



ПРИНЯТИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ

О.В. Павлов

На основе теории оптимального управления дискретными системами предложен общий подход к принятию инвестиционных решений. Сформулирована и решена, опираясь на принцип максимума Л.С. Понтрягина, задача оптимального управления инвестициями в дискретной постановке. Предложен численный алгоритм определения оптимального управления инвестициями. Получено аналитическое решение для случая постоянной рентабельности основных средств. Сформулированы критерии для принятия решения об инвестировании средств в реальные активы.

Ключевые слова: инвестиционное решение, оптимальное управление, инвестиции, принцип максимума Понтрягина, численный алгоритм, критерии.

ВВЕДЕНИЕ

Под инвестиционным решением понимается выбор объектов инвестирования (реальных активов), времени начала и окончания инвестирования и объема необходимых капиталовложений. Для оценки инвестиционных решений применяются следующие критерии [1–5]: чистый приведенный (дисконтированный) доход NPV (*Net Present Value*), внутренняя норма доходности IRR (*Interval Rate of Return*), дисконтированный срок окупаемости DPP (*Discounted Payback Period*), индекс рентабельности PI (*Profitability Index*). Общепринято считать наилучшим критерий чистого приведенного дохода NPV . В настоящей статье для выбора инвестиционных решений применяется теория оптимального управления дискретными процессами [6–8]. Данный подход используется для первого качественного анализа целесообразности инвестирования в проект. После принятия инвестиционного решения на основе этого подхода необходимо более подробное обоснование экономической эффективности проекта.

Задачи управления инвестициями в непрерывной постановке рассматривались в работах [9–12]. В качестве критерия использовалась сумма дисконтированной прибыли предприятия за интервал планирования. Однако для практических экономических расчетов более предпочтительно решение задачи в дискретном виде.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Промышленное предприятие является единственным участником инвестиционного проекта по производству нового вида продукции. Инвестиции осуществляются за счет собственных средств предприятия. Экономическая эффективность проекта оценивается в целом, и схема финансирования не учитывается. Рассматриваются денежные потоки от операционной (производственной) и инвестиционной деятельности [5]. В результате осуществления проекта предприятие работает на максимальную мощность и вся производимая продукция полностью продается. Считается, что денежный поток, генерируемый инвестиционным проектом в течение одного временного периода, имеет место в конце периода, т. е. имеет место постнумерандо. Предполагается, что рассматриваемая математическая модель денежных потоков отражает осредненную по отрасли ситуацию.

В качестве критерия оценки экономической эффективности инвестиционного проекта рассматривается чистый приведенный доход:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{FCF_t}{(1+r)^t}, \quad (1)$$

где t — номер периода инвестиционного проекта, FCF_t — свободный денежный поток инвестицион-

ного проекта (*Free Cash Flow*) в периоде t , n — горизонт планирования, измеряемый числом периодов, r — ставка дисконтирования.

Горизонт планирования определяется как объективным фактором — жизненным циклом инвестиционного проекта, так и субъективным — дальновидностью менеджера, принимающего решение.

Свободный денежный поток инвестиционного проекта FCF_t в конце периода t определяется как разница денежных потоков от операционной OCF_t (*Operating Cash Flow*) и инвестиционной деятельности ICF_t (*Investment Cash Flow*) [1—5]:

$$FCF_t = OCF_t - ICF_t, \quad t = 0, n. \quad (2)$$

Денежный поток от операционной деятельности рассчитывается (здесь и далее предполагается $t = 0, n$) как

$$OCF_t = REV_t - NOC_t - PT_t, \quad (3)$$

где REV_t — выручка (*Revenue*) от реализации произведенной продукции, NOC_t — чистые операционные издержки (*Net Operating Costs*), PT_t — налог на прибыль (*Profit Tax*).

Выручка

$$REV_t = P_t Q_t, \quad (4)$$

где P_t — цена продукции, Q_t — прогнозируемый объем продаж продукции.

Чистые операционные издержки включают в себя материальные затраты MC_t (*Material Costs*), заработную плату WS_t (*Wages and Salary*) и начисления на заработную плату WC_t (*Wages Charges*):

$$NOC_t = MC_t + WS_t + WC_t. \quad (5)$$

Материальные затраты

$$MC_t = Cm_t Q_t, \quad (6)$$

Cm_t — материальные затраты на единицу продукции.

Фонд заработной платы

$$WS_t = w_t L_t, \quad (7)$$

где w_t — средняя ставка заработной платы персонала, L_t — численность производственного персонала.

Численность персонала рассчитывается по формуле

$$L_t = Q_t / l_t, \quad (8)$$

где l_t — норматив выпуска продукции средним работником за период t .

Начисления на заработную плату

$$WC_t = \tau_w WS_t, \quad (9)$$

где τ_w — ставка единого социального налога.

Из формул (5)—(9) получим окончательное выражение для чистых операционных издержек

$$NOC_t = Q_t C_t, \quad (10)$$

где себестоимость C_t продукции (затраты на единицу продукции) рассчитывается по формуле

$$C_t = Cm_t + (1 + \tau_w) w_t / l_t. \quad (11)$$

Налог на прибыль вычисляется как

$$PT_t = \tau_c (REV_t - NOC_t - DEP_t), \quad (12)$$

где τ_c — ставка налога на прибыль, DEP_t — амортизационные начисления (*Depreciation*).

Для расчета износа основных средств (внеоборотных активов) предприятия FA_t (*Fixed Assets*) применяется метод равномерного начисления амортизации:

$$DEP_t = \mu FA_t, \quad (13)$$

где μ — норма амортизации, FA_t — стоимость основных средств предприятия в начале периода t до новых капиталовложений.

Все основные средства проекта полностью используются для производства продукции. В этом случае процесс производственной деятельности предприятия описывается производственной функцией Леонтьева:

$$P_t Q_t = f FA_t, \quad (14)$$

где $P_t Q_t$ — стоимость прогнозируемого объема продаж продукции (выручка), f — фондоотдача основных средств, характеризующая применяемый технологический процесс для производства продукции.

Из формул (3), (4), (10), (12) и (13) получим

$$OCF_t = [(1 - \tau_c) f (P_t - C_t) / P_t + \tau_c \mu] FA_t.$$

Введем понятие рентабельности (доходности) основных средств (внеоборотных активов) проекта в форме денежного потока $ROFA_t$ (*cash flow Return On Fixed Assets*):

$$ROFA_t = OCF_t / FA_t = (1 - \tau_c) f (P_t - C_t) / P_t + \tau_c \mu. \quad (15)$$

Экономический смысл рентабельности основных средств состоит в размере операционного денежного потока, приходящегося на единицу стоимости основных средств, используемых в проекте. Рентабельность основных средств зависит от цены и себестоимости продукции, фондоотдачи, ставки налога на прибыль и налогового щита, связанного с амортизацией $\tau_c \mu$. Рентабельность основных средств по денежному потоку по своему экономическому смыслу близка к понятию рентабельности инвестиций по денежным потокам [2, 4].

С учетом выражения (15) операционный денежный поток

$$OCF_t = ROFA_t FA_t. \quad (16)$$



Инвестиционный денежный поток ICF_t расходуется на капиталовложения в основные средства INV_t и изменение оборотного капитала ΔNWC_t [1–5]:

$$ICF_t = \alpha_t INV_t + \Delta NWS_t, \quad (17)$$

где α_t — процент от финансового ресурса предприятия INV_t в период t , необходимый для капиталовложений в проект. Если весь финансовый ресурс INV_t инвестируется в период t в рассматриваемый проект, то $\alpha_t = 1$, если не инвестируется, то $\alpha_t = 0$.

Согласно рекомендациям [5] чистый оборотный капитал (*Net Working Capital*) может быть рассчитан как процент от выручки: $NWC_t = \gamma_t REV_t$. Процент γ_t характеризует эффективность управления оборотным капиталом в периоде t .

Изменение потребности в финансировании оборотного капитала возникает при увеличении объема производства: $\Delta NWC_t = \gamma_t (REV_{t+1} - REV_t)$. С учетом формул (4) и (14) увеличение оборотного капитала

$$\Delta NWC_t = \gamma_t f (FA_{t+1} - FA_t) = \varphi_t \Delta FA_t. \quad (18)$$

Экономический смысл коэффициента φ_t состоит в количестве денежных средств, необходимом для инвестирования в прирост оборотного капитала при увеличении стоимости основных средств на одну денежную единицу для увеличения производства продукции.

Стоимость основных средств проекта в период $t + 1$ определяется как сумма стоимости основных средств в предшествующий период t и капиталовложений за вычетом уменьшения стоимости основных средств в связи с их износом [1, 2]:

$$FA_{t+1} = FA_t - k_t FA_t + \alpha_t INV_t, \quad t = 0, n, \quad (19)$$

где k_t — коэффициент выбытия основных средств в периоде t .

В начальный период для основных средств задано начальное условие

$$FA_0 = FA_0. \quad (20)$$

Изменение стоимости основных средств определится из формулы (19):

$$\Delta FA_t = \alpha_t INV_t - k_t FA_t. \quad (21)$$

Подставим выражение (21) в формулу (18):

$$\Delta NWC_t = \varphi_t (\alpha_t INV_t - k_t FA_t). \quad (22)$$

С учетом формулы (22) инвестиционный денежный поток (17)

$$ICF_t = \alpha_t INV_t (1 + \varphi_t) - \varphi_t k_t FA_t. \quad (23)$$

Финансовый ресурс, необходимый для капиталовложений в проект, складывается из двух частей:

$$INV_t = INV_{1t} + INV_{2t}. \quad (24)$$

Первая часть необходима для увеличения основных средств из-за увеличения объема производства продукции, вторая — для восполнения основных средств из-за их износа. Они рассчитываются следующим образом:

$$INV_{1t} = \begin{cases} [Q_{t+1} - \max_{j=0,t} \{Q_j\}] P_{t+1} / f, \\ \text{если } Q_{t+1} > \max_{j=0,t} \{Q_j\}, \\ 0, \text{ если } Q_{t+1} \leq \max_{j=0,t} \{Q_j\}, t = 0, n, \end{cases} \quad (25)$$

$$INV_{2t} = \begin{cases} FA_t k_t, \text{ если } FA_t \geq FA_{t-1}, \\ \max_{j=0,t-1} \{FA_j\} - FA_t + FA_t k_t, \\ \text{если } FA_t < FA_{t-1}, t = 1, n. \end{cases} \quad (26)$$

Для начального периода $INV_{20} = FA_0 k_0$.

Выражение для чистого приведенного дохода (1) инвестиционного проекта с учетом формул (2), (6) и (23) примет вид:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{(ROFA_t + \varphi_t k_t) FA_t - \alpha_t INV_t (1 + \varphi_t)}{(1+r)^t}. \quad (27)$$

2. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЯМИ

Сформулируем проблему принятия инвестиционных решений как задачу оптимального управления дискретным процессом. В качестве управления примем процент α_t от финансового ресурса предприятия INV_t , необходимого для капиталовложений в проект и рассчитываемого по формулам (24)–(26). Исходя из экономического смысла, на управление α_t наложено ограничение

$$0 \leq \alpha_t \leq 1. \quad (28)$$

Сформулируем задачу оптимального управления: зная начальное состояние основных средств (20) проекта, необходимо выбрать такое допустимое управление (28) инвестициями для дискретного процесса (19), чтобы чистый приведенный доход (27) проекта принял максимальное значение.

Применим для решения задачи дискретный принцип максимума Л.С. Понтрягина [6–8]. Запишем гамильтониан

$$H_t = \left\{ \Psi_{t+1} - \frac{1 + \varphi_t}{(1+r)^t} \right\} \alpha_t INV_t + \Psi_{t+1} FA_t (1 - k_t) + \frac{(ROFA_t + \varphi_t k_t) FA_t}{(1+r)^t}, \quad t = 0, n.$$

Он линейно зависит от управления. В соответствии с принципом максимума [6–8] в каждой точ-

ке оптимальной траектории функция H_t достигает максимума относительно управления.

Из условия максимума гамильтониана найдем структуру оптимального управления:

$$\alpha_t^{\text{opt}} = \begin{cases} 1, & \text{если } \Psi_{t+1} - \frac{1 + \varphi_t}{(1+r)^t} \geq 0, \\ 0, & \text{если } \Psi_{t+1} - \frac{1 + \varphi_t}{(1+r)^t} < 0, \quad t = 0, n. \end{cases} \quad (29)$$

В работе [8] доказано, что для дискретных систем, линейных по фазовым координатам, принцип максимума справедлив — как необходимое и достаточное условие оптимальности. Таким образом, полученное условие (29) является условием оптимальности.

Для сопряженного уравнения [6, 7]

$$\Psi_t = \frac{\partial H_t}{\partial FA} = (1 - k_t)\Psi_{t+1} + \frac{ROFA_t + \varphi_t k_t}{(1+r)^t}, \quad t = n, 0, \quad (30)$$

на правом конце должно выполняться условие трансверсальности

$$\Psi_{n+1} = 0. \quad (31)$$

Из условий (29) и (31) следует: инвестирование в последний период n не производится, $\alpha_n = 0$. Теоретически, в связи со скачкообразным изменением рентабельности основных средств, связанным, например, с колебаниями цен, возможно изменение знака функции

$$\Psi_{t+1} - \frac{1 + \varphi_t}{(1+r)^t},$$

а следовательно, и управление может переключаться несколько раз. В частном случае, если функция отрицательна на всем интервале, оптимальным решением будет отказ от инвестирования в проект.

Анализируя исходное (19) и сопряженное (30) уравнения, структуру оптимального управления (29), можно сделать вывод: уравнения решаются независимо друг от друга. Если рассчитать сопряженные переменные от конечного периода до начального по уравнению (30), используя условие трансверсальности (31), то возможно определить оптимальное управление по формуле (29). А затем вычислить исходную переменную — стоимость основных средств от начального периода до конечного по уравнению (19), используя начальное условие (20).

Из анализа следует и другой вывод: оптимальное инвестиционное решение определяется рентабельностью основных средств по денежному потоку $ROFA_t$, ставкой дисконтирования r , горизонтом планирования n , коэффициентом выбытия основных средств k_t , коэффициентом φ_t , учитывающим

потребность в инвестировании при увеличении оборотного капитала.

Для определения оптимального управления инвестициями разработан следующий численный алгоритм, идея которого предложена в работе [12].

Шаг 1. Подготовка исходных данных проекта: прогнозируемых цен P_t , объемов продаж продукции Q_t , материальных затрат на единицу продукции Cm_t , числа сотрудников L_t и средней зарплаты сотрудников w_t для периодов от 0 до n .

Шаг 2. Расчет по формуле (11) себестоимости продукции C_p , $t = 0, n$.

Шаг 3. Вычисление по формуле (15) рентабельности основных средств $ROFA_t$, $t = 0, n$.

Шаг 4. Определение по формулам (24)—(26) объема финансового ресурса INV_t , необходимого для инвестирования в проект, $t = 0, n$.

Шаг 5. Расчет по формуле (30) сопряженной переменной Ψ_{t+1} , $t = n, 0$.

Шаг 6. Нахождение оптимального управления по формуле (29) для периодов от 0 до n .

Шаг 7. Определение оптимальных капиталовложений $\alpha_t INV_t$, $t = 0, n$.

Шаг 8. Расчет по формуле (19) стоимости основных фондов FA_t , $t = 0, n$.

Шаг 9. Определение по формуле (16) операционного денежного потока OCF_t , $t = 0, n$.

Шаг 10. Вычисление по формуле (23) инвестиционного денежного потока ICF_t , $t = 0, n$;

Шаг 11. Вычисление чистого приведенного дохода NPV по формуле (27).

Предложенный алгоритм был реализован в электронной таблице Excel. Численное моделирование показало его работоспособность и эффективность.

Если в результате расчетов оптимальное управление инвестициями на всей траектории будет равно нулю, то рассматриваемый проект необходимо отклонить. Возможна ситуация, когда в начальных периодах оптимальное управление инвестициями будет равно нулю, а затем из-за изменения экономических параметров проекта, например, роста цены на продукцию или снижения себестоимости, будет равна единице. В этом случае в результате расчетов определится оптимальное время начала осуществления инвестиционного проекта.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОСТОЯННОЙ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ ПО ДЕНЕЖНОМУ ПОТОКУ

В частном случае, когда рентабельность основных средств инвестиционного проекта, коэффициент выбытия основных средств и коэффициент φ_t постоянны: $ROFA_t = ROFA = \text{const}$, $k_t = k = \text{const}$,



$\varphi_t = \varphi = \text{const}$, возможно аналитическое решение дискретной задачи. Уравнение для сопряженной переменной (30) запишется в виде

$$\Psi_t = (1 - k)\Psi_{t+1} + \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^t}, \quad t = n, 0. \quad (32)$$

Условие трансверсальности $\Psi_{t+1} = 0$.

Так как формула (32) является рекуррентной, можно вывести выражение для сопряженной переменной через параметры проекта. Запишем сопряженную переменную в периоды $t = n, n - 1, n - 2, n - 3, \dots$ по уравнению (32), используя условие трансверсальности (31):

$$\Psi_{n+1} = 0,$$

$$\Psi_n = \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^n},$$

$$\Psi_{n-1} = \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^{n-1}} \left[1 + \frac{1-k}{1+r} \right],$$

$$\Psi_{n-2} = \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^{n-2}} \left[1 + \frac{1-k}{1+r} + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^2 \right],$$

$$\Psi_{n-3} = \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^{n-3}} \left[1 + \frac{1-k}{1+r} + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^2 + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^3 \right].$$

Обобщая, запишем формулу для переменной Ψ_{t+1} :

$$\Psi_{t+1} = \frac{ROFA + \varphi k}{(1 + r)^{t+1}} \times \left[1 + \frac{1-k}{1+r} + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^2 + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^3 + \dots + \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^{n-t-1} \right].$$

Выражение в скобках представляет собой сумму геометрической прогрессии со знаменателем прогрессии $\frac{1-k}{1+r}$ и числом членов прогрессии $n - t$.

Применяя формулу для суммы геометрической прогрессии, получим следующее выражение для сопряженной переменной:

$$\Psi_{t+1} = \frac{ROFA + \varphi k}{r + k} \left[\frac{(1 + r)^{n-t} - (1 - k)^{n-t}}{(1 + r)^{n-t}} \right]. \quad (33)$$

С учетом формулы (33) оптимальное управление (29) инвестициями примет вид:

$$\alpha_t^{\text{opt}} =$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{если } \frac{ROFA + \varphi k}{r + k} \left[\frac{(1 + r)^{n-t} - (1 - k)^{n-t}}{(1 + r)^{n-t}} \right] \geq 1 + \varphi, \\ 0, & \text{если } \frac{ROFA + \varphi k}{r + k} \left[\frac{(1 + r)^{n-t} - (1 - k)^{n-t}}{(1 + r)^{n-t}} \right] < 1 + \varphi. \end{cases} \quad (34)$$

Функция

$$\frac{ROFA + \varphi k}{r + k} \left[1 - \left(\frac{1 - k}{1 + r} \right)^{n-t} \right]$$

монотонно убывающая, следовательно, возможно переключение управления не более одного раза в периоды от 0 до n :

$$\alpha_t^{\text{opt}} = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq t \leq t^{\text{KP}}, \\ 0, & \text{если } t^{\text{KP}} < t \leq n, \quad t = 0, n, \end{cases} \quad (35)$$

где t^{KP} — критический период проекта, период прекращения инвестиций.

Таким образом, оптимальная стратегия состоит в инвестировании финансовых средств в периоды от 0 до t^{KP} и в полном отказе от инвестирования после периода t^{KP} .

Из выражения (35) следует, что инвестирование в периоде t выгодно, если для рентабельности основных средств по денежным потокам выполняется условие:

$$ROFA \geq \frac{(1 + \varphi)(r + k)}{1 - \left(\frac{1 + r}{1 - k} \right)^{t-n}} - \varphi k.$$

Правая часть неравенства представляет собой критическое значение $ROFA_t^{\text{KP}}$ рентабельности основных средств по денежным потокам, при котором инвестирование не выгодно, и условие (34) переписывается в виде:

$$\alpha_t^{\text{opt}} = \begin{cases} 1, & \text{если } ROFA > ROFA_t^{\text{KP}}, \\ 0, & \text{если } ROFA < ROFA_t^{\text{KP}}. \end{cases} \quad (36)$$

Полученное условие (36) может служить критерием для принятия решения об инвестировании средств в тот или иной проект. Если при заданном горизонте планирования n и ставки дисконтирования r рентабельность основных средств $ROFA$ меньше критического значения, то инвестиционный проект следует отклонить.

Для предварительных расчетов, когда можно не учитывать выбытие основных средств ($k = 0$) и инвестирование в увеличение оборотного капитала ($\varphi = 0$), критическое значение рентабельности основных средств по денежным потокам принимает вид:

$$ROFA^{\text{KP}}(t, n, r) = \frac{r}{1 - (1 + r)^{t-n}}, \quad (37)$$

т. е. является функцией периода t , в котором производятся инвестиции, горизонта планирования n и ставки дисконтирования r . Из формулы (37) сле-

дует, что при бесконечном инвестиционном проекте $n \rightarrow \infty$ критическое значение рентабельности основных средств по денежным потокам стремится к ставке дисконтирования r . Таким образом, для бесконечного инвестиционного проекта рентабельность основных средств должна быть не меньше ставки дисконтирования.

На рис. 1 представлены результаты расчетов критического значения рентабельности основных средств в зависимости от периода t , в котором производится инвестирование. Расчеты проводились для горизонта планирования $n = 10$ и трех ставок дисконтирования $r_1 = 10$, $r_2 = 15$ и $r_3 = 20$ %. Видно, что с увеличением периода t критическое значение рентабельности увеличивается до бесконечности в период $t = n$, а следовательно, обязательно наступит момент, когда инвестиции станут невыгодными.

Для начального периода $t = 0$

$$\begin{aligned} ROFA^{KP}(0, n, r) &= \frac{r}{1 - (1+r)^{-n}} = \\ &= \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n} \right)^{-1} = \frac{1}{B(n, r)}, \end{aligned}$$

где $B(n, r)$ — коэффициент аннуитета, $1/B(n, r)$ — коэффициент возврата капитала [2] (*capital recovery factor*).

Таким образом, для осуществления инвестиций в начальный период времени рентабельность основных средств должна быть не меньше коэффициента возврата капитала.

На рис. 2 приведены результаты расчетов критического значения рентабельности основных средств в начальный период $t = 0$ в зависимости от

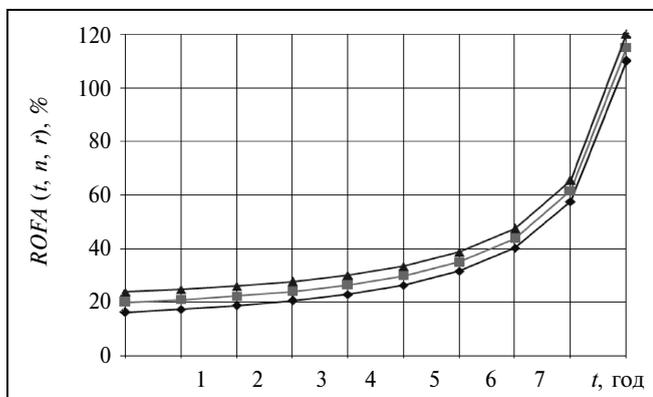


Рис. 1. Зависимость критического значения рентабельности основных средств от периода инвестирования:

◆ — $r_1 = 10$ %; ■ — $r_2 = 15$ %; ▲ — $r_3 = 20$ %

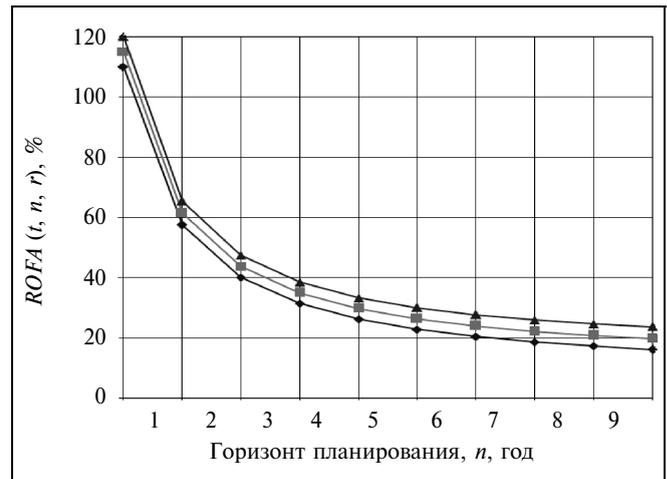


Рис. 2. Зависимость критического значения рентабельности основных средств от горизонта планирования:

◆ — $r_1 = 10$ %; ■ — $r_2 = 15$ %; ▲ — $r_3 = 20$ %

горизонта планирования n . Расчеты проводились для трех ставок дисконтирования $r_1 = 10$, $r_2 = 15$ и $r_3 = 20$ %. Видно, что с увеличением горизонта планирования n критическое значение рентабельности уменьшается, следовательно, чем больше горизонт планирования, тем меньшим может быть критическое значение рентабельности основных средств в начальный период.

Из равенства

$$\frac{RPFA + \varphi k}{r + k} \left[1 - \left(\frac{1-k}{1+r} \right)^{n-t} \right] - (1 + \varphi) = 0$$

в условии (34) определим период прекращения инвестиций:

$$t^{KP} = n + \log_{\frac{1+r}{1-k}} \left[1 - \frac{(1+\varphi)(r+k)}{ROFA + \varphi k} \right]. \quad (38)$$

Из экономического смысла следует, что выражение в скобках меньше единицы, поэтому логарифм отрицателен, и время прекращения инвестиций находится в интервале от 0 до n . Анализируя формулу (38), можно сделать следующий вывод: время прекращения инвестиций зависит от горизонта планирования: чем больший период времени предполагается осуществлять инвестиционный проект, тем дольше необходимо инвестировать в основные средства. Формула (38) математически определяет зависимость инвестиционного решения от дальновидности менеджера (жизненного цикла проекта). Период прекращения инвестиций также зависит от соотношения рентабельности основных средств $ROFA$ и ставки дисконтирования r .



Для предварительных расчетов, когда можно не учитывать выбытие основных средств ($k = 0$) и финансирование увеличения оборотного капитала ($\varphi = 0$), период прекращения инвестиций

$$t^{KP} = n + \log_{1+r} \left[1 - \frac{r}{ROFA} \right].$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен общий подход к принятию инвестиционных решений, основанный на теории оптимального управления дискретными процессами. Сформулирована и решена задача оптимального управления инвестициями в дискретной постановке. Найдена структура оптимального управления инвестициями в общем виде. На основе полученного решения предложен численный алгоритм определения оптимального управления инвестициями, который реализован в электронной таблице Excel. Практические расчеты показали эффективность предложенного алгоритма для принятия инвестиционных решений.

Введено понятие рентабельности основных средств в виде денежного потока $ROFA_r$. Сделан вывод, что оптимальное инвестиционное решение определяется рентабельностью основных средств $ROFA_r$, ставкой дисконтирования, горизонтом планирования n , коэффициентом φ_r , учитывающего потребность в финансировании прироста оборотного капитала и коэффициентом выбытия основных средств.

Для случая постоянной рентабельности основных средств по денежным потокам получено аналитическое решение. Введено понятие критического значения рентабельности основных средств по денежным потокам, которое является функцией периода, в котором производятся инвестиции, горизонта планирования и ставки дисконтирования.

Найдены условия инвестирования в проект в период t : рентабельность основных средств по денежным потокам в период t должна быть больше критического значения. Это условие может использоваться как критерий для принятия решения об инвестировании в рассматриваемый проект. Из полученного условия найдена аналитическая формула для определения периода прекращения инвестиций. Для инвестиционного проекта с бесконечным жизненным циклом критическое значение рентабельности основных средств по денежным потокам должно быть не меньше ставки дисконтирования.

Дальнейшее развитие работы возможно в следующих направлениях:

- выбор наилучшего инвестиционного проекта из нескольких взаимоисключающих альтернатив;
- постановка и решение задачи оптимального управления финансированием инвестиционного проекта;
- исследование задачи оптимального управления инвестициями при изменяющейся конъюнктуре рынка: ценах и объемах продаж продукции, при различных стратегиях поведения конкурентов с применением теории игр;
- постановка и решение задачи оптимального управления инвестициями с учетом риска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. — М.: ЗАО «Олимп — Бизнес», 1997. — 1120 с.
2. Бирман Г., Шмидт С. Капиталовложения: экономический анализ инвестиционных проектов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 631 с.
3. Бригем Ю., Гасперски Л. Финансовый менеджмент: Полный курс: В 2-х т. — СПб.: Экономическая школа, 1998.
4. Хелферт Э. Техника финансового анализа. — СПб.: Питер, 2003. — 640 с.
5. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика. — М.: Дело, 2004. — 888 с.
6. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. — М.: Наука, 1973. — 446 с.
7. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике. — М.: Финансы и статистика, 2003. — 192 с.
8. Розоноер Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем, III // Автоматика и телемеханика. — 1959. — № 12.
9. Соколовский Л.Е. Модели оптимального функционирования предприятия. — М.: Наука, 1980. — 175 с.
10. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. — М.: Радио и связь, 1982. — 144 с.
11. Косачев Ю.В. Экономико-математические модели эффективности финансово-промышленных структур. — М.: Логос, 2004. — 248 с.
12. Павлов О.В. Оптимальные стратегии привлечения финансовых ресурсов для развития фирмы в длительном периоде // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. — 2004. № 1(5). — С. 147—152.
13. Павлов О.В. Численный алгоритм оптимального управления инвестициями промышленного предприятия // Экономические науки. Научно-информационный журнал. — 2009. — № 4(53). — С. 324—327.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р.М. Нижегородцевым.

Павлов Олег Валерьевич — канд. техн. наук, директор, Институт энергетики и транспорта Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королёва,
☎ (846) 950-54-77, ✉ pavlov@ssau.ru.