

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ УЧАСТНИКОВ В ЗАДАЧЕ ПРИНЯТИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ: ОБЗОР ОСНОВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ¹

К.Б. Погорельский

Рассмотрены основные подходы к определению влияния участников голосования на основе индексов влияния. Обозначены различные типы влияния, положения теории, подвергаемые критике, а также общие проблемы, связанные с использованием априорных и апостериорных индексов влияния и их верификации. Продемонстрированы приложения теории к анализу влияния в функционирующих организациях, в частности, влияния акционеров в крупных корпорациях и Международном валютном фонде.

Ключевые слова: индекс влияния, влияние с учетом предпочтений, корпоративное управление.

ВВЕДЕНИЕ

Принятие решений коллективом широко распространено и регулярно используется во всех сферах жизни современного демократического общества. Коллективное управление, на наш взгляд, есть прямое следствие интуитивного представления о возможности разделения власти коллектива между его участниками в определенных долях подобно тому, как можно разделить, например, землю или имущество общины. Базовый принцип «один человек — один голос» соответствует интуитивному понятию справедливости такого рода дележа: власть распределяется в равных долях между всеми участниками. В то же время, в ситуациях, когда некоторым участникам полагается иметь большую власть, чем другим, интуиция говорит нам о том, что голоса таких участников должны отличаться: голос более влиятельного участника должен иметь больший вес при принятии решения. Следствием такого рода рассуждений является переход к системе взвешенного голосования, в которой каждый участник имеет некоторое число

голосов, причем это число не обязательно одинаково для всех, что соответствует представлению о пропорциональной связи между влиятельностью участника и долей его голосов по сравнению с остальными. Заметим, что переход к системе взвешенного голосования может быть также прямым следствием применения принципа «один человек — один голос» в многоуровневой системе принятия решений. Например, число голосов страны в Совете министров Евросоюза отражает численность ее населения [1].

Однако в этом случае распределение влияния может отличаться от ожидаемого. Рассмотрим комитет, в котором решения принимаются голосованием большинством голосов. Анализу влияния посвящена книга П. Моррисса [2], один из основных выводов которой заключается в идее о том, что именно способность изменять исход событий является определяющей в концепции «влияние». Сравним интуитивное представление о влиянии участника голосования как доли его голосов с указанным определением на реальном примере:

Пример 1 ([3], см. также работу [4]). В 1958—1972 гг. Европейское экономическое сообщество состояло из шести стран — Бельгии, Франции, Италии, Люксембурга, Нидерландов и Западной Германии. Несмотря на то, что большинство решений принималось по правилу единогласия, некоторые принимались голосованием с квалифицированным большинством, при этом Франция, Италия и Западная Германия имели по 4 голоса

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Лаборатории анализа и выбора решений ГУ-ВШЭ в то время, когда автор был преподавателем кафедры высшей математики на факультете экономики ГУ-ВШЭ, что он с благодарностью отмечает.



каждая, Бельгия и Нидерланды — по 2, Люксембург — 1 голос. Исходя из данного распределения, утверждалось, что Бельгия имела 50 %, а Люксембург — 25 % влияния Западной Германии, в то время как население указанных стран составляло 16,7 % и, соответственно, 0,6 % от населения Западной Германии. В силу данного обстоятельства, имели место дискуссии о том, что малые страны неадекватно сильно представлены в системе по показателю численности населения.

Элементарный расчет, однако, показывает, что, например, формальное влияние Люксембурга на принятие решений при данных правилах было нулевым. Действительно, в силу порога принятия решения, равного 12 голосам, голос Люксембурга мог бы стать решающим только в случае, когда сумма голосов «за», поданных остальными участниками, равнялась бы 11, что невозможно, поскольку число голосов каждой из оставшихся стран было четным.

Отметим, что утверждать, что Люксембург не имел вообще никакого влияния на принятие решений в данном случае было бы неверно, поскольку мы не учли неформальное влияние, роль которого не следует недооценивать. ♦

Индекс влияния (power index) участника голосования — это показатель, характеризующий его способность влиять на исход голосования при принятии коллективных решений. В зависимости от того, какие условия, применимые к ситуации голосования, предполагаются выполненными, влияние одного и того же участника может оцениваться разными индексами (и может оказаться различным).

Выделяют анализ априорного и актуального влияния. В первом случае, цель исследования состоит в оценке влияния, которым участники обладают a priori, без учета какой-либо дополнительной информации о процессе принятия решений и его участниках (например, конкретного вопроса на повестке дня, индивидуальных предпочтений участников, различного рода неформальных соглашений и т. п.), а лишь благодаря правилам голосования, принятым в данной системе. Этот вид анализа полезен при разработке схемы функционирования нового комитета, в котором решения принимаются голосованием, в целях выбора варианта, гарантирующего обеспечение заданного распределения той части влияния, которая определяется исключительно правилами голосования. Например, довольно большой пласт работ ([5—18] и ряд др.) был стимулирован возникновением Европейского Союза и его последующими расширениями, что потребовало разработки процедур принятия решений сразу в большом числе объединенных институтов власти (Совет Министров, Европарламент и др.). Вопросам влияния участников, возникающего в результате выделения им определенного числа голосов в соответствующем органе, уде-

ляется существенное внимание (краткий обзор приводится, например, в работе [19]). Кроме того, подход успешно применяется для анализа влияния акционеров в крупных компаниях, в частности, для анализа связей между типом управления и структурой собственности [20—3].

Во втором случае стараются оценить актуальное влияние участников. Для этого, в частности, вводятся предпочтения участников относительно исхода голосования, предпочтения по вступлению в коалиции и иные факторы, вносящие вклад в итоговое коллективное решение [24]. Одна из распространенных парадигм здесь — модель пространственного голосования, широко применяемая в политической теории. Применение этой модели в анализе влияния было исследовано как теоретически [25—27], так и в аспекте практического анализа (см., например, анализ распределения влияния стран Евросоюза [28]). Альтернативный подход, использующий информацию о предпочтениях по вступлению в коалиции без привязки к политическому пространству, предложен в работе Ф.Т. Алескерова [29]. Указанная модель использовалась в работах [30—32] для анализа распределения влияния в Международном валютном фонде (МВФ), а также в работе [33] на выборке из 100 крупнейших российских коммерческих банков для исследования связи между типом управления банком и эффективностью его функционирования.

Кроме того, с помощью анализа влияния можно оценивать эффект изменений во влиянии, возникающих в результате изменения правила принятия решений или распределения голосов. Это могут быть, например, следствия реформы. Так, исследовались результаты 2-й поправки к Статьям соглашения в МВФ [34]; реформа квот и голосов МВФ 2008 года².

Отметим, что вопросы анализа влияния в функционирующих организациях привлекают все большее внимание: так, существуют специализированные центры по изучению влияния³. Однако если в рамках подхода на основе априорного влияния⁴ уже сформировалась определенная литература, второй подход (анализ актуального влияния) пока изучен намного слабее. Это связано, прежде всего, с трудностью определения реальных предпочтений

² При помощи индексов априорного влияния реформа проанализирована в работе [13]; в работе [35] для той же цели используются индексы влияния с учетом предпочтений.

³ В частности, Центр «Voting power and procedures» Лондонской школы экономики (<http://www.lse.ac.uk/collections/VPP/>).

⁴ См. наиболее полную историю этого вопроса в книге [36].

участников, а также плохой формализуемостью данной проблемы.

Актуальность разработки и исследования методов оценки влияния участников в задаче принятия коллективных решений в настоящее время обусловлена не только научным интересом к данной проблеме, но и значительным числом приложений (включающих Евросоюз, МВФ, Всемирный банк, Совет Безопасности ООН, национальные парламенты, собрания акционеров крупных компаний).

В нашей стране данное направление получило развитие в основном в работах Ф.Т. Алескерова и его коллег [27, 29–33, 35, 37, 38–45].

Наконец, отметим взаимосвязь анализа влияния на основе индексов с моделями политической экономики (см., например, работы [19, 46]). Подход из некооперативной теории игр, распространенный в этих моделях, позволяет получить альтернативные верифицируемые модели принятия решений и распределения влияния, представляющие немалый интерес как для анализа современных институтов, так и для проведения лабораторных экспериментов (см., например, [47–49]).

1. КЛАССИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ ВЛИЯНИЯ

Классическими индексами для оценки априорного влияния считаются индексы Банцафа и Шепли—Шубика, дающие во многих случаях отличающиеся результаты. Убедительное объяснение данного различия может быть дано на основе концепций I-Power и P-Power [36, 50], которые по-разному интерпретируют понятие «влияние».

I-Power означает «власть как влияние» (power as influence [50]). В случае I-Power считается, что решение, принимаемое комитетом, имеет характер некоторого общественного блага (определенной политики или закона), которое затрагивает всех участников, независимо от того, как они проголосовали. При таком понимании влияния имеет смысл использование абсолютной меры влияния (это означает, что влияние данного участника оценивается безотносительно к влиянию остальных участников), потому что увеличение (уменьшение) влияния одного участника не означает, что влияние другого должно при этом обязательно уменьшаться (возрастать).

Приведем подходящую аналогию. Рассмотрим некоторое общество из 100 индивидов, упорядоченных по их доходу. С одной стороны, можно утверждать, что, скажем, доход индивида i составляет 10 тыс. долл., а с другой — что доход индивида i составляет 2 % совокупного дохода общества. В первом случае имеем абсолютное значение до-

хода, не зависящее от того, каков доход остальных индивидов, а во втором — относительное. Теперь допустим, что 10 самых обеспеченных индивидов эмигрировали. Тогда доход индивида i может по-прежнему составлять 10 тыс. долл., однако теперь это может быть 10 % от совокупного дохода общества. С другой стороны, представим, что распределение доходов индивидов изменилось. Тогда доход индивида i может быть 8 тыс. долл. и составлять 20 % от совокупного дохода общества.

P-Power («власть как обладание», power as prize [50]) отличается от I-Power главным образом тем, что понимается под результатом принятия решения. В случае P-Power «дары победы» получают лишь проголосовавшие «за». Классический пример здесь — дележ некоторого «пирога» между членами выигрывающей коалиции. Те, кто в нее не попал, ничего не получают. Таким образом, по самому смыслу P-Power, влияние определяется как относительная величина — это доля «пирога», которую получает каждый из членов выигрывающей коалиции.

Подход к определению влияния на основе P-Power позволяет рассмотреть задачу оценки влияния как частный случай решения задачи торга n лиц, что открывает широкие перспективы для применения разработанного аппарата решения указанной задачи — теории кооперативных игр.

Кооперативной игрой с трансферабельной полезностью в общем случае называется пара, состоящая из множества игроков N (будем нумеровать игроков от 1 до $n = |N|$), и характеристической функции $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$, ставящей в соответствие каждому подмножеству S из N (S при этом называется *коалицией*) некоторое действительное число, интерпретируемое как общий выигрыш коалиции S , получаемый независимо от действий коалиции из остальных игроков, $N \setminus S$. При этом полагают⁵, что $v(\emptyset) = 0$. При анализе влияния в основном рассматривается сужение класса кооперативных игр, называемое классом *простых игр* (simple games), которое можно с полным правом называть наиболее универсальной моделью процесса принятия решений в комитетах.

Формально, чтобы задать простую игру, достаточно указать множество игроков N и множество коалиций, которые являются выигрывающими (таким образом, характеристическая функция принимает лишь 2 значения: $v(S) = 1$, если S — выигрывающая коалиция, иначе $v(S) = 0$). Любая схема

⁵ Мы опускаем здесь некоторые технические детали, связанные с представлением и свойствами кооперативных игр. Более подробно см. в работах [51] и [52].



взвешенного голосования может быть представлена в виде простой игры⁶, однако обратное в общем случае неверно⁷.

В рамках рассматриваемой модели определим влияние игрока как его способность изменить исход голосования, т. е. сделать выигрывающую коалицию проигрывающей, изменив свой голос, или наоборот, сделать проигрывающую коалицию выигрывающей. Игрок в такой ситуации называется ключевым (pivotal player). Формально, игрок $i \in S$ называется *ключевым* для коалиции S , если $v(S) = 0$, а $v(S \cup \{i\}) = 1$. На основе подсчета вероятности возникновения таких ситуаций и основаны классические индексы Банцафа и Шепли—Шубика.

Индекс Шепли—Шубика первым получил известность в литературе, начиная со статьи [55, 56], которая, в свою очередь, представляет собой приложение вектора Шепли (концепции решения для кооперативных игр [55]) к классу простых игр. Подход к оценке влияния с помощью индекса Шепли—Шубика и его модификаций получил широкое распространение и привел к возникновению многочисленных концепций влияния и индексов влияния. Отметим, что индекс Шепли—Шубика есть непосредственное воплощение идеи P-Power, что, однако, было лишь недавно отмечено в литературе [36, 50, 57].

Шепли и Шубик рассматривают группу индивидов, упорядоченную по их степени желания проголосовать за некоторый законопроект. Индивиды голосуют по очереди, и как только набирается необходимое большинство, проект считается принятым, а индивид, проголосовавший последним, получает поощрение за то, что именно его голос принес победу (такой игрок является ключевым). В предположении, что все такие упорядочения равновероятны (поскольку рассматривается спектр всех возможных вопросов), индекс Шепли—Шубика, ϕ_i , для индивида i равен частоте, с которой i становится ключевым. Данная интерпретация не единственна (см. книгу [36], с. 200—206). Формально,

$$\phi_i = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{|S|!(|N| - |S| - 1)!}{|N|!} (v(S \cup \{i\}) - v(S)).$$

Кроме того, поскольку индекс Шепли—Шубика представляет собой частный случай вектора Шеп-

⁶ Для этого достаточно положить выигрывающими все коалиции, в которых суммарное число голосов участников не меньше квоты.

⁷ Наиболее полно модели простых игр и их свойства исследованы в книге [53].

ли, он может быть однозначным образом охарактеризован с помощью трех аксиом Шепли⁸.

Интересно отметить, что Шепли и Шубик выделяют различия между способностью игрока продвигать решения (power to act) и способностью блокировать решения (power to defeat), а также упоминают понятие «эффективности» работы комитета⁹, детально рассмотренные Джеймсом Колмэном в несколько ином контексте почти 17 лет спустя [58]. Однако при использовании правила простого большинства, как это было сделано в работе Шепли и Шубика, понятия «power to act» и «power to defeat» совпадают, поэтому эта идея не получила дальнейшего распространения в их работе.

Распределение I-Power определяется с помощью индекса Банцафа [59]. Для оценки абсолютной величины влияния I-Power участника используют ненормированный вариант индекса Банцафа, называемый также абсолютным индексом Банцафа, или индексом Пенроуза, который возник исторически раньше [60]. Идея Пенроуза, переоткрытая Банцафом, состояла в том, чтобы найти вероятность того, что участник будет ключевым в предположении о независимости участников голосования. Более формально, индекс Пенроуза, β_i , равен отношению числа коалиций, в которых участник ключевой, к максимально возможному числу таких коалиций для одного участника:

$$\beta_i = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{1}{2^{|N|-1}} (v(S \cup \{i\}) - v(S)). \quad (1)$$

Таким образом, следует отметить, что вероятностный подход к определению влияния типа I-Power является вполне естественным, несмотря на то, что аппарат теории игр применим и здесь.

Проблема, в рамках которой Банцаф предложил использовать свой индекс, звучала следующим образом: Верховный суд США принял решение, по которому в ряде штатов существующая система представительства в законодательных органах должна была быть изменена с принципа «один округ — один голос» на систему взвешенного голосования. Это было связано с тем, что распределение населения по округам было неравномерно. Таким образом, представитель округа с населением в 10 тыс. чел. имел 1 голос, так же, как и представитель округа с населением в 50 тыс. чел. После ряда судебных исков такая ситуация была признана противоречащей Конституции, поскольку, очевидным образом, округ с меньшей числен-

⁸ См. также аксиоматику индексов Шепли — Шубика и Банцафа в [54].

⁹ См. [56, сноска 6].

ностью населения был представлен в законодательном органе лучше, и тем самым нарушалось политическое равноправие граждан (более подробно см. в работе [59]). Банцаф рассмотрел два простых примера, показывающих, что система взвешенного голосования может привести к довольно неожиданным эффектам.

В первом примере имеется 5 представителей от 5 округов, население которых составляет, соответственно, 50 тыс. чел. в первом округе и 10 тыс. чел. в каждом из оставшихся четырех. По старому законодательству представитель каждого округа имел один голос, решение принималось по правилу простого большинства по достижении 3 из 5 голосов, соответственно, возможность каждого повлиять на исход голосования была одинакова. Теперь представим, что введена система взвешенного голосования, в которой число голосов представителя округа пропорционально численности населения, т. е. представитель первого округа (обозначим его A) получил 5 голосов, а остальные — по одному. Правило принятия решений осталось тем же — простое большинство. Как это ни парадоксально, при таком изменении A становится диктатором — ни одно решение не может быть больше принято без его согласия, а сам он может провести любое решение без согласия остальных.

Во втором примере были также рассмотрены 5 представителей, из которых четыре представляли округ с населением в 80 тыс. чел., а последний — округ с населением в 10 тыс. чел. При введении системы взвешенного голосования, указанные четыре представителя получили бы по 8 голосов, а последний — 1 голос. Путем перебора всех возможных разбиений представителей на голосующих «за» и «против», Банцаф показал, что возможности повлиять на исход голосования в этом случае останутся у всех представителей одинаковыми, т. е., введение системы взвешенного голосования ничего не изменит в том, как представлены жители указанных округов и не уменьшит неравенство, связанное с тем, что округ с меньшей численностью населения представлен лучше остальных.

Разработанную им меру влияния Банцаф применил для анализа распределения влияния в ряде округов и показал, что, например, в округе Нассау, пятым по численности населения в штате Нью-Йорк, почти половина представителей, обладая ненулевым числом голосов, формально не имеет вообще никакого влияния на процесс принятия решений. Работа вызвала большой резонанс, и в ряде округов было законодательно закреплена процедура распределения голосов в соответствии с индексом Банцафа.

Существенное улучшение понимания того, что представляют собой рассмотренные индексы, внесла работа [61]. Было показано, что каждый из индексов представляет собой априорную вероятность того, что игрок окажется ключевым при двух, по сути, противоположных предположениях. Для индекса Пенроуза это предположение о том, что все участники голосуют независимо с вероятностью каждого проголосовать «за», равной $1/2$ (independence assumption), а для индекса Шепли—Шубика — что все участники голосуют с одинаковой вероятностью проголосовать «за», равной p , где p выбирается из равномерного на отрезке $[0, 1]$ распределения (homogeneity assumption).

Идеи определения влияния в стиле I-power несколько раз переоткрывались независимыми исследователями. Так, в работе [58] независимо предложен аналог индекса Банцафа, а также явно рассмотрено влияние как совокупность возможности игрока продвигать и блокировать решения. Модификации индекса Пенроуза были получены и в работе [62]. История этого вопроса детально освещена в работе [50]. Кроме того, в литературе считаются классическими и ряд других индексов влияния [11, 63–66]. Все они в той или иной мере следуют идеям индекса Банцафа или индекса Шепли—Шубика с модификациями, направленными на «улучшение» соответствующего классического индекса, и являются априорными.

2. ПРОБЛЕМЫ И ПАРАДОКСЫ, СВЯЗАННЫЕ С ИНДЕКСАМИ ВЛИЯНИЯ

Подход к определению влияния на основе индексов Банцафа и Шепли—Шубика вызвал критику ряда политологов и экономистов (см., например, работы [16, 67, 68]).

Рассмотрение всех положений критики и ответов со стороны проponentов подхода ([5, 16, 69] и др.) выходит за рамки настоящей статьи. Остановимся лишь на нескольких аспектах I-Power, критика которых иногда была основана на неверном понимании этой концепции.

Для начала отметим, что Банцаф, строго говоря, использовал меру относительного влияния¹⁰, а не абсолютного (другими словами, его интересовал вопрос о том, какую долю суммарного влияния составляет влияние каждого участника). С математической точки зрения это эквивалентно норми-

¹⁰ В работе [59] упоминается о числе ситуаций, в которых игрок ключевой, как о мере влияния игрока, однако индекс, аналогичный индексу Пенроуза, был им в явном виде предложен позже в работе [70].



ровке значения, полученного при использовании абсолютного индекса β_i из формулы (1), относительно общей суммы таких значений для всех участников

$$\beta'_i = \frac{\beta_i}{\sum_{j \in N} \beta_j}.$$

Несмотря на кажущуюся безобидность такого преобразования, оно привело к возникновению ряда принципиальных проблем в оценке влияния.

Прежде всего, полученная таким образом мера утрачивает вероятностное обоснование.

Далее, возникает иллюзия того, что влияние типа I-Power аддитивно, что неверно¹¹. Другими словами, утверждение о том, что если игрок *A* имеет 10 % влияния по Банцафу, а игрок *B* — 15 %, то вместе они имеют 25 % влияния, в общем случае, ложно. В самом деле, при определении влияния каждого из игроков мы предполагали, что они голосуют независимо друг от друга и рассматривали все возможные ситуации, в которых каждый отдельный игрок ключевой. Если предположить теперь, что *A* и *B* объединились, то следует заменить их на нового игрока *C*, число голосов которого равно сумме голосов *A* и *B*, и рассчитать индекс Банцафа для членов нового комитета, при этом влияние *C* может быть как больше, так и меньше 25 % (подробнее см. в работе [71]).

Наконец, указанное преобразование приводит к парадоксам при сравнении индексов Банцафа членов разных комитетов (или одного и того же комитета при изменении правила принятия решений). Так, абсолютное влияние каждого участника может уменьшиться при изменении правила голосования, но относительное — вырасти, и наоборот. Продемонстрируем это на примере.

Пример 2. Рассмотрим комитет из 5 участников, имеющих, соответственно, 2, 2, 1, 1 и 1 голос, пусть порог принятия решений (квота) составляет 4 голоса «за». Несложно проверить, что участники с двумя голосами могут быть ключевыми в 8 ситуациях каждый, а участники с одним голосом, соответственно — в четырех. Поэтому индексы Пенроуза для участников комитета равны, соответственно, 1/2, 1/2, 1/4, 1/4 и 1/4. Нормированные индексы (индексы Банцафа) дают следующие значения: 2/7, 2/7, 1/7, 1/7 и 1/7. Рассмотрим теперь ситуацию, в которой квота возросла до 6 (т. е., чтобы принять решение, требуется не менее 6 голосов «за»). Увеличение по-

рога приводит к тому, что участники с двумя голосами теперь могут быть ключевыми только в 4 ситуациях каждый, а участники с одним голосом — в двух. Индексы Пенроуза теперь равны, соответственно, 1/4, 1/4, 1/8, 1/8 и 1/8, таким образом, возможность каждого из участников в одиночку повлиять на исход голосования уменьшилась в 2 раза. Распределение влияния на основе индексов Банцафа, однако, не изменилось. Увеличим квоту до 7, тогда влияние каждого игрока будет одинаковым, что в относительном выражении означает, что индексы Банцафа равны по 1/5 для каждого участника. Таким образом, по сравнению с предыдущим случаем, с одной стороны, относительное влияние участников с одним голосом выросло, а участников с двумя голосами — уменьшилось, а с другой — абсолютное влияние каждого из участников уменьшилось еще в 2–4 раза и стало равным 1/16. Причина полученных противоречий между абсолютным и нормированным влиянием заключается в том, что значение суммарного влияния типа I-Power в комитете не является фиксированным, в отличие от влияния типа P-Power, суммарное значение которого всегда можно принять за условную единицу. ♦

Иногда нормированный индекс Банцафа рассматривается как мера влияния типа P-Power, создавая иллюзию возможности непосредственного сравнения индексов Банцафа и Шепли—Шубика, что не всегда так.

Отметим в этой связи так называемый «парадокс новых членов» (paradox of the new members [3]). Парадокс заключается в том, что добавление к группе новых участников голосования может приводить не к уменьшению, а к увеличению индексов влияния некоторых прежних участников, даже если число их голосов и правило принятия решений не изменились.

Пример 3 [3]. Пусть есть 3 участника с числом голосов, соответственно 3, 2 и 2, правило принятия решений — простое большинство (т. е. достаточно 4 голоса «за» для принятия решения). Представим, что состав комитета изменился: к нему добавился еще 1 участник с 1 голосом. Правило принятия решений — по-прежнему простое большинство (теперь это 5 голосов из 8). Брамс и Афьюзо сравнили значения индексов Банцафа и Шепли — Шубика (а также индекса Колмэна) в рассматриваемых двух случаях и показали, что в соответствии с индексами, влияние участника с тремя голосами выросло благодаря участникам с двумя голосами (влияние каждого из которых, соответственно, уменьшилось). Если теперь предположить, что в первоначальном комитете использовалось то же значение квоты (5 голосов «за» для принятия решения), что и в расширенном комитете, то участник с тремя голосами имеет право вето, которое он утрачивает при переходе к расширенному комитету. Поэтому (и индексы это демонстрируют), при переходе к расширенному комитету влияние участника с тремя голосами уменьшается, а влияние участников с двумя — возрастает. ♦

Брамс и Афьюзо постулировали, что парадокс «новых членов» есть свойство влияния, а не некий

¹¹ Отметим, что этому недостатку подвержена, например, работа [34]. Авторы строят и анализируют аналоги кривых Лоренца для распределения индексов Банцафа, между тем, при этом неявно предполагается аддитивность нормированных индексов влияния, что не соответствует действительности. Аналогичной критике подвержена работа [8].

артефакт, связанный с применением того или иного индекса. Данный парадокс также получил эмпирическое подтверждение в лабораторных экспериментах [48, 72] (см. также работы [47, 49]).

3. ИНДЕКСЫ ВЛИЯНИЯ С УЧЕТОМ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

Рассмотренные классические индексы влияния позволяют оценивать влияние, которым участники обладают априори. Однако информации о числе голосов и квоте недостаточно, чтобы делать обоснованные выводы о распределении влияния в существующих организациях. Необходимо, как минимум, учитывать, какие исходы более вероятны. Тем не менее, во многих практико-ориентированных исследованиях по-прежнему используются априорные индексы влияния (см., например, работы [4, 57, 73, 74]). Знать распределение априорного влияния между участниками бывает полезно в любом случае, поскольку оно является частью актуального влияния.

Вопрос учета предпочтений участников при определении актуального влияния представляется весьма естественным, однако в этом случае возникает ряд принципиальных проблем. Так, некоторые авторы [75, 76] утверждают, что учет предпочтений участника i в мере его влияния на исход голосования противоречит идее влияния, поскольку приводит к тому, что влияние участника i становится зависимым от его действий, в то время как влияние есть лишь *способность* воздействовать на исход голосования, которая не должна зависеть от того, воспользовался ей игрок i или нет. Например, соль имеет свойство растворяться в воде. Наличие этого свойства не зависит от того, помещаем ли мы конкретную крупинку соли в воду или нет, оно будет сохраняться даже для крупинки, которую никогда не помещали в воду. Брэхэм и Холлер утверждают, что концепция «влияния» имеет такой же диспозиционный характер, как свойство соли растворяться в воде, т. е. участник может обладать влиянием, даже если он никогда его не проявляет. Подчеркнем, что Брэхэм и Холлер намеренно обошли стороной вопрос о том, правомерно ли учитывать предпочтения другого участника, скажем, j , при определении влияния участника i .

Эта работа положила начало дискуссии об учете предпочтений. В том же году Штефан Напель и Мика Видгрэн опубликовали ответную статью [77], в которой продемонстрировали неадекватность некоторых положений работы [75]. В частности, одно из критических замечаний [77] связано с тем, что в условиях, когда участники действуют страте-

гически, необходимо явным образом учитывать эту ситуацию в анализе. При стратегическом поведении участников, поведение участника i зависит от того, что он ожидает от других участников j , предполагая известными предпочтения j относительно исходов. В свою очередь, для каждого участника j его поведение зависит от учитываемых им предпочтений i относительно исходов, поэтому, в конечном счете, предпочтения i неявно ограничивают способность i повлиять на исход.

Кроме того, Напель и Видгрэн замечают, что невозможно объективно определить, что есть *способность* участника повлиять на исход. Например, можно ли считать, что игрок *способен* выбрать стратегию «добираться по цели вплавь», если у него стойкое нежелание плавать? А если он панически боится плавать? Грань между нежеланием и неспособностью весьма субъективна. Также, аргумент, связанный с диспозиционным характером концепции «влияния», по мнению Напеля и Видгрена, не означает, что предпочтения участника не могут быть учтены в принципе. Утверждение, о том, что влияние есть свойство, подобное свойству соли растворяться в воде, подразумевает разделение на тех, кто обладает влиянием, и тех, кто не обладает, тем самым не допуская возможность ситуации, в которой влияние разных участников может отличаться. Поэтому имеет смысл определение и измерение степени влияния, что в примере с солью соответствует известному факту о том, что разные виды соли имеют разную растворимость в воде.

Вскоре был опубликован очередной ответ [78], в котором авторы свели критику от оппонентов к обсуждению философского различия между понятиями «власть» и «влияние» (power vs influence). Таким образом, можно сделать вывод о том, что учет предпочтений игрока при расчете его влияния правомерен, однако не в любом случае.

Подчеркнем, что в указанных выше работах влияние с учетом предпочтений рассматривалось в контексте пространственной модели голосования. Не вдаваясь в детали (более подробно см. в работах [25–27, 79]), отметим принципиальное отличие данной модели от системы взвешенного голосования: в первой, помимо голосов и квоты, явно задаются положения идеальных точек участников голосования, интерпретируемых как их идеологические характеристики в m -мерном пространстве. При этом учет предпочтений участников относительно исхода голосования при анализе влияния в пространственном контексте возникает совершенно естественным образом и для априорных индексов влияния (см., например, обобщение индекса Шепли—Шубика, учитывающее идеальные точки



игроков [25]); априорный характер индекса возникает из-за рассмотрения полного спектра всех возможных вопросов на повестке дня.

В работах [29, 39] был предложен иной подход к определению влияния, в котором учитываются предпочтения участников голосования по вступлению в коалиции друг с другом при помощи *функций интенсивности связей*, основанных на попарном стремлении участников к объединению. Такая постановка вопроса означает, что каждая из коалиций, в которой участник i ключевой, вносит в итоговое значение индекса i вклад, который зависит от того, какие еще участники, помимо i , входят в эту коалицию (таким образом, по сравнению с индексом Банцафа, когда каждая коалиция, в которой участник ключевой, вносит один и тот же вклад в итоговое значение индекса для любого участника, мы получили обобщение на случай учета предпочтений по вступлению в коалиции). Поэтому индекс влияния участника i , α_i , теперь зависит как от попарных предпочтений участников по вступлению в коалиции, так и от того, какая функция интенсивности связей (какой способ агрегирования попарных предпочтений) применяется. Формально,

$$\alpha_i = \frac{\chi_i}{\sum_{j \in N} \chi_j} = \frac{\sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} f_i(S)(v(S \cup \{i\}) - v(S))}{\sum_{j \in N} \sum_{S \subseteq N \setminus \{j\}} f_j(S)(v(S \cup \{j\}) - v(S))},$$

где $f_i(S): N \times 2^N \rightarrow \mathfrak{R}$ — функция интенсивности связей игрока i с коалицией S . Конкретный вид $f_i(S)$ может быть выбран многими способами в зависимости от задачи¹².

Таким образом, получилась более общая модель, применимая как в пространственном контексте, так и в системах взвешенного голосования. Индексы с учетом предпочтений по вступлению в коалиции были успешно применены для анализа распределения влияния в Государственной Думе Российской империи (1905—1917 гг.) и Государственной Думе РФ I — III созывов [40, 42], Международном валютном фонде [30—32, 35]. Следует, однако, признать, что подход на основе учета предпочтений в индексах влияния в настоящее время только начинает свое распространение. Представляет интерес анализ взаимосвязи данного подхода с моделями формирования коалиций [8, 65, 80, 81] и соответствующими концепциями решений в сетевых играх [81—88].

¹² Так, в работе [29] предложено 4 способа построения ординальных $f_i(S)$ и 16 способов построения кардинальных функций интенсивности связей.

4. ПРИМЕНЕНИЯ ИНДЕКСОВ ВЛИЯНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ ОРГАНИЗАЦИЙ

В рамках настоящего обзора ограничимся кратким описанием лишь небольшой части из значительного числа приложений, в которых нашли свое применение рассмотренные ранее методы оценки влияния участников: влияние акционеров на принятие решений в крупных компаниях и распределение влияния в МВФ.

Практическое приложение теории влияния участников голосования к корпоративному управлению началось с работы [20], где был предложен подход к определению степени контроля над фирмой с учетом не только доли акций крупнейшего акционера, но и распределения акций между остальными акционерами (дисперсии владения).

Степень контроля была определена как вероятность того, что крупнейший акционер получит требуемое большинство голосов; для определения того, как при этом голосуют остальные акционеры, использовались стандартные предположения одной из вероятностных моделей голосования. В частности, использовались индексы Пенроуза и Шепли—Шубика. Разработанная методология применялась для оценки степени контроля в крупных компаниях Великобритании и международных корпорациях, а также в ряде других компаний. Так, в работе [23] рассматривается приложение к финским компаниям.

В работе [33] оценка контроля используется для исследования взаимосвязи между типом управления коммерческим банком и его эффективностью. Тип управления определяется на основе модели формального влияния акционеров на процесс принятия решений, учитывающей предпочтения по формированию коалиций [29, 39]. Продемонстрируем один из возможных способов включения предпочтений акционеров в модель. Предположим, что желание агента i вступить в коалицию с агентом j может быть задано действительным числом p_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$. В предположении, что акционеры стремятся к получению абсолютного контроля (т. е. более 50 % акций компании), в работе [33] каждой из возможных ситуаций для пары акционеров i и j приписываются определенные значения p_{ij} . Например, когда агенты i и j не имеют по отдельности ни блок-пакета¹³, ни абсолютного контроля, но совместно могут сформировать блок-пакет, полагаем, что их предпочтения друг к

¹³ Блок-пакетом считается доля акций, составляющая не менее 25 % от их общего числа.

другу одинаково сильны, а если и агент i , и агент j имеют блок-пакет, полагаем, что их предпочтения относительно друг друга максимальны. После определения чисел p_{ij} , в качестве функции интенсивности связей можно взять, например, среднюю интенсивность связей i с другими участниками коалиции S :

$$f_i^+(S) = \frac{\sum_{j \in S \setminus \{i\}} p_{ij}}{|S| - 1}.$$

Уровень эффективности коммерческого банка оценивается путем построения границы эффективности в форме издержек. Для 100 крупнейших российских коммерческих банков показано, чем больше суммарное влияние двух крупнейших акционеров по отношению к их доле в капитале банка, тем банк более эффективен в управлении издержками [33].

При определении степени контроля важный момент состоит в том, что точное число акционеров крупных компаний обычно неизвестно, поэтому необходимо делать предположения относительно возможного значения этой величины.

Одним из возможных вариантов служит подход под названием «наиболее концентрированное распределение» (most concentrated distribution) [21]. Полагается, что все неизвестные доли акций, за исключением одной, совпадают по величине с наименьшей известной долей (доли упорядочены по убыванию), а пакет последнего неизвестного акционера очевидным образом подбирается так, чтобы общая сумма долей акций была равна 100 %.

Другой вариант — подход на основе «океанической игры» или «наименее концентрированного распределения» (least concentrated distribution) [21], при котором неизвестная доля акций делится поровну между очень большим числом акционеров r , а оценки влияния получаются при устремлении r к бесконечности (с сохранением постоянной суммы неизвестных долей акций).

Например, в выборке из российских банков [33] оправдано использование первого предположения, потому что наблюдается высокая концентрация акционерной собственности в руках небольших групп акционеров.

Отметим также, что в зависимости от числа акционеров и распределения акций можно рассмотреть вопрос об обоснованности применения мер влияния типа I-Power или P-Power. Например, в некоторых работах (в частности, [57]) индекс Шепли—Шубика отвергается как не подходящий для оценки распределения влияния акционеров в крупных корпорациях в силу того, что при большом числе миноритариев значения индекса для круп-

нейших акционеров не соответствуют ожидаемым экспертным оценкам влияния (например, оценка влияния акционера с пакетом около 20 % близка к абсолютному максимуму, что не отражается индексом Шепли—Шубика).

В качестве второго приложения, рассмотрим распределение влияния в МВФ и смежные вопросы [4, 13, 30—32, 34, 35, 73, 74].

Особенность принятия решений в МВФ заключается в наличии двухуровневой системы принятия решений, возникающей в результате делегирования основных полномочий Совету управляющих (в котором каждая из 186 стран-участниц имеет своего представителя) Исполнительному совету (в котором всего 24 исполнительных директора, часть из которых представляет группу стран, так называемое объединение (constituency)). Соответственно, подходящей моделью выступает подход, учитывающей как влияние страны на принятие решений в объединении, так и влияние объединения как блока при принятии решений в Исполнительном совете. В работе [73] для оценки влияния стран с учетом объединений, в которых они состоят, использовались индексы априорного влияния. А именно, итоговое влияние страны определялось как произведение ее индекса Пенроуза (1) в объединении и индекса Пенроуза объединения в Исполнительном совете. Интересно отметить, что в предположении о том, что решения в объединениях принимаются по правилу простого большинства, было выделено порядка 40 стран, имеющих нулевое влияние (см. Пример 1).

В работах [30—32] для оценки распределения влияния использовались индексы с учетом предпочтений [29, 39]. Парные предпочтения стран по вступлению в коалиции p_{ij} определялись на основе региональной близости и вхождения в политико-экономические блоки вне МВФ [30, 32], в работе [31] предпочтения были определены на основе данных по товарообороту. Анализ актуального влияния участников, проведенный для трех вариантов порога принятия решений, используемых в Фонде, показал существенные отличия от результатов классических индексов Банцафа и Пенроуза, а также возрастание роли предпочтений в определении влияния с увеличением порога принятия решений. В работах [35, 74] исследуются изменения в распределении влияния между участниками МВФ, связанные со вступлением в силу положений Реформы квот и голосов (Quota, Voice Reform), принятой в апреле 2008 г. В работе [74] используются индексы априорного влияния, и показано, что перераспределение влияния в результате реформы не соответствует заявлениям МВФ об увеличении роли развивающихся стран в управ-



лении Фондом. В работе [35] используются индексы с учетом предпочтений и показано, что несмотря на то, что изменение относительного влияния в принципе соответствует обозначенным в положении о реформе целям, в абсолютном выражении данное перераспределение влияния едва ли существенно (и еще меньше, чем при использовании априорных индексов). Основные причины указанной ситуации состоят в текущем распределении квот и серьезных ограничениях на способность Фонда действовать, возникающих вследствие правила принятия решений, требующего для любого изменения в распределении квот практически полной поддержки всеми участниками (85 % голосов «за»).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализированы подходы к определению влияния участников голосования, которые за прошедшие без малого 65 лет сформировались в отдельную дисциплину — анализ влияния участников голосования (voting power theory).

Основная идея анализа связана с определением влияния как частоты возникновения ситуации, в которой участник может повлиять на исход процедуры коллективного принятия решений. Оказывается, что эта величина зачастую не пропорциональна числу голосов участника. Рассмотрены как классические, так и современные работы по теории влияния, вероятностные и теоретико-игровые обоснования индексов влияния. Обозначены различные типы влияния, положения теории, подвергаемые критике, а также общие проблемы, связанные с использованием априорных и апостериорных индексов влияния и их верификации. Продемонстрированы приложения теории к анализу влияния в функционирующих организациях, в частности, влияния акционеров в крупных корпорациях, и анализу распределения МВФ.

Современные направления теории, связанные с анализом влияния, можно условно разделить на следующие группы:

- анализ распределения влияния, в котором явно учитываются предпочтения участников относительно исхода голосования, предпочтения по вступлению в коалиции, неформальные и формальные группы участников (коалиционные структуры), и другие факторы, свойственные действующим комитетам [17, 28, 33, 40];
- анализ конституциональных аспектов распределения влияния (например, репрезентативность в многоуровневых системах голосования [89]);

- исследования различных обобщений концепции влияния и взаимосвязи теории влияния с другими подходами [90, 91].

Все большее значение приобретает анализ распределения влияния при формировании коалиций (например, в сетевых играх [81, 84]), а также подход на основе некооперативной теории игр [19].

Обозначенные аспекты могут служить безусловным подтверждением того, что в области анализа влияния по-прежнему остается множество интересных проблем и актуальных задач.

Автор глубоко признателен Ф.Т. Алескерову за ряд ценных замечаний и помощь в подготовке статьи. Кроме того, автор благодарит двух анонимных рецензентов, комментарии которых помогли улучшить итоговый текст.

ЛИТЕРАТУРА

1. Morriss P. Qualified majority voting and power indices: a further response to Johnston // *British Journal of Political Science*. — 1996. — Vol. 26, N 4. — P. 595—597.
2. Morris P. Power: a philosophical analysis / 2nd ed. — Manchester: Manchester University Press, 2002.
3. Bram S.J., Affuso P.J. Power and size: A new paradox // *Theory and Decision*. — 1976. — Vol. 7, N 29. — P. 29—56.
4. Leech D., Leech R. Voting Power in the Bretton Woods Institutions // *Warwick Discussion Papers*. — 2004. — WP N 154/04.
5. Holler M., Widgren M. Why Power Indices for Assessing European Union Decision-Making? // *Journal of Theoretical Politics*. — 1999. — Vol. 11, N 3. — P. 321—330.
6. Hosli M. Admission of European Free Trade Association States to the European Community: Effects on Voting Power in the European Community Council of Ministers // *Intern. Organization*. — 1993. — Vol. 47, N 4. — P. 629—643.
7. Hosli M. The balance between small and large: Effects of a double majority system on voting power in the European Union // *Intern. Studies Quarterly*. — 1995. — Vol. 39. — P. 352—370.
8. Hosli M. Power, connected coalitions, and efficiency: Challenges to the Council of the European Union // *Intern. Political Science Review*. — 1999. — Vol. 20, N 4. — P. 371—391.
9. Kauppi H., Widgren M. What determines EU decision making? Needs, power or both? // *Economic Policy*. — 2004. — Vol. 19, N 39. — P. 223—266.
10. Kauppi H., Widgren M. Voting rules and budget allocation in the enlarged EU // *European Journal of Political Economy*. — 2007. — Vol. 23, N 3. — P. 693—706.
11. König T., Brauninger T. The inclusiveness of European decision rules // *Journal of Theoretical Politics*. — 1998. — Vol. 10, N 1. — P. 125—142.
12. Leech D. Designing the Voting System for the Council of the European Union // *Public Choice*. — 2002. — Vol. 113, N 3—4. — P. 437—464.
13. Leech D., Leech R. Voting Power Implications of a Unified European Representation at the IMF // *LSE eprint*. — 2005. — WP N. 565.

14. *Nurm H.* The representation of voter groups in the European Parliament: a Penrose — Banzhaf index analysis // *Electoral Studies*. — 1997. — Vol. 16, N 3. — P. 317—327.
15. *Nurmi H., Meskanen T.* A priori power measures and the institutions of the European Union // *European Journal of Political Research*. — 1999. — Vol. 35. — P. 161—179.
16. *Steunenberg B., Schmidtchen D., Koboldt C.* Strategic Power in the European Union: Evaluating the Distribution of Power in Policy Games // *Journal of Theoretical Politics*. — 1999. — Vol. 11, N 3. — P. 339—366.
17. *Widgren M.* Voting power in the EU decision making and the consequences of two different enlargements // *European Economic Review*. — 1994. — Vol. 38. — P. 1153—1170.
18. *Widgren M.* Voting power in the EU Council: the cases of trade policy and social regulation // *Scandinavian Journal of Economics*. — 1995. — Vol. 97, N 2. — P. 345—356.
19. *Snyder J.M.J., Ting M.M., Ansolabehere S.* Legislative Bargaining under Weighted Voting // *American Economic Review*. — 2005. — Vol. 95, N 4. — P. 981—1004.
20. *Cubbin J., Leech D.* The Effect of Shareholding Dispersion on the Degree of Control in British Companies: Theory and Measurement // *The Economic Journal*. — 1983. — N 93. — P. 351—369.
21. *Leech D.* The relationship between shareholding concentration and shareholder voting power in British companies: a study of the application of power indices for simple games // *Management Science*. — 1988. — Vol. 34, N 4. — P. 509—527.
22. *Leech D.* Shareholder voting power and corporate governance: a study of large British companies // *Nordic Journal of Political Economy*. — 2001. — Vol. 27. — P. 33—54.
23. *Pohjola M.* Concentration of Shareholder Voting Power in Finnish Industrial Companies // *Scandinavian Journal of Economics*. — 1988. — Vol. 90, N 2. — P. 245—253.
24. *Napel S., Widgren M.* Power measurement as sensitivity analysis: a unified approach // *Journal of Theoretical Politics*. — 2004. — Vol. 16, N 4. — P. 517—538.
25. *Owen G., Shapley L.* Optimal location of candidates in ideological space // *Intern. Journal of Game Theory*. — 1989. — Vol. 18. — P. 339—356.
26. *Shapley L.* A comparison of power indices and a nonsymmetric generalization // *Rand Corporation Papers*. — 1977. — P. 5872.
27. *Алескеров Ф.Т., Очур О.А.* Обобщенные индексы Шепли—Оуэна и распределение влияния в Государственной Думе III созыва // *Препринты серии WP7*. — 2007. — WP7/2007/03. — С. 32.
28. *Pajala A., Widgren M.* A priori versus empirical voting power in the EU Council of Ministers // *European Union Politics*. — 2004. — Vol. 5, N 1. — P. 73—97.
29. *Aleskerov F.* Power indices taking into account agents' preferences, in *Mathematics and Democracy* / B. Simeone, F. Pukelsheim, Editors. — Berlin: Springer, 2006. — P. 1—18.
30. *Aleskerov F.T., Kalyagin V.A., Pogorelskiy K.* Actual voting power of the IMF members based on their political-economic integration // *Mathematical and Computer Modelling*. — 2008. — Vol. 48. — P. 1554—1569.
31. *Aleskerov F.V., Kalyagin V.A., Pogorelskiy K.* Distribution of power within the IMF: when does preference mean voice? // *HSE Working papers*. — 2010.
32. *Алескеров, Ф.Т., Калягин В.А., Погорельский К.Б.* Анализ распределения влияния в Международном валютном фонде // *Автоматика и телемеханика*. — 2008. — № 11. — С. 140—148.
33. *Анализ эффективности издержек и распределения влияния между акционерами банка / Ф.Т. Алескеров и др.* // *Управление в кредитной организации*. — 2010. — Т. 2, 3, № 54. — С. 49—64; № 55. — С. 30—38.
34. *Dreyer J.S., Schotter A.* Power relationships in the International Monetary Fund: the consequences of quota changes // *The Review of Economics and Statistics*. — 1980. — Vol. 62, N 1. — P. 97—106.
35. *Pogorelskiy K.* Implications of the Quota, Voice Reform of the IMF: the Aspect of Power // *Препринты серии WP7*. — 2010. — WP7/2010/01: P. 10.
36. *Felsenthal D.S., Machover M.* The Measurement of Voting Power: Theory and Practice, Problems and Paradoxes. — Cheltenham: Edward Elgar, 1998.
37. *Aleskerov F.T., Avci V., Iakouba V., Turem Z.* European Union enlargement: power distribution implications of the new institutional arrangements // *European Journal of Political Research*. — 2002. — Vol. 41. — P. 379—394.
38. *Yakuba V.I.* Evaluation of Banzhaf index with restrictions on coalitions formation // *Mathematical and Computer Modelling*. — 2008. — Vol. 48, N 9—10. — P. 1602—1610.
39. *Алескеров Ф.Т.* Индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по созданию коалиций // *Доклады академии наук*. — 2007. — Т. 414, № 5. — С. 594—597.
40. *Влияние и структурная устойчивость в Российском парламенте (1905—1917 и 1993—2005 гг.) / Ф.Т. Алескеров и др.* — М.: Физматлит, 2007. — 312 с.
41. *Бацын М.В., Калягин В.А.* Об аксиоматическом определении общих индексов влияния в задаче голосования с квотой // *Препринты серии WP7*. — 2009. — WP7/2009/03.
42. *Соколова А.В.* Количественные методы оценки влияния участников при принятии коллективных решений // *Полития*. — 2008. — № 4.
43. *Шварц Д.А.* О вычислении индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // *Автоматика и телемеханика*. — 2009. — Т. 70, № 3.
44. *Шварц Д.А.* Аксиоматика для индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // *Автоматика и телемеханика*. — 2010. — Т. 71, № 1. — С. 144—158.
45. *Якуба В.И.* Институциональный баланс власти в Совете Министров расширенного Евросоюза // *Экономический журнал ВШЭ*. — 2003. — Т. 7, № 4. — С. 513—523.
46. *Baron D.P., Ferejohn J.A.* Bargaining in Legislatures // *American Political Science Review*. — 1989. — Vol. 83, N 4. — P. 1181—1206.
47. *Aleskerov F.T., Belianin A.V., Pogorelskiy K.* Power and preferences: an experimental approach // *HSE Working Papers*. — 2009.
48. *Drouvelis M., Montero M., Sefton M.* Gaining power through enlargement: Strategic foundations and experimental evidence // *Games and Economic Behavior*. — 2010. — Vol. 69, N 2. — P. 274—292.
49. *Алескеров Ф.Т., Белянин А.В., Погорельский К.Б.* Влияние с учетом предпочтений: экспериментальное измерение // *Психология. Журнал Высшей школы экономики*. — 2009. — Т. 6, № 2. — С. 97—124.
50. *Felsenthal, D.S., Machover M.* Voting power measurement: a story of reinvention // *Social Choice and Welfare*. — 2005. — Vol. 25, N 2—3. — P. 485—506.



51. Owen G. Game Theory / 3rd ed. — San Diego: Academic Press, 1995. (см. перевод на рус. яз.: Оуэн Г. Теория игр. — М.: Мир, 1971).
52. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. — М.: Макс-Пресс, 2005.
53. Taylor A.D., Zwicker W.S. Simple games. — Princeton: Princeton University Press, 1999.
54. Laruelle A., Valenciano F. Shapley-Shubik and Banzhaf indices revisited // Mathematics of Operations Research. — 2001. — Vol. 26, N 1. — P. 89–104.
55. Shapley L. A value for n -person games in Contributions to the Theory of Games / A.W. Tucker, Editor. — Princeton: Princeton University Press, 1953. — P. 307–317.
56. Shapley L., Shubik M. A method for evaluating the distribution of power in a committee system // American Political Science Review. — 1954. — Vol. 48. — P. 787–792.
57. Leech D. An Empirical Comparison of the Performance of Classical Power Indices // Political Studies. — 2002. — Vol. 50. — P. 1–22.
58. Coleman J.S. Control of collectivities and the power of a collectivity to act in Social choice / B. Lieberman, Editor. — London: Gordon and Breach, 1971.
59. Banzhaf J.F. Weighted voting doesn't work: a mathematical analysis // Rutgers Law Review. — 1965. — N 19. — P. 317–343.
60. Penrose L.S. The elementary statistics of majority voting // Journal of the Royal Statistical Society. — 1946. — Vol. 109. — P. 53–57.
61. Straffin P.D. Homogeneity, Independence, and Power Indices // Public Choice. — 1977. — Vol. 30. — P. 107–118.
62. Rae D.W. Decision rules and individual values in constitutional choice // American Political Science Review. — 1969. — Vol. 63. — P. 40–56.
63. Deegan J., Packel E. A new index of power for simple n -person games // Intern. Journal of Game Theory. — 1978. — N 7. — P. 113–123.
64. Holler M. A Priori Party Power and Government Formation // Munich Social Science Review. — 1978. — N 4. — P. 24–41.
65. Holler M. Forming coalitions and measuring voting power // Political Studies. — 1982. — Vol. 30. — P. 262–271.
66. Johnston R.J. On the measurement of power: some reactions to Laver // Environment and Planning. — 1978. — Vol. 10, N 8. — P. 907–914.
67. Albert M. The Voting Power Approach: Measurement without Theory // European Union Politics. — 2000. — 4 (3). — P. 351–366.
68. Garret G., Tsebelis G. Why Resist the Temptation to Apply Power Indices to the European Union? // Journal of Theoretical Politics. — 1999. — Vol. 11, N 3. — P. 291–308.
69. Felsenthal D.S., Machover M. The voting power approach: Response to a philosophical reproach // European Union Politics. — 2003. — Vol. 4, N 4. — P. 473–479.
70. Banzhaf J.F. One man, 3,312 votes: a mathematical analysis of the Electoral College // Villanova Law Review. — 1968. — N 13. — P. 304–332.
71. Felsenthal D.S., Machover M. Annexations and alliances: when are blocs advantageous a priori? // Social Choice and Welfare. — 2002. — N 19. — P. 295–312.
72. Montero M., M. Sefton M., Zhang P. Enlargement and the balance of power: an experimental study // Social Choice and Welfare. — 2008. — Vol. 30, N 1. — P. 69–87.
73. Leech D. Voting power in the governance of the IMF // Annals of Operations Research. — 2002. — Vol. 109. — P. 373–395.
74. Leech D., Leech R. Reforming IMF and World Bank governance: in search of simplicity, transparency and democratic legitimacy in the voting rules // Warwick economic research papers. — 2009. — WP N 914.
75. Braham M., Holler M. The Impossibility of a Preference-Based Power Index // Journal of Theoretical Politics. — 2005. — Vol. 17, N 1. — P. 137–157.
76. Kaniovski S., Leech D. A behavioral power index // Public Choice. — 2009. — Vol. 141, N 1–2. — P. 17–29.
77. Napel S., Widgren M. The possibility of a preference-based power index // Ibid. — 2005. — Vol. 17, N 3. — P. 377–387.
78. Braham M., Holler M. Power and Preferences Again: A Reply to Napel and Widgren // Journal of Theoretical Politics. — 2005. — Vol. 17, N 3. — P. 389–395.
79. Rapoport A., Golan E. Assessment of Political power in the Israeli Knesset // American Political Science Review. — 1985. — Vol. 79, N 3. — P. 673–692.
80. Aumann R., Myerson R. Endogenous formation of links between players and coalitions: an application of the Shapley value, in The Shapley Value / A. Roth, Editor. — Cambridge: Cambridge University Press, 1988. — P. 175–191.
81. Jackson M. Social and economic networks. — Princeton, NJ: Princeton University Press, 2008.
82. Borm P., Owen G., Tijs S. On the position value for communication situations // SIAM Journal on Discrete Mathematics. — 1992. — N 5. — P. 305–320.
83. Gonzalez-Aranguena E., Manuel C., Gomez D., van den Brink R. A value for directed communication situations // Tinbergen Institute Discussion Papers. — 2008. — (2008-006/1).
84. Jackson M. Allocation rules for network games // Games and Economic Behavior. — 2005. — Vol. 51, N 1. — P. 128–154.
85. Myerson R. Graphs and cooperation in games // Mathematics of operations research. — 1977. — N 2. — P. 225–229.
86. Myerson R. Conference structures and fair allocation rules // Intern. Journal of Game Theory. — 1980. — N 9. — P. 169–182.
87. Van den Brink R. Comparable Axiomatizations of the Myerson Value, the Restricted Banzhaf Value, Hierarchical Outcomes and the Average Tree Solution for Cycle-Free Graph Restricted Game // Tinbergen Institute Discussion Papers. — 2009. — WP N 2009-108/1.
88. Van den Nouweland A., Borm P., Tijs S. Allocation Rules for Hypergraph Communication Situations // Intern. Journal of Game Theory. — 1992. — Vol. 20. — P. 255–268.
89. Maaser N., Napel S. Equal representation in two-tier voting systems // Social Choice and Welfare. — 2006. — Vol. 28, N 3. — P. 401–420.
90. Beisbar C. Groups can make a difference: voting power measures extended // Theory and Decision. — 2009. — Vol. 69, N 3. — P. 469–488.
91. Diskin A., Koppel M. Voting power: an information theory approach // Social Choice and Welfare. — 2009. — Vol. 34, N 1. — P. 105–119.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Погорельский Кирилл Болеславович — Ph. D.-студент, Division of the Humanities and Social Sciences, Калифорнийский технологический институт (California Institute of Technology), Пасадина, Калифорния, США,
✉ kirill.pogorelskiy@gmail.com.