

# ЧАСТОТНЫЙ АДАПТИВНЫЙ ПИДД-РЕГУЛЯТОР

М.В. Паленов

Предложен частотный адаптивный ПИДД-регулятор для управления изменяющимся во времени объектом. Параметры объекта неизвестны и могут изменяться через некоторые промежутки времени; на объект действует внешнее возмущение, которое является неизвестной функцией времени. Объект управления представлен моделью второго порядка с запаздыванием, для определения параметров которой метод конечно-частотной идентификации доработан; предложен алгоритм идентификации запаздывания.

**Ключевые слова:** ПИДД-регулятор, частотная идентификация, неизвестное внешнее возмущение, адаптивное управление.

## ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последнего полувека в промышленности для управления различными техническими процессами широко применяются ПИ- и ПИД-регуляторы, позволяющие добиться необходимого качества управления при достаточно простой реализации. Методы синтеза таких регуляторов предполагают наличие модели объекта управления, параметры которой известны. Зачастую параметры могут быть не только неизвестны, но и меняться с течением времени, как правило, внутри некоторых известных интервалов. Поэтому возникает задача адаптации ПИ- или ПИД-регулятора к изменяющейся модели объекта. Для определения параметров модели объекта применяют различные методы идентификации. Если внешние возмущения, действующие на объект управления, достаточно малы или вообще отсутствуют, для идентификации используют переходную характеристику объекта [1]. При интенсивных внешних возмущениях типа «белый шум» применяют метод наименьших квадратов [2], а в более общем случае (когда неизвестны статические характеристики возмущения) — метод конечно-частотной идентификации (КЧИ) [3], в котором используется испытательный (пробный) сигнал, представляющий собой сумму двух гармоник. Часто используют испытательный сигнал в виде одной гармоники [4, 5], что позволяет идентифицировать два параметра модели объекта. Однако какое число гармоник не содержал бы испытательный сигнал, необходимо настраивать их амплитуды и частоты так, чтобы вносимые искажения в выход системы управления были в пределах допустимого уровня.

В работе [6] метод КЧИ применяется для определения параметров модели объекта первого порядка с запаздыванием. Но не дается никаких способов настройки испытательного сигнала, а запаздывание может быть идентифицировано только при выполнении условия, которое не может быть проверено при адаптации и можно лишь предполагать, что оно выполняется.

В настоящей статье предлагается частотный адаптивный ПИДД-регулятор, ориентированный на модель объекта второго порядка с запаздыванием. Для определения параметров модели объекта применяется метод КЧИ, обобщенный на объекты второго порядка. Предлагается алгоритм идентификации запаздывания. Амплитуды испытательного сигнала настраиваются так, чтобы обеспечить желаемое искажение выхода системы.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объект управления описывается уравнением

$$d_2^{[i]} \ddot{y}(t) + d_1^{[i]} \dot{y}(t) + y(t) = K^{[i]} u(t - \tau^{[i]}) + f(t),$$

$$t^{[i]} \leq t \leq t^{[i+1]}, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где  $y(t)$  — измеряемый выход объекта,  $u(t)$  — управление,  $f(t)$  — неизмеряемое внешнее возмущение, описываемое неизвестной ограниченной функцией ( $|f(t)| \leq f^*$ ) времени  $t$ . Значения параметров  $K^{[i]}$ ,  $d_2^{[i]}$ ,  $d_1^{[i]}$  и  $\tau^{[i]}$  неизвестны, изменяются в моменты времени  $t^{[1]}$ ,  $t^{[2]}$ , ...,  $t^{[N]}$  и постоянны внутри интервалов

$$t^{[i]} \leq t^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $i$  — номер режима работы объекта.



Моменты времени  $t^{[1]}, t^{[2]}, \dots, t^{[N]}$  для простоты полагаются известными.

Объектом (1) управляет ПИДД-регулятор, описываемый уравнением

$$g_2^{[i]} \ddot{u}(t) + g_1^{[i]} \dot{u}(t) + u(t) = k_c^{[i]} \left( \varepsilon + \frac{1}{T_i^{[i]}} \int_{t_0}^t \varepsilon dt + T_d^{[i]} \frac{d\varepsilon}{dt} + T_{dd}^{[i]} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} \right),$$

$$t_{\text{ад}}^{[i]} \leq t \leq t_{\text{ад}}^{[i+1]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

$$\varepsilon(t) = y_{\text{сп}}(t) - y(t) + v(t),$$

где  $u(t)$  — управление, подаваемое на объект (1),  $y_{\text{сп}}(t)$  — задающее воздействие,  $v(t)$  — испытательный (идентифицирующий) сигнал, который является известной функцией времени,  $\varepsilon(t)$  — ошибка слежения,  $t_{\text{ад}}^{[i]}$  — время адаптации ПИДД-регулятора на  $i$ -м режиме. Коэффициенты регулятора (3) ( $k_c^{[i]}, T_i^{[i]}, T_d^{[i]}, T_{dd}^{[i]}, g_1^{[i]}, g_2^{[i]}$ ) обновляются в моменты времени  $t_{\text{ад}}^{[i]}$  на каждом режиме работы объекта.

Кроме того, предполагается:

1) длина интервалов (2) такова, что  $t^{[i+1]} - t^{[i]} > t_{\text{ад}}^{[i]}, i = \overline{1, N-1}$ ;

2) известны параметры модели (1) объекта, работающего в первом режиме;

3) параметры объекта мало изменяются при переходе объекта с режима на режим, и регулятор, построенный для  $i$ -го режима работы объекта, не нарушает устойчивости системы управления в  $(i + 1)$ -м режиме работы объекта;

4) передаточная функция (ПФ) объекта, в случае двух действительных полюсов, принимает вид

$$w_p(s) = \frac{K^{[i]}}{(T_1^{[i]}s + 1)(T_2^{[i]}s + 1)} e^{-\tau^{[i]}s},$$

где

$$T_{1,2}^{[i]} = \frac{1}{2} d_1^{[i]} \pm \sqrt{(d_1^{[i]}/2)^2 - d_2^{[i]}}, \quad (4)$$

причем

$$T_1^{[i]} \geq T_2^{[i]} > \tau^{[i]}, \quad (5)$$

5) передаточная функция объекта, в случае двух комплексно-сопряженных полюсов, принимает вид

$$w_p(s) = \frac{K^{[i]}}{(T^{[i]})^2 s^2 + 2\xi^{[i]} T^{[i]} s + 1} e^{-\tau^{[i]}s}, \quad 0 < \xi^{[i]} < 1,$$

где

$$T^{[i]} = \sqrt{d_2^{[i]}}, \quad \xi^{[i]} = \frac{d_1^{[i]}}{2\sqrt{d_2^{[i]}}}, \quad (6)$$

причем

$$T^{[i]} > \tau^{[i]}. \quad (7)$$

Задача состоит в том, чтобы адаптировать коэффициенты уравнения (3) к изменяющимся параметрам объекта так, чтобы ошибка слежения, после завершения адаптации на каждом интервале, удовлетворяла условию

$$\varepsilon^{[i]}(t) = \varepsilon^{[i]*}(t) + \xi(t), \quad t \geq t_{\text{ад}}^{[i]}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

где  $\varepsilon^{[i]*}(t)$  — «идеальная» ошибка слежения в системе (1), (3) на  $i$ -м режиме,  $\xi(t)$  — достаточно малое положительное число. «Идеальная» ошибка слежения  $\varepsilon^{[i]*}(t)$  достигается в том случае, если регулятор, описываемый уравнением, (3), синтезирован по точно известным параметрам модели (1) объекта.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯТОРА ПРИ ИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРАХ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА

Пусть параметры модели (1) объекта известны. Для этого случая разработан ряд методов определения параметров  $k_c, T_i, T_d$  и  $T_{dd}$  уравнения (3) регулятора, различающихся целями управления, чувствительностью к внешним возмущениям и др.

При синтезе ПИДД-регулятора за основу взят широко известный принцип внутренней модели [7]. В работе [8] этот принцип используется для синтеза ПИД-регулятора, рассчитанного на модель первого порядка с запаздыванием. Преимущество метода в том, что полученный регулятор способен обеспечить аperiodический переходный процесс в системе с запаздыванием, при этом для синтеза используется всего один параметр, уменьшение которого способствует увеличению быстродействия системы, а увеличение — увеличению запасов устойчивости.

Получим формулы синтеза ПИДД-регулятора. Для этого преобразуем уравнение (3) регулятора по Лапласу при нулевых начальных условиях и запишем его ПФ, опустив индекс  $[i]$ :

$$w_c(s) = k_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s + T_{dd} s^2 \right) \frac{1}{g_2 s^2 + g_1 s + 1}. \quad (9)$$

Согласно работе [7] ПФ регулятора можно определить следующим образом:

$$w_c(s) = \frac{w_p^-(s)^{-1} w_f(s)}{1 - w_p^+(s) w_f(s)}, \quad (10)$$

где  $w_p^-(s)$  и  $w_p^+(s)$  — инвертируемая и не инвертируемая части ПФ объекта соответственно,  $w_f(s)$  — ПФ фильтра.

Запишем ПФ объекта управления при  $f(t) = 0$ , используя Паде-аппроксимацию первого порядка

и выделяя инвертируемую и не инвертируемую части:

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(d_2s^2 + d_1s + 1)} \approx \frac{K(-\frac{\tau}{2}s + 1)}{(d_2s^2 + d_1s + 1)(\frac{\tau}{2}s + 1)} =$$

$$= \frac{(-\frac{\tau}{2}s + 1)}{(\frac{\tau}{2}s + 1)} \cdot \frac{K}{(d_2s^2 + d_1s + 1)} = w_p^+(s)w_p^-(s). \quad (11)$$

Разложение ПФ объекта (11) дает минимум квадратичного функционала [6, 7].

Передаточную функцию фильтра выбираем в виде [7]:

$$w_f = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2}, \quad (12)$$

где  $\lambda$  — положительное число, определяющее желаемое быстродействие системы.

Подставив выражения (11) и (12) в формулу (10), получим

$$w_c(s) = \frac{(d_2s^2 + d_1s + 1)(\frac{\tau}{2}s + 1)}{Ks(\frac{\lambda^2\tau}{2}s^2 + \lambda(\lambda + \tau)s + 2\lambda + \tau)}. \quad (13)$$

Из сравнения выражений (13) и (9) имеем:

$$g_2 = \frac{\lambda^2\tau}{2(2\lambda + \tau)}; \quad g_1 = \frac{\lambda(\lambda + \tau)}{2\lambda + \tau}; \quad k_c = \frac{2d_1 + \tau}{2K(2\lambda + \tau)};$$

$$T_i = d_1 + \frac{\tau}{2}; \quad T_d = \frac{d_1 + \frac{\tau}{2}}{2d_1 + \tau}; \quad T_{dd} = \frac{d_2\tau}{2d_1 + \tau}. \quad (14)$$

При таком регуляторе ПФ замкнутой системы приобретает следующий вид:

$$w_{yy,sp}(s) \cong \frac{e^{-\tau s}}{(\lambda s + 1)^2}.$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к идентификации объекта, результатом которой служат оценки коэффициентов объекта  $\hat{K}^{[i]}$ ,  $\hat{d}_2^{[i]}$ ,  $\hat{d}_1^{[i]}$  и  $\hat{\tau}^{[i]}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , которые используются для построения регулятора на основе выражений (14) на каждом режиме работы объекта.

### 3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

#### 3.1. Оценки коэффициентов модели объекта

Согласно методу КЧИ замкнутая система (1), (3) возбуждается испытательным сигналом следующего вида

$$v^{[i]}(t) = \rho_1^{[i]} \sin \omega_1^{[i]} t + \rho_2^{[i]} \sin \omega_2^{[i]} t + \rho_3^{[i]} \sin \omega_3^{[i]} t, \quad (15)$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где  $\rho_k^{[i]}$  и  $\omega_k^{[i]}$ ,  $k = 1, 2, 3$ , — положительные числа.

Далее для ясности изложения опустим индекс  $[i]$ .

Вход  $u(t)$  и выход  $y(t)$  объекта управления (1) подаются на фильтр Фурье

$$\hat{a}_{yk} = a_{yk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} y(t) \sin \omega_k t dt,$$

$$\hat{b}_{yk} = b_{yk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} y(t) \cos \omega_k t dt,$$

$$\hat{a}_{uk} = a_{uk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} u(t) \sin \omega_k t dt,$$

$$\hat{b}_{uk} = b_{uk}(\bar{t}) = \frac{2}{\rho_k \bar{t}} \int_{t_F}^{t_F + \bar{t}} u(t) \cos \omega_k t dt, \quad k = 1, 2, 3,$$

где  $\bar{t}$  — время фильтрации определяемое далее,  $t_F$  — момент начала фильтрации,  $\hat{a}_{yk}$ ,  $\hat{b}_{yk}$ ,  $\hat{a}_{uk}$  и  $\hat{b}_{uk}$ ,  $k = 1, 2, 3$ , — выходы фильтра Фурье.

Набор чисел

$$\alpha_k = \text{Re} w_p(j\omega_k), \quad \beta_k = \text{Im} w_p(j\omega_k), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{d_2s^2 + d_1s + 1},$$

называется частотными параметрами объекта.

**Утверждение 1.** Частотные параметры (17) и коэффициенты уравнения (1) связаны соотношениями:

$$d_2^2 = \frac{(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\gamma_3^2 - \gamma_1^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)}{-(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)}, \quad (18)$$

$$d_1^2 = \frac{(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\gamma_3^2 - \gamma_1^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)}{(\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_2^4 \gamma_2^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_3^2 \gamma_3^2) - (\omega_1^4 \gamma_1^2 - \omega_3^4 \gamma_3^2)(\omega_1^2 \gamma_1^2 - \omega_2^2 \gamma_2^2)} + 2d, \quad (19)$$

$$K^2 = \gamma_1^2 + d_2 \omega_1^4 \gamma_1^2 + (d_1^2 - 2d_2) \omega_1^2 \gamma_1^2, \quad (20)$$

где

$$\gamma_k^2 = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad \blacklozenge \quad (21)$$

Доказательство см. в Приложении.



Аналогично работе [3], выходы фильтра Фурье (16) и оценки частотных параметров (17) связаны соотношениями

$$\alpha_k^2 = \frac{\hat{a}_{yk}\hat{a}_{uk} + \hat{b}_{yk}\hat{b}_{uk}}{\hat{a}_{uk}^2 + \hat{b}_{uk}^2}, \quad \beta_k^2 = \frac{-\hat{a}_{yk}\hat{b}_{uk} + \hat{b}_{yk}\hat{a}_{uk}}{\hat{a}_{uk}^2 + \hat{b}_{uk}^2},$$

$$k = 1, 2, 3. \quad (22)$$

Если выполняются условия Фурье-фильтруемости задающего воздействия и внешнего возмущения [9], то

$$\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \hat{\alpha}_k(\bar{t}) = \alpha_k, \quad \lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} \hat{\beta}_k(\bar{t}) = \beta_k, \quad k = 1, 2, 3.$$

Условие Фурье-фильтруемости означает, что функции  $y_{sp}(t)$  и  $f(t)$  не содержат частот  $\omega_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Это условие может быть проверено экспериментально и при его нарушении необходимо изменить частоты  $\omega_k$  так, чтобы оно выполнялось.

### 3.2. Идентификация запаздывания

Идентификация запаздывания является ключевой проблемой, так как связана с рядом известных сложностей. Для объектов первого порядка с запаздыванием в работе [6] дано ограничение на частоту испытательного сигнала, при котором запаздывание может быть однозначно определено, но не дано каких-либо предложений на тот случай, если ограничение не выполняется. Восполним этот пробел.

**Утверждение 2.** Если для частоты  $\omega_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ , выполняется условие

$$0 < \omega_k \tau < \pi/2, \quad (23)$$

то запаздывание

$$\tau = \frac{1}{\omega_k} \arccos \frac{\alpha_k - \alpha_k d_2 \omega_k^2 - \beta_k d_1 \omega_k}{K}. \quad (24)$$

Доказательство см. в Приложении.

Для идентификации запаздывания в первую очередь необходимо определить оценки коэффициентов уравнения (1). Учитывая сделанные в постановке задачи предположения (5) и (7) о том, что значение запаздывания не превышает постоянной времени объекта, условие (23) можно записать в следующем виде:

для двух действительных полюсов

$$0 < \omega_k T_2 < \pi/2; \quad (25)$$

для двух комплексно-сопряженных полюсов

$$0 < \omega_k T < \pi/2. \quad (26)$$

Таким образом, запаздывание идентифицируется по следующему алгоритму.

### Алгоритм 1.

**Шаг 1.** Идентифицировать оценки коэффициентов уравнения (1)  $\hat{d}_2$  и  $\hat{d}_1$ , подставляя в формулы (18)–(20) оценки частотных параметров (22).

**Шаг 2.** В зависимости от характера полюсов ПФ объекта, используя оценки  $\hat{d}_2$  и  $\hat{d}_1$ , вычислить  $\hat{T}_2$  по формулам (4) (или  $\hat{T}$  по формулам (6)) и проверить соответствующее условие (25) или (26) для полученных оценок.

**Шаг 3.** Если соответствующее условие (25) или (26) выполняется хоть при одном  $k$ , то вычислить при этом  $k$  оценку запаздывания  $\hat{\tau}$ , подставляя соответствующие оценки в формулу (24).

**Шаг 4.** Если соответствующее условие (25) или (26) не выполняется, то, выбирая  $\omega_1 = 1/T_2$  (или  $\omega_1 = 1/T$ ) и полагая  $\omega_2 = 0$  и  $\omega_3 = 0$ , произвести заново процесс фильтрации фильтром Фурье (16), получить оценки частотных параметров (22), а затем при  $k = 1$  вычислить оценку запаздывания  $\hat{\tau}$ , подставляя полученные оценки в формулу (24). ♦

### 3.3. Определение частот и амплитуд испытательного сигнала

В работе [9] показано, что частоты  $\omega_k^{[i]}$ ,  $k = 1, 2, 3$ ,  $i = 2, 3, \dots, N$  испытательного сигнала (15), следует выбирать как можно ближе к собственным, в противном случае, произвольный выбор частот может привести к длительному времени идентификации.

Учитывая, что коэффициенты уравнения (1) от режима к режиму изменяются не слишком сильно (предположение 3 в постановке задачи), можно использовать данные текущего режима для формирования испытательного сигнала последующего режима. Для известных параметров модели (1) предыдущего режима, при двух действительных полюсах ПФ объекта, частоты выбираются следующим образом:

$$\omega_1^{[i]} = 1/T_1^{[i-1]}, \quad \omega_2^{[i]} = 1/T_2^{[i-1]},$$

$$\omega_3^{[i]} = 1/\tau^{[i-1]}. \quad (27)$$

Если объект содержит два комплексно-сопряженных полюса, то частоты определяются как

$$\omega_1^{[i]} = 1/\sqrt{d_2^{[i-1]}}, \quad \omega_2^{[i]} = 2/\sqrt{d_2^{[i-1]}},$$

$$\omega_3^{[i]} = 1/\tau^{[i-1]}. \quad (28)$$

Настройка амплитуд  $\rho_k^{[i]}$ ,  $k = 1, 2, 3$ , испытательного сигнала (15) выполняется на основе данных предыдущего режима работы объекта таким образом, чтобы выход системы для уже определен-

ных, по соответствующим формулам (27) или (28), частот не превышал заданного числа  $y^*$ :

$$\rho_k^{[i]} = \frac{1}{3} \frac{y^*}{A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})}, \quad k = 1, 2, 3, \quad (29)$$

где  $A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})$  значение амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы  $(i-1)$ -го режима на частотах  $i$ -го режима. Вывод соотношения (29) см. в Приложении.

В процессе адаптивного управления для вычисления частот испытательного сигнала по соответствующим формулам (27) или (28) и амплитуд по формуле (29) вместо значений коэффициентов объекта используются их оценки.

#### 3.4. Длительность процесса фильтрации

Фильтрация фильтром Фурье (16) заканчивается по истечении заданного времени  $t > \bar{t}$  либо если выполняется условие

$$\left| \frac{\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}} - \hat{\alpha}_k^{t_p}}{\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}}} \right| \leq \theta, \quad \left| \frac{\hat{\beta}_k^{t_{p+1}} - \hat{\beta}_k^{t_p}}{\hat{\beta}_k^{t_{p+1}}} \right| \leq \theta, \quad k = 1, 2, 3, \quad p = \overline{1, m}, \quad (30)$$

где  $\hat{\alpha}_k^{t_p}$ ,  $\hat{\beta}_k^{t_p}$  — значения оценок частотных параметров, найденных в момент времени  $t_p$ ,  $\hat{\alpha}_k^{t_{p+1}}$ ,  $\hat{\beta}_k^{t_{p+1}}$  — значения оценок частотных параметров, найденных в момент времени  $t_{p+1}$  ( $t_p < t_{p+1} < \dots < \bar{t}$ ),  $m$  — необходимое число оценок,  $\theta$  — заданное положительное число, которое целесообразно выбирать в пределах  $0,05 \div 0,15$ .

#### 4. АЛГОРИТМ АДАПТАЦИИ

Алгоритм адаптации состоит в следующем.

*Шаг 1.* Используя известную априори информацию об объекте, синтезировать ПИД-регулятор (3) по формулам (14) и подключить к объекту (1).

*Шаг 2.* Дождаться смены режима объекта и сформировать испытательный сигнал (15) по формулам (27) (или (28)) и (29).

*Шаг 3.* Подать испытательный сигнал (15) на вход системы (1), (3), а вход и выход объекта (1) подать на вход фильтра Фурье (16).

*Шаг 4.* Дождаться истечения заданного времени  $\bar{t}$  либо выполнения условия (30) и вычислить оценки частотных параметров (22).

*Шаг 5.* Вычислить оценки коэффициентов уравнения (1)  $\hat{K}$ ,  $\hat{d}_2$  и  $\hat{d}_1$  по формулам (18)–(20),

а далее, с помощью алгоритма 1, определить оценку запаздывания.

*Шаг 6.* По идентифицированным оценкам коэффициентов уравнения (1) заново синтезировать ПИД-регулятор (3), используя формулы (14), подключить его, вместо «старого», к объекту (1) и перейти к шагу 2.

Этот алгоритм обеспечивает достижение цели управления (8), если моменты времени (2) достаточно далеки друг от друга.

#### 5. ПРИМЕР

Для подтверждения эффективности предлагаемого адаптивного регулятора рассмотрим численный пример.

Пусть объект управления может работать в четырех режимах и описывается уравнением (1), коэффициенты которого и запаздывание  $\tau$  приведены в таблице. При проектировании системы управления часто не учитываются некоторые постоянные времени, неидеальность датчиков и исполнительных механизмов. К примеру, это могут быть две постоянные времени  $T_1^* = 0,1$  ед. вр. и  $T_2^* = 0,2$  ед. вр., с учетом которых передаточная функция объекта примет вид

$$w_p(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(d_2 s^2 + d_1 s + 1)(T_1^* s + 1)(T_2^* s + 1)}.$$

Длительность каждого режима 2000 ед. вр., внешнее возмущение, для упрощения, удовлетворяет условию строгой Фурье-фильтрации:  $f(t) = 5 \sin(2t)$ .

Если для управления объектом применить ПИДД-регулятор, описываемым уравнением (3), настроенный по параметрам  $K^{[1]}$ ,  $d_2^{[1]}$ ,  $d_1^{[1]}$  и  $\tau^{[1]}$  первого режима, при желаемом быстродействии  $\lambda = \sqrt{d_2^{[1]}}/4$ , то система (1), (3) потеряет устойчивость уже на III режиме своей работы. Это видно из результатов моделирования, приведенных на рис. 1.

Отсюда вытекает необходимость адаптации. В идеальном случае параметры каждого режима работы объекта определяются мгновенно и точно, и по ним настраивается ПИДД-регулятор. Такой

Режимы работы объекта

Режим работы	$K$	$d_2$	$d_1$	$\tau$ , ед. вр.
I	1,5	100	20	2
II	3	49	7	2
III	4	36	3,6	3
IV	5	100	14	5



адаптивный регулятор называют «идеальным». Результаты моделирования идеального адаптивного регулятора приведены на рис. 2. Для наглядности эффективности, настройка на каждом режиме осуществляется по истечении 500 ед. вр., при  $\lambda = \sqrt{d_2^{[i]}}/4$ .

Задача заключается в том, чтобы предлагаемый адаптивный регулятор максимально приблизился к идеальному, что указано условием (8) в постановке задачи. Для сравнения с идеальным регулятором адаптация на каждом режиме начинается по истечении 500 ед. вр. Параметры фильтра Фурье:

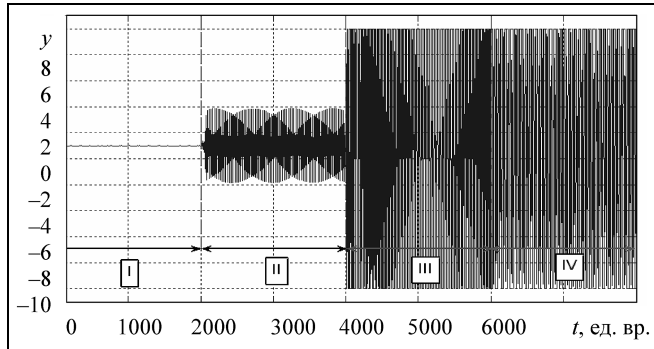


Рис. 1. Неустойчивость при отсутствии адаптации

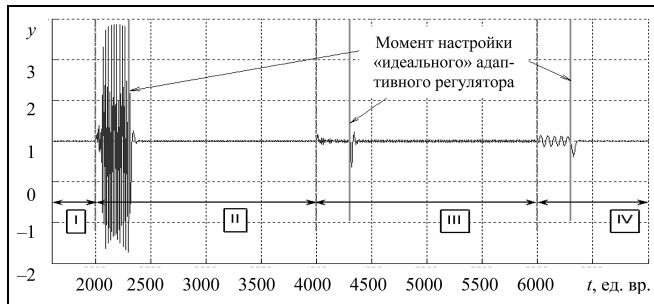


Рис. 2. Результаты моделирования «идеального» адаптивного регулятора

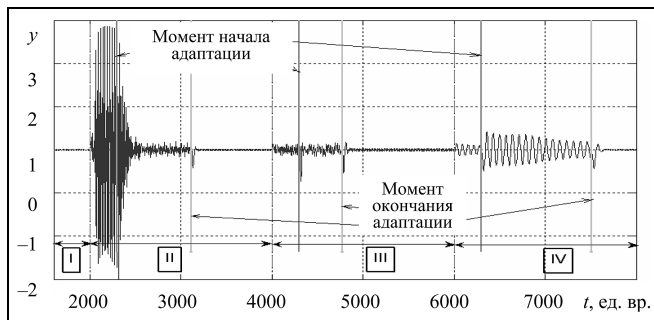


Рис. 3. Результаты моделирования предлагаемого адаптивного регулятора

$t_F = \omega_1^{[i]}$ ,  $\bar{t} = 40\omega_1^{[i]}$ . Фильтрация заканчивается преждевременно при  $\theta = 0,1$ ; ПИДД-регулятор настраивается для  $\lambda = \sqrt{\hat{d}_2^{[i]}}/4$ . Результаты моделирования приведены на рис. 3. Из результатов видно, что после окончания адаптации поведения идеального и предлагаемого адаптивного регуляторов аналогичны.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный частотный адаптивный ПИДД-регулятор предназначен для управления изменяющимися во времени объектами, которые описываются моделью второго порядка с запаздыванием. Предложенный адаптивный регулятор эффективен в условиях действия ограниченных неизвестных внешних возмущений, постоянно и интенсивно воздействующих на систему управления. Для идентификации объекта управления применяется метод конечно-частотной идентификации, модифицированный в данной работе. Впервые отдельно предложен алгоритм идентификации запаздывания. Благодаря применению алгоритма выбора частот и настройке амплитуд гармоник испытательного сигнала обеспечивается заданное искажение выхода системы управления. Приведенные примеры продемонстрировали высокую эффективность предложенного частотного адаптивного ПИДД-регулятора.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

**Вывод соотношения (29).** Рассмотрим установившийся режим работы системы (1), (3) при  $y_{sp} = 0$  и  $f(t) = 0$ . Если на вход системы подать испытательный сигнал

$$v(t) = \rho_1 \sin \omega_1 t,$$

то амплитуда выхода системы

$$y_1 = A(\omega_1) \rho_1,$$

где  $A(\omega_1)$  — значение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) замкнутой системы на частоте  $\omega_1$ .

Нетрудно видеть, что для обеспечения амплитуды выхода системы, равной  $y_1$ , амплитуда испытательного сигнала должна определяться как

$$\rho_1 = \frac{y_1}{A(\omega_1)}. \quad (П.1)$$

Сказанное справедливо и для частот  $\omega_2$  и  $\omega_3$ .

В соответствии с принципом суперпозиции, при испытательном сигнале (15) выход системы

$$y^* = y_1 + y_2 + y_3.$$

Пусть

$$y_1 = y_2 = y_3 = y^*/3.$$

тогда «вклад» каждой гармоники будет одинаковым.

В таком случае из выражения (П.1) следует формула (29), если АЧХ замкнутой системы определять по коэффициентам  $(i - 1)$ -го режима на частотах  $i$ -го режима, которая принимает следующий вид

$$A^{[i-1]}(\omega_k^{[i]}) = \left| \frac{k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})}{d^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})g^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) + k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]})} \right|, \quad k = 1, 2, 3,$$

где  $k^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = K^{[i-1]} e^{-j\tau^{[i-1]}\omega_k^{[i]}}$ ,

$$d^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -d_2^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + jd_1^{[i-1]}\omega_k^{[i]} + 1,$$

$$r^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -jk_c^{[i-1]} T_d^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^3 - k_c^{[i-1]} T_d^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + jk_c^{[i-1]}\omega_k^{[i]} + \frac{k_c^{[i-1]}}{T_i^{[i-1]}},$$

$$g^{[i-1]}(j\omega_k^{[i]}) = -jg_2^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^3 - g_1^{[i-1]}(\omega_k^{[i]})^2 + j\omega_k^{[i]}. \quad \blacklozenge$$

**Доказательство утверждения 1.** Запишем амплитудно-фазовую характеристику модели (1) объекта, опустив индекс  $[i]$ , для  $j\omega_k$  и  $-j\omega_k$ ,  $k = 1, 2, 3$ :

$$w_p(j\omega_k) = \frac{Ke^{-j\omega_k\tau}}{d_2(j\omega_k)^2 + d_1j\omega_k + 1} = \alpha_k + j\beta_k,$$

$$w_p(-j\omega_k) = \frac{Ke^{j\omega_k\tau}}{d_2(-j\omega_k)^2 + d_1(-j\omega_k) + 1} = \alpha_k - j\beta_k, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.2})$$

Перемножив  $w_p(j\omega_k)$  и  $w_p(-j\omega_k)$ , имеем

$$w_p(j\omega_k)w_p(-j\omega_k) = \frac{K^2}{d_2^2\omega_k^4 + (d_1^2 - 2d_2)\omega_k^2 + 1} = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.3})$$

Преобразовав (П.3) и используя замену (21), получим систему уравнений

$$K^2 - d_2^2\omega_k^4\gamma_k^2 - (d_1^2 - 2d_2)\omega_k^2\gamma_k^2 = \gamma_k^2, \quad k = 1, 2, 3. \quad (\text{П.4})$$

Вычитая из второго и третьего уравнений первое, получим следующую систему:

$$d_2^2(\omega_1^4\gamma_1^2 - \omega_2^4\gamma_2^2) + (d_1^2 - 2d_2)(\omega_1^2\gamma_1^2 - \omega_2^2\gamma_2^2) = \gamma_2^2 - \gamma_1^2,$$

$$d_2^2(\omega_1^4\gamma_1^2 - \omega_3^4\gamma_3^2) + (d_1^2 - 2d_2)(\omega_1^2\gamma_1^2 - \omega_3^2\gamma_3^2) = \gamma_3^2 - \gamma_1^2,$$

решение которой имеет вид (18) и (19).

Для определения коэффициента усиления в первом уравнении (П.4) перенесем слагаемые с найденными  $d_2$  и  $d_1$  в правую часть, после чего получим выражение (20). Утверждение доказано.  $\blacklozenge$

**Доказательство утверждения 2.** Для определения запаздывания выделим в выражении (П.2) экспоненту и разложим ее по формуле Эйлера:

$$\cos\omega_k\tau - j\sin\omega_k\tau = \frac{1}{K}[d_2(j\omega_k)^2 + jd_1\omega_k + 1](\alpha_k + j\beta_k),$$

$$\cos\omega_k\tau + j\sin\omega_k\tau = \frac{1}{K}[d_2(j\omega_k)^2 + jd_1\omega_k + 1](\alpha_k - j\beta_k).$$

Сложив полученные соотношения, после упрощения получим уравнения

$$\cos\omega_k\tau = \frac{1}{K}\alpha_k - \alpha_k d_2\omega_k^2 - \beta_k d_1\omega_k,$$

решение которого

$$\tau = \frac{1}{\omega_k} \left( \arccos \frac{\alpha_k - \alpha_k d_2\omega_k^2 - \beta_k d_1\omega_k}{K} + \pi l \right), \quad k = 1, 2, 3, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{П.5})$$

Очевидно, что результат не зависит от  $k$ , однако каждому  $k$  может соответствовать свое значение  $l$ , которое неизвестно. Однако при выполнении ограничения (23) нетрудно увидеть, что будет  $l = 0$  в решении (П.5). Таким образом, решение (П.5) примет вид (24) и запаздывание можно определить по формуле (24) для любого  $k$ , для которого выполнено ограничение (23). Утверждение доказано.  $\blacklozenge$

## ЛИТЕРАТУРА

- Ziegler J.G., Nichols N.B. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME. — 1942. — Vol. 64.
- Astrom K.J., and Hagglund T. Advanced PID Control. — NC: ISA, 2006. — 460 p.
- Александров А.Г. Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // Автоматика и телемеханика. — 2000 — № 4. — С. 106 —116.
- Ротач В.Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / 2-е изд. — М.: Изд-во МЭИ, 2004.
- Мазуров В.М., Литюга А.В., Спицын А.В. Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE // Приборы и системы, управление, контроль, диагностика. — 2002. — № 1.
- Александров А.Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Тр. IX междунар. Четаевской конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», посвященной 105-летию Н.Г. Четаева / Т. 3. Управление и оптимизация. — Иркутск, 2007. — С. 6—13.
- Rivera D.E., Morar M.I., and Skogestad S. Internal model control — 4. PID controller design / Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 1986, 25. — P. 252—265.
- Visioli A. Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID Controllers // Proc. of 15th Triennial World Congress / Preprints. — Barcelona, 2002.
- Alexandrov A.G. Finite-frequency identification: self-tuning of test signal. Preprints of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 3—8 July 2005, CD-ROM.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Паленов Максим Владимирович — ст. инженер, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ 334-76-41, ✉ max\_elek@mail.ru.