the evasive object with and without the path length constraint is studied, and the results of numerical simulation are provided. A parametric analysis of the problem is carried out.

Keywords: threat environment, evasive object, maximum principle, trajectory optimization, numerical simulation.

Acknowledgments. This work was supported in part by the Russian Science Foundation, project no. 23-19-00134.



XXXI МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ»

В декабре 2023 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН состоялась XXXI Международная научная конференция «Проблемы управления безопасностью сложных систем». Организаторы конференции – Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Научный совет РАН по теории управляемых процессов и автоматизации, Министерство Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий.

В работе конференции приняли участие 102 автора из 41 организации, представивших 72 доклада. Работа конференции велась по следующим секциям:

1. Общетеоретические и методологические вопросы обеспечения безопасности.
2. Проблемы обеспечения экономической и социально-политической безопасности.
3. Проблемы обеспечения информационной безопасности.
4. Кибербезопасность. Особенности обеспечения безопасности в социальных сетях.
5. Экологическая и техногенная безопасность.
6. Методы моделирования и принятия решений при управлении безопасностью сложных систем.
7. Автоматизированные системы и средства обеспечения безопасности сложных систем.

Одной из отличительных особенностей настоящей конференции является достаточно большое количество докладов, посвященных проблемам повышения эффективности процессов управления обеспечением национальной безопасности нашей страны в самом широком понимании данного термина. Рассматриваемая проблематика представляет собой один из наиболее сложных комплексов задач теории и методологии организационного управления, а также целого ряда смежных научных дисциплин.

По сложившейся в последние годы традиции конференцию открыл доклад *Г.Г. Малинецкого, В.В. Кульбы, Т.С. Ахромеевой, С.А. Торопыгиной*

«Стратегическая стабильность, искусственный интеллект и управление рисками военных конфликтов», посвященный анализу геополитического, экономического и военно-политического противостояния государств в современном мире. Как подчеркивается в докладе, одной из базовых причин и предпосылок возникновения и развития конфликтов в настоящее время являются принципиально различные цивилизационные стратегии государств, и в первую очередь крупных мировых держав. Россия, на протяжении столетий формировавшаяся как государство, объединяющее различные культуры, национальности, религии, традиционно выступает за поддержание внутренней стабильности и гармонии, а также налаживание тесных и конструктивных взаимосвязей с другими цивилизационными общностями. Данный подход по сути определяет стратегию диалога цивилизаций, которая помимо России оказалась близка и многим другим странам. В работе большое внимание авторы уделили многостороннему анализу стратегии диалога цивилизаций с позиций теории самоорганизации (синергетики), а также практических путей ее реализации с целью предотвращения междоцивилизационных конфликтов и столкновений.

С другой стороны, подчеркивают авторы, Запад исходит из противоположной стратегии, предусматривающей не диалог, а столкновение цивилизаций. К данному тезису можно лишь добавить, что и реализуемая на практике в рамках упомянутой западной стратегии концепция глобализации в совокупности с решением целого ряда геополитических задач (стремление к обладанию мировыми природными ресурсами, военно-политическому господству, финансово-экономическому доминированию и т.д.), в конечном счете направлена на унификацию мира и объединение под началом Запада других цивилизаций, что является одной из фундаментальных первопричин большинства глобальных и локальных конфликтов как исторического прошлого, так и современности. Одновременно с этим необходимо отметить, что рассматриваемая проблема развития и взаимодействия цивилизаций крайне широка, сложна и относится к числу глобальных, вследствие чего не предполага-

ет простых и очевидных решений. Фактическим подтверждением этому являются многолетние и регулярно проводимые на различных уровнях дискуссии научного сообщества, представителей различных общественных движений, религиозных и политических кругов разных стран по проблемам отношений и взаимовлияния цивилизаций.

Доклад *В.В. Цыганова* «Концепция комплекса моделей стратегического управления национальной безопасностью России» посвящен изложению результатов разработки методов и технологий информационной поддержки процессов управления обеспечением национальной безопасности Российской Федерации в условиях ее противостояния с глобальным центром капитала. Предлагаемый в докладе подход к решению рассматриваемой задачи базируется на разработанном комплексе моделей стратегического управления национальной безопасностью России (КМБ), научно-методологической основой которого является теория управления эволюцией социально-экономических систем, активные элементы которых либо рациональны, либо обладают эмоциональным интеллектом.

Прикладные разработки КМБ проводятся в рамках предложенной концепции «ПРОгрессивно-го Комплексного Согласованного Интеллектуального Механизма с Адаптацией» (ПРОКСИМА). Структура КМБ включает комплексы моделей стратегического управления безопасностью, в рамках которых в настоящее время разрабатываются и проходят практическую апробацию функциональные модели «Индикаторное прогнозирование и стратегическое планирование», «Высокие гуманитарные технологии», «Экспертиза и отбор проектов», «Информационный менеджмент», «Информационные войны». Основным назначением перечисленных разработок является интеллектуальная поддержка процессов управления обеспечением безопасности на федеральном, региональном, муниципальном и корпоративном уровнях. Основные положения концепции ПРОКСИМА, как отмечается в докладе, уже апробированы при решении задач стратегического прогнозирования и планирования устойчивого функционирования экономического комплекса Российской Федерации, а также управления развитием транспортной инфраструктуры Сибири, Дальнего Востока и Российской Арктики.

Проблемам обеспечения экономической составляющей национальной безопасности России в современных условиях посвящен доклад *Н.И. Комкова* «Условия трансформации российской экономики». В работе изложены результаты комплексного анализа проблем экономического развития Российской Федерации в услови-

ях неустойчивости сложившегося в настоящее время однополярного порядка мироустройства, а также сформировавшихся узких мест и проблемных ситуаций в производственно-технологическом развитии России. Основное внимание уделено обоснованию необходимости структурных и технологических перемен в национальной экономике России, ряд базовых направлений которых детально рассмотрены в представленной работе.

Среди наиболее существенных проблем экономического развития России в современных условиях автор выделяет, во-первых, отсутствие возможностей государственного регулирования пропорций и взаимоотношений между структурными частями национальной экономики, во-вторых, снижение объема внешних инвестиций, и в-третьих, зависимость от импорта передовых технологий, усугубляемая для предприятий и компаний резким падением доступности экспортных поставок из недружественных стран.

Для ликвидации узких мест, а также как унаследованных из периода становления рыночных отношений и слепого следования рекомендациям западных экспертов, так и возникших в настоящее время проблемных ситуаций в развитии национальной экономики автором предлагаются и обосновываются возможные пути и способы их преодоления. В частности, в докладе в качестве первоочередных мер выделяются: необходимость восстановления и укрепления потенциала инновационной сферы (включая технологическую модернизацию и укрепление отечественного машиностроения) как основы социально-экономического развития страны как минимум в среднесрочной перспективе; роста объемов инвестирования отечественной экономики и ограничения спекулятивных биржевых валютных сделок (включая экспорт накопленных в России финансовых средств и дивидендов); реформирования экономической модели и системы управления государственным развитием, включая переход к стратегическому нормативному и целевому планированию.

Исследованию методологических проблем повышения эффективности планирования и управления социально-экономическим развитием Российской Федерации в условиях неопределенности и риска посвящен доклад авторского коллектива под руководством чл.-корр. РАН *В.Л. Шульца* «Методы сценарного планирования в организационном управлении». В реалиях сегодняшнего дня, как отмечается в докладе, характеризующихся крайне сложной внешнеэкономической и внешнеполитической ситуацией, а также беспрецедентно жестким санкционным давлением на Российскую Федерацию, разработка и реализация государственной социально-экономической политики не-



возможна без эффективной системы перспективного планирования, определяющей пути достижения долгосрочных целей развития страны. В сложившейся ситуации возрастает актуальность проблем разработки методологии устойчивого планирования на базе сценарных технологий, обеспечивающих возможность учета широкого спектра угроз и ограничений, и, соответственно, опережающей оценки результативности разрабатываемых планово-управленческих решений, а также их динамичной адаптации к возникающим изменениям во внешней среде.

В настоящее время, как отмечают авторы работы, уже накоплен определенный опыт использования аппарата функциональных знаковых ориентированных графов в качестве методологической основы процессов сценарного исследования широкого круга проблем управления развитием сложных социально-экономических систем, а для решения прикладных и практических задач разработан программно-аналитический комплекс сценарного моделирования. При этом основная особенность технологий сценарного анализа, как подчеркивается в докладе, заключается в том, что они функционально не предназначены для генерации «на выходе» конечных плановых документов, поскольку решают другую задачу, заключающуюся в комплексном анализе альтернативных вариантов достижения плановых целей в условиях высокой степени неопределенности. Результаты сценарного анализа и опережающая оценка угроз в конечном счете позволяют обеспечить гибкость (адаптивность) и устойчивость разрабатываемых планов к внешним возмущениям и деструктивным воздействиям. В докладе представлен ряд разработанных авторами и имеющих прикладную направленность подходов к преобразованию сценариев различного типа в конкретные планово-управленческие решения при заданных целевых установках. В заключительной части работы отмечается, что возросшая актуальность рассматриваемых проблем требует дальнейшего развития теоретических и прикладных междисциплинарных исследований в области совершенствования методов и технологий сценарного анализа, а также механизмов их практического применения для решения конкретных задач. Не менее важными являются и проблемы встраивания сценарной технологии в функциональную структуру системы подготовки стратегических и тактических плановых решений с целью формирования единой сквозной информационно-технологической цепочки плановых расчетов.

Различным теоретическим и методологическим подходам к решению широкого круга проблем обеспечения ключевых составляющих национальной безопасности, а также подготовки и принятия

решений и управлению рисками посвящена достаточно широкая группа представленных на конференции докладов: *И.В. Чернов* «Проблемы формирования показателей и индикаторов уровня национальной безопасности»; *О.В. Тасейко*, *В.В. Москвичев* «Управление комплексным территориальным риском социально-природно-техногенных систем»; *Н.Н. Володина*, *Н.И. Комков*, *В.В. Сутягин* «Проблемы социальной гармонизации российской экономической системы»; *Д.А. Кононов* «Организационные системы: учет неопределенности и риска при принятии решений»; *Г.В. Горелова* «Об анализе связности структур сложных систем на когнитивных моделях»; *В.В. Ничепорчук*, *У.С. Постникова* «Модель информационной поддержки управления природно-техногенной безопасностью территорий»; *Н.В. Команич* «Проблемы управления и факторы инновационного регионального развития как аспекты региональной безопасности РФ»; *А.А. Лазарев* «Механизмы формирования договорных цен на инновационные проекты»; *С.И. Белов*, *М.Б. Пушкарева* «Задачи обеспечения кибербезопасности интеллектуальных систем энергоснабжения на розничном рынке электроэнергии»; *Р.Е. Торгашев* «Формирование экологической ответственности в сфере предпринимательства».

Большая группа докладов посвящена решению проблем обеспечения информационной безопасности.

Доклад *Н.Г. Кереселидзе* «Об одном аспекте информационной безопасности в модели борьбы с дезинформацией» посвящен исследованию разработанной автором математической модели противодействия преднамеренному распространению ложной информации. Процесс информационного противоборства в работе представлен в форме задачи оптимального управления, отражающей воздействие дезинформации на три выделенные группы граждан: склонную к восприятию дезинформации группу риска, принимающую ложную информацию группу адептов, а также обладающую иммунитетом (невосприимчивую к дезинформации) группу. В качестве меры оценки уровня информационной безопасности общества вводится понятие допустимого барьера числа адептов. Представленные в работе результаты компьютерного моделирования позволили выделить ряд «окон» уязвимости системы противодействия дезинформации. В частности, в работе показано, что противодействие дезинформации должно вестись на систематической основе, а разовые мероприятия по противодействию отдельным деструктивным информационным акциям, хоть и могут приводить к определенному снижению численности группы адептов, на длительном временном горизонте неэффектив-

ны и, соответственно, не могут обеспечить требуемый уровень информационной безопасности.

В докладе *Е.А. Курако, Р.Э. Асратяна, В.Л. Орлова* «Об одном подходе к обеспечению технологического суверенитета в разработках распределенных информационных систем» рассмотрен комплекс проблем, связанных с практической реализацией процессов импортозамещения распределенных и основанных на применении языка программирования *C#* информационных систем. Обеспечение технологического суверенитета, как отмечается в докладе, в современных условиях становится одной из наиболее актуальных и неотложных задач. При этом одной из проблем перехода на суверенное программное обеспечение (полностью отечественные разработки или новые программные комплексы с доступными исходными текстами) является необходимость исключения ранее присутствовавших возможных «инородных включений» и компонентов. В этой связи крайне важно, чтобы в процессе как создания новых систем, так и перевода существующих в новое окружение разработчики ориентировались не только на используемые при эксплуатации надежные комплексы (желательно включенные в перечни допустимых программных средств), но и применяли проверенные среды проектирования. Большое внимание в работе уделено описанию методов преобразования систем рассматриваемого класса с целью обеспечения возможности их реализации в среде, компоненты которой включены в реестр российского программного обеспечения (основу рассматриваемой среды составляют операционные системы, средства управления базами данных, web-средства, а также фреймворки и программные библиотеки). Обобщен опыт авторов работы по использованию предложенного подхода для переноса распределенных информационных систем из среды ОС Windows в среду ОС Astra Linux.

Проблемам повышения эффективности использования информационной избыточности с целью обеспечения устойчивости информационных систем при сбоях и отказах посвящен доклад *С.К. Сомова* «Показатели надежности работы распределенных систем обработки данных, использующих и не использующих механизмы восстановления разрушенных данных». В нем представлена разработанная автором на базе аппарата теории вероятностей и марковских процессов модель распределенной информационной системы, которая с целью повышения надежности обработки запросов использует оперативное резервирование данных, предполагающее создание и хранение некоторого количества копий и/или предысторий (дампов) информационных массивов. В рамках модели предполагается, что в случае разрушения опера-

тивного резерва в узле он становится неработоспособным и все поступающие в него запросы распределяются между другими работоспособными узлами системы. На основе данной модели получены аналитические выражения для расчета значений основных показателей надежности функционирования распределенных систем обработки данных (среднего времени работы системы до отказа; вероятностей отказа и безотказной работы в заданных интервалах времени и т. д.), позволяющие проводить оценку эффективности вариантов размещения копий оперативного резерва по узлам системы.

Крайне широкому кругу проблем обеспечения информационной безопасности посвящены также работы *М.И. Синцова* «Проблемы выявления угроз, связанных с эксплуатацией уязвимостей в программном обеспечении, через ретроспективный анализ событий информационной безопасности»; *Л.Н. Логиновой, Р.М. Резникова* «Символьная парольная аутентификация как средство повышения информационной безопасности»; *И.В. Чернова, Е.Д. Ермолаева, С.В. Феоктистова* «Выделение базисных режимов динамики факторов, влияющих на информационную безопасность Российской Федерации»; *А.Н. Архиповой, В.Г. Промыслова* «Проблема обеспечения целостности и достоверности радиоастрономических данных в открытых проектах»; *А.С. Рей* «Способ построения оценки интегрального риска информационных систем на основе механизма комплексного оценивания»; *Л.А. Савина* «Применение инструментов обратной разработки для выявления недеklarированных возможностей программного обеспечения систем управления»; *В.О. Сиротюка* «Управление информационной безопасностью евразийского экспертно-информационного пространства»; *А.В. Муромцевой, В.В. Муромцева, Д.В. Кузнецова* «Информационные угрозы виртуального пространства»; *О.А. Волгиной* «Анализ технологий коммуникативного воздействия на поведение агентов гетерогенной модели социальной сети»; *В.А. Зорина, Ю.А. Ненашевой, Р.Р. Галина, Р.В. Мещерякова* «Противодействие фишингу с использованием беспилотных аппаратов на публичные Wi-Fi-сети на массовых мероприятиях»; *М.Д. Черняева* «Сравнение методов оценки риска ФСТЭК и EBIOS».

Значительный интерес участники Конференции традиционно проявляют к проблемам обеспечения техногенной безопасности, надежности функционирования технологических комплексов, потенциально опасных объектов, транспортной и энергетической инфраструктуры, а также управления ликвидацией последствий чрезвычайных ситуаций различного типа, о чем свидетельствует достаточ-



но большое количество разнообразных по тематике докладов: *В.О. Чинакал* «Проблемы обеспечения безопасности управления сложными промышленными объектами при модернизации производства в современных условиях»; *В.В. Лещенко* «Повышение надежности и живучести сложных систем с ядерным реактором»; *В.В. Ведищев, Р.В. Батищев* «Вероятностный подход при управлении технологией как фактор повышения уровня информационной безопасности производства листового проката»; *Е.В. Кловач, В.А. Ткаченко* «Производственный контроль как элемент управления промышленной безопасностью»; *Р.Ш. Хабибулин* «Задача управления пожарными рисками на объектах топливно-энергетического комплекса на основе методов оптимизации и искусственного интеллекта»; *В.К. Мусаев* «Численное моделирование сейсмических воздействий (волновая теория сейсмической безопасности) на десятиэтажное здание с подвалом»; *О.Б. Байрамов* «Вопросы безопасности ГТС и управление водохранилищем»; *А.Г. Давыдовский* «Алгоритмы превентивного управления надежностью персонала беспилотных авиационных комплексов»; *Д.М. Мельник, Е.А. Куклев* «Сценарный анализ в управлении безопасностью полетов на авиационном предприятии гражданской авиации»; *Е.А. Куклев* «Модель «Спящей катастрофы Ризона» в качестве элемента СУБП в гражданской авиации»; *А.Н. Фомичев* «Методика экономической оценки надежности функционирования пассажирских транспортных систем»; *Л.А. Баранов, А.Е. Ермакова, С.Е. Иконников* «Информационная безопасность систем диспетчерского управления на железнодорожном транспорте»; *А.И. Сафронов, А.С. Иконников* «Применение методов интеллектуального анализа данных к поиску рациональных вариантов автоматизированного построения графиков движения пассажирских поездов метрополитена»; *А.Д. Козлов, Н.Л. Нога* «Метод оценки риска, связанного с субъективными факторами, в интеллектуальных транспортных системах»; *Л.Ю. Филимонюк* «Метод обеспечения безопасности сложных систем в условиях воздействия неблагоприятных факторов и событий»; *А.А. Воронин, Ю.В. Прус* «Математическое распознавание аварийных ситуаций с помощью систем датчиков и взаимодействие со службами экстренного реагирования».

Следует также отметить целый ряд представленных на конференции заметных работ, которые, несмотря на большое разнообразие тематики, объединяет актуальность рассматриваемых проблем и востребованность результатов их решения: *М.Е. Степанцов* «Моделирование конкуренции

трех акторов, бинарное отношение сил которых представляет собой цикл»; *М.Г. Фуругян* «Алгоритмы планирования работ в вычислительных системах реального времени в условиях неопределенности»; *А.А. Широкий* «Учет влияния структуры сложной системы на ее интегральный риск на примере задачи оптимального размещения элементов в простой цепи»; *Д.Р. Гончар* «Решение методом ветвей и границ минимаксной задачи составления расписания с параллельной реализацией»; *В.А. Еременко, Н.И. Манаенкова* «Оценка границ безопасного диапазона длины импульсов при наклонном зондировании ионосферы»; *О.Б. Скворцов, В.И. Сташенко* «Вибрационная прочность и усталость электромеханического оборудования»; *К.В. Чернов* «Способность технического устройства создавать сциентные эффекты техногенного воздействия»; *А.В. Рожнов* «О гибридных моделях анализа среды функционирования для проектной работы и аудита в приложениях многошагового семантического анализа профессиональной коммуникации».

Подробно ознакомиться с представленными работами можно в опубликованных в электронном виде материалах¹, либо на официальном сайте конференции: URL: <https://iccss2023.ipu.ru/>.

В заключительном слове председательствовавший на конференции д-р техн. наук, профессор *В.В. Кульба* сообщил о планах организации XXXII конференции по рассматриваемой тематике, проведение которой планируется в октябре – ноябре 2024 г. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Телефон оргкомитета (495) 198-17-20, доб. 1407, e-mail: iccss@ipu.ru. Технический секретарь конференции – Алла Фариссовна Ибрагимова.

Ученый секретарь Оргкомитета конференции
А.Б. Шелков

Шелков Алексей Борисович – канд. техн. наук, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, [✉ abshelkov@gmail.com](mailto:abshelkov@gmail.com)
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1408-5212>

© 2024 г. Шелков А.Б.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

¹ Проблемы управления безопасностью сложных систем: материалы XXXI Международной конференции, 13 декабря 2023 г., Москва / под общей редакцией А.О. Калашникова, В.В. Кульбы; Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН Минобрнауки РФ [и др.]. – Электрон. текстовые дан. (7,2 Мб). – Москва: ИПУ РАН. – 2023.



31ST INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBLEMS OF COMPLEX SYSTEMS SECURITY CONTROL

A.B. Shelkov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

✉ abshelkov@gmail.com

Abstract. The conference took place in December 2023. Scientific results presented by the conference participants are briefly described below. The conference included the following sections: general theoretical and methodological issues of security support; problems of economic and sociopolitical security support; problems of information security support; cybersecurity and security aspects in social networks; ecological and technogenic security; modeling and decision-making for complex systems security control; automatic systems and means of complex systems security support. Special attention was paid to the problems of improving the effectiveness of Russia's national security management processes in the realities of today's world. In total, 102 authors from 41 organizations presented 72 papers at the conference.

Keywords: conference, complex systems, security control.