УДК 658.52.011.56

ЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ

А.И. Потехин

Рассмотрены проблемы создания систем управления движением поездов, способных предвидеть возможные конфликтные ситуации. С этой целью разработан формальный метод представления структуры железнодорожных объектов (станций, перегонов) в виде системы логических функций, на основе которых находится множество маршрутов. Определены логические отношения между маршрутами (совместимые, несовместимые, враждебные маршруты).

Ключевые слова: логическая модель, железнодорожная станция, стрелочный перевод, маршрут движения поездов, совместимые, враждебные маршруты.

ВВЕДЕНИЕ

Решение проблем повышения безопасности движения на железнодорожном транспорте связано с исследованием вопросов автоматизации диспетчерского управления движением поездов в железнодорожной сети. Основные функции диспетчерского управления состоят в оперативном контроле выполнения графика движения и формирования поездов и принятии решений по управлению движением поездов (при отклонении от графика).

Центральным звеном в оперативном управлении подвижным составом железнодорожной станции является станционный диспетчер (дежурный по станции). Диспетчер единолично распоряжается приемом, отправлением и пропуском поездов по главным и приемоотправочным путям железнодорожной станции. С помощью устройств сигнализации, централизации и блокировки он дистанционно управляет стрелками и сигналами, т. е. формирует поездные и маневровые маршруты; отдает приказы на движение поездов путем управления светофорами; при необходимости корректирует планы движения каждого поезда в режиме реального времени.

В периоды высокой интенсивности движения поездов (а также в нештатном режиме, в случае аварии) требуется высокая скорость принятия решения (к примеру, в Москве на Ярославском железнодорожном узле в «часы пик» прибывают и отправляются электропоезда каждые 2 мин).

В то время как расписание движения поездов тщательно планируется с помощью сложных математических моделей, повседневная работа диспетчеров по выполнению план-графика движения поездов опирается только на свод правил, опыт и мастерство самих диспетчеров. Конечно, современные системы диспетчерского контроля и централизации (например, система «Сетунь» [1]) существенно облегчают труд диспетчеров. Однако при этом отсутствует какая-либо помощь диспетчеру в виде краткосрочного прогноза по процессу управления движением при наличии временных задержек поездов, неисправностей в инфраструктуре железнодорожной сети, конфликтных ситуаций. Отсутствуют отечественные средства оценки эффективности принимаемых решений. На практике отмечается, что 80 % всех случаев нарушений безопасности движения в перевозочном процессе, так или иначе, связаны с виной диспетчеров.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Коммуникационные, транспортные, производственные системы, отличающиеся недетерминированностью, асинхронностью, управлением по событиям, параллельностью в своих структурах, представляются как дискретно-событийные системы (discrete event systems — DES) [2—4].

В настоящее время во многих научных центрах мира ведутся широкие исследования по проблеме автоматизации управления движением поездов с целью разработать систему поддержки диспетчера, которая в состоянии предвидеть возможные конфликтные ситуации и находить решения, позволяющие избегать (исключать) эти ситуации.

Конфликтные ситуации могут возникать по разным причинам: опоздания прибытия или отправления поездов на станцию (временные помехи), неисправности элементов инфраструктуры станции (стрелок, путей, светофоров и др.), несогласованность группового движения поездов на станции и др.

Поэтому исследования, в основном, ориентированы на учет определенных типов помех. Так, в работах [5—8] исследуется проблема обеспечения безопасности группового движения поездов. Моделирование осуществляется на основе сетей Петри. Сети Петри по текущей разметке всегда точно определяют состояние железнодорожной сети, положение поездов, а существующие методы анализа сетей Петри позволяют определять (предвидеть) возможные конфликтные ситуации.

В работах [9—11] стратегии управления движением транспорта состоят в оперативной перепланировке маршрутов движения в режиме реального времени с целью оптимизации движения при наличии временных помех. Показано, что для этого необходимо уметь:

— определять (предвидеть) возможные конфликтные ситуации,

— осуществлять перепланировку маршрутов движения каждого поезда в режиме реального времени,

— оперативно осуществлять замену заданного маршрута альтернативным.

Для решения этих задач вне зависимости от принятой стратегии необходимо иметь:

— множество маршрутов объекта,

— множество альтернативных маршрутов заданному,

— множества совместимых, несовместимых, враждебных маршрутов заданному маршруту.

Предлагаемые решения эффективны только на локальном уровне при наличии небольших опозданий нескольких поездов. Поэтому во всех исследованиях основным приемом борьбы с размерностью служит декомпозиция больших задач на малые задачи, которые могут быть решены локальными диспетчерскими системами с дальнейшей их глобальной координацией.

Число маршрутов на крупных железнодорожных станциях может достигать 1000 и более. Однако большие временные затраты на выполнение процессов прогнозирования и перепланировки движения поездов обусловлены поиском альтернативных маршрутов, выбором оптимального маршрута по заданным критериям, проверкой выбранного маршрута на групповую совместимость с действующими маршрутами на железнодорожных объектах (станциях, перегонах).

Представляет научный и прикладной интерес исследование такой модели железнодорожной станции, которая благодаря ее структурным особенностям сокращала бы перебор при решении указанных задач. Эти особенности состоят в дискретном характере объектов инфраструктуры станции, перегона. Например, путь (занят — свободен), стрелка (прямое — боковое положение, занята — свободна) и др. Поэтому структуру железнодорожной станции, перегона можно рассматривать как релейно-контактную схему со многими входами и выходами или логическую схему из элементов ИЛИ, И, НЕ. Задача анализа логической схемы со многими выходами заключается в ее описании в виде системы логических функций [12, 13], которая позволяет находить полное множество маршрутов и служит исходной информацией для логических вычислений альтернативных маршрутов, групповой совместимости, враждебности маршрутов и других характеристик путем применения методов анализа и синтеза теории логических схем. Возможна аппаратная и программная реализации логических вычислений. По нашему мнению, этот путь исследования сократит временные затраты процессов прогнозирования и перепланировки движения поездов.

В настоящей статье рассматривается метод представления структуры железнодорожной станции в виде системы логических функций, на основе которой находится множество маршрутов станции и определяются логические отношения между маршрутами (совместимые, несовместимые, враждебные).

2. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА МОДЕЛИРОВАНИЯ

В железнодорожной сети России около 11 тыс. станций. Станцией называется «раздельный пункт» с путевым развитием и устройствами, позволяющими выполнять операции по приему, отправлению, скрещению и обгону поездов, а также по приему, погрузке, выгрузке и выдаче грузов и по обслуживанию пассажиров.

Основные характеристики станций без потери общности рассмотрим на примере схемы промежуточной железнодорожной станции. Основным компонентом станции является «именной» путь. Особенности именного пути: поезд при движении в прямом и обратном направлении проходит его полностью (без ответвлений), его границами могут быть стрелки и тупики, он свободен или занят только одним поездом (вне зависимости от фактической протяженности поезда). Именной путь — это электрически изолированный рельсовый участок (блок-участок), состояние которого (свободен — занят) контролируется и управляется автоматически или диспетчером и отражается состоянием светофоров, расположенных на границах пути.

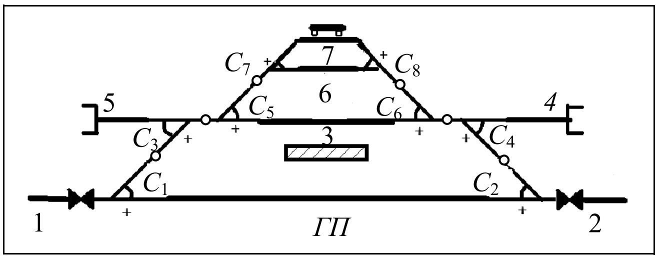

Рис. 1. Схема промежуточной железнодорожной станции

Каждый именной путь соединяется с помощью соединительного рельсового участка со стрелочными переводами. Стрелочный перевод служит для соединения, пересечения рельсовых путей и изменения направления движения поездов. По числу и расположению в топологическом плане пересекающихся путей стрелочные переводы могут быть одиночные, перекрестные и др. Основным элементом одиночного стрелочного перевода служит стрелка с переводным механизмом. Стрелки соединяются между собой и именными путями с помощью соединительных рельсовых участков. С помощью переводного механизма стрелка может находиться в одном из двух положений — прямом и боковом. На схемах станций знаком (+) обозначается прямое положение стрелок. Положение стрелки управляется и контролируется диспетчером. Стрелки, как и именные пути, являются электрически изолированными рельсовыми участками. Состояние стрелки (свободна — занята) управляется и контролируется.

На рис. 1 изображена схема станции, жирными линиями обозначены именные пути: *ГП* — главный путь, пути *1* и *2* — вход-выходные пути станции, *3* — приемоотправочный путь, *4* и *5* — вытяжные пути (тупики), *6* — выставочный путь, *7* — погрузочно-разгрузочный путь, C_1, ..., C_8 — стрелочные переводы (стрелки). Прямоугольником обозначена платформа посадки и высадки пассажиров (путь *3*) и место погрузки-разгрузки (путь *7*). Светофоры не показаны, чтобы не загромождать рисунок, их роль будет рассмотрена далее, управление ими либо автоматическое (блокировки), либо ручное (диспетчером).

3. ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ

3.1. Граф-схема железнодорожной станции

Несмотря на различные функциональные назначения станций, модель железнодорожной станции должна сохранить основные внешние свойства, как то: топологическую схему именных путей, схемы соединительных рельсовых участков и стрелочных переводов (стрелок). С этой целью исходную схему железнодорожной станции преобразуем в граф-схему специального вида. Это преобразование достаточно простое, покажем его на примере промежуточной станции.

Сформулируем правила преобразования.

- Именные пути станции (вне зависимости от их функционального назначения) на граф-схеме изобразим в виде кружков (рис. 2), которые в дальнейшем будем называть позициями, множество позиций обозначим как P, в нашем примере $P = \{p_1, p_2, , p_7\}$.
- Каждый именной путь станции связан со стрелками с помощью соединительных участков, которые изобразим в граф-схеме виде двух ребер, инцидентных позиции, соответствующей данному пути. Точки соединения этих ребер и позиций обозначим цифрами 1 и 2 (произвольно), они расположены вне кружков (см. рис. 2). Будем говорить, что эти точки соединения являются входами — выходами позиции. Входы — выходы i-й позиции обозначим как p_i^1, p_i^2.
- Стрелки станции в граф-схеме изображены в виде узлов, множество узлов обозначим как C, в нашем примере $C = \{c_1, c_2, ..., c_8\}$.
- Узлы соединяются между собой и позициями ребрами, которые соответствуют соединительным участкам станции. Знаком (+) обозначены ребра, которые указывают на прямое положение соответствующих стрелок. Ребра, соответствующие прямому и боковому положениям стрелки, соединены знаком $\measuredangle$. Множество ребер граф-схемы станции обозначим как U, оно состоит из неориентированных ребер типа (p_i^1, c_j), (p_i^2, c_j) и (c_i, c_j), где $p_i \in P$, $c_i, c_j \in C$.

Таким образом, граф-схема станции представляется в виде графа G, содержащего два типа вершин (множества P и C) и ребра (множество U): $G = (P, C, U)$.

Преобразованная таким образом схема железнодорожной станции принимает вид, показанный на рис. 2. Число позиций в граф-схеме станции

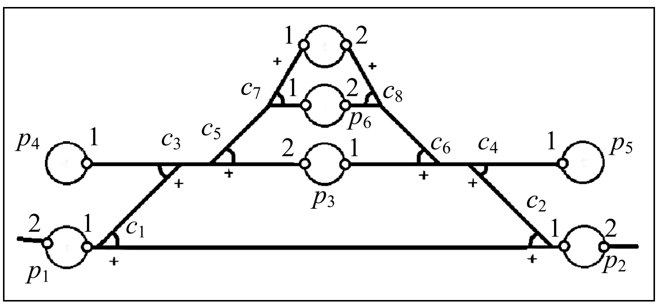

Рис. 2. Граф-схема промежуточной железнодорожной станции

можно изменить (увеличить, уменьшить). Например, при пересечении двух железнодорожных путей в одном уровне граф-схему станции необходимо дополнить позицией в месте пересечения. В то время как позицию, соответствующую главному пути станции, предназначенному для безостановочного следования поездов, можно опустить (с целью экономии числа позиций). В общем случае число и места расположения позиций определяются аналитиком.

Основным элементом организованного движения поездов на станции является маршрут. Простым станционным маршрутом будем называть простой путь в графе G в виде последовательности вершин и ребер:

$$m\,(p_i, p_j) = (p_i(p_i, c_{r,\,1}),\ c_{r,\,1},\ (c_{r,\,1}, c_{r,\,2}),\\ c_{r,\,2}, ..., c_{r,\,k}, (c_{r,\,k}, p_j)\ p_j),$$

где позиции p_i и p_j соответствуют началу и концу маршрута, $(c_{r,\,1}, c_{r,\,2}, ..., c_{r,\,k})$ —последовательность стрелок (узлов графа G), соединенных между собой соединительными участками станции (ребрами графа G): $(p_i, c_{r,\,1})$, $(c_{r,\,1}, c_{r,\,2})$, ..., $(c_{r,\,k}, p_j)$.

Свойство простого маршрута: в нормальных ситуациях предполагается, что поезд проходит маршрут от начала до конца без остановки. Составным маршрутом будем называть маршрут, состоящий из нескольких простых маршрутов.

Не всякий путь в графе G удовлетворяет описанному свойству маршрута вследствие особенности движения поезда через стрелку. А именно, поезд физически не может перейти без остановки из прямого положения (направления) стрелки на боковое направление, а также — с бокового на прямое.

Формирование нового маршрута и организация движения поезда осуществляется диспетчером станции. При этом возможно возникновение проблем вследствие опозданий поезда, неисправностей в инфраструктуре железнодорожной сети, конфликтных ситуаций при групповом движении поездов на станции и др. Требуются большие временные затраты для прогнозирования и перепланировки движения поезда, поиска альтернативных маршрутов, выбора оптимального маршрута по заданным критериям, проверки выбранного маршрута на групповую совместимость с действующими маршрутами на станции.

Как будет показано далее, представление структуры железнодорожной станции в виде системы логических функций позволяет сократить перебор при нахождении множества маршрутов станции. Будут разработаны:

— логическая модель стрелочного перевода;

— логическая модель маршрута;

— метод нахождения маршрутов железнодорожной станции;

— метод анализа маршрутов на совместимость, враждебность.

3.2. Логическая модель стрелочного перевода

Вначале рассмотрим стрелочный перевод (стрелку), с помощью которого осуществляется управление направлением движения поездов. На рис. 3 приведена схема обыкновенной одиночной стрелки C. Вершина a — основной вход/выход стрелки, вершина b — прямой вход/выход, вершина d — боковой вход/выход, вершина e — центр стрелки. Положение стрелки описывается значением логической переменой s: s соответствует прямому положению (направлению) стрелки (на рис. 1 и 2 оно обозначено знаком (+)), положение $\bar{S}$ — боковому направлению стрелки.

Схему стрелки можно рассматривать как логическую схему: в узле e реализуется логическая операция «проводное ИЛИ», ребра (b, e) и (d, e) взвешены логической переменной s, ребро (e, a) — константой 1. Тогда, например, ориентированный путь $[b, a]$ (b — начало, a — конец пути) в схеме стрелки будет проходным (по аналогии — электрическая проводимость релейной контактной цепи), если $s = 1$. С другой стороны, путь $[b, a]$ будем считать разрешенным, если разрешено движение поезда на вход b, для чего введем логическую переменную $x(b)$. Таким образом, будем считать, что путь $[b, a]$ разрешенный и проходной для движения поезда, если $x(b) = 1$ и $s = 1$, что соответствует единичному значению конъюнкции $sx(b)$. Проходимость разрешенного пути $[b, a]$ представим в виде функции проходимости $f(b, a)$:

$$f(b,\ a) = sx(b), \tag{1}$$

аналогично находим функции проходимости других путей:

$$f(d,\ a) = \bar{s}\,x(d),$$
$$f(a,\ b) = sx(a),$$
$$f(a,\ d) = \bar{s}\,x(a),$$
$$f(b,\ d) = x(b)s\bar{s} = 0,\quad f(d,\ b) = s\bar{s}\,x(d) = 0. \tag{2}$$

Видно, что проходимость путей $[b, d]$ и $[d, b]$ невозможна.

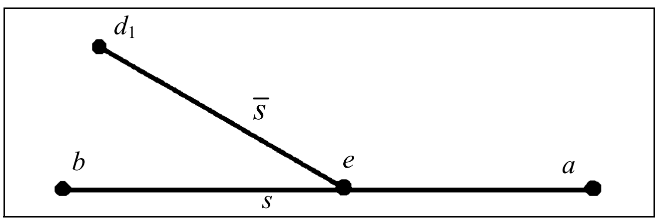

Рис. 3. Схема стрелки *C*

Обозначим через $f(a)$ функцию проходимости на выходе a стрелки. Функция $f(a)$ очевидным образом получается дизъюнкцией функций $f(b, a)$ и $f(d, a)$:

$$f(a) = sx(b) \vee \bar{s}x(d),$$

аналогично:

$$f(b) = f(a, b) = sx(a),$$
$$f(d) = f(a, d) = \bar{s}x(a). \qquad (3)$$

3.3. Логическая модель последовательности стрелок

Рассмотрим задачу получения результирующей функции проходимости последовательного соединения двух стрелок. Для ее решения применим известный принцип получения выходной функции заданной логической схемы: «от выхода схемы — к входам». Для этого рассмотрим процесс получения результирующей функции проходимости на выходе b_1 схемы «двойной стрелки» (рис. 4).

Шаг 1. Двигаясь от заданного выхода схемы (b_1), получаем, что функция проходимости пути $[a_1, b_1]$ стрелки c_1 (согласно выражению (2)) $f(b_1) = s_1x(a_1)$.

Шаг 2. Вход a_1 стрелки c_1 соединен с выходом a_2 стрелки c_2 (ребро (a_1, a_2) соответствует соединительному участку). Функция проходимости на выходе a_2 (согласно выражению (3)) $f(a_2) = s_2x(b_2) \vee \bar{s}_2x(d_2)$.

Шаг 3. Получение результирующей функции проходимости на выходе b_1: отождествим переменные $x(a_1)$ и $f(a_2)$, получим $f(b_1) = s_1f(a_2)$; подставим правую часть функции $f(a_2)$ в функцию $f(b_1)$, получим: $f(b_1) = s_1[s_2x(b_2) \vee \bar{s}_2x(d_2)]$. Функцию $f(b_1)$ представим в виде дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ):

$$f(b_1) = s_1s_2x(b_2) \vee s_1\bar{s}_2x(d_2). \qquad (4)$$

В п. 3.5 будет рассмотрено получение результирующей функции проходимости для других вариантов последовательного соединения стрелок. Анализ ДНФ функции проводимости $f(b_1)$ представляет интерес, потому что на примере этой простой формулы можно предварительно сформулировать основные свойства функции проводимости любой сложности.

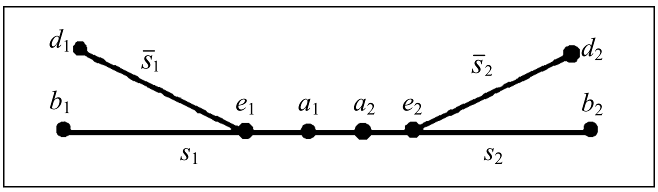

Рис. 4. Схема двойной стрелки

Сформулируем свойства функции проводимости $f(b_1)$.

- Число конъюнкций в ДНФ функции $f(b_1)$ равно числу путей, оканчивающихся в вершине b_1 (в нашем примере два пути).
- Каждая конъюнкция функции $f(b_1)$ содержит информации о начале и конце соответствующего пути. Так, переменная $x(b_2)$, помимо сигнала разрешения, указывает на путь с началом в вершине b_2, переменная $x(d_2)$ — путь с началом в вершине d_2.
- Каждая конъюнкция функции $f(b_1)$ содержит информации о числе стрелок и их положении в каждом пути.
- Конъюнкции функции $f(b_1)$ допускают перестановку переменных (в силу коммутативного закона булевой алгебры $(s_1s_2 = s_2s_1)$). В то время как всякий путь имеет фиксированную последовательность стрелок. Таким образом, ДНФ функция $f(b_1)$ явно *не содержит* информации о последовательности стрелок в путях. Для того чтобы конъюнкции функции $f(b_1)$ содержали информацию о последовательности стрелок в путях, поступим следующим образом. Первой стрелке на шаге 1 рассмотренного процесса получения функции $f(b_1)$ присвоим порядковый номер 1. В нашем случае первой стрелкой является стрелка c_1. Поэтому логической переменной s_1 присвоим порядковый номер 1 в виде верхнего индекса: s_1^1. Последовательно со стрелкой c_1 соединена стрелка c_2. Логической переменной s_2 присвоим порядковый номер 2 в виде верхнего индекса: s_2^2. Тогда ДНФ функции $f(b_1)$ запишется как

$$f(b_1) = s_1^1\, s_2^2 x(b_2) \vee s_1^1\, \bar{s}_2^2 x(d_2).$$

В этом случае каждая конъюнкция функции $f(b_1)$ содержит информацию о последовательности и одновременно о положении стрелок соответствующего пути.

Так, первой конъюнкции соответствует путь (b_2, s_2, s_1, b_1), второй конъюнкции соответствует путь $(d_2, \bar{s}_2, s_1, b)$.

3.4. Логическая модель маршрута

Маршрут формируется диспетчером станции, он задает входную, выходную позиции маршрута и последовательность соединяющих их стрелок:

$$(p_i, p_j) = (p_i, c_{r,1}, c_{r,2}, \ldots, c_{r,k}, p_j),$$

где p_i — начало, p_j — конец маршрута. Здесь маршрут рассматривается как упорядоченная совокупность позиций и стрелок.

Далее, если все стрелки свободны (т. е. не заняты в других маршрутах), диспетчер устанавливает их в положение, соответствующее данному маршруту, которое задается набором, например: (1, 0, ..., 1). В наборе «1» означает прямое направление, «0» — боковое направление стрелки c. Положение каждой стрелки описывается значением логической переменой s. Единичное значение конъюнкции ($s_{r,\,1}$, $\bar{s}_{r,\,2}\ldots s_{r,\,k}$) означает, что все стрелки последовательности ($c_{r,\,1}$, $c_{r,\,2}$, ..., $c_{r,\,k}$) установлены в положения, соответствующие набору (1, 0, ..., 1), и маршрут считается сформированным (собранным). Важное ограничение состоит в том, что маршрут может быть расформирован диспетчером либо до начала движения по нему поезда, либо после окончания движения, т. е. запрещается изменять маршрут во время движения по нему поезда.

Затем путем управления входными, выходными светофорами диспетчер дает разрешение на движение поезда по маршруту. Обозначим как $x(p_i)$ логическую переменную, соответствующую сигналу светофора, разрешающего выезд поезда с позиции p_i (начало маршрута), аналогично, $y(p_j)$ — разрешение на въезд поезда на позицию p_j (окончание маршрута). Тогда собранный маршрут $m(p_i,\ p_j) =$ $= (p_i,\ s_{r,\,1},\ \bar{s}_{r,\,2}\ldots s_{r,\,k},\ p_j)$ считается разрешенным.

Функция проходимости разрешенного маршрута имеет вид:

$$f(p_j) = y(p_j)s_{r,\,k}\ldots\bar{s}_{r,\,2}\,,\ s_{r,\,1},\ x(p_i).$$

Функция $f(p_j)$, в отличие от функции (1), зависит от переменной $y(p_j)$ — разрешение на въезд поезда на позицию p_j (окончание маршрута).

3.5. Нахождение простых маршрутов железнодорожной станции

Станцию (см. рис. 2) представляем как логическую схему со многими входами и выходами, роль которых играют позиции. Пусть P — множество позиций станции, k — число стрелок. Для каждой позиции $p_i \in P$, считая ее выходной позицией, а остальные позиции — входными, специальной процедурой (от «выхода схемы — к входам») находим логическую функцию проходимости $f(p_i)$. Она принимает единичное значение на множестве разрешенных маршрутов, оканчивающихся в позиции p_i. Каждый разрешенный маршрут представляется конъюнкцией. Таким образом, функция проходимости $f(p_i)$ равна дизъюнкции соответствующих конъюнкций.

Важным свойством функции проходимости $f(p_i)$, заключается в том, что между каждой конъюнкцией и соответствующим ей маршрутом имеет место взаимно однозначное соответствие (см. п. 3.3). По функции $f(p_i)$ получаем множество маршрутов станции $M(p_i)$, оканчивающихся в позиции p_i. Множество $\cup M(p_i)$ по всем $p_i \in P$ определяет (задает) множество маршрутов станции.

Рассмотрим процесс построения маршрутов на примере построения маршрутов, оканчивающихся в позиции p_1 (см. рис. 2).

Шаг 1. Обозначим как $f(p_1^1)$ логическую функцию проходимости, принимающей единичное значение на множестве разрешенных маршрутах, оканчивающихся позицией p_1 входом 1:

$$f(p_1^1) = y(p_1^1)f(a_1), \tag{5}$$

где $y(p_1^1)$ — разрешение въезда на позицию p_1 с входа 1, $f(a_1)$ — функция проходимости на выходе a_1 стрелки c_1.

Вход p_1^1 соединен с выходом a_1 стрелки c_1, поэтому считаем, что стрелка c_1 — стрелка первого порядка.

На выходе a_1 стрелки c_1 (согласно выражению (3)) реализуется функция проходимости $f(a_1)$, и с учетом первого порядка стрелки c_1 имеем:

$$f(a_1) = s_1^1 x(b_1) \vee \bar{s}_1^1 x(d_1).$$

Вход b_1 стрелки c_1 соединен с выходом b_2 стрелки c_2, вход d_1 — с выходом b_3 стрелки c_3 (см. рис. 2). Таким образом, стрелки c_2 и c_3 соединены со стрелкой c_1, следовательно, эти стрелки второго порядка.

Согласно формуле (4)

$$f(a_1) = s_1^1 f(b_2) \vee \bar{s}_1^1 f(b_3), \tag{6}$$

где $f(b_2)$ — функция проходимости на выходе b_2 стрелки c_2, $f(b_3)$ — функция проходимости на выходе b_3 стрелки c_3.

Шаг 2. В соответствии с рис. 2 строим функцию $f(b_2)$, которая согласно формулам (3), с учетом порядка стрелки c_2, имеет вид:

$$f(b_2) = s_2^2 x(p_2^1), \tag{7}$$

где $x(p_2^1)$ — логическая переменная, соответствующая сигналу светофора, разрешающего выезд поезда с входной позиции p_2 через выход 1, т. е. p_2^1 — начало маршрута.

Шаг 3. Функция $f(b_3)$, согласно формулам (3), строится аналогично: $f(b_3) = s_3^2 x(a_3)$, $a_3 = a_5$, в результате

$$f(b_3) = s_3^2 f(a_5), \qquad (8)$$

где $f(b_3)$ — функция проходимости на выходе a_5 стрелки c_5, соединенной со стрелкой c_3. Следовательно, стрелка c_5 — стрелка третьего порядка.

Шаг 4. В соответствии с рис. 2 строим функцию $f(a_5)$. Согласно формуле (4)

$$f(a_5) = s_5^3 x(p_3^2) \vee \bar{s}_5^3 f(a_7), \qquad (9)$$

где $x(p_3^2)$ — логическая переменная, соответствующая сигналу светофора, разрешающего выезд поезда с позиции p_3 через выход 2, т. е. p_3^2 — начало маршрута.

Далее $f(a_7)$ — функция проходимости на выходе a_7 стрелки c_7, т. е. стрелки четвертого порядка.

Шаг 5. В соответствии с рис. 2 строим функцию $f(a_7)$. Согласно формуле (4)

$$f(a_7) = s_7^4 x(p_7^1) \vee \bar{s}_7^4 x(p_6^1), \qquad (10)$$

где $x(p_7^1)$, $x(p_6^1)$ — логические переменные, разрешающие выезд поезда с позиций p_7, p_6 соответственно через выход 1, т. е. p_7^1, p_6^1 — начала маршрутов.

Таким образом, в результате построены функции проводимости стрелок, определены порядки стрелок и начальные позиции всех маршрутов, оканчивающихся в позиции p_1 (см. рис. 2).

Следующий этап процесса построения маршрутов состоит в последовательности подстановок.

Шаг 6. Функция $f(a_5)$ строится путем подстановки правой части формулы (10) в формулу (9):

$$f(a_5) = s_5^3 x(p_3^2) \vee \bar{s}_5^3 [s_7^4 x(p_7^1) \vee \bar{s}_7^4 x(p_6^1)]. \qquad (11)$$

Далее подставляем правую часть формулы (11) в формулу (8), затем правые части формул (7) и (8) — в формулу (6), правую часть формулы (6) — в формулу(5).

В результате подстановок получим скобочную форму функции $f(p_1^1)$:

$$f(p_1^1) = y(p_1^1)[s_1^1 s_2^2 x(p_2^1) \vee \bar{s}_1^1 s_3^2 [s_5^3 x(p_3^2) \vee \vee \bar{s}_5^3 [s_7^4 x(p_7^1) \vee \bar{s}_7^4 x(p_6^1)]]].$$

Дизъюнктивная нормальная форма функции $f(p_1^1)$ имеет вид:

$$f(p_1^1) = y(p_1^1) s_1^1 s_2^2 x(p_2^1) \vee y(p_1^1) \bar{s}_1^1 s_3^2 \bar{s}_5^2 s_5^3 x(p_3^2) \vee \vee y(p_1^1) \bar{s}_1^1 s_3^2 \bar{s}_5^3 s_7^4 x(p_7^1) \vee y(p_1^1) \bar{s}_1^1 s_3^2 \bar{s}_5^2 \bar{s}_7^4 x(p_6^1). \qquad (12)$$

Таким образом, функция $f(p_1^1)$ содержит четыре конъюнкции. Следовательно, множество маршрутов, оканчивающихся в позиции p_1^1, содержит четыре простых маршрута.

Маршрут с началом в позиции p_2^1 и окончанием в позиции p_1^1 обозначим как $m(p_2^1, p_1^1)$. Первой конъюнкции функции $f(p_1^1)$ соответствует (собранный) маршрут

$$m(p_2^1, p_1^1) = (p_2^1, s_2, s_1, p_1^1).$$

Аналогично: $m(p_3^2, p_1^1) = (p_3^2, s_5, s_3, \bar{s}_1, p_1^1)$, $m(p_7^1, p_1^1) = (p_7^1, s_7, \bar{s}_5, s_3, \bar{s}_1, p_1^1)$, $m(p_6^1, p_1^1) = (p_6^1, \bar{s}_7, \bar{s}_5, s_3, \bar{s}_1, p_1^1)$.

Аналогично определяются маршруты, оканчивающиеся в других позициях, а именно, число маршрутов, оканчивающихся в позиции p_2^1, равно 4, в позиции p_3^1 — 2, в позиции p_3^2 — 2, в позиции p_4^1 — 3, в позиции p_5^1 — 3, в позиции p_6^1 — 2, в позиции p_6^2 — 2, p_7^1 — 2, в позиции p_7^2 — 2.

Функция $f(p_i) = f(p_i^1) \vee f(p_i^2)$, тогда в позиции p_1 оканчиваются 4 маршрута, в позиции p_2 — 4, в позиции p_3 — 4, в позиции p_4 — 3, в позиции p_5 — 3, в позиции p_6 — 4 и в позиции p_7 — 4 маршрута.

Итого имеем 26 простых маршрутов.

Нетрудно показать, что конъюнкции, входящие в ДНФ функции $f(p_i)$ для всех i, попарно ортогональны.

Можно показать, что:

— число конъюнкций, входящих в ДНФ функции $f(p_i)$, не более $k_i + 1$, где k_i — суммарное число стрелок, входящих в маршруты, оканчивающихся в позиции p_i, $k_i \le k$;

— число шагов процесса получения ДНФ функции $f(p_i)$, включая подстановки, не более $3k_i + 1$.

3.6. Нахождение составных маршрутов железнодорожной станции

Составной маршрут состоит из последовательности двух и более простых маршрутов. Основное свойство составного маршрута (как и простого) заключается в возможности его прохождения без остановки.

Из формулы (12) следует, что промежуточными позициями могут быть позиции p_2, p_3, p_6, p_7.

Обозначим как $h(p_1^1,\ p_3)$ функцию проходимости, которая принимает единичное значение на множестве составных маршрутов, оканчивающихся выходной позицией p_1^1, содержащей позицию p_3 в качестве промежуточной.

Функция $h(p_1^1, p_3) = y(p_1^1)\bar{s}_1^1 s_3^2 s_5^3 x(p_3^2)f(p_3^1)$, где $f(p_3^1)$ — функция проходимости, которая принимает единичное значение на множестве простых маршрутов, оканчивающихся выходной позицией p_3^1.

В соответствии с рис. 2 и с помощью изложенного процесса (см. п. 3.5) построим ДНФ функции $f(p_3^1)$: $f(p_3^1) = y(p_3^1)s_6^1 s_4^2 x(p_4^1) \vee y(p_3^1)s_6^1 \bar{s}_4^2 \bar{s}_2^3 x(p_2^1)$.

Подставим в функцию $h(p_1^1, p_3)$ правую часть функции $f(p_3^1)$, получим ДНФ функции $h(p_1^1, p_3)$:

$$h(p_1^1, p_3) = y(p_1^1)\bar{s}_1^1 s_3^2 s_5^3 x(p_3^2)y(p_3^1)s_6^1 s_4^2 x(p_4^1) \vee$$
$$\vee\ y(p_1^1)\bar{s}_1^1 s_3^2 s_5^3 x(p_3^2)y(p_3^1)s_6^1 \bar{s}_4^2 \bar{s}_2^3 x(p_2^1)].$$

Она содержит две конъюнкции. Следовательно, имеем два составных маршрута с началом в позициях p_4^1, p_2^1, концом в позиции p_1^1 и промежуточной позиции p_3:

$$m(p_4^1, p_3,\ p_1^1) = (p_4^1,\ s_4,\ s_6,\ p_3,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_2^1, p_3,\ p_1^1) = (p_2^1,\ \bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ s_6,\ p_3,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1).$$

Аналогично вычисляются функции $h(p_1^1,\ p_2)$, $h(p_1^1, p_6)$, $h(p_1^1, p_7)$.

Функция $h(p_1^1, p_2) = 0$.

Составные маршруты с промежуточными позициями p_6, p_7:

$$m(p_4^1, p_7,\ p_1^1) = (p_4^1,\ s_4,\ \bar{s}_6,\ s_8,\ p_7,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_2^1, p_7,\ p_1^1) = (p_2^1,\ \bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ \bar{s}_6,\ s_8,\ p_7,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_4^1, p_6,\ p_1^1) = (p_4^1,\ s_4,\ \bar{s}_6,\ \bar{s}_8^1,\ p_6,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_2^1, p_6,\ p_1^1) = (p_2^1,\ \bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ \bar{s}_6,\ \bar{s}_8^1,\ p_6,\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1).$$

Аналогично определяются составные маршруты, оканчивающихся в других позициях. В результате имеем число составных маршрутов, оканчивающихся в позиции p_1 — 6, в позиции p_2 — 6, в позиции p_3 — 0, в позиции p_4 — 6, в позиции p_5 — 6, в позиции p_6 — 0, в позиции p_7 — 0. Итого имеем 24 составных маршрутов.

3.7. Нахождение альтернативных маршрутов

Рассмотрим идею получения альтернативных маршрутов заданному маршруту $m(p_2^1,\ p_1^1) = (p_2^1,\ s_2,\ s_1,\ p_1^1)$, которому соответствует конъюнкция $y(p_1^1)s_1^1 s_2^2 x(p_2^1)$ функции $f(p_1^1)$ (формула (12)).

Альтернативные маршруты этому маршруту могут быть либо простыми маршрутами (в нашем случае их нет) либо составными. Альтернативные составные маршруты уже получены при построении функций $h(p_1^1, p_3)$, $h(p_1^1, p_7)$, $h(p_1^1, p_6)$:

$$m(p_2^1, p_3,\ p_1^1) =$$
$$= (p_2^1,\ \bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ s_6,\ (p_3^1,\ p_3^2),\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_2^1, p_7,\ p_1^1) =$$
$$= (p_2^1,\ \bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ \bar{s}_6,\ s_8,\ (p_7^2,\ p_7^1),\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_2^1, p_6,\ p_1^1) =$$
$$= (\bar{s}_2,\ \bar{s}_4,\ \bar{s}_6,\ \bar{s}_8^1,\ (p_6^2,\ p_6^1),\ s_5,\ s_3,\ \bar{s}_1,\ p_1^1).$$

4. АНАЛИЗ МАРШРУТОВ

Покажем, как логические отношения между маршрутами можно определить при представлении структуры железнодорожной станции в виде системы логических функций.

В первом приближении все множество маршрутов можно разделить на совместимые, несовместимые и враждебные маршруты.

Совместимые маршруты — маршруты, по которым поезда могут двигаться одновременно и независимо друг от друга. Это маршруты, которые не имеют общих входных, выходных позиций, а также общих стрелок. Например, маршруты (см. рис. 2)

$$m(p_2^1,\ p_1^1) = (p_2^1,\ s_2,\ s_1,\ p_1^1),$$
$$m(p_4^1,\ p_3^1) = (p_4^1,\ s_4,\ s_6,\ p_3^1)$$

не имеют общих входных, выходных позиций, а также общих стрелок.

Вывод. Конъюнкции совместимых маршрутов не должны иметь общих переменных.

Несовместимые маршруты — маршруты, которые не могут выполняться одновременно. Пара маршрутов, отличающихся положением хотя бы одной стрелки, не могут выполняться одновременно, т. е. одновременное движение поездов по несовместимым маршрутам физически невозможно.

Например, конъюнкции ДНФ функции проходимости $f(p_i)$ для всех $p_i \in P$ отличаются друг от друга значением, по крайней мере, одной переменной типа s.

Вывод. Конъюнкции несовместимых маршрутов ортогональны, т. е. их произведение равно нулю.

Враждебные маршруты — пара маршрутов, по которым одновременное движение поездов может привести к аварии (столкновению). Приведем примеры враждебных маршрутов, которые могут быть выявлены путем простого анализа функций проходимости.

1. Пара маршрутов враждебны друг другу, если они имеют одну и ту же конечную позицию. Например, маршруты $m(p_1^1,\ p_3^2)$ и $m(p_2^1,\ p_3^1)$ враждебны, так как они заканчиваются в одной позиции — p_3.

Вывод. Конъюнкции ДНФ функции проходимости $f(p_i^1)$ представляют маршруты попарно враждебные маршрутам, представленными конъюнкциями ДНФ функции проходимости $f(p_i^2)$ для всех i.

2. Маршруты противоположного направления (встречное движение поездов). Например: конъюнкции $y(p_1^1)s_1^1\ s_2^2x(p_2^1)$ и $y(p_2^1)s_2^1\ s_1^2x(p_1^1)$ описывают встречные маршруты. При разрешающих сигналах $x(p_2^1) = 1$ и $x(p_1^1) = 1$ может иметь место встречное движение поездов.

Вывод. Каждый простой маршрут и ему обратный (реверсивный) являются враждебными маршрутами.

3. Маршруты передвижений по пересекающимся и сливающимся путям. Введение дополнительных позиций в логическую модель в точки пересечения путей сводит этот случай к случаю 1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны логические модели (в виде логических функций) компонентов железнодорожных станций: железнодорожной стрелки, последовательности стрелок, станционных маршрутов поезда (прибытия, отправления, передвижения). Структура железнодорожной станции представлена в виде системы логических функций, на основе которой находится общее множество маршрутов станции. Определены логические отношения между различными типами маршрутов: совместимых, несовместимых, враждебных.

Полученные результаты могут быть полезны при создании систем поддержки принятия решений станционными диспетчерами.

Автор признателен д-ру техн. наук О.П. Кузнецову, конструктивная и доброжелательная критика которого способствовала улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левин Д.Ю.* Диспетчерские центры и технология управления перевозочным процессом. — М.: Маршрут, 2005.
2. *Cassandras C.G., Lafortune S.* Introduction to discrete event systems. — Springer Science + Business Media, LLC, 2008. — 781 p.
3. *Амбарцумян А.А.* Моделирование и синтез супервизорного управления на сетях Петри для рассредоточенных объектов // Автоматика и телемеханика. — 2011. — Ч. 1.: № 8. — С. 151—169; Ч. 2.: № 9. — С. 173—189.
4. *Амбарцумян А.А. Потехин А.И.* Групповое управление в дискретно-событийных системах // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 46—53.
5. *Durmuş M.S., Söylemez M.T.* Automation Petri Net Based Railway Interlocking and Signalization Design // International Symposium on Innovations in Intelligent SysTems and Applications, INISTA'09, Karadeniz Technical University, Trabzon, Turkey, 29 June — 01 July, 2009.
6. *Ordonez F., Leachman R., Mural P.* Strategies for effective rail track capacity usage / Final Report METRANS Project January 16, 2010. University of Southern California1. Automation Petri Net Based Railway Interlocking and Signalization Design.
7. *Потехин А.И., Браништов С.А., Кузнецов С.К.* Дискретно-событийные модели железнодорожной сети // Проблемы управления. — 2014. — № 1. — С. 73—81.
8. *Амбарцумян А.А.* Дискретно-событийное моделирование в технических системах. Труды и пленарные доклады участников конференции УКИ'12 / Москва, ИПУ РАН, 2012. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). ISBN 978-5-91450-100-3. — С. 496—522.
9. *Isaksson-Lutteman G.* Future Train Traffic Control: Development and deployment of new principles and systems in train traffic control / Division of Visual Information and Interaction Department of Information, Technology Uppsala University, 2012.
10. *D'Ariano A., Corman F., Hansen I.A.* Railway traffic optimization by advanced scheduling and rerouting algorithms / Department of Transport & Planning, Delft University of Technology. — Delft, The Netherlands, 2010.
11. *Kecman P., Rob M.P., Goverde R.M.P., van den Boom Ton J.J.* A Model-Predictive Control Framework for Railway Traffic Management, 2010.
12. *Кузнецов О.П.* Дискретная математика для инженера. — СПб.: Лань, 2009.
13. *Закревский А.Д, Поттосин Ю.В., Черемисинова Л.Д.* Логические основы проектирования дискретных устройств. — М.: Физматлит, 2007. — 589 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Потехин Анатолий Иванович — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ apot@ipu.ru.