

## БЕСКОНФЛИКТНАЯ САМОМАРШРУТИЗАЦИЯ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО ОБОБЩЕННОГО ГИПЕРКУБА

В.С. Подлазов

Предложена системная сеть в виде неблокируемого трехмерного обобщенного гиперкуба. Разработана новая структура гиперкуба и для нее предложен алгоритм бесконфликтной прокладки прямых путей между узлами посредством самомаршрутизации в них.

**Ключевые слова:** системная сеть, обобщенный гиперкуб, полное мультикольцо, коммутационные свойства, неблокируемая сеть, бесконфликтная самомаршрутизация, прямые каналы.

### ВВЕДЕНИЕ

Обобщенный  $r$ -мерный  $p$ -ичный гиперкуб [1] используется как системная сеть в некоторых современных многопроцессорных вычислительных системах [2]. Возможность передачи данных от источников к приемникам по прямым каналам (без буферизации пакетов в промежуточных узлах) повышает быстродействие любой системной сети. Использование прямых каналов необходимо предполагает возможность бесконфликтной маршрутизации пакетов при их произвольной перестановке между узлами.

Сети с бесконфликтной маршрутизацией делятся на два класса — перестраиваемые и неблокируемые. В перестраиваемых сетях бесконфликтная маршрутизация достигается только благодаря составлению соответствующего расписания для каждой перестановки отдельно. Известно, что  $p$ -ичный гиперкуб любой размерности  $r$  с удвоенным набором межузловых каналов является перестраиваемым для  $p$ - $p$ -перестановок (одновременно реализуемых  $p$  разных перестановок) [3]. Такой гиперкуб имеет  $N = p^r$  узлов и содержит  $M = 2Nr(p - 1)$  симплексных каналов. Обобщенный гиперкуб с редукцией части каналов может оставаться перестраиваемым для обычной 1-1-перестановки. В этом случае он содержит  $M = 2N(p - 1)[1 + (r - 1)/p]$  симплексных каналов, но становится ассиметричным по числу каналов в разных измерениях.

В неблокируемых сетях имеется возможность прокладки новых бесконфликтных путей, не меняя ранее проложенных путей. Однако для большинс-

тва таких сетей неизвестны алгоритмы бесконфликтной параллельной самомаршрутизации пакетов, при которой каждый пакет прокладывает свой путь через узлы самостоятельно без взаимодействия с пакетами в других узлах. Немногочисленными исключениями служат сети с топологией квазиполных двудольных графов или орграфов, к которым принадлежат двумерные обобщенные гиперкубы и двумерные полные мультикольца [4].

В настоящей работе исследуется возможность построения неблокируемого трехмерного  $p$ -ичного гиперкуба и предлагается алгоритм динамической бесконфликтной самомаршрутизации в нем для произвольной перестановки пакетов. Она осуществляется только на основе локальной внутриузловой информации о возникающих конфликтах.

### 1. НЕБЛОКИРУЕМЫЙ ДВУМЕРНЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ГИПЕРКУБ

Двумерный  $p$ -ичный гиперкуб — одна из сетей, которая является как неблокируемой, так и самомаршрутизируемой. В нем каждая строка или столбец, состоящие из  $p$  узлов, образуют полный граф. Он имеет  $N = p^2$  узлов.

Пример двумерного обобщенного гиперкуба с  $N = 9$  узлами приведен на рис. 1. Хотя он выглядит как граф, но его можно представить и как орграф, если учесть, что каждый узел содержит, кроме абонента, еще и коммутатор  $p \times p$  (рис. 2), и что абоненты связаны дугами только с коммутаторами [4]. Выходные дуги абонентов направлены только го-

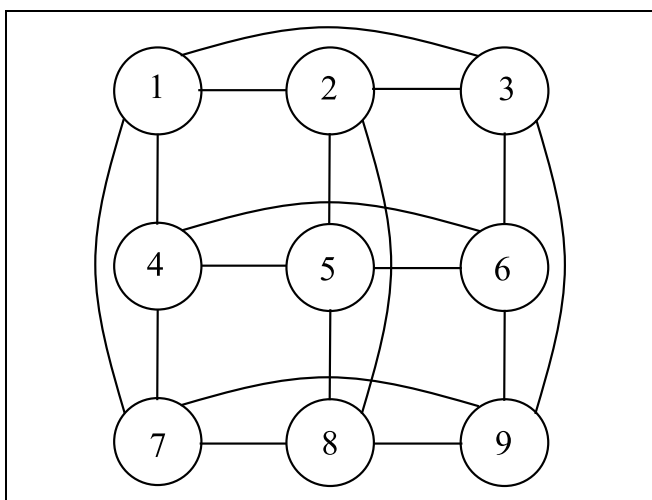


Рис. 1. Двумерный троичный гиперкуб

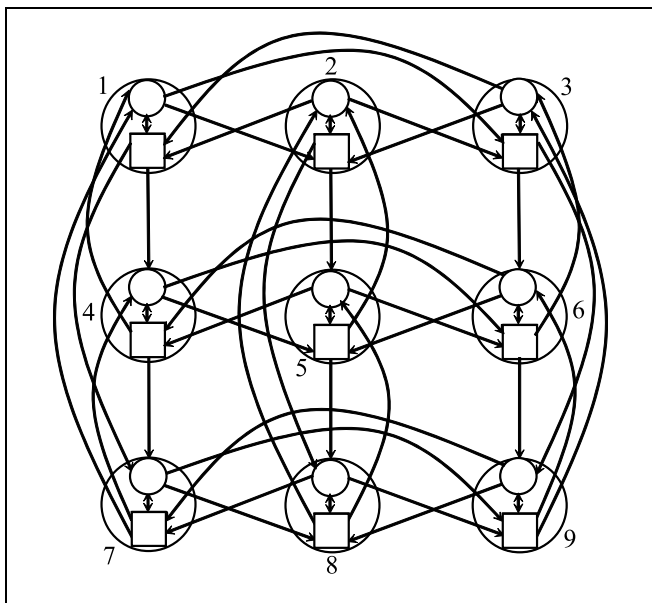


Рис. 2. Двумерный троичный гиперкуб как орграф

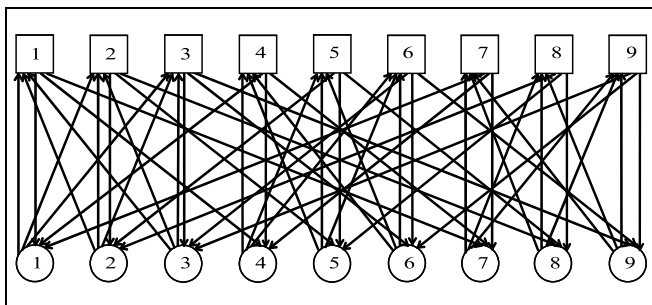


Рис. 3. Квазиполный орграф для двумерного гиперкуба при  $p = 3$  ( $N = 9$ )

ризонгально, а входные дуги — только вертикально (или наоборот, но не вперемешку).

Самомаршрутизация в двумерном гиперкубе осуществляется как червячная маршрутизация, т. е. путем прокладки прямого канала между источником и приемником через промежуточный коммутатор. Она осуществляется путем посылки пилотного пакета, содержащего адрес приемника, в два этапа — сначала по горизонтальным каналам, а затем по вертикальным. На первом этапе используются каналы от абонентов к коммутаторам, а на втором — от коммутаторов к абонентам. Здесь хорошо видно, что двумерный гиперкуб содержит  $M = 2N(p - 1)$  симплексных каналов.

Двумерный обобщенный гиперкуб также можно представить в виде минимального двудольного орграфа, одну долю которого составляют абоненты, а другую — коммутаторы (рис. 3). Степень всех вершин в каждой доле одинакова и равна  $p$ . Число вершин  $N$  в каждой доле задается равенством  $N = p^2$ . В этом орграфе любые два абонента связаны одним путем в две дуги (через один и только один коммутатор). Схема соединений в нем между коммутаторами и абонентами задается, как показано в таблице. В каждой ее строке первая ячейка задает номер коммутатора, а остальные ячейки — номера абонентов, инцидентных данному коммутатору.

При произвольном  $p$  на пересечении  $i$ -й строки ( $1 \leq i \leq N$ ) и  $j$ -го столбца ( $1 \leq j \leq p$ ) в левой части таблицы содержится номер  $\lfloor i/p \rfloor p + j$ , а в правой — номер  $(i \bmod p) + 1 + (j - 1)p$ .

Самомаршрутизация в двумерном гиперкубе осуществляется по таблице соединений по заданным номерам абонента-источника и абонента-приемника. Пусть для примера это будут 5 и 8 соответственно, набранные в таблице полужирным шрифтом. По правой части таблицы (каналы к абонентам) находятся номера коммутаторов, из ко-

Схема соединений в квазиполном орграфе двумерного гиперкуба при  $p = 3$

Коммутаторы	Симплексные каналы от абонентов			Симплексные каналы к абонентам		
	1	2	3	1	2	3
1	1	2	3	1	4	7
2	1	2	3	2	5	<b>8</b>
3	1	2	3	3	6	9
4	4	<b>5</b>	6	1	4	7
5	4	<b>5</b>	6	2	5	<b>8</b>
6	4	<b>5</b>	6	3	6	9
7	7	8	9	1	4	7
8	7	8	9	2	5	<b>8</b>
9	7	8	9	3	6	9

торых есть дуги к приемнику. В примере это коммутаторы 2, 5 и 8. В левой части таблицы (каналы от абонентов) для этих коммутаторов находится тот, к которому есть дуга от источника. По свойствам квазиполных орграфов такой коммутатор один. В примере это коммутатор 5.

По описанной схеме построен коммутатор YARC фирмы CRAY [5]. Он представляет собой СБИС полного коммутатора  $64 \times 64$ , построенный как двумерный 8-ичный гиперкуб внутри СБИС из 64 коммутаторов  $8 \times 8$ .

## 2. ДВУМЕРНЫЕ ГИПЕРКУБЫ В ТРЕХМЕРНОМ ОБОБЩЕННОМ ГИПЕРКУБЕ

Рассмотрим трехмерный  $p$ -ичный гиперкуб, содержащий  $N = p^3$  узлов, который имеет в каждом узле по  $(p - 1)$  выходных и входных дуг для каждого измерения. Эти дуги задают межузловые симплексные каналы.

Разместим трехмерный  $p$ -ичный гиперкуб в прямоугольной системе координат так, чтобы в начале координат оказался ближний левый нижний узел. Узлы на оси абсцисс  $X$  перенумеруем числами  $1, 2, 3, \dots, p$ , а узлы на оси ординат  $Y$  — числами  $1, 1 + p, 1 + 2p, \dots, 1 + (p - 1)p$ . Наконец, узлы на оси аппликат  $Z$  перенумеруем числами  $1, 1 + p^2, 1 + 2p^2, \dots, 1 + (p - 1)p^2$ . На рис. 4 приведен пример трехмерного троичного гиперкуба с заданной нумерацией.

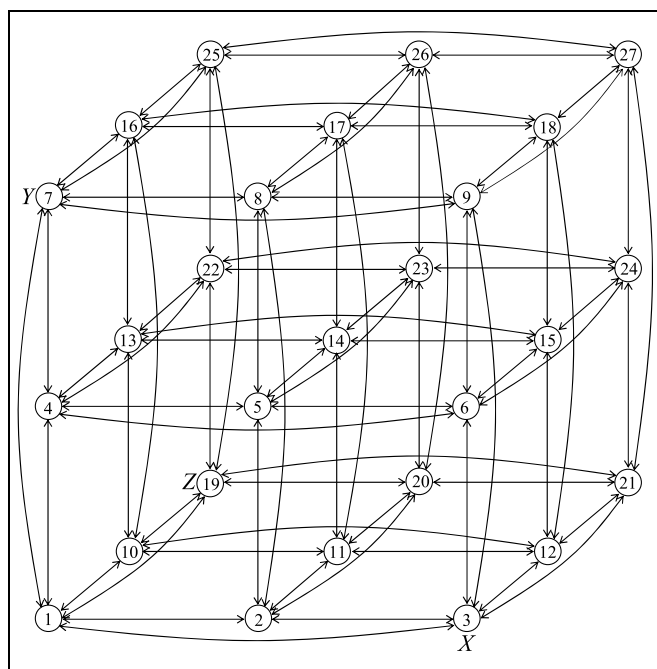


Рис. 4. Трехмерный троичный гиперкуб

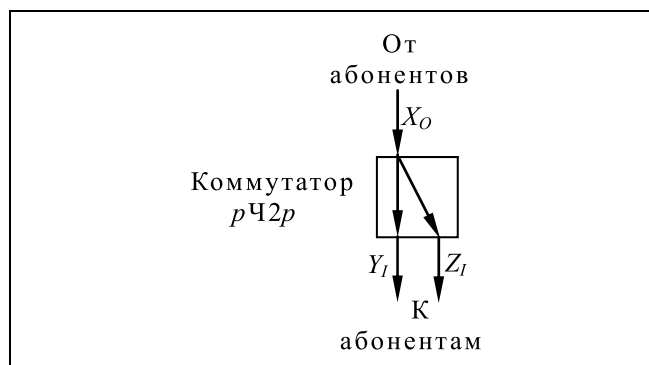


Рис. 5. Коммутатор для двухэтапных прямых путей

Примем как в § 1, что каждый узел содержит абонента и коммутатор с входными/выходными дугами в каждом измерении.

Дуги гиперкуба, которые располагаются «параллельно» оси абсцисс, будем относить к  $X$  типу, «параллельно» оси ординат — к  $Y$  типу и «параллельно» оси аппликат — к  $Z$  типу.

Любой узел гиперкуба принадлежит трем его граням: вертикальной  $V$  с дугами  $X$  и  $Y$ , горизонтальной  $H$  с дугами  $X$  и  $Z$  и боковой  $L$  с дугами  $Y$  и  $Z$ .

Разные грани, содержащие узел  $a$ , обозначим как  $V(a)$ ,  $H(a)$  и  $L(a)$  соответственно. Сам трехмерный гиперкуб можно представить как набор  $p$  граней: или  $V(1), V(1 + p^2), \dots, V(1 + (p - 1)p^2)$ , или  $H(1), H(1 + p), \dots, H(1 + (p - 1)p)$ , или  $L(1), L(2), \dots, L(p)$ .

Будем представлять любой путь как последовательность дуг  $XYZ$ .

Примем, что любой узел имеет выходные дуги  $X_0$  от абонентов к коммутаторам и входные дуги  $Y_1$  и  $Z_1$  от коммутаторов к абонентам —  $3p$  дуг. Из них  $3(p - 1)$  дуг являются межузловыми и 3 дуги — локальными внутриузловыми.

Перечисленные дуги делают грани  $V$  и  $H$  неблокируемыми двумерными гиперкубами. Это означает, что на каждой из них между любыми двумя узлами имеются двухэтапные прямые пути, прокладываемые посредством самомаршрутизации через один коммутатор, представленный на рис. 5. Он имеет схему  $p \times 2p$  со сложностью  $2p^2$  точек коммутации.

Рассмотренные выше дуги не позволяют представить грань  $L$  как неблокируемый двумерный гиперкуб, так как узлы не имеют дуг  $Y$  или дуг  $Z$  от абонентов к коммутаторам. Поэтому пути между узлами на грани  $L$  будем представлять как частный случай трехэтапных путей с локальными дугами на первом или на последнем этапах. Аналогично, пу-



ти между узлами граней V и H, которые не принадлежат им обеим, будем представлять как трехэтапные пути.

Для прокладки трехэтапных путей дополнительно потребуется иметь в каждом узле  $p - 1$  основных дуг  $Y_M$ , проложенных только между коммутаторами узлов. Между узлами каждого столбца гиперкуба эти дуги составляют полный граф. Вообще, кратчайший путь между любыми двумя абонентами (источником и приемником) можно представить как состоящий из дуги  $X_O$  от источника к коммутатору, дуги  $Y_M$  между коммутаторами и дуги  $Z_I$  от коммутатора к приемнику. При этом двухэтапные и трехэтапные пути вообще не могут иметь конфликтов, так как на первом и на последнем этапах при перестановке используются единственные дуги, а в середине трехэтапных путей — дуги, которые отсутствуют в двухэтапных путях.

Рассмотрим кратчайший трехэтапный путь от узла-источника  $s$  к узлу-приемнику  $d$  через промежуточные узлы  $t$  и  $i$ . Первый этап от источника в узле  $s$  в промежуточный узел  $t$  проходит по дуге  $X_O$ . Через узел  $t$  могут проходить пути от разных источников, которые на втором этапе используют разные дуги  $Y_M$ . Если каждую дугу использует только один путь через узел  $i$ , то он является бесконфликтным, и бесконфликтным же он останется на последнем этапе по разным дугам  $Z_I$ .

Ситуация, при которой на одну дугу  $Y_M$  претендуют несколько путей, считается конфликтом на этой дуге. При этом один из этих путей имеет приоритет и проходит на выход коммутатора, а остальные остаются конфликтными в узле. На дугах  $Y_M$  могут возникать конфликты первого типа. Любой такой конфликт возникает, если на прохождение через узел  $t$  претендуют несколько путей (рис. 6) из разных узлов-источников  $s$  и  $s^*$ . Здесь и далее для краткости мы обозначаем только два таких узла, которых на самом деле может быть любое число от 2 до  $p - 1$ . Пусть эти пути через узел  $t$  претендуют на одну и ту же дугу  $Y_M$ , ведущей в узел  $i$ . На рис. 6 конфликтная дуга обозначена пунктиром, и она при разрешении конфликта не используется.

Для разрешения конфликта в каждом узле необходимы еще  $p - 1$  дуг  $Y_D$ , которые дублируют дуги  $Y_M$  и обозначены на рис. 6 сплошными линиями. Использование дуг  $Y_D$  позволяет избежать повторных конфликтов между дугами  $Y_M$  и  $Y_D$ . Конфликт разрешается таким образом: по заведомо разным дугам  $Y_D$  из узла  $t$  прокладываются пути в разные вспомогательные узлы  $h$  и  $h^*$  (узлы без заливки на рис. 6) и осуществляется возврат из них

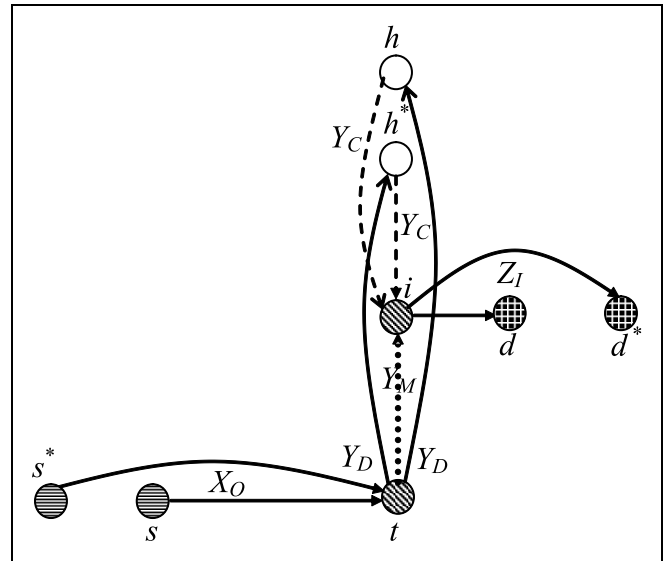


Рис. 6. Конфликт первого типа и его разрешение

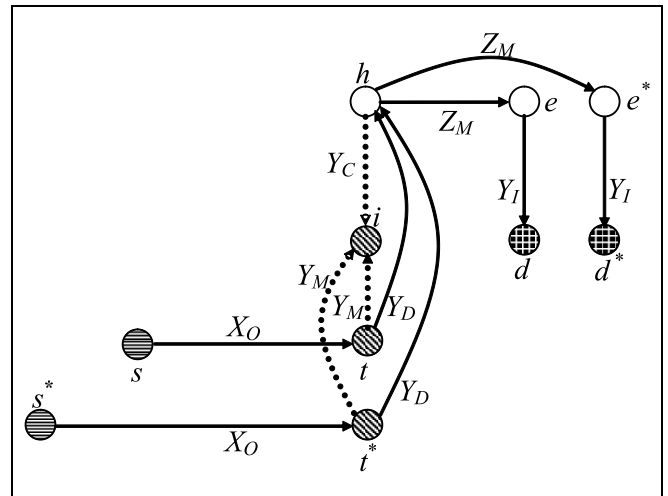


Рис. 7. Конфликт второго типа и его разрешение

в узел  $i$  по разным встречным дугам  $Y_C$ . Если на дугах  $Y_C$  нет конфликтов, то проложенные пути бесконфликтные. Они останутся бесконфликтными и на последнем этапе от коммутаторов узла  $i$  к приемникам в узлах  $d$  и  $d^*$ , так как прокладываются по разным дугам  $Z_I$ . Заведомо разные те дуги  $Y_D$ , которые являются аналогами разных дуг  $X_O$  из узлов  $s$  и  $s^*$  в узел  $t$ .

Однако и на дугах  $Y_C$  могут возникать конфликты второго типа. Каждый из них происходит в том случае, если на проход через узел  $i$  на втором этапе претендуют несколько путей из разных узлов  $t$  и  $t^*$  после первого этапа (рис. 7). Для его разрешения

в каждом узле потребуются иметь  $p - 1$  дуг  $Z_M$ , проложенных только между коммутаторами узлов.

Конфликт второго типа разрешается таким образом: из промежуточного узла  $h$  пути прокладывается по тем дугам  $Z_M$ , которые равны дугам  $Z_I$  последнего этапа. Все эти дуги  $Z_I$  различны, поэтому различны и соответствующие дуги  $Z_M$ . Поэтому пути бесконфликтно прокладываются в разные вспомогательные узлы  $e$  и  $e^*$ . Из них маршруты на последнем этапе завершаются бесконфликтно по дугам  $Y_I$  из узлов  $e$  и  $e^*$ .

Конфликты разных типов возникают при разных вариантах размещения узлов-источников на гранях  $L$  — на одной грани и на разных гранях. Других вариантов их размещения нет. Поэтому нет и других типов конфликтов.

Рассмотренная процедура задает общую схему прокладки бесконфликтных прямых путей посредством самомаршрутизации, так как осуществляется только на основе локальной информации о конфликтах внутри каждого узла. Наличие такой процедуры самомаршрутизации позволяет сформулировать

**Утверждение.** Построенный трехмерный  $p$ -ичный гиперкуб с  $M = 7N(p - 1)$  межузловыми дугами является неблокируемой сетью, для которой предложена процедура бесконфликтной самомаршрутизации. Этот гиперкуб в каждом узле имеет выходные дуги  $X_O$  от абонентов, входные дуги  $Y_I$  и  $Z_I$  к абонентам и дуги  $Y_M$ ,  $Y_D$ ,  $Y_C$  и  $Z_M$  между коммутаторами. ♦

Построенный гиперкуб ассиметричен по дугам разных измерений, и его ассиметрия напоминает ассиметрию редуцированного перестраиваемого гиперкуба.

### 3. ПРОТОКОЛ САМОМАРШРУТИЗАЦИИ В ТРЕХМЕРНОМ ГИПЕРКУБЕ

Самомаршрутизация в трехмерном гиперкубе осуществляется как червячная маршрутизация путем прокладки бесконфликтного прямого пути между любыми источником и приемником через промежуточные коммутаторы. Она реализуется путем послышки пилотного пакета, содержащего маршрутную информацию, с фиксацией прямого пути в промежуточных коммутаторах. Пакет данных передается по прямому пути без задержек на его буферизацию в промежуточных узлах.

Сначала представим алгоритм в терминах дуг измерений  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , считая, что исходный маршрут имеет вид  $X_O Y_M Z_I$ .

#### Алгоритм динамической самомаршрутизации (общая схема)

1. Если дуга  $X_O$  отсутствует ( $X_O = 0$ ), то путь прокладывается по локальной дуге в узле  $s$  от источника к коммутатору. Переход к п. 3.

Если дуга  $X_O$  присутствует ( $X_O \neq 0$ ), то путь прокладывается от источника в узле  $s$  по дуге  $X_O$  к коммутатору узла  $t$ . Переход к п. 2.

2. Если дуга  $Y_M$  отсутствует ( $Y_M = 0$ ) и дуга  $Z_I$  отсутствует ( $Z_I = 0$ ), то путь прокладывается по локальной дуге в узле  $t$  от коммутатора к источнику. Конец алгоритма.

3. Если дуга  $Y_M$  отсутствует ( $Y_M = 0$ ), а дуга  $Z_I$  присутствует ( $Z_I \neq 0$ ), то путь прокладывается по дуге  $Z_I$  от коммутатора узла  $t$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

Если дуга  $Y_M$  присутствует ( $Y_M \neq 0$ ), а дуга  $Z_I$  отсутствует ( $Z_I = 0$ ), то путь прокладывается по дуге  $Y_I$  от коммутатора узла  $t$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

Если дуга  $Y_M$  присутствует ( $Y_M \neq 0$ ) и дуга  $Z_I$  присутствует ( $Z_I \neq 0$ ), то проверяется наличие конфликта на дуге  $Y_M$ .

Если конфликта нет, то путь прокладывается по дуге  $Y_M$  от коммутатора узла  $t$  к коммутатору узла  $i$ . Переход к п. 4.

Если на дуге  $Y_M$  конфликт имеет место, то путь прокладывается по уникальной для узла дуге  $Y_D$  (разной для разных путей) от коммутатора узла  $t$  к коммутатору узла  $h$ . Переход к п. 5.

4. Путь прокладывается по дуге  $Z_I$  от коммутатора узла  $i$  к абоненту в узле-приемнике  $d$ . Конец алгоритма.

5. Проверяется наличие конфликта на дуге  $Y_C$ .

Если конфликта нет, то путь прокладывается по дуге  $Y_C$  от коммутатора узла  $h$  к коммутатору узла  $i$ . Переход к п. 4.

Если же конфликт имеет место, то переход к п. 6.

6. Путь прокладывается по дуге  $Z_M = Z_I$  от коммутатора узла  $h$  к коммутатору узла  $e$ . Переход к п. 7.

7. Путь прокладывается по дуге  $Y_I = Y_C$  от коммутатора узла  $e$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

Теперь представим этот алгоритм в терминах путевой информации, которая содержится в пилотном пакете для червячной маршрутизации.

Путевую информацию будем представлять номерами выходных дуг в каждом узле, которые должны составлять прямой путь. Дуги нумеруются для каждого измерения в порядке возрастания их

длин числами от 0 до  $p - 1$ . Номер 0 задает либо внутриузловую дугу в узле-источнике и в узле-приемнике, либо отсутствие дуги между коммутаторами разных узлов. Таким образом, значения дуг  $m_1$  измерения  $X$  задаются как числа  $m_1$  ( $0 \leq m_1 \leq p - 1$ ), значения дуг  $m_2$  измерения  $Y$  задаются как числа  $m_2$  ( $0 \leq m_2 \leq p - 1$ ) и значения дуг  $m_3$  измерения  $Z$  задаются как числа  $m_3$  ( $0 \leq m_3 \leq p - 1$ ).

Любой кратчайший путь задается тремя числами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Число  $m_1$  задает дугу  $X_O(m_1)$  от узла-источника  $s$  в промежуточный узел  $t$ . При  $m_1 = 0$  узлы  $s$  и  $t$  совпадают. Число  $m_2$  задает дугу  $Y_M(m_2)$  от узла  $t$  к промежуточному узлу  $i$ . При  $m_2 = 0$  узлы  $t$  и  $i$  совпадают. Число  $m_3$  задает дугу  $Z_I(m_3)$  от коммутатора узла  $i$  к узлу-приемнику  $d$ . Для прокладки прямого пути пилотный пакет должен содержать четыре числа  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m^*$  и  $m_3$ , где  $m^* = (m_1 - m_2) \bmod p$ . Эти числа для каждого кратчайшего пути вычисляются каждым источником заранее.

Прямой путь прокладывается по следующему алгоритму.

*Алгоритм динамической саммаршрутизации  
(конкретная реализация)*

1. Если  $m_1 = 0$ , то путь прокладывается по локальной дуге в узле  $s$  от источника к коммутатору. Переход к п. 3.

Если  $m_1 > 0$ , то путь прокладывается от источника в узле  $s$  по дуге  $X_O(m_1)$  к коммутатору узла  $t$ . Переход к п. 2.

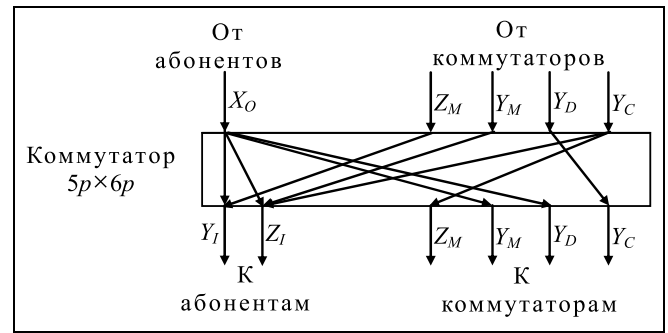
2. Если  $m_2 = 0$  и  $m_3 = 0$ , то путь прокладывается по локальной дуге в узле  $t$  от коммутатора к источнику. Конец алгоритма.

3. Если  $m_2 = 0$  и  $m_3 \neq 0$ , то путь прокладывается по дуге  $Z_I(m_3)$  от коммутатора узла  $t$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

Если  $m_2 \neq 0$  и  $m_3 = 0$ , то путь прокладывается по дуге  $Y_I(m_2)$  от коммутатора узла  $t$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

Если  $m_2 > 0$ , то проверяется наличие конфликта на дуге  $Y_M(m_2)$ . Если конфликта нет, то путь прокладывается по дуге  $Y_M(m_2)$  от коммутатора узла  $t$  к коммутатору узла  $i$ . Переход к п. 4.

Если  $m_2 > 0$  и имеет место конфликт, то путь прокладывается по дуге  $Y_D(m_1)$  от коммутатора узла  $t$  к коммутатору узла  $h$ . Переход к п. 5.



**Рис. 8. Коммутатор узла неблокируемого трехмерного обобщенного гиперкуба**

4. Путь прокладывается по дуге  $Z_I(m_3)$  от коммутатора узла  $i$  к абоненту в узле-приемнике  $d$ . Конец алгоритма.

5. Проверяется конфликтность пути по дуге  $Y_C(m^*)$ .

Если конфликта нет, то путь прокладывается по дуге  $Y_C(m^*)$  от коммутатора узла  $h$  к коммутатору узла  $i$ . Переход к п. 4.

Если же конфликт имеет место, то переход к п. 6.

6. Путь прокладывается по дуге  $Z_M(m_3)$  от коммутатора узла  $h$  к коммутатору узла  $e$ . Переход к п. 7.

7. Путь прокладывается по дуге  $Y_I(m^*)$  от коммутатора узла  $e$  к приемнику в узле  $d$ . Конец алгоритма.

*Комментарий*

- Прокладка пути в п. 3 из узла  $t$  по дуге  $Y_D(m_1)$  гарантирует, что все дуги, проходимые из этого узла, оказываются различными, поскольку различны все входные дуги  $X_O(m_1)$  в узел  $t$ .

- Прокладка пути в п. 5 из узла  $h$  по дуге  $Y_C(m^*)$  гарантирует возврат пути в узел  $i$ , в который невозможно было попасть в п. 3 из-за конфликта.

Отметим, что прокладка прямых путей по приведенному алгоритму может содержать до четырех этапов. Однако передача всех пакетов данных по прямым путям осуществляется за один скачок. Последнее свойство позволяет утверждать, что неблокируемый гиперкуб практически (по задержкам передачи) имеет единичный диаметр.

Для реализации алгоритма саммаршрутизации необходимо применять в каждом узле коммутатор  $5p \times 6p$ , схема которого представлена на рис. 8. Он не является полным коммутатором, так как используется только часть связей между входами и выходами. Поэтому его сложность можно оценить как  $9p^2$  точек коммутации.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена новая структура трехмерного обобщенного гиперкуба на базе двумерных неблокируемых гиперкубов с минимальным числом дуг. Цель ее разработки состояла в обеспечении возможности прокладки бесконфликтных путей посредством их самомаршрутизации в узлах гиперкуба. Данная структура позволила исключить конфликты двухэтапных и трехэтапных путей и разработать алгоритм самомаршрутизации последних.

Предложенная структура и разработанный алгоритм обеспечивают неблокируемость гиперкуба, т. е. возможность передачи пакетов данных по прямым путям без задержки на их буферизацию в промежуточных узлах. Построенный гиперкуб имеет семерной набор ( $p - 1$ )-й дуг, которые неравномерно распределены по его измерениям — одинарный набор в измерении  $X$ , четверной набор в измерении  $Y$  и двойной набор в измерении  $Z$ .

Рассмотренный двумерный обобщенный гиперкуб имеет топологию квазиполного орграфа. Такую же топологию имеет и двумерное полное мультикольцо. Они задают неблокируемые сети с минимальным числом дуг. Однако такие же сети могут иметь и топологию квазиполного графа, которая позволяет разминивать число узлов на число разных прямых путей между узлами. Последнее свойство обеспечивает встроенную отказоустойчивость сети.

Одна из конечных целей автора заключалась в применении сетей с топологией квазиполного графа в качестве граней трехмерного обобщенного гиперкуба для придания ему свойства отказоустойчивости.

Однако эта топология не имеет деления дуг и узлов по измерениям. Поэтому вопрос об ее применении остается открытым.

С другой стороны, многомерное полное мультикольцо имеет очень простое графическое представление — кольцо с разными диагоналями из каждого узла. Простота представления очень облегчает исследование его свойств и открывает возможность построения не только трехмерного неблокируемого мультикольца, но и дальнейшего повышения его размерности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Bhuyan L.N. and Agrawal D.P.* Generalized Hypercube and Hyperbus Structures for a Computer Network // IEEE Trans. on Computers. — 1984. — Vol. C-33, N 4. — P. 323–333.
2. *Alverson R., Roweth D., Kaplan L., and Roweth D.* Cray XC<sup>®</sup> Series Network. — URL: <https://www.cray.com/sites/default/files/resources/CrayXCNetwork.pdf> (дата обращения: 12.10.2017).
3. *Подлазов В.С.*  $p$ - $p$ -перестраиваемость и отказоустойчивость сдвоенных  $p$ -ичных мультиколец и обобщенных гиперкубов // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 7. — С. 138–148.
4. *Каравай М.Ф., Подлазов В.С.* Распределенный полный коммутатор как «идеальная» системная сеть для многопроцессорных вычислительных систем // Управление большими системами. — 2011. — Вып. 34. — С. 92–116.
5. *Scott S., Abts D., Kim J. and Dally W.* The black widow high-radix Clos network // Proc. of 33<sup>rd</sup> Intern. Symp. Comp. Arch. (ISCA'2006). — URL: [http://cva.stanford.edu/publications/2006/ISCA\\_YARC.pdf](http://cva.stanford.edu/publications/2006/ISCA_YARC.pdf) (дата обращения: 12.10.2017).

*Статья представлена к публикации членом редсовета чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко.*

**Подлазов Виктор Сергеевич** — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ [podlazov@ipu.ru](mailto:podlazov@ipu.ru).



## Содержание сборника «Управление большими системами»

2018, вып. 72

**Бибиков П.В., Стрельцова И.С.** О контактном интегральном инварианте Калаби. — С. 27–32.

**Васильев И.И., Чеботарев П.Ю.** Об одном подходе к типизации ученых по библиометрическим данным. — С. 138–195.

**Глущенко А.И.** О методе определения скорости обучения нейронной сети для задачи оперативной настройки линейных регуляторов при управлении нелинейными объектами. — С. 52–107.

**Горелов М.А.** Принцип «Value at Risk» в иерархической игре. — С. 6–26.

**Жожикашвили А.В.** Эквивалентность двух способов упорядочения множества морфизмов с общим источником. — С. 33–51.

**Малышенко В.А., Малышенко К.А.** Моделирование финансовой устойчивости предприятия в рамках фундаментального анализа развивающегося регионального фондового рынка. — С. 196–216.

**Самарцев А.А., Иващенко В.А., Резчиков А.Ф.** Мультиагентная модель процесса эвакуации людей из помещений при возникновении чрезвычайных ситуаций. — С. 217–244.

**Федин Г.Г.** Применение робастного подхода к задаче размещения транспортных узлов с подъездными путями в географическом регионе с существующей транспортной системой. — С. 108–137.

*Тексты статей в свободном доступе на сайте <http://ubs.mtas.ru/>*