

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2/2016

CONTROL  SCIENCES

Редакционный совет

Акад. РАН С.Н. Васильев, акад. РАН С.В. Емельянов, чл.-корр. РАН И.А. Каляев, акад. РАН В.А. Левин, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, акад. РАН Е.А. Федосов

Редколлегия

Д-ра техн. наук Ф.Т. Алескеров, В.Н. Афанасьев, Н.Н. Бахтадзе, канд. техн. наук Л.П. Боровских (зам. гл. редактора), д-ра техн. наук В.Н. Бурков, В.А. Виттих, В.М. Вишневский, А.А. Дорофеюк, д-р экон. наук В.В. Клочков, д-ра техн. наук С.А. Краснова, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, А.П. Курдюков, д-ра физ.-мат. наук А.Г. Кушнер, А.А. Лазарев, д-р техн. наук В.Г. Лебедев, д-р психол. наук В.Е. Лепский, д-р техн. наук А.С. Мандель, д-р биол. наук А.И. Михальский, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков (гл. редактор), д-ра техн. наук Б.В. Павлов, Ф.Ф. Пашенко (зам. гл. редактора), д-р физ.-мат. наук Л.Б. Рапопорт, д-ра техн. наук Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, д-р физ.-мат. наук М.В. Хлебников, д-р техн. наук А.Д. Цвиркун, д-р физ.-мат. наук П.Ю. Чеботарёв, д-р техн. наук И.Б. Ядыкин

Руководители региональных редакционных советов

Владивосток – д-р техн. наук О.В. Абрамов (ИАПУ ДВО РАН)
Волгоград – д-р физ.-мат. наук А.А. Воронин (ВГУ)
Воронеж – д-р техн. наук С.А. Баркалов (ВГАСУ)
Курск – д-р техн. наук С.Г. Емельянов (ЮЗГУ)
Липецк – д-р техн. наук А.К. Погодаев (ЛГТУ)
Пермь – д-р техн. наук В.Ю. Столбов (ПНИПУ)
Ростов-на-Дону – д-р техн. наук Г.А. Угольницкий (ЮФУ)
Самара – д-р техн. наук В.Г. Засканов (СГАУ)
Саратов – д-р техн. наук В.А. Твердохлебов (ИПТМУ РАН)
Уфа – д-р техн. наук Б.Г. Ильясов (УГАТУ)



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год

ISSN 1819-3161

Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор

чл. -корр. РАН

Д.А. Новиков

**Заместители главного
редактора**

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пащенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «Сенсидат-Плюс»

Адрес редакции

117997, ГСП-7, Москва,

ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.

Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет и электронная

версия подготовлены

ИП Прохоров О. В.

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабикова

Отпечатано в ООО «Авансд солиушнз»

Заказ № PB216

Подписано в печать

17.03.2016 г.

Журнал зарегистрирован

в Министерстве Российской

Федерации по делам печати,

телерадиовещания и средств

массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации

ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.

Журнал входит в RSCI и Перечень
рецензируемых научных изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени кандидата наук, на соискание
ученой степени доктора наук

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Роспечати;

38006 в объединенном каталоге

«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное

бюджетное учреждение науки

Институт проблем управления

им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2.2016

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Вольский В.И. Процедуры голосования в малых группах 2

Системный анализ

Кулинич А.А. Семиотические когнитивные карты.

Ч. 2. Основные определения и алгоритмы 24

Анализ и синтез систем управления

Александров В.А., Паленов М.В., Шатов Д.В. Частотное адаптивное
управление процессом бурения с контролируемым давлением 41

Управление в социально-экономических системах

Белов М.В. Математическое моделирование жизненных циклов
сложных социально-экономических и бизнес-систем 49

Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. Учет коррупции в моделях
сочетания общественных и частных интересов в иерархических
системах управления 62

Управление подвижными объектами и навигация

Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В. Аэромагнитная
градиентометрия и ее применение в навигации 72

Хроника

Рецензия на монографию В.Л. Шульца, В.В. Кульбы, А.Б. Шелкова,
И.В. Чернова «Сценарный анализ в управлении геополитическим
информационным противоборством» 81

* * *

Contents and abstracts 84

ПРОЦЕДУРЫ ГОЛОСОВАНИЯ В МАЛЫХ ГРУППАХ

В.И. Вольский

Предложена классификация процедур голосования в малых группах, основанная на использовании информации в виде упорядочений кандидатов в избирательных бюллетенях, полученных от избирателей. Описаны известные из литературы процедуры голосования.

Ключевые слова: процедура голосования, избиратель, упорядочение, ранжирование, попарное сравнение кандидатов.

ВВЕДЕНИЕ

Можно различить два типа голосования, положив в основу этого различия число избирателей.

Первый тип — всеобщее (конституционное) голосование, в котором принимают участие сотни тысяч и миллионы человек. Голосование такого рода проводится в общенациональном или крупно-региональном масштабе. В таких голосованиях от избирателя требуется отметить в избирательном бюллетене лучшего по его мнению кандидата, и при подборе процедуры выявления коллективного решения встают проблемы уточнения понятия «большинство голосов»:

— «больше, чем другие» или «больше половины голосов»;

— от какого списка отсчитывать это большинство (от общего числа избирателей или от числа принявших участие в голосовании);

— как учитывать голоса воздержавшихся при голосовании (если такая графа есть в избирательном бюллетене).

Ко второму типу относится голосование в малых группах, когда в голосовании участвуют десятки избирателей. Примерами таких групп могут служить комитеты и комиссии парламента, советы директоров компаний, общие собрания акционеров небольших акционерных обществ и т. д. От участников голосования в этом случае можно получить более детальную информацию об их предпочтениях о кандидатах (или альтернативах), которые включены в избирательный бюллетень.

Далее рассматриваются процедуры голосования, которые требуют от избирателя строго упорядочить кандидатов в соответствии со своими пред-

почтениями. Такая более детальная информация избирателей относительно кандидатов позволяет использовать различные процедуры агрегирования индивидуальных мнений в коллективное решение.

Данная статья посвящена обзору существующих процедур голосования второго типа.

Эти процедуры голосования можно классифицировать следующим образом¹:

1. Позиционные процедуры, использующие информацию о положении кандидатов в упорядочениях избирателей.

1.1. Процедура простого большинства.

1.2. Процедура относительного большинства (плюралитарная процедура).

1.3. Двухступенчатая плюралитарная процедура.

1.4. Процедура одобряющего голосования.

1.5. Практическая процедура Кондорсе.

1.6. Процедура передачи голосов.

1.7. Обратная процедура относительного большинства (обратная плюралитарная процедура).

1.8. Процедура Уэйра.

1.9. Процедура Кумбса.

1.10. Пороговая процедура.

2. Позиционные процедуры, использующие суммы рангов кандидатов в упорядочениях избирателей.

2.1. Процедура Борда.

2.2. Процедура Нансона.

2.3. Процедура Болдуина.

3. Процедуры, основанные на попарном сравнении кандидатов в упорядочениях избирателей.

¹ Классификация процедур голосования предложена совместно профессором Ф.Т. Алескеровым и автором.



3.1. Процедуры выбора непосредственно по мажоритарному графу.

3.1.1. Процедура выбора победителя Кондорсе.

3.1.2. Процедура Блэка.

3.1.3. Процедура последовательного исключения кандидатов.

3.1.4. Процедура выбора минимального доминирующего подмножества.

3.1.5. Процедура выбора минимальных недоминируемых подмножеств.

3.1.6. Процедура фон Неймана — Моргенштерна.

3.2. Процедуры, использующие мажоритарный граф и вспомогательную шкалу на нем.

3.2.1. Процедура Коупленда.

3.2.2. Процедура Доджсона.

3.2.3. Процедура Янга.

3.2.4. Процедуры, использующие понятие собственного вектора турнирной матрицы.

3.3. Процедуры, использующие мажоритарный граф и вспомогательное бинарное отношение на нем.

3.3.1. Процедура Фишберна.

3.3.2. Процедура выбора по отношению покрытия.

3.3.3. Процедура Ричелсона.

3.4. Паретовские процедуры голосования.

3.4.1. Процедура выбора множества Парето.

3.4.2. q -паретовская процедура.

4. Аппроксимационные процедуры.

4.1. Процедура Кемени

4.2. Процедура приближенной триангуляции турнирной матрицы.

5. Процедура Симпсона.

Рассмотрим каждую из этих процедур. Далее нумерация и заголовки разделов настоящей статьи совпадают с нумерацией и названиями процедур в приведенной классификации.

Принятые обозначения: $A = x, y, \dots, z$ — множество кандидатов; $|A| = n$ — число кандидатов; $И1, И2, \dots, ИN$ — избиратели 1, 2, ..., N ; $p_i, i = \overline{1, N}$ — упорядочение избирателя i кандидатов из множества A (линейный порядок). Набор $\{p_i\}, i = \overline{1, N}$, называется профилем индивидуальных упорядочений избирателей относительно кандидатов из множества A .

1. ПОЗИЦИОННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ ИНФОРМАЦИЮ О ПОЛОЖЕНИИ КАНДИДАТОВ В УПОРЯДОЧЕНИЯХ ИЗБИРАТЕЛЕЙ

1.1. Процедура простого большинства

Согласно этой процедуре строится вспомогательная шкала «Сумма первых мест в упорядочениях избирателей». Лучшим считается кандидат,

сумма первых мест которого в упорядочениях избирателей превышает половину от числа избирателей. Пусть имеются 4 избирателя $И1—И4$. Их предпочтения относительно кандидатов x, y, z, v представлены в табл. 1.

Таблица 1

И1	И2	И3	И4
x	x	y	v
z	v	z	z
v	y	v	x
y	z	x	y

Вспомогательная шкала «Сумма первых мест» представлена на рис. 1.

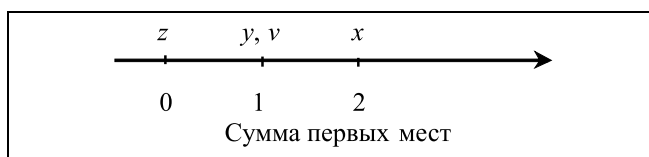


Рис. 1

Лучшим считается кандидат, сумма первых мест которого в упорядочениях избирателей превышает половину от числа избирателей. Как видно из табл. 1 и рис. 1, для этого случая победителя по процедуре простого большинства нет.

1.2. Процедура относительного большинства (плюралитарная процедура)

Здесь так же, как и в процедуре простого большинства строится вспомогательная шкала «Сумма первых мест». Лучшим считается кандидат (или кандидаты), имеющий наибольшую оценку по этой шкале.

Лучшим согласно этой процедуре для случая, представленного в табл. 1 и на рис. 1, считается кандидат x .

1.3. Двухступенчатая плюралитарная процедура [1]

Если по вспомогательной шкале «Сумма первых мест» имеется кандидат, превышающий половину от числа избирателей, то он объявляется избранным.

Если такого кандидата нет, то объявляется второй тур, в который проходят два кандидата, имеющие наибольшие числовые оценки по шкале «Сумма первых мест», и далее применяется плюралитарная процедура для этого двухэлементного множества.

Для примера, представленного в табл. 2, вспомогательная шкала «Сумма первых мест» показана на рис. 2.



Рис. 2

Таблица 2

И1	И2	И3	И4	И5
x	y	v	y	x
v	x	x	z	z
y	z	y	x	v
z	v	z	v	y

Ни один из кандидатов не набрал более половины от числа избирателей, поэтому во второй тур выходят кандидаты x и y .

Если предпочтения избирателей ко второму туру не изменятся, то будет иметь место табл. 3.

Таблица 3

И1	И2	И3	И4	И5
x	y	x	y	x
y	x	y	x	y

Победителем согласно этой процедуре называется кандидат, превосходящий другого кандидата по числу первых мест, т. е. кандидат x .

1.4. Процедура одобряющего голосования (Approval Voting Procedure) [2—4]

Согласно этой процедуре строится вспомогательная шкала «Сумма k первых мест в упорядочениях избирателей» ($k < n$). Для случая $k = 2$ в примере, представленном в табл. 1, эта шкала имеет вид (рис. 3).

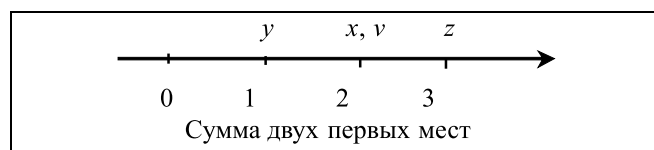


Рис. 3

Согласно этой процедуре будет избран кандидат z .

Существует другая разновидность процедуры одобряющего голосования. Каждый избиратель имеет право отметить в своем бюллетене любое количество лучших с его точки зрения кандида-

тов. Затем каждому кандидату приписывается число, равное количеству бюллетеней, в котором этот кандидат отмечен. Лучшим (или лучшими) считается кандидат, у которого этот показатель максимален.

1.5. Практическая процедура Кондорсе² [5].

В жирондистском проекте конституции Кондорсе предложил следующую процедуру голосования:

1) число кандидатов, указанных в бюллетене для голосования, должно втрое превышать число выборных мест;

2) бюллетень состоит из двух граф: графы решающих голосов и графы дополнительных голосов;

3) избиратель должен отметить в графе решающих голосов ровно столько кандидатов, сколько имеется выборных мест; кроме того, избиратель должен отметить в графе дополнительных голосов ровно столько кандидатов, сколько имеется выборных мест, но уже других кандидатов, отличных от тех, которых он отметил в графе решающих голосов (например, если необходимо избрать трех человек, то избирательный бюллетень должен содержать девять кандидатов; пример заполнения такого бюллетеня представлен в табл. 4);

Таблица 4

Кандидаты	Графа решающих голосов	Графа дополнительных голосов
x		+
y		
z	+	
v		+
w		
p	+	
q		+
s	+	
r		

4) если более половины избирателей отметили в графе решающих голосов какого-либо кандидата, то этот кандидат считается избранным;

5) если число таких кандидатов, набравших более 50 % голосов в графе решающих голосов, больше числа выборных мест, то избираются кан-

² Мари Жан Антуан Николя де Карита, маркиз де Кондорсе (1743—1794) — французский философ, ученый-математик и политический деятель. Он является (наряду с Ж.-Ш. де Борда (1733—1799)) родоначальником науки, которая позднее была названа теорией голосования.



дидаты, имеющие наибольшее число решающих голосов;

б) если число кандидатов, набравших более 50 % голосов в графе решающих голосов, меньше числа выборных мест, то недостающее число кандидатов берется из графы дополнительных голосов. Для этого берется сумма голосов из графы решающих голосов и графы дополнительных голосов для каждого из оставшихся кандидатов, и недостающее число кандидатов избираются согласно значению полученной суммы.

В силу того, что проект жирондистской конституции был отвергнут, эта процедура голосования не применялась во Франции. Однако авторитет Кондорсе был так велик, что эта процедура голосования в течение ряда лет применялась при выборах в Верховную Ассамблею Женевы.

1.6. Процедура передачи голосов (Single Transferable Vote) [6]

Эта процедура была предложена английским математиком Т.Р. Хиллом в 1819 г. (Thomas Wright Hill (1763—1851)).

Она применяется, если из списка кандидатов необходимо избрать некоторое заранее фиксированное число лучших. Устанавливается квота, т. е. число голосов, которое должен получить кандидат для того, чтобы быть избранным.

На первом этапе учитываются только первые в упорядочениях избирателей кандидаты. Кандидат, получивший число первых мест в упорядочениях избирателей, равное или превышающее квоту, считается избранным. Если число голосов, поданное за этого кандидата, превышает квоту, то избыток голосов передается по жребию кандидатам, стоящим на втором месте в упорядочениях тех избирателей, которые были выбраны этим жребием. Если после этого появился кандидат, который получил число голосов, равное или превышающее квоту, то он считается избранным. Если при этом число голосов за него превысило квоту, то процесс продолжается до тех пор, пока не будет избрано заранее фиксированное число лучших кандидатов.

Поясним эту процедуру на примере. Пусть имеются 6 избирателей и 3 кандидата (x , y и z), из которых надо избрать двух лучших. Организатор голосования установил значение квоты, равное 3. Предпочтения избирателей представлены в табл. 5.

Таблица 5

И1	И2	И3	И4	И5	И6
x	x	y	x	x	x
y	z	x	z	y	y
z	y	z	y	z	z

На первом этапе избирается кандидат x , получивший 5 голосов. Избыток голосов равен 2 ($5 - 3 = 2$).

По жребию определяются 2 из 5 избирателей, поставивших кандидата x на первое место в своих упорядочениях. Пусть жребий выпал на избирателей И1 и И5. Тогда имеет место ситуация, представленная в табл. 6, т. е. голоса этих избирателей передаются кандидатам, стоящим на втором месте в их упорядочениях.

Таблица 6

И1	И2	И3	И4	И5	И6
	x	y	x		x
y	z	x	z	y	y
z	y	z	y	z	z

Избирается кандидат y , набравший 3 голоса, т. е. число голосов, равное квоте.

Итак, согласно процедуре, предложенной Хиллом, избираются кандидаты x и y .

С 1855 г. по предложению датского математика и политика К. Андре (Carl Christofer Georg Andrae (1812—1893)) процедура передачи голосов начала применяться в Ригсдаге (датском парламенте).

В 1857 г. английский юрист Т. Хар (Thomas Hare (1806—1891)) независимо от своих предшественников предложил такую же процедуру для выборов в парламент и муниципальные органы власти [7]. В качестве квоты Хар предложил использовать числовое значение

$$\text{Hare quota} = \frac{\text{number of electors}}{\text{number of candidates to be chosen}}.$$

Так же, как Хилл, Хар предлагал избыток голосов, превышающий квоту, распределять по жребию. Процедура передачи голосов, основанная на квоте Хара, применялась на выборах в Палате ассамблей Тасмании в 1897 г.

В 1868 г. английский математик Г. Друп (Henry Richmond Droop (1832—1884)) предложил другое выражение для вычисления квоты [8]:

$$\text{Droop quota} = \left\lceil \frac{\text{number of electors}}{\text{number of candidates to be chosen} + 1} \right\rceil + 1,$$

где $\lceil \cdot \rceil$ означает целую часть числа.

Смысл введения этой квоты состоит в том, чтобы исключить ситуации, когда число кандидатов, преодолевших квоту, было бы больше числа кандидатов, которые должны быть избраны.

Процедура передачи голосов, использующая квоту Друпа, широко применялась (и применяется до настоящего времени) во многих странах, вклю-

чая Ирландскую республику, Мальту, Австралию, Новую Зеландию и др.

В 1880 г. Дж. Б. Грегори (John Burslem Gregory (1844—1920)) предложил распределить избыток голосов при использовании процедуры передачи голосов не случайным образом (по жребию), как это делалось ранее, а с помощью так называемого передаваемого значения [9].

Поясним метод Грегори на примере. Имеются 20 избирателей и 5 кандидатов — x , y , z , v , w . (Заметим, что избиратели не обязаны упорядочивать всех кандидатов в соответствии со своими предпочтениями). Необходимо избрать трех лучших кандидатов, используя квоту Друпа. Предпочтения избирателей представлены в табл. 7.

Таблица 7

Число избирателей					
1	2	8	4	4	1
x	y	z	z	v	w
y	x	v	w	w	
z	z	w			
w					

$$\text{Droop quota} = \left\lceil \frac{20}{3+1} \right\rceil + 1 = 6.$$

Первый этап. Подсчет числа голосов.

Для каждого кандидата подсчитывается число голосов избирателей, поставивших этого кандидата на первое место в своих предпочтениях:

- x : 1 голос;
- y : 2 голоса;
- z : 12 голосов;
- v : 4 голоса;
- w : 1 голос.

Кандидат z , набравший число голосов, превышающее квоту, избран.

Избыток голосов = $12 - 6 = 6$.

Второй этап. Подсчет передаваемого значения.

Передаваемое значение подсчитывается как частное от деления избытка голосов, полученного избранным кандидатом, на общее число голосов, полученное этим кандидатом, т. е. передаваемое значение = $6/12 = 0,5$.

Третий этап. Распределение голосов.

Для бюллетеней, в которых избранный на первом этапе кандидат z указан на первом месте, 0,5 голосов передаются кандидатам, которые стоят на втором месте. Из тех, кто поставил на первое место в своих упорядочениях кандидата z , 8 избирателей поставили на второе место кандидата v и 4 избирателя — кандидата w .

Таким образом, кандидату v переходят $8 \cdot 0,5 = 4$ голоса; кандидату w переходят $4 \cdot 0,5 = 2$ голоса.

В итоге после первого распределения голосов имеем:

- x : 1 голос;
- y : 2 голоса;
- z : $12 - 6 = 6$ голосов;
- v : $4 + 4 = 8$ голосов;
- w : $1 + 2 = 3$ голоса.

Кандидат v , набравший число голосов, превышающее квоту, избран.

Избыток голосов = $8 - 6 = 2$.

Четвертый этап. Подсчет передаваемого значения.

Передаваемое значение = $2/8 = 0,25$.

Пятый этап. Распределение избытка голосов.

Для бюллетеней, в которых имеется кандидат, стоящий после кандидата v , 0,25 голоса передается этому кандидату.

В восьми упорядочениях после кандидата v стоит кандидат w и еще в четырех упорядочениях после кандидата v стоит кандидат w .

Таким образом, кандидату w на этом этапе переходят $8 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,25 = 2 + 1 = 3$ голоса.

В итоге после второго распределения голосов имеем:

- x : 1 голос;
- y : 2 голоса;
- z : $12 - 6 = 6$ голосов;
- v : $8 - 2 = 6$ голосов;
- w : $3 + 3 = 6$ голосов.

Кандидат w , набравший число голосов, равное квоте, избран.

Таким образом, избраны кандидаты z , v и w .

В XX в. были предложены различные модификации метода Грегори: включающий метод Грегори, взвешенный включающий метод Грегори [10]. Осознание недостатков всех модификаций метода Грегори привело в конце XX в. к появлению еще одной процедуры передачи голосов — метод Мика [11]. Этот метод настолько сложен, что его прямое описание затруднительно. Программа, реализующая этот метод, занимает на языке Pascal значительный объем.

Обзор различных процедур передачи голосов приведен в работе [9]. Аксиоматическое описание одной из версий процедуры передачи голосов дано в статье [12].

1.7. Обратная процедура относительного большинства (обратная плюралистическая процедура) [2, 3]

Строится вспомогательная шкала «Сумма последних мест в упорядочениях избирателей», избранным считается кандидат (или кандидаты), имеющие наименьшее числовое значение по этой шкале.

Для примера, представленного в табл. 1, вспомогательная шкала «Сумма последних мест» изображена на рис. 4.

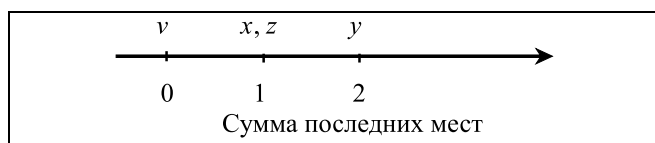


Рис. 4

Лучшим согласно этой процедуре считается кандидат v .

1.8. Процедура Уэйра (Instant-Runoff Voting) [6, 13]

Эта процедура была предложена в 1871 г. американским архитектором В.Р. Уэйром (W.R. Ware).

Фактически она представляет собой модификацию процедуры передачи голосов в случае, когда используется квота Друпа и необходимо избрать одного лучшего кандидата.

В этом случае

$$\text{Droop quota} = \left\lceil \frac{\text{number of electors}}{1 + 1} \right\rceil + 1,$$

т. е. требуется, чтобы победитель голосования получил более 50 % голосов избирателей.

Согласно этой процедуре избирается кандидат, получивший более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей. Если такой кандидат существует, то процедура заканчивается. В противном случае из списка кандидатов исключается кандидат, который имеет наименьшее число первых мест в упорядочениях избирателей. Процедура повторяется для уменьшенного таким образом списка кандидатов, и так далее до тех пор, пока не появится кандидат, получивший более 50 % первых мест в сокращенном списке кандидатов.

Поясним действие этой процедуры на примере. Пусть мнения восьми избирателей относительно кандидатов x , y , z , v представлены в табл. 8.

Таблица 8

И1	И2	И3	И4	И5	И6	И7	И8
x	x	x	y	y	z	z	v
y	y	y	v	v	x	x	y
z	z	v	x	z	v	v	x
v	v	z	z	x	y	y	z

Ни один из кандидатов не набрал более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей (т. е. 5 или больше). Поэтому исключается кандидат, имеющий наименьшее число первых мест в упорядочениях избирателей, т. е. кандидат v .

Таким образом, имеет место ситуация, представленная в табл. 9.

Таблица 9

И1	И2	И3	И4	И5	И6	И7	И8
x	x	x	y	y	z	z	y
y	y	y	x	z	x	x	x
z	z	z	z	x	y	y	z

Как мы видим, при исключении из рассмотрения кандидата v не появился кандидат, имеющий более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей. Поэтому снова исключаем кандидата, имеющего наименьшее число первых мест, т. е. кандидата z . Получаем следующую ситуацию (табл. 10).

Таблица 10

И1	И2	И3	И4	И5	И6	И7	И8
x	x	x	y	y	x	x	y
y	y	y	x	x	y	y	x

Согласно процедуре Уэйра избирается кандидат x , набравший 5 первых мест (т. е. более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей).

1.9. Процедура Кумбса [6, 14]

Эта процедура была предложена американским психологом Клайдом Кумбсом (Clyde Hamilton Coombs (1912—1988)).

Лучшим считается кандидат, получивший более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей. Если такой кандидат существует, то он считается избранным, и процедура заканчивается. В противном случае из списка кандидатов удаляется кандидат, которого считают худшим наибольшее число избирателей. Процедура повторяется для уменьшенного таким образом списка кандидатов до тех пор, пока появится кандидат, имеющий более 50 % первых мест в сокращенном списке кандидатов.

В примере, представленном в табл. 8, ни один из кандидатов не набрал более 50 % первых мест. Поэтому исключается кандидат, имеющий наибольшее число последних мест в упорядочениях избирателей, т. е. кандидат z .

Тогда имеет место ситуация, представленная в табл. 11.

Таблица 11

И1	И2	И3	И4	И5	И6	И7	И8
x	x	x	y	y	x	x	v
y	y	y	v	v	v	v	y
v	v	v	x	x	y	y	x

Как видим, при исключении кандидата z появился кандидат, имеющий более 50 % первых мест в упорядочениях избирателей — кандидат x . Он и признается победителем.

1.10. Пороговая процедура [15]

Эта процедура голосования применима в случае, когда отрицательное мнение одного из избирателей относительно какого-то кандидата не может быть скомпенсировано положительным мнением относительно этого кандидата другими избирателями. При таком подходе лучшим в коллективном упорядочении будет назван кандидат, имеющий наименьшее число последних мест в упорядочениях избирателей. При равенстве последних мест у нескольких кандидатов лучшим из них признается кандидат, у которого меньше всего предпоследних мест в упорядочениях избирателей, и т. д.

Поясним этот принцип на примере с тремя кандидатами x , y , z (табл. 12).

Таблица 12

И1	И2	И3	И4
y	y	y	z
x	x	x	x
z	z	z	y

Лучшим согласно этой процедуре будет кандидат x , которого никто из избирателей не поставил на последнее место в своем упорядочении, вторым в коллективном упорядочении будет стоять кандидат y , имеющий меньше последних мест в упорядочениях избирателей, чем кандидат z . Таким образом формируется коллективное упорядочение, которое в общем случае является слабым порядком.

Эта процедура обобщена для случая n кандидатов [16, 17].

2. ПОЗИЦИОННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ СУММЫ РАНГОВ КАНДИДАТОВ В УПОРЯДОЧЕНИЯХ ИЗБИРАТЕЛЕЙ

2.1. Процедура Борда [1—3, 6, 14, 18]

Процедура предложена французским ученым Ж.-Ш. де Борда (Jean Charles de Borda (1733—1799)).

16 июня 1770 г. на заседании Королевской академии он выступил с докладом, в котором представил разработанную им процедуру голосования³.

³ Процедура голосования, основанная на суммировании рангов и совпадающая с описанием процедуры Борда, была предложена немецким философом и ученым Николаем Кузанским (Nicolaus Cusanus (1401—1464)) [19—21]). Борда, безусловно, не знал о работе Николая Кузанского.

Статья с ее описанием была напечатана в «Истории Королевской академии наук за 1781 год» [18].

Согласно этой процедуре каждому кандидату в упорядочениях избирателя приписывается ранг. Если в избирательном бюллетене имеется n кандидатов, то первому в упорядочениях кандидату приписывается ранг n , второму — ранг $(n - 1)$, и т. д. Последнему в упорядочении кандидату приписывается ранг 1. Далее каждому кандидату приписывается сумма рангов во всех упорядочениях избирателей. Кандидат, у которого сумма рангов максимальна, считается избранным.

Поясним действия процедуры Борда на примере. Пусть имеется 3 избирателя и 4 кандидата. Упорядочения избирателей относительно кандидатов представлены в табл. 13.

Таблица 13

И1	И2	И3	Ранг
x	z	v	4
y	y	y	3
z	x	z	2
v	v	x	1

Суммы рангов кандидатов:

$$x: 4 + 2 + 1 = 7;$$

$$y: 3 + 3 + 3 = 9;$$

$$z: 2 + 4 + 2 = 8;$$

$$v: 1 + 1 + 4 = 6.$$

Победителем по процедуре Борда стал кандидат y . Заметим, что ни один из избирателей не поставил кандидата y первым в своем упорядочении.

Важно отметить также, что даже если в данном профиле предпочтений избирателей существует кандидат, который побеждает каждого другого кандидата при попарном сравнении (так называемый победитель Кондорсе, о котором см. далее п. 3.1.1), процедура Борда нередко называет лучшим другого кандидата.

2.2. Процедура Нансона [6, 14, 22]

Английский математик Э. Дж. Нансон (Edward John Nanson (1850—1936)) предложил процедуру, которая является модификацией процедуры Борда.

Согласно процедуре Нансона на первом этапе для каждого кандидата подсчитывается сумма рангов в упорядочениях избирателей. Далее подсчитывается среднее арифметическое сумм рангов всех кандидатов. Исключаются из рассмотрения все кандидаты, сумма рангов которых меньше или равна среднему арифметическому. Для оставшихся кандидатов подсчитывается сумма рангов. Подсчитывается среднее арифметическое. Исключаются из рассмотрения кандидаты, сумма рангов которых меньше или равна среднему ариф-



метическому. Процесс повторяется до получения единственного победившего кандидата.

Поясним эту процедуру на примере. Имеются 3 избирателя, предпочтения которых относительно кандидатов x , y , z , v представлены в табл. 14.

Таблица 14

И1	И2	И3	Ранг
x	v	v	4
y	x	x	3
z	y	z	2
v	z	y	1

Согласно процедуре Нансона на первом этапе подсчитываются суммы рангов всех кандидатов:

$$x: 4 + 3 + 3 = 10;$$

$$y: 3 + 2 + 1 = 6;$$

$$z: 2 + 1 + 2 = 5;$$

$$v: 1 + 4 + 4 = 9.$$

$$\text{Среднее арифметическое} = (10 + 6 + 5 + 9)/4 = 7,5.$$

Исключаются из рассмотрения кандидаты, имеющие суммы рангов, меньшие или равные среднему арифметическому, т. е. кандидаты y и z , таким образом имеет место ситуация, представленная в табл. 15.

Таблица 15

И1	И2	И3	Ранг
x	v	v	2
v	x	x	1

Сумма рангов:

$$x: 2 + 1 + 1 = 4;$$

$$v: 1 + 2 + 2 = 5,$$

т. е. избирается кандидат v .

Процедура Нансона характерна тем, что несмотря на то, что для определения победителя используется суммирование рангов (как и в процедуре Борда), коллективный выбор обязательно совпадает с победителем Кондорсе (если он существует в данном профиле индивидуальных упорядочений избирателей). Если победителя Кондорсе нет, то выбор по процедуре Нансона может отличаться от выбора по процедуре Борда.

2.3. Процедура Болдуина [6, 23]

Эта процедура была предложена австралийским астрономом Дж. М. Болдуином (Joseph Mason Baldwin (1878—1945)). Она так же, как и процедура Борда и Нансона, основана на подсчете сумм рангов кандидатов в упорядочениях избирателей.

Согласно процедуре Болдуина на каждом этапе исключается из рассмотрения кандидат, имеющий

наименьшую сумму рангов в упорядочениях избирателей.

Поясним действия этой процедуры для случая, представленного в табл. 14.

Сумма рангов всех кандидатов:

$$x: 4 + 3 + 3 = 10;$$

$$y: 3 + 2 + 1 = 6;$$

$$z: 2 + 1 + 2 = 5;$$

$$v: 1 + 4 + 4 = 9.$$

Исключается из рассмотрения кандидат z с наименьшей суммой рангов (табл. 16).

Таблица 16

И1	И2	И3	Ранг
x	v	v	3
y	x	x	2
v	z	y	1

Суммы рангов:

$$x: 3 + 2 + 2 = 7;$$

$$y: 2 + 1 + 1 = 4;$$

$$v: 1 + 3 + 3 = 7.$$

Исключается кандидат y (табл. 17).

Таблица 17

И1	И2	И3	Ранг
x	v	v	2
v	x	x	1

Таким образом, согласно процедуре Болдуина избирается кандидат v .

Процедура Болдуина (как и процедура Нансона) всегда в качестве лучшего называет победителя Кондорсе (если он существует).

3. ПРОЦЕДУРЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ПОПАРНОМ СРАВНЕНИИ КАНДИДАТОВ В УПОРЯДОЧЕНИЯХ ИЗБИРАТЕЛЕЙ

В качестве структуры, описывающей попарное сравнение кандидатов, используется мажоритарный граф.

Мажоритарным графом M профиля индивидуальных упорядочений избирателей $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, называется ориентированный граф, вершинами которого являются кандидаты $x \in A$, а ориентированная дуга из вершины $x \in A$ в вершину $y \in A$ проводится в том и только том случае, если число избирателей в профиле $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, предпочитающих кандидата x кандидату y , превосходит половину общего числа избирателей N .

Мажоритарный граф содержит в себе качественную информацию обо всех попарных сравне-

ниях кандидатов между собой, полученную на основании профиля индивидуальных упорядочений избирателей $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$. Непосредственно из определения следует, что мажоритарный граф M является антирефлексивным ($\forall x \in A: x \bar{M} x$) и асимметричным ($\forall x, y \in A: xMy \Rightarrow y \bar{M} x$). В случае, когда число избирателей N нечетно, мажоритарный граф M является связным ($\forall x, y \in A: xMy \vee yMx$).

В литературе по теории графов связанные асимметричные графы называются турнирами. В случае, когда N четно, мажоритарный граф является асимметричным, но, вообще говоря, не является связным, т. е. может и не быть турниром.

Далее в этом разделе последовательно рассматриваются как процедуры, осуществляющие коллективный выбор непосредственно по мажоритарному графу, так и процедуры, в которых по мажоритарному графу строится та или иная дополнительная вспомогательная структура, по которой затем осуществляется коллективный выбор, а также специальные процедуры, применяемые только в том случае, когда мажоритарный граф является турниром.

3.1. Процедуры выбора непосредственно по мажоритарному графу

3.1.1. Процедура выбора победителя Кондорсе [1—3, 6, 24, 25]

При использовании в качестве вспомогательной структуры мажоритарного графа представление о лучшем кандидате естественно связать с кандидатом, «лучшим в попарных сравнениях», т. е. с таким кандидатом, который при сравнении с любым другим является более предпочтительным более чем для половины избирателей. Такой подход был предложен маркизом де Кондорсе в опубликованном 1785 г. труде «Рассуждения о применении анализа к оценке выборов большинством голосов»⁴ [24].

Кандидат, побеждающий всех других кандидатов при попарном сравнении, называется победителем Кондорсе. На мажоритарном графе ему соответствует вершина, от которой отходят дуги ко всем остальным вершинам мажоритарного графа. Часто мажоритарный граф таких вершин не содержит, и победителя Кондорсе не существует.

Для профиля предпочтений (табл. 18) мажоритарный граф имеет вид, представленный на рис. 5. Здесь кандидат x является победителем Кондорсе.

⁴ Впервые процедуры голосования, основанные на попарном сравнении кандидатов, были предложены в XIII в. каталанским ученым, философом и богословом Раймундом Луллием (1235—1315) [6, 26—29].

Таблица 19

И1	И2	И3
y	x	z
x	y	x
z	z	y

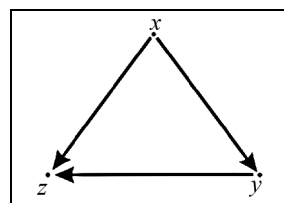


Рис. 5

Для случая, представленного в табл. 19, мажоритарный граф имеет вид, показанный на рис. 6. Здесь победителя Кондорсе нет, т. е. имеет место так называемый парадокс Кондорсе (линейные упорядочения предпочтений избирателей приводят к циклическому коллективному предпочтению).

Таблица 18

И1	И2	И3
x	z	y
y	x	z
z	y	x

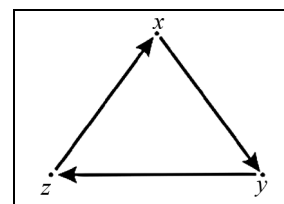


Рис. 6

В случае четного числа избирателей возможно три случая:

- победитель Кондорсе на мажоритарном графе существует;
- победителя Кондорсе не существует;
- имеются несколько недоминируемых вершин на мажоритарном графе.

Например, для случая, представленного в табл. 20, мажоритарный граф имеет вид, показанный на рис. 7.

Таблица 20

И1	И2	И3	И4
x	x	y	y
y	y	x	x
z	v	z	z
v	z	v	v

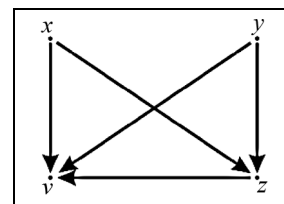


Рис. 7

В этом случае вершины x и y можно интерпретировать как слабые победители Кондорсе.

3.1.2. Процедура Блэка [30]

Как было отмечено ранее, для многих профилей предпочтений избирателей выбор победителя Кондорсе (если он существует) и выбор по процедуре Борда отличаются. В своей книге Дункан

Блэк (Duncan Black) предложил следующую процедуру голосования: если существует победитель Кондорсе на мажоритарном графе, то он объявляется коллективно избранным. Если такого кандидата нет, то коллективный выбор осуществляется с помощью процедуры Борда.

3.1.3. Процедура последовательного исключения кандидатов [6, 29, 31]

Кандидаты располагаются в строго фиксированном порядке. Избиратели сравнивают (согласно своим предпочтениям) первого и второго кандидатов в этом фиксированном порядке. Далее избиратели сравнивают победителя этого сравнения с третьим кандидатом, и т. д. Победитель последнего сравнения объявляется коллективно избранным.

Подобная процедура используется в законодательных органах США⁵. Так, в Конгрессе США при рассмотрении вопроса о внесении поправок в какой-либо документ принята следующая процедура. Допустим, имеется несколько альтернативных вариантов поправок к документу. Тогда на голосование выносится исходный документ (status quo) и стоящий первым по порядку вариант поправки. Победитель в этом попарном сравнении ставится на голосование со вторым вариантом поправки, и т. д. На последнем этапе на голосование выносятся вариант, победивший на предпоследнем этапе, и исходный документ (status quo).

3.1.4. Процедура выбора минимального доминирующего подмножества [2, 3, 32—35]

Непустое множество вариантов Q называется доминирующим подмножеством множества A на мажоритарном графе M , если для всех $x \in Q$ и всех $y \in A \setminus Q$ выполняется xMy . Другими словами, доминирующим подмножеством в A называется множество Q , от каждого элемента которого идет дуга ко всем вершинам в множестве $A \setminus Q$.

Множество вариантов Q называется минимальным доминирующим подмножеством в A , если Q является доминирующим подмножеством в A и не существует подмножества в Q , являющего доминирующим подмножеством в A .

Мажоритарный граф имеет единственное минимальное доминирующее подмножество [34].

В коллективный выбор согласно данной процедуре включаются все кандидаты из минимального доминирующего подмножества, которое находится по мажоритарному графу M .

В качестве примера рассмотрим мажоритарный граф M , построенный по некоторому профилю индивидуальных упорядочений избирателей (рис. 8) на множестве кандидатов $\{x, y, z, v\}$. По процедуре выбора на этом графе победителя Кондорсе не существует, так как нет вершины, к которой бы не шли стрелки от других вершин. В то же время вершины x, y и z , входящие в цикл, составляют минимальное доминирующее подмножество, которое доминирует над кандидатом v .

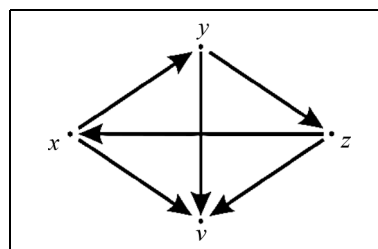


Рис. 8

Применение правила выбора минимального доминирующего подмножества часто приводит к выбору слишком большого числа вариантов. Например, для графа M , представленного на рис. 9, минимальное доминирующее подмножество составляет все подмножество $\{x, y, z, v, w, q\}$, хотя интуитивно ощущается, что цикл $\{x, y, z\}$ «лучше», чем цикл $\{v, w, q\}$. Приведенное ниже правило выбора минимальных недоминируемых подмножеств позволяет осуществить в этом примере именно выбор вариантов из цикла $\{x, y, z\}$.

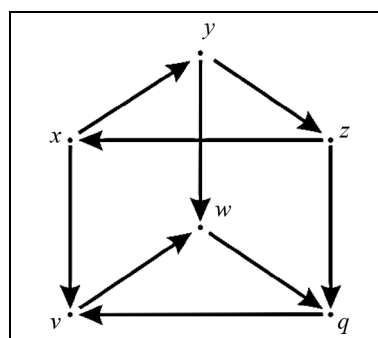


Рис. 9

3.1.5. Процедура выбора минимальных недоминируемых подмножеств [2, 3, 32—35]

Непустое подмножество вершин Q называется недоминируемым подмножеством множества A в мажоритарном графе M , если никакая вершина в $A \setminus Q$ не доминирует ни над какой вершиной из Q .

⁵ Впервые процедура последовательного исключения кандидатов была предложена в XIV в. Р. Луллием [28].

Другими словами, недоминируемым подмножеством называется подмножество $Q \subseteq A$, к элементам которого не идут стрелки из множества $A \setminus Q$. На рис. 10 таким подмножеством является подмножество $\{x, y, z\}$.

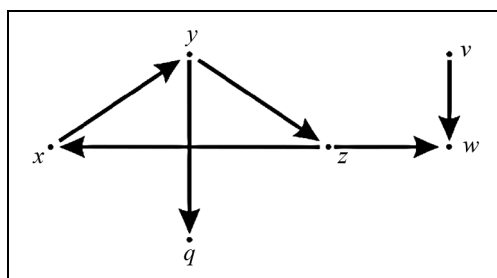


Рис. 10

Множество A может содержать несколько минимальных недоминируемых подмножеств. Например, на рис. 10 множества $\{x, y, z\}$ и $\{v\}$ являются минимальными недоминируемыми подмножествами множества $\{x, y, z, v, w, q\}$.

Согласно описываемой процедуре в коллективный выбор включается объединение всех минимальных недоминируемых подмножеств, т. е. коллективный выбор состоит из кандидатов $\{x, y, z, v\}$.

В случае, когда число избирателей нечетно, коллективный выбор по процедурам выбора минимального доминирующего подмножества и минимальных недоминируемых подмножеств совпадают, так как в этом случае совпадают минимальное доминирующее и минимальное недоминируемое подмножества: эти подмножества состоят или из одной вершины, которая доминирует над всеми другими вершинами (победитель Кондорсе), или из «выигрывающего» цикла, т. е. такого цикла, каждая вершина которого доминирует над всеми вершинами вне этого цикла.

3.1.6. Процедура фон Неймана—Моргенштерна [2, 3, 36]

Идея этой процедуры возникла в теории игр как решение кооперативной игры N лиц. В коллективный выбор по правилу фон Неймана—Моргенштерна включается множество вершин Ω мажоритарного графа M такое, что:

- 1) если x и y — вершины, входящие в Ω , то ни одна из них не доминирует над другой в мажоритарном графе M ;
- 2) если z — вершина, не входящая в Ω , то имеется по крайней мере одна вершина x , входящая в Ω , которая доминирует над z в графе M .

Такое множество вершин называется ядром мажоритарного графа. Заметим, что для некоторых графов существует несколько решений фон Ней-

мана—Моргенштерна. Например, для графа, изображенного на рис. 11 имеется два возможных множества фон Неймана—Моргенштерна: множество $\{x, z\}$ и множество $\{y, v\}$. В таких случаях для выделения коллективно выбранных вариантов процедура как-либо доопределяется. (Например, в коллективный выбор включаются все существующие множества фон Неймана—Моргенштерна, т. е. их объединение).

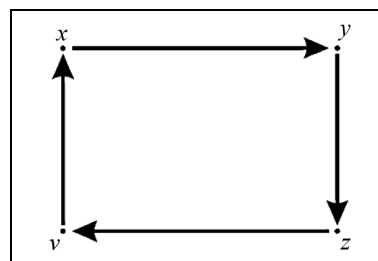


Рис. 11

Множество фон Неймана—Моргенштерна может и не существовать. Например, это имеет место, если граф представляет собой цикл нечетной длины без хорд. Нетрудно убедиться, что если мажоритарный граф M ациклический и транзитивен, то множество фон Неймана—Моргенштерна совпадает с парно-доминантным выбором на этом графе. В случае, когда мажоритарный граф ациклический, парно-доминантный выбор вложен (вообще говоря, не строго) во множество фон Неймана—Моргенштерна.

* * *

Рассмотренные в п. 3.1 процедуры осуществляют коллективный выбор непосредственно по мажоритарному графу. Наряду с этим существует группа процедур, когда по мажоритарному графу строится та или иная дополнительная вспомогательная структура, по которой и осуществляется коллективный выбор. Такой дополнительной структурой может быть шкала или бинарное отношение (ориентированный граф, уже не мажоритарный).

3.2. Процедуры, использующие мажоритарный граф и вспомогательную шкалу на нем

3.2.1. Процедура Коупленда [2, 3, 37, 38]

Согласно этой процедуре, используя мажоритарный граф M , каждой вершине $x \in A$ приписывается определенное число. Существуют три модификации процедуры Коупленда.

Первая процедура Коупленда. Каждой вершине приписывается значение, равное разности числа исходящих из этой вершины дуг и входящих в нее дуг на мажоритарном графе M (т. е. разности мощ-

ностей нижнего и верхнего срезов в данной вершине). Коллективно выбранным считается кандидат (или кандидаты), у которого это значение максимально.

Вторая процедура Коупленда. Лучшим признается кандидат (вершина на мажоритарном графе), у которого максимально число исходящих из этой вершины дуг (т. е. максимальна мощность нижнего среза).

Третья процедура Коупленда. Избранным считается кандидат, у которого минимально число входящих в эту вершину дуг на мажоритарном графе (т. е. минимальна мощность верхнего среза).

Пример, приведенный в табл. 21, иллюстрирует применение процедур Коупленда.

Таблица 21

И1	И2	И3	И 4
x	y	x	y
z	x	z	x
y	z	y	z

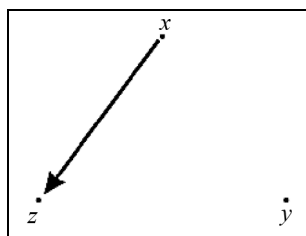


Рис. 12

Для профиля предпочтений избирателей (см. табл. 21) построен мажоритарный граф M (рис. 12). Значения мощностей нижнего и верхнего срезов для вершин графа, а также разность между мощностями нижнего и верхнего срезов приведены в табл. 22.

Таблица 22

Параметр	x	y	z
Нижний срез	$\{z\}$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$
Мощность нижнего среза	1	0	0
Верхний срез	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset\}$	$\{x\}$
Мощность верхнего среза	0	0	1
Разность между мощностями нижнего и верхнего срезов	1	0	-1

Согласно первой процедуре Коупленда коллективный выбор состоит из кандидата x , согласно второй процедуре — из кандидата x , согласно третьей процедуре — из кандидатов x и y .

Нетрудно заметить, что в случае нечетного числа избирателей мажоритарный граф M является турниром (т. е. антирефлексивным, асимметричным и связным графом). В этом случае все три процедуры Коупленда дают один и тот же коллективный выбор.

Для наглядности процедура Коупленда допускает матричное представление. По мажоритарному графу M строится квадратная матрица смеж-

ности T по правилу: если от вершины x к вершине y идет стрелка, то в клетке на пересечении строки x и столбца y матрицы T ставится 1, а на пересечении строки y и столбца x ставится 0.

Поясним построение матрицы смежности на примере (табл. 23, рис. 13). По первой процедуре Коупленда (а если число избирателей нечетно, то и по остальным двум процедурам) подсчитывается сумма очков в строке матрицы смежности, и победителем объявляется кандидат (или кандидаты), у которого эта сумма максимальна. В данном примере это кандидаты x , y и z . Такой способ определения победителей широко используется в спортивных турнирах, где за победу дается 1 очко, а за проигрыш — 0.

Таблица 23

И1	И2	И3
x	z	y
y	x	z
v	y	x
z	v	v

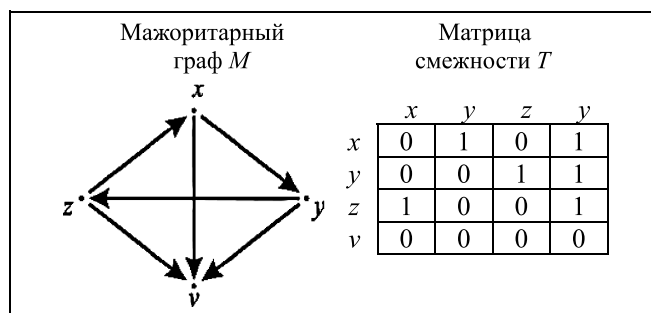


Рис. 13

3.2.2. Процедура Доджсона [6, 39—42]

Чарльз Лютвидж Доджсон (Charles Lutwidge Dodgson (1832—1898), широко известный под литературным псевдонимом Люис Кэрролл, написал три статьи, посвященные проблеме голосования. В одной из них [41] он ввел понятие степени превосходства одного кандидата над другим. На основе этого понятия построена процедура голосования Доджсона.

Поясним эту процедуру на примере. Профиль предпочтений 11-ти избирателей относительно кандидатов x , y , z , v представлен в табл. 24.

Таблица 24

И1	И2	И3	И4	И5	И6	И7	И8	И9	И10	И11
x	x	x	x	y	y	y	z	z	z	v
v	v	y	y	z	z	v	y	y	y	z
z	z	v	v	x	x	z	v	v	v	y
y	y	z	z	v	v	x	x	x	x	x

Мажоритарный граф, построенный по этому профилю предпочтений избирателей, имеет вид, представленный на рис. 14. Если имеется победитель Кондорсе, то он объявляется коллективным выбором. Победителя Кондорсе на этом мажоритарном графе нет.

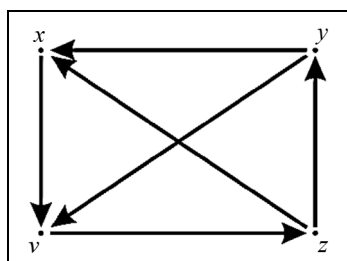


Рис. 14

На основании профиля предпочтений избирателей строится квадратная матрица размерности $n \times n$ по правилу: на пересечении строки x и столбца y стоит дробь, в числителе которой число избирателей, предпочитающих кандидата x кандидату y , а в знаменателе — число избирателей, предпочитающих кандидата y кандидату x . Главная диагональ матрицы не заполняется.

Для примера (см. табл. 24), такая матрица представлена рис. 15.

	x	y	z	v
x		$4/7$	$4/7$	$6/5$
y	$7/4$		$5/6$	$8/3$
z	$7/4$	$6/5$		$5/6$
v	$5/6$	$3/8$	$6/5$	

Рис. 15

Проанализировав эту матрицу, заметим, что для того, чтобы кандидат y стал победителем Кондорсе, в профиле предпочтений избирателей (см. табл. 24) достаточно одного перемещения вверх в столбце избирателя И1 (т. е. поменять местами кандидатов y и z).

Для кандидата x :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x

Для кандидата y :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x

Обозначим через $l(\cdot)$ число перемещений вверх (инверсий), которые позволят кандидату стать победителем Кондорсе. Тогда $l(y) = 1$. Аналогично, для того, чтобы кандидат z стал победителем Кондорсе, достаточно одного перемещения вверх (например, поменять местами z и v в столбце избирателя И1), т. е. $l(z) = 1$. С другой стороны, для того, чтобы кандидат x стал победителем Кондорсе, необходимо произвести по два перемещения вверх в столбцах избирателей И5 и И6, т. е. в сумме 4 перемещения, и $l(x) = 4$. Еще больше перемещений вверх требуется для кандидата v , чтобы он стал победителем Кондорсе. Так формируются числовые оценки кандидатов по шкале «число инверсий».

Коллективно избранным согласно процедуре Доджсона признается кандидат (или кандидаты), который требует минимального перемещения вверх в упорядочениях избирателей для того, чтобы стать победителем Кондорсе (т. е. кандидат (или кандидаты) имеющий минимальное числовое значение по шкале «число инверсий»). Для примера, (см. табл. 24) коллективно избираются кандидаты y и z .

Поясним действие процедуры Доджсона на более простом примере. Предпочтения трех избирателей относительно кандидатов x, y, z, v представлены в табл. 25, а соответствующий мажоритарный граф на рис. 16.

Таблица 25

	И1	И2	И3
x	z	y	y
v	x	z	z
y	v	v	v
z	y	x	x

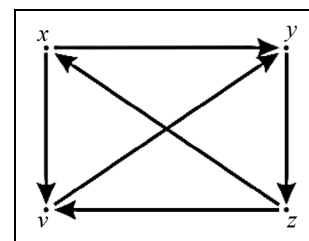


Рис. 16

В табл. 26 стрелками указано, сколько инверсий необходимо для каждого кандидата, чтобы он стал победителем Кондорсе.

Согласно процедуре Доджсона коллективно избранными будут кандидаты x и z .

Таблица 26

Для кандидата x :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x

Для кандидата y :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x

Для кандидата z :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x

Для кандидата v :		
И1	И2	И3
x	z	y
v	x	z
y	v	v
z	y	x



3.2.3. Процедура Янга [3]

В этой процедуре также используется попарное сравнение кандидатов, но происходит это сравнение для различных подписков избирателей из профиля предпочтений избирателей. Для ее реализации строится вспомогательная числовая шкала: каждому варианту $x \in A$ приписывается числовая оценка $\rho(x)$, равная числу избирателей в наибольшем подписке избирателей, в котором этот вариант x лучше любого другого варианта при попарном мажоритарном сравнении. Считается, что вариант x лучше варианта y при попарном мажоритарном сравнении в пределах некоторого подписка избирателей, если более половины избирателей из этого подписка предпочитают вариант x варианту y в своих индивидуальных упорядочениях (т. е. вариант x является победителем Кондорсе в этом подписке избирателей). Так возникает вспомогательная коллективная шкала ρ , которая используется для нахождения коллективного выбора (например, при помощи правила экстремизации, т. е. в коллективный выбор включаются варианты, имеющие максимальные оценки по вспомогательной шкале ρ).

Для каждого варианта x число $\rho(x)$ находится специальным переборным алгоритмом. С ростом числа избирателей и кандидатов в бюллетене переборная задача усложняется, и тогда вспомогательная шкала в процедуре Янга может быть построена лишь с помощью компьютера.

Рассмотрим примеры применения процедуры Янга. Пусть профиль индивидуальных упорядочений трех избирателей имеет вид, представленный в табл. 27, а. Возможные подписки избирателей (И1, И2, И3) представлены в табл. 27, б—ж. Подсчитаем значения ρ для каждого из кандидатов x , y , z и v , т. е. найдем максимальный размер подписка, в котором данный кандидат является лучшим при попарном мажоритарном сравнении с каждым из других кандидатов.

Для кандидата x : если взять весь список (И1, И2, И3), то кандидат x хуже кандидата y в попарном мажоритарном сравнении (Избиратели И1 и И3 предпочитают кандидата y кандидату x), т. е. $\rho(x) \neq 3$.

Возможны три подписка, содержащих упорядочения двух избирателей: (И1, И2), (И1, И3) и (И2, И3) см. табл. 27 б, в и г соответственно. Ни в одном из этих подписков кандидат x не является победителем при попарном мажоритарном сравнении со всеми другими кандидатами. Например, в случае подписка (И1, И3) (см. табл. 27, в) хотя кандидат x лучше, чем кандидат z и кандидат v для обоих избирателей И1 и И3, но кандидат x не лучше кандидата y в попарном сравнении (избиратель И1 предпочитает кандидата x кандидату y , но избиратель И3 предпочитает кандидата y кандидату x).

Аналогично проверяются подписки (И1, И2) и (И2, И3). Итак, не существует подписка, содержащего упорядочения двух избирателей, в котором x является лучшим в попарном мажоритарном сравнении с другими кандидатами.

Рассмотрим теперь подписки, состоящие только из одного избирателя. В подписке, состоящем из избирателя И1 (см. табл. 27, д) кандидат x является лучшим в попарном мажоритарном сравнении с другими кандидатами. Следовательно, $\rho(x) = 1$.

Аналогичная проверка показывает, что $\rho(z) = 1$, $\rho(v) = 0$.

Для кандидата y $\rho(y) = 3$. Действительно, если взять полный список (И1, И2, И3), то кандидат y лучше, чем любой другой кандидат более чем для половины избирателей: кандидат y лучше, чем кандидат x для избирателей И2 и И3; кандидат y лучше, чем кандидат z для избирателей И1 и И3; кандидат y лучше, чем кандидат v для всех трех избирателей И1, И2, И3.

Итак, числовые оценки кандидатов по вспомогательной шкале ρ : $\rho(y) = 3$, $\rho(x) = \rho(z) = 1$, $\rho(v) = 0$.

Таблица 27

И1	И2	И3
x	z	y
y	y	x
v	v	z
z	x	v

а

И1	И2
x	z
y	y
v	v
z	x

б

И1	И3
x	y
y	x
v	z
z	v

в

И2	И3
z	y
y	x
v	z
x	v

г

И1
x
y
v
z

д

И2
z
y
v
x

е

И3
y
x
z
v

ж

Применяя правило максимизации к этой шкале, находим коллективный выбор. Согласно процедуре Янга он состоит из кандидата y .

3.2.4. Процедуры, использующие понятие собственного вектора турнирной матрицы [3, 43—45, 46—49]

Эти процедуры применимы, если мажоритарный граф M , построенный по профилю предпочтений избирателей $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, является графом-турниром. По графу M строится турнирная матрица T .

Согласно теореме Фробениуса [50] турнирная матрица T всегда имеет положительное собственное значение α , которое является простым корнем характеристического уравнения $Tr = \alpha r$. Этому значению соответствует собственный вектор r_α с положительными координатами. Приведенные далее три процедуры осуществляют ранжирование вариантов из множества A на основе сравнения числовых значений координат собственного вектора турнирной матрицы T . Таким образом, возникает вспомогательное коллективное упорядочение, по которому затем осуществляется коллективный выбор.

Первая процедура. На основании содержательных соображений предлагается построение вспомогательного упорядочения вариантов из множества A в соответствии с величиной компонент правого собственного вектора r_α турнирной матрицы T . Под правым собственным вектором понимается вектор r_α , удовлетворяющий характеристическому уравнению $Tr_\alpha = \alpha r_\alpha$. Правый собственный вектор r_α интерпретируют как вектор относительной «силы» вариантов из множества A . Варианты упорядочиваются в соответствии с числовыми значениями компонент собственного вектора. В коллективный выбор включаются варианты, соответствующие наибольшим компонентам вектора r_α .

Вторая процедура [46]. Вспомогательное коллективное упорядочение вариантов производится в соответствии со значением левого собственного вектора, соответствующего наибольшему собственному значению. Под левым собственным вектором понимается вектор σ_r , удовлетворяющий характеристическому уравнению $\sigma T = r\sigma$. Левый собственный вектор интерпретируется как вектор относительной «слабости» вариантов. В выбор предлагается включать варианты, соответствующие наименьшей компоненте левого собственного вектора.

Третья процедура [46]. Варианты из A упорядочиваются в соответствии с числами, которые получаются делением компонент правого собственного вектора на соответствующие компоненты

левого собственного вектора. В коллективный выбор включаются варианты, которые соответствуют максимальному отношению компонент.

Приведем пример осуществления коллективного выбора с помощью процедур, использующих понятие собственного вектора турнирной матрицы. На рис. 17 изображены мажоритарный граф-турнир M на множестве вариантов $A = \{x, y, z, v\}$ и соответствующая ему турнирная матрица T .

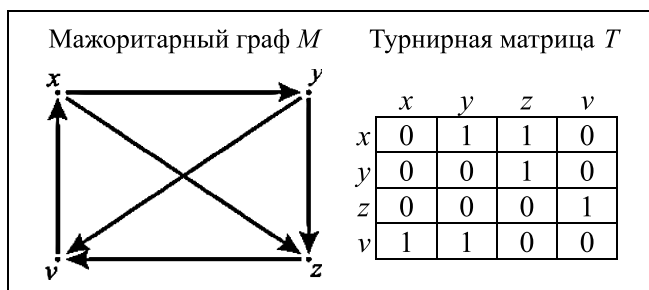


Рис. 17

Значения компонент собственных векторов для этой матрицы взяты из работы [47]:

$$\alpha = 1,3956; \quad r_\alpha = \{0,3213; 0,2833; 0,1651; 0,2303\}.$$

В коллективный выбор по первой процедуре включается вариант x , соответствующий наибольшей компоненте вектора r_α .

Левый собственный вектор σ_α , соответствующий наибольшему собственному значению, имеет вид

$$\sigma_\alpha = \{0,2303; 0,1660; 0,2833; 0,3213\}.$$

В коллективный выбор по второй процедуре включается вариант y , соответствующий наименьшей компоненте левого собственного вектора.

Отношение компонент правого и левого собственных векторов:

$$(1,3951; 1,7170; 0,5828; 0,7168).$$

В коллективный выбор по третьей процедуре включается вариант y .

В работе [48] предложен ранжирующий вектор в виде

$$(T + \mu T^2 + \dots + \mu^{k-1} T^k) e = T(I - \mu T)^{-1} e,$$

где μ — некоторая положительная компонента, при которой ряд сходится ($\mu \leq r$, где r — наибольшее собственное значение матрицы T), I — единичная матрица, e — единичный вектор. Показано, что при $\mu = r$ такое ранжирование совпадает с ранжированием по компонентам правого собственного вектора, соответствующего наибольшему собственному значению.

В работе [49] предложен способ упорядочения в соответствии со значениями компонент собствен-

ного вектора для произвольных неотрицательных матриц (а не только матриц однокругового турнира). Дана также вероятностная постановка задачи.

3.3. Процедуры, использующие мажоритарный граф и вспомогательное бинарное отношение на нем

3.3.1. Процедура Фишберна [2, 3, 14, 51]

Согласно этой процедуре по мажоритарному графу M дополнительно строится вспомогательное бинарное отношение Φ (т. е. вспомогательный ориентированный граф Φ), по которому в дальнейшем осуществляется коллективный выбор. Вершина x доминирует по этому бинарному отношению Φ над вершиной y (т. е. проводится ориентированная дуга на графе Φ из вершины x к вершине y), если все вершины, которые доминируют по отношению M над x , доминируют также и над y , и при этом существует хотя бы одна вершина, которая доминирует по отношению M над y , но не доминирует над x , т. е.

$$x\Phi y \Leftrightarrow F(x) \subset F(y),$$

где $F(x) = \{v \in A: vMx\}$ — множество вершин, которые доминируют по отношению M над вариантом x .

Таким образом, вершина x доминирует над вершиной y по бинарному отношению Φ , если множество $F(x)$ вложено во множество $F(y)$.

Отношение Φ является транзитивным, асимметричным и антирефлексивным отношением, т. е. строгим частичным порядком.

В коллективный выбор по правилу Фишберна включаются вершины $x \in A$, недоминируемые по отношению к Φ , т. е. такие вершины, к которым не подходит ни одной дуги от других вершин. Этот выбор всегда непуст, так как непуст выбор по парно-доминантному правилу на строгих частичных порядках.

Содержательный смысл по правилу Фишберна заключается в том, что выбираются вершины, над которыми доминирует «мало» вершин из множества A на мажоритарном графе M .

В качестве примера рассмотрим мажоритарный граф M (рис. 18).

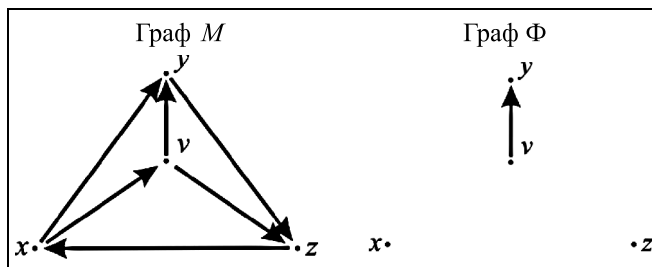


Рис. 18

По мажоритарному графу найдем множества $F(x)$ для всех вершин из множества A :

$$F(x) = \{z\}, \quad F(y) = \{x, v\}, \quad F(v) = \{x\}.$$

Построим граф Φ (см. рис. 18). Парно-доминантный выбор по бинарному отношению Φ содержит вершины x , z и v . Эти вершины и включаются в выбор по правилу Фишберна, т. е. в коллективный выбор входят кандидаты x , z и v .

3.3.2. Процедура выбора по отношению покрытия [2, 3, 52, 53]

Рассмотрим еще одну процедуру, в которой для осуществления коллективного выбора по мажоритарному графу строится другая вспомогательная структура — отношение покрытия Γ (граф Γ).

Вершина x доминирует по бинарному отношению покрытия Γ над вершиной y , если все вершины, которые доминируются по отношению M вершиной y , доминируются также вершиной x , и при этом существует хотя бы одна вершина, которая доминируется по отношению M вершиной x , но не доминируется вершиной y , т. е.

$$x\Gamma y \Leftrightarrow D(x) \supset D(y),$$

где $D(v) = \{z \in A: vMz\}$.

Обратим внимание, что если в правиле Фишберна в отношении Φ для того, чтобы было $x\Phi y$, требуется вложенность множеств вершин, которые доминируют по отношению M над вершинами x и y , то в отношении Γ для того, чтобы было $x\Gamma y$, требуется вложенность множеств вершин, над которыми доминируют вершины x и y .

Отношение Γ , как и отношение Φ , является отношением строгого частичного порядка.

В коллективный выбор по данной процедуре включаются вершины, недоминируемые по отношению Γ . В связи с тем, что парно-доминантный выбор по отношению строгого частичного порядка непуст, непуст и выбор по отношению покрытия Γ .

Содержательный смысл выбора по отношению покрытия заключается в том, что выбираются вершины, которые доминируют по бинарному отношению M над «большим числом» вершин из предъявления X .

В качестве примера рассмотрим мажоритарный граф M (рис. 19).

По этому мажоритарному графу найдем множества $D(x)$ для всех вершин:

$$D(x) = \{z\}, \quad D(y) = \{v\}, \quad D(z) = \{\emptyset\}, \quad D(v) = \{z\},$$

по которым затем построим бинарное отношение покрытия Γ (см. рис. 19). Парно-доминантный выбор по бинарному отношению Γ содержит вершины x , y и v . Эти вершины и включаются в коллек-

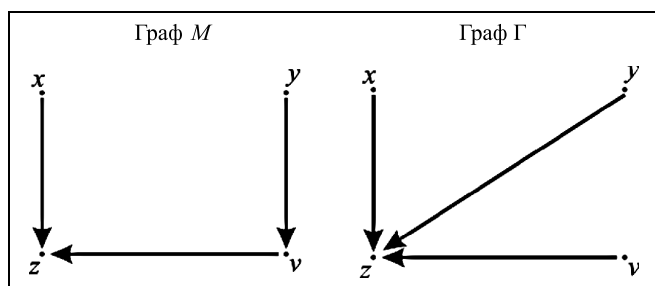


Рис. 19

тивный выбор по отношению покрытия, т. е. в коллективный выбор входят кандидаты x, y, v .

3.3.3. Процедура Ричелсона [2, 54]

Эта процедура представляет собой как бы «синтез» процедуры Фишберна и процедуры выбора по отношению покрытия. В качестве дополнительной вспомогательной структуры, которая строится по мажоритарному графу M , в правиле Ричелсона используется бинарное отношение Λ :

$$x\Lambda y \Leftrightarrow [F(x) \subseteq F(y)] \wedge [D(x) \supseteq D(y)],$$

причем хотя бы одно включение $\subseteq$ или $\supseteq$ является строгим включением. Отношение Λ , также как и отношения Φ и Γ , является отношением строгого частичного порядка. В коллективный выбор по правилу Ричелсона включаются вершины, недоминируемые по отношению Λ .

3.4. Паретовские процедуры голосования

3.4.1. Процедура выбора множества Парето [2]

Каждое упорядочение кандидатов избирателем представляет собой линейный порядок. Если рассматривать упорядочение избирателя как критерий, то кандидатам можно приписать ранговые оценки по этому критерию. Тогда в качестве процедуры голосования можно рассматривать выделение множества Парето в многокритериальном пространстве избирателей. Проиллюстрируем действие этой процедуры на примере. Мнения трех избирателей относительно четырех кандидатов x, y, z, v представлены в табл. 28, соответствующий граф Парето изображен на рис. 20. В кол-

Таблица 28

И1	И2	И3
x	x	y
y	y	z
z	v	x
v	z	v

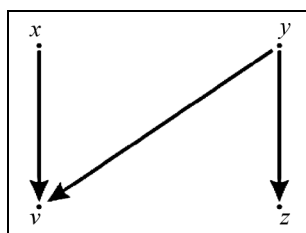


Рис. 20

лективный выбор по этой процедуре попадут кандидаты x и y .

3.4.2. q -паретовская процедура голосования [2, 55]

Обозначим через p_i линейный порядок, который задается упорядочением кандидатов i -м избирателем. Введем понятие q -доминируемого кандидата в линейном порядке p_i . Кандидата x назовем q -доминируемым в линейном порядке p_i , если $|p_i x| \leq q$, где $p_i x$ — верхний срез элемента x в линейном порядке p_i .

Пусть линейный порядок p_i имеет вид, представленный в табл. 29. Тогда x — 0-доминируемый элемент, x и y — 1-доминируемые элементы, x, y и z — 2-доминируемые элементы, x, y, z и v — 3-доминируемые элементы.

Таблица 29

p_i
x
y
z
v

Смысл этого определения состоит в том, что рассматриваются не только недоминируемые (т. е. 0-доминируемые) элементы в линейном порядке p_i , но и те элементы, которые имеют не более одного предпочтительного элемента (x и y), не более двух предпочтительных элементов (x, y и z) и т. д.

Можно распространить это понятие на профиль предпочтений избирателей, состоящий из N линейных упорядочений. Будем говорить, что кандидат x является q -доминируемым в профиле $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, если

$$\left| \bigcap_{i \in N} p_i x \right| \leq q.$$

Тогда включение в коллективный выбор 0-доминируемых кандидатов совпадает с выбором множества Парето.

Поясним функционирование q -паретовской процедуры на примере профиля предпочтений избирателей, представленного в табл. 28.

Значения верхних срезов и их мощностей представлены в табл. 30. Видно, что в коллективный выбор 0-доминируемых кандидатов (т. е. в множество Парето) входят кандидаты x и y , в выбор

A	И1	И2	И3	Пересечение верхних срезов	Мощность пересечения
x	$p_1x = \{\emptyset\}$	$p_2x = \{\emptyset\}$	$p_3x = \{y, z\}$	$\bigcap_{i \in N} p_i(x) = \{\emptyset\}$	$\left \bigcap_{i \in N} p_i x \right = 0$
y	$p_1y = \{x\}$	$p_2y = \{x\}$	$p_3y = \{\emptyset\}$	$\bigcap_{i \in N} p_i(y) = \{\emptyset\}$	$\left \bigcap_{i \in N} p_i y \right = 0$
z	$p_1z = \{x, y\}$	$p_2z = \{x, y, v\}$	$p_3z = \{y\}$	$\bigcap_{i \in N} p_i(z) = \{y\}$	$\left \bigcap_{i \in N} p_i z \right = 1$
v	$p_1v = \{x, y, z\}$	$p_2v = \{x, y\}$	$p_3v = \{x, y, z\}$	$\bigcap_{i \in N} p_i(v) = \{x, y\}$	$\left \bigcap_{i \in N} p_i v \right = 2$

1-доминируемых кандидатов — кандидаты x , y и z , в выбор 2-доминируемых кандидатов — кандидаты x , y , z и v .

4. АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

4.1. Процедура Кемени [3, 56]

По индивидуальным упорядочениям избирателей строится вспомогательное коллективное строгое упорядочение, ближайшее в некотором смысле ко всем индивидуальным упорядочениям. Лучший кандидат в этом вспомогательном упорядочении и является коллективным выбором.

Коллективное упорядочение производится следующим образом. Рассматривается множество L , содержащее все возможные упорядочения кандидатов из множества A . Каждому упорядочению $l \in L$ приписывается числовая оценка $\xi(l)$, характеризующая степень близости этого упорядочения l к профилю индивидуальных упорядочений избирателей $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$, т. е. строится вспомогательная шкала, но уже не на кандидатах (как в некоторых ранее рассмотренных процедурах), а на всех возможных упорядочениях кандидатов:

$$\xi(l) = \sum_{\substack{x, y \in A \\ x \neq y}} \beta(x, y) \lambda_l(x, y), \quad (1)$$

где $\beta(x, y)$ — число избирателей, предпочитающих кандидата x кандидату y в профиле индивидуальных предпочтений $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$,

$$\lambda_l(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если в упорядочении } l \\ & \text{кандидат } x \text{ лучше, чем кандидат } y, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Поясним, почему такая оценка $\xi(l)$ является условной мерой близости упорядочения l к профилю индивидуальных упорядочений избирателей $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$. Для каждой пары кандидатов x , y соответствующее слагаемое в этой оценке тем больше, чем большее число избирателей взаимно располагают кандидата x и y так же, как они рас-

положены в упорядочении l . В связи с тем, что такие слагаемые суммируются по всем возможным парам кандидатов, значения $\xi(l)$, подсчитанное по формуле (1), характеризует близость упорядочения l и профиля индивидуальных упорядочений $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$.

Так возникает вспомогательная коллективная шкала на множестве L всех возможных упорядочений кандидатов. В качестве вспомогательного коллективного упорядочения выбирается упорядочение l^* , имеющее максимальную оценку $\xi(l^*)$, т. е.

$$\xi(l^*) = \max_{l \in L} \xi(l).$$

Это упорядочение может не совпадать ни с одним из индивидуальных упорядочений избирателей. По этому вспомогательному упорядочению l^* и осуществляется коллективный выбор путем правила максимизации. Реализация этой процедуры требует решения громоздких переборных задач и практически невозможна без помощи компьютера.

Приведем пример нахождения числовой оценки $\xi(l)$, приписываемой упорядочению $l \in L$, для простого случая, когда число избирателей $N = 3$ и число кандидатов $n = 3$. Рассмотрим профиль индивидуальных упорядочений избирателей, изображенный в табл. 31. Множество всевозможных упорядочений L состоит из шести элементов, приведенных в табл. 32: $l_1, \dots, l_6$.

Таблица 31

И1	И2	И3
x	x	y
y	z	z
z	y	x

Таблица 32

l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6
x	x	y	y	z	z
y	z	x	z	x	y
z	y	z	x	y	x

Подсчитаем по формуле (1) значения $\xi(l_i)$ для всех возможных упорядочений: $\xi(l_1) = 6$; $\xi(l_2) = 5$; $\xi(l_3) = 5$; $\xi(l_4) = 4$; $\xi(l_5) = 4$; $\xi(l_6) = 3$. Таким образом, в качестве вспомогательного коллективного упорядочения l^* принимается упорядочение l_1 , имеющее максимальную оценку по шкале ξ . В коллективный выбор включается кандидат, лучший в упорядочении l_1 , т. е. кандидат x .

4.2. Процедура приближенной триангуляции мажоритарной турнирной матрицы [3, 57—60]

Эта процедура применима к мажоритарным графам специального вида — турнирам, т. е. связным, асимметричным, антирефлексивным графам. Напомним, что если число избирателей N нечетно, то мажоритарный граф M , построенный по профилю предпочтений избирателей, является турниром, а матрица смежности, построенная по этому графу M , является турнирной матрицей.

Турнирной матрицей называется квадратная матрица $T = \|t_{xy}\|$, $x, y \in A$, размерности $n \times n$, которая строится по мажоритарному графу M следующим образом:

$$t_{xy} = \begin{cases} 1, & \text{если } xMy, \\ 0, & \text{если } yMx, t_{xx} = 0. \end{cases}$$

На рис. 21 изображен пример мажоритарного графа-турнира M и соответствующей ему турнирной матрицы T .

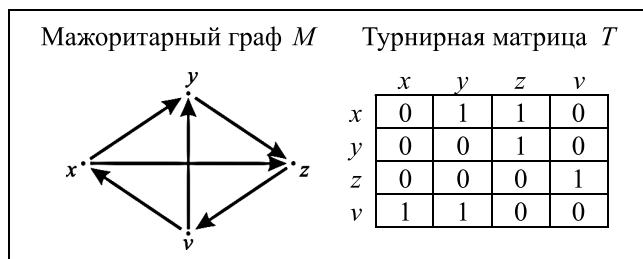


Рис. 21

В случае, когда мажоритарный граф M является строгим порядком, ему соответствует турнирная матрица, называемая транзитивной. Пример транзитивной матрицы приведен на рис. 22. В такой матрице все элементы над главной диагональю равны 1, а под главной диагональю — равны 0.

	x	y	z	v
x	0	1	1	1
y	0	0	1	1
z	0	0	0	1
v	0	0	0	0

Рис. 22

Пусть по профилю индивидуальных упорядочений $\{p_i\}$, $i = \overline{1, N}$ построен мажоритарный граф M , а по нему — турнирная матрица T . Наряду с ней рассмотрим все мыслимые транзитивные турнирные матрицы, построенные на этом множестве вершин A . Такие матрицы отличаются только тем, в каком порядке приписаны вершины $x \in A$ строкам (и соответственно столбцам) матрицы.

Рассмотрим какую-нибудь конкретную транзитивную матрицу T_T из этого множества. Обратившись к исходной турнирной матрице T , переставим в ней строки и столбцы так, чтобы их порядок оказался точно таким, как в матрице⁶ T_T . Подсчитаем сумму элементов, расположенных в такой преобразованной матрице под главной диагональю. Обозначим эту сумму $\tau(T_T)$ и рассмотрим это число как условное расстояние исходной матрицы T , построенной по мажоритарному графу M , от данной транзитивной матрицы T_T . Подсчитав такие числа $\tau(T_T)$ для всех возможных транзитивных турнирных матриц T_T , получаем шкалу, построенную на множестве транзитивных турнирных матриц.

По этой шкале выбирается транзитивная матрица T_T^* , у которой шкальная оценка $\tau(T_T^*)$ имеет наименьшее значение по построенной шкале. Такая матрица T_T^* в смысле введенного расстояния наиболее близка к исходной турнирной матрице T . В коллективный выбор включается вариант, у которого сумма очков по этой транзитивной турнирной матрице T_T^* максимальна.

Приведем пример построения коллективного выбора при помощи процедуры, использующей приближенную триангуляцию турнирной матрицы. Мажоритарный граф M и соответствующая ему турнирная матрица T приведены на рис. 23.

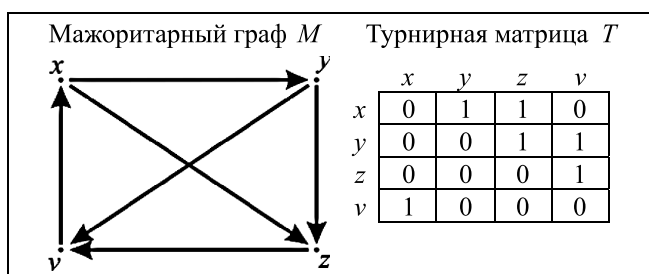


Рис. 23

⁶ Перестановка строк и столбцов, в результате которой из некоторой матрицы получается верхнетреугольная матрица, называется триангуляцией матрицы. При описанной в тексте процедуре перестановки строк и столбцов под главной диагональю матрицы могут остаться элементы, отличные от нуля. Такая триангуляция называется приближенной, и с этим связано название данной процедуры.



Транзитивная матрица		z	y	v	x
	z	0	1	1	1
	y	0	0	1	1
	v	0	0	0	1
Приближенно триангулированная матрица	x	0	0	0	0
		z	y	v	x
	z	0	0	1	0
	y	1	0	1	0
	v	0	0	0	1
	x	1	1	0	0
a					
		x	y	z	v
	x	0	1	1	1
	y	0	0	1	1
	z	0	0	0	1
	v	0	0	0	0
b					
		x	v	z	y
	x	0	1	1	1
	v	0	0	1	1
	z	0	0	0	1
	y	0	0	0	0
$в$					

Рис. 24

На четырех вариантах возможно построение 24-х различных транзитивных турнирных матриц. Подсчитываются значения τ -оценки отличия каждой из этих транзитивных матриц от исследуемой. На рис. 24 приведены три примера таких транзитивных матриц, а под ними приведена исходная матрица (та же, что и на рис. 23), но после соответствующей перестановки строк и столбцов. Значения для этих трех транзитивных матриц соответственно равны: $T_a = 3$, $T_b = 1$, $T_v = 4$. Для остальных транзитивных турнирных матриц оценки подсчитываются аналогично.

Матрица, изображенная на рис. 24, б, имеет наименьшую оценку τ среди всех 24-х транзитивных турнирных матриц. Этой транзитивной матрице соответствует строгое упорядочение вариантов, по которому лучшим вариантом является x , т. е. согласно данному правилу коллективно избирается кандидат x .

5. ПРОЦЕДУРА СИМПСОНА [2, 14]

По профилю предпочтений избирателей строится турнирная матрица специального вида размерности $n \times n$, где n — число кандидатов (не путать с турнирной матрицей, которая строилась в процедуре приближенной триангуляции и процедурах, использующих понятие собственного вектора турнирной матрицы). На пересечении строки x и столбца y стоит число избирателей, которые в своем упорядочении кандидатов поставили кандидата x выше кандидата y . Обозначим это число через $I(x, y)$. Элементам главной диагонали приписывается значение ∞ . Для профиля предпочтений избирателей, представленного в табл. 33 турнирная матрица имеет вид, изображенный на рис. 25.

Таблица 33

И1	И2	И3
x	y	z
z	x	v
y	z	x
v	v	y

	x	y	z	v
x	∞	2	2	2
y	1	∞	1	2
z	1	2	∞	3
v	1	1	0	∞

Рис. 25

Согласно этой процедуре каждому кандидату приписывается минимальное значение в строке турнирной матрицы. Коллективно избранным считается кандидат (или кандидаты), у которых это значение максимально. В примере, изображенном на рис. 25, коллективно избран кандидат x .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в этом обзоре процедуры голосования основаны на разных принципах и часто приводят к разным коллективным выборам. Применение той или иной процедуры зависит от конкретного содержания задачи.

Обилие накопившихся процедур голосования и трудности, связанные с выделением среди них «лучшей» процедуры, привели к постановке задачи синтеза «разумных» процедур. В начале 1950-х гг. Кеннет Эрроу (Kenneth Arrow (род. в 1921 г.)) впервые четко и по-новому сформулировал задачу синтеза процедур голосования [61]. Он впервые разработал аксиоматический подход к синтезу процедур голосования. Эрроу сформулировал набор условий, который вошел как канонический во все последующие исследования и, доказав их несовместимость, определил центральное направление в развитии задач синтеза процедур голосования.

В обширной литературе, последовавшей после классической работы Эрроу, исследовалась задача

в постановке, когда как индивидуальные мнения, так и коллективное решение моделировались бинарными отношениями. В работах [62, 63] впервые была поставлена задача о синтезе операторов коллективного выбора, в которой как индивидуальные мнения, так и коллективное решение описывались функциями выбора. Полностью решена задача аксиоматического синтеза локальных соответствий группового выбора [64].

Во второй половине 1970-х гг. направление синтеза переросло в сравнительный анализ различных процедур голосования, т. е. выяснение того, в какой мере те или иные процедуры удовлетворяют некоторому набору условий и критериев, и разные авторы используют для сравнительного анализа процедур различные их наборы. Ни одна из известных процедур голосования не удовлетворяет всем вводимым критериям, и при выборе процедуры голосования возникает та же проблема, с которой сталкивается исследователь в многокритериальной ситуации.

В работах [65, 66] показано, что все детерминированные процедуры голосования манипулируемы со стороны избирателей. Различные процедуры голосования были исследованы на предмет определения степени их манипулируемости [67, 68].

Так постепенно наука накапливает набор нужных для голосования «технических средств» — процедур голосования и знаний об их свойствах, преимуществах и недостатках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алескеров Ф.Т., Ордушук П. Выборы. Голосование. Партии. — М.: Academia, 1995. — 208 с.
2. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2005. — 279 с.
3. Вольский В.И., Лезина З.М. Голосование в малых группах. Процедуры и методы сравнительного анализа. — М.: Наука, 1991. — 192 с.
4. Brams S., Fishburn P. Approval voting // American Political Science Review. — 1978. — Vol. 72, N 3. — P. 831–847.
5. L'Huilier S. Examen de mode d'election propose a la convention nationale de France en fevrier 1793 et adopte a Geneve. — Geneve: Bonnant, 1794.
6. Вольский В.И. Процедуры голосования в малых группах с древнейших времен до начала XX века. Препринт WP7/2014/02. — М.: Изд. дом ВШЭ, 2014. — 76 с.
7. Hare T. The election of representatives, parliamentary and municipal. — London: Longmans, Green, Reader and Dyer, 1873.
8. Droop Y.R. On methods on electing representatives // Journal of the Statistical Society of London. — 1881. — Vol. 44, N 2. — P. 141–202.
9. Вольский В.И., Карпов А.В. Применение различных вариантов правил передачи голосов // Полития. — 2011. — № 2. — С. 162–174.
10. Gilmour J. Detailed description of the STV count in accordance with the rules in the Scottish local government elections order 2007 // Representation. — Vol. 43, N 3. — P. 217–229.
11. Meek B.L. The problem of nontransferable votes // Voting Matters. — 1994. — N 1. — P. 7–11.
12. Aleskerov F.T., Karpov A.V. A new single transferable vote method and its axiomatic justification // Social Choice and Welfare. — 2013. — Vol. 40, N 3. — P. 771–786.
13. Reilly B. Democracy in divided societies: electoral engineering for conflict management. — Cambridge University Press, 2001. — 217 p.
14. Петровский А.Б. Теория принятия решений. — М.: Академия, 2009. — 400 с.
15. Aleskerov F.T., Yakuba V.I., Yuzbashev D.A. A «threshold aggregation» of three-graded rankings // Mathematical Social Sciences. — 2007. — Vol. 53. — P. 106–110.
16. Aleskerov F.T., Chistyakov V.V., Kalyagin V. The threshold aggregation // Economic Letters. — 2010. — Vol. 107. — P. 261–262.
17. Aleskerov F.T., Chistyakov V.V. The threshold decision making effectuated by the enumerating preference function // International Journal of Information Technology and Decision Making. — 2013. — Vol. 12, N. 6. — P. 1201–1222.
18. Borda J.C. Memoire sur les elections au scrutiny // Histoire de l'Academie Royale des Sciences pour 1781. — Paris, 1784.
19. Nicolas of Cusa: Catholic concordance. — Cambridge, 1996.
20. Nicolaus Cusanus. De concordantia catholica. — S.L., 1431.
21. Вольский В.И. Николай Кузанский и его система голосования // Полития. — 2011. — № 3. — С. 173–175.
22. Nanson E.J. British government blue book. — London, 1907. — 137 p.
23. Baldwin J.M. The technique of the Nanson preferential majority system of election // Proceedings of the Royal Society of Victoria. — 1926. — N 39. — P. 42–52.
24. Condorcet (M.J.A.N. Caritat, marquis de Condorcet). Essai sur l'application de l'analyse a la probabilitie decisions rendues a la pluralite des voix. — Paris, 1785.
25. Вольский В.И. Ж.-Ш. де Борда и маркиз де Кондорсе — родоначальники теории голосования // Полития. — 2013. — № 3. — С. 147–159.
26. Llull R. Artfifitium electionis personarum / Biblioteca Apostolica Vaticana, Cod. Vat. Lat. 9332, f. 11 r–12 v. — 1283.
27. Llull R. Blanquerna, chapter 24 (En qual manera Natana fo eleta a abadessa). Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Hisp. 67, f. 32 v — 34 r. — 1283.
28. Llull R. De arte eleccionis. — Sankt Nicolaus — Hospital / Cusanusstift, Cod. Cus. 83, f. 47 v — 48 r. — 1299.
29. Вольский В.И. О вкладе Раймунда Луллия в теорию голосования // Полития. — 2011. — № 1. — С. 188–196.
30. Black D. The theory of committees and elections. — Cambridge University Press, 1958. — 242 p.
31. Banks J.S. Sophisticated voting outcomes and agenda control // Social Science and Welfare. — 1985. — Vol. 1. — P. 295–306.
32. Good J.J. A note on Condorcet set // Public Choice. — 1971. — Vol. 10. — P. 97–101.
33. Ferejohn J.A., Grether D. On a class of rational social decision procedures // Journal of Economic Theory. — 1974. — Vol. 8. — P. 471–482.
34. Schwartz T. The logic of collective choice. — New York: Columbia University Press, 1986. — 315 p.
35. Schwartz T. Collective choice, separation of issues and vote trading // American Political Science Review. — 1977. — Vol. 71, N 3. — P. 999–1010.
36. Нейман Дж. фон, Моренштейн О. Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970. — 983 с.
37. Copeland A.N. A reasonable social welfare function. Ann Arbor: University of Michigan. Seminar of Application of Mathematics to the Social sciences, 1951.
38. Nurmi H. Voting procedures - a summary analysis // British Journal of Political Science. — 1983. — Vol. 13. — P. 181–208.



39. *Dodgson C.L.* A discussion on the various methods of procedure in conducting elections. — Oxford, 1873.
40. *Dodgson C.L.* Suggestion as the best method of taking votes where more than two issues are to be voted on. — Oxford, 1874.
41. *Dodgson C.L.* A method of taking votes on more than two issues. — Oxford, 1876.
42. *Вольский В.И.* Работы Чарльза Лютвиджа Доджсона в области теории голосования // Полития. — 2012. — № 3. — С. 168—179.
43. *Казанская Т.А., Шмерлинг Д.С.* Парные сравнения, турниры и методы упорядочения в принятии решений и обработке данных (обзор). — М.: ЦЭМИ АН СССР, 1980. — 58 с.
44. *Kendall M.G.* Further contributions to the theory of paired comparisons // Biometrics. — 1955. — Vol. 11, N 1. — P. 43—62.
45. *Wey T.H.* The algebraic foundations of ranking theory. — Cambridge University. PhD thesis, 1952.
46. *Ramanujacharyulu C.* Analysis of preferential experiments // Psychometrika. — 1964. — Vol. 29, N 3. — P. 257—261.
47. *David H.A.* Ranking the players in a round robin tournament // Review of International Statistic Institute. — 1971. — Vol. 39. — P. 137—147.
48. *Thompson G.L.* Lectures on game theory, Markov chains, and related topics. — Monograph SCR-11, Sandia Corporation, Albuquerque, N.M., 1958.
49. *Брук Б.Н., Бурков В.Н.* Методы экспертных оценок в задачах упорядочения объектов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1972. — № 3. — С. 29—39.
50. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. — М.: Наука, 1966. — 576 с.
51. *Fishburn P.* Condorcet social choice functions // SIAM Journal of Applied Mathematics. — 1977. — Vol. 33, N 3. — P. 469—489.
52. *Miller N.* A new solution set for tournaments and majority voting: further graph-theoretical approaches to the theory of voting // American Journal of Political Science. — 1980. — Vol. 24, N 1. — P. 68—96.
53. *Shepsle K., Weinst B.* Uncovered sets and sophisticated voting outcomes with implications for agenda institutions. — Mimeo. Center for Study of American Business, 1982.
54. *Richelson J.T.* Majority rule and collective choice. — California Institute of Technology (Mimeo), 1980.
55. *Aleskerov F.T.* Categories of Arrowian voting schemes // Handbook of Social Choice and Welfare. — 2002. — Vol. 1. — P. 95—129.
56. *Kemeny J.* Mathematics without numbers // Daedalus. — 1959. — Vol. 88. — P. 577—591.
57. *Белкин А.Р.* Приближенная триангуляция матриц в задачах ранжирования и обработки межотраслевого баланса // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1981. — № 1. — С. 26—31.
58. *Slater P.* Inconsistencies in a schedule of paired comparisons // Biometrika. — 1961. — Vol. 48, N 3—4. — P. 303—312.
59. *Remage R. Jr., Thompson W.A.* Maximim-likelihood paired comparison rankings // Biometrika. — 1966. — Vol. 53, N 1—2. — P. 252—272.
60. *Levenglick A.* Fair and reasonable election systems // Behavioral Science. — 1975. — Vol. 20. — P. 34—46.
61. *Arrow K.* Social choice and individual values. — New Haven: Yale University Press, 1963. — 144 p.
62. *Айзерман М.А.* Некоторые новые задачи общей теории выбора (обзор одного направления исследований // Автоматика и телемеханика. — 1984. — № 9. — С. 5—43.
63. *Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т.* Выбор вариантов (основы теории). — М.: Наука, 1990. — 240 с.
64. *Aleskerov F.T.* Arrowian aggregation models. — Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1999. — 243 p.
65. *Gibbard A.* Manipulation of voting schemes: a general result // Econometrica. — 1973. — Vol. 41. — P. 587—602.
66. *Satterthwaite M.A.* Strategy-proofness and Arrow's conditions existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions // Journal of Economic Theory. — 1975. — Vol. 10. — P. 187—217.
67. *Алескеров Ф.Т., Карабекян Д.С., Санвер Р., Якуба В.И.* Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал новой экономической ассоциации. — 2009. — № 1—2. — С. 37—61.
68. *Алескеров Ф.Т., Курбанов Э.* О степени манипулируемости правил коллективного выбора // Автоматика и телемеханика. — 1998. — № 10. — С. 134—146.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл. корр. РАН Д.А. Новиковым.

Вольский Владимир Иванович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ vlad.volskiy@gmail.com.



**MLSD
2016**

Девятая международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем»

3—5 октября 2016 г.

Направления работы конференции:

- проблемы управления развитием крупномасштабных систем, включая ТНК, госхолдинги и госкорпорации;
- методы и инструментальные средства управления инвестиционными проектами и программами;
- проектные офисы — институты развития крупномасштабных систем;
- имитация и оптимизация в задачах управления развитием крупномасштабных систем;
- управление топливно-энергетическими, инфраструктурными и другими системами;
- управление транспортными системами;
- управление развитием авиационно-космических и других крупномасштабных организационно-технических комплексов и систем;
- управление региональными, городскими, муниципальными системами;
- управление объектами атомной энергетики и другими объектами повышенной опасности;
- информационное и программное обеспечение систем управления крупномасштабными производствами;
- методы, инструментальные средства и приложения мониторинга в задачах управления крупномасштабными системами;
- управление развитием крупномасштабных систем здравоохранения, медико-биологических систем и технологий;
- методология, методы и программно-алгоритмическое обеспечение обработки и интеллектуального анализа больших массивов информации.

Более подробная информация на сайте <http://mlsd2016.ipu.ru>.

СЕМИОТИЧЕСКИЕ КОГНИТИВНЫЕ КАРТЫ.

4. 2. Основные определения и алгоритмы

А.А. Кулинич

Предложена модель представления семиотических когнитивных карт в виде концептуального каркаса в структурированном семантическом пространстве. Определены условия активности метазнака и правила смены состояний семиотической системы. Для конкретной когнитивной карты предложен алгоритм построения интерпретирующего концептуального каркаса, предназначенного для поддержки процессов интерпретации результатов моделирования и верификации когнитивных карт.

Ключевые слова: когнитивная карта, когнитивное моделирование, знак, знаковая система, семиотика, концептуальный каркас, понятийная система.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части статьи были проанализированы семиотические подходы в процессах анализа, проектирования и принятия решений в областях информатики и управления [1]. Во второй части приводятся основные определения модели представления семиотических когнитивных карт в семантическом пространстве, предлагается метод структуризации семантического пространства в виде концептуального каркаса. Формулируются условия активности метазнака семиотической системы, определяющие правила смены ее состояний.

Показано, что конкретным причинно-следственным отношениям между значениями признаков ситуации (на когнитивной карте) соответствует конкретный интерпретирующий концептуальный каркас предметной области, в которой эта когнитивная карта построена. Этот факт позволяет применять интерпретирующий каркас для поддержки процессов интерпретации и верификации когнитивной карты. Предложен алгоритм и приведен пример построения интерпретирующего концептуального каркаса.

1. КОГНИТИВНАЯ КАРТА КАК ФОРМАЛЬНАЯ СИСТЕМА

Вначале рассмотрим множество символов, с помощью которых будут описываться сложные динамические ситуации. Это множества:

— объектов $\{v_j\}$;

— имен объектов $\{d^v\}$;

— имен признаков объектов $\{F^j\}$;

— лингвистических значений признаков $\{Z_i^j\}$;

— имен классов объектов $\{d^{Hj}\}$.

На множестве объектов и их имен определено множество семантических отношений $\{r_q\}$. Отметим два вида отношений — это отношение «часть — целое», обозначим его через r_0 , и отношение «род — вид» обозначим через r_1 . Например, для сложных объектов запись $v_1 r_0 v_0$ означает, что объект v_1 является частью объекта v_0 . Для имен классов объектов запись $d^{1j} r_1 d^{2j}$ означает, класс объектов d^{1j} является видом класса объектов d^{2j} .

Пусть эксперт (аналитик) наблюдает некоторый объект управления v . Будем считать, что объект простой, т. е. его декомпозиции на составные части не требуется. Используя перечисленные выше символы, эксперт описывает наблюдаемый объект, который будем формально представлять как когнитивную карту объекта управления v , названного d^v , и определять кортежем

$$\langle d^v, F, Z^*, Z^*(0), W^*, Z^*(t+1) \rangle, \quad (1)$$

где:

d^v — имя наблюдаемого объекта управления;

$F = \{f_i\}$ — множество признаков объекта v , f_i —

название признака, $i = 1, \dots, n$;



$Z^* = \{Z_i^*\}$ — множество значений признаков; для каждого признака определено упорядоченное множество возможных лингвистических значений, т. е. $Z_i^* = \{z_{i1}^*, \dots, z_{iq}^*\}$, $z_{ij+1}^* > z_{ij}^*$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, q$, $q = |Z_i^*|$;

$Z^*(0) = (z_1^*, \dots, z_n^*)$ — вектор начальных значений всех признаков;

$W^*: \times_i Z_i^* \rightarrow \times_i Z_i^*$, где W^* — множество правил отображения значений признаков; это правила продукции «если, то», которые задают причинно-следственные отношения на множестве значений признаков;

$Z^*(t+1) = W \circ Z^*(t)$ — уравнение динамики, где $\circ$ — правило вывода, $Z^*(t+1)$, $Z^*(t) = (z_{1t}^*, \dots, z_{nt}^*)$ — векторы значений признаков — это состояния в последовательные моменты времени, $z_{ie}^* \in Z_i^*$.

В этом определении все значения признаков лингвистические, которые в дальнейшем будем представлять их числовыми эквивалентами. Для этого определим отображение упорядоченного множества лингвистических значений на отрезок числовой оси, т. е. определим шкалу $\varphi: Z_i^* \rightarrow Z_i$, где $Z_i^* = \{z_{i1}^*, \dots, z_{iq}^*\}$, $z_{iq+1}^* > z_{iq}^*$, $Z_i = \{z_{i1}, \dots, z_{iq}\}$, $z_{ij+1} > z_{ij}$, $z_{ij} \in [0, 1]$, $\forall ij$.

Существует и обратное отображение: $\varphi^{-1}: Z_i \rightarrow Z_i^*$, которое позволяет представить числовое значение признака его лингвистическим эквивалентом $\varphi^{-1}: z_{ij} \rightarrow z_{ij}^*$, $\forall ij$.

На множестве числовых значений признака Z_i определены арифметические операции: сложение (+) и вычитание (−). Определим приращение значения признака z_{ij} , $\forall j$, относительного его начального значения z_{im} как разность $p_i = z_{im} - z_{ij}$, $\forall j$, где $z_{im} \in Z(0)$. Значение любого признака может быть выражено через его приращение, а именно $z_{ij} = z_{im} + p_i$, где $p_i \in [-1, 1]$ приращение значения признака.

Правила $W^*: \times_i Z_i^* \rightarrow \times_i Z_i^*$ также могут быть представлены с помощью числовых эквивалентов лингвистических значений: $W: \times_i Z_i \rightarrow \times_i Z_i$, т. е. лингвистическое и числовое представление когнитивной карты взаимно-однозначны (эквивалентны), $\langle d^v, F, Z^*, Z^*(0), W^*, Z^*(t+1) \rangle \Leftrightarrow \langle d^v, F, Z, Z(0), W, Z(t+1) \rangle$.

В самой общей постановке когнитивного моделирования правила W^* (W) задаются в виде таблицы, в которой всевозможным векторам состояния (ситуациям) ставится в соответствие некоторый

иной вектор (ситуация), т. е. правила выражают зависимости между состояниями объекта управления. Задание таких таблиц соответствий достаточно трудоемкая экспертная задача. Поэтому в когнитивном моделировании принято допущение, что эти зависимости в числовом представлении когнитивной карты могут быть заданы аналитически в виде системы простых линейных зависимостей между значениями признаков объекта.

Полученные в результате экспертной оценки коэффициенты линейной зависимости между значениями признаков (w_{ij}) представляются в виде матрицы смежности $W = |w_{ij}|$ ориентированного графа (F, W), который называют когнитивной картой.

В этом случае получение прогнозов развития ситуаций сводится к решению системы конечно-разностных уравнений $Z(t+1) = W \circ Z(t)$, причем значения признаков $Z(t+1)$ в прогнозе принимают значения на интервале $[0, 1]$ или на интервале $[-1, 1]$, если конечно-разностные уравнения записаны для приращений.

Отображение числовых значений в лингвистические значения в этом случае станет сюръективным, т. е. числовой интервал $z_{iq} \pm 1/(2(m-1))$ соответствует лингвистическому значению z_{iq}^* , где $m = |Z_i^*|$, т. е. $\varphi: z_{iq} \pm 1/(2(m-1)) \rightarrow z_{iq}^*$, $\forall q$, где $z_{iq} \in Z_i$, $z_{iq}^* \in Z_i^*$.

В настоящее время такая линейная аппроксимация в общем вербальной модели объекта управления общепринята в когнитивном моделировании. Такого рода модели называют линейными когнитивными картами, которые воспринимаются и исследуются как чисто математический объект. При этом лингвистическая природа исходного описания объекта управления забывается и не рассматривается. Понятно, что такая линейная аппроксимация вербальной модели объекта верна для моделирования классов объектов управления, в которых множество значений признаков заданы как упорядоченные множества. Если значения признаков заданы как неупорядоченное множество (номинальная шкала), то допущение о линейной зависимости значений признаков неверно. В настоящее время это обстоятельство, как правило, игнорируется, и классы моделируемых систем, также как и область применения когнитивных карт, ничем не ограничивается. Это порождает множество проблем, краткий обзор которых был приведен во Введении к статье [1].

Отметим, что далее в теоретических построениях семиотической когнитивной карты, для упрощения подачи и понимания материала, мы будем

пользоваться числовым описанием линейной когнитивной карты.

Итак, формально семиотическая система включает в себя множества $FS = \langle T, R, A, P \rangle$ определяющие формальную систему и множество правил ее модификации $M_{FS} = \langle \tau, \rho, \alpha, \pi \rangle$. Можно установить соответствие между формальной системой [2, 3] и приведенным выше определением когнитивной карты. Действительно, множество признаков F объекта v и множество их значений Z образуют множество основных символов формальной системы — T , синтаксическое правило R определяет правило построения вектора состояния $Z = (z_1, \dots, z_q) \in \times_i Z_i$, множество знаний о предметной области (A) задано начальным состоянием $Z(0)$, а правила вывода (P) задаются множеством правил W и уравнением динамики $Z(t+1) = W \circ Z(t)$, т. е. $P = \langle W, Z(t+1) \rangle$.

Таким образом, когнитивная карта как формальная система FS определяется кортежем

$$\langle d^v, F, Z, Z(0), W, Z(t+1) \rangle. \quad (2)$$

Для построения семиотической когнитивной карты в определении [2, 3] необходимо определить правила модификации этой формальной системы, $M_{FS} = \langle \tau, \rho, \alpha, \pi \rangle$. Поэтому далее будут рассмотрены модели представления когнитивной карты в виде знака, понятийной системы предметной области в виде ее концептуального каркаса, а также определим условия активности метазнака и правила смежности формальной системы.

2. МОДЕЛЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ В ВИДЕ ЗНАКА

Пусть задана когнитивная карта (2) в виде формальной системы FS . Вначале выделим в кортеже (2) тройку (имя, смысл, представление), позволяющую определить когнитивную карту как знак. Рассмотрим первые четыре элемента этого кортежа: первый элемент d^v очевидно определяет имя объекта управления; элементы $(F, Z, Z(0))$ — множество признаков и множество их значений определяют смысл знака; вектор начальных значений $Z(0)$ определяет представление конкретного объекта v , имя которого d^v .

Следующие элементы кортежа $\langle W, Z(t+1) \rangle$, определяющие правила вывода, будем использовать при определении правил модификации формальной системы.

На рис. 1 схематично показано представление когнитивной карты, заданное кортежем (2) в виде знака. Вершины 1, 2 и 3 представляют, соответственно, имя, смысл (признаки и их значения) и

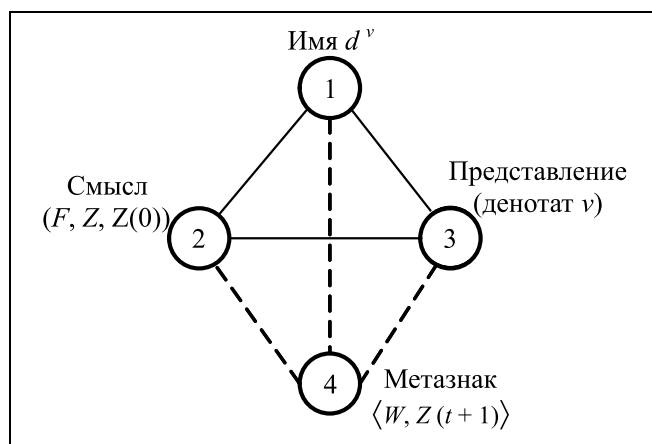


Рис. 1. Когнитивная карта как знак

представление (денотат) конкретной ситуации, представленной когнитивной картой. В вершине 4 представлен метазнак, который реализует активность этого знака. Метазнак задан правилами вывода и при определенных условиях может изменить знак — его смысл, имя и значение. Точное определение метазнака будет рассмотрено далее.

Когнитивную карту, заданную кортежем (2), далее будем рассматривать в семантическом пространстве.

Модель представления экспертных знаний в виде субъективного семантического пространства используется в психологии и в искусственном интеллекте для описания и анализа организации знаний. Субъективное семантическое пространство (от лат. *subjectum* — подлежащее и греч. *semantikos* — обозначающий) — система категорий индивидуального сознания, при помощи которых происходит оценка и классификация различных объектов, понятий [4].

Для целей анализа субъективного семантического пространства система категорий индивидуального сознания с помощью экспертных методов (например, метода репертуарного тестирования [5]) представляется в виде формальных признаков таблиц, в которых в строках записаны имена анализируемых объектов — это понятия, а в столбцах — название их признаков. В признаковых таблицах на пересечении строки с понятием и каждого столбца с именем признака приводится экспертная оценка значения признака для каждого объекта. Признаковые таблицы могут быть также представлены в виде формального семантического пространства, размерность которого определяется числом признаков объекта. Каждая ось семантического пространства соответствует одному из признаков понятия, а сами понятия представляются в виде точек в этом пространстве. Положение

точки, характеризующее понятие, определяется значениями его признаков. Для оценки и классификации понятий в семантическом пространстве принимается гипотеза, что это пространство метрическое [6]. Семантические пространства в качестве модели представления экспертных знаний находят широкое применение для анализа ситуаций и принятия решений в психологии, социологии, политологии [7, 8].

Модель представления знаний в виде семантического пространства позволяет представлять знаковые системы. Действительно, точки семантического пространства обозначают некоторый реальный объект (денотат) и его состояние, все они именованы (определены имена объектов и их состояний — имена знака) и определены значения всех признаков (координаты точки), которые, по сути, определяют состояние объекта и, в общем, определяют смысл знака.

Определение 1. Семантическим пространством когнитивной карты FS будем называть пространство SS^{FS} , определяемое прямым произведением значений всех его признаков, т. е. $SS^{FS} = \times_i Z_i$. ♦

Начальное состояние $Z(0)$ объекта в семантическом пространстве SS^{FS} определяется вектором значений всех его признаков $Z(0) = (z_{1j}, \dots, z_{nm})$, $Z(0) \in SS^{FS}$, $z_{1j} \in Z_1, \dots, z_{nm} \in Z_n$ и определяет точку в этом пространстве с координатами значений признаков объекта v в начальном состоянии.

На рис. 2 показан пример семантического пространства для абстрактного объекта v , имеющего два признака $F = \{f_1, f_2\}$, значения которых определяются из множеств значений (Z_1, Z_2) . Начальное состояние $Z(0) = (z_{1r}, z_{2p})$ объекта показано как точка с координатами (z_{1r}, z_{2p}) в пространстве $SS^{FS} = Z_1 \times Z_2$.

Г. Фреге определил знак тройкой: имя, смысл (понятие) и значение знака. В логике есть синонимичное определение знака — это определение понятия. Формально определим понятие тройкой $\langle d, F(d), V(d) \rangle$, где d — имя понятия, $F(d) = \{f_i, z_{ij}\}$ — содержание понятия (множество признаков и их значений, $z_{ij} \in Z_i, \forall j$), $V(d)$ — объем понятия, который включает в себя множество объектов, удовлетворяющих содержанию понятия $F(d)$. Далее будем пользоваться именно этим определением.

В семантическом пространстве можно представить множество состояний значений признаков в виде векторов $Z(t) = (z_{1t}, \dots, z_{jt})$, $Z(t) \in SS^{FS}, \forall t$. Обычно считается, что в семантическом пространстве задана метрика $\delta(\cdot)$, а состояния, имеющие близкие по значению признаки $\delta(Z(t); Z(t+m)) < \varepsilon$,

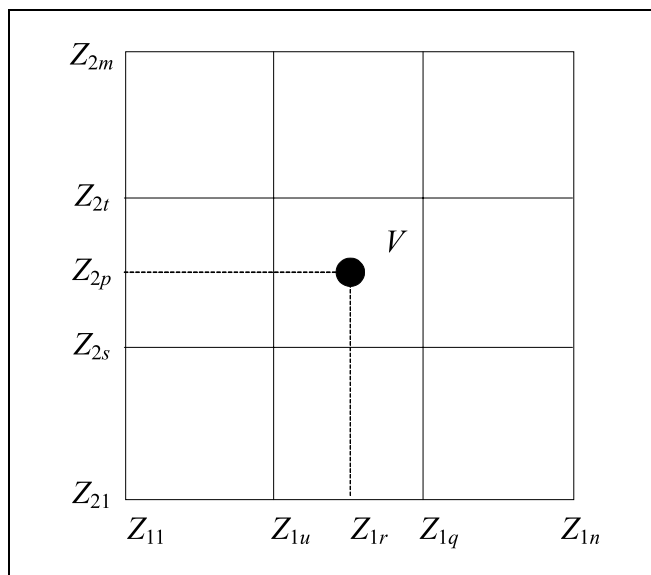


Рис. 2. Семантическое пространство

принадлежат одному классу состояний (понятию), где ε определяет границы класса.

Рассмотрим окрестность точки семантического пространства, представляющей начальное состояние $Z(0) = (z_1 \pm \varepsilon_1, \dots, z_m \pm \varepsilon_m)$, где $z_i \pm \varepsilon_i \in Z_i$, $i = 1, \dots, m$.

Определение 2. Окрестность $z_i \pm \varepsilon_i$ значений i -го признака состояния $Z(0)$, определяющие класс состояний, будем называть интервалом толерантности класса по этому признаку $\Delta_i = [z_{ik} + \varepsilon_{ik}, z_{ik} - \varepsilon_{ik}]$.

Определение 3. Подпространство семантического пространства $SS(d^0) \subseteq SS^{FS}$, полученное прямым произведением интервалов толерантности всех признаков состояния $Z(0)$ будем называть содержанием базового понятия $F(d^0)$ или областью толерантности базового класса состояний:

$$SS(d^0) = \times_i [z_{ik} + \varepsilon_{ik}, z_{ik} - \varepsilon_{ik}] = \times_i \Delta_i,$$

$$SS(d^0) \subseteq SS^{FS}, \quad F(d^0) = SS(d^0).$$

Определение 4. Объемом $V(d^0)$ понятия d^0 будем называть множество состояний $V(d^0) = \{Z(t), \dots, Z(t+m)\}$, значения признаков которых попадают в область толерантности этого понятия $Z(t), \dots, Z(t+m) \in SS(d^0)$. ♦

В базовый класс состояний вначале включено только одно известное нам состояние — это начальное состояние $Z(0)$, однозначно определяющее объект v .

Определение 5. Базовый класс состояний или базовое понятие определены тройкой $\langle d^0, SS(d^0),$

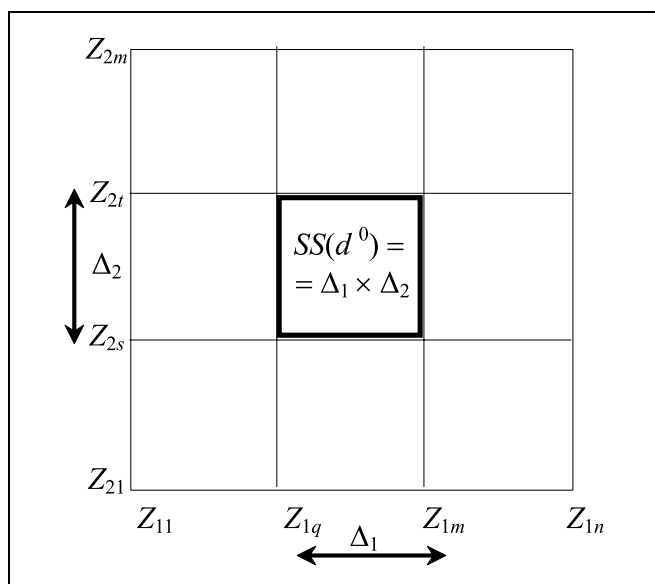


Рис. 3. Базовое понятие

$V(d^0)$, где d^0 — имя базового класса состояний, его содержание — $SS(d^0)$ и объем — $V(d^0)$.

На рис. 3 показан пример базового понятия d^0 , содержание которого определено как подпространство $SS(d^0) = \Delta_1 \times \Delta_2$ семантического пространства SS^{FS} . В подпространство включен объект с именем d^v , значения признаков которого определены начальным состоянием $Z(0)$.

Строго говоря, мы можем рассматривать не один объект v с множеством состояний $V(d^0) = \{Z(t), \dots, Z(t+m)\}$, а множество объектов $\{v_1^0, \dots, v_p^0\}$, значения признаков которых — состояния $Z_1(0), \dots, Z_p(0)$ принадлежат подпространству $SS(d^0)$. Все эти объекты будут иметь имя класса d^0 и включаться в его объем $V(d^0) = \{Z_1(0), \dots, Z_p(0)\}$ и отличаться только значениями признаков — состояниями.

Любой объект v_j^0 из этого множества $v_j^0 \in V(d^0)$ описывается кортежем $\langle d^{vk}, F, Z, Z_k(0), \langle W_k, Z_k(t+1) \rangle \rangle$, $k = 1, \dots, p$, и, строго говоря, может иметь свое, отличное от других объектов правило вывода — $\langle W_k, Z_k(t+1) \rangle$.

Допущение 1. Все объекты $\{v_k\}$, включенные в объем базового понятия $V(d^0)$ с общим именем базового понятия d^0 , имеют одинаковое правило вывода, т. е. $\langle W_k, Z_k(t+1) \rangle = \langle W, Z(t+1) \rangle$, $\forall k$. ♦

Тогда, подставляя в выражение (2) определение базового понятия (определение 5), получим следу-

ющее определение когнитивной карты для базового класса состояний объектов:

$$\langle \langle d^0, SS(d^0), V(d^0) \rangle, F, Z, \langle W, Z(t+1) \rangle \rangle. \quad (3)$$

Выражение (3), с учетом сделанного допущения 1, обобщает выражение (2) для класса аналогичных объектов управления. С позиций семиотического управления это означает, что решения, принимаемые на основе семиотической модели, верны для любого нового объекта, состояние которого попадает в класс базового понятия.

3. МОДЕЛЬ ПОНЯТИЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Обычно при построении когнитивных карт аналитики структурируют ту предметную область, для которой когнитивная карта будет построена. В обзорной работе [9] описан ряд методов и подходов структуризации ситуации, применяемых разными исследователями когнитивного подхода. В основном эти методы ориентированы на декомпозицию ситуации, описание ее составных частей, причинно-следственных отношений между их параметрами. Все эти методы и соответствующие приемы, конечно, используются для построения семиотических когнитивных карт. Но отличие семиотических когнитивных карт, ориентированных на знаковое представление ситуации, заключается в том, что здесь нужна не только структурная декомпозиция ситуации, рассмотренная в разных аспектах, но и структуризация понятийной системы (знаковой системы) предметной области, в которой когнитивная карта построена.

Понятийная система предметной области представляется в виде множества понятий этой области. Каждое понятие определяет класс объектов предметной области тройкой: имя класса, атрибуты (признаки) класса и экземпляры класса — это объекты реального мира. По сути, каждое понятие в понятийной системе предметной области, определено тройкой в смысле знака Г. Фреге: имя, смысл — это множество атрибутов (признаков) и значение — это экземпляры предметной области (денотаты). В понятийной системе предметной области, между понятиями определены отношения «род — вид», что позволяет представить их в виде иерархии. В иерархии понятий, понятия верхнего уровня — это «род», обобщают, связанные с ним понятия нижнего уровня «вид». При этом понятия нижнего уровня наследуют все свойства своего родового понятия верхнего уровня. Иначе понятийные системы предметной области называют онтологиями.

Обычно онтологии строятся экспертным способом. В этом случае онтологии плохо определенных предметных областей, отражая уровень знаний экспертов об этой области, оказываются бедными и малополезными для интерпретации результатов когнитивного моделирования. Поэтому в работе [10] для плохо определенных предметных областей вместо подробных онтологий предметной области было предложено при принятии решений использовать качественные концептуальные каркасы понятийных систем (онтологий), построенных в семантическом пространстве этой области.

Концептуальный каркас отражает возможную идеализированную структуру знаний о предметной области. Он включает в себя множество обобщенных понятий предметной области, для которых определены отношения «род — вид», но при этом точно определены только смысл (содержания) обобщенных понятий предметной области, а их имена и объемы (экземпляры — денотаты) должен доопределить эксперт.

В концептуальном каркасе все возможные обобщенные понятия предметной области определяются путем логического обобщения базового понятия. Например, логическое обобщение в случае, если понятие задано конъюнкцией признаков (значения признаков бинарные: признак есть; признака нет), заключается в отбрасывании признаков. В работе [2] такой тип обобщения называется структурным обобщением. В работе [10] этот подход логического обобщения применяется для понятий, признаки которых заданы упорядоченным множеством лингвистических значений и представлены в семантическом пространстве.

Кратко поясним, как строится концептуальный каркас в семантическом пространстве. Допустим, в семантическом пространстве эксперт определил базовое понятие $\langle d^0, SS(d^0), V(d^0) \rangle$ и некоторое другое понятие также тройкой: $\langle d^H, SS(d^H), V(d^H) \rangle$, где d^H — имя понятия, $SS(d^H)$ — содержание понятия, заданное как подпространство семантического пространства, и $V(d^H)$ — объем понятия. Показано, что подпространство $SS(d^H) \subset SS^{FS}$, определяющее понятие с именем d^H , является обобщением базового понятия d^0 , определенное подпространством $SS(d^0) \subset SS^{FS}$, в том и только в том случае, если $SS(d^0) \subset SS(d^H)$ [10].

Действительно, пусть имеется включение подпространств $SS(d^0) \subset SS(d^H)$. Допустим, что определены: объем понятия d^0 , $V(d^0) = \{Z_j^0\}$, где $Z_j^0 \in SS(d^0)$ — состояние объекта v_j^0 , и объем по-

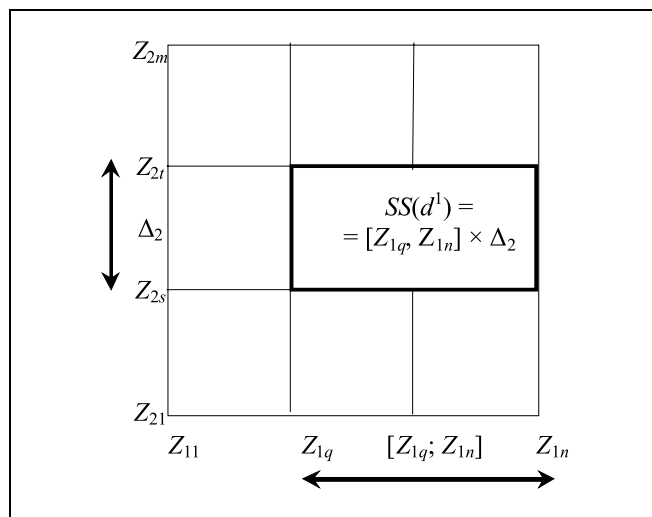


Рис. 4. Положительное обобщение базового понятия

нятия d^H , $V(d^H) = \{Z_j^0, Z_q^0\}$, где $Z_j^0, Z_q^0 \in SS(d^H)$ — состояния объектов v_j^0 и v_q^0 . Тогда, при условии включения подпространств ($SS(d^0) \subset SS(d^H)$), будет выполняться достаточное условие для определения обобщенного понятия, а именно, включение объемов $V(d^0) \subset V(d^H)$, т. е., объем обобщенного понятия d^0 включен в объем обобщающего понятия d^H .

Определение 6. Обобщенное понятие (класс) d^H называется реальным обобщенным понятием, если разность объемов обобщенного понятия $V(d^H)$ и обобщаемого понятия $V(d^0)$ есть не пустое множество, т. е. $V(d^H) \setminus V(d^0) \neq \emptyset$, в противном случае это обобщенное понятие будем называть виртуальным. ♦

В работе [10] были определены качественное положительное или отрицательное обобщение базового понятия по одному признаку и обобщение по нескольким признакам.

Определение 7. Содержание качественного положительного обобщенного понятия базового понятия d^0 по признаку q , $SS(d^H)$, определяется как подпространство семантического пространства SS^{FS} :

$$SS(d^H) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\min \Delta_q; \max Z_q],$$

$$SS(d^H) \subset SS^{FS}, \quad SS(d^0) \subset SS(d^H). \quad \blacklozenge$$

Пример качественного положительного обобщения базового понятия представлен на рис. 4. Здесь показано обобщение базового понятия по

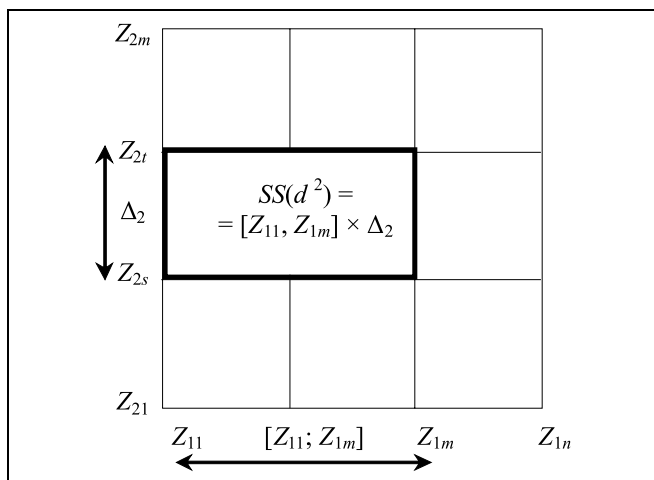


Рис. 5. Отрицательное обобщение базового понятия

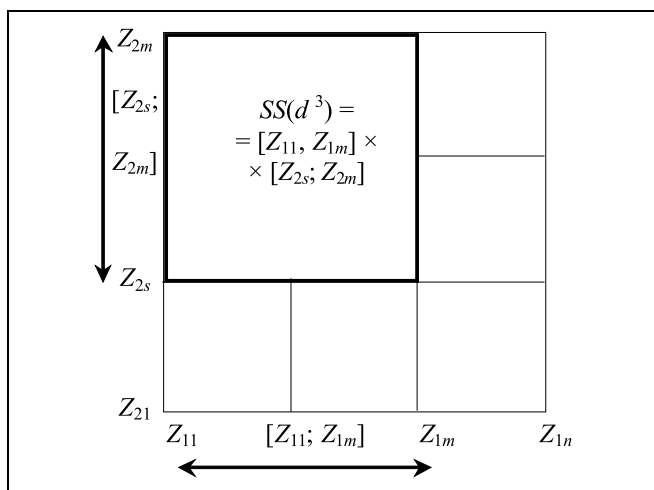


Рис. 6. Обобщение базового понятия по двум признакам

признаку Z_1 , т. е. образуется новое понятие с именем d^1 и содержанием $SS(d^1) = [Z_{1q}; Z_{1n}] \times \Delta_2$.

Определение 8. Содержание качественного отрицательного обобщенного понятия базового понятия d^0 по признаку q определяется из соотношения

$$SS(d^H) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\max \Delta_q; \min Z_q],$$

$$SS(d^H) \subset SS^{FS}, \quad SS(d^0) \subset SS(d^H). \quad \blacklozenge$$

Пример качественного отрицательного обобщения базового понятия представлен на рис. 5. Показано отрицательное обобщение базового понятия по признаку Z_1 , т. е. образуется новое понятие с именем d^2 и содержанием $SS(d^2) = [Z_{11}; Z_{1m}] \times \Delta_2$.

Определение 9. Содержание качественного обобщенного понятия базового понятия d^0 по нескольким признакам определяется из соотношения:

$$SS(d^H) = \times_{i \in A} \Delta_i \times \times_{k \in B} [\min \Delta_k; \max Z_k] \times \times_{g \in C} [\max \Delta_g; \min Z_g],$$

$$SS(d^H) \subset SS^{FS}, \quad SS(d^0) \subset SS(d^H),$$

где A — множество индексов необобщенных признаков, B — множество индексов положительно обобщенных признаков, C — множество индексов отрицательно обобщенных признаков $|A \cup B \cup C| = |F|$. $\blacklozenge$

Пример качественного обобщения базового понятия по двум признакам представлен на рис. 6. Согласно правилу обобщения базового понятия по двум признакам получаем новое понятие с именем d^6 и с содержанием $SS(d^6) = [Z_{11}; Z_{1m}] \times [Z_{2s}; Z_{2m}]$.

Рассмотрим множество всех подпространств $\{SS(d^H)\}$, $\forall H$, полученных в результате качественного положительного или отрицательного обобщения базового понятия по одному, двум и так далее признакам в семантическом пространстве SS^{FS} , $SS(d^H) \subset SS^{FS}$, $\forall H$, $H = 1, \dots, 3^N$.

Множество подпространств $\{SS(d^H)\}$ удовлетворяет свойствам рефлексивности, антисимметричности и транзитивности, для любой пары которых определены верхняя и нижняя границы [10]. В этом случае это множество подпространств образует решетку $(\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$, структурирующую семантическое пространство [10].

Определение 10. Решетку подпространств $(\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$, $\forall H$, $H = 1, \dots, 3^N$ будем называть качественным концептуальным каркасом этого семантического пространства [10]. $\blacklozenge$

Обобщенные понятия по включению подпространств образуют решетку, которая может быть представлена в виде диаграммы Хассе. Пример концептуального каркаса в виде диаграммы Хассе для рассмотренного примера показан на рис. 7.

Для рассмотренного примера с двумя признаками число обобщений базового понятия составит: по признаку Z_1 — два обобщения (положительное d^1 , отрицательное d^2); по признаку Z_2 — два обобщения (положительное d^3 , отрицательное d^4), по двум признакам Z_1 и Z_2 — четыре обобщенных понятия (положительное по признаку Z_1 и отрицательное по признаку Z_2 — d^8 ; положительное по признаку Z_1 и положительное по признаку Z_2 — d^5 ; отрицательное по признаку Z_1 и

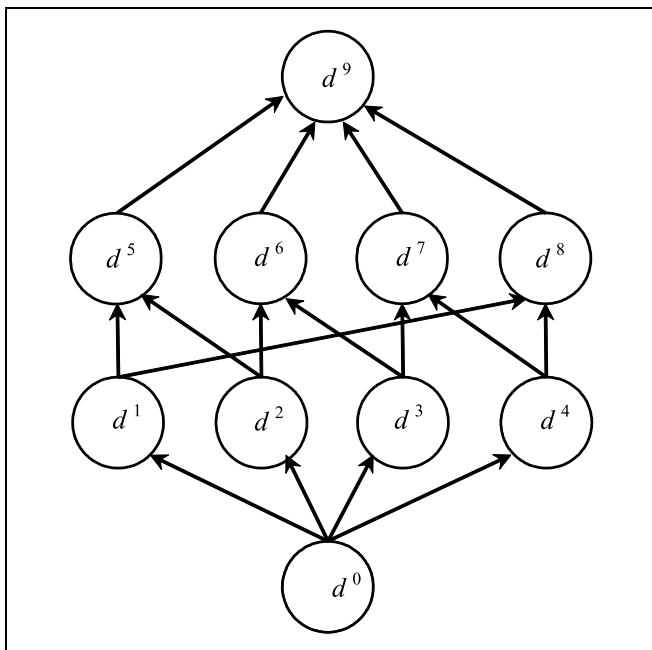


Рис. 7. Концептуальный каркас в семантическом пространстве

положительное признаку по признаку $Z_2 - d^6$; отрицательное по признаку Z_1 и отрицательное признаку по признаку $Z_2 - d^7$.

Самый верхний уровень — понятие d^9 — это самое обобщенное понятие этой предметной области, совпадающее с семантическим пространством предметной области SS^{FS} . Дуги на диаграмме Хассе означают вложение подпространств. Так, дуги между базовым понятием d^0 и понятиями d^1 , d^2 , d^3 и d^4 означают, что его содержание включено в содержание этих понятий. Соответственно, включение содержаний понятий, обобщенных по одному признаку, в содержание понятий, обобщенных по двум признакам, также показано соответствующими дугами.

Такая семантическая структура — концептуальный каркас — является идеализированной качественной онтологией предметной области, в которой построена когнитивная карта. Фактически концептуальный каркас поделит все семантическое пространство на вложенные подпространства $SS(d^H)$, для каждого из которых может быть определено имя d^H и объем $V(d^H)$, $\forall H$.

3.1. Состояние семиотической когнитивной карты

Отметим, что концептуальный каркас был построен для базового понятия d^0 , в объем которого включался конкретный объект v , имеющий вектор

значений признаков $Z(0)$. Но в этой предметной области могут быть и другие объекты v_j^H с вектором значений признаков Z_j^H , но не попадающие в область $SS(d^0)$ базового понятия, т. е. $Z_j^H \notin SS(d^0)$, $Z_j^H \in SS^{FS}$. Такие объекты попадают в область обобщенных понятий, $Z_j^H(t) \in SS(d^H)$, имеют имя d^H и объем $V(d^H) = \{Z(0), Z_j^H\}$, и, строго говоря, правила вывода $\langle W_j^H, Z_j^H(t+1) \rangle$ для этих объектов (ситуаций) могут не совпадать с правилом вывода для объектов из базового класса d^0 , т. е. $\langle W_j^H, Z_j^H(t+1) \rangle \neq \langle W, Z(t+1) \rangle$.

Ранее было сделано допущение 1, согласно которому все объекты базового класса имеют одно и то же правило вывода $\langle W, Z(t+1) \rangle$. Теперь сделаем такое же допущение для объектов, попадающих в класс обобщенных состояний.

Допущение 2. Множество ситуаций с состояниями $Z_j^H \in SS(d^H)$, принадлежащие объему обобщенного понятия (классу состояний), имеют одинаковое правило вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$, т. е. $\langle W_j^H, Z_j^H(t+1) \rangle = \langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$, $\forall j$. ♦

Определение 11. Правило вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$ будем называть правилом вывода обобщенного понятия d^H , которое справедливо для всех ситуаций или объектов v_j^H с состоянием Z_j^H , $\forall j$, принадлежащих разности объемов обобщенного $V(d^H)$ и необобщенного понятия $V(d^0)$, т. е., $Z_j^H \in V(d^H) \setminus V(d^0)$. ♦

Тогда семиотическая когнитивная карта определится кортежем:

$$\langle d^H, SS(d^H), V(d^H), F, Z, \langle W^H, Z^H(t+1) \rangle \rangle, \forall H, \quad (4)$$

где $H = 0, \dots, 3^N$, d^H — имя, $SS(d^H) \in (\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$ — содержание, $V(d^H)$ — объем, $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$ — правило вывода для обобщенного класса состояний.

В отличие от определения (3) в определении (4) базовое понятие $\langle d^0, SS(d^0), V(d^0) \rangle$ ($SS(d^0) \subset SS(d^H)$, $\forall H$), исходная ситуация с состоянием $Z(0)$, ($V(d^0) = \{Z(0)\}$) стали частью структурированной понятийной системы, в которой появилось множество других имен обобщенных понятий (классов состояний) d^H , с содержанием $SS(d^H)$ и объемом $V(d^H)$, $\forall H$ (по сути это новые знаки), связан-

ных с базовым классом состояний отношением «род — вид».

С позиций прикладной семиотики это означает, что кроме исходного семиотического описания объекта управления, заданного в виде знака кортежем (3), в предметной области существует множество других, обобщенных описаний, представленных другими знаками: $\langle d^H, SS(d^H), V(d^H) \rangle$, правилом вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$, структурированных в качественном концептуальном каркасе предметной области.

Определение 12. Состоянием семиотической когнитивной карты будем называть описание ситуации кортежем (4) для конкретного значения уровня обобщения H . ♦

Например, при $H = 0$ имеет место начальное описание ситуации с кортежем (2).

Поясним сказанное на простом (без строгой формализации) примере вербального описания ситуации конфликта в семье: «Жена желает приобрести собаку, но муж против этого». Описание этой ситуации может быть представлено в виде сети знаков, в виде некоторой семантической сети, узлами которой будут имена знаков: жена, муж и собака. Заданы также и отношения между этими знаками (желает приобрести и против приобретения). Рассмотрим один из знаков этой семиотической системы: собаку. В терминах концептуального каркаса, на первом уровне обобщения этого знака (собака это вид домашних животных) описание конфликта будет выглядеть так: «Жена желает приобрести домашнее животное, но муж против этого». Это описание будет новым состоянием семиотической системы. В этом случае в сети знаков знак «собака» заменен знаком «домашние животные». Отношения между узлами не изменились.

Теперь обратимся к определению 11, согласно которому новые правила вывода (возможно разрешающие конфликт) могут быть определены для объектов из разности объемов обобщенного и не обобщенного понятия. Разностью объемов понятия «домашние животные» за исключением объема базового понятия — «собака» может быть, например, «кошка». Тогда описание ситуации может выглядеть так: «Жена желает приобрести кошку, и муж не против этого». Это описание уже неконфликтно и, следовательно, основано на других правилах вывода. Конечно, не обязательно «муж» изменит свое отношение к домашним животным — это вопрос его личных оценок ситуации, и он будет рассмотрен далее.

Не любое из 3^N возможных состояний могут быть верными в семиотическом описании (объекта) ситуации. Для определения возможных состо-

яний семиотической когнитивной карты и возможных переходов между состояниями в данной предметной области определим метазнак, который реализует активность семиотической системы.

4. МЕТАЗНАК, УСЛОВИЯ АКТИВНОСТИ

Под метазнаком в настоящей работе понимается управляющая система, оценивающая текущее состояние знака и предлагающая действия, направленные на изменение этого знака. По сути, метазнак реализует правила M_{FS} смены формальной системы FS .

В нашем случае изменение состояния семиотической когнитивной карты, согласно определению 12, заключается в замене описания ситуации базовым понятием $\langle d^0, SS(d^0), V(d^0) \rangle$ на обобщенное описание понятием $\langle d^H, SS(d^H), V(d^H) \rangle$. Естественно, что такое обобщение возможно в рамках концептуального каркаса предметной области с учетом отношений «род — вид» между разными классами состояний.

Рассмотрим правила смены состояний когнитивной карты семиотического типа.

4.1. Правила смены состояния семиотической когнитивной карты

Правила смены состояния основаны на правилах формальной системы P , которые ранее были определены парой $P = \langle W^0, Z^0(t+1) \rangle$. Правила W^0 , связывающее различные вектора значений признаков и уравнение динамики $Z^0(t+1) = W^0 \circ Z^0(t)$ были описаны при формальном определении когнитивной карты в § 2.

При определении правил смены состояния семиотической когнитивной карты считается, что если в векторе состояния $Z(t)$, $\forall t$, значение хотя бы одного признака z_q вышло за пределы базового понятия $SS(d^0) = \times_i \Delta_i$, $z_q \in Z(t)$, $z_q \notin SS(d^0)$, то изменяется состояние семиотической когнитивной карты.

Изменение состояния семиотической когнитивной карты, согласно ее определению кортежем (4) и определению 12, означает изменение: имени — $d^0 \rightarrow d^H$; содержания $SS(d^0) \rightarrow SS(d^H)$; объема $V(d^0) \rightarrow V(d^H)$ и правил вывода $\langle W^0, Z^0(t+1) \rangle \rightarrow \langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$.

Далее мы рассмотрим правила изменения содержания обобщенного состояния когнитивной карты, предполагая, что это изменение приведет к изменениям имени, объема и правил вывода.

Правило 1. Если значение признака $z_q \in Z(t)$ превысило максимальное значение интервала то-



лерантности этого признака, $z_q > \max \Delta_q$, то содержание обобщенного состояния определится из соотношения

$$SS(d^q) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\min \Delta; \max Z_q].$$

Иначе это правило запишем как

$$\exists z_q \in Z(t) \mid z_q \notin SS(d^0) \ \& \ z_q > \max \Delta_q \rightarrow SS(d^q) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\min \Delta; \max Z_q]. \blacklozenge$$

Например, качественное положительное обобщение базового понятия (см. рис. 6) произойдет, если при моделировании динамики системы значение $z_1(t)$ признака Z_1 превысило значение верхней границы интервала толерантности $\Delta_1 = [Z_{1q}; Z_{1m}]$, т. е. $z_1(t) > z_{1m}$. Тогда, согласно правилу смены семиотической системы, происходит обобщение базового понятия по признаку Z_1 , т. е. образуется новое понятие с именем d^1 и содержанием $SS(d^1) = [Z_{1q}; Z_{1n}] \times \Delta_2$ и объемом $V(d^1) = \{Z(t+1)\}$, $Z(t+1) = (z_{1m}, z_{2r})$, $z_{2r} \in \Delta_2$.

Правило 2. Если значение признака $z_q \in Z(t)$ меньше минимального значения интервала толерантности этого признака, $z_q < \min \Delta_q$, то содержание обобщенного состояния определится из соотношения:

$$SS(d^q) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\max \Delta_q; \min Z_q].$$

Иначе это правило запишется как

$$\exists z_q \in Z(t) \mid z_q \notin SS(d) \ \& \ z_q < \min \Delta_q \rightarrow SS(d^q) = \times_{i \neq q} \Delta_i \times [\max \Delta_q; \min Z_q]. \blacklozenge$$

Например (см. рис. 7), если при моделировании значение признака Z_1 , $z_1(t+1)$ стало меньше значения нижней границы интервала толерантности $\Delta_1 = [Z_{1q}; Z_{1m}]$, т. е. $z_1(t) < z_{1q}$, то согласно правилу смены семиотической системы происходит отрицательное обобщение базового понятия по признаку Z_1 , т. е. образуется новое понятие с именем d^2 и содержанием $SS(d^2) = [Z_{11}; Z_{1m}] \times \Delta_2$.

Представим вектор значений признаков в некоторый момент времени t в виде:

$$Z(t) = Z_A(t) \cup Z_B(t) \cup Z_C(t),$$

где $Z_A(t)$ — часть вектора состояния, содержащего элементы $z_i(t)$, значения которых не пересекли границ интервалов толерантности, т. е. $z_i(t) \in \Delta_i$, $i \in A$, где A — множество индексов элементов $Z_A(t)$; $Z_B(t)$ — часть вектора состояния, содержа-

щего элементы $z_k(t)$, значения которых больше верхней границы их интервалов толерантности, т. е. $z_k(t) > \max \Delta_k$, $k \in B$, где B — множество индексов элементов $Z_B(t)$; $Z_C(t)$ — часть вектора состояния, содержащего элементы $z_g(t)$, значения которых меньше нижней границы их интервалов толерантности, т. е. $z_g(t) < \min \Delta_g$, $g \in C$, где C — множество индексов элементов $Z_C(t)$.

Правило 3. Если в векторе значений признаков есть множества признаков значения, которых: $z_i \in \Delta_i$, превысили максимальное значение $z_k > \max \Delta_k$, меньше минимального значения $z_g < \min \Delta_g$ интервалов толерантности этих признаков, то содержание обобщенного состояния определится из соотношения

$$SS(d^q) = \times_{i \in A} \Delta_i \times_{k \in B} [\min \Delta_k; \max Z_k] \times_{g \in C} [\max \Delta_g; \min Z_g].$$

Иначе это правило запишем в виде

$$\exists Z_A^*(t+1) = \{z_i(t+1) \mid z_i(t+1) \in \Delta_i, i \in A \ \&$$

$$\exists Z_B^+(t+1) = \{z_k(t+1) \mid z_k(t+1) > \max \Delta_k, k \in B \ \&$$

$$\exists Z_C^-(t+1) = \{z_g(t+1) \mid z_g(t+1) < \min \Delta_g, g \in C \rightarrow$$

$$SS(d^q) = \times_{i \in A} \Delta_i \times_{k \in B} [\min \Delta_k; \max Z_k] \times_{g \in C} [\max \Delta_g; \min Z_g]. \blacklozenge$$

Например, рассмотрим качественное обобщение базового понятия по двум признакам (рис. 6). Здесь значение $z_1(t+1)$ признака Z_1 стало меньше значения нижней границы интервала толерантности $\Delta_1 = [Z_{1q}; Z_{1m}]$, т. е. $z_1(t+1) < z_{1q}$, а значение признака Z_2 стало больше интервала толерантности $z_2(t+1) > z_{2r}$. Тогда, согласно правилу обобщения базового понятия по двум признакам, получаем новое понятие с именем d^3 и с содержанием $SS(d^3) = [Z_{11}; Z_{1m}] \times [Z_{2s}; Z_{2m}]$.

Правило 3 — это общее правило смены состояния, будем обозначать его R_{ch} . Оно позволяет представить любое состояние динамической системы, заданное вектором значений признаков $Z(t) \in SS^{FS}$, $\forall t$, в виде знака концептуального каркаса предметной области, заданное уже тройкой: $\langle d^H, SS(d^H), V(d^H) \rangle$, где $SS(d^H) \in (\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$, $Z(t) \in V(d^H)$.

Таким образом, правило R_{ch} указывает на новый обобщенный класс состояний, элементы объема которого $Z_j^H \in V(d^H)$, $\forall j$ могут принадлежать другой формальной системе $FS(t)$. Динамичес-

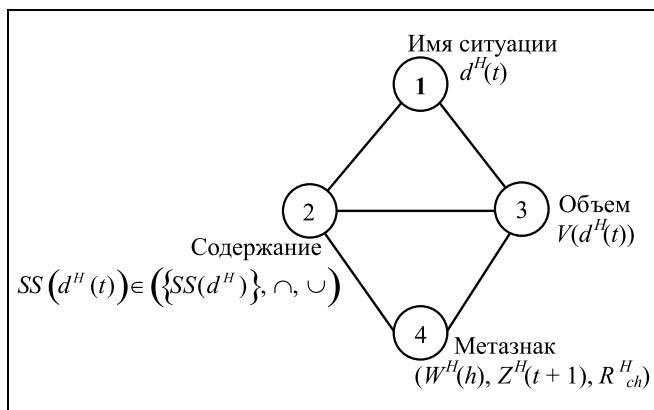


Рис. 8. Динамическая семиотическая когнитивная карта

кую семиотическую когнитивную карту определим кортежем

$$\langle d^H(t), SS(d^H(t)), V(d^H(t)), F, Z, \langle W^H(t), Z^H(t+1) \rangle, R_{ch} \rangle, \quad (5)$$

где $H = 0, \dots, 3^N$, $d^H(t)$ — имя, $SS(d^H(t)) \in (\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$ — содержание, $V(d^H(t))$ — объем, $\langle W^H(t), Z^H(t+1) \rangle$ — правило вывода для обобщенного класса состояний в некоторый момент времени t , R_{ch} — правило смены состояния семиотической системы.

Этот кортеж определяет динамическую когнитивную карту семиотического типа, поскольку правила вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$ определяют новые значения признаков $Z(t)$, а правило смены состояний семиотической системы R_{ch} определяет ее новые состояния в разные моменты времени в виде знака $\langle d^H(t), SS(d^H(t)), V(d^H(t)) \rangle$.

На рис. 8 схематично показана динамическая семиотическая когнитивная карта, соответствующая кортежу (5). В вершине «Содержание» определен концептуальный каркас — как множество вложенных подпространств $(\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$ — и текущее содержание $SS(d^H(t))$ обобщенного понятия, в вершине «Имя ситуации» определено имя $d^H(t)$, соответствующее подпространству $SS(d^H(t))$ концептуального каркаса, и в вершине «Объем» $V(d^H(t))$ определен объем обобщенных понятий с именем $d^H(t)$, $\forall H$. В вершине «Метазнак» заданы множество правил вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$ для каждого из обобщенных понятий d^H и правило смены состояния семиотической системы R_{ch} .

Три вершины «Содержание», «Имя ситуации» и «Объем» связаны семиотическими отношениями. Это означает, что элементы множеств, определенных в этих вершинах: различные имена, содержания и объемы, образуют знак. Один из этих знаков в концептуальном каркасе точно определен — это начальное состояние или базовое понятие, для которого определено имя — d^0 , содержание — $SS(d^0)$, объем — $V(d^0)$ и правила вывода — $\langle W, Z(t+1) \rangle$. Для остальных обобщенных понятий концептуального каркаса, которые также представляются знаками, точно определены только их содержание.

Далее считаем, что методы определения имен, объема и правил вывода для обобщенных понятий концептуального каркаса существуют, и будем рассматривать семиотические когнитивные карты на абстрактном уровне.

4.2. Интерпретирующий концептуальный каркас

Определение семиотической когнитивной карты (5) дано для общего случая. Считается, что любое обобщенное состояние определяется именем, содержанием, объемом и правилами вывода, отличными от имени, содержания, объема и правил вывода базового понятия.

Однако интерес представляет случай, когда для разных семиотических состояний $\langle d^H, SS(d^H), V(d^H) \rangle$ правила вывода $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle$ остаются неизменными, например, это может быть правило базового понятия, т. е. $\langle W^H, Z^H(t+1) \rangle = \langle W, Z(t+1) \rangle$, $\forall H$.

В этом случае часть концептуального каркаса, обобщенные понятия которого имеют общее правило вывода, образуют интерпретирующий концептуальный каркас для этого правила.

Определение 13. Интерпретирующим концептуальным каркасом называется часть (подрешетка) $(\{SS(d^{H*})\}, \cap, \cup)$ полного концептуального каркаса (полной решетки подпространств семантического пространства) $(\{SS(d^H)\}, \cap, \cup)$, $\{SS(d^{H*})\} \subseteq \{SS(d^H)\}$, $\forall H$, в каждом из подпространств, определяющих содержание $SS(d^{H*})$, имя d^{H*} и объем $V(d^{H*})$ класса ситуаций, выполняется одно и то же правило вывода $\langle W, Z(t+1) \rangle$, а разности объемов обобщенного и необобщенного классов ситуаций $(d^{H*} = V(d^H)/V(d^q)) \neq \emptyset$, $d^q r_1 d^{H*}$ не пустое множество, т. е. определен денотат для каждого обобщенного понятия. ♦

Поясним это определение на простом примере. Пусть задана семиотическая когнитивная карта кортежем (2), определены два признака X и Y , их значения на интервале $z_y, z_x \in [0, 1]$, определено базовое понятие $SS(d^0) = [z_{11}, z_{12}] \times [z_{21}, z_{22}]$.

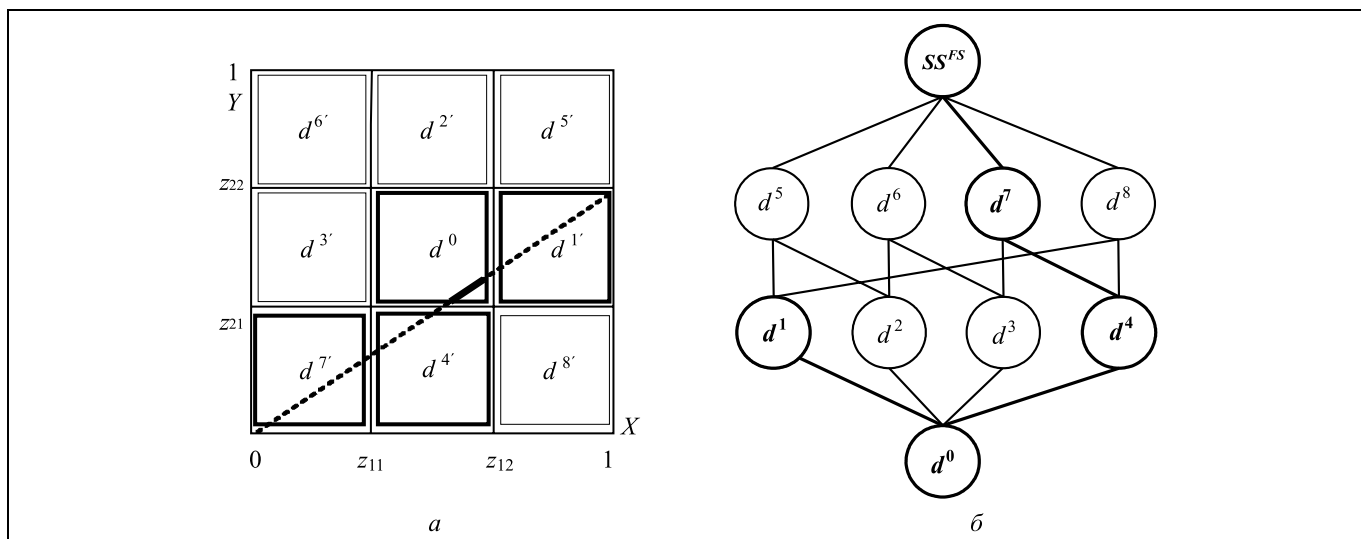


Рис. 9. Представление когнитивной карты (а) в семантическом пространстве и интерпретирующий концептуальный каркас (б) для зависимости признаков (6)

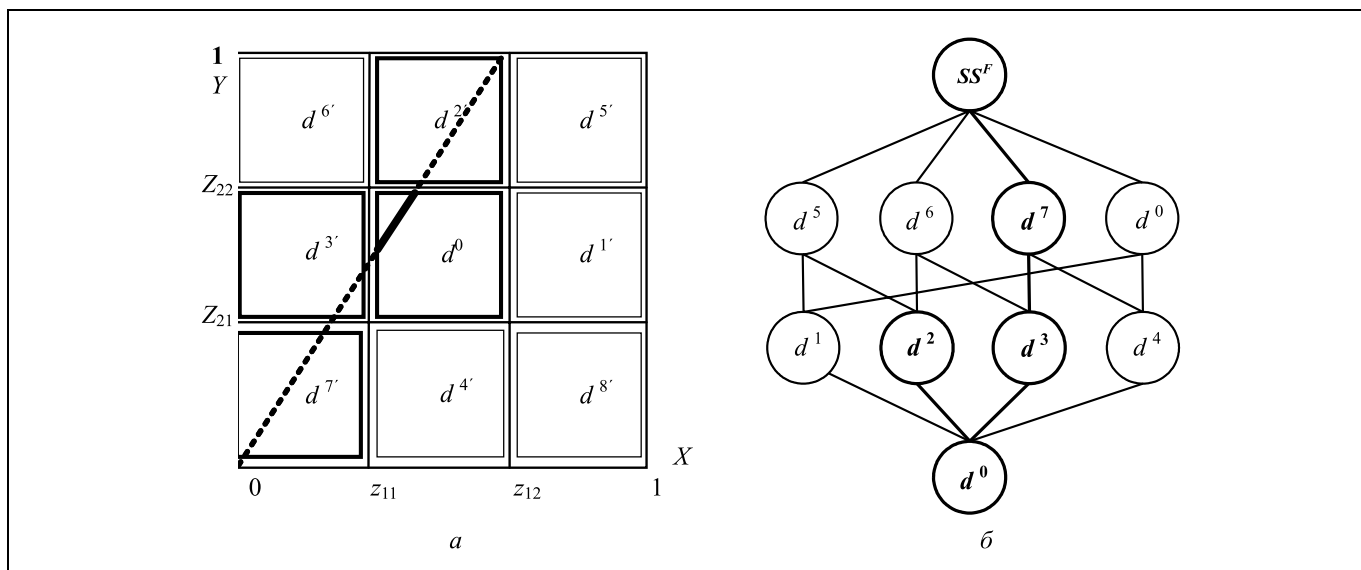


Рис. 10. Представление когнитивной карты (а) в семантическом пространстве и интерпретирующий концептуальный каркас (б) для зависимости признаков (7)

Пусть два эксперта задают правила вывода для базового понятия d^0 , которые записываются уравнениями

$$z_y = 0,67z_x, \quad (6)$$

$$z_y = 1,5z_x, \quad (7)$$

где $z_y \in [z_{21}, z_{22}]$, $z_x \in [z_{11}, z_{12}]$.

В когнитивном моделировании принято, что линейная аппроксимация зависимости признаков для базового понятия справедлива во всей области

определения значений признаков, т. е. $z_y \in [0,1]$, $z_x \in [0,1]$.

Представление этих когнитивных карт в семантическом пространстве, поделенном на вложенные подпространства, определяющие содержание обобщенных понятий концептуального каркаса, показано на рис. 9, а и 10, а. Подпространства семантического пространства обозначены как d^0 и $d^{1'}-d^{8'}$. В работе [10] подпространства $d^{1'}-d^{8'}$ были определены как разности содержаний обобщен-

ного и необобщенного понятий, например, для рис. 4–6, эти подпространства определяются из соотношений: $d^{1'} = SS(d^1)/SS(d^0)$, $d^{2'} = SS(d^2)/SS(d^0)$, $d^{6'} = SS(d^6)/SS(d^0) \cup d^{3'} \cup d^{2'}$. Показано, что если значения функции зависимости признаков (например, 6) попадают в подпространства $d^{1'}-d^{8'}$, то обобщенные понятия d^1-d^8 будут включены в интерпретирующий концептуальный каркас, соответствующий этой зависимости [10].

На рис. 9, б показан интерпретирующий концептуальный каркас, в который включены только те обобщенные понятия (d^0, d^1, d^4, d^7), подпространства (d^0, d^1, d^4, d^7) которых пересекают график функции (6) (см. рис. 9, а), а на рис. 10, б — интерпретирующий каркас для зависимости между признаками (7) (см. рис. 10, а), который включает в себя обобщенные понятия (d^0, d^2, d^3, d^7).

Сравнивая концептуальные каркасы, представленные на рис. 9, б и 10, б, видим, что разные зависимости признаков порождают разные интерпретирующие концептуальные каркасы.

Здесь возникает естественный вопрос: «Какая из зависимостей (6) или (7) верна?». Согласно определению 13, это будет та зависимость, в концептуальном каркасе которой для всех обобщенных понятий существует объект реального мира — денотат.

Фактически содержания $SS(d^{H*})$ обобщенных понятий интерпретирующего концептуального каркаса определяют подпространства значений признаков реального объекта (или его состояний) — денотата, существование которого подтверждает правильность правил вывода когнитивной карты. В этом смысле интерпретирующий каркас полезен для верификации когнитивной карты, поскольку явным образом определяет свойства возможного денотата.

С учетом интерпретирующего концептуального каркаса перепишем кортеж (5) в виде:

$$\langle d^{H*}(t), SS(d^{H*}(t)), V(d^{H*}(t)), F, Z, \langle W, Z(t+1) \rangle, R_{ch} \rangle. \quad (8)$$

Определение 14. Описание динамической ситуации, заданное кортежем (8), будем называть семиотической когнитивной картой или когнитивной картой семиотического типа. ♦

Здесь, в отличие от определения (5) концептуального каркаса всей предметной области для множества возможных правил вывода в этой области, определен интерпретирующий концептуальный каркас ($\{SS(d^{H*})\}, \cap, \cup$) для конкретного набора правил вывода $\langle W, Z(t+1) \rangle$.

В отличие от классического определения когнитивной карты (см. Введение к статье [1]) как множества признаков ситуации, для значений которых определены причинно-следственные отношения, заданные взвешенным графом, в определении (8) появилась «надстройка» в виде интерпретирующего концептуального каркаса. Теперь любое состояние ситуации, заданное вектором значений признаков, можно представлять в виде знака, заданного тройкой: имя, содержание, объем. Это позволяет снять проблему интерпретации результатов когнитивного моделирования, а также решить и проблему верификации когнитивной карты.

В методологии когнитивного моделирования определены методы построения, параметризации когнитивных карт, их анализа и принятия решений [9]. Все эти методы применяются и для построения семиотических когнитивных карт. Специфическим элементом семиотической когнитивной карты является интерпретирующий концептуальный каркас, алгоритм построения которого будет рассмотрен далее.

5. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРПРЕТИРУЮЩЕГО КОНЦЕПТУАЛЬНОГО КАРКАСА ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

В данном параграфе предлагается конструктивный метод определения интерпретирующего концептуального каркаса семиотической когнитивной карты.

Итак, задана когнитивная карта семиотического типа кортежем (5). Знания о предметной области W , которые в общей постановке определены как множество правил продукций, аппроксимируются линейными зависимостями и представляются матрицей смежности W , $w_{ij} \in W$, $w_{ij} \in [-1, 1]$, элементы которой есть коэффициенты линейной зависимости значений признаков.

В качестве правила вывода для вычисления прогнозов развития ситуаций применяют метод независимого вычисления положительных и отрицательных влияний в когнитивной карте с помощью положительно определенной матрицы смежности [11]. Матрица смежности $W_{n \times n}$, $w_{ij} \in W_{n \times n}$, $w_{ij} \in [-1, 1]$, представляется матрицей $W_{2n \times 2n}$ по правилу:

$$\text{если } w_{ij} > 0, \text{ то } w_{2i-1, 2j-1} = w_{2i-1, 2j} = w_{ij};$$

$$\text{если } w_{ij} < 0, \text{ то } w_{2i, 2j-1} = w_{2i-1, 2j} = -w_{ij};$$

где $w_{2i-1, 2j}$, $w_{2i, 2j-1}$, $w_{2i-1, 2j-1}$, $w_{2i, 2j} \in W_{2n \times 2n} \in [0, 1]$.

Входной вектор $Z(0)$ и вектор прогноза развития ситуации $Z(n)$ также имеют размерность $2n$, $(z_1, z_2, \dots, z_{2i-1}, z_{2i}, \dots, z_{2n-1}, z_{2n})$. Причем элементы



этого вектора с индексами $2i - 1$ характеризуют отрицательное приращение признака, а элементы с индексами $2i$ — положительное [11].

В этом случае интервалы толерантности для каждого признака $\Delta_i = [z_i(0) - \varepsilon_i; z_i(0) + \varepsilon_i]$, определяющие содержание базового понятия, также будут представлены векторами размерности $2n$, т. е. вектор интервалов толерантности будем представлять в виде: $TL = (Tl_1, \dots, Tl_i, \dots, Tl_n)$, где $Tl_i = (\varepsilon_{2i-1}; \varepsilon_{2i})$, $\forall i, i = 1, \dots, n$, где $\varepsilon_{2i-1} > 0$ — положительные и $\varepsilon_{2i} > 0$ — отрицательные отклонения до границы интервала толерантности признака i .

Для вычисления прогнозных значений приращений признаков применяется правило *max-product* [11]:

$$Z(t+1) = Z(t) \circ W,$$

где $\circ$ — правило вычисления элементов вектора прогноза — $z_i(t+1) = \max_r z_r(t) w_{ri}$, $z_i(t+1) \in Z(t+1)$; $z_r(t) \in Z(t)$, $r = 1, 2, \dots, n$.

Задача заключается в нахождении интерпретирующего концептуального каркаса предметной области $\langle d^{H*}, (\{SS(d^{H*})\}, \cap, \cup), V(d^{H*}) \rangle$ с учетом причинно-следственных зависимостей значений признаков, определенных правилами вывода $\langle W, Z(t+1) \rangle$.

Нахождение такого концептуального каркаса представлено в виде следующего алгоритма.

Шаг 1. Вычисляем транзитивное замыкание матрицы смежности $W_{2n \times 2n}$:

$$\hat{W} = \bigvee_{i=1}^n W^i.$$

Шаг 2. Вычисляем матрицу прогноза развития ситуации из соотношения $Z(n) = E_n \hat{W}$. Здесь E_n — единичная матрица, $e_{ii} = 1$, $e_{ij} \in E_n$, $Z(n)$ — матрица прогноза размерностью $2n \times 2n$. Строки матрицы $Z(n)$ определяют установившиеся значения всех признаков, по сути это прогноз $Z_i = (z_1, \dots, z_n)$ при условии, что на i -й фактор будет подано приращение $z_i = 1$, т. е. в уравнении прогноза $Z(n) = Z(0) \circ \hat{W}$ начальный вектор $Z(0) = (0, \dots, z_i, \dots, 0)$, $\forall i$.

Шаг 3. В матрице прогнозе $Z(n)$ определяются все признаки, значения которых вышли за пределы области толерантности базового понятия. Для этого используется удвоенный вектор интервалов толерантности $TL = (Tl_1, \dots, Tl_i, \dots, Tl_n)$, $\forall i$. Получаем новую матрицу W^* , в которой представлены все признаки, установившиеся прогнозные значения которых вышли за пределы интервала толе-

рантности. Это квадратная матрица, значения которой определяются с помощью правила:

$$w_{i2j-1}^* = \begin{cases} 1, & \text{если } z_{i2j-1} > \varepsilon_{2j-1}, \\ 0, & \text{если } z_{i2j-1} < \varepsilon_{2j-1}, \end{cases}$$

$$\text{и } w_{i2j}^* = \begin{cases} -1, & \text{если } z_{i2j} < \varepsilon_{2j}, \\ 0, & \text{если } z_{i2j} > \varepsilon_{2j}, \end{cases} \quad (9)$$

где $\varepsilon_{2i-1}, \varepsilon_{2i} \in Tl_i, \forall i$.

Шаг 4. Определяем множество всех входных воздействий. Входные воздействия — это вектор $Z(0) = (e_1, \dots, e_n)$, где $e_i \in \{-1, 0, 1\}$. По сути, элементы этого вектора принимают максимально возможные приращения значений, -1 и 1 — максимальные отрицательное (по модулю) и положительное приращения, 0 — отклонений нет. Определим множество всех возможных входных воздействий $Z^*(0) = \{Z_k(0)\}$, где $Z_k(0)$ — всевозможные векторы входных воздействий, $|Z^*(0)| = 3^N$, N — число признаков, $k = 1, \dots, 3^N$.

Шаг 5. Вычисляем состояния понятийной системы по правилу:

$$Z_k^* = Z_k(0) \circ W^*,$$

где $Z_k(0)$ — вектор входных воздействий, Z_k^* — вектор, элементы которого принимают значения из множества $\{-1, 0, 1\}$, что отражает их выходы за пределы интервалов толерантности признаков. По сути, Z_k^* — это состояние понятийной системы, которое указывает на ту область семантического пространства, в которую система перейдет, если на ее вход подать начальный вектор $Z_k(0) \in Z^*(0)$.

Элементы вектора Z_k^* вычисляются по правилу агрегации следующим образом:

$$z_j^* = \bigcirc_{r=1}^n z_r w_{rj}^*.$$

Правило вычисления значений z_j^* приведено в табл. 1. В первой строке и столбце представлены возможные значения произведения $z_r w_{rj}^*$, а на пересечении соответствующих строк и столбцов — значения элемента z_j^* вектора Z_k^* .

Операция $\circ$

$z_r w_{rj}^*$	1	0	-1
1	1	1	?
0	1	0	-1
-1	?	-1	-1

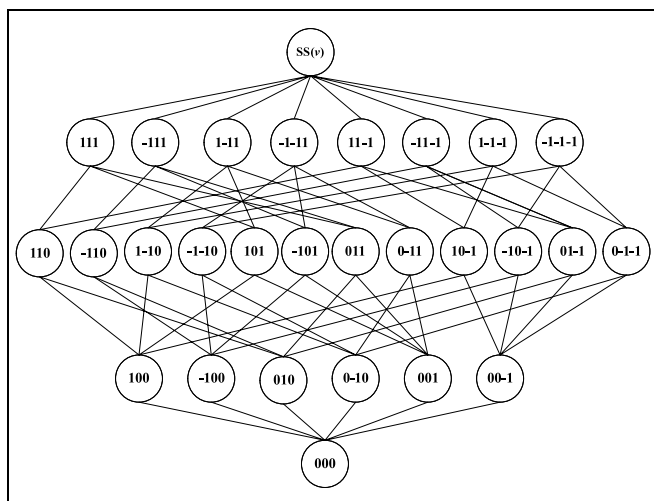


Рис. 11. Концептуальный каркас, не учитывающий зависимости признаков

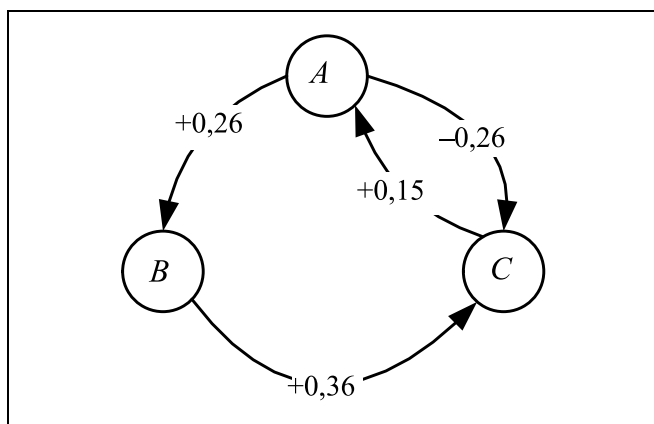


Рис. 12. Когнитивная карта

На пересечении разнополярных значений элементов агрегации z_r , w_{rj}^* стоит знак «?». В этом случае возникает противоречие и, следовательно, определить значение элемента z_j^* невозможно.

Шаг 5 выполняется для всех входных векторов из множества $Z^*(0)$, полученных на шаге 4. Таким образом, в результате выполнения этого шага получаем множество векторов $Z^* = \{Z_k^* \mid \forall k\}$. В множество Z^* не включаются вектора, содержащие хотя бы один противоречивый элемент, т. е. элемент со знаком «?».

Шаг 6. Определяется частичный порядок на множестве состояний понятийной системы Z^* , что позволяет представить его в виде диаграммы Хассе ($Z^*, \leq$). По сути, это частично упорядоченное множество определит интерпретирующий концепту-

альный каркас предметной области, в которой была построена когнитивная карта.

Поясним рассмотренный алгоритм на примере.

Пример построения интерпретирующего концептуального каркаса предметной области семиотической когнитивной карты. Пусть известны три признака A , B и C некоторого объекта v , принадлежащего некоторой предметной области. Пусть известны области определения всех признаков $Z_A = Z_B = Z_C = [0, 1]$ и определен вектор значений признаков. Пусть объект определен точкой с координатами: $v = (0,5; 0,5; 0,5)$. Определено базовое понятие этого объекта, границы которого заданы интервалами $\Delta_A = [0,25; 0,75]$; $\Delta_B = [0,25; 0,75]$; $\Delta_C = [0,25; 0,75]$. Тогда содержание базового понятия $SS(d^0)$ определится из соотношения: $SS(d^0) = \Delta_A \times \Delta_B \times \Delta_C$.

Вектор, определяющий положительные и отрицательные отклонения от текущего положения до выхода значений за пределы интервалов толерантности Δ_A , Δ_B , Δ_C , $TL = (-0,25; 0,25; -0,25; 0,25; -0,25; 0,25)$.

Если нет гипотез о возможных зависимостях между значениями признаков, то концептуальный каркас для этой когнитивной карты будет включать в себя $3^3 = 27$ элементов и иметь вид, показанный на рис. 11.

В вершинах диаграммы числами 1, -1 и 0 закодированы подпространства $SS(d^H)$. Например, значение в вершине 001 означает, что положительное обобщение получил только признак C и подпространство, определяющее содержание нового понятия, $SS(d^{001}) = \Delta_A \times \Delta_B \times [0,25; 1]$.

Пусть эксперт определил зависимости между значениями признаков. Эти зависимости выражены с помощью когнитивной карты, изображенной на рис. 12.

Транзитивное замыкание $\hat{W}$, которое совпадает с матрицей прогнозов $Z(n)$, представлено в табл. 2. С учетом вектора толерантности TL определим все значения признаков, которые в прогнозе вышли за пределы интервала толерантности, и получим новую матрицу транзитивного замыкания W^* по правилу (9) (табл. 3).

Таблица 2

Матрица прогнозов Z для когнитивной карты (см. рис. 14)

	+A	-A	+B	-B	+C	-C
A	0,014	-0,038	0,26	-0,010	0,095	-0,26
B	0,053	-0,002	0,014	-0,0005	0,36	-0,014
C	0,15	-0,006	0,039	-0,0015	0,014	-0,038

Таблица 3

Транзитивное замыкание матрицы смежности W^*

	+A	-A	+B	-B	+C	-C
A	0	0	1	0	0	-1
B	0	0	0	0	1	0
C	0	0	0	0	0	0

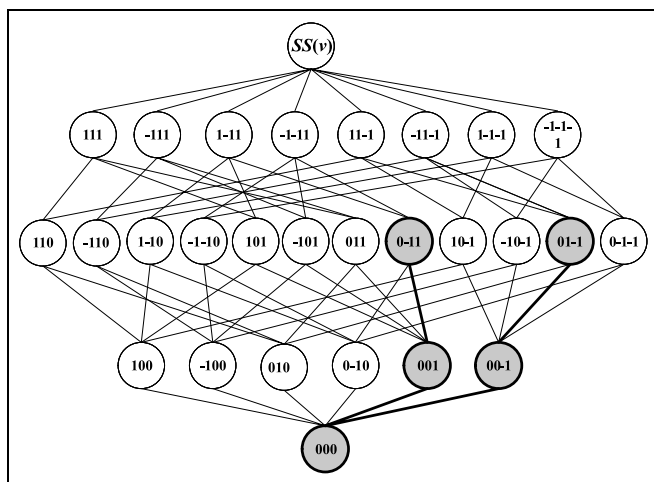


Рис. 13. Концептуальный каркас предметной области для когнитивной карты (см. рис. 10, б)

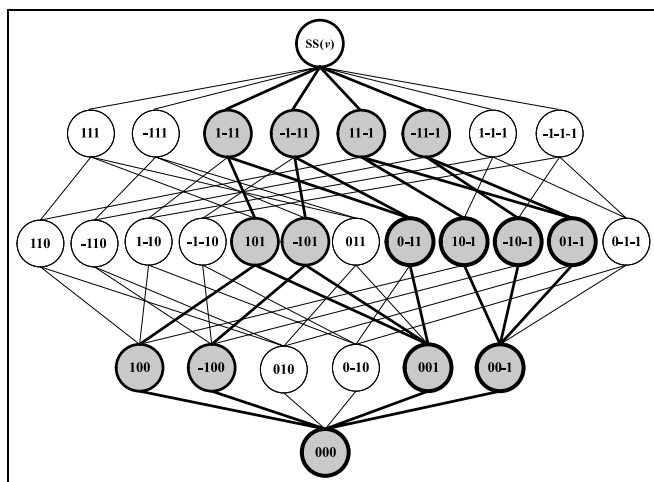


Рис. 14. Концептуальный каркас предметной области для измененной когнитивной карты

Множество всех возможных входных воздействий: $Z^*(0) = \{100, -100, 010, 0 - 10, 001, 00 - 1, -110, 1 - 0, 101, -101, 011, 0 - 11, 10 - 1, -10 - 1, 01 - 1, 0 - 1 - 1, -111, 1 - 11, -11 - 1, 1 - 1 - 1, 110, -1 - 10, 111, -1 - 11, 11 - 1, -1 - 1 - 1\}$.

Отметим, что элементы подмножества входных воздействий: $\{001, 00 - 1, 101, -101, 011, 0 - 11, 10 - 1, -10 - 1, 01 - 1, 0 - 1 - 1\}$, последний, третий элемент которых ненулевой, можно не рассматривать, поскольку третья строка матрицы W^* нулевая и произведение $z_r w_{rj}^*$ всегда будет равно нулю, т. е. $z_r w_{rj}^* = 0$, так как $w_{rj}^* = 0, \forall j$.

Элементы подмножества входных воздействий $\{110, -1 - 10\}$ дают противоречивые значения векторов состояний понятийной системы Z_k^* : $01?$, $0 - 1?$, и поэтому мы далее не рассматриваемся.

Для всех оставшихся элементов входных воздействий $Z(0)$ по правилу агрегации получаем множество непротиворечивых векторов Z^* , характеризующих возможные состояния понятийной системы: $Z^* = \{01 - 1, 0 - 11, 001, 00 - 1, 0 - 11, 01 - 1\}$.

Диаграмма Хассе интерпретирующего концептуального каркаса для этой когнитивной карты (см. рис. 9, а) показана на рис. 13.

Рассмотрим еще один случай. Увеличим вес дуги из вершины C в вершину A от 0,15 до 0,45.

Прогноз развития ситуации, представленной матрицей $Z(n)$ и транзитивным замыканием матрицы смежности W^* , представлен в табл. 4. Матрица транзитивного замыкания W^* для этого случая представлена в табл. 5.

Множество входных воздействий: $Z^*(0) = \{100, -100, 010, 0 - 10, 001, 00 - 1, -110, 1 - 10, 101, -101, 011, 0 - 11, 10 - 1, -10 - 1, 01 - 1, 0 - 1 - 1, -111, 1 - 11, -11 - 1, 1 - 1 - 1, 110, -1 - 10, 111, -1 - 11, 11 - 1, -1 - 1 - 1\}$.

Подмножество входных воздействий: $\{110, -1 - 10, 111, -1 - 11, 11 - 1, -1 - 1 - 1\}$ приводят к противоречивым векторам состояний понятийной системы: $\{01?, 0 - 1?, 1 - 1?, 11?, -11?, -1 - 1?\}$.

Остальные элементы множества входных воздействий дают непротиворечивые состояния понятийной системы: $Z^* = \{100, -100, 001, 00 - 1, 101, -101, 0 - 11, 01 - 1, 1 - 11, -1 - 11, 11 - 1, -11 - 1\}$.

Диаграмма Хассе для когнитивной карты с измененными весами показана на рис. 14. ♦

Как видно из рассмотренного примера, изменения весов когнитивной карты приводят к изменениям интерпретирующего концептуального каркаса предметной области. Это обстоятельство может быть использовано в процессах интерпретации результатов моделирования, для верификации когнитивной карты и поддержки выработки решений для управления сложными ситуациями.

Таблица 4

Транзитивное замыкание
измененной матрицы смежности

	+A	-A	+B	-B	+C	-C
A	0,040	-0,11	0,26	-0,029	0,095	-0,26
B	0,15	-0,017	0,040	-0,004	0,36	-0,039
C	0,43	-0,047	0,11	-0,012	0,040	-0,11

Таблица 5

Матрица W^* для измененной когнитивной карты

	+A	-A	+B	-B	+C	-C
A	0	0	1	0	0	-1
B	0	0	0	0	1	0
C	1	0	0	0	0	0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определены и проанализированы основные проблемы применения методологии когнитивного моделирования для принятия решений в плохо определенных динамических ситуациях, а именно, проблема интерпретации результатов моделирования, полученных с помощью грубых субъективных моделей (когнитивных карт), и проблема верификации этих моделей.

В рамках существующего теоретического базиса решить эти проблемы не удастся. Поэтому предложен иной теоретический базис когнитивного моделирования, основанный на принципах прикладной семиотики. В этом случае основным элементом для построения когнитивных карт служит знак, определенный тройкой треугольника Фреге: имя, смысл и значение для конкретных когнитивных карт.

Семиотическая когнитивная карта формально определена в семантическом пространстве предметной области как семиотическая система, имеющая имя, содержание, определенное подпространством семантического пространства предметной области, денотат — конкретную ситуацию реального мира и правила вывода, действующие в рамках содержания когнитивной карты.

Предложен метод структуризации семантического пространства на вложенные подпространства, которые образуют частично упорядоченное множество подпространств, определенных как знак: именем, содержанием, объемом и правилами вывода. Это множество подпространств называется качественным концептуальным каркасом предметной области и представляется как идеализированная качественная онтология этой области.

Показано, что в каждом подпространстве концептуального каркаса определена новая семиотическая когнитивная карта, которая является обобщением исходной когнитивной карты. Дано определение состояния семиотической когнитивной карты и определены правила смены ее состояний. Исследована зависимость структуры концептуального каркаса, определяющего родо-видовую структуру знаний о предметной области, от структуры когнитивной карты, определяющей множество причинно-следственных отношений между значениями признаков в этой предметной.

Предложен алгоритм построения интерпретирующего концептуального каркаса предметной области, направленного на поддержку процессов верификации и интерпретации причинно-следственных отношений в предметной области, заданных конкретной когнитивной картой.

Приведена абстрактная модель когнитивной карты семиотического типа, в которой строго определены содержания классов новых обобщенных состояний, но имена классов состояний и их объемов остаются не определенными. Она может стать теоретической основой нового класса систем поддержки принятия решений семиотического типа.

Имена и объемы обобщенных классов состояния могут быть определены экспертным путем или с помощью разработанных методов и алгоритмов.

Важная особенность такого класса систем поддержки принятия решений заключается в знаковом представлении результатов моделирования, что позволяет в процессах интерпретации результатов моделирования, верификации когнитивной карты, поиска управлений в качестве базы знаний для поддержки принятия решений использовать неструктурированные знания Интернет — семантического WEB'a, а также неструктурированных хранилищ знаний формата NO-SQL.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулинич А.А. Семиотические когнитивные карты. Ч. 1. Семиотический подход в информатике и управлении // Проблемы управления. — 2016. — № 1. — С. 2—10.
2. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
3. Поспелов Д.А., Осипов Г.С. Прикладная семиотика // Новости искусственного интеллекта. — 1999. — № 1. — С. 9—35.
4. Психологический словарь. — М.: Педагогика-Пресс, 1999. — 440 с.
5. Келли Дж. Теория личности. Психология личных конструктов. — СПб.: Речь, 2000. — 249 с.
6. Shepard R.N. Metric structures in ordinal data // Journal of Math. Psychol. — 1966. — Vol. 3, N 2.
7. Петренко В.Ф. Психосемантика сознания. — М.: Изд-во МГУ, 1988. — 207 с.
8. Терехина А.Ю. Методы многомерного шкалирования и визуализации данных // Автоматика и телемеханика. — 1973. — № 7. — С. 86—94.
9. Кулинич А.А. Компьютерные системы моделирования когнитивных карт: подходы и методы // Проблемы управления. — 2010. — № 3. — С. 2—16.
10. Кулинич А.А. Концептуальные каркасы онтологий слабо структурированных предметных областей // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2014. — № 4. — С. 31—41.
11. Силов В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке. — М.: ИНПРО-РЕС, 1995. — 228 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Кулинич Александр Алексеевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
✉ kulinich@ipu.ru.

ЧАСТОТНОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ БУРЕНИЯ С КОНТРОЛИРУЕМЫМ ДАВЛЕНИЕМ

В.А. Александров, М.В. Паленов, Д.В. Шатов

Исследована возможность применения частотной адаптации к процессу управления бурением с контролируемым давлением. Отмечено, что основная задача заключается в поддержании постоянного давления в затрубном пространстве при наличии в системе внешних возмущений и дрейфе ее параметров при изменении глубины скважины. Для ее решения предложено использовать частотную адаптацию, построена адаптивная система управления давлением в затрубном пространстве. Приведены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований на установке, реализующей технологию бурения с контролируемым давлением.

Ключевые слова: частотная адаптация, линеаризация, ПИД-управление, бурение, технология MPD.

ВВЕДЕНИЕ

Бурение скважин — сложная инженерная работа, требующая решения различных технических задач и построения системы управления буровой установкой. Быстрое развитие нефте- и газодобывающих отраслей промышленности стало стимулом к появлению новых и развитию существующих технологий бурения [1]. Одной из таких технологий является бурение с контролируемым давлением (Managed Pressure Drilling, MPD). В настоящей статье описывается применение алгоритма адаптации на основе конечно-частотной идентификации для решения задач, возникающих при использовании данной технологии.

В процессе бурения насос накачивает специальный раствор в бурильную колонну. Этот раствор создает давление (гидростатическое благодаря весу раствора и динамическое, создаваемое насосом) на буровое долото, которое позволяет преодолеть сопротивление породы. Главный привод вращает долото и разрушает породу. Далее, проходя через отверстия внутри долота, буровой раствор выходит в затрубное пространство и поднимается вверх по стволу скважины, унося с собой измельченную долотом породу. После выхода на поверхность раствор проходит через вибросито, которое удаляет из него частицы породы. Затем

раствор поступает в хранилище бурового раствора, из которого снова накачивается бурильным насосом в колонну.

При бурении скважин необходимо контролировать давление p_b на дне скважины (колодца). Давление следует поддерживать в строго определенных границах, называемых «окном давления». Эти границы определяются особенностями места бурения и характеристиками породы, которую необходимо пробурить.

Нижняя граница $\underline{p}_b$ допустимого давления определяется поровым давлением, т. е. давлением, под которым находится жидкость в породе. Если давление на дне колодца будет меньше порового, то из породы может начаться приток жидкости, что нежелательно. Верхняя граница $\overline{p}_b$ определяется давлением гидроразрыва породы — давлением, при котором порода растрескивается и в ней образуются разломы, что также нежелательно, так как приводит к потере бурового раствора.

Давление на дне колодца складывается из суммы действующих давлений:

$$p_b = p_H + p_p, \quad (1)$$

где $p_H = \rho gh$ — гидростатическое давление бурового раствора (давление столба жидкости), определяемое концентрацией ρ раствора и глубиной h

скважины, g — ускорение свободного падения, p_p — динамическая составляющая давления, создаваемая буровым насосом. Концентрация служит одним из расчетных параметров при проектировании скважин, изменяя ее, можно менять гидростатическое давление, но с очень высокой инерционностью, что не годится для оперативного управления давлением. Давление p_p обеспечивает циркуляцию бурового раствора, его уровень зависит от потока, создаваемого насосом. Оно является динамической величиной, с помощью которой можно регулировать давление p_b .

При реальном бурении профиль давления породы в месте бурения почти всегда отличается от теоретического и может быть существенно уже или носить трудный для бурения характер. Даже в тех случаях, когда окно давления известно, в процессе бурения можно встретить аномалию в породах, которая негативно скажется на качестве бурения. Предсказать такие аномалии очень трудно, и в таких случаях необходимо оперативно изменять давление p_b .

Для повышения качества и эффективности процесса бурения применяется технология MPD, которая сформировалась относительно недавно. Международная ассоциация бурильных подрядчиков внесла ее в список технологий бурения лишь в 2003 г. Суть ее заключается в герметизации устья скважины и установке управляемой дроссельной заслонки, контролирующей поток бурового раствора через затрубное пространство. Положение заслонки также определяет давление бурового раствора на стены скважины, при этом цель управления заключается в обеспечении некоторого заданного давления раствора. Существует два основных направления в MPD.

Одно называется «проактивное», такой тип бурения с контролируемым давлением применяется к новым скважинам, когда изначально предполагается, что будет использоваться полный набор средств для контроля давления на дне скважины. При таком подходе можно максимально использовать преимущества MPD.

Другое направление представляет «реактивное» MPD. Оно применяется к старым скважинам или к новым, но лишь на определенном этапе бурения. В этой разновидности MPD используется только механизм дроссельной заслонки, позволяющий сгладить изменения в давлении на дне скважины, возникающие из-за внешних возмущений, постепенного углубления скважины и изменений режимов работы бурильного насоса.

Опишем процесс бурения с контролируемым давлением более строго.

1. ЗАДАЧА КОНТРОЛЯ ДАВЛЕНИЯ

Уравнение (1) баланса давлений на дне колодца при «реактивном» MPD имеет вид

$$p_b = p_H + p_p + p_c, \quad (2)$$

где p_c — составляющая давления, появившаяся благодаря добавлению в систему дроссельной заслонки. Она носит динамический характер и используется для управления давлением на дне скважины.

Задача MPD заключается в поддержании давления (2) в заданных пределах: $p_b(t) \in [p_{\underline{b}}(t), \bar{p}_b(t)]$, причем она осложняется тем, что функция $p_b(t)$ измеряется с большой погрешностью и достаточно редко.

Процессы, происходящие при бурении, описываются сложными уравнениями в частных производных, коэффициенты этих уравнений нестационарные и меняются по мере увеличения глубины скважины, но зачастую их заменяют более простыми динамическими моделями невысоких порядков [2, 3]. На рис. 1 изображена схема буровой установки, реализующая реактивное MPD. Из хранилища бурового раствора бурильный насос накачивает раствор в бурильную колонну, далее раствор проходит через бурильное долото по затрубному пространству на поверхность. Устье колодца герметизировано, а весь раствор проходит через дроссельную заслонку, которая позволяет контролировать давление в затрубном пространстве.

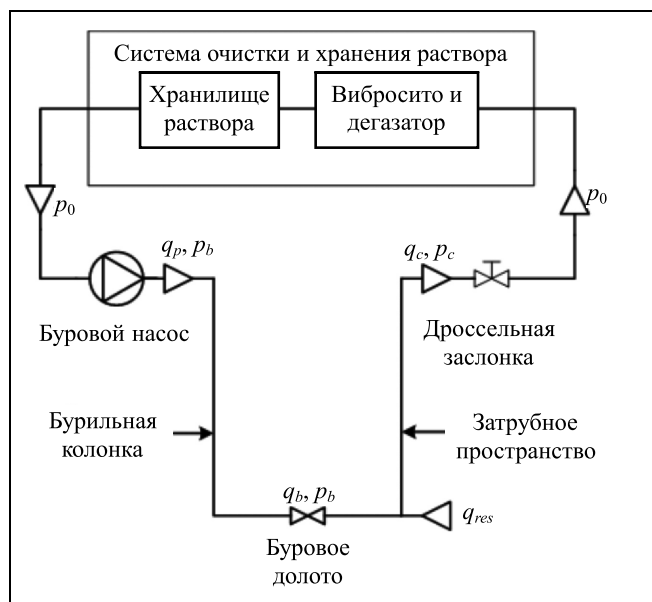


Рис. 1. Схема буровой установки с контролируемым давлением



Для буровой колонны и затрубного пространства справедливы уравнения, описывающие динамику давления в этих объемах и основанные на балансе масс:

$$\frac{V_d}{\beta_d} \dot{p}_p = q_p - q_b, \quad (3)$$

$$\frac{V_a}{\beta_a} \dot{p}_c = -\dot{V}_a + q_b + q_{res} - q_c, \quad (4)$$

где V_d — объем буровой колонны, β_d — коэффициент сжимаемости в колонне, p_p — давление, создаваемое насосом, q_p — поток через буровой насос, q_b — поток через долото, V_a — объем затрубного пространства, β_a — коэффициент сжимаемости в затрубном пространстве, p_c — давление на заслонке, q_{res} — поток из породы, q_c — поток через заслонку.

Поток через долото записывается, в силу закона сохранения импульса, как

$$(M_a + M_d) \dot{q}_b = p_p - p_c - F_d q_b^2 - F_a (q_b + q_{res})^2 + (\rho_d - \rho_a) g h_b, \quad (5)$$

где M_a и M_d — массовые коэффициенты затрубного пространства и колонны, ρ_a и ρ_d — средние плотности раствора в затрубном пространстве и колонне, F_a и F_d — коэффициенты трения в колонне и затрубном пространстве.

Уравнение потока раствора через заслонку в зависимости от ее положения:

$$q_c = k_c z_c \sqrt{\frac{2}{\rho_0} (p_c - p_0)}, \quad (6)$$

где k_c — коэффициент усиления заслонки, z_c — положение заслонки в процентах открытия/закрытия, p_0 — атмосферное давление, ρ_0 — плотность раствора при атмосферном давлении.

Давление p_b на дне скважины описывается уравнением

$$p_b = p_c + M_a \dot{q}_b + F_a (q_b + q_{res})^2 + \rho_a g h_b. \quad (7)$$

На основе подобных моделей, используя уравнение (7), строятся различные подходы к решению задачи контроля давления на дне скважины и в затрубном пространстве. Кратко рассмотрим основные из них.

В работе [4] предлагается для определения функции $p_b(t)$ воспользоваться присоединенным модифицированным фильтром Калмана. В таком

фильтре для расчетов используются не линеаризованные уравнения модели, а непосредственно нелинейные. Он называется присоединенным, поскольку в вектор состояния фильтра входят не только переменные состояния модели, но и ее параметры, содержащие неопределенность, которые оцениваются одновременно с искомыми состояниями модели.

Авторы статьи [5] предлагают использовать известную схему построения систем управления с предсказателем. Так как модель скважины описывается нелинейными уравнениями, то и для решения задачи применяется нелинейный вариант управления с предсказателем. Для управления бурением в реальном времени в статье предлагается использовать упрощенную модель скважины невысокого порядка, приводится сравнение с результатами расчетов для полной модели скважины.

В работе [6] задача поддержания $p_b(t)$ в заданных границах решается с помощью адаптивного наблюдателя [2], оценивающего неизвестные параметры модели процесса бурения скважины. Далее, используя найденные оценки, строится алгоритм адаптивного L_1 — управления.

В работе [7] для определения давления $p_b(t)$ и ряда дополнительных параметров применяется адаптивный наблюдатель. Закон управления строится в виде регулятора с переключением. Моменты переключения определяются неравенствами, куда входят дополнительные параметры наблюдателя.

Приведенный перечень работ, решающих задачу контроля давления при MPD, показывает, что применение алгоритмов адаптивного управления в данном случае логично и естественно. Один из видов адаптивного управления предполагает применение частотной адаптации [8], которая имеет определенные преимущества по сравнению с описанными алгоритмами управления. В отличие от работы [5], где для расчета выхода модели решаются уравнения в частных производных, частотная адаптация не требует больших вычислительных мощностей, и она эффективно работает в режиме реального времени. Предложенные в работах [2, 4, 6, 7] алгоритмы управления заслонкой требуют разработки сложного программного обеспечения, тогда как при частотной адаптации используется стандартный блок ПИД-управления, к которому подключен блок частотной адаптации. Благодаря этому достигается также гибкость при модификации алгоритма управления заслонкой. Далее рассматривается применение частотной адаптации для контроля давления на реальной буровой установке.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНОЙ АДАПТАЦИИ

Для реализации частотной адаптации использовалась технологическая установка для «реактивного» МРД, которое не дает всех преимуществ этой технологии, однако позволяет улучшить качество процесса бурения благодаря уменьшению влияния внешних возмущений и позволяет скомпенсировать нестационарность объекта управления, в качестве которого в экспериментах была специальная установка. Она представляла собой упрощенную, без реальной буровой вышки, систему, схема которой изображена на рис. 1. В установке отсутствовало бурильное долото и поток, создаваемый насосом, сразу подавался на дроссельную заслонку. Таким образом, вместо уравнений (3)–(5) динамику объекта можно описать одним уравнением баланса масс

$$\frac{V_a}{\beta_a} \dot{p}_c = q_p - q_c. \quad (8)$$

Оно получено отбрасыванием уравнения (5), так как в установке нет бурового долота, и объединением уравнений (3) и (4). Внешние возмущения $-\dot{V}(t)$ и $q_{res}(t)$ из уравнения (4) в экспериментальной установке отсутствуют. Функция потока через заслонку описывается уравнением связи (6). Подставив его в уравнение (8), получим дифференциальное уравнение, описывающее динамику установки:

$$\frac{V_a}{\beta_a} \dot{p}_c = q_p - k_c z_c \sqrt{\frac{2}{\rho_0}(p_c - p_0)}.$$

В насосе содержится собственная система регулирования, обеспечивающая постоянство создаваемого им потока, поэтому можно принять $q_p = \text{const}$.

$$\text{Обозначим } f(p_c, z_c) = \frac{\beta_a}{V_a} \left[q_p - k_c z_c \sqrt{\frac{2}{\rho_0}(p_c - p_0)} \right],$$

тогда

$$\dot{p}_c = f(p_c, z_c). \quad (9)$$

В установившемся режиме (после окончания переходных процессов) для некоторых достигнутых значений p_c^* и z_c^* имеем равенство $\dot{p}_c = f(p_c^*, z_c^*) = 0$.

Предположим, что возникли некоторые отклонения от установившегося положения

$$p_c(t) = p_c^* + \Delta p_c(t),$$

$$z_c(t) = z_c^* + \Delta z_c(t).$$

Подставим эти переменные в уравнение (9) и применим разложение в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} \dot{p}_c^* + \Delta \dot{p}_c &= f(p_c^*, z_c^*) + \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial p_c} \Delta p_c + \\ &+ \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial z_c} \Delta z_c + l(t). \end{aligned}$$

Пренебрегая величиной $l(t)$, которую считаем меньше Δp_c и Δz_c , и учитывая, что в установившемся режиме $\dot{p}_c = f(p_c^*, z_c^*) = 0$, получим линеаризованное уравнение модели установки

$$\Delta \dot{p}_c = \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial p_c} \Delta p_c + \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial z_c} \Delta z_c.$$

Опустив символ Δ и вводя обозначения $a = \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial p_c}$, $b = \frac{\partial f(p_c^*, z_c^*)}{\partial z_c}$, окончательно имеем

$$\dot{p}_c = ap_c + bz_c. \quad (10)$$

Уравнение (10) можно представить в виде передаточной функции с помощью преобразования Лапласа

$$p_c = \frac{k_p}{Ts + 1} z_c,$$

где $k_p = b/a$ — коэффициент усиления, а $T = 1/a$ — постоянная времени.

К полученной передаточной функции объекта управления добавим звено запаздывания, которое может встречаться в системах управления с гидравлическими составляющими. В итоге объект управления описывается уравнением

$$p_c = \frac{k_p}{Ts + 1} e^{-\tau s} z_c. \quad (11)$$

В работах [8, 9] предлагается использовать для адаптации к меняющимся во времени параметрам объекта (11) адаптивный регулятор, построенный с помощью алгоритмов конечно-частотной идентификации и позволяющий найти параметры объекта управления в условиях действия внешнего возмущения. На основе предложенных в этих работах алгоритмов был разработан и реализован настройщик систем автоматического регулирования с ПИД-регуляторами [10, 11]. Рассмотрим применение данного настройщика для управления буровой установкой.



Уравнение объекта имеет вид:

$$T^{[i]} \dot{y}(t) + y(t) = k_p^{[i]} u(t - \tau^{[i]}) + f(t),$$

$$t^{[i]} \leq t < t^{[i+1]},$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N-1,$$

где $y(t) = p_c(t)$ — измеряемый выход объекта, $u(t) = z_c(t)$ — управляющее воздействие, $f(t)$ — неизвестное ограниченное внешнее возмущение, действующее на объект, i — номер режима работы объекта (их число равно N). Числа $k_p^{[i]}$, $T^{[i]}$, $\tau^{[i]}$ — параметры объекта управления, которые изменяются в момент времени $t^{[i]}$ и сохраняют свои значения на интервалах времени $t^{[i]} \leq t < t^{[i+1]}$, которые достаточно велики. Режимам работы такого объекта соответствуют различные установившиеся значения p_c^* и z_c^* , около которых проводится линеаризация.

ПИД-регулятор описывается уравнением:

$$g^{[i]} \dot{u}(t) + u(t) = k_c^{[i]} \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i^{[i]}} \int_0^t \varepsilon(t) d\tilde{t} + T_d^{[i]} \dot{\varepsilon}(t),$$

$$\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t), \quad (12)$$

где $g^{[i]}$, $k_c^{[i]}$, $T_i^{[i]}$, $T_d^{[i]}$ — коэффициенты ПИД-регулятора, $y^*(t)$ — задающее воздействие (уставка), $\varepsilon(t)$ — ошибка слежения. Параметры регулятора рассчитываются, исходя из модели объекта, и также остаются постоянными для каждого режима работы объекта.

Для сохранения системой устойчивости и поддержания требуемого качества регулирования при изменении параметров объекта требуется соответствующее изменение коэффициентов регулятора.

Настройщик служит для идентификации коэффициентов модели объекта и вычисления коэффициентов регулятора (12). Для работы настройщика используются те же сигналы $u(t)$ и $y(t)$, что и в процессе идентификации. Кроме того, для проведения идентификации необходимо на вход регулятора подавать испытательный сигнал.

Работа настройщика построена следующим образом. К ошибке слежения, подаваемой на вход регулятора, добавляется испытательный сигнал, в результате она принимает вид:

$$\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t) + v(t),$$

где $v(t)$ — сигнал вида:

$$v^{[i]}(t) = \rho_1^{[i]} \sin(\omega_1^{[i]} t) + \rho_2^{[i]} \sin(\omega_2^{[i]} t),$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N-1,$$

где $\omega_k^{[i]} = \frac{k}{2T}$, $k = 1, 2$ — частоты испытательного сигнала, $\rho_k^{[i]}$, $k = 1, 2$ — амплитуды испытательного сигнала, выбираемые из условия $\rho_1 + \rho_2 < \eta y^*$, где η — положительное число.

В настройщик поступают сигналы управления с регулятора и выход объекта, они проходят через фильтры Фурье:

$$a_{yk}^{[i]} = \frac{2}{\rho_k^{[i]} t_f} \int_{T_F}^{T_F + t_f} y(t) \sin(\omega_k^{[i]} t) dt$$

$$b_{yk}^{[i]} = \frac{2}{\rho_k^{[i]} t_f} \int_{T_F}^{T_F + t_f} y(t) \cos(\omega_k^{[i]} t) dt,$$

$$a_{uk}^{[i]} = \frac{2}{\rho_k^{[i]} t_f} \int_{T_F}^{T_F + t_f} u(t) \sin(\omega_k^{[i]} t) dt$$

$$b_{uk}^{[i]} = \frac{2}{\rho_k^{[i]} t_f} \int_{T_F}^{T_F + t_f} u(t) \cos(\omega_k^{[i]} t) dt,$$

$$k = 1, 2, i = 0, 1, 2, \dots, N-1,$$

где T_F — момент начала фильтрации испытательного сигнала, t_f — время фильтрации сигнала. После окончания фильтрации ищутся, согласно работе [7], оценки коэффициентов объекта в текущем режиме $\hat{T}^{[i]}$, $\hat{k}_p^{[i]}$, $\hat{\tau}^{[i]}$, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

После завершения идентификации по найденным коэффициентам объекта рассчитываются коэффициенты ПИД-регулятора (12). В экспериментах применялся метод внутренней модели [12], согласно которому коэффициенты ПИД-регулятора

$$g = \frac{\lambda \tau}{2(\lambda + \tau)}, \quad k_c = \frac{2T + \tau}{2k_p(\lambda + \tau)},$$

$$T_i = T + \frac{\tau}{2}, \quad T_d = \frac{\tau T}{2T + \tau}, \quad (13)$$

где $\lambda = T/[2 \div 4]$ — параметр быстрогодействия регулятора.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

3.1. Экспериментальная установка

Эксперименты проводились на технологической установке фирмы «Optimal Pressure Control», состоящей из насоса, верхней части буровой установки, заслонки и трубной обвязки, измерителя потока, системы очистки и хранилища раствора.

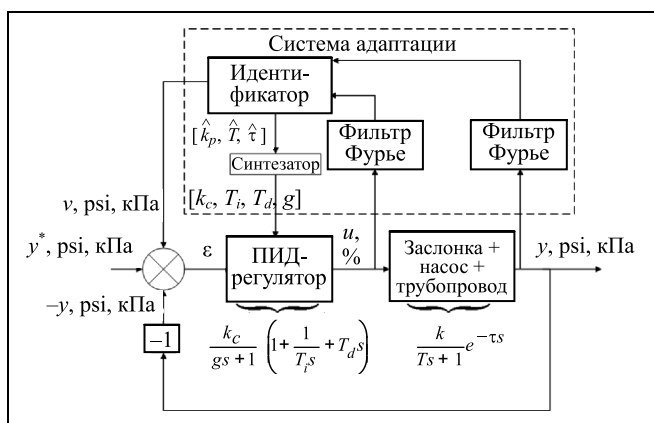


Рис. 2. Схема экспериментальной установки MPD с системой адаптации

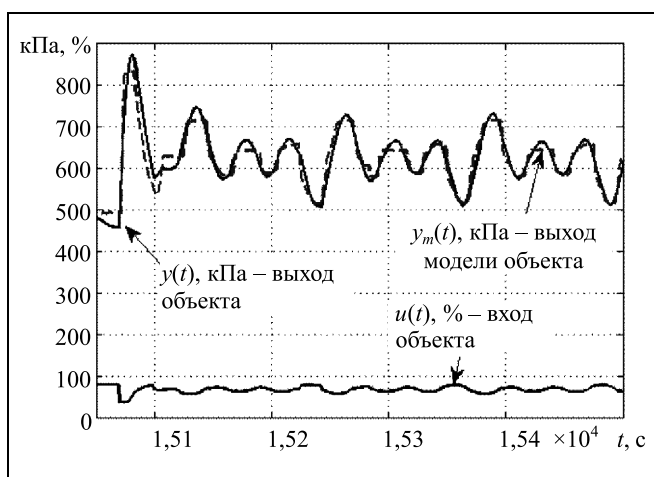


Рис. 3. Переходные процессы при эксперименте с испытательным сигналом в виде трех гармоник

Также использовалась система управления заслонкой: контроллер фирмы «Emerson», реализующий ПИД-управление заслонкой и система информационного обеспечения с автоматизированным рабочим местом оператора.

На рис. 2 изображена схема экспериментальной установки с системой адаптации, построенной на базе настройщика. В ходе экспериментов с объекта снимались входной сигнал u — положение заслонки в процентах и выходной сигнал y — давление перед заслонкой в единицах psi (фунт на квадратный дюйм) или в килопаскалях (кПа). По этим сигналам, согласно описанному выше алгоритму идентификации, рассчитывались оценки параметров $\hat{k}_p, \hat{T}, \hat{\tau}$ объекта (10). Далее согласно формулам (13) определялись коэффициенты регулятора (12).

3.2. Верификация принятой модели технологической установки MPD

В ходе экспериментов на установке исследовалась корректность использования линеаризованной модели объекта (11). На объект подавался испытательный сигнал в виде суммы трех гармоник, чтобы проверить наличие у системы нескольких значимых постоянных времени. Требуемое давление составляло $y^* = 80 \text{ psi} \approx 551 \text{ кПа}$, эксперимент проводился в замкнутом контуре с известным ПИД-регулятором, обеспечивающим устойчивость системы при данной уставке.

Испытательный сигнал задавался в виде:

$$v(t) = 23\sin(0,05t) + 46\sin(0,1t) + 70\sin(0,15t), \text{ кПа.}$$

После идентификации была получена передаточная функция объекта управления:

$$w(s) = \frac{11,56(s^2 + 0,0267s + 0,024)}{(6,25s + 1)(s^2 + 0,0269s + 0,023)}.$$

Числитель и знаменатель идентифицированной передаточной функции объекта содержат практически равные, устойчивые полиномы, из чего следует, что полученная передаточная функция с большой степенью точности близка к звену первого порядка, следовательно, принятая линеаризованная модель объекта управления (11) корректно описывает экспериментальную установку. В результате эксперимента у объекта не было обнаружено запаздывания (оно практически равнялось нулю), однако дальнейшие эксперименты показали, что в некоторых режимах (при некоторых значениях p_c^* и z_c^*) объект обладает запаздыванием.

На рис. 3 показаны входные и выходные сигналы объекта управления в ходе описанного эксперимента. Также приводится выходной сигнал идентифицированной модели, на вход которой подавался сигнал управления (положение заслонки z_c), снятый с установки в ходе эксперимента.

3.2. Частотная адаптация регулятора

Ставилась задача построить регулятор, обеспечивающий требуемое качество управления (устойчивость системы, отсутствие перерегулирования и колебательности) для разных уставок по давлению перед заслонкой (для разных режимов). Эксперименты на установке проводились в разомкнутом контуре, т. е. ПИД-регулятор был отключен, и заслонка управлялась вручную. Выбиралось некоторое положение заслонки z_c^* , и затем к нему добавлялся испытательный сигнал вида $v(t) = 3,3\sin(0,05t) + 6,6\sin(0,1t)$, %.

В ходе экспериментов входные и выходные сигналы объекта записывались в файл протокола

эксперимента, и затем проводились повторные расчеты по тем же алгоритмам, что при эксперименте в реальном времени, но в среде Matlab. Результаты в обоих случаях получились близкими, различия в них объясняются разными частотами квантования. Контроллер «Emerson» работал с частотой $h = 2$ Гц, а запись в файл протокола сигналов $p_c(t)$ и $z_c(t)$ осуществлялась с частотой $h = 1$ Гц. В таблице показаны результаты идентификации для двух положений заслонки.

По результатам экспериментов виден сильный разброс параметров в зависимости от выбранного положения заслонки, особенно коэффициента усиления объекта. Также проводились эксперименты с ограничениями на скорость перемещения заслонки ($\dot{z}_c(t) \leq D$, где D — задается разработчиками установки). Результаты этих экспериментов совпадают с результатами идентификации в таблице, из чего был сделан вывод о том, что используемые ограничения на скорость изменения управления не оказывают влияния на процесс идентификации.

По результатам идентификации, полученным при эксперименте с заслонкой в положении 40 % (передаточная функция объекта $w(s) = \frac{45,4}{8,06s + 1} e^{-2,54s}$) был рассчитан ПИД-регулятор с параметром быстродействия $\lambda = 7$: $k_c = 0,021$; $g = 0,928$; $T_i = 432,25$; $T_d = 0,029$.

Эксперименты с этим регулятором показали, что он обеспечивает устойчивость системы, но при переходных процессах возникает перерегулирование (рис. 4), что означает слишком высокий коэффициент усиления регулятора.

С найденным регулятором на установке проводились эксперименты по идентификации объекта в замкнутом контуре. Испытательный сигнал был вида: $v(t) = 16,67\sin(0,05t) + 33,33\sin(0,1t)$, кПа. На рис. 4 показаны графики входных и выходных сигналов объекта управления в этом эксперименте. Для наглядности давление показано в единицах psi.

Результаты экспериментов

Положение заслонки z_c^* , %	Результаты экспериментов на технологической установке			Результаты расчета в Matlab по лог-файлам		
	$\hat{k}_p$	$\hat{T}$	$\hat{\tau}$	$\hat{k}_p$	$\hat{T}$	$\hat{\tau}$
40	45,4	8,06	2,54	38,8	6,57	1,45
50	14,8	9,37	—	14,2	8,5	—

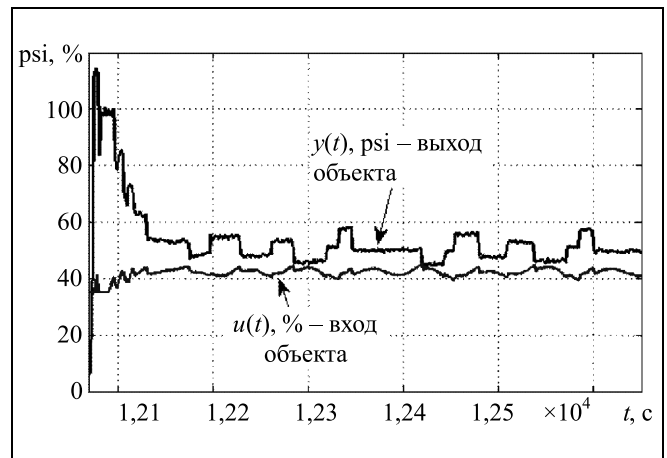


Рис. 4. Результаты эксперимента в замкнутом контуре

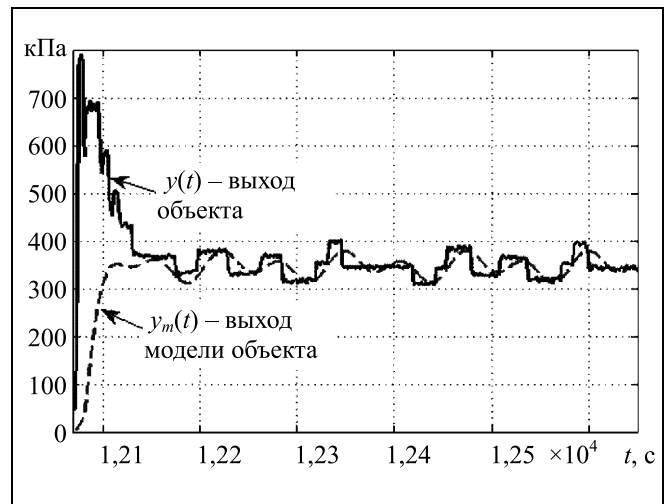


Рис. 5. Сравнение результатов моделирования в Matlab и реальных данных эксперимента

По графикам видно, что имеется большое перерегулирование по давлению в переходном процессе, а приложенный испытательный сигнал визуально плохо поддается выделению.

Анализ результатов эксперимента в Matlab дал следующие оценки параметров объекта управления: $\hat{k}_p = 29,93$; $\hat{T} = 13,53$; $\hat{\tau} = 3,06$. На рис. 5 показаны графики давления, снятые с реального объекта и полученные при моделировании в Matlab замкнутой системы, составленной из ПИД-регулятора с параметрами (13) и идентифицированного объекта с передаточной функцией $\frac{29,93}{13,53s + 1} e^{-3,06s}$. Из рис. 5 видно, что после завершения переходного

го процесса выход модели замкнутой системы и выход реальной установки ведут себя похоже, но в течение самого переходного процесса наблюдается значительное расхождение между этими сигналами. Это связано с тем, что в переходном процессе из-за влияния начальных условий значения входа и выхода объекта значительно отклоняются от величин, около которых проводилась идентификация линеаризованной модели, при этом сказываются нелинейности, присущие объекту управления.

В результате описанных экспериментов стало ясно, что параметр быстродействия следует выбирать как $\lambda = (2 \div 4)T$. При таком выборе регулятор обеспечивает устойчивость на различных уставках давления, перерегулирование незначительное, а быстродействие системы отвечает заданным требованиям.

Следует учитывать, что исследования проводились на экспериментальной установке. При установке данного оборудования и реализации предложенного алгоритма на реальной буровой скважине, возможно, потребуются дополнительные исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При управлении процессом бурения с контролируемым давлением применено частотное адаптивное управление для уменьшения влияния внешних факторов и адаптации системы управления к дрейфу параметров. Частотная адаптация была реализована с помощью настройщика ПИД-регуляторов, который представляет собой программный модуль, добавленный в систему управления положением заслонки. Настройщик, используя конечно-частотную идентификацию, находит параметры линеаризованной модели процесса бурения, описываемого нелинейными уравнениями, и рассчитывает соответствующие параметры ПИД-регулятора. Корректность использования линеаризованной модели подтверждена в ходе испытаний. Результаты экспериментальных исследований на реальной технологической установке подтвердили эффективность использования частотной адаптации, однако в условиях реального процесса бурения могут потребоваться дополнительные исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- Басарыгин Ю.М., Булатов А.И., Проселков Ю.М. Технология бурения нефтяных и газовых скважин. — М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2002. — 632 с.
- Stamnes III.N., Zhou J., Kaasa G.-O., Aamo O.M. Adaptive Observer Design for the Bottomhole Pressure of a Managed Pressure Drilling System // Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. — Cancun, Mexico, 2008. — P. 2961—2966.
- Godhavn J.-M., Pavlov A., Kaasa G.-O., Rolland N.L. Drilling seeking automatic control solutions // Preprints of the 18th IFAC World Congress. — Milano, Italy, 2011. — P. 10842—10850.
- Mahdianfar H., Pavlov A., Aamo O.M. Joint Unscented Kalman Filter for State and Parameter Estimation in Managed Pressure Drilling // European Control Conference (ECC). — Zürich, Switzerland, 2013. — P. 1645—1650.
- Nygaard G. Невдал G. Nonlinear model predictive control scheme for stabilizing annulus pressure during oil well drilling // Journal of Process Control. — 2006. — Vol. 16. — P. 719—732.
- Li Z., Hovakimyan N., Kaasa G.-O. Bottomhole Pressure Estimation and L_1 Adaptive Control in Managed Pressure Drilling System // Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production. — Trondheim, Norwegian, 2012. — P. 128—133.
- Zhou J., Nygaard G. Automatic model-based control scheme for stabilizing pressure during dual-gradient drilling // Journal of Process Control. — 2011. — Vol. 21. — P. 1138—1147.
- Александров А.Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Тр. IX междунар. Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением». Т. 3, Управление и оптимизация. — Иркутск, 2007. — С. 6—13.
- Александров А.Г., Паленов М.В. Самонастраивающийся ПИД/И регулятор // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 10. — С. 4—18.
- Александров А.Г., Шатов Д.В. Настройщик для ПИД-регулятора и его реализация // Тр. 13-й междунар. конф. «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» (CAD/CAM/PDM-2013) / Под ред. А.В. Толока. — М., 2013. — С. 65—68.
- Александров А.Г., Шатов Д.В. Автономный универсальный настройщик ПИД-регуляторов / Управление большими системами (УБС'2014) [Электронный ресурс]: Материалы XI Всерос. школы-конф. молодых ученых, 9—12 сент. 2014 г., Арзамас. — М.: ИПУ РАН, 2014. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). — С. 898—904.
- Visoli A. Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID-controllers // Proceedings of 15th Triennial World Congress. — Barcelona, Spain, 2002. — P. 666—671.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Александров Вадим Альбертович — канд. техн. наук, ген. директор, ООО «Адаплаб», г. Москва, v.alexandrov@adaplab.ru,

Паленов Максим Владимирович — канд. техн. наук, техн. специалист, ООО «Адаплаб», г. Москва, palenov.maxim@gmail.com,

Шатов Дмитрий Владимирович — мл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, dvshatov@gmail.com.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЖИЗНЕННЫХ ЦИКЛОВ СЛОЖНЫХ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ И БИЗНЕС-СИСТЕМ

М.В. Белов

В целях организации управления бизнесом предложен метод моделирования экономических характеристик больших иерархий взаимодействующих бизнес-агентов, образующих комплексную систему. Разработана совокупность математических моделей на основе концепции жизненных циклов сложных систем и теории случайных процессов. Приведен пример применения моделей для управления бизнесом компании, специализирующейся на крупных системно-интеграционных и консалтинговых проектах.

Ключевые слова: моделирование, экономические характеристики, сложная иерархическая система, жизненный цикл, управление бизнесом.

ВВЕДЕНИЕ

Организация эффективного операционного и стратегического управления сложными социально-экономическими и бизнес-системами в последние годы часто опирается на концепцию управления жизненными циклами [1] сложных систем (ЖЦС). Комплексные социально-экономические и бизнес-системы и их жизненные циклы отличаются дуализмом и определенным внутренним противоречием. С одной стороны, они представляют собой сложные системы, которые могут в свою очередь, состоять из систем [2], поэтому для их поведения характерны неопределенность, слабая предсказуемость и трудность управления. С другой стороны, ЖЦС — объекты бизнеса, что делает актуальной задачу численного описания эволюции ЖЦС, оценивания и прогнозирования их экономических характеристик (в том числе в рамках налогового и управленческого учета) для обеспечения эффективного управления.

Настоящая работа продолжает развитие интегрированного системно-экономического подхода к исследованию и управлению комплексными социально-экономическими и бизнес-системами. Одним из важнейших элементов контура управления такими системами является модель «технологии функционирования» [3] управляемого объекта, его деятельности и особенностей поведения, разра-

ботке такой экономико-математической модели и посвящена данная статья.

Как объект управления, ЖЦС характеризуется следующими аспектами.

A1. Современный бизнес крупных компаний связан с организацией кооперации и управлением тысячами относительно автономных бизнес-агентов [4]. Сосредоточить управление такой системой, состоящей из комплексных систем, в одном центре и организовать его в директивной парадигме невозможно. Системы управления должны охватывать всю иерархическую совокупность взаимосвязанных агентов и обеспечивать распределенное управление, направленное на достижение единых бизнес-целей. Необходимо моделировать элементы ЖЦС локально в области ответственности каждого руководителя и в то же время увязывать их друг с другом в иерархию так, чтобы выходные данные одних моделей использовались как входные для других. Это позволит в рамках каждой локальной модели оперировать обозримыми объемами данных и формировать единый результат.

A2. Рассматриваемая предметная область относится к бизнесу, экономике, деятельности людей, поэтому «точных» априорных характеристик поведения ЖЦС, основанных на физических законах или объективных измерениях, просто не существует. Вместо них приходится использовать или данные из нормативных и регламентирующих до-

кументов, или статистические оценки, или «субъективные» и «экспертные» оценки, причем последние во многих случаях бывают единственной пригодной для использования информацией о будущем поведении Системы. Как социальные системы, ЖЦС обладают существенной рефлексией, что делает субъективные экспертные оценки руководителей особенно значимыми. Таким образом, необходимо не только моделировать объект управления, но и агрегировать информацию о бизнесе в виде мнений и суждений большого числа менеджеров различных уровней.

А3. Специфика ЖЦС заключается в тесной взаимосвязи трех компонентов «треугольника жизненного цикла» [4]: информационной модели Системы, проектной программы (совокупности действий/работ) и кооперации — «расширенного предприятия». Система как предмет жизненного цикла и ее информационная модель играют центральную роль (совокупность «Система + информационная модель» будем обозначать аббревиатурой СИМ); проектная программа задает целенаправленную структуру действий, обеспечивающих эволюцию СИМ; кооперация реализует эти действия, используя трудовые, финансовые и другие ресурсы. Эволюция СИМ является первичной, а проектные программы, проекты, действия/работы и «расширенное предприятие» — вторичным обеспечением. Однако экономические характеристики ЖЦС в большей степени определяются именно действиями/работами проектной программы, в ходе которых потребляются разнородные ресурсы и создается целевая полезность/ценность.

Предлагаемая в статье система моделей ЖЦС служит формальной основой контура управления множеством взаимосвязанных бизнесов, образующих комплексную систему. Она обеспечивает накопление и агрегирование данных из информационных систем предприятий в сочетании с экспертными оценками большого числа менеджеров, отвечающих за ведение бизнеса, и принятие управленческих решений, описывает жизненный цикл как сложную систему, учитывает информацию обо всех элементах «треугольника» — эволюции СИМ, связанных/порожденных ею действий, а также фирмах-участниках кооперации. Полученные результаты базируются на практике управления бизнесом компании, специализирующейся на крупных системно-интеграционных и консалтинговых проектах [5], и применимы для широкого круга сложных социально-экономических и бизнес-систем.

1. ИЗВЕСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И СМЕЖНЫЕ РАБОТЫ

Традиционно исследования жизненных циклов принадлежат теории систем и системно-инженер-

ной области. Начиная с рассмотренных в обзоре [6] работ, делались попытки еще на ранних стадиях разработки оценить Lifesycle Cost — затраты в течение всего жизненного цикла Системы. Позднее появились работы, например [7–9], основанные на применении нейронных сетей, машинного обучения и других современных подходов. Методики оценки стоимости промышленных программ являются предметом нормативных документов таких авторитетных организаций, как Национальное аэрокосмическое агентство США (NASA) [10] и Офис контроля государственных расходов США (GAO) [11].

Много исследований посвящено математическому моделированию в смежных областях:

- описанию собственно Систем, моделированию их поведения и свойств (многочисленным видам системного моделирования [12]);

- управлению проектами и проектными программами (в том числе распределению ресурсов, планированию сроков, управлению рисками проектов, например, [13, 14]);

- моделированию и исследованию фирмы (см., в частности, обзорную работу [15] и библиографию к ней);

- теории управления организационными системами (прежде всего, [3]), описывающей и изучающей широкий круг проблем, связанных с планированием, контролем, управлением структурой таких систем. В терминах данной теории совокупность предприятий, обеспечивающих ЖЦС, отвечает расширению базовой модели факторами динамики, множеством агентов, многоуровневостью, неопределенностью, ограничениями совместной деятельности и сообщения информации.

2. ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Естественное свойство ЖЦС заключается в наличии нескольких уровней, на каждом из которых имеют место соответствующие «тройки» иерархических вложенных многоуровневых структур (СИМ; действия/работы; организационные структуры), назовем каждую из таких троек фрагментом ЖЦС (ФЖЦС), в целом ЖЦС представляется иерархией взаимосвязанных ФЖЦС (рис. 1), являющихся комплексными системами.

Каждый ФЖЦС отвечает определенному содержательному фрагменту информационной модели и/или Системы, а также соответствующим действиям/работам (проектам или проектным программам), которые выполняются «расширенным предприятием».

Жизненный цикл в целом и действия/работы каждого ФЖЦС структурируются в виде стадий и разделяющих их контрольных рубежей (КР), каждая из стадий состоит из проектов и действий/ра-

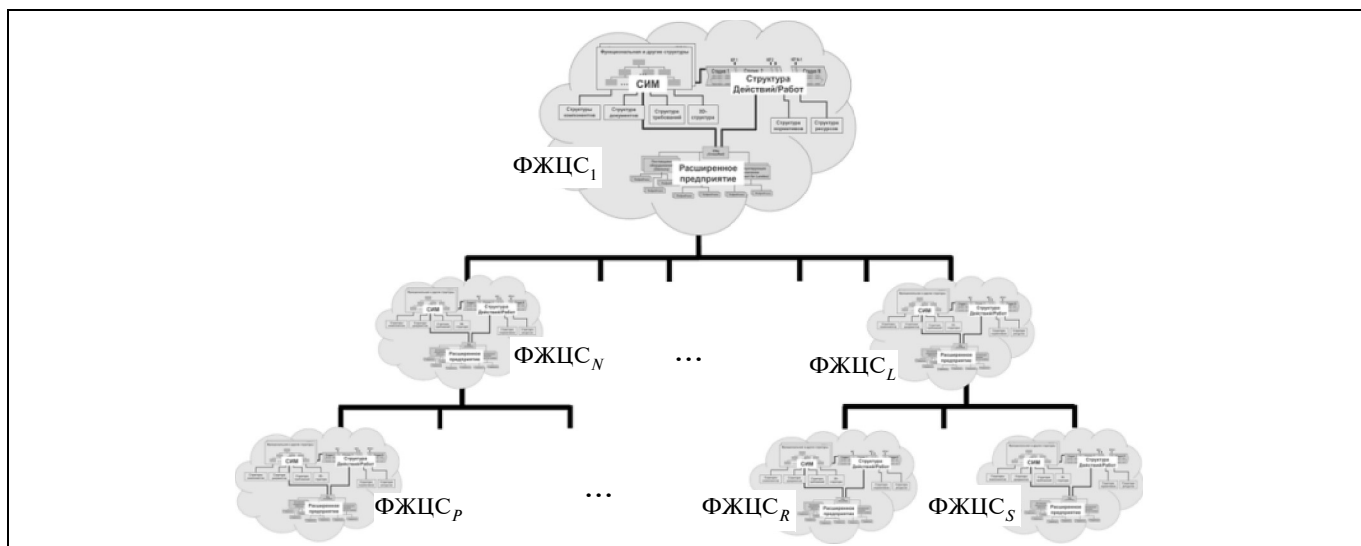


Рис. 1. Иерархия фрагментов жизненного цикла

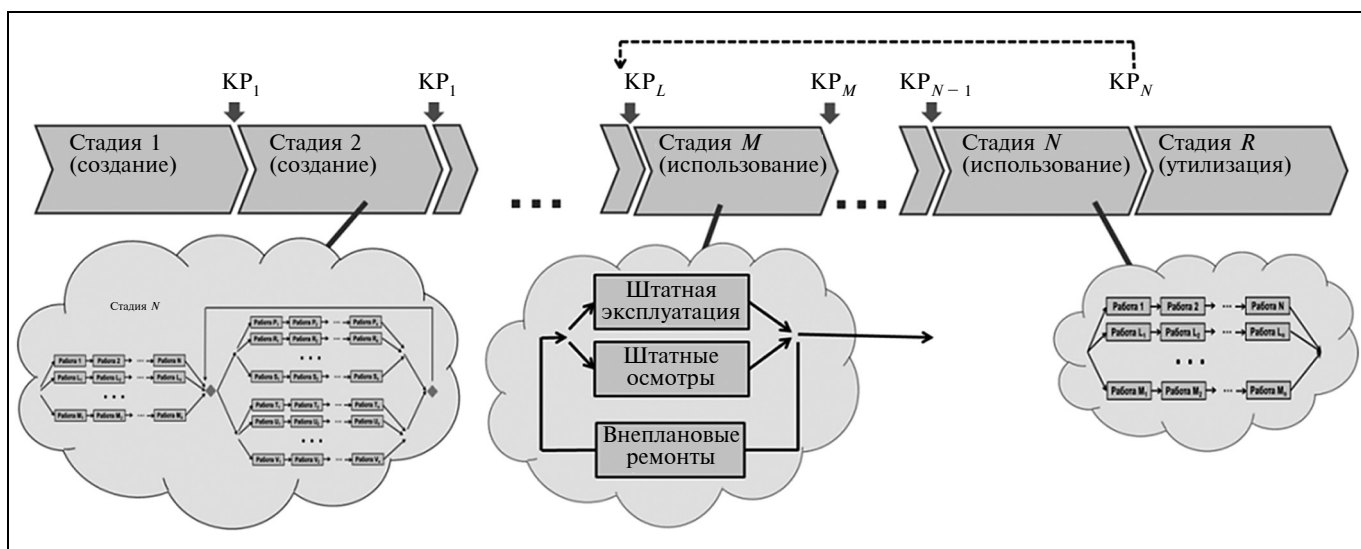


Рис. 2. Стадии ЖЦ — структура действий/работ

бот, выполняемых последовательно и/или параллельно (рис. 2). Контрольные рубежи отражают условия, налагаемые на СИМ для перехода от одной стадии к другой, например, завершение этапа проектирования, контроль характеристик, достижение определенного уровня зрелости, принятие решений, завершение интеграции и др.

При успешном прохождении КР планы действий/работ не изменяются, в противном случае производится возврат к предыдущим стадиям в рамках данного ФЖЦ и/или эскалация проблем на вышестоящий уровень (на ФЖЦ следующего уровня, см. рис. 1), и/или перепланирование, зна-

чимая доля повторов стадий ЖЦ отмечается, например, в работе [16].

Управление бизнесом — оценивание текущего состояния и принятие решений — осуществляется с определенной периодичностью, поэтому будем рассматривать модель с дискретным временем, понимая переменную t как номер очередного временного интервала.

Введем переменные состояния α -го ФЖЦ $_{\alpha}$. Перенумеруем все КР и стадии $g = \{0, 1, \dots, G\}$ (см. рис. 2), в качестве переменной $s(t)$ текущего статуса фрагмента СИМ примем номер предыдущего успешно пройденного КР. Фактическое пот-

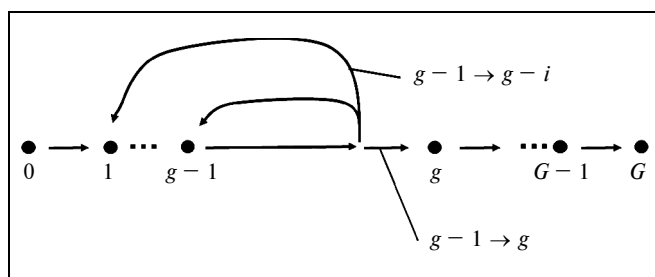


Рис. 3. Диаграмма переходов процесса $x(t)$

ребление ресурсов в рамках $\Phi\text{ЖЦС}_\alpha$ до момента завершения интервала t , включая его, будем обозначать $r(t)$, а $v(t)$ — объем созданной целевой полезности/ценности, выражая их в денежном эквиваленте.

Изменения статуса ЖЦС с течением времени носят неопределенный характер, что выражается в неопределенных моментах t_g завершения стадий и прохождения КР и сроках завершения каждой из работ/действий, входящих в стадии; в неопределенном исходе прохождения КР — неопределенной функции перехода $s(t) \rightarrow s(t+1)$; как следствие — в неопределенных объемах расходуемых ресурсов $r(t)$ и создаваемой ценности $v(t)$.

Сформулируем **допущение Д1** о независимости в вероятностном смысле стадий $\Phi\text{ЖЦС}$ и составляющих их действий/работ. Внеплановые отклонения от регламентированных сроков и расходов ресурсов можно считать независимыми друг от друга: в случае выявления закономерных отклонений менеджмент корректирует соответствующие нормативы и планы, после чего отклонения от новых нормативов становятся снова статистически независимыми. Обязательность этого действия вытекает из заинтересованности руководителей как можно больше сузить неопределенность своего бизнеса. Вероятности успешного прохождения различных КР и характеристики работ/действий по той же причине являются независимыми.

С учетом допущения Д1 состояние $\Phi\text{ЖЦС}_\alpha$ полностью описывается кортежем $x_\alpha(t) = \langle s(t); r(t); v(t); u(t) \rangle$, где $s(t)$, $r(t)$ и $v(t)$ введены выше, а $u(t)$ — время, прошедшее с момента последнего прохождения КР. Поведение процесса $x(t)$ описывается диаграммой (рис. 3). Процесс стартует из состояния $s(0) = 0$. Перейдя в состояние $g-1$, процесс находится в нем в течение времени τ , при этом затрачивается объем ресурса ψ и создается ценность χ . После этого процесс переходит в состояние g (успешное прохождение КР) или происходит возврат в состояние $g-1$ и повторное выполнение текущей стадии g , или возврат на i стадий назад и их

повторное выполнение. В финальном состоянии G процесс остается навсегда.

Адекватным с учетом изложенного представляется применение для моделирования ЖЦС стохастических подходов, слабо чувствительных к функциям распределения вероятностей и другим деталям вероятностных моделей. В рамках допущения Д1 процесс $x(t)$ является полумарковским [17–19].

Постановка задачи может быть сформулирована как разработка системы моделей для описания и прогнозирования состояний $x_\alpha(t)$ взаимосвязанной совокупности α -х фрагментов ЖЦС и в целом ЖЦС (см. рис. 1) с целью оценивания момента t_G достижения терминального состояния G , расхода ресурсов $r(t_G)$ и созданной полезности $v(t_G)$ для всех $\Phi\text{ЖЦС}$ на основе информации обо всех элементах ЖЦС.

3. ИНФОРМАЦИОННАЯ ОСНОВА ЗАДАЧИ

Данные о ЖЦС отличаются разнородностью и различной степенью объективности и определенности, они могут быть отнесены к одной из следующих категорий:

- переменные состояния элементов $\Phi\text{ЖЦС}$, задаваемые в формате вектора $x(t)$; они служат выходными/результатирующими данными для одних моделей и входными для других в силу иерархии $\Phi\text{ЖЦС}$;
- детерминированные априорные структурные данные о составе и структуре $\Phi\text{ЖЦС}$, СИМ, проектов и программ, действий/работ, их взаимосвязях и вхождениях;
- неопределенные априорные структурные данные — вероятности прохождения КР и вероятности выбора альтернатив при вариантном планировании и исполнении действий/работ;
- априорные характеристики действий/работ (длительность, расход ресурсов, создаваемая полезность), доступности и назначения ресурсов;
- фактические данные об элементах ЖЦС.

Априорные данные (а — г) могут задаваться в виде нормативных, статистических или экспертных оценок или функций распределения (параметризованных или табличных), в частном случае — детерминированными значениями. Источниками данных служат плановые, нормативные или директивные документы предприятий и жизненных циклов, а также статистические оценки на основе исторических данных и субъективные экспертные оценки менеджеров.

Оценки целевых параметров t_G , $r(t_G)$, $v(t_G)$ и переменных состояния $x(t)$ (ОЦППС) и будем формировать в виде функций распределения вероятностей (ф. р. в.) или средних значений. Для представления исходных данных и результатов ОЦППС

используем форматы множественных ($F > 1$) или единичных ($F = 1$) сценариев поведения ЖЦС вида: $\Sigma = \{\langle \mu_f; \sigma_f \rangle; f = 1, 2, \dots, F\}$, где μ_f — веса или

вероятности сценариев σ_f такие, что $\sum_{f=1}^F \mu_f = 1$.

Сценарии σ_f будем задавать одним из двух методов: интервальным и средних значений.

Интервальный метод. Сценарии задаются векторами нижних d_f и верхних D_f граничных значений элементов ОЦППС $\Sigma = \{\langle \mu_f; d_f; D_f \rangle; f = 1, 2, \dots, F\}$. Данный формат интерпретируется как аппроксимация ф. р. в взвешенной суммой равномерных распределений. При увеличении числа сценариев F и уменьшении расстояния между d_f и D_f формат Σ в пределе превращается в совместную ф. р. в случайной величины. Соотношения пересчета ОЦППС для всей совокупности ФЖЦС интервальным методом представлены в § 5.

Метод средних. Сценарии задаются векторами средних значений m_f ОЦППС $\Sigma = \{\langle \mu_f; m_f \rangle; f = 1, 2, \dots, F\}$. При увеличении F до числа точек в области возможных значений Σ также превращается в ф. р. в. Модели, построенные методом средних, представлены в § 6.

4. СТРУКТУРА МОДЕЛЕЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Учитывая рассмотренные факторы и сложную структуру компонентов жизненных циклов, воспользуемся для их описания представленной на рис. 4 системой моделей.

Модели эволюции ФЖЦС описывают эволюционные изменения в течение стадий ЖЦС и скачкообразные изменения статуса СИМ при прохождении КР и обеспечивают пересчет входных ОЦППС стадий в выходные оценки по ФЖЦС. Преобразование входных оценок в выходные выполняется на основе априорной информации о структуре стадий и вероятностях прохождения контрольных рубежей.

Структурные модели описывают связи ФЖЦС и их элементов друг с другом — параллельные, последовательные, альтернативные и иерархические структуры. Входные ОЦППС одних элементов ЖЦС преобразуются в выходные ОЦППС агрегатов элементов соответственно априорной информации о структуре агрегатов — связях и вероятностях выбора отдельных альтернатив.

Модели терминальных действий/работ, которые не требуют более детального представления, формируют ОЦППС таких работ на основании априорных данных, которыми служат нормативные длительности, ресурсоемкости и полезности, а также назначения/доступность ресурсов.

Система моделей применяется в контуре управления следующим образом. В каждом ФЖЦС формируются ОЦППС с максимально возможным использованием априорной и фактической информации (позиции «б—д», см. § 3), а также ОЦППС нижестоящих ФЖЦС (позиция «а», см. § 3) из информационных систем. При недостаточности данных и/или необходимости их корректировки руководитель ФЖЦС в зоне своей бизнес-ответственности вводит субъективные оценки в форме

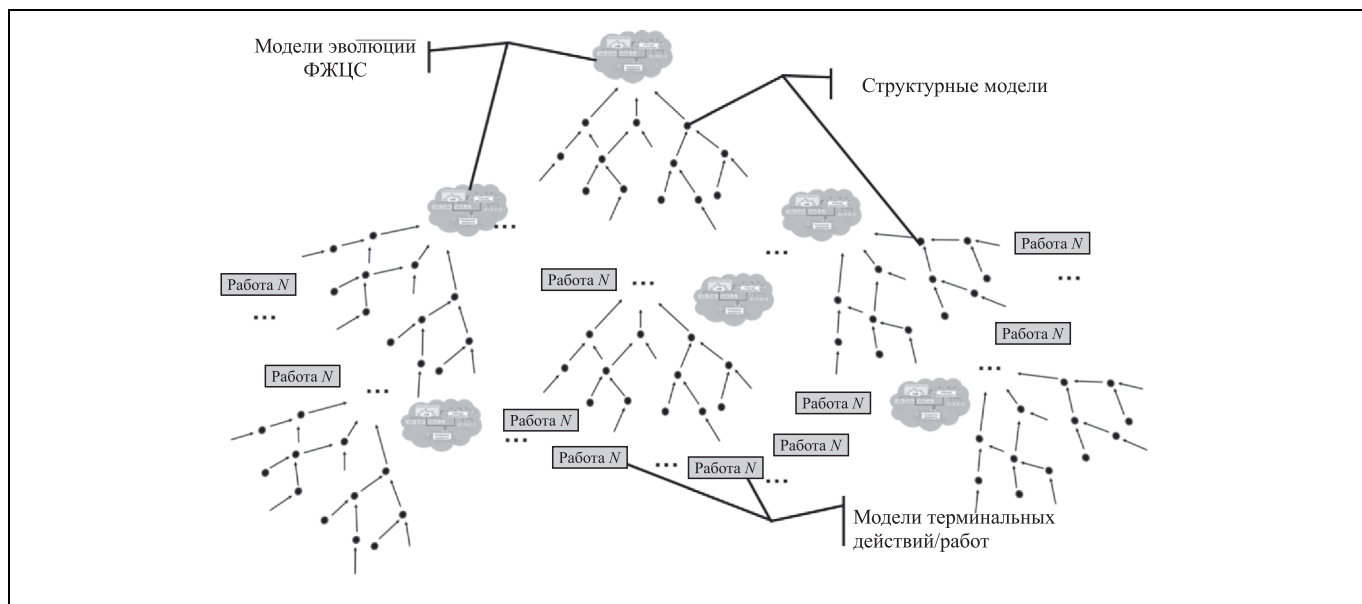


Рис. 4. Общая структура системы моделей ЖЦС

сценариев и получает уточненные ОЦППС, которые используются системой моделей в иерархии ФЖЦС.

Основное предназначение системы моделей с учетом аспектов А1—А3 (см. Введение) заключается в обоснованном агрегировании больших объемов разнородных данных о сотнях и тысячах автономных, но взаимосвязанных бизнес-объектов на базе математических формализмов и в существенно меньшей степени — в моделировании терминальных действий/работ.

5. МОДЕЛИ, ПОСТРОЕННЫЕ ПО ИНТЕРВАЛЬНОМУ МЕТОДУ

Данные модели интерпретируют сценарии как аппроксимации ф. р. в состояниях ФЖЦС и обеспечивают их вычисление.

Модель эволюции ФЖЦС. Обозначим ф. р. в. процесса $x(t)$: $p(x(t), t) = p(g, \psi, \chi, \tau, t) = \Pr(s(t) = g, r(t) = \psi, v(t) = \chi, u(t) = \tau)$. Эволюция полумарковского процесса $x(t)$ (см. рис. 3) определяется полумарковским ядром [17—19], опишем его в виде двух функций:

$Q(g, \tau, \psi, \chi)$ — ф. р. в. времени τ пребывания в состоянии g , потребления ресурсов ψ и формирования ценности χ в течение этого времени τ ;

$k(g, i) = \Pr(s(t+1) = g-1 + i | s(t) = g-1)$ — функция переходных вероятностей, отражающая вероятности исходов прохождения g -го КР.

Функция $k(\cdot)$ задается как априорная информация, функции $Q(\cdot)$ являются выходными ОЦППС структурных моделей, которые описаны далее.

Уравнение для $p(g, \psi, \chi, \tau, t)$ в моменты прохождения КР (смены состояний $s(t)$):

$$p(g, r, v, 0, t) = \sum_{h=g-1}^{G-1} k(h, g-h) \times \sum_{\tau=1}^{t-1} \sum_{\psi, \chi} p(h, r-\psi, v-\chi, \tau, t-\tau) Q(h, \tau, \psi, \chi),$$

при $t > 0, g \in \{0, 1, \dots, G\}$.

Для моментов времени внутри интервалов выполнения стадий (сохранения состояний $s(t)$):

$$p(g, r, v, \tau, t) = (1 - \lambda(g, r, v, \tau, t - \tau)) Q(h, \tau, \psi, \chi),$$

$$\text{где } \lambda(g, r, v, \tau - 1) = \frac{Q(g, \tau, r, v) - Q(g, \tau - 1, r, v)}{1 - Q(h, \tau - 1, r, v)}.$$

Начальные и граничные условия и условие нормирования задаются соотношениями

$$p(g, r, v, \tau, 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } g = 0, r = 0, v = 0; \\ 0 & \text{при } g \neq 0 \text{ или при } g = 0 \\ & \text{и } r \neq 0, v \neq 0; \end{cases}$$

$$p(g, r, v, \tau, 0) \equiv 0; \text{ при } t < 0;$$

$$\sum_{g, r, v, \tau} p(g, r, v, \tau, t) = 1; \forall t > 0.$$

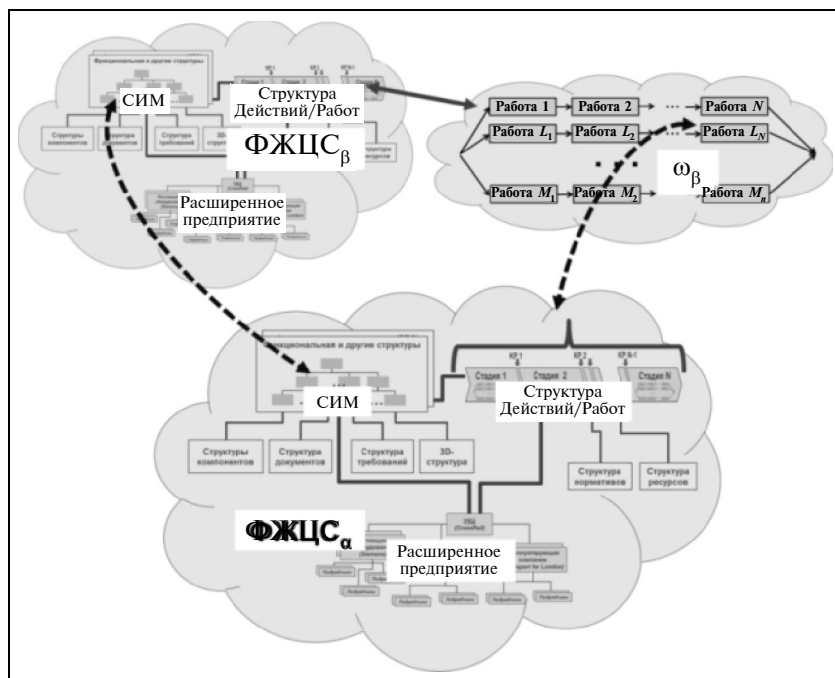


Рис. 5. Иерархические связи между действиями/работами и детализирующими их ФЖЦС

Функция $p(g, r, v, \tau, t)|_{g=G; \tau=0}$ образует совместную ф. р. в. оценки момента t_G — времени достижения G -го КР, затрат ресурсов $r(t_G)$ и формирования ценности $v(t_G)$, характеризующей поведение ФЖЦС, что и требовалось по постановке задачи. Эта функция является результирующей для модели ФЖЦС и используется в качестве входных данных структурных моделей и моделей ФЖЦС вышестоящих уровней иерархии.

Структурные модели представляют связи и отношения между элементами ЖЦС и обеспечивают интеграцию ФЖЦС в единую систему — ЖЦС.

Модель иерархических отношений ФЖЦС описывает случай, когда α -й ФЖЦС детализирует элемент СИМ и соответствующее ω_β -е действие/работу β -го ФЖЦС вышестоящего уровня (рис. 5). Выше показано, что $p_\alpha(G, r, v, 0, t)$ является ф. р. в.

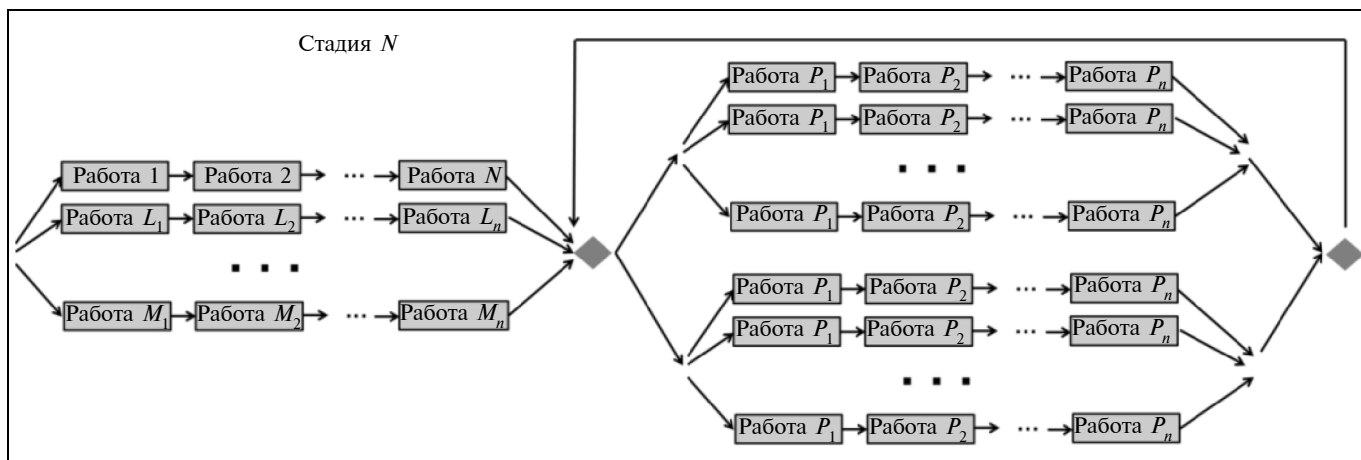


Рис. 6. Параллельно-последовательные структуры действий/работ

ОЦППС α -го ФЖСИ, который соответствует ω_p -й работе, поэтому

$$q_{\omega_p}(t, r, v) = p_{\alpha}(G, r, v, 0, t). \quad (1)$$

Модель последовательности действий/работ (рис. 6) в силу допущения Д1 (см. § 2) о статистической независимости является сверткой ф. р. в. действий/работ, составляющих последовательность:

$$\tilde{q}_L(\theta, r, v) = q_{L_1}(\theta, r, v) * q_{L_2}(\theta, r, v) \cdot \dots \cdot q_{L_l}(\theta, r, v)$$

$$\theta_L = \sum_{i=1}^l \theta_{L_n}, \quad r_L = \sum_{i=1}^l r_{L_n}, \quad v_L = \sum_{i=1}^l v_{L_n}. \quad (2)$$

Модель альтернативно выполняемых действий/работ или цепочек (например, агрегат в виде альтернатив N, L, M или $P, R, \dots, V$, см. рис. 6) вычисляется как

$$\tilde{q}_{\text{агрегата}}(\theta, r, v) = \sum_{i \in N, L, M} \pi_i q_i(\theta, r, v),$$

где π_i — вероятность выполнения i -й цепочки, а $q_i(\theta, r, v)$ — ф. р. в. i -й цепочки.

Модель объединения параллельных последовательностей действий/работ описывает случай, когда необходимо завершение всех действий, поэтому ф. р. в. агрегата выразится как композиция ф. р. в. $\tilde{q}_{N_l}(\theta, r, v)$ всех параллелей:

$$\tilde{q}_{\text{объед}}(\theta, r, v) = \tilde{q}_{N_1}(\theta, r, v) \cdot \tilde{q}_{N_2}(\theta, r, v) \cdot \dots \cdot \tilde{q}_{N_L}(\theta, r, v);$$

$$\theta_{\text{эл}} = \max_{1 \leq l \leq L} \{\theta_{N_l}\}, \quad r_{\text{эл}} = \sum_{l=1}^L r_{N_l}, \quad v_{\text{эл}} = \sum_{l=1}^L v_{N_l}. \quad (3)$$

Отличие композиции (3) от свертки (2) заключается в том, что случайные размеры ресурсов r и ценностей v суммируются по всем цепочкам N_i , а из случайных величин θ берется максимальное значение. Композиция для пары действий/работ выражается как

$$\begin{aligned} \Pr(\max(\theta_1, \theta_2) \leq \theta, r_1 + r_2 \leq r, v_1 + v_2 \leq v) = \\ = \sum_{y=0}^r \sum_{z=0}^v \Pr(\theta_1 \leq \theta, r_1 \leq y, v_1 \leq z) \times \\ \times \Pr(\theta_2 \leq \theta, r_2 \leq r - y, v_2 \leq v - z). \end{aligned}$$

Модель терминальных действий/работ. Как отмечено в § 4, данные модели играют вспомогательную роль, потому что часто ОЦППС терминальных действий/работ $q_{\omega}(\theta, r, v)$ задаются руководителями ФЖЦС непосредственно в форме сценариев $\Sigma = \{\langle \mu_f, d_f, D_f \rangle; f = 1, 2, \dots, F\}$ со значениями μ_f, d_f, D_f в виде экспертных оценок. Также для получения ОЦППС на основе нормативных трудоемкостей, затрат ресурсов и создаваемой полезности, а также доступности/назначения ресурсов могут использоваться соотношения (ПЗ) (см. Приложение).

6. МОДЕЛИ, ПОСТРОЕННЫЕ ПО МЕТОДУ СРЕДНИХ

Метод средних интерпретирует сценарии как взвешенную совокупность средних значений векторов характеристик, поэтому выражения получены в основном в виде линейных моделей.

Модель ФЖЦС. Рассмотрим задачу оценивания средних значений величин $t_G, r(t_G)$ и $v(t_G)$ как задачу вычисления веса пути в графе (см. рис. 3) из нулевой вершины в терминальную G . Соответственно семантике ФЖЦС ребра графа из $(g-1)$ -х

вершин в g -е имеют веса z_g , являющиеся статистически независимыми многомерными случайными величинами. Веса остальных ребер соответствуют возвратам к предыдущим стадиям ФЖЦС (из g -й вершины в $(g - i)$ -ю, где $0 \leq i < g$), и равны нулю.

Пусть Π_g — вес пути из g -й вершины в терминальную G -ю, все Π_g являются случайными величинами той же размерности, что и $z = (\theta, r, v)^T$, тогда:

$$\Pi_g = z_g + \sum_{i=g}^0 k(g, i) \Pi_{g+1}, \quad 0 \leq g < G, \quad \Pi_G = 0. \quad (4)$$

Отсюда следует, что веса Π_g являются линейными комбинациями z_g , получим выражения для них. Обозначим вектор $\Pi = (\Pi_0, \Pi_1, \dots, \Pi_{G-1})^T$, тогда выражение (4) позволяет записать для него матричное уравнение: $\Pi = Z + K\Pi$, где $Z = (z_0, z_1, \dots, z_{G-1})^T$,

$$K = \begin{pmatrix} k(0, 0) & k(0, 1) & 0 & 0 & 0 \\ k(1, -1) & k(1, 0) & k(1, 1) & 0 & 0 \\ k(g, -g) & k(g, i) & k(g, 0) & k(g, 1) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(G-1, 1-G) & k(G-1, 0) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Уравнение (5) допускает решение вида

$$\Pi = (I - K)^{-1} Z. \quad (6)$$

Тогда вес пути Π_0 из 0-й вершины в терминальную G определяется как

$$\Pi_0 = \sum_{g=1}^G n_{0,g} z_g, \quad (7)$$

где $n_{i,j}$ — элемент i -й строки j -го столбца матрицы $(I - K)^{-1}$.

Существование решения (6) и возможность получения соотношения (7) достаточно просто доказывается методом математической индукции через возможность исключения из системы (4) всех неизвестных Π_i , кроме Π_0 , последовательно выражая Π_i через Π_0 и z_i .

Соотношение (7) определяет средние характеристики ФЖЦС через средние значения стадий m_g :

$$m_{\text{ФЖЦС}} = \sum_{g=1}^G n_{0,g} m_g. \quad (8)$$

Пусть задано $F - 1$ значимых сценариев, каждый из которых представляет собой последовательность стадий. Как правило, в качестве таких

сценариев выбирается последовательность, включающая в себя однократное прохождение каждой из стадий, и также несколько последовательностей с одним-двумя повторами отдельных стадий. Вероятности каждого из значимых сценариев равны произведениям соответствующих $k(\cdot)$:

$$\mu_f = \prod_{l=1}^{L_f} k(g_l, i_l), \quad (9)$$

где g_l принимают значения всех стадий, входящих в сценарий-последовательность, $i_l = g_{l+1} - g_l$, L_f — число стадий в последовательности.

Средние значения сценариев:

$$m_f = \sum_{l=1}^{L_f} m_{g_l}. \quad (10)$$

Вероятность дополняющего сценария

$$\mu_F = 1 - \sum_{f=1}^{F-1} \mu_f. \quad (11)$$

Среднее значение дополняющего сценария

$$m_F = \mu_F^{-1} \left(m_{\text{ФЖЦС}} - \sum_{f=1}^{F-1} \mu_f m_f \right). \quad (12)$$

Структурные модели интеграции элементов ЖЦС. Модель иерархических связей в терминах средних полностью аналогична (1) $\Sigma_{\omega\beta} = \Sigma_{\alpha}$.

При использовании единственных сценариев остальные модели определяются следующими соотношениями:

Модель цепочки последовательно выполняемых действий/работ получается прямым суммированием средних значений аналогично выражению (2): $m_N = \sum_i \tilde{m}_{N_i}$, где $\tilde{m}_{N_i}$ — средние значения элементов цепочки, приведенные к виду единственного сценария.

Модель альтернативных действий/работ (средние значения m_i и вероятности π_i для $i = 1, 2, \dots, I_a$) получаются как взвешенная сумма средних значе-

$$\text{ний: } m_a = \sum_{i=1}^{I_a} \pi_i m_i.$$

Модель объединения нескольких N_f -х цепочек в g -ю стадию ФЖЦС получается выбором максимального значения из $m[\theta_{N_i}]$ и прямым суммированием $m[r_{N_i}]$ и $m[v_{N_i}]$:

$$m[\theta_g] = \max_{1 \leq l \leq L} \{m[\theta_{N_l}]\}, \quad m[r_g] = \sum_{l=1}^L m[r_{N_l}],$$

$$m[v_g] = \sum_{l=1}^L m[v_{N_l}].$$



Если некоторые элементы цепочек представлены несколькими сценариями и различия сценариев значимо влияют на результат стадии в целом, многосценарное представление цепочки может быть сформировано аналогично соотношениям (8)–(12).

Модель терминальных действий/работ. Для терминальных действий/работ ОЦППС также задаются руководителями ФЖЦС непосредственно в форме сценариев $\Sigma = \{\langle \mu_f; m_f \rangle; f = 1, 2, \dots, F\}$ со значениями μ_f и m_f в виде экспертных оценок. Соотношения (П4) — см. Приложение — также пригодны для получения ОЦППС на основе нормативных трудоемкостей, затрат ресурсов и создаваемой полезности, а также доступности/назначения ресурсов могут использоваться.

7. ПРИМЕР ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

Рассмотрим практическое использование разработанной модели на конкретных примерах управления компанией ИБС [4, 5], для управления которой была разработана система моделей ЖЦС, построенных по методу средних.

Бизнес Компании связан с оказанием профессиональных услуг и структурирован в виде проектов по типам сервисов, объединяемых в линии бизнеса, а в другом разрезе — по индустриям клиентов и клиентам. Вся деятельность Компании представляется в виде проектов как удобной для управления формы действий. Были определены следующие виды проектов:

- коммерческий — проект, осуществляемый как исполнение обязательств по договору с заказчиком;

- пресейл-проект — организованная сбытовая деятельность, направленная на заключение коммерческого договора с заказчиком;
- маркетинговый — организованная деятельность, направленная на развитие коммерческих отношений с заказчиком или продвижение сервисов или продуктов Компании;
- инвестиционный — проект, направленный на разработку новых сервисов, продуктов или иных технологических заделов, используемых в будущих коммерческих проектах.

Для управления бизнесом внутри Компании выделяются центры ответственности (ЦО) разных видов и длительности существования, которые рассматриваются как предприятия — комплексные системы. Основные виды ЦО и их ЖЦС, учитываемые как объекты управления Компанией, перечислены в таблице.

Центры ответственности всех типов проходят следующие стадии жизненных циклов:

- предварительная, цель которой — определить бизнес-перспективы ЦО;
- подготовка и формирование бизнеса, цель — создать инфраструктуру ЦО;
- коммерческая, цель — реализовать бизнес-возможности и получить финансовый результат;
- закрытие, цель — накопить и сохранить опыт и знания.

Отметим, что ЦО отвечают определению предприятия [20], соответствуют ФЖЦС и структурируются на ФЖЦС нижестоящих уровней (например, отраслевые подсистемы в составе создаваемой системы и соответствующие подпроекты отраслевых рабочих групп внутри рабочей группы проекта в целом), пример приведен на рис. 7.

Основные виды центров ответственности и их ЖЦС

Обозначение	Содержание
ЖЦС-ПКП	Последовательность связанных пресейл-проектов и соответствующих коммерческих проектов (ПКП)
ЖЦС-С	Сервис определенного вида. Представляет собой совокупность инвестиционных проектов и множество $ПКП_1, \dots, ПКП_N = \langle \text{Инвестиционные проекты} + ПКП_1, \dots, ПКП_N \rangle$
ЖЦС-ЛБ	Линия бизнеса (группы технологически близких сервисов): $\langle \text{Инвестиционные проекты} + ПКП_1, \dots, ПКП_N \rangle$
ЖЦС-КК	Группы проектов, относящихся к отдельным крупным клиентам (КК): $\langle \text{Маркетинговые проекты} + ПКП_1, \dots, ПКП_N \rangle$
ЖЦС-И	Группы проектов, относящихся к определенным индустриям клиентов: $\langle \text{Маркетинговые проекты} + ПКП_1, \dots, ПКП_N \rangle$

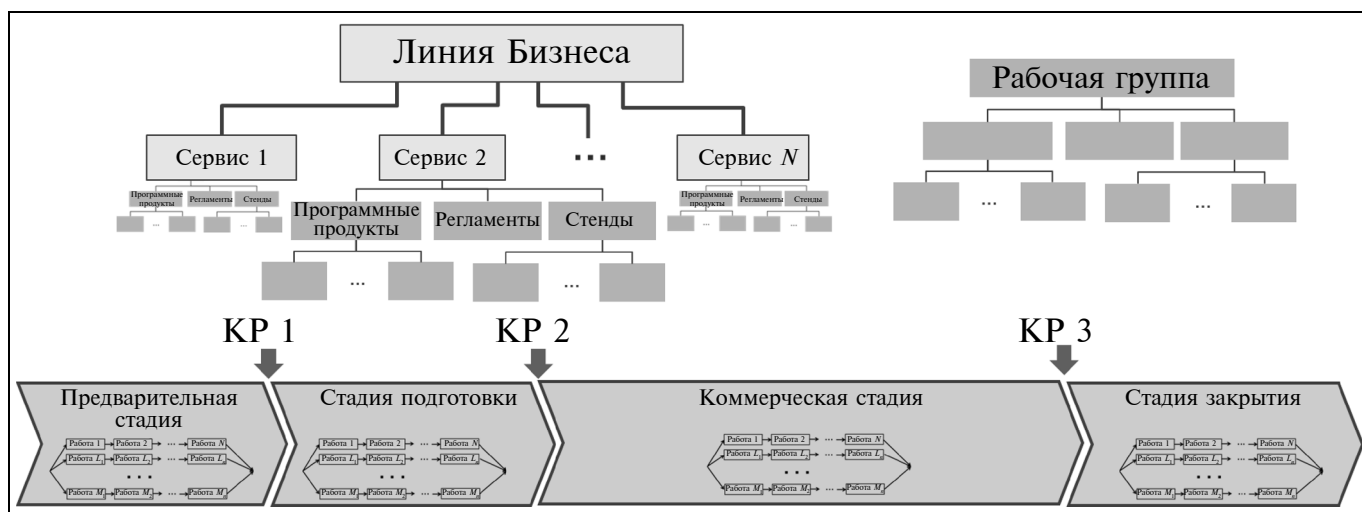


Рис. 7. Пример ФЖЦС, соответствующего линии бизнеса

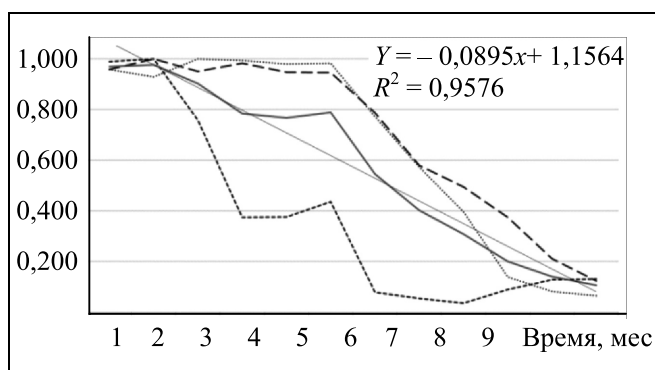


Рис. 8. Пример графиков изменения расхождения прогноза и факта, линия бизнеса 1

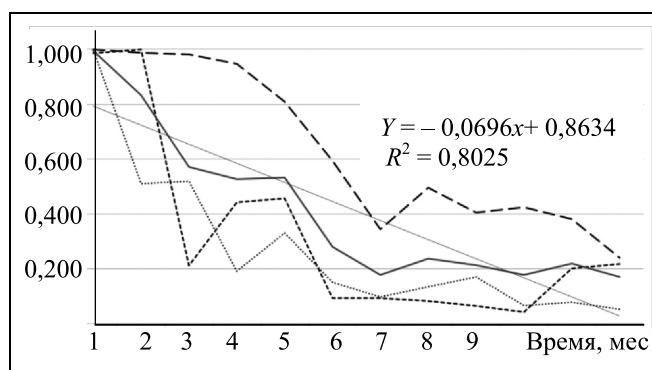


Рис. 9. Пример графиков изменения расхождения прогноза и факта, линия бизнеса 2

Компания одновременно реализует несколько сотен коммерческих проектов (например, в апреле 2014 г. их было 750, а в сентябре 2015 г. — 790), соответственно постоянного управления требуют несколько тысяч ЦО, каждый ЦО-ФЖЦС управляется руководителем, который несет ответственность за результаты бизнеса соответствующего ЦО.

Компания как бизнес-система обладает естественной инерционностью, поэтому основным принципом управления Компанией является «прогноз против плана», заключающийся в том, что решения принимаются на основе сопоставления прогноза бизнес-результатов с планом, что позволяет осуществлять действительно проактивное управление. Осуществляется прогнозирование и оценивание экономических и временных характеристик ФЖЦС: затраты и доходы, время завершения стадий. Для реализации этого подхода точность прогноза весьма критична.

На основе накопленных более чем за 10 лет исторических данных был выполнен апостериорный анализ точности прогнозов. Сопоставлены прогнозы экономических характеристик ЦО с фактическими данными в зависимости от горизонта прогнозирования — финансового результата за год для двух линий бизнеса на коммерческой стадии ЖЦ. Примеры зависимостей расхождения прогнозных значений и фактических приведены на рис. 8 и 9.

Графики представляют изменение расхождения прогноза и факта в зависимости от номера месяца, когда сделан прогноз (по горизонтали). В начале первого месяца года интервал прогнозирования составляет 12 мес и уменьшается до одного месяца к началу 12-го месяца года, соответственно убывает погрешность прогноза. На каждом из графиков изображено изменение расхождений для трех различных лет (штриховые и пунктирные линии), ус-

реденный график (сплошная линия) и линейный тренд (тонкая сплошная линия).

Финансовый результат рассчитывался как разность между полученной реализацией и затратами $\alpha = \Sigma(v_{\text{ФЖЦС}_i} - r_{\text{ФЖЦС}_i})$ для всех ФЖЦС, относящихся к данной линии бизнеса. Для приведения к единому масштабу расхождения были нормированы как $(\max_i \{|\alpha_t - \alpha_{\text{факт}}|\})^{-1} \cdot |\alpha_t - \alpha_{\text{факт}}|$, где $\alpha_{\text{факт}}$ — фактическое значение финансового результата по итогам года, α_t — прогнозное значение, сформированное на t -м месяце года.

Результаты сравнения подтвердили принятые в ходе разработки модели предположения и продемонстрировали эффективность применения модели как инструмента управления Компанией.

В частности, для всех ЦО расхождение уменьшается с уменьшением горизонта прогнозирования и прогнозы не имеют систематических ошибок. Из уравнений линий тренда на графиках видно, что линейная модель уменьшения расхождений является адекватной (высокие значения достоверности аппроксимации R^2). Далее, линия тренда пересекает ось времени в точках от 12,4 до 13 мес, т. е. среднее значение расхождения становится нулевым около точки 13, что соответствует концу 12-го месяца и интервалу прогноза, равному нулю.

С одной стороны, это ожидаемый вывод: с уменьшением горизонта прогнозирования неопределенность естественным образом уменьшается. С другой стороны, данный результат сам по себе подтверждает отсутствие систематических ошибок в модели. Включение руководителей ЦО в информационный контур делает прогноз и управление ЦО в целом рефлексивным. Уменьшение погрешностей и отсутствие систематических ошибок показывает устойчивость модели к рефлексии в контуре «руководитель — управляемый ЦО».

Относительные погрешности прогноза $(\alpha_{\text{факт}})^{-1} \cdot |\alpha_t - \alpha_{\text{факт}}|$ не превышают 10...12 % на трехмесячном горизонте и 40...50 % на полугодовом, что можно считать достаточно хорошим результатом. Вместе с тем, анализируемой системе свойственна достаточно существенная неопределенность, являющаяся естественной особенностью бизнеса и вызванная наличием отдельных сделок с высокой неопределенностью.

На рис. 10 приведены примеры прогнозов финансовых результатов нескольких проектов в зависимости от времени (по месяцам), прогнозы нормированы, аналогично графикам, представленным на рис. 8 и 9. Наличие волатильных проектов (см. рис. 10) хорошо согласуется с линейным

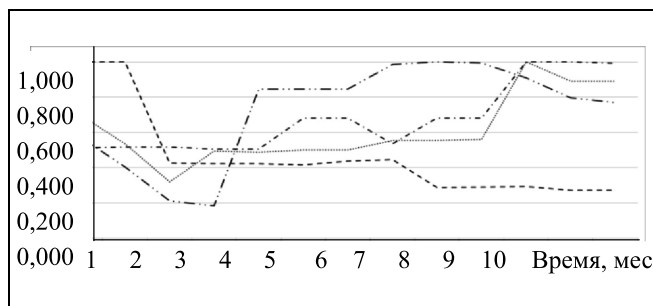


Рис. 10. Пример изменения прогнозов финансовых результатов нескольких проектов

уменьшением расхождений прогноза и факта: в течение каждого месяца завершается примерно одинаковое число проектов, по завершению проектам прогнозные значения заменяются на фактические, и неопределенность пропорционально уменьшается.

Система управления, основанная на предложенной модели, включает руководителей ЦО и других сотрудников Компании в контур обработки информации и требует от них определенных трудовых затрат, совокупные издержки Компании на поддержание и эксплуатацию системы управления составляют не более 5 % от затрат на персонал, что представляется весьма адекватной величиной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В условиях современной «экономики знаний» и возрастания роли информации вообще предложенные подходы и методы представления жизненного цикла могут быть распространены на другие виды бизнеса. Операционную деятельность практически любых предприятий (договоры, сделки, проекты, бизнес-активности и пр.) справедливо описывать иерархиями совокупностей (информационная модель + структура действий/работ + структура организаций). Поэтому предложенный в работе формализм и соответствующие стохастические модели являются универсальным средством описания и анализа операционной части бизнеса и экономики в целом. В дальнейшем целесообразно проанализировать различные отрасли экономики и бизнеса — страховой и финансовый сектор, профессиональные услуги, розничную торговлю, коммунальный сектор, правительственные и некоммерческие организации, выделить их специфические особенности и при необходимости создать набор операционных моделей для различных индустрий и направлений бизнеса.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Модели терминальных действий/работ. Рассмотрим процесс выполнения ω -х терминальных действий/работ для получения ОЦППС в форматах $q_{\omega}(\theta, r, v)$ для интервального метода и вектора средних значений m_{ω} для метода средних соответственно. Индекс ω , отражающий номер работы, будем опускать, когда это не приводит к неоднозначному пониманию. В рамках Приложения среди всех видов ресурсов будем отдельно учитывать трудоемкость, как наиболее сильно влияющую на сроки выполнения работ. Введем обозначения: $\hat{j}$ — нормативная (плановая) трудоемкость; $j(t)$ — фактическая трудоемкость, выполненная к моменту t ; $r^*(t) = r(t) - j(t)$ — фактическая ресурсоемкость (за вычетом трудоемкости), затраченная к моменту t ; $v(t)$ — объем ценности аналогично.

Динамика действия/работы в общем виде описывается системой соотношений

$$\begin{aligned} j(t) &= j(t-1) + a(j(t-1), H(t), t-t_0); \\ r^*(t) &= r^*(t-1) + b(j(t-1), r^*(t-1), H(t), t-t_0); \\ v(t) &= v(t-1) + c(j(t-1), r^*(t-1), v(t-1), H(t), t-t_0); \\ j(t_0) &= 0; \\ r^*(t_0) &= r_0; \\ v(t_0) &= 0. \end{aligned} \quad (П1)$$

Работа выполняется с момента ее начала t_0 до достижения нормативной (плановой) трудоемкости, т. е. пока $j(t) < \hat{j}$. Функции производительности $a(\cdot)$, $b(\cdot)$ и $c(\cdot)$ зависят от текущих значений j , r^* и v , от текущей продолжительности работы от момента ее начала $t-t_0$, и от параметра $H(t)$ — текущей доступности/назначения, необходимых для выполнения работы ресурсов (специалистов требуемой квалификации, оборудования, материалов, комплектующих и др.). В общем случае для старта работы необходимы начальные затраты ресурсов r_0 . С учетом соображений о неопределенности

нормативная трудоемкость $\hat{j}$ и начальные затраты r_0 описываются известной ф. р. в. $\rho_{jr}(\hat{j}, r_0)$, задаваемой в параметрическом виде или как выборочная гистограмма. Функции производительности $a(\cdot)$, $b(\cdot)$ и $c(\cdot)$ известны или из регламентирующих документов (например, технологических карт) для типовых работ, или задаются экспертно для редко выполняемых работ.

Доступность $H(t)$ для различных работ моделируется функциями различных видов, например:

— параметр $H(t)$ бинарен и принимает значения $\{1; 0\}$, отражающие случаи «ресурсы доступны в требуемом объеме, работа может выполняться» или «ресурсы недоступны, работа не выполняется»;

— параметр $H(t)$ принимает значения процента доступности ресурсов и работа выполняется с пропорциональной производительностью.

В рамках данной статьи вопрос управления не рассматривается, будем считать, что известно расписание доступности ресурсов или характеристики случайного процесса $H(t)$.

Соотношения (6) в общем виде сложны для аналитического или даже численного решения, однако в большинстве практически важных случаев допускают существенные упрощения и позволяют получить выражения, пригодные для инженерных расчетов, рассмотрим их.

Интервальная модель терминальных действий/работ.

Ф. р. в. $\rho_{jr}(\hat{j}, r_0)$ обычно допускает аппроксимацию

$\rho_{jr}(j, r) = \rho_j(j - \hat{j}_{\text{центр}}) \rho_r(r - r_{\text{центр}})$ как следствие допущения Д1, где $\rho_j(\cdot)$ и $\rho_r(\cdot)$ — простые параметризуемые ф. р. в., например, линейные или β -распределения.

Функции производительности часто могут быть (кучно) линеаризованы:

$$\begin{aligned} a(j(t-1), H(t), t-t_0) &= a_0 h(t); \\ b(j(t-1), r^*(t-1), H(t), t-t_0) &= \\ &= \{b_0 + b_j j(t-1) + \xi(t)\} h(t); \\ c(j(t-1), r^*(t-1), v(t-1), H(t), t-t_0) &= \\ &= \{c_0 + c_j j(t-1) + c_r r^*(t-1) + \zeta(t)\} h(t), \end{aligned}$$

где a_0 , b_0 , b_j , c_0 , c_j и c_r — известные константы, а $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ — марковские процессы с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями σ_{ξ}^2 и σ_{ζ}^2 , отражающие неопределенность затрат ресурсов и создаваемой ценности соответственно. Параметры ф. р. в. $\rho_j(\cdot)$ и $\rho_r(\cdot)$,

константы a_0 , b_0 , b_j , c_0 , c_j и c_r , дисперсии σ_{ξ}^2 и σ_{ζ}^2 имеют вполне определенную бизнес-семантику и могут быть получены из регламентов работ, технологических карт или заданы экспертно. Тогда продолжительность работы, затраты ресурсов и созданная ценность определяются как

$$\begin{aligned} \theta &= \hat{j}/a_0 + \delta_H; \\ r^* &= r_0 + b_0 + b_j \hat{j} + \sum_{i=1}^{\hat{j}/a_0} \xi(i); r = r^* + \hat{j}; \\ v &= c_0 + c_j \hat{j} + c_r r^* + \sum_{i=1}^{\hat{j}/a_0} \zeta(i), \end{aligned} \quad (П2)$$

где δ_H определяется поведением $h(t)$ в течение длительности работы и в разных случаях может быть известной детерминированной или случайной величиной. Обозначим

$\tilde{\xi} = \sum_{i=1}^{\hat{j}/a_0} \xi(i)$ и $\tilde{\zeta} = \sum_{i=1}^{\hat{j}/a_0} \zeta(i)$. Тогда $q_{\omega}(\theta, r, v)$ может быть аналитически получена как композиция $\rho_j(\cdot)$, $\rho_r(\cdot)$,



$\rho_\delta(\cdot)$, $\rho_\xi(\cdot)$ и $\rho_\zeta(\cdot)$ — ф. р. в. соответствующих величин $\hat{j}$, r_0 , δ_H , ξ и ζ :

$$q_\omega(\theta, r, v) = \sum_{j,x} \rho_j(j) \rho_r(x) \rho_\delta(\theta - j/a_0) \times \\ \times \rho_\xi(r - j - b_0 - b_j j - x) \rho_\zeta(v - c_0 c_j j - c_r(r - j)). \quad (\text{ПЗ})$$

Выражения (7)–(9) достаточны для получения приближенных оценок характеристик действий/работ. При выполнении более точных расчетов необходимо учитывать такие эффекты, как использование одних и тех же ресурсов (проектных команд, специалистов, оборудования) в разных ФЖЦС разных действий/работ, что требует расчета ф. р. в. на основании уравнений (П1) для всей совокупности терминальных работ всех фрагментов ЖЦС. В силу размерности ни аналитическое, ни численное вычисление в таких случаях невозможно, поэтому целесообразно воспользоваться имитационным моделированием методом Монте-Карло.

Модель терминальных действий/работ по методу средних. Соотношения (П2) допускают матричное представление:

$$z = A\varepsilon + B,$$

где $\varepsilon = (\hat{j}, r_0, \delta_H, \xi, \zeta)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 1/a_0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 + b_j & 1 & 0 & 1 & 0 \\ c_j + c_r b_j & c_r & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = (0, b_0, c_0 + c_r b_0)^T.$$

Все элементы векторов средних значений ε , матрицы A и вектора B неотрицательны. Эти величины имеют вполне определенную бизнес-семантику и могут быть получены из регламентов работ, технологических карт или заданы экспертно.

Тогда вектор средних значений m_ω характеристик ω -й работы определится как:

$$m_\omega = A m_\omega + B, \quad M_\omega = A M_\omega + B.$$

Соответственно, сценарии терминального действия/работы:

$$\Sigma_\omega = \{(\mu_f; A m_f + B); f = 1, 2, \dots, F\}. \quad (\text{П4})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Product Lifecycle Management (PLM) Definition* — URL: <https://www.cimdata.com/en/resources/about-plm> (дата обращения: 22.05.2015).
2. *SEBoK Glossary. System of Systems (SoS) (glossary)*. — URL: [http://sebokwiki.org/wiki/System_of_Systems_\(SoS\)_glossary](http://sebokwiki.org/wiki/System_of_Systems_(SoS)_glossary) (дата обращения: 23.06.2015).
3. *Новиков Д.А. Теория управления организационными системами*. 3-е изд. — М.: Изд-во физико-математической литературы, 2012. — 604 с.
4. *Белов М.В. Системно-инженерные и экономические аспекты управления жизненным циклом // Управление большими системами*. — 2015. — Вып. 56. — С. 6–65.
5. *Belov M. IBS Group, Eastern European IT Services: Capability-Based Development for Business Transformation*. In: *Case Studies in System of Systems, Enterprises, and Complex Systems Engineering* / A. Gorod, B. White, V. Ireland, J. Gandhi, and B. Sauser (eds.). — N.-Y.: CRC Press, Taylor & Francis, 2014. — 808 p.
6. *Gupta Y. and Chow W.S. Twenty-five years of life cycle costing theory and application: a survey // The Intern. Journal of Quality and Reliability Management*. — 1985. — Vol. 2. — P. 51–76.
7. *Loyer J.L., Henriques E. A MBSE probabilistic framework for preliminary lifecycle costing of mechanical products. INCOSE International Symposium, Las Vegas, NV. June 30–July 3, 2014*. — Vol. 24, iss. 1. — P. 182–195.
8. *Wang G., Roedler G.J., Pena M., Valerdi R. A Generalized Systems Engineering Reuse Framework and Its Cost Estimating Relationship // INCOSE International Symposium Las Vegas, NV. June 30–July 3, 2014*. — Vol. 24, iss. 1. — P. 274–297.
9. *Liu H., Gopalkrishnan V., Ng W.K., Song B., and Li X. An intelligent system for estimating full product Life Cycle Cost at the early design stage // Intern. Journal of Product Lifecycle Management*. — 2008. — N 2 (2–3). — P. 96–113.
10. *NASA Cost Estimating Handbook. Version 4.0. NASA Headquarters — Cost Analysis Division*. — Washington, DC (US): National Aeronautics and Space Administration, February 2015.
11. *GAO Cost Estimating and Assessment Guide. Best Practices for Developing and Managing Capital Program Costs. GAO-09-3SP. United States Government Accountability Office*. — Washington, D.C., March 2009.
12. *Estefan J. INCOSE Survey of MBSE Methodologies. INCOSE-TD-2007-003-02 May 2008 INCOSE 2150 N. 107th Street, Suite 205 Seattle, WA 98133-9009*. http://www.omgsysml.org/MBSE_Methodology_Survey_RevB.pdf (дата обращения: 10.12.2015).
13. *Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками: Монография*. — Воронеж: Научная книга, 2010. — 284 с.
14. *Матвеев А.А., Новиков Д.А., Цветков А.В. Модели и методы управления портфелями проектов*. — М.: ИПУ РАН, 2005.
15. *Клейнер Г.Б. Эволюция и модернизация теории предприятия // Экономическая трансформация и экономическая теория*. 5-й Междунар. симпозиум по эволюционной экономике. — М., 2004.
16. *Braha, D., Yaneer, B.-Y. The statistical mechanics of complex product development: Empirical and analytical results // Management Science*. — 2007. — Vol. 53, N 7. — P. 1127–1145.
17. *Беляев Ю.К. Линейчатые марковские процессы и их приложение к задачам теории надежности // Тр. VI Всесоюзного совещания по теории вероятностей и математической статистике*. — Вильнюс, 1962. — С. 309–323.
18. *Королюк В.С., Броди С.М., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их применения. Итоги науки и техники // Сер.: Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет.* — 1974. — Т. 11. — С. 47–97.
19. *Харламов Б.П. Непрерывные полумарковские процессы*. — М.: Наука, 2001. — 418 с.
20. *SEBoK Glossary. Enterprise (glossary) [Электронный ресурс]*. — Режим доступа: http://sebokwiki.org/wiki/Enterprise_glossary (дата обращения: 23.06.2015).

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Вишневым.

Белов Михаил Валентинович — канд. техн. наук, зам. ген. директора, Компания ИБС, г. Москва, mbelov59@mail.ru.

УЧЕТ КОРРУПЦИИ В МОДЕЛЯХ СОЧЕТАНИЯ ОБЩЕСТВЕННЫХ И ЧАСТНЫХ ИНТЕРЕСОВ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ¹

О.И. Горбанева, Г.А. Угольников

Рассмотрен учет коррупции в моделях согласования общественных и частных интересов активных агентов в трехуровневых системах управления типа «принципал — супервайзер — агент». Показано, что при экономической коррупции супервайзер за взятку увеличивает долю агента в общественном доходе, а при административной ослабляет требования к участию агента в общественной деятельности. Модели исследованы в рамках дескриптивного и нормативного подходов, обсуждены полученные результаты.

Ключевые слова: модели сочетания общих и частных интересов, коррупция, административный, экономический механизм, дескриптивный, нормативный, подход.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема сочетания общественных и частных интересов может рассматриваться в двух аспектах. Прежде всего, уровень общественного благосостояния при независимом поведении эгоистичных активных агентов обычно оказывается ниже, чем при их согласованных кооперативных действиях. Количественная сторона этой проблемы получила название «неэффективности равновесий» и характеризуется введенным Х. Пападимитриу показателем «цены анархии» [1]. На самом деле, близкий показатель встречался в работах советских авторов 1970-х гг. Так, В.Н. Бурковым и В.И. Опойцевым [2] была предложена концепция «метаигры», в которой центр должен синтезировать механизм управления, максимизирующий общественное благосостояние в равновесии игры агентов. В работе В.А. Горелика [3] введена мера согласованности интересов верхнего и нижнего уровней управления.

Далее, агенты могут распределять свои ресурсы между общим и частными интересами. В основополагающей работе Ю.Б. Гермейера и И.А. Вателя [4] показано, что если функции выигрыша агентов имеют вид свертки по минимуму функций общего и частного интересов, то в соответствующей игре существует Парето-оптимальное равновесие по Нэшу (т. е. цена анархии равна идеальному значе-

нию — единице). Впоследствии Н.С. Кукушкин получил условие существования равновесия Нэша в играх с частными и общественными целями [5, 6].

Исследование моделей обоих типов было продолжено в работах [7–11], в которых функция выигрыша агентов имеет вид линейной свертки. В частности, вычислена «цена анархии» для моделей согласования общественных и частных интересов (СОЧИ-моделей) [8], определены административный и экономический механизмы управления в СОЧИ-моделях с обратной связью и без нее [9], предложено определение системной согласованности [9], при которой равновесные по Нэшу стратегии агентов максимизируют общественное благосостояние, а также определение согласованности механизма управления. Изучена согласованность административного и экономического механизмов управления [11].

В настоящей работе основное внимание уделяется описанию коррупции в СОЧИ-моделях. До сих пор эта тема рассматривалась только в работе [6], но теперь предложена другая схема моделирования и детально изучены механизмы административной и экономической коррупции.

Итак, при решении задач согласования интересов в активных системах представляется существенным учет возможного коррупционного поведения агентов. Обзор математических моделей коррупции в иерархических системах управления дан в работе [12]. Авторский подход к построению и исследованию статических моделей коррупции в иерархических системах управления изложен в ра-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-00432-а).

боте [13]. Этот подход базируется на концепции управления устойчивым развитием [10] и использует идеи информационной теории иерархических систем [14] и теории управления организационными системами [15]. Одним из ключевых тезисов здесь служит трактовка коррупции как обратной связи по размеру взятки.

Отметим, что для описания процессов управления в активных системах (и вообще при моделировании социально-экономических систем) применяются два основных подхода. Первый — это теоретические обобщения высокого уровня, справедливые для широкого класса моделируемых объектов (например, принцип открытого управления или теорема Эрроу). Второй подход — описание реальных систем с помощью «портретных» моделей, опирающихся на эмпирические данные наблюдений. Понятно, что оба эти подхода имеют свои преимущества и недостатки. Получить содержательный теоретический результат для модели общего вида нелегко, даже если говорить не только о «вершинах». Ясна и ограниченность эмпирических исследований при всей их прикладной полезности.

Поэтому в настоящей статье (как и в ряде других работ авторов) делается попытка идти по «среднему» пути, описывая достаточно широкий класс объектов с использованием определенной степени общности моделирования. Именно, изучается коррупция в иерархических системах управления древовидной структуры (примеры которых приводятся в тексте) с помощью степенных модельных функций полезности. На наш взгляд, этот подход позволяет получить достаточно представительные результаты и создать базу как для эмпирического анализа конкретных систем, так и для дальнейших теоретических обобщений.

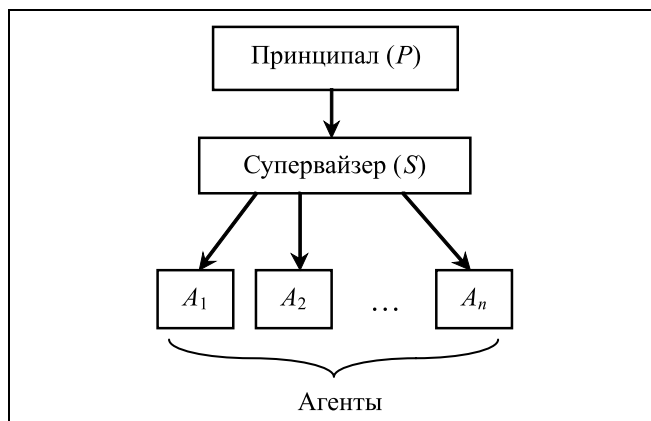
1. СОЧИ-МОДЕЛИ И УЧЕТ КОРРУПЦИИ

Описанные ранее [8, 9, 11] СОЧИ-модели имеют вид

$$g_i(u) = p_i(r_i - u_i) + s_i c(u) \rightarrow \max, \quad 0 \leq u_i \leq r_i, \quad i \in N; \quad (1)$$

$$g_0(u) = \sum_{j \in N} g_j(u) \rightarrow \max, \quad 0 \leq s_i \leq 1, \quad \sum_{j \in N} s_j = \begin{cases} 1, & \exists i: s_i > 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

Здесь r_i — ресурс, которым располагает i -й агент; u_i — часть ресурса, ассигнуемая им на создание общего дохода; $c(u)$ — функция общего дохода; s_i — доля i -го агента в общем доходе; $p_i(r_i - u_i)$ — функция частного интереса i -го агента, $N = \{1, \dots, n\}$ —



Иерархическая система управления «принципал — супервайзер — агенты»

множество агентов, $g_i(u)$ — целевая функция i -го агента, $g_0(u)$ — целевая функция принципала. Фактически, модель (1), (2) описывает двухуровневую древовидную систему управления, в которой управляющий орган верхнего уровня стремится максимизировать общественное благосостояние (2) посредством учета интересов создающих его агентов (1), т. е. построить механизм системного согласования [9].

Общие требования к функциям p_i и c : они предполагаются непрерывно дифференцируемыми, возрастающими и вогнутыми по всем аргументам, $c(0) = 0$, $p_i(0) = 0$ (при $u_i = r_i$), т. е. выполняются стандартные свойства производственных функций. Поскольку результаты для этого общего класса функций пока отсутствуют, будем рассматривать в качестве функций $p_i(x)$ и $c(x)$ широко используемые в экономике и достаточно представительные степенные производственные функции с положительным показателем, меньшим единицы, а также в иллюстративных целях линейные функции.

Что касается учета коррупции в СОЧИ-моделях, то в соответствии с авторским подходом целесообразно различать административную и экономическую коррупцию [13]. Рассмотрим иерархическую систему управления «принципал — супервайзер — агенты», структура которой показана на рисунке.

Принципал осуществляет административный и/или экономический контроль деятельности агентов, воздействуя соответственно на множества их допустимых управлений или целевые функции. Принципал предполагается некоррумпированным, однако реальные функции управления от его имени выполняет супервайзер, который в обмен на взятку от агентов может ослаблять административные либо экономические требова-

ния. Соответственно, возникает административная и/или экономическая коррупция, т. е. обратная связь этих видов управления по размеру взятки [10, 13].

Отметим, что представленная на рисунке структура отражает реальные отношения в иерархических организациях. Невозможность обработки принципалом больших объемов информации в реальном времени порождает необходимость делегирования полномочий промежуточному уровню управления — супервайзерам (их в древовидной системе управления на самом деле несколько, на рисунке показан только один, поскольку этого достаточно для решаемой задачи моделирования). Однако наличие супервайзера, интересы которого не совпадают с интересами принципала, создает условия для коррупции (конечно, не обязательно реализуемые).

Можно привести ряд примеров иерархических систем управления со структурой, показанной на рисунке:

законодательный орган — чиновник органа исполнительной власти — хозяйствующие субъекты; министерство — местный орган лицензирования — претенденты на лицензию;

руководство института (больницы) — преподаватель (врач) — студенты (пациенты);

собственник или генеральный директор предприятия — менеджер среднего уровня — рядовые работники и др.

Рассмотрим более детально математическую формализацию административной и экономической коррупции в СОЧИ-моделях.

2. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КОРРУПЦИЯ В СОЧИ-МОДЕЛЯХ

Предположим, что в отсутствие коррупции общественный доход $c(u)$ в модели (1), (2) распределяется между принципалом, супервайзером и агентами в соотношении $t^0, r^0, \sum_{j=1}^n s_j^0$, где $t^0 + r^0 +$

$\sum_{j=1}^n s_j^0 = 1$. Трактовка экономической коррупции состоит в том, что в обмен на взятку супервайзер — распорядитель ресурсов увеличивает долю агентов в общественном доходе за счет принципала (например, государства или иной организации). Эту схему можно описать соотношениями

$$\begin{aligned} t &= t^0 - \sum_{j=1}^n \delta_j, & r &= r^0 + \sum_{j=1}^n b_j \delta_j, \\ s_i &= s_i^0 + (1 - b_i) \delta_i, & i &\in N, \end{aligned} \quad (3)$$

где для новых долей распределения общественного дохода (3) вновь выполняется условие $t + r +$

$\sum_{j=1}^n s_j = 1$. Здесь δ_i — прибавка доли общественного дохода i -го агента в обмен на «откат», b_i — доля «отката» от δ_i супервайзеру от i -го агента. Тогда СОЧИ-модель (1), (2) с учетом экономической коррупции принимает вид

$$g_S(b, \delta, u) = \left[r^0 + \sum_{j=1}^n b_j \delta_j \right] c(u) \rightarrow \max, \quad 0 \leq \delta_i \leq 1; \quad (4)$$

$$g_i(b_i, \delta_i, u) = p_i(r_i - u_i) + [s_i^0 + (1 - b_i) \delta_i] c(u) \rightarrow \max, \quad 0 \leq b_i \leq 1, \quad 0 \leq u_i \leq r_i, \quad i \in N, \quad (5)$$

где g_S и g_i — целевые функции супервайзера и i -го агента соответственно. При этом в функции (4) слагаемое $r^0 c(u)$ характеризует официальное вознаграждение супервайзера, а слагаемое $c(u) \sum_{j=1}^n b_j \delta_j$ — его коррупционный доход.

Модель (4), (5) можно исследовать двумя способами: дескриптивным и нормативным. В случае дескриптивного подхода вид функции взятничества $\delta_i(b_i)$ считается известным (из общих соображений либо на основе анализа доступных эмпирических данных). Тогда для агентов возникает игра в нормальной форме, в которой стратегиями служат пары управлений (b_i, u_i) . При нормативном подходе функция $\delta_i(b_i)$ определяется как оптимальная гарантирующая стратегия (механизм управления) супервайзера в игре типа Γ_2 с агентами [14, 15]. Отметим, что постановка игры Γ_1 при описании коррупции в данном случае не имеет смысла, так как оптимальный ответ агента на любое фиксированное значение δ_i есть $b_i = 0$. Без существенного ограничения общности моделирования применим дескриптивный подход для линейной и степенной функций $\delta_i(b_i)$.

Линейная модель. Здесь $\delta_i = l_i b_i$, поэтому функция (5) принимает вид

$$g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i) + K[s_i^0 + (1 - b_i)l_i b_i] \sum_{j=1}^n u_j$$

и подлежит максимизации при ограничениях $0 \leq b_i \leq 1, \quad 0 \leq u_i \leq r_i$.

Коэффициент l_i характеризует увеличение прибавки δ_i с ростом доли отката b_i . Условия первого

порядка имеют вид $0 = \frac{\partial g_i}{\partial u_i} K[s_i^0 + l_i b_i + l_i b_i^2] - k_i$,



$0 = \frac{\partial g_i}{\partial b_i} = Kl_i[1 - 2b_i] \sum_{j=1}^n u_j$. В силу линейности функции g_i по u_i максимум достигается на границе отрезка $[0, r_i]$:

$$\frac{\partial g_i}{\partial u_i} \begin{cases} \geq 0, \kappa(b_i) > 0 \Rightarrow u_i^* = r_i; \\ < 0, \kappa(b_i) \leq 0 \Rightarrow u_i^* = 0, \end{cases}$$

где $\kappa(b_i) = Ks_i^0 + Kl_i b_i(1 - b_i) - k_i$.

Оптимальное значение $b_i^* = 1/2$, при этом $\kappa(1/2) = K(s_i^0 + l_i/4) - k_i$. Как видно, значение u_i^* зависит от коэффициента l_i , а размер взятки не зависит. Заметим, что должны выполняться условия $t = t^0 - \sum_{j=1}^n \delta_j \geq 0$, $r = r^0 + \sum_{j=1}^n b_j \delta_j \leq 1$ которые приобретают вид: $t^0 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n l_j \geq 0$, $r^0 + \sum_{j=1}^n (s_i^0 + \frac{l_i}{2}) \leq 1$. Эти условия эквивалентны при выполнении условия $t + r + \sum_{j=1}^n s_j = 1$, т. е. супервайзер должен назначить l_i таким образом, чтобы $\sum_{j=1}^n l_j \leq 2t^0$.

Рассмотрим задачу супервайзера:

$$g_S(l) = \left[r^0 + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^n l_j \right] c\left(\sum_{i \in C} r_i \right) \rightarrow \max$$

при ограничениях $0 \leq l_i \leq 1$, $\sum_{j=1}^n l_j \leq 2t^0$.

Это задача линейного программирования, но фактически нужно найти $\sum_{j=1}^n l_j$, причем целевая функция супервайзера возрастает по этой величине, следовательно, $\sum_{j=1}^n l_j = \min\{2t^0, n\}$. Но при $n \geq 2$ имеем $2t^0 \leq n$. Следовательно, $\sum_{j=1}^n l_j = 2t^0$. Тогда $g_P = 0$, $g_S = \left[r^0 + \frac{t^0}{2} \right] c\left(\sum_{i \in C} r_i \right)$, $g_{i \in C} = K \left[s_i^0 + \frac{t^0}{2} \right] \sum_{i \in C} r_i$, $g_{i \in I} = k_i r_i + K \left[s_i^0 + \frac{t^0}{2} \right] \sum_{i \in C} r_i$.

Теперь осталось распределить величину $\sum_{j=1}^n l_j$ между агентами. Так как целевая функция супервайзера возрастает по $\sum_{i \in C} r_i$, то необходимо как можно больше агентов сделать коллективистами,

т. е. в идеале $I_0 = \emptyset$, $C_0 = N$, причем чем сильнее значение u_i^* зависит от коэффициента l_i , тем вероятнее выполнение условия $Ks_i^0 + Kl_i b_i(1 - b_i) - k_i > 0$ (или $l_i > 4(k_i/K - s_i^0)$), при котором $u_i^* = r_i$. Можно добиться того, чтобы все агенты стали коллективистами (добиться системной согласованности), если $\sum_{i=1}^n (k_i/K - s_i^0) < t^0/2$, в противном случае приходится решать задачу согласованности в слабой форме, разбивая множество агентов на подмножества коллективистов и индивидуалистов так, чтобы $\sum_{i \in C} r_i \rightarrow \max$ при условии $\sum_{i=1}^n (k_i/K - s_i^0) < t^0/2$. Полученную задачу можно свести к известной «задаче о рюкзаке» [16].

Модель со степенной функцией взятничества $\delta_i = l_i b_i^m$. Функция (5) принимает вид $g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i) + K[s_i^0 + (1 - b_i)l_i b_i^m] \sum_{j=1}^n u_j$ и подлежит максимизации при ограничениях $0 \leq b_i \leq 1$, $0 \leq u_i \leq r_i$. Целевая функция агента линейна по u_i , откуда

$$u_i = \begin{cases} r_i, & K \left(s_i^0 + \frac{l_i m^m}{(m+1)^{m+1}} \right) > k_i; \\ 0, & K \left(s_i^0 + \frac{l_i m^m}{(m+1)^{m+1}} \right) < k_i. \end{cases}$$

Из условий первого и второго порядка видно, что оптимальное значение $b_i^* = \frac{m}{m+1}$. Как видно, размер взятки от коэффициента l_i не зависит.

Заметим, что должно выполняться условие: $t^0 - \frac{m^m}{(m+1)^m} \sum_{j=1}^n l_j \geq 0$ или, что то же самое, $\sum_{j=1}^n l_j \leq \frac{(m+1)^m}{m^m} t^0$.

Решим задачу супервайзера: $g_S(l) = \left[r^0 + \left(\frac{m}{m+1} \right)^m \sum_{j=1}^n l_j \right] c\left(\sum_{i \in C} r_i \right) \rightarrow \max$ при ограничениях $0 \leq l_i \leq 1$, $\sum_{j=1}^n l_j \leq \frac{(m+1)^m}{m^m} t^0$.

Это задача линейного программирования. Рассуждая аналогично предыдущему случаю, полу-

чим, что можно добиться системной согласованности, если $\sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i}{K} - s_i^0 \right) < \frac{t^0}{k+1}$, иначе приходится решать задачу согласования в слабой форме, разбивая множество агентов на подмножества коллективистов и индивидуалистов так, чтобы $\sum_{i \in C} r_i \rightarrow \max$ при условии $\sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i}{K} - s_i^0 \right) < \frac{t^0}{k+1}$. Полученная задача также сводится к «задаче о рюкзаке» [16].

Определим целевую функцию принципала

$$g_P(u) = \sum_{j=1}^n p_j(r_j - u_j) + c(u) \rightarrow \max \quad (6)$$

и рассмотрим модель (5), (6). Условие системного согласования [8] в этой модели имеет вид $u^* = u^{\max}$, где $u = (u_1, \dots, u_n)$, u^* — равновесие Нэша в игре агентов (5), $g_P(u^{\max}) = \max_u g_P(u)$.

Алгоритм исследования модели:

- 1) выявить условия системного согласования интересов принципала и агента, т. е. найти значения u^* , $u^{\max}$ и значения s_i^0 , при которых они равны;
- 2) при найденном условии согласования (возможно, в слабой форме), найти равновесие в игре Γ_2 супервайзера и агента.

Применим нормативный подход для некоторых классов СОЧИ-моделей.

Линейная модель. Модель принимает вид: целевая функция принципала $g_P = \sum_{i \in N} k_i(r_i - u_i) + K \sum_{j=1}^n u_j$, супервайзера $g_S = \left(r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i \right) K \sum_{j=1}^n r_j$. Целевая функция агента (5) принимает вид $g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i) + K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] \sum_{j=1}^n u_j$.

Оптимальные стратегии принципала и агента в этом случае:

$$u_i^{\max} = \begin{cases} r_i, & K > k_i; \\ 0, & K < k_i, \end{cases} \quad u_i^* = \begin{cases} r_i, & K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] > k_i; \\ 0, & K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] < k_i. \end{cases}$$

Чтобы добиться системной согласованности, нужно назначить s_i^0 так, чтобы

$$s_i^0 = \begin{cases} > k_i/K - (1 - b_i)\delta_i, & K > k_i; \\ 0, & K < k_i. \end{cases}$$

Отсюда, чем меньше частных интересов у агента, тем легче заставить работника работать на общие интересы. Также должно выполняться условие

$\sum_{i \in N} s_i^0 = 1 - r^0 - p^0$, т. е. системной согласованности можно добиться, если $\sum_{i \in N} \left(\frac{k_i}{K} - (1 - b_i)\delta_i \right) < 1 - r^0 - p^0$, иначе приходится решать задачу согласования в слабой форме. Отметим, что принципал не знает равновесных значений b_i и δ_i и вообще может не знать о коррупции.

Теперь рассмотрим игру Γ_2 супервайзера и агента:

$$g_S = \left(r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i \right) K \sum_{j \in C} r_j.$$

Функция (5) принимает вид

$$g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i) + K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] \sum_{j \in C} r_j = \begin{cases} k_i r_i + K(1 - b_i)\delta_i \sum_{j \in C} r_j, & i \in I, \\ K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] \sum_{j \in C} r_j, & i \in C. \end{cases}$$

Стратегия наказания есть $\delta_i^P = 0$, т. е. при выборе супервайзером данной стратегии агент не может рассчитывать на увеличение доли в общем доходе:

$$L_i = k_i(r_i - u_i) + K s_i^0 \sum_{j \in C} r_j = \begin{cases} k_i r_i, & i \in I, \\ K s_i^0 \sum_{j \in C} r_j, & i \in C. \end{cases}$$

Оптимальная стратегия агента при стратегии наказания произвольна: $E_i = \{b_i \in [0; 1]\}$, при этом $K_2 = r^0 K \sum_{j \in C} r_j$. Во множество D_i входят стратегии супервайзера и агента $D_i = \{(\delta_i, b_i) \mid b_i \neq 1, \delta_i \neq 0\}$, т. е. агент должен получить ненулевую надбавку от общей деятельности. Вычислим значение

$$K_1 = \max_{\delta_i} \max_{b_i} \left(r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i \right) K \sum_{j \in C} r_j$$

при ограничениях $b_i \neq 1, \delta_i \neq 0, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0$, откуда

$$b_i = 1 - \varepsilon, \quad \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0,$$

$$K_1 = \left(r^0 + (1 - \varepsilon) \left(1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0 \right) \right) \times K \sum_{j \in C} r_j > r^0 K \sum_{j \in C} r_j = K_2.$$



Таким образом, оптимальная стратегия супервайзера:

$$\delta_i = \begin{cases} 0, b_i \neq 1 - \varepsilon, \\ > 0, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0, b_i = 1 - \varepsilon. \end{cases}$$

При этом доход агента

$$g_i = \begin{cases} k_i r_i = K \varepsilon \delta_i \sum_{j=1}^n u_j, i \in I, \\ K[s_i^0 + \varepsilon \delta_i] \sum_{j=1}^n u_j, i \in C. \end{cases}$$

Отсюда можно сделать выводы:

— супервайзер дает агенту совсем незначительную надбавку;

— условие системной согласованности имеет вид $\sum_{i \in N} (k_i/K - (1 - b_i)\delta_i) < 1 - r^0 - t^0$, при этом опти-

мальная стратегия принципала $s_i^0 = \begin{cases} > k_i/K, K > k_i; \\ 0, K < k_i. \end{cases}$

Линейно-степенная модель. Модель имеет вид: целевая функция принципала $g_P = \sum_{i \in N} k_i(r_i - u_i)^\alpha +$

$+ K \sum_{j=1}^n u_j$, супервайзера $g_S = (r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i) K \sum_{j=1}^n u_j$.

Целевая функция агента (5) принимает вид

$$g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i)^\alpha + K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] \sum_{j=1}^n u_j.$$

Оптимальные стратегии принципала и агента:

$$u_i^{\max} = \begin{cases} r_i - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_i \alpha}{K}}, K > \frac{k_i \alpha}{r_i^{1-\alpha}}; \\ 0, K < \frac{k_i \alpha}{r_i^{1-\alpha}}, \end{cases}$$

$$u_i^* =$$

$$= \begin{cases} r_i - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_i \alpha}{K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i]}}, K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] > \frac{k_i \alpha}{r_i^{1-\alpha}}; \\ 0, K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] < \frac{k_i \alpha}{r_i^{1-\alpha}}. \end{cases}$$

Для системной согласованности необходимо, чтобы все агенты были индивидуалистами. Это возможно только в случае, когда для всех агентов выполняется соотношение $K < k_i \alpha / r_i^{1-\alpha}$. Для этих

агентов значения s_i^0 назначаются следующим образом:

$$s_i^0 < \frac{k_i \alpha}{r_i^{1-\alpha} K} - (1 - b_i) \delta_i,$$

одно из возможных значений $s_i^0 = 0$. Если же хотя бы для одного агента не выполняется условие $K < k_i \alpha / r_i^{1-\alpha}$, то приходится решать задачу согласования в слабой форме.

Теперь рассмотрим игру Γ_2 супервайзера и агента:

$$g_S = \left(r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i \right) K \sum_{j \in C} r_j,$$

$$g_i(b_i, u) = k_i(r_i - u_i)^\alpha + K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i] \times$$

$$\times \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K[s_j^0 + (1 - b_j)\delta_j]}} \right) =$$

$$= \begin{cases} k_i r_i^\alpha + K[s_i^0 + (1 - b_i)] \delta \times \\ \times \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K[s_j^0 + (1 - b_j)\delta_j]}} \right), i \in I, \\ k_i \left({}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_i \alpha}{K[s_i^0 + (1 - b_i)\delta_i]}} \right)^\alpha + K[s_i^0 + (1 - b_i)] \delta \times \\ \times \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K[s_j^0 + (1 - b_j)\delta_j]}} \right), i \in C', \end{cases}$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны предыдущему случаю, так как в целевой функции изменился только вид первого слагаемого, которое не зависит от размера взятки: $g_i^P = 0$,

$$L_i = k_i(r_i - u_i)^\alpha + K s_i^0 \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K s_j^0}} \right) =$$

$$= \begin{cases} k_i r_i^\alpha + K s_i^0 \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K s_j^0}} \right), i \in I, \\ k_i \left({}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_i \alpha}{K s_i^0}} \right)^\alpha + K s_i^0 \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K s_j^0}} \right), i \in C'. \end{cases}$$

Оптимальная стратегия агента при стратегии наказания произвольна: $E_i = \{b_i \in [0; 1]\}$, при этом

$$K_2 = r^0 K \sum_{j \in C} \left(r_j - {}^{1-\alpha}\sqrt{\frac{k_j \alpha}{K s_j^0}} \right).$$

Во множество D_i входят следующие стратегии супервайзера и агента: $D_i = \{(\delta_i, b_i) \mid b_i \neq 1, \delta_i \neq 0\}$, т. е. агент должен по-

лучить ненулевую надбавку от общей деятельности. Вычислим значение K_1 :

$$K_1 = \max_{\delta_i} \max_{b_i} \left(r^0 + \sum_{i \in N} b_i \delta_i \right) \times \\ \times K \sum_{j \in C} \left(r_j - \sqrt[1-\alpha]{\frac{k_j \alpha}{K[s_j^0 + (1-b_j)\delta_j]}} \right)$$

при ограничениях $b_i \neq 1, \delta_i \neq 0, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0$,

$$\text{откуда } b_i = 1 - \varepsilon, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0, K_1 = \\ = (r^0 + (1 - \varepsilon) \left(r^0 + (1 - \varepsilon) \left(1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0 \right) \right)) K \sum_{j \in C} r_j > \\ > r^0 K \sum_{j \in C} r_j = K_2.$$

Таким образом, оптимальная стратегия супервайзера:

$$\delta_i \begin{cases} = 0, b_i \neq 1 - \varepsilon, \\ > 0, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1 - r^0 - \sum_{i=1}^n s_i^0, b_i = 1 - \varepsilon. \end{cases}$$

При этом доход агента

$$g_i = \begin{cases} k_i r_i + K \varepsilon \delta_i \sum_{j=1}^n u_j, i \in I, \\ K[s_i^0 + \varepsilon \delta_i] \sum_{j=1}^n u_j, i \in C. \end{cases}$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

— супервайзер дает агенту совсем незначительную надбавку;

— условие системной согласованности имеет вид $\sum_{i \in N} (k_i/K - (1 - b_i)\delta_i) < 1 - r^0 - t^0$, при этом опти-

мальная стратегия принципала $s_i^0 = \begin{cases} > k_i/K, K > k_i; \\ 0, K < k_i. \end{cases}$

3. АДМИНИСТРАТИВНАЯ КОРРУПЦИЯ В СОЧИ-МОДЕЛЯХ

Для анализа административной коррупции рассмотрим СОЧИ-модель в виде

$$g_S(\varepsilon, b, u) = rc(u) + \sum_{j=1}^n b_j p_j(r_j - u_j) \rightarrow \max, \\ 0 \leq \varepsilon_i \leq q_i; \quad (7)$$

$$g_i(\varepsilon_i, b_i, u) = (1 - b_i)p_i(r_i - u_i) + s_i c(u) \rightarrow \max, \\ 0 \leq b_i \leq 1, \quad q_i - \varepsilon_i \leq u_i \leq r_i, \quad i \in N. \quad (8)$$

Интерпретация модели (7), (8) заключается в следующем. Если экономическая коррупция возникает по поводу перераспределения общественного дохода, то административная связана с частными интересами агентов. Функция частного интереса $p_i(r_i - u_i)$ возрастает по $r_i - u_i$, однако принципал ограничивает выбор u_i снизу величиной q_i . Поэтому супервайзер в обмен на долю $b_i p_i(r_i - u_i)$ дохода агента берется ослабить это ограничение на величину ε_i . Как и в случае экономической коррупции, функцию взяточничества $\varepsilon_i(b_i)$ можно определить двумя способами. При дескриптивном подходе она считается заданной, а при нормативном ищется как оптимальная гарантирующая стратегия в игре Γ_2 супервайзера с агентами. Примем из общих соображений, что $\varepsilon_i(b_i)$ монотонно возрастает на отрезке $[0, 1]$, $\varepsilon_i(0) = 0$, $\varepsilon_i(1) = q_i$.

Дескриптивный подход для линейной модели. Функция взяточничества имеет вид $\varepsilon_i(b_i) = q_i b_i$. Модель (7), (8) есть

$$g_S(\varepsilon, b, u) = rc \sum_{i \in N} u_i + \sum_{j=1}^n b_j p_j(r_j - u_j) \rightarrow \max,$$

$$g_i(\varepsilon_i, b_i, u) = (1 - b_i)p_i(r_i - u_i) + s_i c \sum_{i \in N} u_i \rightarrow \max,$$

$$0 \leq b_i \leq 1, \quad q_i(1 - b_i) \leq u_i \leq r_i, \quad i \in N.$$

Условие первого порядка для функции агента дает результаты:

$$u_i = \begin{cases} r_i, s_i c > p_i(1 - b_i), \\ q_i(1 - b_i), s_i c < p_i(1 - b_i), \end{cases} \quad i \in N.$$

$$b_i = \begin{cases} 0, u_i = r_i \text{ или } \frac{r_i}{2q_i} + \frac{s_i c}{2p_i} > 1, \\ 1 - \frac{r_i}{2q_i} - \frac{s_i c}{2p_i}, u_i \neq r_i \text{ и } \frac{r_i}{2q_i} + \frac{s_i c}{2p_i} < 1. \end{cases}$$

Окончательно

$$u_i = \begin{cases} r_i, s_i c > p_i, \\ \frac{r_i}{2} + \frac{s_i c q_i}{2p_i}, s_i c < \frac{r_i p_i}{q_i}, \frac{r_i}{2q_i} + \frac{s_i c}{2p_i} < 1, \\ q_i, s_i c < p_i, \frac{r_i}{2q_i} + \frac{s_i c}{2p_i} > 1. \end{cases}$$

Отсюда видно, что большая часть ресурсов выделяется агентами на общие цели, а меньше поло-

вины частного дохода возвращается агентом супервайзеру в качестве взятки.

Нормативный подход для линейной модели. Задача принципала имеет вид $g_P = \sum_{i \in N} k_i(r_i - u_i) + K \sum_{j=1}^n u_j$, $0 \leq q_i \leq r_i$, задача супервайзера $g_S = rK \sum_{j=1}^n u_j + \sum_{j=1}^n b_j k_j(r_j - u_j)$, $0 \leq \varepsilon_i \leq q_i$, задача агента: $g_i(b_i, u) = (1 - b_i)k_i(r_i - u_i) + K s_i \sum_{j=1}^n u_j$, $q_i - \varepsilon_i \leq u_i \leq r_i$.

Принципал стремится к системной согласованности в равновесии Нэша игры в нормальной форме агентов, при этом:

$$q_i = u_i^{\max} = \begin{cases} r_i, & K > k_i; \\ 0, & K < k_i, \end{cases}$$

$$u_i^* = \begin{cases} r_i, & s_i K > k_i(1 - b_i); \\ q_i - \varepsilon_i, & s_i K < k_i(1 - b_i). \end{cases}$$

Совместив эти два выражения, получим стратегию агента:

$$u_i^* = \begin{cases} r_i, & s_i K > k_i(1 - b_i), \\ q_i - \varepsilon_i, & s_i K < k_i(1 - b_i), & K > k_i, \\ 0, & s_i K < k_i(1 - b_i), & K < k_i. \end{cases}$$

Системной согласованности могут помешать:

— агенты, которые хотят быть индивидуалистами, но им не позволяет принципал, обозначим множество таких агентов $I_1 = \{s_i K < k_i(1 - b_i), K > k_i\}$, они надеются на помощь супервайзера;

— агенты, которые хотят быть коллективистами, но для принципала желательно, чтобы они были индивидуалистами. Это агенты, для которых $K > k_i$, $s_i K < k_i(1 - b_i)$. Здесь административные ограничения со стороны принципала не работают.

Заметим, что состав этих двух множеств агентов не зависит от принципала. Для системной согласованности необходимо, чтобы: 1) множество агентов $K > k_i$, $s_i K < k_i(1 - b_i)$ было пустым; 2) множество агентов I_1 было пустым либо для таких агентов супервайзер назначил стратегию $\varepsilon_i = 0$. Задачу системной согласованности в слабой форме ставить бессмысленно, так как от принципала не зависит выполнение данных условий.

Теперь рассмотрим игру Γ_2 супервайзера и агента. Целевая функция супервайзера приобретает вид

$$g_S = rK \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) + \sum_{j \in I_0} b_j k_j r_j + \sum_{j \in I_1} b_j k_j \varepsilon_j, \\ 0 \leq \varepsilon_i \leq q_i,$$

а функция агента

$$g_i = \begin{cases} s_i K \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right), & i \in C, \\ (1 - b_i)k_i \varepsilon_i + s_i K \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right), & i \in I_1, \\ (1 - b_i)k_i r_i + s_i K \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right), & i \in I_0. \end{cases}$$

Заметим, что супервайзер имеет влияние только на агентов из множества I_1 . Целевая функция коллективистов не зависит и от размера взятки, поэтому можно считать $b_i = 0$. При этом условие, чтобы агент был коллективистом, имеет вид $s_i K > k_i$. Индивидуалисты также не надеются на помощь супервайзера, а значит, им незачем платить взятку, поэтому их оптимальная стратегия также $b_i = 0$. Условие индивидуализма агента: $K < k_i$. Заметим, что в таком случае нет агентов, которым выгодно быть коллективистами, несмотря на то, что принципал желает, чтобы они были индивидуалистами. В связи с этим, все дальнейшие рассуждения будут касаться только агентов из множества I_1 .

Доминирующая стратегия супервайзера в этом случае

$$\varepsilon_i^D = \begin{cases} q_i, & b_i k_i > c, \\ 0, & b_i k_i < c. \end{cases}$$

Стратегия наказания есть $\varepsilon_i^P = 0$, т. е. при выборе супервайзером данной стратегии агент не может рассчитывать на ослабление административного ограничения, и ему придется потратить все ресурсы на общие цели. При этом он получит доход

$$L_{i \in I_1} = \max_{b_i} \min_{\varepsilon_i} \left[(1 - b_i)k_i \varepsilon_i + K s_i \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) \right] = \\ = \max_{b_i} \left[K s_i \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) \right] = K s_i \left(\sum_{j \notin I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right).$$

Оптимальная стратегия агента при наказании произвольна: $E_i = \{b_i \in [0;1]\}$. При этом

$$K_2 = \max_{\varepsilon_i} \min_{b_i} \left[rK \left(\sum_{j \in I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) + \sum_{j \in I_0} b_j k_j r_j + \sum_{j \in I_1} b_j k_j \varepsilon_j \right] = \max_{\varepsilon_i} rK \left(\sum_{j \in I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) = rK \sum_{j \in I_0} r_j.$$

Во множество D_i входят стратегии супервайзера и агента, при которых доход агента больше, чем L_i , т. е. должно выполняться условие $(1 - b_i)k_i \varepsilon_i + s_i K \left(\sum_{j \in I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) > K s_i \left(\sum_{j \in I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right)$, которое сводится к $k_i \varepsilon_i (1 - b_i) > s_i K \varepsilon_i$, откуда $D_i = \{(\varepsilon_i, b_i) | b_i < 1 - s_i K / k_i, \varepsilon_i > 0\}$, т. е. агент должен получить возможность какую-то часть ресурсов направить на общие цели. Вычислим значение K_1 :

$$K_1 = \max_{\varepsilon_i} \min_{b_i} \left[rK \left(\sum_{j \in I_0} r_j - \sum_{j \in I_1} \varepsilon_j \right) + \sum_{j \in I_1} b_j k_j r_j \right]$$

при ограничениях $b_i \in I_1 < 1 - s_i K / k_i, \varepsilon_i > 0$, откуда

$$b_i = 1 - s_i K / k_i - \varepsilon, \varepsilon_i = \begin{cases} r_i, k_i - s_i K - \varepsilon k_i > rK, \\ \varepsilon, k_i - s_i K - \varepsilon k_i < rK. \end{cases}$$

Обозначим множество агентов, которые по мнению супервайзера должны быть индивидуалистами, через $I_{11} = \{i \in I_1 | k_i - s_i K - \varepsilon k_i > rK\}$, а тех агентов, которые должны быть коллективистами, через $I_{12} = \{i \in I_1 | k_i - s_i K - \varepsilon k_i < rK\}$. Тогда

$$K_1 = rK \left(\sum_{j \in C \cup I_{12}} r_j - \sum_{j \in I_{11}} \varepsilon \right) + \sum_{j \in I_{12}} (k_j - s_i K - \varepsilon) \varepsilon + \sum_{j \in I_{11}} (k_j - s_i K - \varepsilon) r_i > K_2.$$

Оптимальная стратегия супервайзера:

$$\varepsilon_{i \in I_1} = \begin{cases} 0, b_{i \in I_1} \neq 1 - s_i K / k_i - \varepsilon, \\ r_i, b_{i \in I_1} = 1 - s_i K / k_i - \varepsilon, k_i - s_i K - \varepsilon k_i > rK, \\ \varepsilon, b_{i \in I_1} = 1 - s_i K / k_i - \varepsilon, k_i - s_i K - \varepsilon k_i < rK, \end{cases}$$

при этом доход агента

$$g_i = \begin{cases} s_i K \left(\sum_{j \in C \cup I_{12}} r_j - \sum_{j \in I_{11}} \varepsilon \right), s_i K > k_i, \\ (s_i K + k_i \varepsilon) \varepsilon + s_i K \left(\sum_{j \in C \cup I_{12}} r_j - \sum_{j \in I_{11}} \varepsilon \right), \\ s_i K < k_i < K, k_i - s_i K - \varepsilon k_i < rK, \\ (s_i K + k_i \varepsilon) r_i + s_i K \left(\sum_{j \in C \cup I_{12}} r_j - \sum_{j \in I_{11}} \varepsilon \right), \\ s_i K < k_i < K, k_i - s_i K - \varepsilon k_i < rK, \\ k_i r_i + s_i K \left(\sum_{j \in C \cup I_{12}} r_j - \sum_{j \in I_{11}} \varepsilon \right), K < k_i. \end{cases}$$

Отсюда можно сделать выводы:

— супервайзер может воздействовать только на тех агентов, которые хотят быть индивидуалистами, хотя принципал принуждает их быть коллективистами;

— если агенты, указанные выше, присутствуют, то системной согласованности добиться нельзя, условие системной согласованности имеет вид $\forall i: s_i K > k_i \vee k_i > K$;

— указанным агентам супервайзер позволяет потратить на частные цели либо лишь незначительную часть ресурсов (если он считает, что агент должен быть коллективистом), либо все ресурсы (если он считает, что агент должен быть индивидуалистом, именно ожидания этой части агентов ему удастся оправдать).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен учет административной и экономической коррупции в СОЧИ-моделях, причем в каждом случае полученная модель исследуется при помощи двух подходов: дескриптивного и нормативного. Сформулируем полученные результаты.

- В случае дескриптивного подхода при экономической коррупции размер взятки зависит не от уровня доходов, получаемых агентами от общей и частной деятельности, а только от эластичности функции взяточничества.
- В случае нормативного подхода при экономической коррупции супервайзер дает агенту незначительную надбавку за почти 100 %-й откат. При этом системная согласованность, как и в случае отсутствия коррупции, может достигаться только тогда, когда все агенты разделяются на два класса: коллективистов и индивидуалистов.



- В случае экономической коррупции при дескриптивном подходе на общие цели выделяется больше ресурсов, чем при нормативном, но почти вся разница от дохода уходит на повышение дохода агента от общей деятельности. При этом на взятку супервайзеру идет меньше средств. Следовательно, при нормативном подходе доход супервайзера больше, а доход агента меньше, чем при дескриптивном.
- В случае дескриптивного подхода при административной коррупции большая часть ресурсов выделяется агентами на общие цели, а меньше половины частного дохода возвращается агентом супервайзеру в качестве взятки.
- В случае нормативного подхода при административной коррупции супервайзер может воздействовать лишь на тех агентов, которым выгодно быть индивидуалистами, хотя принципиалу выгодно, чтобы они были коллективистами. Этой группе агентов принципал позволяет выделить на частные цели либо лишь незначительную часть ресурсов, либо все ресурсы (тем самым удовлетворить желание агента), по усмотрению самого принципала. Иначе говоря, супервайзер может помочь в полной мере лишь тем агентам, которые и по мнению супервайзера, и по мнению агента должны быть индивидуалистами.
- В случае административной коррупции при нормативном подходе группа агентов, которую не поддерживает супервайзер, на общие цели выделяет больше ресурсов, чем при дескриптивном. Группа агентов, поддерживаемая супервайзером, наоборот, при нормативном подходе расходует меньше средств на общие цели, чем при дескриптивном. Размер взятки при нормативном подходе для агентов достаточно большой, обеспечивающий лишь небольшую надбавку над официальным доходом.

Эти результаты можно применить для выявления закономерностей прогнозирования поведения участников и способов борьбы с коррупцией в иерархических системах, например, таких как законодательный орган — чиновник органа исполнительной власти — хозяйствующие субъекты, министерство — местный орган лицензирования — претенденты на лицензию, руководство института (больницы) — преподаватель (врач) — студенты (пациенты), собственник или генеральный директор предприятия — менеджер среднего уровня — рядовые работники и др. Выполненное исследование позволяет лучше понять на качественном уровне природу административной и экономической коррупции. При наличии соответствующих эмпирических данных, обеспечивающих идентификацию рассмотренных моделей, возникает возможность сформулировать для принципала

конкретные рекомендации по созданию условий, делающих коррупцию менее выгодной для потенциальных взяточников или взяткодателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Algorithmic Game Theory* / Ed. by N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V. Vazirani. — Cambridge: Cambridge University Press, 2007. — 754 p.
2. Бурков В.Н., Ополицев В.И. Метаигровой подход к управлению иерархическими системами // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 1. — С. 103—114.
3. Горелик В.А. Иерархические оптимизационно-координирующие системы // Кибернетика. — 1978. — № 1. — С. 87—94.
4. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. Игры с иерархическим вектором интересов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. — 1974. — № 3. — С. 54—69.
5. Кукушкин Н.С. О существовании устойчивых исходов в теоретико-игровой модели экономики с общественными благами // Докл. АН СССР. — 1991. — Т. 320, № 1. — С. 25—28.
6. Kukushkin N.S. A Condition for Existence of Nash Equilibrium in Games with Public and Private Objectives // Games and Economic Behavior. — 1994. — Vol. 7, iss. 2. — P. 177—192.
7. Горбанева О.И., Угольников Г.А. Статические модели учета фактора коррупции при распределении ресурсов в трехуровневых системах управления // Управление большими системами. — 2013. — Вып. 42. — С. 195—216.
8. Горбанева О.И., Угольников Г.А. Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов // Математическая теория игр и приложения. — 2015. — Т. 7, вып. 1. — С. 50—73.
9. Горбанева О.И., Угольников Г.А. Механизмы согласования интересов в модели распределения ресурсов // Системы управления и информационные технологии. — 2014. — № 3.2 (57). — С. 225—231.
10. Угольников Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. — Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2016. — 940 с.
11. Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A. System Compatibility, Price of Anarchy and Control Mechanisms in the Models of Concordance of Private and Public Interests // Advances in Systems Science and Applications. — 2015. — Vol. 15. — N 1. — P. 45—59.
12. Mishra A. Corruption, hierarchies and bureaucratic structure // International Handbook on the Economics of Corruption / ed. by S. Rose-Ackerman. — Cheltenham, UK; Northampton, MA, USA, 2006. — P. 189—215.
13. Антоненко А.В., Угольников Г.А., Усов А.Б. Статические модели борьбы с коррупцией в иерархических системах управления // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 4. — С. 165—176.
14. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 288 с.
15. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. — М.: Изд-во физико-математической литературы, 2007. — 584 с.
16. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 304 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Горбанева Ольга Ивановна — канд. физ.-мат. наук,
✉ gorbaneva@mail.ru,

Угольников Геннадий Анатольевич — д-р физ.-мат. наук,
зав. кафедрой, ✉ ougoln@mail.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

АЭРОМАГНИТНАЯ ГРАДИЕНТОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В НАВИГАЦИИ

Е.В. Каршаков, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлов

Описаны существующие методы измерения магнитного поля на борту летательного аппарата. Рассмотрен стохастический алгоритм компенсации девиации показаний аэромагнитометра и аэромагнитного градиентометра. Кратко описан алгоритм комплексирования инерциальных и корреляционно-экстремальных навигационных систем. Обосновано преимущество использования поля магнитного градиента в качестве навигационной информации. Приведены результаты численного моделирования работы алгоритма комплексирования.

Ключевые слова: корреляционно-экстремальная навигационная система, аэромагнитная градиентометрия, магнитная компенсация, интегрированная навигационная система.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время рядом научных коллективов решаются задачи создания автономных средств навигации по физическим полям Земли — магнитному, гравитационному, рельефа поверхности, оптическому, тепловому и др. [1—4]. Решение задачи навигации в соответствующих системах основано на сопоставлении информации, получаемой с помощью бортовой системы измерения параметров поля, с информацией о поле, хранящейся в памяти бортового компьютера — картой поля или эталоном. Сопоставление осуществляется обычно посредством вычисления некоторого функционала (корреляционной функции) и определения экстремума этой характеристики. Поэтому системы навигации по геофизическим полям называют корреляционно-экстремальными навигационными системами (КЭНС) [5, 6]. Признанными основоположниками этого направления в нашей стране считаются академик А.А. Красовский [7] и профессор В.П. Тарасенко [8], предложившие корреляционно-экстремальные методы навигации по геофизическим полям Земли и радиолокационному изображению земной поверхности в начале 1960-х гг. В дальнейшем при разработке алгоритмов активного применения получили методы ли-

нейной и нелинейной фильтрации [6, 9—12]. Современное развитие теории связано с методами многоальтернативной фильтрации [13] и последовательными методами Монте-Карло [9, 14].

Непрерывное развитие методов решения навигационных задач позволяет разрабатывать новые подходы, обеспечивающие повышение точности и эффективности уже существующих систем, а также создание новых бортовых комплексов.

Для целей навигации особый интерес представляют системы измерения градиента того или иного физического поля. Подобные измерения обладают повышенной чувствительностью и помехоустойчивостью; в отличие от полей поверхностного излучения — видимого, инфракрасного, гамма-излучения — рассматриваемые поля не зависят от инсоляции, метеоусловий или времени года, что дает определенное преимущество при решении навигационных задач.

На современном этапе среди бортовых градиентометрических систем можно и необходимо рассматривать векторные и тензорные магнитоградиентометры, а также тензорные гравиградиентометры. Заметим также, что из всех перечисленных систем только магнитные при установке на борту ЛА дают результаты измерений, сопоставимые с наземными по точности и пространственному разрешению [15]. По этой причине в настоящей



работе именно магнитоградиентометрические системы рассматриваются как наиболее перспективные [16]. Рассмотрение градиентометрических систем другого типа возможно с применением тех же подходов.

1. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Количественными характеристиками магнитного поля служат вектор магнитной индукции B (здесь и в дальнейшем будем записывать трехмерные векторы как матрицы-столбцы, состоящие из трех элементов), которая измеряется в теслах (Тл) и вектор напряженности магнитного поля H , которая измеряется в амперах на метр (А/м). Данные величины связаны между собой материальными уравнениями [17]: $B = \mu_0 H$ (в системе СИ). Здесь μ — относительная магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная. Вообще говоря, для анизотропных сред параметр μ — это тензор. Однако, поскольку в настоящей работе речь идет об измерениях магнитного поля на борту, этот параметр можно считать постоянной скалярной величиной, равной относительной магнитной проницаемости воздуха $\mu = 1,00000037$.

Таким образом, векторы напряженности и индукции магнитного поля в рассматриваемых системах отличаются лишь масштабным коэффициентом и единицами измерений. В дальнейшем, в том случае, когда это различие не принципиально, будет употребляться словосочетание «вектор магнитного поля».

Для измерения компонент вектора магнитного поля на борту применяются, как правило, феррозондовые магнитометры [18]. Разработанные для бортовых применений феррозондовые магнитометры имеют чувствительность порядка 0,1 нТл и погрешность измерений до 10 нТл.

Для измерения модуля вектора индукции магнитного поля, определяемого соотношением $|B| = \sqrt{B^T B}$, применяются, как правило, квантовые датчики разных модификаций [18]. Разработанные для бортовых применений квантовые датчики имеют чувствительность порядка 0,001 нТл и погрешность измерений до 0,1 нТл.

Векторным магнитным градиентометром называют конструкцию, включающую в себя несколько квантовых магнитометров, работающих в дифференциальном режиме при фиксированном известном разnose датчиков, который обычно составляет

1—10 м. Чувствительность измерений определяется жесткостью базовой линии между датчиками и ее длиной и для существующих систем имеет порядок 1 пТл/м в полосе 1 Гц [19]. Погрешность же измерения компонент градиента зависит от условий калибровки. Учитывая конструктивные особенности, такие системы трудно калибровать в лабораторных условиях, поскольку даже после калибровки каждого датчика в отдельности останется неучтенным влияние конструкции градиентометра. Оценка поля конструктивных элементов градиентометра выполняется в специальном калибровочном полете на большой высоте. Как правило, градиент внешнего поля в таком эксперименте имеет значение порядка 10 пТл/м, что сопоставимо с погрешностью квантового магнитометра, отнесенного к длине базовой линии.

Чтобы получить компоненты тензора градиента магнитного поля ∇B^T , необходимо продифференцировать все компоненты вектора поля. Очевидно, что при использовании феррозондовых магнитометров тензорный градиентометр получится на несколько порядков грубее векторного, построенного на квантовых датчиках. Однако в последнее время делаются попытки построить тензорный градиентометр на основе компонентных квантовых магнитометров — СКВИДов (от англ. SQUID — Superconducting Quantum Interference Device — сверхпроводящий квантовый интерферометр) [20].

Заметим, что компоненты вектора индукции магнитного поля, также как компоненты вектора и тензора градиента магнитного поля, измеряются в осях, связанных с измерительным устройством. Для того чтобы перепроектировать значения компонент данных величин в любую другую систему координат, необходимо учитывать ориентацию измерителя во время полета.

2. АНАЛИЗ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ НА ОСНОВАНИИ РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для анализа устойчивости параметров магнитного поля во времени использовались результаты аэрогеофизических исследований одного и того же участка в 1999 и в 2011 гг. [21]. Размер участка примерно 7×5 км. На рис. 1 (см. третью стр. обложки) приведены карты модуля индукции магнитного поля, соответствующие этим двум съемкам (высота полета составляла 70—80 м). При этом, по горизонтальным осям (на рисунке не показаны) отложены координаты точек измерения в проекции Гаусса — Крюгера, значения измеренной величи-

Рисунки к статье *Е.В. Каршакова, М.Ю. Тхоренко, Б.В. Павлова*
**«АЭРОМАГНИТНАЯ ГРАДИЕНТОМЕТРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ
 В НАВИГАЦИИ»**
 (см. с. 72 – 80)

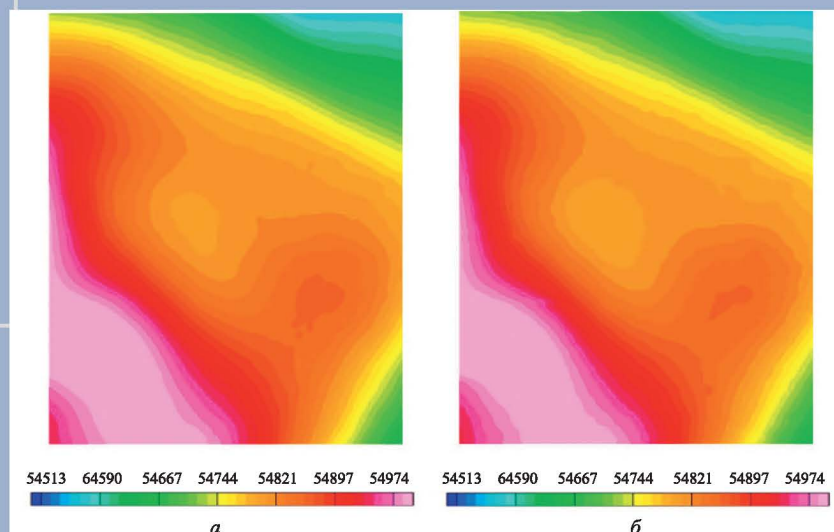


Рис. 1. Модуль вектора индукции магнитного поля $|B|$, нТл:
 а – 2011 г.; б – 1999 г.

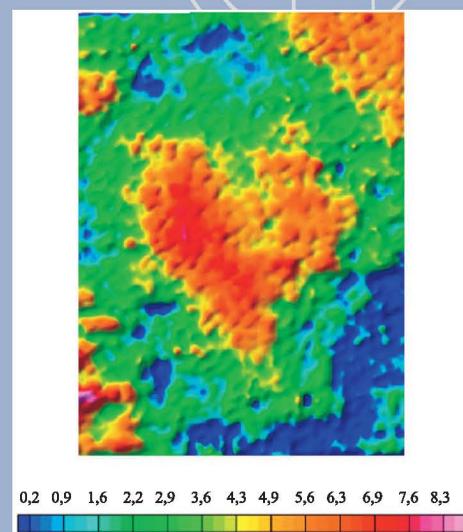


Рис. 2. Разница значений модуля индукции магнитного поля 2011 и 1999 гг. $|B|_{2011} - |B|_{1999}$, нТл

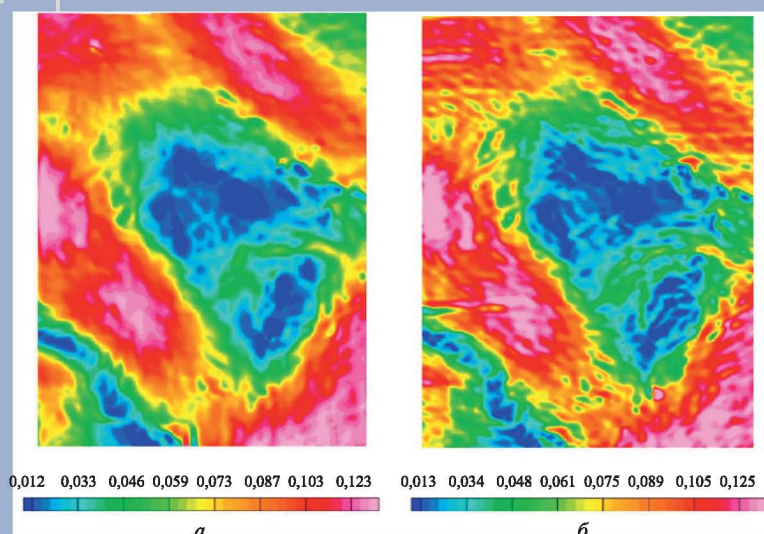


Рис. 3. Горизонтальный градиент модуля индукции магнитного поля $\nabla_H |B|$, нТл/м:
 а – 2011 г.; б – 1999 г.

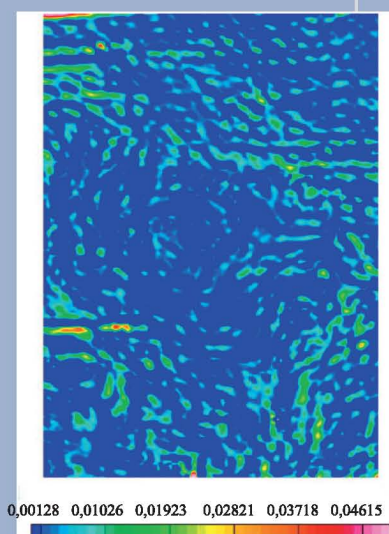


Рис. 4. Разница градиентов модуля индукции магнитного поля 2011 и 1999 гг. $\nabla_H |B|_{2011} - \nabla_H |B|_{1999}$, нТл/м

ны обозначаются цветом в соответствии с выбранной шкалой; для получения непрерывного изображения по данным измерений, проведенных в отдельных точках, применяется билинейная интерполяция. Диапазон изменения индукции магнитного поля на данном участке составляет 54,5—55 мкТл.

Разность измерений приведена на рис. 2 (см. третью стр. обложки). Учитывая точность современных квантовых датчиков магнитного поля, видно, что поле значительно поменялось на всей территории, что ограничивает возможности использования значения модуля индукции магнитного поля для задач высокоточной корреляционно-экстремальной навигации, так как изменение со временем модуля индукции магнитного поля значительно превышает погрешность измерения поля квантовым датчиком.

В то же время, использование градиента магнитного поля имеет ряд преимуществ. Прежде всего, аномалии градиента обусловлены, главным образом, локальными особенностями среды. Они в меньшей степени подвержены глобальным изменениям магнитного поля. Далее, измерения градиента на относительно короткой базе (~1 м) позволяют пренебречь вариационной составляющей магнитного поля, чего нельзя сделать для измерений самого поля. Наконец, аномальное поле градиента имеет меньший радиус корреляции, поскольку влияние оказывают в первую очередь приповерхностные объекты, которые дают более контрастные аномалии.

На рис. 3 (см. третью стр. обложки) приведены карты значений горизонтального градиента модуля магнитной индукции (горизонтальный градиент модуля магнитной индукции — величина, определяемая соотношением

$$\nabla_H |B| = \sqrt{\left(\frac{\partial |B|}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial |B|}{\partial y_2}\right)^2},$$

причем оси Oy_1 и Oy_2 горизонтальны), вычисленных по данным, отображенным на рис. 1. Можно видеть, что на рис. 2 и 3 есть повторяющиеся участки (контуры аномалии в центральной части рис. 2 совпадают с контурами аномалии в центральной части рис. 3, а и б), которые связаны с геологическими особенностями данного региона. Это означает, что временным изменениям подвержено не только нормальное магнитное поле, но и аномальное, которое предполагается использовать для решения задач навигации. Поэтому, при отсутствии актуальных магнитных данных для КЭНС необходимо использовать только аномалии значи-

тельного размера и амплитуды, изменение со временем которых мало. Как следствие, в КЭНС на основе магнитного поля можно применять современные феррозондовые датчики.

На рис. 4 (см. третью стр. обложки) показана разность градиентов, полученных по данным 2011 и 1999 гг. Если исключить из рассмотрения разности, обусловленные аномалиями техногенного характера и сбоями измерительной аппаратуры, максимальное расхождение составляет порядка 0,01 нТл/м. Это соответствует уровню погрешности градиентометров, построенных на основе квантовых датчиков с оптической накачкой. Таким образом, с одной стороны, квантовые векторные магнитоградиентометрические системы могут применяться для решения задач навигации уже при современном уровне развития инструментальной базы, а с другой стороны, поле градиента в достаточной мере устойчиво, чтобы полагаться на карты градиента магнитного поля десятилетиями.

3. КОМПЕНСАЦИЯ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ПОКАЗАНИЯ МАГНИТОГРАДИЕНТОМЕТРА

На бортовую измерительную систему, кроме магнитного поля Земли, действует также магнитное поле самого ЛА, связанное с его намагничиванием и вихревыми токами в его корпусе. Понятно, что поле ЛА создает помехи и снижает точность бортовых измерений. Поэтому возникает задача компенсации влияния поля ЛА на бортовой измеритель магнитного поля (называемая также задачей компенсации девиации).

Методика компенсации влияния магнитного поля ЛА требует проведения калибровочного полета, необходимого для определения параметров модели этих помех. Калибровочный полет предполагает подъем ЛА на максимальную высоту $h \sim 1000$ м для минимизации влияния аномального магнитного поля Земли. На этой высоте совершается ряд эволюций с углами порядка 5° по рысканию, крену и тангажу, при полете вдоль прямой на четырех существенно различных курсах, необходимых для изменения ориентации вектора магнитного поля относительно носителя.

Для получения измерений в задаче компенсации девиации показаний магнитоградиентометра необходим векторный магнитометр — феррозондовый магнитометр, чтобы получить направление вектора B_F (F — поле по данным векторного датчика) магнитного поля. В случае тензорного магнитоградиентометра источником информации



служит любой из датчиков, входящих в градиентометр.

При решении задачи компенсации совместно с результатами измерений градиента и вектора магнитного поля необходима информация о координатах и скорости носителя на этапе калибровки, которая получается по результатам работы приемника спутниковой навигационной системы. Предполагается, что собственное поле ЛА описывается линейной моделью, зависящей от ряда постоянных параметров. Тогда решение задачи компенсации заключается в определении параметров данной модели.

Предлагается описанную задачу компенсации свести к стандартной постановке стохастической задачи оценивания. Таким образом, требуется поставить замкнутую задачу оценивания, т. е. получить формирующие уравнения для аномального поля, уравнения для параметров девиации и уравнения измерений.

Математическое выражение для девиации ΔB_m (получено Пуассоном в 1824 г.), создаваемой магнитными массами, имеет вид [22–24]:

$$\Delta B_m = K + LB_0.$$

Здесь B_0 — вектор магнитного поля Земли; K — вектор постоянной или «жесткой» компоненты девиации, обусловленной полем магнито жестких материалов ЛА; L — матрица размерности 3×3 индуктивной или «мягкой» компоненты, обусловленной полем магнитомягких материалов ЛА.

Девиация ΔB_p , создаваемая индукционными токами, возникает при вариациях во времени магнитного поля, при неравномерных движениях носителя или при его движении в поле с большими горизонтальными или вертикальными градиентами [25]:

$$\Delta B_i = M \frac{dB_0}{dt},$$

где M — матрица влияния токов размерности 3×3 .

Модель измерений в задаче оценивания получается, если совместно использовать модели полной девиации $\Delta B_{sum} = \Delta B_m + \Delta B_i$ для магнитоградиентометра и феррозондового датчика.

Для получения замкнутой модели оценивания модель измерений дополняется разностными уравнениями, описывающими компоненты аномального магнитного поля и параметров девиации. В нашей постановке задачи параметры девиации полагаются постоянными. Поле описывается сто-

хастической моделью, параметры которой выбираются на основании анализа реальных данных.

После нормализации параметров с учетом характерных значений параметров девиации, можно переписать выражение $B = B_0 + \Delta B_m + \Delta B_i$ для измеряемого вектора магнитного поля с учетом магнитных помех в матричных обозначениях, учитывая порядок малости входящих в них величин, в виде [26]:

$$b = b_0 + \varepsilon^3 K + \varepsilon^3 L^T b_0 + \varepsilon^4 b_0 M^T \frac{de_0}{d\tau}, \quad (1)$$

где b — безразмерный вектор измерений, связанный с вектором B соотношением $B = B^* b$ (где $B^* = 50000$ нТл), b_0 — безразмерный вектор магнитного поля Земли, все элементы матриц K , L и M — величины порядка 1, $\varepsilon = 0, 1$, $e_0 = b_0/|b_0|$ — вектор направляющих косинусов, τ — безразмерное время [27]. Точность выражения (1) изменяется от $O(\varepsilon^6)$ до $O(\varepsilon^8)$ в зависимости от высоты съемки [26]. Переписывая соотношение (1) в тензорных обозначениях, получаем:

$$b_i = b_{0i} + \varepsilon^3 K_i + \varepsilon^3 L_{ij} b_0^j + \varepsilon^4 b_s M_{ij} \frac{de_0^j}{d\tau}. \quad (2)$$

При этом считается, что здесь и далее все индексы изменяются от 1 до 3, по повторяющимся индексам производится суммирование и вводится обозначение $b_s = \sqrt{b_{0i} b_0^i}$.

Теперь, используя выражение (2) и вводя обозначение $\Gamma_{ij} = \nabla_i b_j$ (а $\Gamma_{0ij} = \nabla_i b_{0j}$) для тензора градиента, модель девиации показаний тензорного магнитоградиентометра можно записать как

$$\Gamma_{ij} = \varepsilon^3 \Gamma_{0ij} + K_{ij} + L_{ijk} b_0^k + \varepsilon b_s M_{ijk} \frac{de_0^k}{d\tau}, \quad (3)$$

где величины K_{ij} , L_{ijk} и M_{ijk} имеют порядок 1. При использовании высокоточных СКВИД-датчиков на этапе начальной калибровки нужно вводить модель градиента.

Из свойств тензора градиента магнитного поля вытекают следующие свойства тензоров намагничивания:

$$K_{ij} = K_{ji}, \quad K_{ijk} = L_{jik}, \quad M_{ijk} = M_{jik}, \\ K_i^i = 0, \quad L_{ik}^i = 0, \quad M_{ik}^i = 0.$$

Следовательно, остается 35 параметров, требующих определения.

В рамках стохастического подхода градиент магнитного поля в точках измерения считается дискретным процессом Гаусса — Маркова второго порядка (см. также работу [28]). Данный процесс удовлетворяет разностному уравнению:

$$x_{j+1} = x_j + v_j u_j \Delta t, \quad (4)$$

$$u_{j+1} = u_j + q_j \Delta t,$$

$$x_0, u_0 = 0, \quad q_j \in N(0, \sigma^2), \quad E[q_i q_j] = \sigma^2 \delta_{ij},$$

где x_j — j -е измерение любой из компонент тензора (или вектора) градиента магнитного поля, u_j — производная компоненты градиента вдоль направления полета в момент времени j , q_j — вектор шума в момент времени j , v_j — скорость ЛА в момент времени j , Δt — интервал времени между измерениями, $N(\cdot)$ — нормальное распределение, $E(\cdot)$ — математическое ожидание. Параметр σ^2 подбирается, исходя из анализа статистических характеристик магнитного поля по реальным данным.

Заметим, что в модель (4) входит производная компоненты градиента вдоль направления полета. Поэтому для того, чтобы использовать описанную модель при постановке задачи оптимального оценивания, надо предварительно перепроектировать значения магнитного поля, полученные в путевой системе координат, одна из осей которой совпадает с направлением полета, в систему координат, связанную с измерителем. Пусть ось Oy_1 совпадает с направлением полета; обозначим через O матрицу перехода от путевой системы к системе, связанной с измерителем.

Для того чтобы математически корректно поставить задачу оптимального оценивания параметров магнитных помех и при этом избежать громоздких выкладок, введем ряд вспомогательных обозначений. Пусть для произвольных матриц X , $X_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (где $\mathbb{R}^{k \times m}$ — множество действительнозначных матриц размерности $k \times m$):

$$X_{\{ij\}} = (X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{22}, X_{23}),$$

$$X_{\{ij\}k} = (X_{11k}, X_{12k}, X_{13k}, X_{22k}, X_{23k})$$

и

$$\hat{x}_0 = (\nabla_1 B_1, \nabla_1 \nabla_1 B_1, \nabla_1 B_2, \nabla_1 \nabla_1 B_2, \nabla_1 B_3, \nabla_1 \nabla_1 B_3, \nabla_2 B_2, \nabla_1 \nabla_2 B_2, \nabla_2 B_3, \nabla_1 \nabla_2 B_3).$$

Введем матрицы:

$$A_j = \begin{pmatrix} 1 & V_j \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Q_j = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & V_j^2 \Delta t^2 \sigma^2 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}_j = \{A_j, A_j, A_j, A_j, A_j, I_{35}\},$$

$\hat{Q}_j = \{Q_j, Q_j, Q_j, Q_j, Q_j, \Theta_{35 \times 35}\}$ — блочно-диагональные матрицы, где индексом j обозначен номер текущего измерения, V_j — скорость ЛА в момент измерения, I_n и $\Theta_{n \times k}$ — единичная и нулевая матрицы соответствующей размерности. Обозначим для j -го измерения:

$$\hat{H} = H_1, \Theta_{5 \times 1}, H_2, \Theta_{5 \times 1}, H_3, \Theta_{5 \times 1}, H_4, \Theta_{5 \times 1}, H_5, \Theta_{5 \times 1},$$

$$I_5, I_5 e_1, I_5 e_2, I_5 e_3, I_5 e'_1, I_5 e'_2, I_5 e'_3,$$

где индекс j всюду опущен, чтобы избежать громоздкости, через e' обозначена конечно-разностная производная:

$$e'_j = \frac{(e_j - e_{j-1})}{\Delta t}, \quad j > 1,$$

$$e'_1 = \frac{(e_2 - e_1)}{\Delta t}, \quad j = 1,$$

где e_j — вектор направляющих косинусов $e_j = b_j / |b_j|$ в момент времени j , матрицы $H_i \in \mathbb{R}^5$ имеют вид (где $\mathbb{R}^k$ — множество действительнозначных векторов размерности k):

$$(H_1, H_2, H_3, H_4, H_5) = \begin{pmatrix} O_{11}^2 - O_{13}^2 & O_{21}^2 - O_{23}^2 & O_{11} O_{21} - O_{13} O_{23} & O_{11} O_{31} - O_{13} O_{33} & O_{21} O_{31} - O_{23} O_{33} \\ O_{12}^2 - O_{13}^2 & O_{22}^2 - O_{23}^2 & O_{12} O_{22} - O_{13} O_{23} & O_{12} O_{32} - O_{13} O_{33} & O_{22} O_{32} - O_{23} O_{33} \\ 2 O_{11} O_{12} & 2 O_{21} O_{22} & O_{12} O_{21} + O_{11} O_{22} & O_{12} O_{31} + O_{11} O_{32} & O_{22} O_{31} + O_{21} O_{32} \\ 2 O_{11} O_{13} & 2 O_{21} O_{23} & O_{13} O_{21} + O_{11} O_{23} & O_{13} O_{31} + O_{11} O_{33} & O_{23} O_{31} + O_{21} O_{33} \\ 2 O_{12} O_{13} & 2 O_{22} O_{23} & O_{13} O_{22} + O_{12} O_{23} & O_{13} O_{32} + O_{12} O_{33} & O_{23} O_{32} + O_{22} O_{33} \end{pmatrix}.$$



Введем вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{45}$, $x = (\hat{x}_0, K_{\{ij\}}, L_{\{ij\}1}, L_{\{ij\}2}, L_{\{ij\}3}, M_{\{ij\}1}, M_{\{ij\}2}, M_{\{ij\}3})^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^5$ $z^T = \Gamma_{\{ij\}}$, удовлетворяющие, с учетом выражений (3) и (4), соотношениям:

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= \hat{A}_j x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, \hat{Q}), \quad E[q_j q_j^T] = \hat{Q}_j \delta_{ij}, \\ P_j &= E[x_j x_j^T], \\ z_j &= \hat{H}_j x + r_j, \quad r_j \in N(0, \hat{R}), \quad E[r_j r_j^T] = \hat{R} \delta_{ij}, \end{aligned}$$

где $r_j \in \mathbb{R}^5$ — вектор шумов тензорного измерителя с диагональной ковариационной матрицей $\hat{R}$. Как известно, оптимальная оценка вектора состояния в такой задаче может быть получена с помощью алгоритма дискретного фильтра Калмана, при этом начальные значения $x_0 = \Theta_{45 \times 1}$, а P_0 подбирается по результатам анализа экспериментальных данных (см. также работу [27]). Для анализа схожести оценок возможно использование так называемых стохастических мер оцениваемости [29].

При измерениях вектора градиента модуля магнитной индукции задача компенсации принимает иной вид. В этом случае каждая компонента градиента представляет собой разницу измерений скалярных магнитометров. Для каждого из них модель девиации выглядит следующим образом [27]:

$$b = b_0 + \varepsilon^3 e_F^T K + 0,5 \varepsilon^3 e_F^T L_S b_F + \varepsilon^4 b_F^T M \frac{de_F}{d\tau} + o(\varepsilon^6).$$

Здесь $L_S = L + L^T$ — симметричная матрица, $e_F = b_F/|b_F|$ — вектор направляющих косинусов по данным векторного магнитометра. Очевидно, что измерений скалярных датчиков для решения задачи компенсации не достаточно. При анализе наблюдаемости полученной модели можно показать, что она содержит 16 наблюдаемых параметров

$$\begin{aligned} &K_1, K_2, K_3, \Delta L_{11}, \Delta L_{22}, L_{12}, L_{13}, L_{23}, \Delta M_{11}, M_{12}, \\ &M_{13}, M_{21}, \Delta M_{22}, M_{23}, M_{31}, M_{32}; \\ &\Delta L_{ii} = L_{ii} - L_{33}, \quad \Delta M_{ii} = M_{ii} - M_{33}. \end{aligned}$$

По аналогии с измерением тензора градиента магнитного поля может быть получено выражение для девиации компонент вектора градиента, для которого введено обозначение $g_i = \nabla_i b$:

$$\begin{aligned} g_i &= \varepsilon^3 g_{0i} + K_{ij} e_F^j + L_{ijk} e_F^j b_F^k + \\ &+ \varepsilon M_{ijk} \frac{de_F^j}{d\tau} b_F^k + o(\varepsilon^6), \end{aligned} \quad (5)$$

где тензоры намагничивания (K_{ij} , L_{ijk} , M_{ijk}) не совпадают, вообще говоря, с аналогичными тензорами, фигурирующими в выражении (3). Значит, эти величины уже не обладают теми же свойствами сим-

метрии, что и для тензорного градиентометра. Поэтому после декомпозиции задача (5) распадается на три задачи оценивания, в каждой из которых требуется определить в сумме 16 параметров тензоров K , L и M . Общее число параметров — 48.

Кроме того, заметим, что чувствительность скалярных квантовых магнитометров вполне достаточна, чтобы измерить градиент на высоте калибровочного полета, поэтому для полной модели задачи оценивания необходима модель градиента поля.

Для того чтобы поставить задачу оценивания параметров магнитной девиации, введем, как и в предыдущем случае, ряд вспомогательных обозначений. Пусть:

$$\tilde{A}_j = \{A_j, A_j, A_j, I_{48}\},$$

$$\tilde{Q}_j = \{Q_j, Q_j, Q_j, \Theta_{48 \times 48}\}$$

и для j -го измерения:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= (O_1, \Theta_{3 \times 1}, O_2, \Theta_{3 \times 1}, O_3, \Theta_{3 \times 1}, I_3 e_1, I_3 e_2, I_3 e_3, \\ &I_3 e_1^2, I_3 e_2^2, I_3 e_3^2, I_3 e_1 e_2', I_3 e_2 e_1', I_3 e_1 e_2', I_3 e_1 e_3', \\ &I_3 e_2 e_1', I_3 e_2 e_3', I_3 e_3 e_1', I_3 e_3 e_2'), \end{aligned}$$

где индекс j опущен, чтобы не загромождать обозначения, а через O_i обозначен i -й столбец матрицы поворота O , введенной выше. Обозначим, кроме того:

$$\tilde{x}_0 = (\nabla_1 |B|, \nabla_1 \nabla_1 |B|, \nabla_2 |B|, \nabla_1 \nabla_2 |B|, \nabla_3 |B|, \nabla_1 \nabla_3 |B|),$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= (K_{1i}, K_{2i}, K_{3i}, L_{11i}, L_{22i}, L_{12i}, L_{13i}, L_{23i}, \\ &M_{11i}, M_{22i}, M_{12i}, M_{13i}, M_{21i}, M_{23i}, M_{31i}, M_{32i}). \end{aligned}$$

Введем вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{54}$ $x = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^3$, $z = (g_1, g_2, g_3)^T$, удовлетворяющие, с учетом выражений (4) и (5), соотношениям:

$$\begin{aligned} x_{j+1} &= \tilde{A}_j x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, \hat{Q}_j), \quad E[q_j q_j^T] = \tilde{Q}_j \delta_{ij}, \\ P_j &= E[x_j x_j^T], \end{aligned}$$

$$z_j = \tilde{H}_j x + r_j, \quad r_j \in N(0, \tilde{R}), \quad E[r_j r_j^T] = \tilde{R} \delta_{ij},$$

где $r_j \in \mathbb{R}^3$ — вектор шумов векторного измерителя

с диагональной ковариационной матрицей $\tilde{R}$. Оптимальная оценка вектора состояния может быть получена, как и в предыдущем случае, с помощью алгоритма дискретного фильтра Калмана, при этом начальные значения $x_0 = \Theta_{54 \times 1}$, а P_0 подбирается по результатам анализа экспериментальных данных.

Отметим, прежде всего, что магнитотометрическая система, как уже упоминалось выше, требу-

ет наличия средств измерения углов ориентации — это необходимо, поскольку модель поля задается в географической системе координат, а измерения производятся в связанной с ЛА системе координат. Далее, для увязки измерений на различных курсах необходимо ввести условие совпадения векторов градиента, которое даст дополнительное корректирующее измерение.

После завершения процедуры калибровки девиация может быть компенсирована в соответствии с соотношениями для тензорного градиентометра:

$$\Gamma_{0\{ij\}} = \Gamma_{\{ij\}} - \hat{H}(\Theta_{10 \times 1}, K_{\{ij\}}, L_{\{ij\}1}, K_{\{ij\}2}, K_{\{ij\}3}, M_{\{ij\}1}, M_{\{ij\}2}, M_{\{ij\}3})^T,$$

для векторного градиентометра:

$$g_{0i} = g_i - \tilde{H}(\Theta_{1 \times 6}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^T,$$

где все величины относятся к одному и тому же измерению.

4. АЛГОРИТМ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ МАГНИТОМЕТРИЧЕСКОЙ И ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Алгоритм комплексирования инерциальной и корреляционно-экстремальной навигационных систем (ИНС-КЭНС) рассматривается в следующей постановке. В качестве ИНС выбрана двухкомпонентная платформенная ИНС с горизонтируемой платформой и относительно свободной ориентацией в азимуте. Для определения высоты применяется баровысотометр. В качестве корректирующей информации используется информация о значениях вектора градиента магнитного поля $g = (g_1, g_2, g_3)^T$. Для реализации алгоритмов комплексирования необходимо, чтобы в бортовом вычислителе осуществлялось не только счисление навигационной информации по показаниям инерциальных датчиков, но и решение разностных уравнений для вектора ошибок и его ковариационной матрицы, которое будет необходимо на этапе коррекции. Ковариационная матрица должна вычисляться с учетом вида уравнений ошибок.

Предварительно измеренные значения градиента магнитного поля задаются в виде набора измерений, выполненных в ряде точек пространства, лежащих в некоторой трехмерной ограниченной области. С помощью какого-либо алгоритма интерполяции (в данной работе применялась кубическая интерполяция) по этим измерениям могут быть построены непрерывные функции, связывающие вектор градиента магнитного поля и его производные по y_1 и y_2 с координатами точки из-

мерения $M(y_1, y_2, y_3)$. Обозначим эти функции как $g = \Phi(M)$ и $\nabla_1 g = \nabla_1 \Phi(M)$, $\nabla_2 g = \nabla_2 \Phi(M)$, при этом будем считать, что компоненты данных векторно-значных функций записаны в гринвичской системе координат.

Алгоритм комплексирования состоит из двух этапов [21]. Первый этап предназначен для грубой оценки ошибок позиционирования по измерениям параметров физического поля. Данный этап наступает, когда начинается движение по эталонному участку согласно показаниям непрерывно работающей ИНС. Для этого этапа необходимо проанализировать статистические параметры эталонной карты и определить радиус корреляции для текущей высоты полета. Далее зона возможных значений вектора ошибок ИНС разбивается на некоторое число равных участков, каждый из которых по размеру меньше радиуса корреляции. Для всех участков иницируется траектория в пространстве вектора ошибок, которая рассчитывается согласно уравнениям ошибок с начальными условиями, отвечающими центру зоны. Для каждого момента времени можно определить значение поля по эталону, отвечающее координатам, равным текущему показанию инерциальной навигационной системы. Для всех траекторий необходимо вычислить интеграл, определяющий степень правдоподобия гипотезы. Сравнивая коэффициент правдоподобия с заданным порогом, можно отбросить гипотезы, не удовлетворяющие условиям правдоподобия. Постепенно число гипотез будет уменьшаться. После того, как останется единственная гипотеза, можно переходить ко второму этапу.

На втором этапе задача коррекции ИНС по измерениям вектора градиента магнитного поля сводится к стохастической задаче оптимального оценивания. Чтобы показать, как это сделать, введем ряд обозначений. Пусть для j -го измерения:

$$A^{in} = \begin{pmatrix} I_2 & I_2 \Delta t & \Theta_{2 \times 3} & \Theta_{2 \times 2} & \hat{y} \\ -\omega_0^2 I_2 \Delta t & I_2 + 2u_3 T \Delta t & \Theta_{2 \times 3} & \Theta_{2 \times 2} & \hat{w} \\ \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 2} & I_3 + \hat{\omega} \Delta t & \Theta_{3 \times 2} & I_3 \Delta t \\ \Theta_{2 \times 2} & \Theta_{2 \times 2} & \Theta_{2 \times 3} & I_2 & \Theta_{2 \times 3} \\ \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 2} & \Theta_{3 \times 3} & \Theta_{3 \times 2} & I_3 \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$H^{in} = (-\Delta_1, \Theta_{3 \times 2}, -O_T \hat{\Phi}_y(M) + \Delta_2 \hat{y}, \Theta_{3 \times 5}),$$

$$\Phi_y(M) = O_R \Phi(M),$$

$$\Delta_1 = O_T(\nabla_1 \Phi_y(M) + \nabla_2 \Phi_y(M)), \quad \Delta_2 = (\Delta_1 \Theta_{3 \times 1}),$$

где M — модельная точка с модельными координатами $y \in \mathbb{R}^3$, $w \in \mathbb{R}^3$ — модельная относительная скорость, $u \in \mathbb{R}^3$ — угловая скорость вращения Земли в проекции на оси модельного трехгранника, $\omega \in \mathbb{R}^3$ — абсолютная угловая скорость модельного трехгранника, ω_0 — частота Шулера, O_R — матрица поворота от гринвичского трехгранника к модельному трехграннику, O_T — матрица поворота от приборного трехгранника к трехграннику, связанному с измерителем (ошибкой определения данной матрицы пренебрегаем), индекс измерения j всюду опущен. Кроме того, для произвольного вектора $f \in \mathbb{R}^3$ введены обозначения:

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} 0 & f_3 & -f_2 \\ -f_3 & 0 & f_1 \\ f_2 & -f_1 & 0 \end{pmatrix}$$

и

$$\hat{\hat{f}} = \begin{pmatrix} 0 & f_3 & -f_2 \\ -f_3 & 0 & f_1 \end{pmatrix}.$$

Запишем для j -го измерения вектор состояния $x \in \mathbb{R}^{12}$: $x = (\delta y^T, \delta w^T, \beta^T, \Delta f^T, v^T)^T$ и вектор измерений $z \in \mathbb{R}^3$: $z = g - O_T \Phi_y(M)$, где $\delta y \in \mathbb{R}^2$ — динамические ошибки модельных координат, $\delta w \in \mathbb{R}^2$ — динамические ошибки модельных скоростей, $\beta \in \mathbb{R}^3$ — угол малого поворота от модельного трехгранника к приборному, $\Delta f \in \mathbb{R}^2$ — вектор инструментальных погрешностей ньютометров, $v \in \mathbb{R}^3$ — дрейф гироплатформы [30], $g \in \mathbb{R}^3$ — измеренный вектор градиента магнитного поля. Учтем, что вектор g может быть записан как $g = O_T(I_3 + \hat{\beta})\Phi(M')$, где M' — точка с координатами $y' = y - \delta y - \hat{\beta}y$, $\delta y_3 = 0$, тогда выражение для z можно переписать в виде (учитывая только линейные члены в разложении в ряд Тейлора) $z = H_j^{in}x + r$, где $r \in \mathbb{R}^3$ — вектор шума датчиков. Значит, введенные выше векторы удовлетворяют соотношениям:

$$x_{j+1} = A_j^{in}x_j + q_j, \quad q_j \in N(0, Q^{in}), \quad E[q_j q_j^T] = Q^{in} \delta_{ij},$$

$$z_j = H_j^{in}x_j + r_j, \quad r_j \in N(0, R^{in}), \quad E[r_j r_j^T] = R^{in} \delta_{ij},$$

где ковариационные матрицы Q^{in} и R^{in} определяются характеристиками инерциальных и магнитных датчиков. Оптимальная оценка компонент вектора состояния дается алгоритмом дискретного фильтра Калмана; с помощью полученной оценки

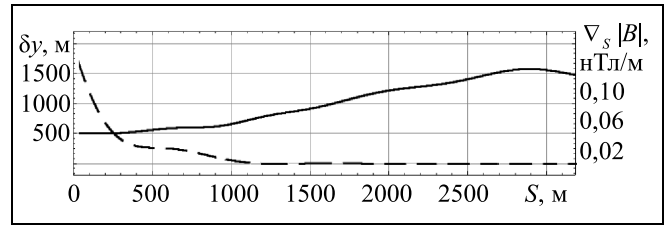


Рис. 5. Результаты численного моделирования алгоритма комплексирования

на каждом шаге алгоритма производится коррекция ИНС.

5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для того чтобы продемонстрировать эффективность применения описанного алгоритма интеграции данных платформенной ИНС и измерений градиента магнитного поля, было проведено численное моделирование работы данного алгоритма с использованием реальных данных о магнитном поле, полученных в ходе тестового полета на одном из участков. При моделировании предполагалось, что ЛА движется с постоянной скоростью вдоль прямой, при этом его ориентация медленно меняется. Модель ошибок инерциальной системы была подобрана так, чтобы правильно описывать результаты работы датчиков средней точности. В результате была получена зависимость ошибки определения координат ЛА от пройденного им расстояния S .

Результаты моделирования представлены на рис. 5. Сплошной линией изображена зависимость проекции градиента магнитного поля на направление полета $\nabla_s |B|$; штриховой линией — значение горизонтальной составляющей ошибки определения положения $\delta y = \sqrt{(y'_1 - y_1)^2 + (y'_2 - y_2)^2}$ по данным, полученным в результате комплексирования. Видно, что ошибка быстро убывает до уровня меньше 20 м. Это подтверждает высокую эффективность предложенного решения по интеграции данных измерений градиента магнитного поля и ИНС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен аналитический обзор существующих решений, предназначенных для измерения градиента магнитного поля на борту летательного аппарата. Показано, что ключевые особенности градиента магнитного поля, такие, как временная стабильность и малый радиус корреляции, обуславливают высокую перспективность примене-

ния корреляционно-экстремальных навигационных систем, основанных на измерении градиента магнитного поля. Значительное место в работе уделено задаче компенсации девиации показаний магнитоградиентометра. Для ее решения развит подход, основанный на стохастической модели аномального поля, предложен калмановский алгоритм для оценивания коэффициентов компенсации. Численное моделирование на реальных данных показало эффективное снижение ошибок инерциальной навигационной системы при комплексировании ее с магнитоградиентометрической корреляционно-экстремальной навигационной системой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джанджгава Г.И. Навигация по аномальному гравитационному полю Земли. Выбор структуры и обоснование требований к системе навигации с учетом возможностей существующего картографического и аппаратного обеспечения / Г.И. Джанджгава, Л.И. Августов, А.И. Сорока // Авиакосмическое приборостроение. — 2002. — № 6. — С. 63—68.
2. Пешихонов В.Г. Навигационные системы // Вестник Российской академии наук. — 1997. — Т. 67, № 1. — С. 43—52.
3. Щербинин В.В. Алгоритмы фрагментации цветных снимков для формирования разносезонных эталонных изображений оптических корреляционно-экстремальных систем навигации ЛА / В.В. Щербинин, Е.В. Шевцова // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2010. — № 3. — С. 87—92.
4. Xiaoming Z. and Yan Z. Analysis of Key Technologies in Geomagnetic Navigation // Proc. SPIE 7128, Seventh International Symposium on Instrumentation and Control Technology: Measurement Theory and Systems and Aeronautical Equipment, 71282J (October 13, 2008); doi:10.1117/12.807129.
5. Баклицкий В.К. Корреляционно-экстремальные методы навигации и наведения. — Тверь: ТО «Книжный клуб», 2009. — 360 с.
6. Белоглазов И.Н. Основы навигации по геофизическим полям / И.Н. Белоглазов, Г.И. Джанджгава, Г.П. Чигин. — М.: Наука, 1985. — 328 с.
7. Красовский А.А. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем / А.А. Красовский, И.Н. Белоглазов, Г.П. Чигин. — М.: Наука, 1979. — 448 с.
8. Белоглазов И.Н., Тарасенко В.П. Корреляционно-экстремальные системы. — М.: Сов. радио, 1974. — 392 с.
9. Bergman N. Recursive Bayesian estimation. Navigation and Tracking Applications. — Sweden: Linköping: Linköping University, 1999. — 219 p.
10. Дмитриев С.П., Шимелевич Л.И. Нелинейные задачи обработки навигационной информации: обзор. — Л.: ЦНИИ «Румб», 1977. — 84 с.
11. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. — СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 1998. — 369 с.
12. Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. — 2015. — № 3 (90). — С. 102—125.
13. Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. — 2004. — № 7. — С. 11—17.
14. Степанов О.А., Торопов А.Б. Использование последовательных методов Монте-Карло в задаче корреляционно-экстремальной навигации // Изв. вузов. Приборостроение. — 2010. — Т. 53, № 10. — С. 49—54.
15. Контарович Р.С., Бабаянц П.С. Аэрогеофизика — эффективный инструмент решения геолого-поисковых задач // Разведка и охрана недр. — 2011. — № 7. — С. 3—10.
16. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Измерения физических полей на борту летательного аппарата при решении навигационных задач // 7-я Российская мультikonференция по проблемам управления // Материалы XXIX Конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. — СПб., 2014. — С. 232—241.
17. Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство. — М.: Наука, 1983. — 415 с.
18. Telford W.M., Geldart L.R., Sheriff R.E. Applied Geophysics. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004. — 744 p.
19. Noriega G., Aeromagnetic Compensation in Gradiometry — Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. — 2014. Vol. PP, iss. 99 (early publication). — P. 1—5.
20. Foley C.P., Tilbrook D.L., Leslie K.E., et al. Geophysical Exploration Using Magnetic Gradiometry Based on HTS SQUIDS // IEEE Trans. on Applied Superconductivity. — 2001. — Vol. 11, iss. 1. — P. 1375—1378.
21. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Мойланен Е.В., Павлов Б.В. Integration Magnetic Gradiometer Correlation-Extremal and Inertial Navigation Systems // Proc. of the 19th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — СПб., 2012. — С. 182—184.
22. Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Модели и структура бортовых измерений физических полей // Тр. XII Всеросс. совещания по проблемам управления (ВСПУ 2014) / Москва, ИПУ РАН. — М., 2014. — С. 7032—7043.
23. Лысенко А.П. Теория и методы компенсации магнитных помех // Геофизическое приборостроение — 1960. — Вып. 7.
24. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Харичкин М.В. Система аэромагнитной съемки аномалий магнитного поля // Датчики и системы. — 2007. — № 8. — С. 17—21.
25. Leliak P. Identification and Evaluation of Magnetic Field Sources of Magnetic Airborne Detector Equipped Aircraft // IRE Trans. on Aerospace and Navigational Electronics. — 1961. — P. 95—105.
26. Каршаков Е.В., Харичкин М.В. Стохастическая задача оценивания при компенсации девиации аэромагнитометра // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 7. — С. 68—77.
27. Новожилов И.В. Фракционный анализ. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 1995. — 224 с.
28. Болотин Ю.В., Голован А.А., Парусников Н.А. Уравнения аэрогравиметрии. Алгоритмы и результаты испытаний. — М: Из-во Центра прикладных исследований при механико-математическом ф-те МГУ, 2002.
29. Варавва В.Г., Голован А.А., Парусников Н.А. О стохастической мере оцениваемости / В сб.: Коррекция в навигационных системах и системах ориентации ИСЗ. — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 1987.
30. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. Математические модели инерциальной навигации. — 2-е изд. — М.: Изд-во МГУ, 2010. — 126 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Афанасьевым.

Каршаков Евгений Владимирович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ karshak@mail.ru,

Павлов Борис Викторович — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ pavlov@ipu.ru,

Тхоренко Максим Юрьевич — ст. инженер, ✉ tkhorenkom@mail.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

РЕЦЕНЗИЯ

на монографию В.Л. Шульца, В.В. Кульбы, А.Б. Шелкова, И.В. Чернова «Сценарный анализ в управлении геополитическим информационным противоборством»

Важнейшая отличительная особенность развития человеческого общества в XXI веке состоит в непрерывном совершенствовании и широком распространении новых информационно-коммуникационных технологий, в конечном итоге приведших к кардинальным изменениям не только в информационной, но и социальной, политической, экономической и других сферах, причем изменения эти происходят в глобальном масштабе. Данные процессы выдвигают на первый план перед обществом и государством ряд принципиально новых проблем и задач, требующих настоящего разрешения как в общетеоретическом, научном, так и в прикладном, практическом плане, что в свою очередь требует разработки и применения эффективной и обоснованной методологии их исследования.

Представленная вниманию читателей монография¹ посвящена изложению результатов разработки теоретических и методологических основ сценарного анализа, а также механизмов их использования в процессах управления противодействием информационным угрозам и обеспечением социальной стабильности.

По сути монография представляет собой итог более чем десятилетнего цикла научно-исследовательских работ в области анализа методов и синтеза механизмов обеспечения информационной безопасности Российской Федерации в условиях принципиально нового явления в межгосударственных отношениях — геополитического комплексного информационного противоборства, проведенных коллективом научных сотрудников Центра исследования проблем безопасности РАН и Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.

Первая глава монографии посвящена исследованию широкого круга проблем обеспечения информационного суверенитета государства на современном этапе. В рамках данной проблематики в

работе изложены результаты анализа современных процессов глобализации и развития информационного общества, а также содержащихся в них принципиально новых угроз национальной и информационной безопасности нашей страны в условиях острого политического и экономического давления извне. Детально проанализированы различные виды внешних и внутренних угроз национальной и информационной безопасности Российской Федерации, а также особенности их проявления в различных сферах общественной жизни.

Вторая глава полностью посвящена проблемам повышения эффективности методов и механизмов информационного управления в современных условиях. Большое внимание уделено анализу роли как традиционных, так и базирующихся на современных коммуникационных технологиях «новых» СМИ, которые в настоящее время стали мощным инструментом влияния на мировое общественное мнение. Изложены результаты анализа информационно-психологических методов манипулирования общественным сознанием в целях изменения идеологических, психологических, ценностных и иных установок целевых аудиторий, а также стимулирования требуемых типов поведения людей для получения запланированных результатов. Показано, что методической основой данных методов служат целенаправленные информационные воздействия и PR-технологии, различные способы информационного обмана, явного и скрытого психологического принуждения, а также технологии комментирования. Большое внимание уделено анализу роли социальных сетей в формировании общественного мнения. Рассмотрены задачи и технологии тематического планирования активных информационных кампаний по защите национальных интересов нашей страны.

В третьей и четвертой главах рассмотрены формализованные методы сценарного анализа, а также методология имитационного моделирования и комплексного исследования процессов информационного противоборства. Сценарий рассматривается авторами представленной работы прежде всего как инструмент формального анализа альтернативных вариантов развития ситуации в социально-экономической, политической,

¹ Шульц В.Л., Кульба В.В., Шелков А.Б., Чернов И.В. Сценарный анализ в управлении геополитическим информационным противоборством / под ред. чл.-корр. РАН В.Л. Шульца и д-ра техн. наук, профессора В.В. Кульбы. — М.: Наука, 2015. — 542 с.

информационной и других сферах при заданных целевых и критериальных установках в условиях неопределенности. Приведены формализованные методы описания и анализа возможных действий субъектов информационного противостояния, анализа стратегий целенаправленных информационных кампаний, а также информационных угроз. Рассмотрена методология имитационного моделирования процессов информационного противостояния с помощью аппарата функциональных знаковых орграфов, позволяющего генерировать альтернативные сценарии как гипотетические траектории движения моделируемой системы в фазовом пространстве ее переменных на основе информации о ее структуре и желательных направлениях развития. Приведены результаты сценарного исследования разработанной мультиграфовой модели анализа эффективности управления противодействием информационной агрессии в рамках геополитического комплексного информационного противостояния.

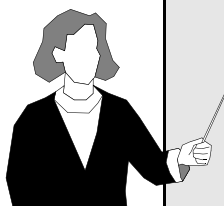
Пятая, шестая и седьмая главы посвящены решению достаточно широкого комплекса прикладных задач обеспечения различных сторон национальной безопасности в современных условиях. Приведены результаты сценарного анализа эффективности процессов управления региональной безопасностью в условиях интенсификации деструктивной деятельности различного рода международных «гуманитарных» организаций и финансируемых из-за рубежа НКО, а также эффективности противодействия проявлениям религиозно-политического экстремизма с использованием специально разработанных для этой цели мультиграфовых моделей. Выполнен сценарный анализ эффективности управления социальной безопасностью в условиях непрерывных внешних и внутренних дестабилизирующих социальную систему воздействий. Изложены результаты сценарного исследования эффективности управления реализацией государственной политики России в Арктике

и процессов урегулирования конфликтных ситуаций в рамках информационного противостояния между Россией, США и Канадой, а также между Россией и Норвегией. Проведен сценарный анализ проблем социально-экономического развития Арктической зоны Российской Федерации. Изложены результаты анализа эффективности применения сценарного подхода при решении задач планирования и управления процессами предупреждения и ликвидации последствий техногенных аварий и катастроф, в рамках которого приведены результаты исследования вопросов обеспечения безопасности станций метрополитена, а также наземных зданий и сооружений при возникновении чрезвычайных ситуаций.

Рассмотренные в рецензируемой монографии теоретические и методологические основы информационного управления и сценарного анализа, а также механизмы их практического применения в управлении противодействием информационным и иным угрозам являются действенным инструментом решения стратегических и тактических задач обеспечения национальной безопасности России. При решении рассматриваемого круга задач авторам удалось в полной мере воспользоваться современными математическими методами и все шире применяемой в управлении методологией сценарного анализа и макроэкономического моделирования. В целом представленные результаты исследований несомненно будут интересны и полезны достаточно широкой аудитории научных работников, специалистов в профильных предметных областях, а также аспирантам и студентам вузов соответствующих специальностей.

*Академик РАН
С.Н. Багаев*

Багаев Сергей Николаевич — академик РАН, директор, Институт лазерной физики СО РАН, г. Новосибирск,
✉ bagayev@laser.nsc.ru.



Читайте в ближайших номерах

- ✓ **Галяев А.А.** Задача уклонения от обнаружения системой разнородных наблюдателей: один сенсор — группа детекторов
- ✓ **Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.** Комбинированная адаптивная система управления структурно и параметрически неопределенным нелинейным объектом
- ✓ **Затуливетер Ю.С., Фищенко Е.А.** Проблемы программируемости, безопасности и надежности распределенных вычислений и сетецентрического управления. Ч. 1. Анализ проблематики
- ✓ **Макаренко А.В.** Применение методов теории графов к исследованию Т-синхронизации хаотических систем



ОБ УНИВЕРСИТЕТЕ ДМИТРИЯ ПОЖАРСКОГО

Университет носит имя князя Дмитрия Михайловича Пожарского — восстановителя и защитника российской государственности в Смутное время, навсегда вошедшего в историю нашей Родины как пример верности долгу, искренней и деятельной любви к Отчизне.

Университет Дмитрия Пожарского ориентирован на получение фундаментальных и прикладных исследовательских результатов мирового уровня в естественных и гуманитарных науках. Он ставит перед собой задачу подготовить для России высококвалифицированных специалистов-исследователей в ключевых областях знания и сферах человеческой деятельности.

Приоритет Университета заключается в восстановлении ценности классического фундаментального образования, науки и практики в России. Университет Дмитрия Пожарского призван стать Университетом в истинном значении этого слова.

Мы видим выпускников Университета людьми с большой внутренней мотивацией, источник которой — их образование, чувство чести и любовь к Родине, людьми сильными, не боящимися трудностей жизни и напряженных усилий, способными к внутреннему росту, изменению людей и мира вокруг себя.

Университет поможет сформировать собственное, глубокое и цельное мировоззрение, умение аналитически мыслить, постигать новое, видеть связь вещей и явлений, способность понять структуру любой области человеческого знания и деятельности и готовность грамотно взаимодействовать с профессионалами в этой области, умение прочесть любую книгу и понять ее содержание, способность решать самые сложные задачи.

Эти качества позволят выпускникам участвовать в руководстве народным образованием и наукой в национальном масштабе, разрабатывать решения научных и социальных проблем первостепенной важности, руководить ведущими образовательными и научными организациями, сотрудничать с органами власти всех уровней.

В 2016 г. планируется открытие магистратуры по двум направлениям.

• **Экономико-физико-математическое направление** включает в себя изучение совокупности предметов, которые позволят понять экономическое и социальное устройство современного общества и его эволюцию — математики, теоретической физики, экономических дисциплин, социологии, психологии.

Возглавляет его д-р физ.-мат. наук А.В. Леонидов. Будут преподавать ученые: д-р физ.-мат. наук А.В. Савватеев, канд. физ.-мат. наук В.А. Нечитайло, канд. экон. наук Г.И. Пеникас, канд. экон. наук Н.П. Пильник, канд. физ.-мат. наук Д.В. Мусатов, д-р физ.-мат. наук А.Б. Шаповал, канд. физ.-мат. наук Д.А. Шварц, канд. физ.-мат. наук К.С. Сорокин, д-р физ.-мат. наук Н.А. Тюрин, д-р ист. наук С.В. Волков, канд. физ.-мат. наук П.А. Яськов, канд. физ.-мат. наук В.П. Вржещ и др.

• **Гуманитарное направление** даст лингвистическую, историческую и филологическую подготовку, открывающую широкую перспективу научно-педагогической деятельности.

Возглавляет его д-р филол. наук А.И. Любжин. Будут преподавать такие ученые, как д-р филол. наук А.И. Солопов, д-р ист. наук О.Л. Габелко, канд. ист. наук А.В. Мосолкин, д-р филол. наук Р.Л. Шмарakov, канд. искусствоведения С.А. Зинченко и др.

Оба направления предполагают овладение серьезной интеллектуальной культурой: общими предметами являются история и иностранные языки, магистрантам экономико-физико-математического отделения будет дано представление о современном гуманитарном знании, а гуманитарного — о современной физике и математике.

В целях выявления и поддержки людей, стремящихся к глубокому интеллектуальному и личному самосовершенствованию, приложению своих трудов во благо России, для процветания ее науки и образования, Русский фонд содействия образованию и науке совместно с Университетом Дмитрия Пожарского объявляет конкурс «За труды, науки и Отечество». Победителям конкурса будет предоставлена возможность получения гранта на обучение в магистратуре Университета Дмитрия Пожарского.

К участию приглашаются лица с высшим образованием и студенты выпускных курсов вузов, планирующие серьезно расширить свой кругозор, желающие уверенно ориентироваться в современном научном знании и во многих профессиональных областях и, как следствие, уверенно смотреть в будущее.

Подробности о конкурсе на сайтах Университета www.usdp.ru и Русского фонда www.s-and-e.ru. Заявки на конкурс и вопросы следует направлять по адресу: konkurs2016@usdp.ru.

CONTENTS & ABSTRACTS

VOTING PROCEDURES IN SMALL GROUPS. 2

Volskiy V.I.

A classification of voting procedures in small groups is proposed, based on the information about candidate' orderings obtained from voter's ballots. Descriptions of known from literature voting procedures are given.

Keywords: voting procedure, voter, ordering, ranking, candidate's pairwise comparison.

SEMIOTIC COGNITIVE MAPS.

Part 2. THE BASIC DEFINITIONS

AND ALGORITHMS. 24

Kulinich A.A.

Suggested is the model of semiotic cognitive maps representation as a conceptual framework in the structured semantic space. Conditions of metasign activity and semiotics system states' transition rules are defined. Suggested for concrete cognitive map is the interpreting conceptual framework construction algorithm intended for supporting the processes of cognitive maps modeling results interpretation and verification.

Keywords: cognitive maps, cognitive modeling, III-structured subject domain, a sign, sign system, semiotics, applied semiotics, a conceptual framework, conceptual system.

FREQUENCY ADAPTIVE CONTROL

FOR MANAGED PRESSURE DRILLING. 41

Alexandrov V.A., Palenov M.V., Shatov D.V.

Frequency adaptation in application to managed pressure drilling control is studied. It is noted that the main problem is to maintain constant annulus pressure in a presence of external disturbances and system parameters drift while the well depth changes. To solve it the frequency adaptation is used and an adaptive annulus pressure control system is build. Given are the results of numerical simulation and experimental investigations on a plant implementing the managed pressure drilling technology.

Keywords: frequency adaptation, linearization, PID-control, drilling, MPD technology.

MATHEMATICAL MODELLING AND SIMULATION OF THE COMPLEX SOCIAL-TECHNICAL

AND ENTERPRISE SYSTEMS LIFECYCLES 49

Belov M.V.

The paper presents an approach to model and simulate the complex systems consisting of the hierarchy of interacting business agents. The approach is developed to govern or manage such business system employing definition and figuring

out economic indicators of the system. The set of mathematical models proposed based on lifecycle concept and stochastic processes theory. The implementation of the models to govern large systems integrator and consulting company is described as an exemplar case.

Keywords: economic indicators of complex systems and systems of systems; modelling and simulation; lifecycle of enterprise and business systems; stochastic modelling; business management and governing.

CORRUPTION ACCOUNTING IN MODELS OF PUBLIC AND PRIVATE INTEREST

BALANCING IN HIERARCHICAL CONTROL

SYSTEMS. 62

Gorbaneva O.I., Ougolnitsky G.A.

Considered is the corruption accounting in models of active agents public and private interests balancing in three-level control systems of the «principal — supervisor — agent» type. It is shown that in presence of economic corruption supervisor takes bribes for increasing agent's share in public income, while in presence of administrative corruption it reduces the requirements to agent's participation in public activity. Models are investigated in descriptive and normative approaches, the obtained results are discussed.

Keywords: models of combining of public and private interests, corruption, administrative and economical mechanisms, descriptive and normative approaches.

AEROMAGNETIC GRADIOMETRY

AND ITS APPLICATION IN NAVIGATION. 72

Karshakov E.V., Tkhorenko M.Yu., Pavlov B.V.

Described are the existing methods of airborne magnetic measurements. The stochastic algorithm of aeromagnetometer and aeromagnetic gradientometer deviations compensation is discussed. The integration algorithm of inertial navigation and correlation-extremal navigation systems is briefly described.

Justified is the advantage of the magnetic gradient field usage as navigational information. Results of integration algorithm numerical modeling are presented.

Keywords: correlation-extremal navigation system, aeromagnetic gradiometry, magnetic compensation, integrated navigation system.

THE REVIEW OF THE MONOGRAF V.L. SHUL'TS, V.V. KUL'BA, A.B. SHELKOV, I.V. CHERNOV «SCENARIO ANALYSIS IN THE MANAGEMENT OF GEOPOLITICAL INFORMATION

CONFRONTATION» 81

