

ISSN 1819-3161

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

1/2012

CONTROL  SCIENCES

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф.Т. Алескеров, А.А. Амбарцумян, В.Н. Афанасьев, Р.Р. Бабаян, Л.П. Боровских, В.Н. Бурков, А.Г. Бутковский, акад. РАН С.Н. Васильев, В.А. Виттих, Б.Г. Волик, А.А. Дорофеюк, акад. РАН С.В. Емельянов, Э.Л. Ицкович, чл.-корр. РАН И.А. Каляев, В.Ю. Кнеллер, О.С. Колосов, О.П. Кузнецов, В.В. Кульба, В.Г. Лебедев, акад. РАН В.А. Левин, Г.Г. Малинецкий, В.Д. Малюгин, А.С. Мандель, чл.-корр. РАН Н.А. Махутов, акад. РАН Е.А. Микрин, Р.М. Нижегородцев, В.В. Никитин, чл.-корр. РАН Д.А. Новиков, В.Н. Новосельцев, К.Б. Норкин, Б.В. Павлов, чл.-корр. РАН П.П. Пархоменко, Ф.Ф. Пашенко, С.А. Редкозубов, чл.-корр. РАН А.Ф. Резчиков, Л.И. Розоноер, Е.Я. Рубинович, В.Ю. Рутковский, акад. ГАН М. Салуквадзе, А.Э. Софиев, чл.-корр. РАН Е.Д. Теряев, акад. РАН Е.А. Федосов, А.Д. Цвиркун

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ (РРС)

ВЛАДИВОСТОК — О.В. Абрамов (4232) 31-02-02
ВОЛГОГРАД — А.А. Воронин (8442) 40-55-06
ВОРОНЕЖ — С.А. Баркалов (4732) 76-40-07
КРАСНОЯРСК — В.В. Огурцов (3912) 27-63-89
КУРСК — С.Г. Емельянов (4712) 50-48-00
ЛИПЕЦК — А.К. Погодаев (4742) 32-80-44
ПЕРМЬ — В.Ю. Столбов (3422) 39-12-97
МИНСК — А.В. Тузиков (10-37517) 284-21-40
САМАРА — В.Г. Засканов (8463) 35-64-07
САРАТОВ — В.А. Твердохлебов (8452) 22-10-42
ТАГАНРОГ — В.М. Курейчик (8634) 39-32-60
ТИРАСПОЛЬ — С.И. Берилл (10-373553) 9-44-87
УФА — Б.Г. Ильясов (3472) 73-78-35



CONTROL SCIENCES

**Научно-технический
журнал**

6 номеров в год
ISSN 1819-3161

УЧРЕДИТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
чл.-корр. РАН

Д.А. Новиков

Заместители главного
редактора

Л.П. Боровских, Ф.Ф. Пашенко

Редактор

Т.А. Гладкова

Выпускающий редактор

Л.В. Петракова

Издатель

ООО «СенСидат-Контрол»

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410.
Тел./факс (495) 334-92-00

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>

Оригинал-макет
и электронная версия
подготовлены
ООО «Авансед Солюшнз»

Фото на четвертой странице обложки
В.М. Бабилова

Отпечатано в ИПУ РАН

Заказ № 23

Подписано в печать
7.02.2012 г.

Журнал зарегистрирован
в Министерстве Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств
массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ №77-11963 от 06 марта 2002 г.

Журнал входит в Перечень ведущих
рецензируемых журналов и изданий,
в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты
диссертаций на соискание ученой
степени доктора и кандидата наук

Подписные индексы:

80508 и **81708** в каталоге Роспечати;
38006 в объединенном каталоге
«Пресса России»

Цена свободная

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

1.2012

СОДЕРЖАНИЕ

Обзоры

Словохотов Ю.Л. Физика и социофизика. Ч. I. Физические основы социальных явлений. Влияние солнечной активности на процессы в обществе. Движение в системе «живых частиц» 2

Анализ и синтез систем управления

Бударгин О.М., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Новые эффективные критерии управляемости и наблюдаемости для систем большой размерности . . . 21

Управление в социально-экономических системах

Зубарев В.В., Ириков В.А., Коргин Н.А. Комплексный подход к построению систем управления инновационным развитием региона: проблемы и пути решения 26

Шварц Д.А. Аксиоматики для индексов влияния в задаче голосования с квотой 33

Мандель А.С. Управление многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Ч. II. Создание страховых запасов 42

Управление техническими системами и технологическими процессами

Финягина В.И. Многоцикловое подвижное управляющее воздействие в решении двумерных задач нагрева тел 47

Информационные технологии в управлении

Григорьев Л.И., Елов Н.Е., Абдуллин И.В. Анализ и обработка архивных данных в системах диспетчерского управления в целях построения информационных моделей нештатных ситуаций 55

Промыслов В.Г. Моделирование вычислительных систем с переменным потоком данных 62

Управление подвижными объектами и навигация

Гилимьянов Р.Ф., Рапопорт Л.Б. Метод деформации пути в задачах планирования движения роботов при наличии препятствий 70

Краткие сообщения

Исмаилов И.Г. Вычислительная процедура построения оптимального управления входными потоками многоканальной сети связи 77

Хроника

Управление инновациями: институциональные аспекты инновационных сдвигов 80

* * *

Contents & abstracts 84

ФИЗИКА И СОЦИОФИЗИКА.

Ч. 1. Физические основы социальных явлений.

Влияние солнечной активности на процессы в обществе.

Движение в системе «живых частиц»

Ю.Л. СЛОВОХОТОВ

Представлен систематический обзор зарубежных и российских работ по социофизике: новому научному направлению, изучающему социальные явления методами теоретической и экспериментальной физики. В первой части кратко рассмотрены основные области пересечения физики с общественными дисциплинами и некоторые проблемы социальной динамики, вошедшие в круг ее интересов: влияние климата и солнечной активности на исторические события, моделирование автомобильного трафика и других систем «живых частиц», дискретные состояния и спонтанные переходы в таких системах. В следующих частях будут представлены структура и динамика сетей социальных взаимодействий, физическое описание экономики (эконофизика), формальные модели социологии, культурологии, политологии, лингвистики и математической истории; обсуждены академические и прикладные аспекты социофизических исследований.

Ключевые слова: междисциплинарные физические исследования, моделирование социальных систем, социофизика.

ВВЕДЕНИЕ

Общей тенденцией развития знания в XX веке, перешедшей и в новое столетие, является все более глубокое проникновение идей и методов физики как в естественные, так и в традиционно гуманитарные дисциплины. Начиная с 1950-х гг., методы математического, а затем и физического моделирования активно используются в таких науках, как экономика, демография, социология, лингвистика. Помимо академических задач, эти же методы широко применяются в прикладных областях планирования и управления. В последние десятилетия физические и квазифизические аргументы проникают в историю и политологию. Во всех перечисленных дисциплинах усиливается стремление к объективному и, желателно, количественному описанию самых разнообразных социальных явлений.

В истории естествознания зафиксировано постепенное включение в физику ряда смежных с ней

формализованных областей (материаловедения, кристаллографии, физической химии, классических инженерных дисциплин). В настоящее время та же тенденция затрагивает математизированные разделы наук об обществе и «социальную инженерию» в ее современном понимании (формальные модели здравоохранения, снабжения, городского хозяйства и др.). В этом смысле физика служит постоянно расширяющимся и обновляемым фундаментом всех академических и прикладных направлений, где используют объективные измерения и количественные данные.

Применимость моделей теоретической физики сначала к биологическим, а затем и к социальным процессам впервые констатировала *синергетика* — скорее течение научной мысли, чем определенная академическая дисциплина [1–3]. С середины 1990-х гг. работы физиков, вначале посвященные анализу биржи, а затем охватившие более широкий круг явлений в экономике, объединяются под общим названием *эконофизика*. Развитие математических методов в социологии, политологии, те-



ории транспортных потоков и других разделах социальной динамики также постепенно переводит эти темы исследований из гуманитарных и инженерных наук в междисциплинарные приложения физики. В литературе последних лет за всеми такими направлениями закрепляется термин *социофизика*, т. е. «физика общества». Главная задача этой новой области естествознания заключается в поиске объективных, поддающихся количественному описанию закономерностей, которыми направляются социальные процессы.

Работы социофизического содержания публикуются в ряде физических и специализированных журналов — таких как «Physica A», «Physical Review E», «European Physical Journal», «Complexity», «Advances in Complex Systems», «Quantitative Finance» и др. По данной тематике издана монография [4], ей посвящены главы в современном учебнике «Физика стохастических процессов» [5], большая серия статей в 11-томной энциклопедии сложных систем [6], ряд недавно вышедших книг [7—9] и обзоров [10—14], интернет-ресурсы [15, 16]. По самым приблизительным оценкам, число публикаций, посвященных различным аспектам «физики общества», в последнее десятилетие достигло 3—4 тыс. и продолжает быстро расти.

Тем не менее, новые интересы физики сложных систем вряд ли можно считать закономерным этапом свободного развития естествознания, характерного для XX века. В нынешних условиях зарождению социофизики сопутствует стагнация целого ряда академических дисциплин — таких как «чистая» математика, химия, неоклассическая экономическая теория и др., включая большинство направлений собственно физики. Почти не увеличивая, можно утверждать, что фронтальный прогресс науки, происходивший в течение трех последних столетий, к настоящему времени сменился «точечным» развитием ее отдельных прикладных направлений, обслуживающих потребности высокоразвитых стран. В этом неприятном следствии глобализации проявляются главные приметы двух последних десятилетий: замедление технического и социального развития человечества, явный упадок культуры и перераспределение мировых ресурсов в пользу государств «золотого миллиарда». На фоне такого «конца истории» быстрая экспансия физики в общественные науки, наблюдаемая именно в этих государствах, не выглядит самоочевидной и требует объективного анализа.

Расхожее объяснение такой динамики — переход армии физиков и математиков, невостребованных после окончания «холодной войны», в другие области знания — весьма идеологизировано и отражает лишь часть объективной ситуации. Оно плохо согласуется с разработкой новых систем во-

оружий, сохранением острой конкуренции в производстве товаров для богатых (комфортного жилья, автомобилей, электроники), ростом строительства и транспорта, опережающим развитием компьютерных, телекоммуникационных и биомедицинских дисциплин. И хотя во многих направлениях «устойчивого развития» доминирующих благополучных государств лишь реализуются технологические идеи XX века (такие как, например, Интернет), спрос на науку в них остается высоким. В прессе, включая научную, также практически не упоминается проблема конверсии другого массового наследия «холодной войны»: армии идеологов и пропагандистов, которые в основном продолжают управлять общественным сознанием (в том числе через такой развитый сегмент постиндустриального общества, как рекламу). Наконец, в свете прежних представлений о связи науки с жизненными потребностями человечества, поворот физики к анализу социальных систем вместо, например, ускоренной разработки управляемого термоядерного синтеза или создания внятной теории высокотемпературной сверхпроводимости выглядит не вполне логичным. Парадоксальный дефицит свежих идей в новых междисциплинарных приложениях физики (см. далее) заставляет подозревать, что современная физическая теория еще не вполне готова работать с такой сложной системой, как социум. Поэтому само появление этих работ в нынешних условиях требует анализа и пояснений.

В настоящем обзоре мы попытаемся установить явления и объекты, изучаемые социофизикой, и определить эту дисциплину более точно, чем совокупность статей по общественным наукам, публикуемых в физических журналах. Мы обозначим основные области пересечения физики с социальными процессами, перечислим существующие (и, возможно, возникающие) направления социофизики, кратко упомянем ее академические и прикладные задачи — так, как они представляются автору. Хотя в XX в. многие исследователи предлагали описывать общество как физическую систему, мы рассмотрим прежде всего текущую литературу (монографии, журнальные статьи и интернет-публикации последнего десятилетия) и лишь выборочно станем цитировать более ранние работы.

Из-за большого объема, отражающего обилие и разнообразие социофизической литературы, наш обзор разбит на три части. В первой части, публикуемой в этом номере журнала, обсуждаются общие механизмы проявления физических факторов в социуме, кратко рассмотрено влияние солнечной активности (т. е. *внешних* физических воздействий) на социальную динамику и анализируются аналоги фазовых состояний, порожденные *внутренними* взаимодействиями в системе движущихся «живых частиц», включая автомобильный и пеше-

ходный трафик. Во второй части будут рассмотрены работы по количественному представлению системы взаимодействующих агентов сетевой структурой и теоретическому описанию явлений в сетях социальных взаимодействий, а также физические и квазифизические модели процессов в экономике («эконофизика»). Третья часть обзора посвящена применению методов физики сложных систем в задачах социологии и политологии; в ней также будут кратко перечислены некоторые новые приложения физических идей в лингвистике, демографии и математической истории.

1. СОЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ФИЗИКА

Будем называть *социальной системой* совокупность большого числа ($N \gg 1$) взаимодействующих индивидов, которые находятся в некоторой внешней среде и подвержены ее воздействиям. Природа индивидов, в литературе часто называемых *агентами*¹, в разных социальных системах может существенно различаться: это люди в различных аспектах их деятельности, группы людей, выступающие как единое целое (например, экономические субъекты), участники дорожного движения, общественные животные и другие «живые частицы». Различные стороны их взаимодействия с внешней средой и друг с другом приводят к большому разнообразию типов социальных систем: экологических, политических, экономических и др. Для систем каждого типа в рамках соответствующей дисциплины обычно учитывают лишь определенные виды взаимодействий между агентами и агентов со средой (обмен в экономике, покупка и продажа акций на бирже и т. д.). Прочие возможные взаимодействия агентов не рассматриваются или включаются во внешние воздействия среды. *Социофизика* анализирует структуру и динамику всех существующих разновидностей социальных систем, используя идеи и методы, заимствованные из теоретической и экспериментальной физики. Методы моделирования социальных явлений, примыкающие к физическим (феноменологические, технические, информационные и т. д.), близки к этой дисциплине и вливаются в нее по мере роста их строгости и объективности, тем самым модифицируя и саму теорию общества.

Таким образом, социальная система — это широкое и не вполне определенное понятие, в рав-

ной мере приложимое к совокупности государств некоторого региона в историческом времени, электорату в определенном городе, населению муравейника или колонии бактерий. Количество индивидов в социальных системах лежит в интервале от десятков и сотен (насекомые в улье, игроки на бирже, трафик на участке шоссе) до численности современного населения Земли ($\sim 7 \cdot 10^9$ чел.) и максимальной емкости «Всемирной паутины» ($10^{11} - 10^{12}$ узлов). Характеристическое время системы (т. е. среднее время, за которое ее состояние значительно изменяется) варьируется от секунд и минут (биржа) до десятков и сотен лет (смена поколений и приоритетов в человеческом обществе). Природа взаимодействий также не вполне поддается формализации; именно поэтому в каждом типе социальных систем выделяется определенный идеализированный вид деятельности агентов. Поскольку широкому определению социальных систем, в частности, удовлетворяют группы людей, изучаемые социологией, сам термин может вызвать некоторую путаницу. В литературе используются и другие названия: системы «живых» (living), «моторных» (driven) «самодвижущихся» (self-propelled) либо (реже) «мотивированных» частиц [14]. Во всех случаях имеется в виду совокупность большого числа взаимосвязанных агентов с достаточно сложным индивидуальным поведением.

В заданный момент времени агенты могут иметь (но могут и не иметь) некоторую схему своей будущей деятельности: *стратегию*. Это сближает социофизику с многочисленными теоретико-игровыми моделями экономики и политологии [11, 17], хотя ее теории лучше всего разработаны для систем агентов с простейшими стратегиями (такими как быстрое и безопасное движение для водителей на шоссе). Довольно запутанный общий вопрос о пределах измеримости состояния социальной системы и воспроизводимости результатов измерений в литературе по социофизике обсуждается редко [18]. Обычно его обходят, выбирая в качестве параметров системы такие величины, которые действительно поддаются измерению с некоторой объективно оцениваемой погрешностью (численность населения, стоимость акций, средний доход и т. д.).

Несмотря на довольно расплывчатое определение социальных систем, они все чаще рассматриваются как физические объекты, эволюцию которых во времени можно регистрировать, предсказывать и даже с некоторым успехом направлять. Эта эмпирическая точка зрения основана на опыте регулирования (хотя бы некоторых) параметров некризисного социума и на структурном подобии систем, сильно различающихся по природе составляющих их агентов. Так, например, явные аналогии в основах структуры человеческого общества

¹ Одним из средств математического описания социума служат *агентные модели*, в которых совокупность взаимосвязанных индивидуумов отражается набором *агентов*, действующих по заданным правилам. Поскольку темой обзора является именно формализация социальных явлений, мы будем употреблять термины «агент» и «индивидуум» (либо «индивид») как синонимы.



(разделение видов деятельности, иерархия, обмен, направленный перенос информации) и «социума» муравьев или термитов, не имеющих головного мозга [19], заставляет искать причины структурирования за пределами сознания индивидов. Однотипный характер перемещения бактерий в колонии на чашке Петри и людей в толпе на площади [20] также указывает на внеразумную и даже внебиологическую основу динамики человеческих масс. А поскольку у очень многих «неживых» многочастичных систем со сложной фазовой диаграммой нет точного (и тем более аналитического) описания межчастичных взаимодействий, само наличие взаимосвязей между агентами считается достаточным для физической трактовки социальных явлений. При этом обычно полагают, что действие окружения и среды на «живую частицу» содержит случайную составляющую, которая еще увеличивается благодаря «свободе воли» агента, и применяют к анализу социальных систем методы физики стохастических процессов [5].

Отметим, что статистические данные о социальных системах используются во многих «классических» общественных науках, социофизика же обычно анализирует их на основе идей и понятий статистической физики. Однако с физической точки зрения социальные системы не являются *макроскопическими* совокупностями очень большого числа частиц ($N \sim 10^{20} - 10^{25}$), к которым относится большинство приложений статистической физики к неживой природе. Их аналогами скорее являются *мезоскопические* ($N \sim 10^4 - 10^{10}$) и даже *микроскопические* системы (от десятков и сотен до нескольких тысяч «неживых» частиц), имеющие целый ряд качественных отличий [21]. Применимость к подобным системам таких «предельных» ($N \rightarrow \infty$) физических понятий, как фазовые состояния и фазовые переходы, энтропия, температура и т. д., не всегда очевидна, но в литературе по «физике общества» используется именно эта терминология.

В широком понимании «физики общества» к ней должны относиться все примеры существенного влияния физических факторов (исключая неизменные влияния вроде земного притяжения или наличия атмосферы) на состояния социальных, т. е. «живых» мультиагентных систем. С этой точки зрения в основе новой науки лежат следующие существенно разные обстоятельства (факторы).

- Диссипативный характер системы земной биосферы (включающей в себя подсистему «человечество на Земле в историческом времени» и все другие, более частные примеры социальных систем), которым определяется критическая зависимость любых социальных процессов от потока внешней энергии.

- Упомянутый ранее «многочастичный» (мультиагентный) характер социальных систем, предположительно позволяющий анализировать их методами статистической физики.
- Объективный характер процессов, протекающих в человеческом сознании, их материальная обусловленность явлениями окружающего мира.

В области общественных наук первому из перечисленных факторов отвечают работы по физической климатологии (еще одной из немногих «точек роста» нынешнего естествознания), реконструкции климата в историческом прошлом и корреляциям климатических изменений с историческими событиями. Применимость методов статистической физики к анализу социальных процессов — второй фактор — можно считать основным постулатом социофизики. На третьем факторе (по существу фиксирующем полную победу научного материализма) основаны как многочисленные схемы когнитивного планирования и информационного управления [22—24], так и квазифизические модели в политологии, культурологии и лингвистике.

Далее мы кратко рассмотрим главные направления социофизики (кроме преимущественно прикладных когнитивных технологий и «классического» моделирования в военных науках [25]). Мы попытаемся показать, как в соответствующих социальных системах проявляются общие законы физики и в чем состоит специфика таких систем. Многообразию социальных явлений, вызванных физическими (т. е. объективными, моделируемыми и предсказуемыми) факторами, и разная степень их формализации в научной литературе делают наше изложение неизбежно фрагментарным, а границу между «физическими» и иными формальными способами описания общества весьма нечеткой. Этот недостаток отражает не только ограниченную информированность автора, но и некоторую неопределенность всей рассматриваемой нами бурно растущей области знаний.

2. СОЛНЦЕ И СОЦИАЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ

2.1. Медленные флуктуации солнечной постоянной в историческом времени

Физические и физико-химические компоненты погоды и климата обсуждаются в рамках геофизических теорий с привлечением данных космических наблюдений и компьютерного моделирования [26]. Измерения, выполненные космическими аппаратами начиная с 1980-х гг., показали корреляцию квазипериодической магнитной активности Солнца (хорошо известные циклы продолжительностью от 8—9 до 16—17 лет при средней длительности около 11 лет) с количеством его лучистой энергии, падающей на единицу площади вблизи

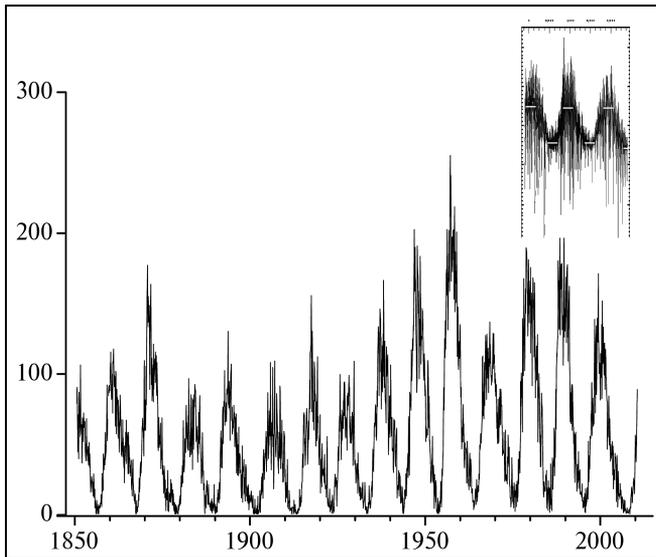


Рис. 1. Циклы солнечной активности в 1850—2010 гг. по среднемесячному количеству пятен. Адаптировано из <http://solar-science.msfc.nasa.gov>. На врезке — данные прямых измерений солнечной постоянной космическими аппаратами [27]

земной орбиты — «солнечной постоянной» S_0 , которая возрастает в максимуме ~ 11 -летнего солнечного цикла на $\sim 0,1\%$ по отношению к минимуму [27] (рис. 1). Результаты систематических наблюдений за пятнообразованием на Солнце, отражающим его магнитную активность (более 300 лет), и мировые метеорологические данные (за последние 150 лет) указывают на еще более значительные изменения «солнечной постоянной» в масштабах столетий, предположительно коррелирующие с ходом среднегодовой температуры в различных регионах Земли [28].

Реконструкция солнечной активности за всю историю человечества по содержанию космогенных изотопов (^{14}C в годичных кольцах деревьев, ^{10}Be в ледниках Антарктиды и Гренландии) выявила флуктуации излучаемой солнечной энергии с интервалом в 1—2 столетия между максимумом и соседним минимумом. В согласии с письменными историческими источниками, эти медленные в масштабе смены поколений изменения «солнечной постоянной» в пределах $0,2\text{—}0,3\%$ от ее среднего значения ($\sim 1360 \text{ Вт/м}^2$) могли приводить к варьированию среднегодовой температуры Земли с амплитудой $\sim 1^\circ\text{C}$ и значительному перераспределению годовой температуры и влажности в разных регионах планеты [29, 30]. Теплым периодам с наибольшей солнечной активностью в I—II вв. (римский максимум) и XII—XIII вв. н. э. (средневековый максимум) соответствовали рост населения и быстрое развитие локальных цивилизаций в ряде ре-

гионов планеты. Периоды глобального похолодания, предшествовавшие минимумам солнечной активности в VI—VII вв. (средневековый минимум), XV—XVI вв. (минимум Шперера) и XVII веке н. э. (минимум Маундера, совпадающий с «малым ледниковым периодом» в Европе) сопровождалась голодом, эпидемиями, массовой миграцией людей и длительными войнами во всех регионах, оставивших письменные источники. Менее продолжительный минимум Дальтона (1780—1820 гг.) с понижением среднегодовой температуры на $\sim 0,5^\circ\text{C}$ приходится на период Великой французской революции и наполеоновских войн в Европе (рис. 2).

Масштаб климатических изменений в историческом прошлом служит предметом острой и очень политизированной дискуссии [27, 29], фактическим вопросом в которой являются антропогенные либо внешние геофизические причины современного глобального потепления. Тем не менее, многие историки считают изменения климата и особенно сопутствовавшие им флуктуации погоды (аномально морозные зимы и летние заморозки, засухи, наводнения и т. д.) одним из ключевых факторов, определявших уровень жизни сельскохозяйственных цивилизаций — и соответственно сильно проявлявшихся в исторических событиях вплоть до промышленной революции Нового времени. Учет погодных и климатических условий в конкретном историко-географическом контексте [32] вместе с привлечением других количественных данных (площадь государств, численность населения, насыщенность культурного слоя и др.) и

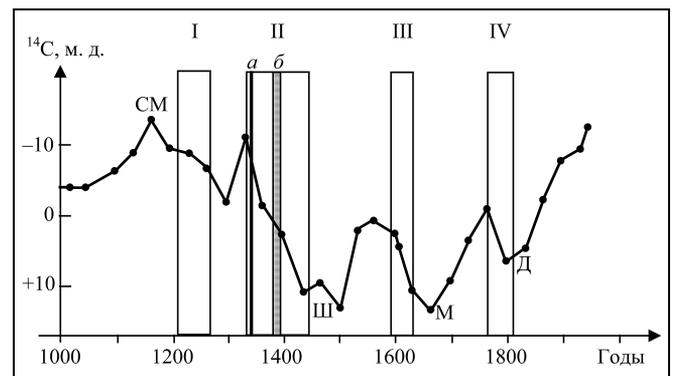


Рис. 2. Доля изотопа ^{14}C в годичных кольцах деревьев, $\times 10^9$ (снижается при росте солнечной активности; Д, М и Ш — соответственно минимумы Дальтона, Маундера и Шперера, СМ — средневековый максимум, см. текст) [31] и крупные политические события во 2-м тысячелетии н.э. Полосы: I — монгольские завоевания, II — Столетняя война в Европе, ослабление и падение Византии; а — эпидемии чумы (1347—1350 гг.) и б — крестьянские войны (1390-е гг.) в Европе, III — Смутное время на Руси, Тридцатилетняя война в Европе, революция в Англии, падение династии Мин в Китае; IV — война за независимость США, Великая французская революция, наполеоновские войны



применением компьютерного моделирования [33] являются важными особенностями современной исторической науки.

2.2. Активность Солнца и «общественная температура»

Изменения погоды на Земле, по-видимому, не коррелируют с 11-летними солнечными циклами благодаря большой тепловой инерции водно-воздушно-континентальной оболочки планеты и сложности протекающих в ней физико-химических процессов [26]. Однако максимумы пятнообразования на Солнце в 1850—2010 гг., показанные на рис. 1, совпадают по времени с целым рядом крупных событий европейской и мировой истории (франко-прусская война 1870—1871 гг., 1-я русская революция 1905—1907 гг., мировой экономический кризис 1929 г., начало Второй мировой войны и «холодной войны», крушение колониальных империй, разрушение СССР). По данным историометрических таблиц, составленных и опубликованных в 1924 г. А.Л. Чижевским [34], на трехлетние промежутки максимальной активности в солнечных циклах приходится около 60 % всех зафиксированных исторических событий за 500-летний период (при всем отмеченном в работе [34] несовершенстве такой характеристики). В 1930-е гг. Чижевский и его зарубежные единомышленники нашли причину повышенной массовой возбудимости в максимумах солнечных циклов, установив их корреляцию с подъемом заболеваемости и всплесками психических расстройств (рис. 3). Циклы политической деятельности, коррелирующие с солнечными, были зафиксированы в истории ряда стран [36, 37].

Количественной мерой возбудимости человеческих масс может служить *общественная температура*: интенсивность «стохастической» деятельности людей на малых отрезках исторического времени. Изменения такого параметра за 2—3 последних столетия в ряде государств поддаются полуколичественной оценке — в частности, по статистике правонарушений. Сильное влияние на уровень «общественной температуры», помимо магнитных бурь и других геофизических явлений, оказывают локальные социально-экономические факторы в сообществе людей [34, 35]. В свою очередь, повышение «температуры» размывает структуру общественной системы и может приводить к кризису: быстрому (в историческом масштабе времени) изменению этой структуры. Циклы солнечной активности таким образом вносят квазипериодическую модуляцию в социально-исторические процессы. Рассмотренные выше вековые флуктуации потока солнечной энергии в масштабах смены поколений приводят к «адиабатическим», т. е. медленным изменениям внешних условий (пого-

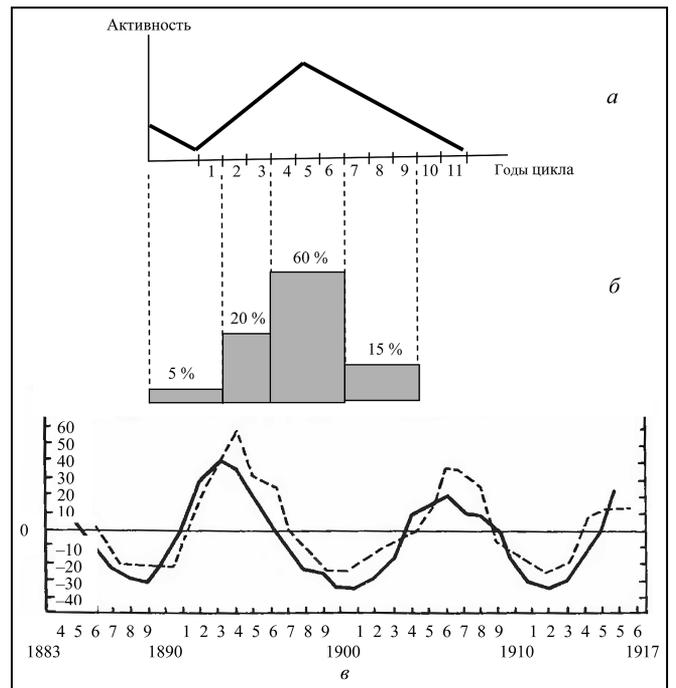


Рис. 3. Влияние солнечной активности на «общественную температуру»: а — ход активности Солнца в 11-летнем цикле, б — плотность исторических событий в фазах солнечного цикла [34], в — пятнообразование на Солнце (сплошная кривая) и колебания заболеваемости возвратным тифом в Москве с 1883 по 1918 г. (штриховая линия, график сдвинут на -1 год) [35]

ды и климата), которые сопровождаются более быстрой перестройкой (релаксацией) социальных систем.

2.3. Другие периодические явления

Обычные суточные, недельные и годовые жизненные циклы также модулируют экономическую и общественную динамику, являясь при этом, в отличие от солнечных циклов, строго периодическими. В противоположность суточным и годовым циклам, недельные циклы имеют не астрономическое, а эндогенное происхождение. Причины появления «внутренних» циклов жизни (в разное время у разных народов продолжавшихся от 3 до 10 дней) и перехода человечества к семидневной неделе [38] в рамках социофизики еще не рассматривались. Суточные и годовые циклы обычно относят к прикладной области (колебания потребления, транспортных и пешеходных потоков и др.), их анализируют в эконометрике и в инженерных дисциплинах [39, 40]. Физики уделяют незаслуженно мало внимания этим самым регулярным и хорошо документированным циклическим процессам в социуме.

Указанные регулярные циклы выявляются на *периодограммах*, получаемых Фурье-преобразова-

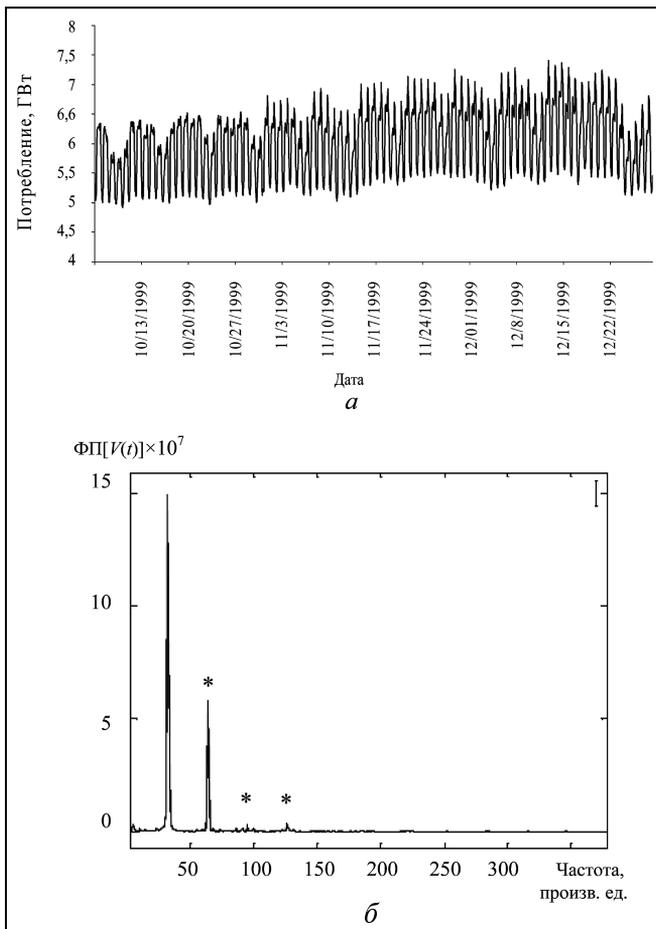


Рис. 4. Суточные и недельные циклы потребления электроэнергии в штате Альберта (Канада) в октябре—декабре 1999 г. [39] (а). Фурье-преобразование (ФП) динамики потребления воды $V(t)$ в Испании (октябрь—ноябрь 1996 г.); звездочкой отмечены гармоники $n/\text{сут}$, $n = 2, 3, 4$ [40] (б)

нием рядов данных по динамике энергопотребления, потребления воды и других характеристик городского снабжения (рис. 4, а). Присутствие на периодограммах высших гармоник, кратных основной частоте, не обязательно отражает «скрытую» периодичность в общественной и экономической жизни: такие гармоники возникают и из-за несинусоидального характера периодической зависимости (рис. 4, б). (При обсуждении многочисленных «длинных» периодов флуктуаций солнечной постоянной [28], тоже полученных гармоническим анализом, это обстоятельство почему-то не упоминается). Между тем детальный анализ формы вынужденных колебаний энергопотребления, сопоставленный с ходом периодической вынуждающей силы (дневной температуры, освещенности и др.), способен выявить обобщенные квазимеханические параметры — аналоги массы, плотности, трения — для соответствующей социальной систе-

мы: города, региона или всей национальной экономики. Данный круг академических и прикладных задач также очень мало обсуждается в современной социофизической литературе.

Признание медленных флуктуаций климата и (в меньшем числе работ) 11-летних солнечных циклов существенными экзогенными факторами, влияющими на ход человеческой истории (в англоязычной литературе «forcings»), фактически означает отказ от замкнутого построения общественных наук, при котором все «гуманитарные» явления обязаны быть следствием только «гуманитарных» причин и могут обсуждаться лишь в соответствующих терминах. Развитием данного принципа мог бы стать анализ автоколебаний и автоволн в социальных системах, поскольку само существование этих систем в конечном счете определяется потоком солнечной энергии. (Подобные процессы в «живых» экосистемах давно исследует биофизика [41]). В этом случае автоколебательными могут оказаться, по крайней мере, некоторые циклические явления в экономике, а исторические периоды экспансии народов и государств приобретают вид автоволн, распространяющихся в сложном социально-географическом ландшафте. Хотя в нынешней социофизической литературе такая точка зрения почти не представлена (немногие исключения будут рассмотрены в последней части обзора), ее реализация может сделать моделирование социальных процессов более последовательным и строгим.

Перечисленные примеры геофизического воздействия на процессы в человеческом обществе, ввиду большой сложности этих процессов, пока не имеют формализованного описания. В настоящее время их исследуют на эмпирическом уровне и обычно не включают в круг интересов социофизики, где в основном рассматриваются системы, поддающиеся расчетному моделированию. Однако успешные приложения физического аппарата к некоторым частным разновидностям социальных систем, которые будут рассмотрены далее, свидетельствует в пользу фундаментальной связи явлений истории и экономики с внешними физическими факторами.

3. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОЦИОФИЗИКИ

Физические модели социума примыкают к обширной и неоднородной области математических моделей экономики, эволюционной биологии, экологии, теории управления и многих других дисциплин. От обычных имитационных моделей их отличают более фундаментальное обоснование и вытеснение «стилизованных фактов» объективно измеряемыми (т. е. экспериментальными) данными. Теоретические положения социофизики, как



правило, заимствованы из уже развитых разделов физики «неживых» систем (гидродинамики, физики магнитных явлений, теории фазовых переходов, физико-химической кинетики и др.). Учитывая дополнительную сложность поведения «живых частиц», такое описание с неизбежностью оказывается фрагментарным и ограничено немногими частными задачами, которые удается формализовать.

Наиболее распространенные в литературе примеры физического моделирования в основном касаются таких социальных систем, динамику которых удается свести к варьированию одной (дискретной или непрерывной) переменной величины — в исключительном случае нескольких таких переменных. Поскольку, в отличие от «неживых» многочастичных систем, индивидуальное поведение агента в принципе не поддается точному описанию, главным инструментом теории служат стохастические модели [5, 10, 14]. В литературе двух последних десятилетий можно выделить следующие социофизические направления:

- моделирование механического движения «живых частиц» (автомобильный трафик, рыбы и птицы, пешеходное движение);
- изучение, моделирование и контроль поведения массы людей;
- моделирование процессов в сетях социальных взаимодействий и исследование устойчивости общественных структур;
- физическое и квазифизическое описание экономических явлений (эконофизика);
- исследование динамики общественного мнения, физическая политология;
- исследование эволюции языковых и культурных норм, физическая социология;
- моделирование социальных и демографических процессов, математическая история.

В большинстве пунктов этого перечня имеются очевидные прикладные задачи (среди которых наиболее мирной выглядит оптимизация движения дорожного транспорта). Кроме того, в перечисленных видах социальных систем весь спектр сложного поведения агентов (обычно людей) характеризуется малым количеством измеримых параметров — таких как голосование «за» или «против» кандидатов определенной партии на выборах, число значений слов на разных этапах эволюции языка, скорость квазиодномерного движения и плотность потока автомобилей на шоссе, изменения территории и численности населения государства. Таким образом, динамику систем в указанных направлениях социофизики действительно можно формализовать. Далее мы кратко рассмотрим эти направления и перечислим достигнутые в них результаты.

3.1. Движение «живых частиц»

3.1.1. Автомобильный трафик

По физическому моделированию автомобильного трафика имеется обширная литература, цитируемая здесь лишь очень выборочно [5, 42—56]. Это один из немногих разделов социофизики, где средние характеристики системы, т. е. потока автомобилей, удается вывести из микроскопических уравнений движения отдельных частиц в рамках моделей «следования» (car-following models) [5], например,

$$\begin{aligned} dx_i(t + \tau)/dt &= v_{\text{opt}}[\Delta x_i(t)] = \\ &= v_{\text{max}}(\Delta x_i)^2/[d_0^2 + (\Delta x_i)^2], \end{aligned} \quad (1)$$

$$d^2x_i/dt^2 = \tau^{-1}[v_{\text{opt}}(\Delta x_i) - dx_i/dt],$$

где Δx_i — дистанция от данного (i -го) автомобиля до ближайшей машины впереди (мы будем называть ее «лидером»), d_0 — безопасная дистанция, v_{max} и v_{opt} — соответственно максимальная и оптимальная скорости, τ — время реакции водителя. В представленной уравнениями (1) модели оптимальной скорости стратегия водителей сводится к коррекции скорости движения по текущему расстоянию до лидера Δx_i , а множитель $[d_0^2 + (\Delta x_i)^2]^{-1}$ в выражении для оптимальной скорости имеет вид потенциала отталкивания частиц с «твердым ядром» размера d_0 . В модели оптимальной дистанции

$$\begin{aligned} d^2x_i/dt^2 = dv_i/dt &= (k/\Delta x_i)\{-[\Delta x_0(v_i)/\Delta x_i]^4 + \\ &+ [\Delta x_0(v_i)/\Delta x_i]^2\} + a_0(1 - v_i/v_{\text{max}}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta x_0 = d_0 + c_0 v_i^2$$

(где k , d_0 , c_0 — эмпирически подбираемые параметры) ускорение автомобиля в момент времени t задается стартовым ускорением a_0 , текущей скоростью v_i и потенциалом леннард-джонсовского типа (выражение в фигурных скобках), который отражает стремление водителя к максимальной скорости и оптимальной дистанции до лидера Δx_0 (рис. 5). Отметим, что первое слагаемое в выражении (2) имеет смысл силы, корректирующей движение частицы единичной массы в «потенциале» лидера, но эта сила действует лишь в одном направлении (от лидера к следующей за ним частице) — т. е. в моделях следования, несмотря на их подобие уравнениям классической механики, не выполняется третий закон Ньютона [5].

Помимо упомянутых микроскопических моделей, разработаны макроскопические (поток машин как сжимаемая жидкость) и мезоскопические теории дорожного движения, а также его микро-

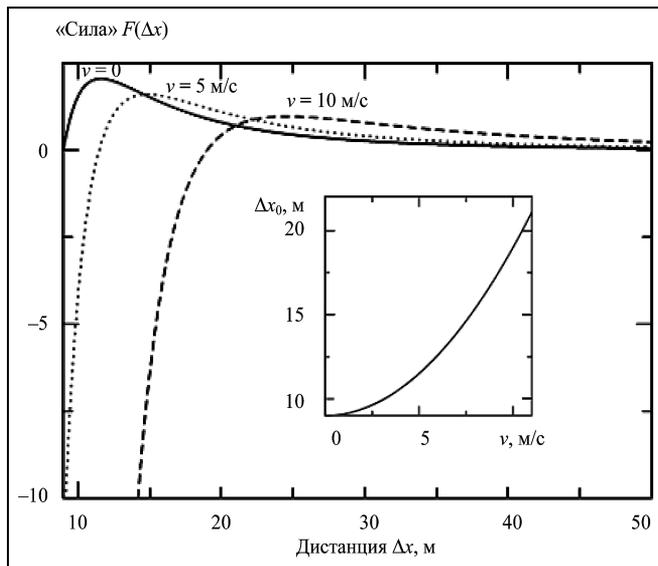


Рис. 5. Зависимость «корректирующей силы» от расстояния до автомобиля впереди в стратегии оптимальной дистанции. На врезке — зависимость оптимальной дистанции Δx_0 от скорости движения [5]

моделирование в приближении *клеточных автоматов* [52, 56]. В большинстве всех этих моделей стратегии агентов задают аналитические функции, куда обычно включаются стохастические компоненты, отражающие случайные изменения поведения водителей. Для ансамбля из N самодвижущихся частиц модели следования позволяют рассчитать *фундаментальную диаграмму* [53]: зависимость потока q (числа проходящих машин в единицу времени) от плотности ρ автомобилей на шоссе ($q = \langle v \rangle \rho$, где $\langle v \rangle$ — средняя скорость) (рис. 6, а) в качественном соответствии с результатами мониторинга реальных транспортных потоков (рис. 6, б).

Различные области фундаментальной диаграммы соответствуют свободному («газоподобному») движению автомобилей на шоссе, «конденсированной фазе» (пробке) и нескольким видам перегруженного потока (congested movement). Вблизи «замерзания» потока моделирование воспроизводит такие хорошо известные явления, как синхронизированное движение, нестабильное, или прерывистое, движение (stop-and-go movement), волны плотности движущихся машин [54]. При неизменной плотности частиц в системе увеличение их виртуальных размеров при усилении стохастического «шума» (мезоскопического аналога температуры) снижает пропускную способность дороги и может приводить к изменению режима движения от свободного к стесненному и далее к пробке. Подобные аналоги фазовых переходов, индуцированных шумом (noise-induced transitions) характерны для многих социальных систем с кон-

курентией агентов за ограниченный ресурс — в данном примере за место в движущемся потоке [5].

Поскольку в перегруженном потоке пробки могут образоваться из-за малых возмущений — например, остановки одного автомобиля — стесненному движению на фундаментальной диаграмме отвечает обширная область «рассеянных состояний». В переходной области от свободного к стесненному движению (т. е. от восходящей к нисходящей ветви диаграммы) отмечается гистерезис (см. рис. 6), а вблизи оптимальной микростратегии агентов имеются многочисленные «динамические ловушки» (dynamic traps): квазистационарные состояния, параметры которых отличаются от оптимальных на величину, сравнимую с порогом реакции водителя. Отнюдь не все наблюдаемые особенности движения удается описать с помощью моделей. Прекрасное введение в теорию автомобильного трафика представлено в статье И.А. Лубашевского и соавт. [52].

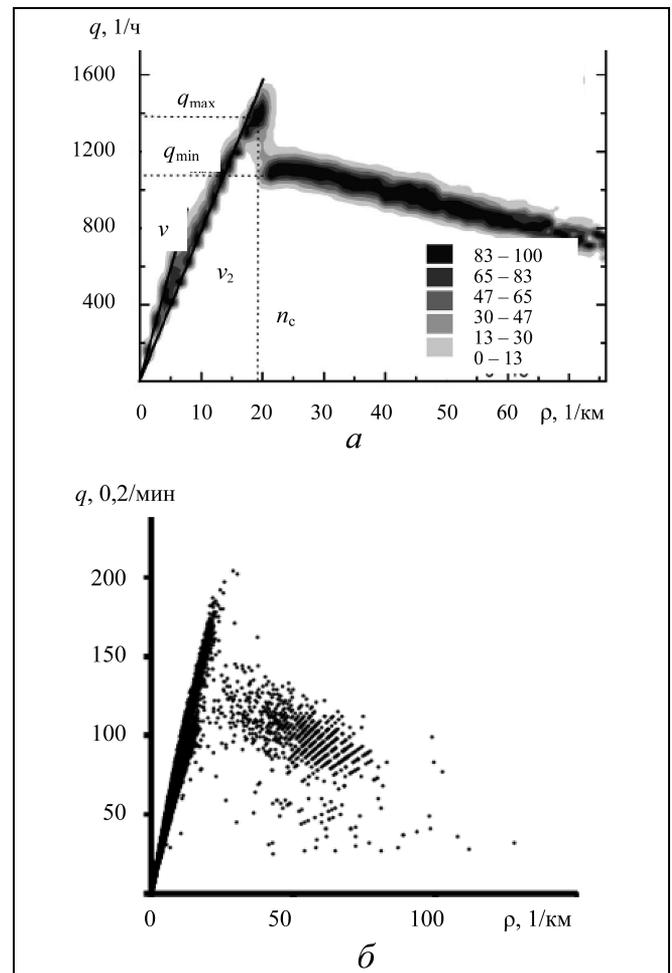


Рис. 6. Расчетная фундаментальная диаграмма дорожного движения [46] (а); данные видеонаблюдений, Японии [51] (б)



Богатство «фазовой диаграммы» дорожного движения вызвано мезоскопическим характером системы движущихся частиц, поскольку ключевой параметр системы — количество взаимозависимых автомобилей на участке шоссе в заданный момент времени — в любом случае не превышает 1–2 тыс. Этим определяется высокая чувствительность стесненного автомобильного потока к неформализуемым возмущениям, вызванным неоднородностью его состава и «свободой воли» водителей. В моделях крайне трудно учесть такие общеизвестные факторы, как разные габариты участников движения, светофоры, погодные условия, иррациональное вождение, аварии и т. д. [14, 52]. Тем не менее, теории автомобильного трафика в последние десятилетия существенно изменили характер управления дорогами в высокоразвитых странах, где введены автоматический мониторинг скорости и плотности потока машин, ограничения скорости на перегруженных участках в реальном времени («slower is faster»), оповещение о пробках и спутниковая навигация. Отметим, что все эти меры, увеличивая пропускную способность шоссе, вероятно, снижают общую устойчивость оптимизированной транспортной системы к сильным возмущениям — таким как снегопады или гололед. В последние годы методы социофизики начинают применять к еще более сложным задачам моделирования городского транспорта [50, 53, 55, 56] и транспортных сетей (см. далее).

3.1.2. Двумерные и трехмерные системы движущихся частиц

При переходе от квазиодномерного движения машин по разделенному шоссе с небольшим числом полос к описанию перемещения «живых частиц» в двух и трех измерениях задачи теории, очевидно, усложняются. Микроскопические модели такого движения часто основаны на *уравнении Ланжевена* — втором законе Ньютона ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$) для систем с вязким трением и случайными возмущениями:

$$m(\partial^2 \mathbf{r} / \partial t^2) = -\nabla U - m\gamma \partial \mathbf{r} / \partial t + \mathbf{F}_R(t), \quad (3)$$

где m — масса частицы, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — ее положение в пространстве, $\nabla U = (\partial U / \partial x, \partial U / \partial y, \partial U / \partial z)$ — градиент потенциала, γ — коэффициент трения, пропорционального скорости частицы, а \mathbf{F}_R — стохастическая составляющая внешних сил. Уравнение (3) описывает трехмерное движение классической частицы внутри плотной среды в поле заданного «детерминистского» потенциала $U(\mathbf{r})$ со случайными возмущениями. Если вязкое трение велико ($|\partial^2 \mathbf{r} / \partial t^2| \ll |\gamma \mathbf{v}|$), инерцией частиц можно пренебречь. Для такой системы, в физической литературе называемой *пердемпфированной*, уравне-

ние (3) переходит в уравнение движения «безмассовой» броуновской частицы

$$\partial \mathbf{r} / \partial t = \mathbf{v} = -\mu \nabla U + \sqrt{2D} \mathbf{F}_R, \quad (4)$$

где $\mu = 1/(\gamma m)$ — подвижность частицы, $D = k_B T / (\gamma m)$ — коэффициент диффузии, k_B — постоянная Больцмана, T — температура [5].

Помимо «неживых» броуновских частиц, уравнением (4) описывают «кусочно-хаотическое» передвижение бактерий, для которых в роли внешних сил могут выступать градиенты температуры, освещенности или концентраций питательных веществ и продуктов метаболизма (*хемотаксис*), а случайная сила \mathbf{F}_R задает как их собственные баллистические смещения за промежуток времени δt , так и броуновские блуждания [57]. В социофизике на уравнениях (3) и (4) основана микродинамика *броуновских агентов*, способных дрейфовать в модельном поле внешних сил $U(x, y, z)$ [58].

Состояние совокупности большого числа частиц со стохастическими взаимодействиями отражает непрерывная функция плотности вероятности $p(x_1, \dots, x_N, t)$, где координатами (x_1, \dots, x_N) (их число N велико) задаются микросостояния всех частиц в системе. Эволюцию такой системы во времени t описывает *уравнение Фоккера—Планка* («микроскопическим» следствием которого является уравнение Ланжевена):

$$\begin{aligned} \partial p / \partial t = & -\sum_i \partial / \partial x_i [D_i^{(1)}(x_1, \dots, x_n) p] + \\ & + \sum_{i,j} (\partial^2 / \partial x_i \partial x_j) [D_{ij}^{(2)}(x_1, \dots, x_n) p], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\mathbf{D}^{(1)} = \{D_i^{(1)}\}$ — вектор сдвига распределения $p(x_1, \dots, x_n)$ под действием детерминистских внешних сил, а $\mathbf{D}^{(2)} = \{D_{ij}^{(2)}\}$ — стохастический тензор диффузии (в общем случае зависящие от состояния системы). В одномерной задаче при постоянстве внешнего поля ($\mathbf{D}^{(1)} = \langle \mathbf{v} \rangle = \text{const}$) в однородной среде ($\mathbf{D}^{(2)} = \langle \mathbf{D} \rangle = \text{const}$) соотношение (5) принимает форму уравнения диффузии

$$\partial p / \partial t = -v \partial p / \partial x + D \partial^2 p / \partial x^2, \quad (6)$$

где v — коэффициент сдвига, D — коэффициент диффузии. Этому уравнению подчиняется, например, оседание коллоидных частиц в поле силы тяжести. Решением уравнения (6) является гауссово распределение плотности вероятности, которое с течением времени сдвигается внешним потенциалом из исходного центра x_0 и «расплывается» под действием случайных сил: $p(x, t) = \sqrt{4\pi Dt} \exp[-(x - x_0 - vt)^2 / 4Dt]$ со средним положением $\langle x \rangle = x_0 - vt$ и дисперсией $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = 2Dt$

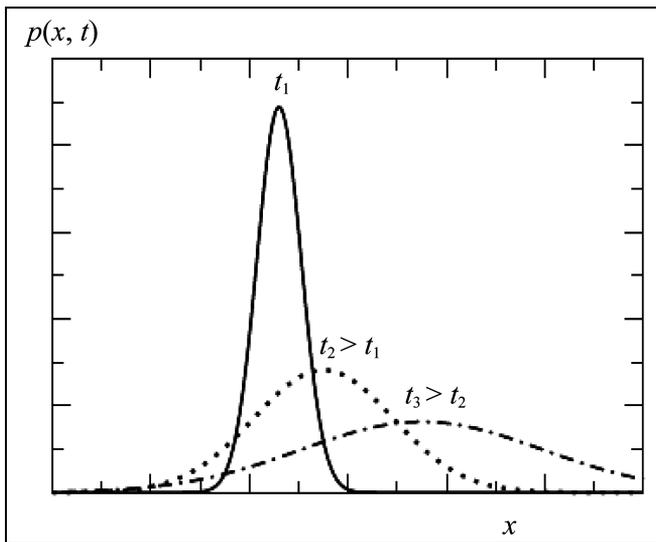


Рис. 7. Эволюция распределения плотности вероятности распределения частиц $p(x, t)$ во времени при нормальной одномерной диффузии [5]

(рис. 7). Если же в одномерной форме уравнения (5) средние значения $\langle v \rangle$ или $\langle D \rangle$ сами зависят от состояния системы, динамика плотности вероятности $p(x, t)$ отражает *аномальную диффузию*. В частности, при увеличении коэффициента D для «быстрых» частиц вместо броуновского случайного блуждания возникают негауссовы распределения $p(x, t)$ с большими флуктуациями смещения: *полет Леви* [5] (см. п. 3.3 во второй части обзора).

В тех задачах социофизики, где состояния системы описывают непрерывные переменные, уравнения Ланжевена и Фоккера—Планка служат основой для моделирования, соответственно, микродинамики агентов и изменений интегральных параметров. (Хотя, в столь же общей форме, квантовую химию можно считать основанной на приближенных решениях уравнения Шредингера, а статистическую термодинамику на распределении Гиббса, стремление «спрятать» всю сложность социальной системы в стохастические возмущения действительно присутствует в литературе). Степень соответствия построенных моделей фундаментальным положениям физики обычно не обсуждается (см. ньютоноподобную динамику автомобиля в моделях следования): главное достоинство теоретических конструкций заключается в согласии расчета с результатами наблюдений. Эти особенности нынешнего этапа развития социофизики проявляются и в других ее разделах.

Диффузионные модели применяли в исследованиях урбанизации [59, 60] и распространения земледелия в Европе [61]. В большинстве таких работ общую динамику роста «колонии» удавалось воспроизвести на основе естественного предположения

о том, что проникновение первых «агентов» (соответственно участков городской застройки или неолитических селений, перешедших к земледелию) в богатую ресурсами область облегчает ее дальнейшее освоение. Формальным результатом является возрастающая зависимость коэффициента диффузии от скорости, т. е. аномальная диффузия, приводящая к асимптотическим обратным степенным распределениям (в работе [59] это распределение участков городской застройки по площади). Обратные степенные распределения также дает часто используемая модель просачивания (*перколяции*) [60]. В работе [61] вместо уравнения Фоккера—Планка (6) использовалось кинетическое уравнение Фишера:

$$\partial p / \partial t = D \nabla^2 p + F(p),$$

где $D \nabla^2 p$ — диффузионный терм, $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ с функцией «источника» $F(p)$. В химической кинетике эта функция отражает возникновение частиц в ходе реакции, в цитируемой работе — рост популяции во времени. Кинетическое уравнение «реакции — диффузии», родственное уравнению (6) при нулевом векторе сдвига ($v = 0$) (в работе [61] усложненное авторами), нередко применяется для описания социальной экспансии.

Моделированию двумерного движения и возникающих распределений популяции в колониях бактерий посвящен большой раздел биофизики, нами здесь не рассматриваемый [41, 57]. (Тем не менее, многие лидеры современной социофизики в 1980-е и 1990-е гг. плодотворно занимались исследованием самоорганизации в микробиологии). В предложенной в 1995 г. Вишеком и соавт. модельной системе [62] «самодвижущиеся» агенты перемещались на квадратной решетке через дискретные интервалы времени с одинаковыми по модулю векторами скорости v_i , угол θ_i которых с осью x в каждый следующий момент $t + 1$ определялся суммарным направлением скоростей v_j частиц в ближайшем окружении в предыдущий момент t и случайными возмущениями η : $\theta_i(t + 1) = \langle \theta_j(t) \rangle_{\text{окружение}} + \eta$. Эта модель, близкая к двумерной спиновой модели Изинга [63] (см. п. 3.4 в третьей части обзора), предсказывает спонтанную ориентацию скоростей частиц, т. е. их согласованное коллективное движение, *ниже* некоторого критического уровня шума η . Зависимость общей картины перемещения от плотности частиц представлена на рис. 8.

Современный подход к моделированию системы взаимосвязанных «живых частиц», перемещающихся в трех измерениях (птицы и рыбы), сформулировал Рейнольдс в 1987 г. [64]. В его работе, посвященной компьютерной анимации, была предложена стратегия движения «птицой-

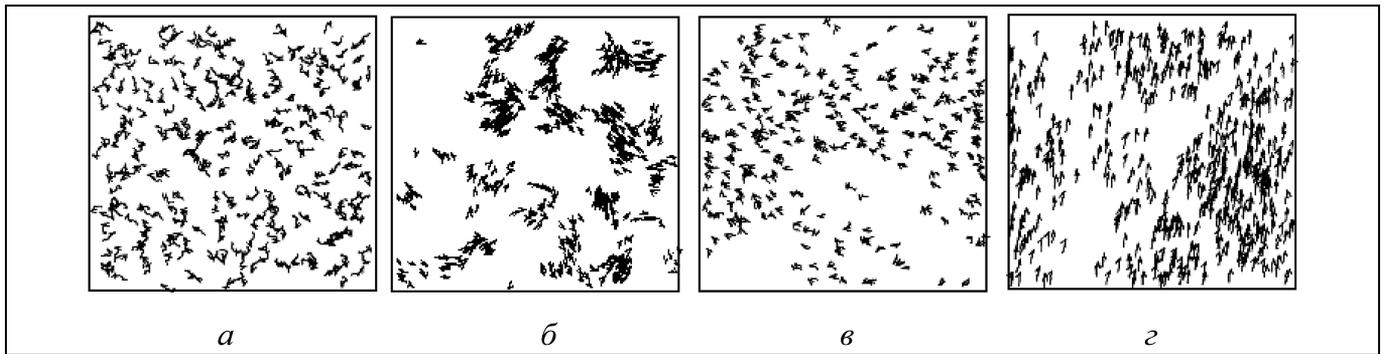


Рис. 8. Ориентация векторов скорости «живых» частиц в двух измерениях (показаны штрихами) в зависимости от плотности частиц и шума η [62]: *a* — исходное неупорядоченное движение; *б* — низкая плотность и низкий шум: неупорядоченное перемещение «сгустков» частиц (swarms); *в* — высокая плотность и высокий шум: частичная корреляция движения; *г* — высокая плотность и низкий шум: коллективное упорядоченное движение

дов» (boids), позволившая реалистически воспроизвести перемещение трехмерной стаи: корректировка скоростей по ближайшим соседям, притяжение к центру группы, избегание столкновений с соседними частицами и препятствиями (для чего вводился детерминистский потенциал отталкивания). В 1990-е гг. эти принципы стали основой для серии работ в математической биологии [65—67]. Как и в автомобильном трафике, интерес исследователей вызвали «фазовые переходы», в данном случае от покоя к несогласованному и согласованному движению — особенно для больших стай, где отсутствует лидер. Так, в работе [67] реакцию *i*-й особи на движение других «частиц» в стае определяла «сила»

$$\mathbf{f}_i = \sum_j [af_a(r_{ij})\mathbf{v}_j + bf_b(r_{ij})\mathbf{r}_{ij}] + \boldsymbol{\eta}_i,$$

где \mathbf{v}_j — вектор скорости *j*-й птицы в ближайшем окружении *i*-й, r_{ij} — ее расположение относительно *i*-й особи, *a* и *b* — варьируемые параметры, а вектор $\boldsymbol{\eta}_i$ единичной длины соответствовал случайным возмущениям. Упрощенные функции $f_a(r_{ij})$ (влияние скорости окружения на *i*-ю особь) и $f_b(r_{ij})$ (влияние конфигурации окружения) в цитируемой работе имели «твердое ядро» при $r < r_0$ и область притяжения (минимум) при $r \geq r_0$. В рассчитанной «фазовой диаграмме», зависящей от коэффициентов *a* и *b*, выделялись области некоррелированного движения частиц («газа») при малых *b*, упорядоченного и неупорядоченного покоя стаи («неподвижный кристалл» и «неподвижная жидкость») и области ее неупорядоченного («текущая жидкость») и упорядоченного движения («движущийся кристалл»). В недавней статье [68] представлен редко встречающийся анализ микродинамики полета «живых частиц»: сопоставлены стратегии набора высоты соколами и дельтапланеристами.

Потенциалы взаимодействия «живых частиц» в названных работах задавались эмпирически. Если на частицу воздействуют только ее ближайшие соседи, структуру движущейся группы удастся представить графом [67]. В 2000-е гг. «графы коммуникаций» движущихся агентов использовали в моделях стай [69, 70], а также автомобильного трафика [71], групп мобильных роботов [72], «формаций» беспилотных летательных аппаратов [73] и в других важных приложениях. Задачи управления такими системами смыкаются с обширной областью изучения и конструирования «роевого интеллекта» (swarm intelligence), или «распределенного интеллекта» [74, 75], которая в нашем обзоре также не рассматривается.

3.1.3. Движение пешеходов

Первые физические модели пешеходных потоков появились в 1970-х гг., а с середины 1990-х развивается микроскопическое описание такого движения в приближении клеточных автоматов и континуальные модели [10]. Эта область имеет много общего с исследованием автомобильного трафика [47]; из «микроскопических» уравнений движения людей здесь тоже выводится фундаментальная диаграмма потока [76]. В настоящее время моделирование пешеходного движения, направленное, в частности, на обеспечение безопасности массовых мероприятий — одна из наиболее развитых областей социофизики [76—87].

Континуальное микроскопическое описание динамики пешехода основано на теории социального поля [77]. Уравнение двумерного движения [78]

$$m_i d\mathbf{v}_i/dt = \mathbf{F}_i^{\text{инд}} + \mathbf{F}_i^{\text{общ}} + \boldsymbol{\eta}_i(t), \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_i^{\text{инд}} = (m_i/\tau)(v_i^{(0)} \mathbf{e} - \mathbf{v}_i),$$

$$\mathbf{F}_i^{\text{общ}} = - \sum_{\text{цели}} \mathbf{f}_{ik} + \sum_{\text{стены}} \mathbf{f}_{ip} + \sum_j \mathbf{f}_{ij},$$

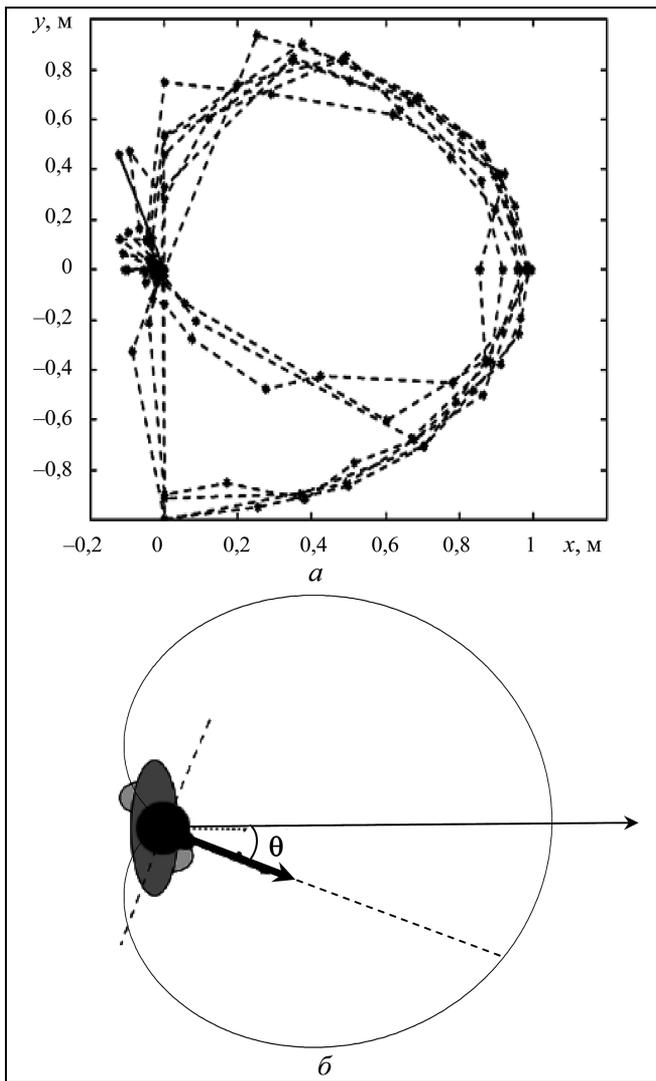


Рис. 9. Угловой терм потенциала действия «социального поля» на пешехода (вид сверху) $F(\mathbf{r}) = f(r)\Phi(\theta)$: a — по результатам анализа видеозаписи; b — модельный потенциал $\Phi(\theta) = (1/2)(1 + \cos\theta)$ в полярных координатах (по [82])

(где m_i — масса частицы, τ — время реакции, \mathbf{e} — единичный вектор в направлении движения) фактически представляет собой уравнение Ланжевена (3) с особыми видами вязкого трения $\mathbf{F}_i^{\text{инд}}$ и «детерминистского» потенциала ($-\nabla U = \mathbf{F}_i^{\text{общ}}$), а также со стохастическим возмущением $\eta_i(t)$. Стратегия движения агента задается в виде суммы корректирующих «сил»: внутренней $\mathbf{F}_i^{\text{инд}}$ и внешней $\mathbf{F}_i^{\text{общ}}$. Первая из них, заимствованная из моделей автомобильного трафика (см. уравнение (1)), отражает стремление частиц к предпочтительной скорости $v_i^{(0)}$. Внешняя сила $\mathbf{F}_i^{\text{общ}}$ сложной формы (действие социума) складывается из притяжения к

целевым объектам (переходам, магазинам, вывескам) и отталкивания от приближающихся препятствий — как от соседних движущихся частиц, так и от стен домов и др. Потенциал отталкивания часто выбирают в виде $A \exp[b(R_0 - r)]$, где r — расстояние до препятствия, R_0 — радиус частицы, A и b — эмпирические константы. (В отличие от автомобилей, пешеходы могут физически соприкасаться без разрушения потока, поэтому потенциал отталкивания имеет «твердое ядро», для пары частиц размером $2R_0$). В последние годы в уравнения (7) введена анизотропная угловая зависимость потенциала пешехода с максимумом в направлении движения, отражающая неравномерное восприятие целей и препятствий в секторе обзора (рис. 9).

Расчеты с помощью формул (7) и родственных моделей позволяют воспроизвести некоторые качественные особенности пешеходного трафика: обтекание препятствий, взаимное проникновение встречных потоков с их расщеплением на противоположно движущиеся «полосы» (рис. 10, a), попе-

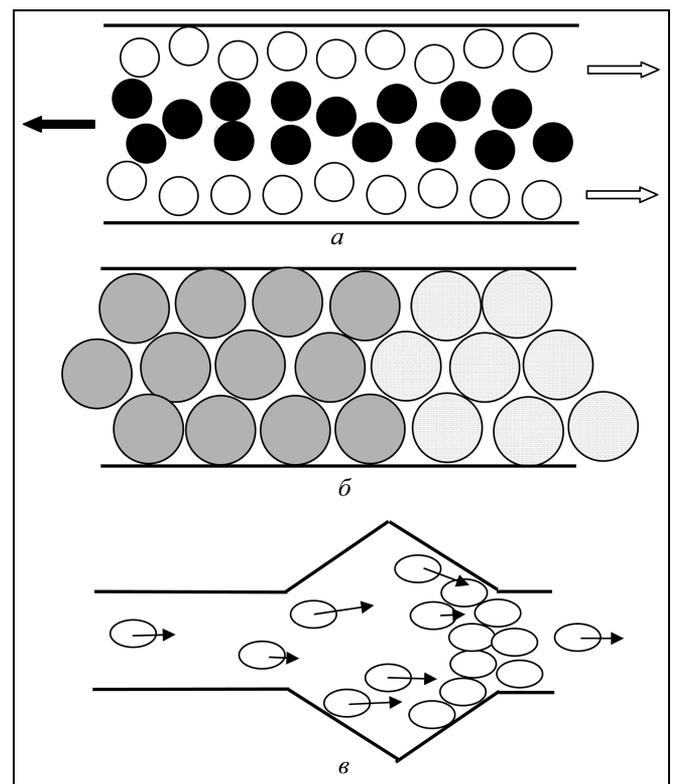


Рис. 10. Моделирование характера пешеходного движения: a — «ламинарное» течение противоположных потоков (цвет соответствует направлениям); b — образование пробки с плотной упаковкой при увеличении эффективных размеров агентов вследствие возрастания шума («freezing by heating») [47, 79]; c — образование затора в месте расширения прохода при панической эвакуации [83]



ременное прохождение противоположно направленных частиц через узкий проход. При достаточно высокой плотности противоположных потоков в проходе конечной ширины увеличение шумового терма η_p , как и для автомобильного трафика (см. выше), приводит к образованию «пробки» с плотной упаковкой неподвижных частиц (рис. 10, б). Это довольно очевидное возникновение метастабильного порядка под воздействием флуктуаций было названо авторами «замерзание при нагреве» (freezing by heating) [79]. На фундаментальной диаграмме пешеходного движения, рассчитанной разными авторами (см. работу [80]), как и на диаграмме автомобильного трафика, имеются области свободного (восходящая ветвь) и стесненного движения (нисходящая ветвь).

Для воспроизведения более сложных действий людей (переход улицы на светофоре, движение в супермаркете и др.), позволяющего оценивать пропускную способность различных узлов города, в модель (7) следует вводить дополнительные эмпирические поправки [50, 82]. Интерес физиков в последние годы вызвала «социальная структура» пешеходного потока: наличие в нем групп взаимодействующих людей, форма и особенности движения таких групп, их влияние на общий поток [81]. Для исследования этой проблемы, тесно связанной с задачами «управления толпой» (см. далее), а также для уточнения параметров модели общественного поля применяется компьютерная обработка данных видеосъемки [82].

В 2000 г. Хелбинг, Фаркаш и Вишек применили алгоритм «бессознательного» движения пешеходов к моделированию паники при аварийной эвакуации [83]. В этом случае во внутренний терм $F_i^{\text{инд}}$ модели (7) входит максимальная скорость движения $v_i^{(0)}$ (различная у разных частиц), а к внешним силам $F_i^{\text{общ}}$ могут добавляться стремление прочь от источника опасности, отталкивание частиц при физическом контакте со стенами и друг с другом и следование за соседними частицами, отражающее *стадное поведение* (herding). Такие расчеты можно использовать в проектировании путей эвакуации (где, в частности, недопустимы локальные уширения, на которых более быстрые агенты обгоняют медленных, образуя затор, рис. 10, в). По данной теме опубликованы обзоры (см. работу [84]); моделям эвакуации посвящен раздел в отечественной монографии [85].

Серию работ по безопасности массовых мероприятий вызвал трагический инцидент в Мине (Саудовская Аравия), где 12 января 2006 г. в давке погибли более 300 паломников [86, 87]. Данные с камер видеонаблюдения выявили качественные отличия стесненного движения толпы вблизи кри-

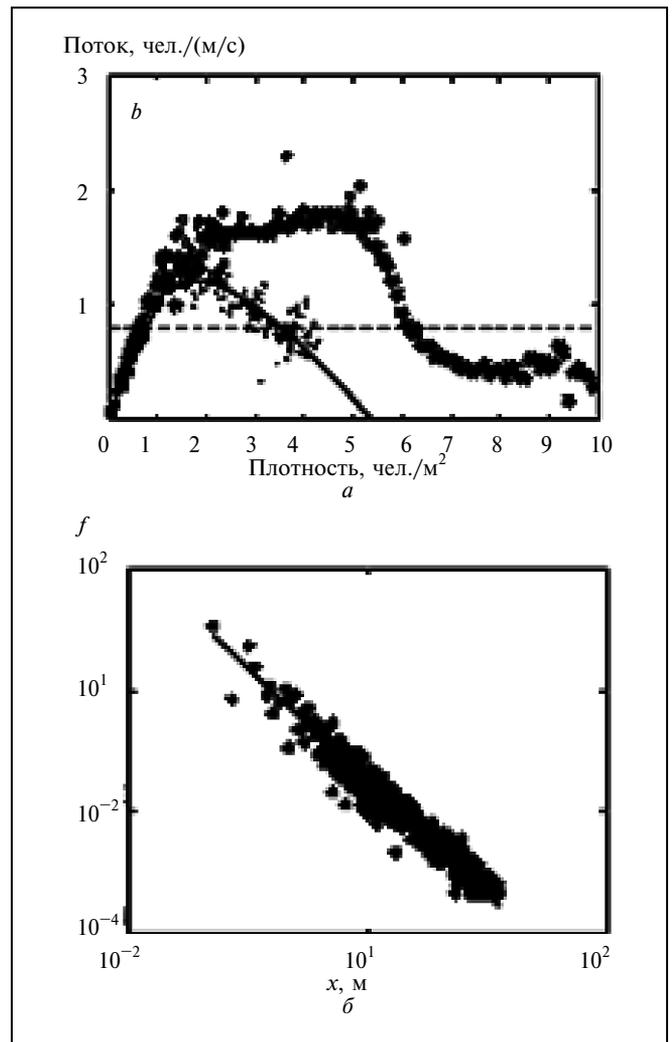


Рис. 11. Критический режим движения толпы на мосту Джамарат в Мине 12.01.2006 по результатам видеосъемки: а — зависимость потока от плотности (нижняя ветвь — стандартная фундаментальная диаграмма); б — частотность (f) сдвигов (x) пешеходов при «турбулентном» движении (в двойном логарифмическом масштабе) [86]

тических значений плотности от фундаментальной пешеходной диаграммы, зарегистрированной в обычных условиях: высокий стационарный поток при плотности 2–5 чел./м² и его резкое (в 3 раза) уменьшение при плотности более 6 чел./м², соответствующей тесному физическому контакту. Именно этот динамический переход вызвал давку на участке (площадью около 50 м²) широкого и однородного пролета моста Джамарат (рис. 11, а). Рост физического давления в толпе породил панику, которая сопровождалась «турбулентным» движением (рис. 11, б) и стала непосредственной причиной гибели людей. Результаты эмпирического анализа видеоклипов [86] и расчетного моделиро-

вания (с введением дополнительного сильного отталкивания сближенных частиц [87]) были использованы руководством Саудовской Аравии для повышения уровня безопасности паломников в последующие годы.

3.1.4. Управление массами людей (crowd control)

Для выяснения общих принципов динамики «живых» систем в последние годы используется детальное «микроскопическое» описание движения индивидуумов на основе эмпирических наблюдений и экспериментальных данных (некоторые примеры представлены в обзорах [47, 88]). В то же время довольно быстрая смена направлений исследований среди разных систем «живых» частиц (нередко в работах одних и тех же авторов) косвенно указывает на причины, по которым такие исследования востребованы. В этом смысле «физика пешеходов» за 2000-е гг. проделала весьма характерную эволюцию от простейших моделей «автоматического» движения и инстинктивных действий (паническое бегство) к исследованию стихийных реакций массы людей на внешние воздействия и попыткам управлять этими реакциями.

Термином *crowd control* в литературе называется как обеспечение общественного порядка на массовых мероприятиях, так и управление толпой людей в реальных условиях. Формализацией этих прикладных («инженерных») задач в XX в. занимались многие авторы (см. книгу [85] и цитированную в ней литературу). Одной из первых работ физиков в данной области можно считать рассмотренную выше модель панической эвакуации [83]. В том же 2000 г. вышла большая венгеро-румынская статья, посвященная анализу режимов аплодисментов (эмпирический материал был собран в бухарестском оперном театре, где группы экспериментаторов-«клакеров» пытались перевести несинхронные аплодисменты в ритмические²) [89]. Двумя годами позже появилось аналогичное исследование «мексиканской волны»³ на трибунах стадиона (зрители синхронно встают с мест, вздымая руки, и сразу садятся, затем то же делают их соседи, отчего по трибунам со скоростью ~ 10 м/с

² Иницилирующие бурные аплодисменты «группы поддержки», обычно составленные из студентов или военнослужащих, в СССР действовали на многих, если не на всех, массовых общественно-политических мероприятиях. Однотипная динамика торжественных собраний в разных странах мира заставляет предположить, что это был не частный идеологический, а общий организационный инструмент.

³ Такие коллективные действия зрителей получили распространение после чемпионата мира по футболу в Мексике (1986 г.), что и закрепилось в их названии.

проходит автоволна) [90]. При физической тривиальности обоих примеров «когерентного поведения людей» предварительные сообщения об этих работах с минимумом математических формул вышли в журнале «Nature» и вызвали всплеск публикаций.

В расчетной модели «мексиканской волны» использовалась известная теория автоволн в активной среде [91]: появление вблизи ожидающего агента определенного числа возбужденных агентов (выше пороговой плотности) переводило его из ожидающего в возбужденное состояние [90]. В цитируемых работах из экспериментальных данных выводилась зависимость вероятности появления волны от размера иницирующей группы и порога возбуждения агента. Иницирование ритмических аплодисментов моделировали системой стохастических осцилляторов, связанных общим уровнем шума [92]. В отличие от более ранней модели коллективного движения частиц [62], *разрушаемого* шумом (см. рис. 8), система связанных осцилляторов в статье [92] *синхронизировалась* в некотором интервале интенсивности возмущений (рис. 12). Этот довольно типичный пример стохастического резонанса (в классической форме — возбуждения синхронных колебаний малой вынуждающей силой при определенной интенсивности «белого» шума [93]) авторы [92] интерпретировали как особое явление в социальной системе. Как ритмические аплодисменты, так и «мексиканская волна» в перечисленных работах связывались с вопросами управления толпой (заголовок статьи [92] гласил: «ритмические аплодисменты и многое другое»).

В качестве индуцированного действия толпы некоторые авторы рассматривали переход к *коллективному движению* при различных уровнях стохастических возмущений [94, 95]. Хотя в использованных простых моделях увеличение «температуры», т. е. средней амплитуды возмущений, до критического уровня вызывало противоположный переход от согласованного к беспорядочному движению агентов [62], работы последних лет были явно нацелены на поиск условий, при которых согласованное движение начинается *выше* некоторой «второй критической температуры». В качестве управляющих параметров использовались плотность агентов в толпе (несмотря на разрушение общего движения возрастающим шумом при постоянной плотности) [47] и скорость их движения [94, 95]. В последнем случае сами авторы были склонны считать свои результаты численного моделирования (появление двумерных [94] и трехмерных [95] «волн плотности» выше порогового шума при большой скорости частиц) артефактом, возникшим из-за наложения периодических условий.

Коллективную динамику любой системы движущихся агентов (включая группы роботов) в последние годы анализируют в терминах восприятия, обработки и использования информации социальной системой как единым целым [96]. Развитием этого подхода могут стать новые математические модели «распределенного интеллекта» [75]. В недавней работе [97] результаты информационного

взаимодействия индивидуума с системой были формализованы в двух эмпирических («эвристических») принципах движения пешехода: (а) выбор кратчайшего пути к цели с учетом препятствий и (б) выбор скорости, гарантирующей от столкновений в интервале времени $\Delta t > \tau$, где τ — индивидуальное время реакции. Замена простейших потенциалов отталкивания от препятствий в модели социального поля (7) на такую стратегию позволила воспроизвести все описанные выше особенности нормального пешеходного потока при хорошем согласии вычисленных «микроскопических» траекторий агентов с экспериментальными, а учет вынужденных столкновений с препятствиями и ньютоновской механики движения привел к воспроизведению «турбулентности» (давки) при высоких плотностях потока. Вполне возможно, что ресурсоемкое использование «нечетких» (fuzzy) потенциалов взаимодействия агентов открывает путь к количественному компьютерному моделированию социальных систем.

Хорошо известная склонность возбужденной массы людей к стадному поведению [47, 83], не воспроизводимая стандартными моделями «живых частиц», в последние годы изучалась на эмпирическом уровне. В характерных экспериментальных исследованиях [81, 88] выяснились условия, при которых большая группа неинформированных испытуемых (100—200 чел.) активируется небольшой группой информированных лидеров, задающих направление общего движения. Целью работы авторы [81] не без юмора назвали моделирование коллективного движения животных. Некоторые вероятные приложения такой «полевой социофизики» иллюстрирует фрагмент репортажа о волнениях в Минске 19.12.2010, последовавших за выборами президента Белоруссии: «Никто не знает, что делать дальше, но все понимают, что делать что-то надо... Простояв на площади час, люди *вдруг* выходят на проезжую часть проспекта Независимости и начинают движение в западном направлении... В толпе многие не знают, куда все идут: одни говорят, что к Центризбиркому, другие — что к телецентру» [98] (курсив мой — Ю. С.).

Безымянный автор этого репортажа, как и другие российские журналисты, освещавшие антиправительственные выступления в Минске, отнюдь не симпатизирует президенту Лукашенко и осуждает оппозиционеров, убедительно проигравших выборы, лишь за нерешительность и отсутствие должного руководства «стихийно» возникшими беспорядками. Но именно в тот момент, когда никем не руководимая толпа *вдруг* двинулась с Октябрьской площади к Дому правительства, разрешенный митинг перерос в несанкциониро-

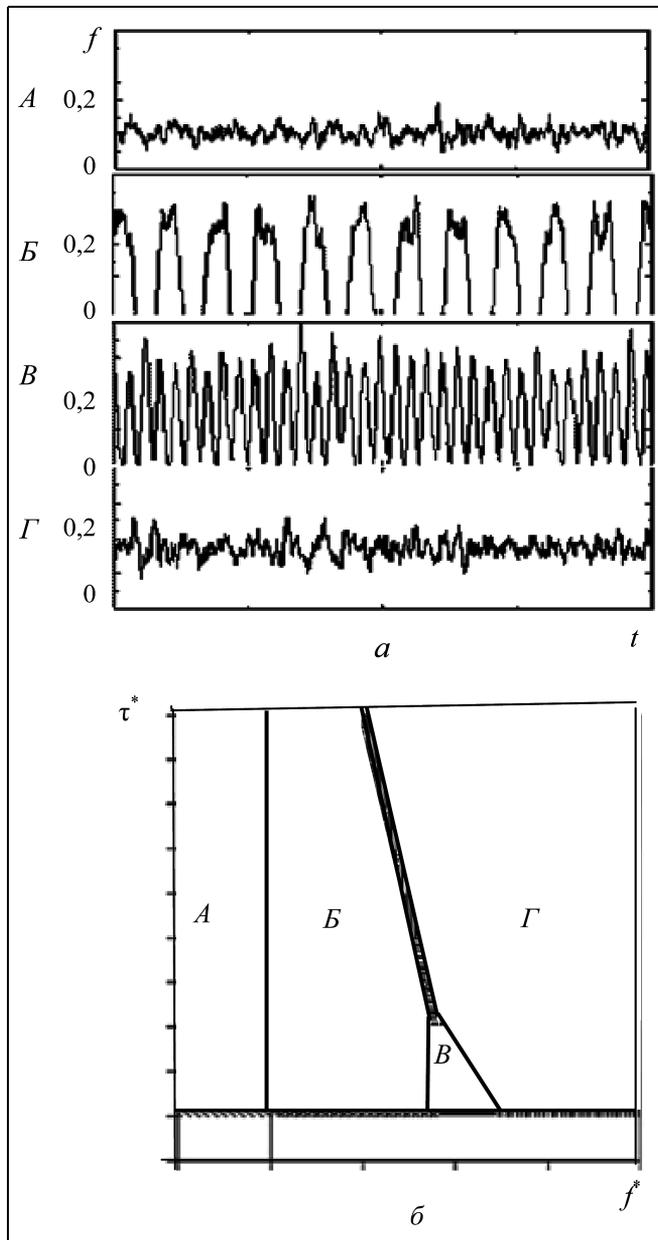


Рис. 12. Моделируемые режимы аплодисментов (а): А — слабые несинхронные, Б — синхронные, В — частые синхронные, Г — сильные несинхронные (овация), f — интенсивность, произв. ед., t — время; диаграмма состояний системы (б): f^* — целевой уровень шума, τ^* — характеристическое время реакции агента [92]

ванную акцию, разгоном которой (при штурме демонстрантами Центризбиркома) слаженно возмущались европейские политики. Приемы манипулирования уличными собраниями, вполне проявившиеся как на богатом фактическом материале «оранжевой революции» 2004 г. в Киеве [99], так и в политических событиях последнего времени (преобладание в толпе молодежи и несовершеннолетних, праздничная атмосфера концертов и дискотек, разжигание ксенофобии, ритмическое скандирование и др.) определенно направлены на редукцию сознания, приближающую массу людей к простейшим агентным моделям. Отрицание принципа невмешательства во внутренние дела других стран — характерное, в частности, для *Содружества Демократий* (Community of Democracies: возникшей в 2000 г. под руководством США международной организации, альтернативной ООН [100]) и Евросоюза [101] — хорошо объясняет повышенный интерес социофизики к разработке политтехнологических схем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из п. 3.1 можно видеть, что, несмотря на распространенность физической терминологии в исследованиях механического движения «живых частиц», такие исследования во многом сводятся к имитационному моделированию. В отличие от стандартных имитационных подходов (логистическое уравнение, модель Лотки—Вольтерра, брюсселятор и др. [1—3]), нацеленных прежде всего на качественное воспроизведение некоторой наблюдаемой динамики расчетным путем и не претендовавших (по крайней мере в момент их появления) на «физический смысл», микромодели автомобильного и пешеходного трафика изначально были заимствованы из классической механики. Однако после введения феноменологических поправок, без которых теория не согласуется с реальностью, эти модели уже не отвечают исходным принципам и по сути являются квазифизическими. Для каждого вида процессов существует своя общепринятая схема (как социальное поле в движении пешеходов), куда разные авторы вносят небольшие модификации, физическая обоснованность которых также обычно не обсуждается. Главный критерий успеха теории, помимо ее согласия с базовой моделью, состоит в воспроизведении эмпирических данных. Далее мы убедимся, что это характерно и для других социофизических направлений.

Безусловно положительный вклад физики в решение транспортных проблем заключается в улучшении процедур регистрации и обработки результатов наблюдений. Компьютерный анализ кадров видеосъемки, угловые зависимости «пеше-

ходных потенциалов», построение фазовых диаграмм и др. — все эти атрибуты развитой в физике культуры измерений позволили более объективно описать состояние такой общественной системы, как транспортный поток, и регулировать его в режиме реального времени. Преимущества строгого количественного подхода к эмпирическому описанию сложных процессов проявляются во всех существующих разделах социофизики.

Одна из главных особенностей социальных систем состоит в сложном и вероятностном характере их динамики. Для ее воспроизведения в расчетах используют стохастический «шум» и нечеткие квазипотенциальные функции, моделирующие стратегии поведения агентов. При этом детерминистские факторы (масса частиц, внешние силы) учитываются в моделях стандартным образом.

Как и в других разделах социофизики, многие работы по исследованию движения в системе «живых частиц» посвящены прикладным задачам. При этом, если управление автомобильным трафиком носит в основном конструктивный характер, то модели пешеходного движения не только улучшают городское хозяйство и обеспечивают безопасность массовых мероприятий, но также позволяют провоцировать участников таких мероприятий на массовые стихийные действия. В отличие от эмбриональных и генно-инженерных исследований, в социофизических работах, открывающих пути к манипулированию массами людей (что отнюдь не исчерпывается направлением «crowd control»), почти не упоминаются вопросы этики. Не в последнюю очередь так может проявляться концентрация большей части этих статей в западной научной литературе, что порождает у их авторов ощущение «монополии на силу». Как возможные, так и уже существующие приложения результатов в других направлениях социофизики будут рассмотрены нами в следующих частях обзора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хакен Г.* Синергетика. — М.: Мир, 1980. — 406 с.
2. *Пределы предсказуемости* / Под ред. Кравцова Ю.А. — М.: ЦентрКом, 1997. — 256 с.
3. *Малинецкий Г.Г.* Математические основы синергетики. — М.: ЛКИ, 2007. — 312 с.
4. *Econophysics and sociophysics: trends and perspectives* / В.К. Chakrabarti, А. Chakraborti, А. Chatterjee (eds.). — Berlin: Wiley-VCH, 2006. — 622 p.
5. *Mahnke R., Kaupuzs J., Lubashevsky I.* Physics of stochastic processes. How randomness acts in time. — Berlin: Wiley-VCH, 2008. — 430 p.
6. *Encyclopedia of complexity and systems science* / R.A. Meyers (Editor-in-chief). — Berlin: Springer, 2009, — 10370 p.
7. *De Oliveira S.M., De Oliveira P.M.C., Stauffer D.* Evolution, money, war, and computers — non-traditional applications of



- computational statistical physics. — Stuttgart — Leipzig: Teubner, 1999. — 156 p.
8. *Managing complexity: insights, concepts, applications* / D. Helbing (ed.). — Berlin: Springer, 2008. — 393 p.
 9. *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences* / G. Naldi, L. Pareschi, G. Toscani (eds.). — Berlin: Springer, 2010. — 438 p.
 10. *Castellano C., Fortunato S., Loreto V. Statistical physics of social dynamics* // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81, N 2. — P. 591–646.
 11. *Helbing D., Johansson A. Cooperation, norms, and revolutions: a unified game-theoretical approach* // *PLoS ONE*. — 2010. — Vol. 5, N 10. — e12530.
 12. *Ball P. The physical modelling of human social systems* // *Complexus*. — 2003. — Vol. 1, N 4. — P. 190–206.
 13. *Galam S. Sociophysics: a review of Galam models* // *Int. J. Modern Phys. C*. — 2008. — Vol. 19, N 3. — P. 409–440.
 14. *Lubashevsky I., Plawinska N. Mathematical formalism of physics of systems with motivation*. — URL: http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0908/0908.1217v2.pdf (дата обращения 6.07.2011).
 15. *Cornell University Library, Physics and Society*. — URL: <http://ArXiv.org/physics.soc-ph/> (дата обращения 6.07.2011).
 16. *The Net Advance of Physics: Socio-Physics* — URL: <http://web.mit.edu/redingtn/www/netadv/Xsociology.html> (дата обращения 7.07.2011).
 17. *Васин А.А. Некооперативные игры в природе и обществе* — М.: МАКС Пресс, 2005. — 412 с.
 18. *Schuster P. Free will, information, quantum mechanics, and biology* // *Complexity*. — 2009. — Vol. 15, N 1. — P. 8–10.
 19. *Купятков В.Е. Мир общественных насекомых*. — 3-е изд. — М.: Либроком, 2009. — 408 с.
 20. *Czirók A., Stanley H.E., Vicsek T. Spontaneously ordered motion of self-propelled particles* // *J. Phys. A*. — 1997. — Vol. 30, N 5. — P. 1375–1385.
 21. *Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии*. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2009.
 22. *Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам*. — М.: Наука, 1986. — 497 с.
 23. *Новиков Д.А. Теория управления организационными системами*. — М.: Физматлит, 2007. — 228 с.
 24. *Кулинич А.А. Компьютерные системы моделирования когнитивных карт: подходы и методы* // *Проблемы управления*. — 2010. — № 3. — С. 2–16.
 25. *Митюков Н.В. Имитационное моделирование в военной истории*. — М.: ЛКИ, 2007. — 280 с.
 26. *Монин А.С., Шишков Ю.А. Климат как проблема физики* // *Усп. физ. наук*. — 2000. — Т. 170, № 4. — С. 419–445.
 27. *Variations in solar luminosity and their effect on the Earth's climate* / P. Foukal, C. Frohlich, H. Spruit, T.M.L. Wigley // *Nature*. — 2006. — Vol. 443, N 14. — P. 161–166.
 28. *Lean J., Rind D. Climate forcing by changing solar radiation* // *J. of Climate* — 1998. — Vol. 11, N 12. — P. 3069–3094.
 29. *Scafetta N., West B.J. Phenomenological reconstructions of the solar signature in the Northern Hemisphere surface temperature records since 1600* // *J. Geophys. Res.* — 2007. — Vol. 112. — D24S03.
 30. *Эдди Дж. История об исчезнувших солнечных пятнах* // *Усп. физ. наук*. — 1978. — Т. 125, № 2. — С. 315–329.
 31. *Landscheidt T. Solar oscillations, sunspot cycles, and climatic change* / In: В.М. McCormac (ed.) *Weather and climate responses to solar variations*. — Boulder: Associated University Press, 1983. — P. 301–304.
 32. *Клименко В.В. Климат: непрочитанная глава истории*. — М.: Изд-во МЭИ, 2009. — 407 с.
 33. *Турчин П.В. Историческая динамика. На пути к теоретической истории*. — 2-е изд. — М.: ЛКИ, 2010. — 368 с.
 34. *Чижевский А.Л. Физические факторы исторического процесса*. — Калуга: 1-я Госполитография, 1924. — 76 с.
 35. *Чижевский А.Л. Космический пульс жизни: Земля в объятиях Солнца. Гелиотараксия*. — М.: Мысль, 1995. — 768 с.
 36. *Шлезингер А. Циклы американской истории*. — М.: Прогресс-Академия, 1992. — 688 с.
 37. *Малков С.Ю. К вопросу об историометрических циклах* // *Вестн. РАН*. — 1997. — Т. 67, № 8. — С. 707–719.
 38. *Zerubavel E. The seven day circle: the history and meaning of the week*. — Chicago: Univ. Chicago Press, 1989. — 206 p.
 39. *Hinich M.J., Serletis A. Randomly modulated periodic signals in Alberta's electricity market* // *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*. — 2006. — Vol. 10, N 3. — Art. 5.
 40. *González-Concepción C., Gil-Fariña M.C., Pestano-Gabino C. Wavelets modelling of water, energy and electricity consumption in Spain* // *WSEAS Trans. Math.* — 2010. — Vol. 9, N 7. — P. 509–518.
 41. *Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическая биофизика*. — М.: Наука, 1984. — 304 с.
 42. *Single-vehicle data of highway traffic: A statistical analysis* / L. Neubert, et al. // *Phys. Rev. E*. — 1999. — Vol. 60, N 6. — P. 6480–6490.
 43. *Treiber M., Hennecke A., Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations* // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 62, N 2. — P. 1805–1823.
 44. *Lee H.-Y., Lee H.-W., Kim D. Phase diagram of congested traffic flow: An empirical study* // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 62, N 4. — P. 4737–4741.
 45. *Lubashevsky I.A., Mahnke R. Order-parameter model for unstable multilane traffic flow* // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 62, N 5. — P. 6082–6093.
 46. *Goldbach M., Eidmann A., Kittel A. Simulation of multilane freeway traffic with detailed rules deduced from microscopic driving behavior* // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 61, N 2. — P. 1239–1246.
 47. *Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems* // *Rev. Mod. Phys.* — 2001. — Vol. 73, N 4. — P. 1067–1141.
 48. *Kerner B.S. Physics of traffic*. — Berlin: Springer, 2004. — 682 p.
 49. *Traffic and granular flow '03. Papers of 5th Workshop on Traffic and Granular Flow*. (2003, Delft, Netherlands) / S.P. Hoogenboom, et al. (eds.). — Berlin: Springer, 2005. — 602 p.
 50. *The dynamics of complex urban systems. An interdisciplinary approach* / S. Albeverio, et al. (eds.). — Berlin: Springer, 2007. — 504 p.
 51. *Traffic jams without bottlenecks — experimental evidence for the physical mechanism of the formation of a jam* / Y. Sugiyama, et al. // *New J. Phys.* — 2008. — Vol. 10. — 033001.
 52. *Лубашевский И.А., Гусейн-Заде Н.Г., Гарнисов К.Г. Макроскопические фазовые состояния автотранспортного потока в туннелях* // *Тр. ИОФАН*. — 2009. — Т. 65. — С. 50–68.
 53. *Helbing D. Derivation of a fundamental diagram for urban traffic flow* // *Europ. Phys. J. B*. — 2009. — Vol. 70, N 2. — P. 229–241.
 54. *Self-sustained nonlinear waves in traffic flow* / M.R. Flynn, et al. // *Phys. Rev. E*. — 2009. — Vol. 79, N 5. — 056113.
 55. *Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities* / L.M.A. Bettencourt, et al. // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. — 2007. — Vol. 104, N 17. — P. 7301–7306.
 56. *Resonance, criticality, and emergence in city traffic investigated in cellular automaton models* / A. Varas, et al. // *Phys. Rev. E*. — 2009. — Vol. 80, N 5. — 056108.
 57. *Berg H.C. Random walks in biology*. — Princeton, NJ: Princeton University Press, 1993. — 164 p.
 58. *Schweitzer F. Brownian agents and active particles*. — Berlin-Heidelberg: Springer, 2003. — 420 p.

59. *Manrubia S.C., Zanette D.H.* Intermittency model for urban development // *Phys. Rev. E.* — 1998. — Vol. 58, N 1. — P. 295–302.
60. *Makse H.A., et al.* Modeling urban growth patterns with correlated percolation // *Phys. Rev. E.* — 1998. — Vol. 58, N 6. — P. 7054–7062.
61. *Fort I., Mendes V.* Reaction-diffusion waves of advance in the transition to agricultural economics // *Phys. Rev. E.* — 1999. — Vol. 60, N 5. — P. 5894–5901.
62. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles / *T. Vicsek, et al.* // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Vol. 75, N 6. — P. 1226–1229.
63. *Стенли Г.* Фазовые переходы и критические явления. — М.: Мир, 1973. — 425 с.
64. *Reynolds C. W.* Flocks, herds, and schools: a distributed behavioral model // *Computer Graphics.* — 1987. — Vol. 21, N 4. — P. 25–34.
65. *Derényi I., Vicsek T.* Realistic models of biological motion // *Physica A.* — 1998. — Vol. 249, N 1–4. — P. 397–406.
66. Application of statistical mechanics to collective motion in biology / *T. Vicsek, A. Czirók, I.J. Farkas, D. Helbing* // *Physica A.* — 1999. — Vol. 274, N 1–2. — P. 182–189.
67. *Tu I.* Phases and phase transitions in flocking systems // *Physica A.* — 2000. — Vol. 281, N 1. — P. 30–40.
68. *Ákos Z., Nagy M., Vicsek T.* Comparing bird and human soaring strategies // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* — 2008. — Vol. 105, N 11. — P. 4139–4143.
69. *Veerman J.J.P., Lafferriere G., Caughman J.S., Williams A.* Flocks and formations // *Journal of Statistical Physics.* — 2005. — Vol. — 121, N 5–6. — P. 901–936.
70. *Olfati-Saber R.* Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory // *IEEE Trans. on Automatic Control.* — 2006. — Vol. 51, N 3. — P. 401–420.
71. *Veerman J.J.P., Stošić B.D., Tangerman F.M.* Automated traffic and the finite size resonance // *Journal of Statistical Physics.* — 2009. — Vol. 137, N 1. — P. 189–203.
72. Experimental implementation of flocking algorithms in wheeled mobile robots / *A. Regmi, et al.* // *Proc. American Control Conf.* — 2005. — P. 4917–4922.
73. *Lawton J., Beard R., Young B.* A decentralized approach to formation maneuvers // *IEEE Trans. Robotics and Automation.* — 2003 — Vol. 19, N 6. — P. 933–941.
74. Trends in distributed artificial intelligence / *B. Chaib-Draa, et al.* // *Artif. Intel. Rev.* — 1992. — Vol. 6. — P. 35–66.
75. *Engelbrecht A.P.* Fundamentals of computational swarm intelligence. — N.-Y.: Wiley, 2005. 672 p.
76. *Bellomo N., Bellouquid A.* On the modelling of vehicular traffic and crowds by kinetic theory of active particles / In: *Mathematical modeling of collective behavior in socio-economic and life sciences.* — Berlin: Springer, 2010. — P. 273–296.
77. *Levin K.* Field theory in social science. — N.-Y.: Harper, 1951. — 422 p.
78. *Helbing D., Molnar P.* Social force model for pedestrian dynamics // *Phys. Rev. E.* — 1995. — Vol. 51, N 5. — P. 4282–4286.
79. *Helbing D., Farkas I.J., Vicsek T.* Freezing by heating in a driven mesoscopic system // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84, N 6. — P. 1240–1243.
80. The fundamental diagram of pedestrian movement revisited / *A. Seyfried, et al.* // *J. Stat. Mech., Theory and Experiment.* — 2005. — N 10. — P10002.
81. The walking behaviour of pedestrian social groups and its impact on crowd dynamics / *M. Moussaïd, et al.* // *PLoS ONE* — 2010. — Vol. 5, N 4. — e10047.
82. *Johansson A., Helbing D., Shukla P.S.* Specification of the social force pedestrian model by evolutionary adjustment to video tracking data // *Advances in Complex Systems.* — 2007. — Vol. 10, N 2. — P. 271–288.
83. *Helbing D., Farkas I., Vicsek T.* Simulating dynamical features of escape panic // *Nature.* — 2000. — Vol. 407. — P. 487–490.
84. Evacuation dynamics: empirical results, modeling and applications / *A. Schadschneider, et al.* — URL: <http://arxiv.org/abs/0802.1620> (дата обращения 7.07.2011).
85. *Корепанов В.О.* Модели рефлексивного группового поведения и управления — М.: ИПУ РАН, 2011. — 127 с.
86. *Helbing D., Johansson A., Al-Abideen H.Z.* Dynamics of crowd disasters: An empirical study // *Phys. Rev. E.* — 2007. — Vol. 75, N 4. — 046109.
87. *Yu W., Johansson A.* Modeling crowd turbulence by many-particle simulations. — URL: <http://arxiv.org/abs/0708.3282v1> (дата обращения 7.07.2011).
88. Leadership, consensus decision making and collective behaviour in humans / *J.R.G. Dyer, et al.* // *Phil. Trans. Roy. Soc. B.* — 2009. — Vol. 364, N 1518. — P. 781–789.
89. Physics of the rhythmic applause / *Z. Néda, et al.* // *Phys. Rev. E.* — 2000. — Vol. 61, N 6. — P. 6987–6992.
90. *Farkas I., Helbing D., Vicsek T.* Human waves in stadiums // *Physica A.* — 2003. — Vol. 330, N 1–2. — P. 18–24.
91. *Greenberg J.M., Hastings S.P.* Spatial patterns for discrete models of diffusion in excitable media // *SIAM J. Appl. Math.* — 1978. — Vol. 34, N 3. — P. 515–523.
92. *Néda Z., Nikitin A., Vicsek T.* Synchronization of two-mode's oscillators: a new model for rhythmic applause and much more // *Physica A.* — 2003. — Vol. 321, N 1–2. — P. 238–247.
93. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка / *В.С. Анищенко и др.* // *Усп. физ. наук.* — 1999. — Vol. 169, N 1. — P. 7–38.
94. *Nagy M., Daruka I., Vicsek T.* New aspects of the continuous phase transition in the scalar noise model (SNM) of collective motion // *Physica A.* — 2007. — Vol. 373. — P. 445–454.
95. *Gönci B., Nagy M., Vicsek T.* Phase transition in the scalar noise model of collective motion in three dimensions // *Eur. Phys. J.* — 2008. — Vol. 157, N 1. — P. 53–59.
96. *Moussaïd M., Garnier S., Theraulaz G., Helbing D.* Collective information processing and pattern formation in swarms, flocks, and crowds // *Topics in Cognitive Science.* — 2009. — P. 469–497.
97. *Moussaïd M., Helbing D., Theraulaz G.* How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.* — 2011. — Vol. 108, N 117. — P. 6884–6888.
98. Протесты в Минске: как это было. — URL: <http://www.besttoday.ru/read/857.html> (дата обращения 6.07.2011).
99. *Смирнов Д.Н.* Манипулятивные технологии и их применение в условиях смены политического режима: опыт оранжевой революции на Украине: автореф. дисс... канд. полит. наук. — Н. Новгород: ННГУ, 2008. — 27 с.
100. URL: <http://www.community-democracies.org/> (дата обращения 6.07.2011).
101. *A Diplomat's handbook for democracy development support.* — URL: <http://www.diplomatshandbook.org/pdf/Diplomat's%20Handbook.pdf> (дата обращения 6.07.2011).

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Словохотов Юрий Леонидович — д-р хим. наук, зав. лабораторией, хим. факультет, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ☎ (495) 939-54-34, ✉ slov@phys.chem.msu.ru; вед. науч. сотрудник, Институт элементоорганических соединений им. А.Н. Несмеянова РАН, г. Москва, ☎ (499) 135-93-04.

НОВЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ КРИТЕРИИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ ДЛЯ СИСТЕМ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

О.М. Бударгин, М.Ш. Мисриханов, В.Н. Рябченко

Рассмотрена задача анализа управляемости и наблюдаемости большой энергетической системы. Предложены необходимые и достаточные условия полной управляемости и наблюдаемости в форме линейных матричных неравенств. Даны оценки мер управляемости и наблюдаемости и приведен пример анализа управляемости большой энергосистемы.

Ключевые слова: МИМО-система, пространство состояний, управляемость, наблюдаемость, ленточный критерий, линейные матричные неравенства, оценки мер управляемости и наблюдаемости, большая энергосистема.

ВВЕДЕНИЕ

В сложных технических системах, к которым относятся электроэнергетические системы (ЭЭС), понятия управляемости и наблюдаемости имеют различные определения и трактовки. С позиций современной теории управления наиболее близкими понятиями к рассматриваемым в ней понятиям управляемости и наблюдаемости динамических систем являются *режимная управляемость* и *наблюдаемость режима* ЭЭС.

В теории управления понятию управляемости придают либо структурно-качественный, либо количественный смысл. В первом случае интересуются принципиальной возможностью перехода управляемой системы из одного заданного множества состояний в другое заданное множество состояний, как правило, за конечное время. Во втором случае рассматривают те или иные характеристики (меры) переходных процессов при простейших управляющих воздействиях. Очевидно, что управляемость системы зависит от ее структуры, состава органов управления, значений параметров, располагаемой энергии управления и др.

Существует целая группа понятий управляемости, различающихся как условиями перехода системы, так и ограничениями, накладываемыми на управления. При всем многообразии видов и критериев управляемости для линейных динамических систем чаще всего применяются следующие

критерии: ранговый критерий управляемости Калмана, модальный критерий (тест) Попова—Белевича—Хотиса, критерий центральных фиксированных мод и ленточный критерий управляемости.

Рассмотрим большую линейную динамическую МИМО-систему (Multi Input Multi Output System)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния ЭЭС, $x(t_0) \in \mathbb{R}^n$ — вектор начальных условий, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ — вектор входа, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ — вектор выхода, $n \gg 1$. Считается, что $r, m \geq n/2$, т. е. число входов (выходов) системы равно или превосходит половину размерности состояния.

Введем множество собственных значений матрицы A

$$\lambda(A) = \{\lambda_i \in \mathbb{C}: \det(\lambda_i I_n - A) = 0, i = \overline{1, n}\},$$

определяющее устойчивость системы (1).

Для полностью управляемой МИМО-системы (1) с парой (A, B) следующие утверждения являются эквивалентными [1–3]:

- матрица-грамиан

$$W_c(t) = \int_0^t e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau \quad (2)$$

положительно определена при $t > 0$;

- матрица управляемости Калмана

$$(B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B) \quad (3)$$

имеет полный ранг по строкам;

- матрица

$$(\lambda_i I_n - A \mid B) \quad (4)$$

имеет полный ранг для всех $\lambda_i \in \Lambda(A)$ (критерий управляемости Попова—Белевича—Хотиса);

- пусть B_L^\perp — матрица, при которой выполняется равенство $B_L^\perp B = 0$ и матрица $(B_L^{\perp T} \mid B)$ невырождена, тогда ленточная матрица [4, 5]

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \mathbf{0}_{1 \times n} \\ I_n \end{array} \right) \otimes B_L^\perp + \left(\begin{array}{c} I_n \\ \mathbf{0}_{1 \times n} \end{array} \right) \otimes (B_L^\perp A) = \\ & = \left(\begin{array}{cccc|cccc} B_L^\perp A & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & B_L^\perp & B_L^\perp A & \dots & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & B_L^\perp A & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_L^\perp & \dots & \dots & \dots \end{array} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

имеет полный ранг по строкам (здесь \otimes — символ операции кронекерова произведения);

- собственные значения матрицы $A + BF$ могут быть заданы произвольным образом и непрерывно зависят от матрицы обратной связи F .

В силу принципа дуальности аналогичные утверждения справедливы для полностью наблюдаемой ММО-системы (1) с парой (A, C) , например:

- матрица наблюдаемости Калмана

$$\left(\begin{array}{c} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{array} \right)$$

имеет полный ранг по столбцам;

- матрица

$$\left(\begin{array}{c} \lambda_i I_n - A \\ C \end{array} \right)$$

имеет полный ранг для всех $\lambda_i \in \Lambda(A)$ (критерий наблюдаемости Попова—Белевича—Хотиса);

- пусть C_R^\perp — матрица, при которой выполняется равенство $CC_R^\perp = 0$ и матрица $(C_R^\perp \mid C^T)$ невырождена, тогда ленточная матрица

$$\begin{aligned} & (\mathbf{0}_{n \times 1} \mid I_n) \otimes C_R^\perp + (I_n \mid \mathbf{0}_{n \times 1}) \otimes (AC_R^\perp) = \\ & = \left(\begin{array}{cccc|cccc} AC_R^\perp & C_R^\perp & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 0 & AC_R^\perp & C_R^\perp & 0 & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & AC_R^\perp & C_R^\perp & \dots & \dots \end{array} \right)^T \quad (6) \end{aligned}$$

имеет полный ранг по строкам;

- собственные значения матрицы $A + LC$ могут быть заданы произвольным образом и непрерывно зависят от матрицы инъекции входа L .

При использовании упомянутых критериев для больших ММО-систем ($n \gg 1$) возникают различные проблемы, связанные с устойчивостью вычислительных алгоритмов и неизбежными ошибками [5, 6]. В настоящей работе на основании ленточных критериев предлагаются простые необходимые и достаточные условия (критерии) полной управляемости и наблюдаемости в виде линейных матричных неравенств и в предположении, что число входов и/или выходов ММО-системы равно или превосходят половину размерности состояния: $r, m \geq n/2$. Такая ситуация характерна для математических моделей нормальных режимов больших электроэнергетических систем в задачах оценивания состояния и анализа статической устойчивости [7], когда число управляемых станций (регулируемых синхронных машин) равно общему числу станций в энергосистеме, а элементами вектора состояния служат фазы векторов напряжения и скольжения генераторов.

На основе полученных условий даются оценки мер управляемости и наблюдаемости. Основные объекты исследований — ленточные матрицы (5) и (6).

1. КРИТЕРИЙ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ

Рассмотрим ленточную матрицу управляемости (5) при условии, что $r \geq n/2$, а матрица $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ имеет полный ранг. Как показано в работе [8], анализ следующих выделенных блоков ленточной матрицы:

$$\left(\begin{array}{c} B_L^\perp A \\ \dots \\ B_L^\perp \end{array} \right) \in \mathbb{R}^{2(n-r) \times n}, \quad (7)$$

где в силу обратимости матрицы $(B_L^{\perp T} \mid B)$ $\text{rank } B_L^\perp = n - r$ дает возможность обнаружить неуправляемость ММО-системы (1).



При $r \geq n/2$ число строк блочной матрицы (7) не превосходит числа столбцов. В этом случае для полной управляемости ММО-системы оказывается необходимым и достаточным, чтобы выполнялось равенство [8]

$$\text{rank} \begin{pmatrix} B_L^\perp A \\ \vdots \\ B_L^\perp \end{pmatrix} = 2(n-r). \quad (8)$$

Из равенства (8) следует, что для ответа на вопрос о полной управляемости ММО-системы необходимо и достаточно исследовать ранг матрицы (7). Эта процедура для больших систем существенно плохо обусловленная [6], поэтому может быть получен неверный ответ [5].

Без ограничения общности будем считать, что матрица B_L^\perp ортогональная, т. е. $B_L^\perp B_L^{\perp T} = I_{n-r}$.

С алгебраической точки зрения ортогональность матрицы B_L^\perp не играет никакой роли, поскольку вместо матрицы $B_L^{\perp T}$ можно использовать псевдообратную матрицу $B_L^{\perp+}$. Однако с вычислительной точки зрения именно ортогональные матрицы вносят минимальные погрешности в дальнейшие вычисления.

Выполним следующее (правое) преобразование матрицы (7):

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} B_L^\perp A \\ \vdots \\ B_L^\perp \end{pmatrix} (A^T B_L^{\perp T} \vdots B_L^{\perp T}) = \\ & = \begin{pmatrix} B_L^\perp A A^T B_L^{\perp T} & B_L^\perp A B_L^{\perp T} \\ \vdots & \vdots \\ B_L^\perp A^T B_L^{\perp T} & I_{n-r} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Как видно, матрица (9) симметрическая, и в силу равенства (8) для полностью управляемой ММО-системы должна быть строго положительно определенной, т. е.

$$\begin{pmatrix} B_L^\perp A A^T B_L^{\perp T} & B_L^\perp A B_L^{\perp T} \\ \vdots & \vdots \\ B_L^\perp A^T B_L^{\perp T} & I_{n-r} \end{pmatrix} > 0. \quad (10)$$

Анализ матрицы (10) показывает, что для выполнения условия строгой положительной определенности необходимо и достаточно выполнения условий леммы Шура [9], которые в данном случае принимают вид

$$B_L^\perp (A A^T - A B_L^{\perp T} B_L^\perp A^T) B_L^{\perp T} > 0$$

или

$$B_L^\perp A (I_n - B B_L^{\perp T} B_L^\perp) A^T B_L^{\perp T} > 0. \quad (11)$$

Таким образом, нами сформулирован **Критерий полной управляемости**. *Линейная ММО-система*

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ — вектор входа, $r \geq n/2$, полностью управляема тогда и только тогда, когда выполняются эквивалентные условия (10), (11). ♦

Анализ ранга матрицы (7) размера $2(n-r) \times n$ в сформулированном критерии заменяется анализом на положительную определенность матрицы

$$\begin{pmatrix} B_L^\perp A A^T B_L^{\perp T} & B_L^\perp A B_L^{\perp T} \\ \vdots & \vdots \\ B_L^\perp A^T B_L^{\perp T} & I_{n-r} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2(n-r) \times 2(n-r)}. \quad (12)$$

Или матрицы

$$B_L^\perp A (I_n - B B_L^{\perp T} B_L^\perp) A^T B_L^{\perp T} \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}. \quad (13)$$

При этом матрица (13) имеет размер $(n-r) \times (n-r)$, т. е. вдвое меньший, чем матрица (12).

При потере ММО-системой (1) свойства полной управляемости матрицы (12) и (13) также теряют свойство строгой положительной определенности, т. е. для не полностью управляемой ММО-системы будут иметь место эквивалентные условия

$$\begin{pmatrix} B_L^\perp A A^T B_L^{\perp T} & B_L^\perp A B_L^{\perp T} \\ \vdots & \vdots \\ B_L^\perp A^T B_L^{\perp T} & I_{n-r} \end{pmatrix} \geq 0, \quad (14)$$

$$B_L^\perp A (I_n - B B_L^{\perp T} B_L^\perp) A^T B_L^{\perp T} \geq 0. \quad (15)$$

Другими словами, для не полностью управляемой ММО-системы матрицы (12) и (13) становятся положительно *полуопределенными*.

Таким образом, предложенный критерий полной управляемости при числе входов (выходов) системы равно или превосходящем половину размерности состояния n позволяет свести задачу анализа управляемости к задаче на собственные значения симметрической матрицы размера $(n-r) \times (n-r)$. Эта задача имеет существенно меньшую сложность по сравнению с ранее приведенными критериями.

Сделаем необходимые пояснения, рассматривая в качестве примера линейную модель реальной большой ММО-системы — объединенной энергосистемы Центра (ОЭС Центра) в нормальном (доаварийном) режиме. Эта модель включает в себя 129 генераторов (станций) и имеет размерности $n = 258$, $r = 129^1$ [7]. В этом случае:

¹ В состав энергосистемы входят $n/2$ регулируемых станций.

- размер матрицы управляемости Калмана (3) 258×16770 ;
- размер прямоугольного матричного пучка (4) 258×387 ;
- ленточная матрица (5) содержит 129 подматриц (7) размера 258×258 .

Отметим также, что матрица A рассматриваемой модели энергосистемы является гурвицевой, имеет как сильно разреженные так и сильно плотные подматрицы и, кроме того, плохо масштабирована [6]. Определитель этой матрицы превосходит число 10^{258} .

Построение матрицы Калмана (3) размера 258×16770 требует возведения матрицы A , определитель которой, напомним, больше 10^{258} , в степень от 2 до 129. Очевидно, что данный критерий в рассматриваемом случае неработоспособен.

Анализ конечных собственных значений прямоугольного матричного пучка (4) размера 258×387 затруднен из-за плохой разработанности вычислительных процедур обобщенной задачи на собственные значения [6].

В силу достаточно больших размеров матрицы (5) ленточный критерий управляемости в прямом виде также не может быть применен.

В предложенном в настоящей работе критерии используется квадратная симметрическая матрица (11), размер которой 129×129 , т. е. вдвое меньше, чем даже у матрицы (7). При этом ее определенность может проверяться путем решения стандартной (и наиболее легкой) задачи на собственные значения симметрической матрицы.

Обратимся далее к ленточной матрице наблюдаемости (6) при $m \geq n/2$. Считается, что матрица $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ имеет полный ранг. Выполняя дуальные преобразования к преобразованиям, примененным в данном параграфе, получим

Критерий полной наблюдаемости. *Линейная МИМО-система*

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad y(t) = Cx(t),$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ — вектор выхода, $m \geq n/2$, полностью наблюдаема тогда и только тогда, когда выполняются эквивалентные условия

$$\begin{pmatrix} C_R^{\perp T} A^T A C_R^{\perp} & C_L^{\perp T} A^T C_R^{\perp} \\ \hline C_R^{\perp T} A C_R^{\perp} & I_{n-m} \end{pmatrix} > 0, \quad (16)$$

$$C_R^{\perp T} A^T (I_n - C_R^{\perp} C_R^{\perp T}) A C_R^{\perp} > 0. \quad (17)$$

2. ОЦЕНКА МЕР УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ

При количественной оценке управляемости (наблюдаемости) МИМО-систем, т. е. при выборе меры управляемости, формулируется следующий вопрос: когда состояние $x^a(t_0) = x_0^a$ лучше управляемо (наблюдаемо), чем некоторое другое состояние $x^b(t_0) = x_0^b$?

Традиционно считается, что анализ управляемости с помощью алгебраических критериев носит чисто качественный характер. При этом имеется в виду исследование ранга различных матричных конструкций (например, матрицы Калмана (3) или пучка матриц (4)). Так, Р. Калман предлагал получать количественную информацию об управляемости системы, вычисляя определители всевозможных квадратных матриц, «вырезанных» из матрицы управляемости (3) [10]. В другом подходе количественные характеристики (меры) управляемости рассматриваются в отношении матрицы-грамиана (2) [5]. Этот подход состоит в вычислении минимального сингулярного числа σ_{\min} матрицы (2), которое устанавливает наименьшее «расстояние до границы», где система теряет свойство полной управляемости [11]. Известны и другие подходы, например, на основе понятия псевдоспектра матрицы [12].

В данном параграфе даются оценки мер управляемости и наблюдаемости большой МИМО-системы на основе полученных условий в виде неравенств (10), (11) и (16), (17).

Напомним, что минимальное сингулярное число строго положительно определенной матрицы M равно ее минимальному собственному значению [6]:

$$\sigma_{\min}(M) = \lambda_{\min}(M) > 0, \quad M = M^T > 0.$$

Кроме того [6],

$$\sigma_{\min}(M) = \lambda_{\min}(M) = 0, \quad M = M^T \geq 0. \quad (18)$$

Другими словами, у положительно полуопределенной матрицы минимальное сингулярное число равно нулю.

Вернемся к условиям (14) и (15). Их выполнение свидетельствует о неполной управляемости МИМО-системы и согласно выражению (18) означает, что минимальные сингулярные числа матриц (14) и (15) равны нулю:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} \left(\begin{pmatrix} B_L^{\perp} A A^T B_L^{\perp T} & B_L^{\perp} A B_L^{\perp T} \\ \hline B_L^{\perp} A^T B_L^{\perp T} & I_{n-r} \end{pmatrix} \right) = \\ = \sigma_{\min}(B_L^{\perp} A (I_{n-r} - B_L^{\perp T} B_L^{\perp}) A^T B_L^{\perp T}) = 0. \end{aligned}$$



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, определяя минимальное сингулярное число матрицы (14) или (15), можно оценить расстояние до границы потери МИМО-системой полной управляемости.

Аналогичные рассуждения справедливы и в отношении минимальных сингулярных чисел матриц

$$\begin{pmatrix} C_R^{\perp T} A^T A C_R^{\perp} & C_L^{\perp T} A^T C_R^{\perp} \\ \vdots & \vdots \\ C_R^{\perp T} A C_R^{\perp} & I_{n-m} \end{pmatrix},$$

$$C_R^{\perp T} A^T (I_n - C_R^{\perp} C_R^{\perp T}) A C_R^{\perp},$$

фигурирующих соответственно в неравенствах (16) и (17). Вычисляя минимальное сингулярное число матрицы (16) или (17), можно найти оценку расстояния до границы потери МИМО-системой полной наблюдаемости.

Как и в случае матрицы управляемости Калмана (3), количество нулевых сингулярных чисел рассматриваемых матриц определяет число неуправляемых состояний МИМО-системы.

Обратимся к упоминавшейся МИМО-системе, представляющей собой модель большой энергосистемы. Здесь число обусловленности матрицы *A* относительно невелико:

$$\text{cond}(A) = 3,798 \cdot 10^3.$$

В силу гурвицевости матрицы *A* матрицу-градиант (2) можно вычислить путем решения алгебраического уравнения Ляпунова

$$A^T W_c + A W_c + B B^T = 0.$$

Воспользовавшись для решения данного уравнения средой MATLAB, получим:

$$\sigma_{\min}(W_c) = 9,103 \cdot 10^{-5}, \quad (19)$$

$$\text{cond}(W_c) = 1,7193 \cdot 10^6.$$

При такой плохой обусловленности «доверять» вычисленной мере (19) практически нельзя. Одновременно с этим имеем

$$\text{cond}(B_L^{\perp} A (I_n - B_L^{\perp T} B_L^{\perp}) A^T B_L^{\perp T}) = 142,3779,$$

т. е. введенная выше матрица существенно лучше обусловлена. Конечно, в силу различной природы этих критериев смысл определяемых ими численных характеристик также различен, но «субъективно» доверие такой мере управляемости, как

$$\sigma_{\min}(B_L^{\perp} A (I_n - B_L^{\perp T} B_L^{\perp}) A^T B_L^{\perp T}) = 1,5377 \cdot 10^4,$$

выше.

Отметим, что управляемость энергосистемы в рассматриваемом режиме, как показала практика, действительно высока.

Рассмотрена проблема анализа управляемости и наблюдаемости больших МИМО-систем с числом входов и выходов не меньших, чем половина размерности пространства состояний *n/2*. Предложены новые необходимые и достаточные условия (критерии) полной управляемости и наблюдаемости, заключающиеся в требованиях строгой положительной определенности симметрических матриц размера не больше, чем *n/2 × n/2*. На основе этих критериев обоснованы оценки расстояний до границы потери МИМО-системой полной управляемости и наблюдаемости. Иллюстрирующие примеры содержат анализ линейной модели реальной энергосистемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhou K. Essentials of robust control. Upper Saddle River. — New Jersey: Prentice Hall, 1998.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002. — 304 с.
3. Мисриханов М.Ш. Классические и новые методы анализа многомерных динамических систем. — М.: Энергоатомиздат, 2004. — 566 с.
4. Мисриханов М.Ш. Ленточные критерии управляемости и наблюдаемости линейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 12. — С. 93–104.
5. Мисриханов М.Ш. Инвариантное управление многомерными системами. Алгебраический подход. — М.: Наука, 2007. — 284 с.
6. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. — М.: Мир, 2001. — 430 с.
7. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Матричная сигнум-функция в задачах анализа и синтеза линейных систем // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 2. — С. 26–51.
8. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Рекурсивные тесты на управляемость и наблюдаемость больших динамических систем // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 5. — С. 119–132.
9. Skelton R.E., Iwasaki T., Grigoriadis K. An unified algebraic approach to linear control design. — London: Taylor & Francis Ltd., 1998. — 285 p.
10. Калман Р., Фалб П., Арbib М. Очерки по математической теории систем. — М.: Мир, 1971. — 400 с.
11. Голован А.А., Парусников Н.А. О связи понятия стохастической оцениваемости с сингулярными разложениями матриц // Автоматика и телемеханика. — 1998. — № 2. — С. 45–50.
12. Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Квадратическая проблема собственных значений в электроэнергетических системах // Там же. — 2006. — № 5. — С. 24–47.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Бударгин Олег Михайлович — канд. экон. наук, председатель правления, 8-800-200-18-81, ✉ info@fsk-ees.ru,

Мисриханов Мисрихан Шапиевич — д-р техн. наук, зам. председателя правления, ☎ (495) 962-85-85, ✉ Misrikhanov-MS@fsk-ees.ru,

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, начальник сектора, ☎ (495) 962-81-82, ✉ rvn@mes-centra.ru, ОАО «Федеральная Сетевая Компания ЕЭС», г. Москва.

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫМ РАЗВИТИЕМ РЕГИОНА: ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ РЕШЕНИЯ

В.В. Зубарев, В.А. Ириков, Н.А. Коргин

Предложен комплексный подход к созданию систем управления инновационным развитием регионов, муниципальных образований, отраслей и предприятий, основанный на принципах программно-целевого управления. Указаны математические методы решения задач управления, возникающих при его реализации.

Ключевые слова: программно-целевое управление, управление развитием, система управления инновационным развитием, комплексное оценивание, когнитивное моделирование, распределение ресурсов, сетевое программирование.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие социальной сферы и экономики России в первую очередь определяется развитием ее регионов. Необходимый для обеспечения их экономической конкурентоспособности и достижения социальных целей кратный рост темпов развития возможен только на основе стратегии инновационного развития [1–4]. Сегодня это государственная стратегия и политика, однако переход на инновационный путь развития происходит непроизвольно медленно. Одна из причин связана с большой сложностью такого перехода, требующего революционных изменений всех механизмов управления, и консервативностью управленцев при переходе на инновационный путь развития. Инновации, особенно в управлении, это ломка привычных регламентов, изменение механизмов принятия решений, когда старый опыт, старые навыки не работают. Отсюда — сопротивление, явное или скрытое.

Другая причина состоит в отсутствии комплексного научно обоснованного методического подхода к разработке результативных систем управления инновационным развитием, а также в отсутствии профессиональной подготовке специалистов, способных разрабатывать такие системы и обучать управленцев работе в новых условиях.

Основная цель статьи — дать краткое описание разработанного комплексного подхода к созданию

систем управления инновационным развитием регионов, муниципальных образований, отраслей, предприятий (СУРР) [1–4] на основе принципов программно-целевого управления.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРОГРАММНО-ЦЕЛЕВОГО УПРАВЛЕНИЯ

В основу разработанного комплексного подхода к созданию СУРР положены принципы *программно-целевого управления* (ПЦУ) [5, 6], идея которого проста — всего три слова — цель, программа и результат. Другими словами — четкая формулировка целей, разработка и реализация программ их эффективного достижения.

При программно-целевом подходе к управлению необходимо дать ответы на следующие важные вопросы.

- Кому и что нужно делать сегодня, на чем сосредоточиться, чтобы в будущем организация смогла достичь заявленные цели?
- Как достичь эти цели с минимумом затрат?
- Если ресурсы ограничены, как максимально приблизиться к поставленным целям?

Программно-целевой подход к управлению представляет собой частный случай прикладного направления системного подхода к управлению сложными целеустремленными организационно-техническими системами. Основное внимание уделяется комплексу инструментов (механизмов)

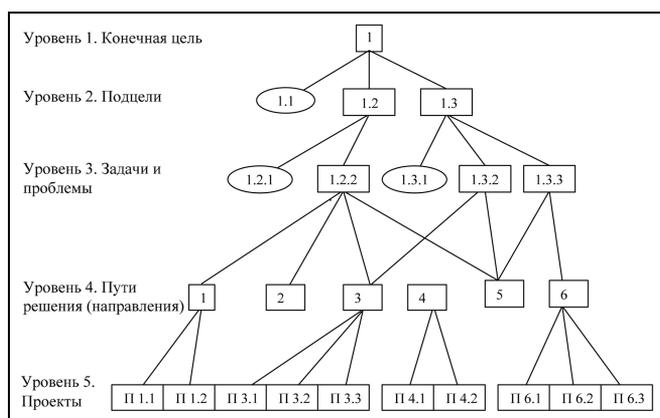


Рис. 1. От целей — к проектам

целеполагания (формулировки цели (желаемого состояния системы) и критериев ее достижения), анализу и выбору средств достижения целей, «заземлению» их до конкретных программ и управлению реализацией календарных планов работ, оперативному управлению получением конечных результатов (рис. 1).

Выделяются следующие основные этапы ПЦУ.

- Анализ среды, формулировка цели и критериев степени ее достижения, подцелей в иерархической структуре (вплоть до конкретных групп исполнителей).
- Анализ и оценка потенциально возможных альтернативных средств достижения целей.
- Выбор перечня приоритетных направлений изменений, обеспечивающего достижение целей с минимальными затратами, т. е. с максимальной бюджетной эффективностью. Разработка мероприятий (проектов) для реализации каждого приоритетного направления целевой программы.
- Распределение на целевые программы ограниченных ресурсов, максимизирующее степень достижения цели.
- Формулировка принципов, требований (политик, «правил игры») к системе управления.
- Конкретизация ключевых показателей, характеризующих результаты деятельности подразделений-исполнителей, и требований к их значениям, обеспечивающих достижение конкретных целей.
- Формирование комплекса организационных, нормативно-правовых и других мер, обеспечивающих своевременную и качественную реализацию программ (оценка деятельности, мотивация, обучение и др.).
- Создание системы регулярного контроля исполнения программы работ.

- Оперативный контроль результатов и корректировка календарных планов, приоритетных направлений и, возможно, целей.
- Формирование промежуточных отчетов о фактическом достижении результатов.

Для успешной реализации принципов ПЦУ должны быть разработаны следующие основные структурные модели:

- укрупненная структура объекта управления;
 - структуры «цели — критерии — средства»;
 - структура «взаимосвязи существенных факторов»;
 - организационная структура исполнителей;
 - структура ресурсов;
 - структура видов деятельности и финансовых потоков;
 - структура периодов времени;
 - структура механизмов управления по результату (в том числе финансовому);
 - информационная структура и документооборот.
- Детальное описание основных структурных моделей ПЦУ приведено в работе [6].

Программно-целевое управление позволяет увязать долгосрочную стратегию развития организации (предприятия, региона и т. д.) с тем, что должен делать любой ее сотрудник в ближайшей перспективе. Анализ на основе ПЦУ существующих целевых программ позволяет выявить как приоритетные направления, не обеспеченные конкретными мероприятиями (например, направления 2 и 5, см рис. 1), так и нецелевые мероприятия — т. е. не дающие вклада в достижение целей организации (например, проекты 4.1 и 4.2, см. рис. 1).

2. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫМ РАЗВИТИЕМ РЕГИОНА

Данная система предназначена для реализации стратегии и программ регионального развития и достижения заявленных целевых значений показателей.

В рамках СУРР согласованно прорабатываются в первую очередь ответы на следующие вопросы.

- «Какие результаты хотим получить», т. е. разрабатываются методики формирования многоуровневой системы конечных и промежуточных целей и критериев на различных уровнях управления.
- «За счет чего обеспечивается достижение желаемых результатов», т. е. разрабатываются методики оценки потенциала достижения целей и отбора приоритетных направлений (целевых программ) и проектов развития, дающих на данном уровне управления основную часть (около 80 %) вклада в прирост конечных результатов.
- «Как управлять развитием», т. е. разрабатываются механизмы управления развитием (комп-

лект регламентов, бизнес-процессов, информационных технологий).

- «Кто, какие подразделения будут управлять развитием», т. е. формируется организационная структура управления развитием, функции подразделений, распределение ответственности и полномочий и др.

По сути, СУРР должна обеспечивать реализацию основных концепций, внедряемых в практику управления исполнительными органами государственной власти всех уровней:

бюджетирование, ориентированное на результат: финансирование определяется на основе планируемой эффективности выполняемых работ (услуг);

результативное управление: оплата исполнителей зависит от объема и качества (в соответствии с регламентом) предоставленных услуг;

оценка результативности деятельности: введение системы показателей, по которым оценивается субъект бюджетного планирования вышестоящими инстанциями.

Поэтому в рамках СУРР должны быть реализованы следующие механизмы (регламенты) управления:

- программно-целевое планирование (формирование дерева «цели — критерии — средства», структуры «взаимосвязи существенных факторов» и др.) для детализации заявленной стратегии развития региона до конкретных целевых установок и мероприятий (проектов или программ) для их достижений;

- *проектный (мультипроектный) подход* для управления реализацией комплексных целевых программ развития;

- бюджетирование, ориентированное на результат, для распределения бюджета развития региона на основе анализа эффективности программ развития;

- результативное управление (мотивация на результат и др.) для построения эффективной системы стимулирования участников реализации программ развития на основе оценки эффективности их деятельности.

Участниками разработки и реализации программ развития в рамках СУРР выступают:

- администрация субъекта федерации (СФ);
- администрации муниципальных образований (МО);
- менеджмент федеральных, ведомственных и областных целевых программ;
- бизнес-сообщество и государственно-частное партнерство;
- общественные организации.

Рассматриваемая СУРР позволяет реализовать «сквозное» увязывание программ развития всех уровней (рис. 2) — тем самым реализовать концепцию *целостной системы управления*.

В то же время, для полноценной реализации функций СУРР, в первую очередь проектного подхода, необходимо создание матричной организационной структуры в администрациях субъектов федерации и муниципальных образований — с вы-

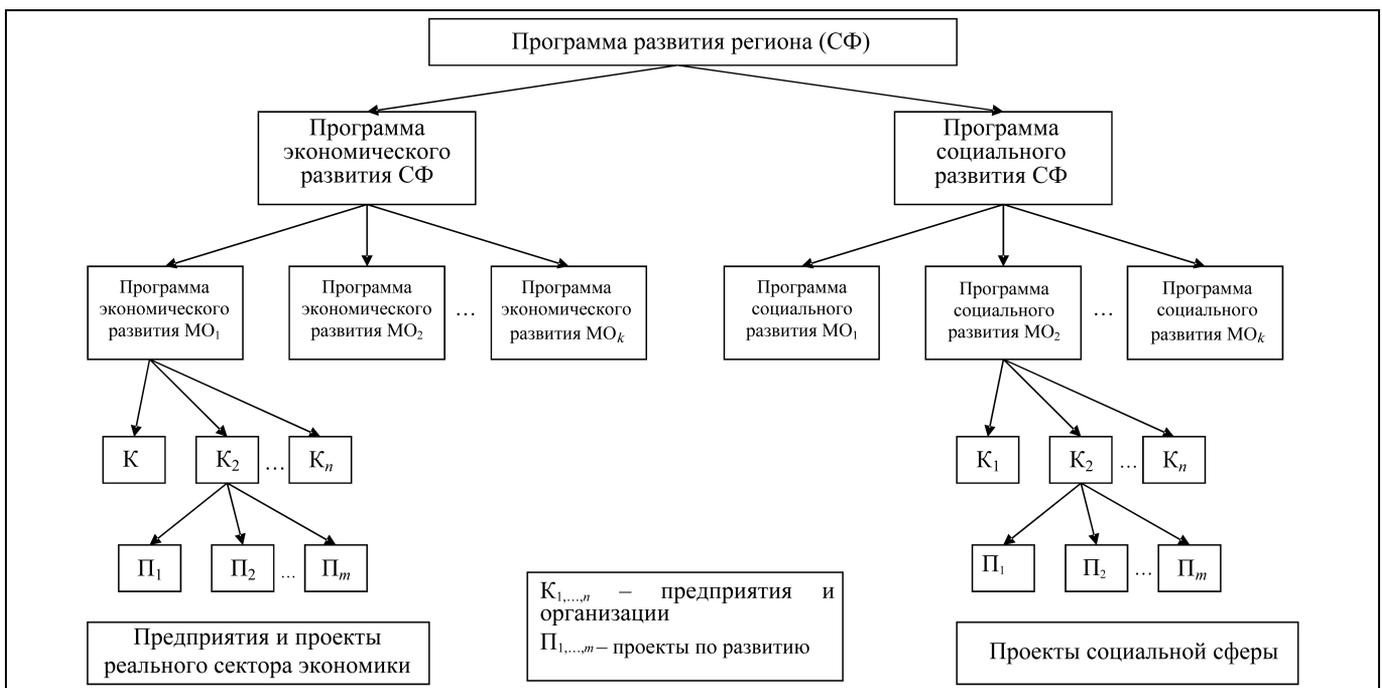


Рис. 2. Структура программ развития

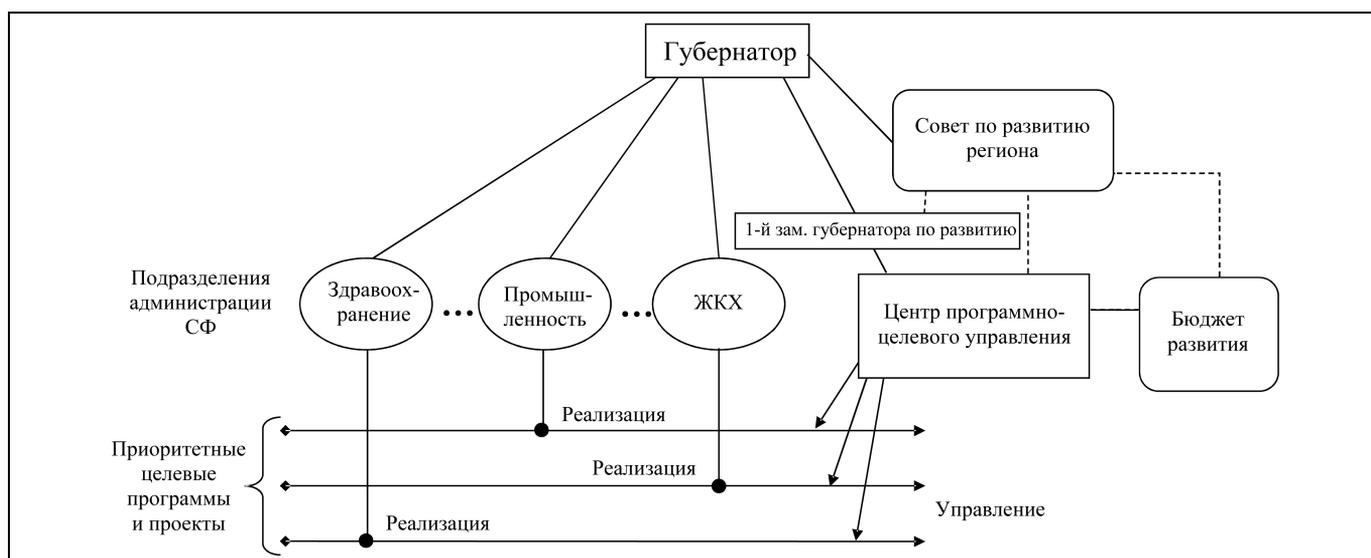


Рис. 3. Матричная (программно-целевая) структура управления развитием

делением органа управления развитием — программно-целевого (проектного) центра (рис. 3). Основными функциями этого центра будут:

- формирование согласованных целей, подцелей и ключевых показателей, характеризующих результаты деятельности департаментов, комитетов, подчиненных территорий, целевых программ всех типов, включая адресные инвестиционные программы;
- подготовка принятия решений по распределению и секвестированию средств бюджета развития;
- разработка региональных стандартов, регламентов управления развитием, функционирования системы управления рисками и контроль их исполнения;
- координация работ по программам и проектам, приоритетным на региональном уровне (и дающим более 80 % вклада в рост целевых показателей);
- разработка и реализация системы ответственности, полномочий и мотивации в сфере развития;
- целевая переподготовка управленцев и всех участников разработки и реализации программ развития.

В качестве примера приведем один из регламентов СУРР, реализующий принципы ПЦУ.

Пример программно-целевого регламента: общий регламент разработки и управления реализацией программы и бюджета развития региона на 3 года.

Этап 1. Формулировка целей и целевых установок.

Этап 2. Оценка потенциала достижения амбициозных целевых установок.

Этап 3. Предварительный выбор для дальнейшей проработки приоритетных направлений и проектов, дающих не менее 80 % вклада в достижение амбициозных целей.

Этап 4. Разворачивание программ, приоритетных проектов и прочих мер в динамике.

Этап 5. Уточнение в динамике ожидаемых результатов и затрат (снизу вверх) и оценка рисков.

Этап 6. Оценка потребностей в финансовых ресурсах, возможных источников и объемов привлечения требуемых дополнительных средств.

Этап 7. Формирование программ и планов развития на год.

Этап 8. Ежемесячный мониторинг затрат и результатов, анализ план-факт.

Этап 9. Подведение квартальных итогов и скользящее перепланирование.

Этап 10. Постановка регулярного менеджмента.

Этап 11. Предоставление отчетов о фактически достигнутых результатах и затратах.

На рис. 4 представлена структурная схема последовательности выполнения этапов регламента с указанием возможных итераций: (2—1), (5—1), (6—1), (7—1) — корректировка целевых установок с учетом потенциала, срока реализации проектов, дефицита инвестиций и уточнения квартальной

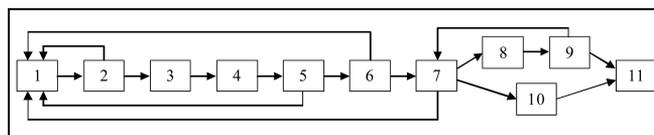


Рис. 4. Связь этапов регламента

программы работ (помесячно), (9—7) — корректировка программ работ на квартал с учетом отклонений «план-факт».

3. КОМПЛЕКС МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ В СУРР

В процессе разработки и оценки результативности программ развития встает проблема связи результативности отдельных мероприятий (промежуточных результатов), реализуемых в рамках программы, с результативностью программы в целом (рис. 5). Предсказуем непосредственный, прямой результат реализации мероприятий — *выход* (output). Например, число единиц закупленного оборудования, общая длина отремонтированных дорог и т. д. Для оценки результативности и степени достижения конечных целей важен конечный результат — *исход* (outcome). Например, снижение смертности и объема экономических потерь от ДТП, произошедших по вине дорожных служб.

Одним из путей решения этой проблемы служит метод когнитивного моделирования, активно развиваемый в Институте проблем управления РАН [7, 8].

Когнитивное моделирование — это исследование функционирования и развития слабоструктурированных систем и ситуаций посредством построения *когнитивной модели системы* или ситуации. В основе когнитивной модели лежит *когнитивная карта*. Основными элементами когнитивной карты являются *базисные факторы* и *причинно-следственные связи* между ними. Когнитивное модели-

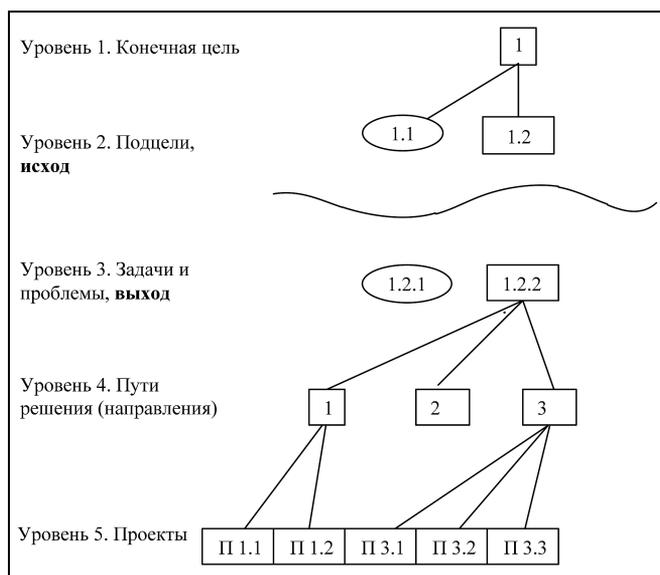


Рис. 5. Управление реализацией целевых программ. Разрыв между промежуточными результатами и конечной целью

рование обычно применяется на стратегическом уровне планирования. Данный подход можно считать «экспертным» и целесообразно применять для слабо формализованных объектов, параллельно с построением более сложных и требующих значительных затрат по идентификации моделей (см., например, работы [9—11]). Инновационное развитие как объект когнитивного моделирования рассматривается, в частности, в работах [12, 13].

Когнитивная карта (рис. 6, блок 2) позволяет оценить влияние результатов конкретной программы и ее мероприятий (в том числе, в зависимости от выделяемого на их реализацию финансирования) (рис. 6, блок 3) на целевые показатели региона (рис. 6, блок 1), по которым оценивается эффективность деятельности региональной власти. Таких показателей много, они, как правило, взаимосвязаны, и оценить ситуацию в целом достаточно сложно. В этом случае формируется комплексная оценка степени достижения поставленных целей, отражающая приоритеты руководства региона. Соответствующие методы определения комплексных оценок на основе матричных сверток разработаны в ИПУ РАН и апробированы на многих объектах [14, 15]. На рис. 6 (блок 1) приведен пример трехбалльной шкалы оценивания значений показателей верхнего уровня, отображаемой в виде «светофора».

Имея систему комплексного оценивания, можно эффективно распределить бюджетные и прочие ресурсы, минимизируя затраты, требуемые для достижения поставленных целей развития или максимизируя значение комплексной оценки при ограниченных ресурсах. Для решения соответствующих задач оптимизации разработан специальный метод — метод сетевого программирования [16, 17]. Применение комплексного оценивания позволяет также реализовать концепцию траекторного подхода к целеполаганию сложных распределенных систем [18].

Описанный комплекс математических моделей и методов позволяет дать ответ на ключевые вопросы в рамках программно-целевого подхода к управлению:

- как достичь цели развития с минимумом затрат?
- если ресурсы ограничены, как максимально приблизиться к поставленным целям?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый подход позволяет повысить обоснованность принимаемых управленческих решений в процессе формирования и управления программами развития и тем самым снизить риски отклонения от запланированных траекторий развития. Особенно это актуально для инновационного развития, так как инновации связаны с

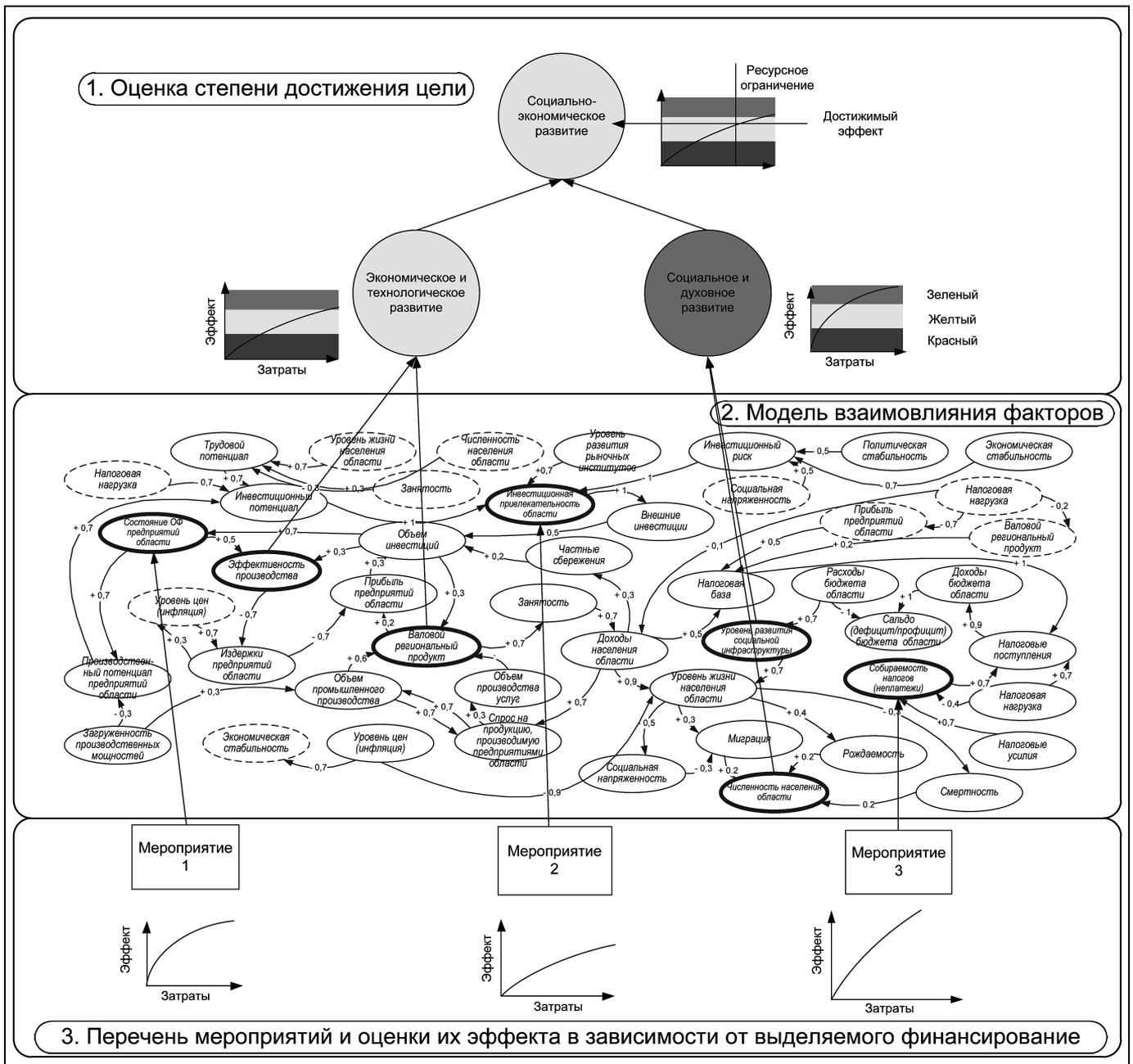


Рис. 6. Интеграция когнитивных карт в структуру «цели — критерии — средства»

дополнительными рисками, обусловленными их новизной и уникальностью, существенно снижающими их реализуемость (долю разработок, доводимых до конечного, чаще — финансового результата) до 5—10 %. Для управления рисками, помимо повышения объективности планирования, при реализации СУРР на практике, создается отдельная подсистема, включающая в себя такие элементы, как инкубатор, создающий условия максимального благоприятствования для реализации инновационных проектов, специальную систему мотивации

креативного процесса, отбор и целевую подготовку инновационных менеджеров и др. В работах [1—4, 19] описаны примеры организационной структуры, функций таких систем и успешный опыт их практического применения, дающий возможность повысить реализуемость до 70—80 % и получить высокую результативность (кратное улучшение результатов).

Подводя итоги, отметим, что имеющаяся научно-методическая база, разработанная в ИПУ РАН совместно с ведущими консалтинговыми фирма-

ми («РОЭЛ-Консалтинг» и др.), а также в других ведущих научных центрах (ИСА РАН, ЦЭМИ РАН, ВЦ РАН и др.), вполне достаточна для решения проблемы перехода на инновационный путь развития.

Важно, что разработанные методы апробированы на сотнях предприятий, в десятках регионов и муниципальных образований [1–4]. Для того чтобы сдвинуть проблему с места, нужны две силы. Первая сила — сверху, т. е. не просто призывы, а реальные действия и давление со стороны президента, премьера и правительства на всю государственную административную систему. К счастью, такие действия есть. К тому же есть немало губернаторов, понимающих необходимость перехода на инновационный путь развития. Но нужна еще одна сила — «сбоку». Мы имеем в виду команды профессионалов (исследователей и консультантов), способных и разрабатывать системы управления развитием, и обучать всех участников процесса управления развитием работе в новых условиях. Такие команды уже имеются для начала процесса реализации СУРР. На первом этапе необходимы пилотные объекты разных уровней (предприятия, муниципальные образования, регионы), на которых идет отработка методик и регламентов и обучение, как персонала, так и будущих консультантов. На втором этапе — кратное увеличение числа объектов плюс массовая подготовка кадров.

Нельзя исключать и политические силы. В частности, партия «Единая Россия» выдвинула партийный проект «Национальная инновационная система» [20], что весьма своевременно и актуально.

В целом сегодня в России имеются все необходимые условия для перехода на инновационный путь развития. Можно сказать, что история предоставляет нам, возможно, последний шанс не оказаться в хвосте мировой цивилизации и этот шанс нельзя упускать.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Переход* территорий на инновационный сценарий развития. Пример стратегии инновационного развития муниципального образования и системы управления ее реализацией / В.Н. Бурков, В.В. Зубарев, А.К. Еналеев и др. / Под ред. В.А. Ирикова. — М.: ИПУ РАН, 2010. — 80 с.
2. *Ириков В.А., Новиков Д.А., Тренев В.Н.* Целостная система государственно-частного управления инновационным развитием как средство удвоения темпов выхода России из кризиса и посткризисного роста. — М.: ИПУ РАН, 2009.
3. *Переход* региона на инновационное развитие: пример проекта системы управления инновационным развитием Владимирской области / В.Н. Бурков, А.В. Боровкова, В.В. Веретенников и др. / Под ред. В.И. Ирикова. — М.: ИПУ РАН, 2011. — 126 с.
4. *Создание* целостной системы управления развитием территорий. Этап I: опыт и технологии разработки стратегий социально-экономического развития муниципальных об-

- разований / В.Н. Бурков, Д.И. Гончарова, А.К. Еналеев и др. / Под ред. В.А. Ирикова. — М.: ИПУ РАН, 2011. — 104 с.
5. *Поспелов Г.С., Ириков В.А.* Программно-целевое планирование и управление. — М.: Сов. радио, 1976.
6. *Ириков В.А.* Методы программно-целевого управления, включая бюджетирование, ориентированное на результат: Учебно-методическое пособие. — М.: РосНОУ, 2007.
7. *Когнитивный* подход в управлении / З.К. Авдеева, С.В. Коврига, Д.И. Макаренко, В.И. Максимов // Проблемы управления. — 2007. — № 3. — С. 2–8.
8. *Макаренко Д. И., Хрусталева Е. Ю.* Концептуальное моделирование военной безопасности государства. — М.: Наука, 2008. — 303 с.
9. *Управление* и контроль реализации социально-экономических целевых программ / В.В. Кульба, С.С. Ковалевский, В.А. Уткин и др. / Под ред. В.В. Кульбы и С.С. Ковалевского. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 400 с.
10. *Нелинейные* методы прогнозирования экономической динамики региона: Монография / Р.М. Нижегородцев, Е.Н. Грибова, Л.П. Зенькова и др. — Харьков: ИД «Инжэк», 2008. — 320 с.
11. *Индикативное* планирование и проведение региональной политики / В.Б. Гусев, В.Ф. Ефременко, А.Б. Левинталь и др. — М.: Финансы и статистика, 2007. — 368 с.
12. *Москалев И.Е.* Качественные модели инновационных социальных процессов // Сб. тр. междунар. конф. «Путь в будущее — наука, глобальные проблемы, мечты и надежды» / ИПУ РАН. — М., 2007.
13. *Тетерин Н.И.* Модель инновационного развития аграрно-индустриального региона: проблемы теории и практики. — Саратов: Издат. центр СГСЭУ, 2010. — С. 259.
14. *Анохин А.М., Гусев В.Б., Павельев В.В.* Комплексное оценивание и оптимизация на моделях многомерных объектов. — М.: ИПУ РАН, 2003.
15. *Андронникова Н.Г., Бурков В.Н., Леонтьев С.В.* Комплексное оценивание в задачах регионального управления. — М.: ИПУ РАН, 2002. — 58 с.
16. *Метод* сетевого программирования / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, М.В. Попок, Т.И. Овчинникова // Проблемы управления. — 2005. — № 3. — С. 25–27.
17. *Буркова И.В.* Метод сетевого программирования в задачах нелинейной оптимизации // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 10. — С. 15–21.
18. *Ириков В.А., Тренев В.Н.* Распределенные системы принятия решений. — М.: Наука, 1999. — 288 с.
19. *Балашов В.Г., Ириков В.А.* Технологии повышения финансового результата. Практика и методы. — М.: МЦФЭР, 2009. — 672 с.
20. *Зубарев В.В., Большунов А.Я.* Партийный проект ВПП «Единая Россия» «Национальная инновационная система». — М., 2009.

Статья представлена к публикации руководителем РРС В.Г. Заскановым.

Зубарев Виктор Владиславович — канд. техн. наук, председатель комитета по промышленности Законодательного собрания Красноярского края, ✉ zubarev@krskstate.ru,

Ириков Валерий Алексеевич — д-р техн. наук, зав. кафедрой, Московский физико-технический институт (государственный университет), ✉ irikov41@mail.ru,

Коргин Николай Андреевич — канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 335-60-37, ✉ nkorgin@ipu.ru.



АКСИОМАТИКИ ДЛЯ ИНДЕКСОВ ВЛИЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ГОЛОСОВАНИЯ С КВОТОЙ

Д.А. Шварц

Отмечено, что большинство встречающихся в жизни схем голосования представляют собой или могут быть записаны как голосования с квотой. Однако аксиоматики для индексов влияния, определенных на простых играх, прямо не переносятся на голосования с квотой, поскольку используемые в них операции в этом случае определены некорректно. Показано, что большую часть аксиоматик можно адаптировать для голосований с квотой. Приведены конкретные примеры.

Ключевые слова: индекс, влияние, Банцаф, аксиоматика, голосование с квотой, предпочтение.

ВВЕДЕНИЕ

Проблеме аксиоматического задания индексов влияния посвящено множество работ. Среди них можно отметить [1] (первая аксиоматика для индекса Шепли — Шубика [2]), [3] (первая аксиоматика для индекса Банцафа [4]), [5—8] (аксиоматика для индексов влияния, зависящих от предпочтений участников, введенных в работе [9]).

С другой стороны, большинство существующих схем голосования представляют собой (или могут быть описаны как) голосования с квотой. Возникает вопрос — как аксиоматически задать индекс влияния на этом классе правил принятия решения.

Непосредственно перенести любую из отмеченных этих или других, известных автору, аксиоматик на случай голосований с квотой не удастся, поскольку в отличие от простых игр, на которых исходно определяются индексы влияния, множество голосований с квотой не замкнуто относительно многих операций (объединение, пересечение, вычеркивание коалиции).

В работе [10] была построена аксиоматика для индекса влияния Банцафа, адаптированная для голосований с квотой. Введено несколько новых аксиом, формулировки которых с точки зрения автора настоящей статьи сложнее, чем в аксиоматиках для индекса Банцафа для простых игр.

Предложенная конструкция интересна сама по себе, но оказывается, что многие (а на самом деле большинство) аксиоматик можно адаптировать для голосований с квотой, просто дописав в нужных местах фразу «если результат операции тоже будет голосованием с квотой».

Столь же просто удастся переформулировать для голосований с квотой и аксиоматики для введенных в статье [9] индексов влияния, зависящих от предпочтений участников.

В рамках статьи невозможно, да и не нужно приводить переформулировки и доказательства для всех возможных аксиоматик. Заинтересованный читатель сможет легко проделать это сам. В настоящей статье это выполнено для аксиоматики Дуби—Шепли [3] для индекса Банцафа [4] и одной из аксиоматик для индексов влияния, зависящих от предпочтений участников [8, 9].

1. ПРОСТЫЕ ИГРЫ, ГОЛОСОВАНИЯ С КВОТОЙ И ИНДЕКСЫ ВЛИЯНИЯ

Определение 1. Будем называть простой игрой пару (N, ν) , где N — множество, а $\nu: 2^N \rightarrow \{0, 1\}$ — функция, сопоставляющая каждому подмножеству N либо 0, либо 1, причем выполняется свойство монотонности: если S и T — подмножества N и $S \subseteq T$, то $\nu(S) \leq \nu(T)$. ♦

Определение дано в соответствии с работой [11]. Более традиционное определение простой игры предполагает также, что $\nu(\emptyset) = 0$, $\nu(N) = 1$. Это условие исключает только две тривиальные игры, в которых функция $\nu(S)$ тождественно равна 0 или 1. Будем обозначать эти игры как **0** и **1** соответственно.

Далее предполагается, что N — конечное множество, элементы которого пронумерованы от 1 до n , т. е. $N = \{1, \dots, n\}$. Элементы множества N называются игроками, подмножества N — коалициями. Если это не вызывает путаницы, простая игра

(N, v) обозначается просто v , а число игроков в коалиции S как s . Множество всех простых игр n игроков обозначается SG_n .

Коалиция S называется выигрывающей, если $v(S) = 1$, и проигрывающей, если $v(S) = 0$.

Игрок i называется ключевым в коалиции S , если S выигрывающая, а $S \setminus \{i\}$ — проигрывающая (для этого, очевидно, необходимо, чтобы $i \in S$). Игрок называется болваном, если он не ключевой ни в одной коалиции. Название дано в работе [2] по аналогии с бриджем: и там и здесь болван — игрок, не имеющий возможности влиять на события. Множество всех коалиций, в которых игрок i ключевой, обозначается через $W_i(v)$.

Выигрывающая коалиция называется минимальной, если все игроки в ней ключевые или, другими словами, она не содержит никакой другой выигрывающей коалиции. Множества выигрывающих и минимальных выигрывающих коалиций обозначаются, соответственно, $W(v)$ и $M(v)$. Простая игра часто задается перечислением всех (или только минимальных) выигрывающих коалиций. Это оправдано, поскольку $M(v)$ однозначно определяет $W(v)$, а $W(v)$ — функцию v .

Замечание 1. Отметим, что в простой игре, кроме $v = 0, 1$ всегда есть хотя бы одна выигрывающая коалиция (N), поэтому есть и минимальная выигрывающая коалиция, причем непустая, так как $\emptyset \notin W(v)$. Поскольку в минимальной выигрывающей коалиции все игроки ключевые, то в любой простой игре будет игрок, ключевой в одной из коалиций. ♦

Пусть S — произвольная коалиция. Назовем олигархической и обозначим через u^S игру, в которой S будет единственной минимальной выигрывающей коалицией. Если $i \notin S$, то i ключевой игрок во всех коалициях, содержащих S . Если $i \in S$, то i — болван.

Пусть v — простая игра, не совпадающая с u^N , $S \notin M(v)$. Обозначим через v_{-S} игру, полученную из v переводом S из выигрывающих коалиций в проигрывающие. Формально $W(v_{-S}) = W(v) \setminus \{S\}$. Бу-

дем называть переход от v к v_{-S} *вычеркиванием коалиции S* . Игра v_{-S} также будет простой (поскольку коалиция S минимальна, ее вычеркивание не нарушает монотонности). При вычеркивании коалиции S игроки, входившие в нее, теряют одну коалицию, в которой они ключевые, игроки, не входящие в S , наоборот, приобретают одну. Точнее, верна следующая лемма.

Лемма 1 [5]. Пусть $S \notin M(v)$. Тогда

$$W_i(v_{-S}) = \begin{cases} W_i(v) \setminus \{S\}, & \text{если } i \in S; \\ W_i(v) \cup \{S \cup \{i\}\}, & \text{если } i \notin S. \end{cases}$$

Пример 1. Пусть $N = \{1, 2, 3, 4\}$, выигрывающие коалиции в игре v — все трех- и четырехэлементные подмножества, коалиции $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$, $S = \{1, 2\}$.

Выигрывающими в игре v_{-S} будут по коалиции $\{3, 4\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$.

В табл. 1 знаком «+» отмечены коалиции, в которых соответствующий участник ключевой (слева от косой черты — для игры v , справа — для игры v_{-S}).

Игроки 1 и 2 при переходе к игре v_{-S} перестают быть ключевыми в коалиции $\{1, 2\}$ (она стала проигрывающей), а игроки 3 и 4 становятся ключевыми в коалициях $\{1, 2, 3\}$ и $\{1, 2, 4\}$ соответственно. В остальных клетках таблицы ничего не меняется.

1.1. Голосования с квотой

Так называется важный частный случай простых игр, под который попадают большинство реальных схем голосования.

Определение 2. Пусть $N = \{1, \dots, n\}$ — множество игроков. Голосованием с квотой называется упорядоченный набор из $n + 1$ неотрицательного числа, первое из которых (q) называется квотой, а остальные (w_1, \dots, w_n) — числом голосов или весом соответствующего игрока. Голосование с квотой кратко записывается, как $(q; w_1, \dots, w_n)$.

Числом голосов (или весом) коалиции называется сумма голосов входящих в нее игроков: $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Коалиция выигрывающая, если сум-

Таблица 1

Вычеркивание коалиции

Игрок	Коалиции						
	{1, 2}	{3, 4}	{1, 2, 3}	{1, 2, 4}	{1, 3, 4}	{2, 3, 4}	{1, 2, 3, 4}
1	+/-	-/-	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-
2	+/-	-/-	+/+	+/+	-/-	-/-	-/-
3	-/-	+/+	-/+	-/-	+/+	+/+	-/-
4	-/-	+/+	-/-	-/+	+/+	+/+	-/-



марное число голосов ее игроков не меньше квоты и проигрывающая в противном случае. Таким образом, голосованию с квотой сопоставляется простая игра. ♦

Пример 2. В Государственной Думе РФ (во время написания текста, июнь 2011 г.) 450 депутатов, входящих в 4 фракции: «Единая Россия» (315 депутатов), КПРФ (57), ЛДПР (40) и «Справедливая Россия» (38). Для принятия решений требуется более половины всех голосов, т. е. не менее 226. Таким образом, правило принятия решения — голосование с квотой (226; 315, 57, 40, 38). Выигрывающими коалициями в данном случае будут все, содержащие первую фракцию. ♦

Соответствие между голосованиями с квотой и простыми играми неоднозначно. Например, голосования с квотой (51; 34, 33, 33) и квотой (51; 49, 49, 2) задают одну и ту же простую игру — выигрывающими коалициями будут двух- и трехэлементные множества и только они.

Определение 3. Говорят, что простую игру v можно записать как голосование с квотой, если существуют такие неотрицательные числа q, w_1, \dots, w_n , что голосование с квотой $(q; w_1, \dots, w_n)$ задает игру v . ♦

В тех случаях, когда разница не важна, мы будем отождествлять голосование с квотой и соответствующую ей простую игру.

Обозначим через WG_n множество всех простых игр, которые можно записать как голосование с квотой.

Пример 3 [12]. Совет Безопасности ООН состоит из 15-ти членов: пяти постоянных (Великобритания, Китай, Россия, США, Франция) и 10-ти переизбираемых ежегодно. Решение принимается большинством в девять голосов, причем пять из них должны принадлежать постоянным членам.

Это правило принятия решения записывается как голосование с квотой (39; 7, 7, 7, 7, 7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1), т. е. те же выигрывающие коалиции будут, если предоставить постоянным членам Совета Безопасности по 7 голосов, остальным по одному, а квота — 39 голосов. ♦

Не все простые игры можно записать как голосование с квотой. Приведем «минимальный» пример.

Пример 4. Пусть $N = \{1, 2, 3, 4\}$. Зададим игру множеством минимальных выигрывающих коалиций: $M(v) = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$. Докажем, что эта игра не записывается, как голосование с квотой.

Пусть это не так, т. е. существует набор $(q; w_1, w_2, w_3, w_4)$, задающий игру v . Коалиции $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$ выигрывающие, поэтому $w_1 + w_2 \geq q, w_3 + w_4 \geq q$ и, следовательно, $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \geq 2q$. Коалиции $\{1, 3\}$ и $\{2, 4\}$ проигрывающие, поэтому $w_1 + w_3 < q, w_2 + w_4 < q$ и, следовательно, $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 < 2q$. Противоречие. ♦

Правила принятия решения, не записывающиеся как голосование с квотой, встречаются и в реальных выборных органах. Один из примеров (правда, довольно громоздкий) можно посмотреть в работе [11].

По-видимому, не существует простого способа определить, будет ли произвольная простая игра голосованием с квотой. Подробнее об этом также можно прочитать в работе [11].

Индекс влияния, $\Phi: SG_n \rightarrow R^n$, сопоставляет каждой простой игре v вектор $\Phi(v)$, i -я компонента которого интерпретируется как влияние игрока i . Индексом влияния голосования с квотой называется индекс влияния соответствующей ей простой игры. Наиболее известны индексы влияния Банцафа и Шепли—Шубика. В настоящей статье преимущественно будет рассматриваться первый из них.

Индекс влияния Банцафа (БИ) [4] вычисляется в предположении, что влияние игрока пропорционально числу коалиций, в которых он ключевой. Общий индекс Банцафа для игрока i $TBz_i = |W_i|$.

Индекс влияния Банцафа Bz_i получается из общего индекса нормированием:

$$Bz_i = |W_i| / \sum_{j=1}^n |W_j|.$$

Впервые подобный индекс влияния был введен Пенроузом [13], где число коалиций с ключевым игроком i делится на число всех коалиций, в которые входит игрок i :

$$P_i = \frac{1}{2^{n-1}} |W_i|.$$

Во многих работах, в частности, [15] под индексом Банцафа понимается именно индекс Пенроуза. Чтобы как-то совместить историческую справедливость и сложившуюся традицию, в данной статье результаты работ [3, 5] будут переформулированы для общего индекса Банцафа. Чтобы перейти к индексу Пенроуза, общий индекс Банцафа нужно просто поделить на 2^{n-1} .

Другая форма записи общего индекса Банцафа:

$$TBz_i = \sum_{S \subseteq N} (v(S) - v(S, \{i\})).$$

Здесь используется свойство ключевого игрока: $\Phi(v) + \Phi(w) = \Phi(v \vee w) - \Phi(v \wedge w)$, $v(S) - v(S \setminus \{i\})$ равно 1, если i — ключевой игрок в коалиции S , и 0 в противном случае.

Индекс Шепли—Шубика (SSI) [2] возник в теории игр как частный случай вектора Шепли. В нем

число, которое коалиция добавляет к влиянию игрока, зависит от ее размера:

$$SS_i = \sum_{S \in W_i(v)} \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!} = \\ = \sum_{S \subseteq N} (v(S) - v(S \setminus \{i\})) \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}.$$

1.2. Аксиоматики для индексов Шепли—Шубика и Банцафа

Для этих, пожалуй, самых известных индексов влияния построено множество аксиоматик. Приведем две исторически первые из них.

Индекс Шепли—Шубика однозначно определяется следующими четырьмя аксиомами.

Аксиома болвана / Null Player (NP). Для любой простой игры v , если i — болван в игре v , то его влияние равно нулю.

Анонимность / Anonymity (An). Для любой игры $v \in SG_n$, любой перестановки π множества N и любого $i \in N$

$$\Phi_i(\pi v) = \Phi_{\pi(i)}(v),$$

где $(\pi v)(S) = v(\pi(S))$.

Трансфер / Transfer (T). Для любых игр $v, w \in SG_n$, таких что $v \vee w \in SG_n$,

$$\Phi(v) + \Phi(w) = \Phi(v \vee w) - \Phi(v \wedge w),$$

где $i \in N$ $(v \vee w)(S) = \max(v(S), w(S))$, а $(v \wedge w)(S) = \min(v(S), w(S))$. ♦

Эта аксиома, как показано в работе [5], имеет эквивалентную формулировку.

Трансфер* / Transfer* (T*). Для любых игр $v, w \in SG_n$, любой коалиции $S \in M(v) \cap M(w)$ и любого $i \in N$

$$\Phi_i(v) - \Phi_i(v_{-S}) = \Phi_i(w) - \Phi_i(w_{-S}).$$

Эффективность / Efficiency axiom (E). Если $v \neq \mathbf{0}, \mathbf{1}$,

$$\sum_{i=1}^n \Phi_i(v) = 1,$$

т. е. верна следующая теорема.

Теорема 1. [2] Пусть $\Phi: SG_n \rightarrow R^n$. Тогда Φ удовлетворяет аксиомам NP, An, T (T*) и E, если и только если Φ — индекс Шепли—Шубика. ♦

Индекс Банцафа не удовлетворяет аксиоме эффективности, поэтому ее заменяет несколько более сложное условие.

Общая сумма Банцафа / Banzhaf Total Power (BzTP).

$$\sum_{i=1}^n \Phi_i(v) = \sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq N} (v(S) - v(S \setminus \{i\})).$$

Остальные 3 аксиомы те же, что и для индекса Шепли—Шубика.

Теорема 2. [3, 5] Пусть $\Phi: SG_n \rightarrow R^n$. Тогда Φ удовлетворяет аксиомам NP, An, T (T*) и BzTP, если и только если Φ — индекс Банцафа.

2. ИГРЫ И ИНДЕКСЫ ВЛИЯНИЯ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПРЕДПОЧТЕНИЙ УЧАСТНИКОВ

Приведенная далее конструкция обобщает определение [9] (см. пример 3). В определение простой игры добавляется дополнительная информация — каждому игроку i и коалиции S сопоставляется число $f(i, S)$, которое можно воспринимать как меру желания игрока i присоединиться к коалиции S .

Определение 4. Назовем простой игрой с предпочтениями тройку (N, v, f) , где $N = \{1, \dots, n\}$ — множество игроков, пара (N, v) образует простую игру, f — функция, сопоставляющее каждой коалиции S и игроку i положительное число $f(i, S)$. ♦

Простую игру можно воспринимать как простую игру с предпочтениями, в которой все коалиции одинаково предпочтительны: $(N, v) \equiv (N, v, 1)$. В случаях, когда это не вызывает путаницы, игра (N, v, f) обозначается просто v . Если две игры упоминаются в одном доказательстве, предполагается, что функция f у них одна и та же.

Понятия выигрывающей, проигрывающей и минимальной выигрывающей коалиций, ключевого игрока, вычеркивания коалиции и голосования с квотой дословно переносятся из простых игр. Наличие дополнительной функции f пока ни на что не влияет. При вычеркивании коалиции меняется только v , функция f остается прежней.

Пример 5 [9]. Предпочтения игроков задаются $n \times n$ -матрицей P . Неформально говоря, ее элемент $p_{ij} \in [0, 1]$ определяет желание игрока i входить в коалицию с игроком j . Матрица P не обязательно симметрична, т. е. в общем случае $p_{ij} \neq p_{ji}$. Для вычислений удобно считать, что $p_{ii} = 0$.

В статье [9] приведены несколько способов определения матрицы предпочтений для реальных выборных органов и предложено более 10 версий индекса, осно-



ванных на матрице предпочтений. Приведем четыре из них. В обозначениях данной статьи

$$f^+(j, S, P) = \sum_{i \in S} \frac{p_{ji}}{s-1};$$

$$f^-(j, S, P) = \sum_{i \in S} \frac{p_{ij}}{s-1};$$

$$f(j, S, P) = [f^+(j, S, P) + f^-(j, S, P)]/2;$$

$$\begin{aligned} f(S, P) &= \sum_{j \in S} \frac{f^+(j, S, P)}{s} = \sum_{j \in S} \frac{f^-(j, S, P)}{s} = \\ &= \frac{1}{s(s-1)} \sum_{i, j \in S} p_{ij} \end{aligned}$$

Если коалиция S состоит из одного элемента, считаем все функции равными единице. Функцию $f^+(j, S, P)$ можно интерпретировать как среднее желание игрока j входить в коалицию с остальными игроками S , функцию $f^-(j, S, P)$ — как среднее желание остальных игроков коалиции S входить в коалицию с игроком j , $f(S, P)$ — как среднее желание всех игроков входить в коалицию со своими коллегами из коалиции S .

Если отношения между всеми игроками коалиции S хорошие, т. е. $p_{ij} = 1$ для всех $i, j \in S$, то $f^+(j, S, P) = f^-(j, S, P) = f(S, P) = 1$, если же отношения между всеми игроками коалиции S плохие, т. е. $p_{ij} = 0$ для всех $i, j \in S$, то $f^+(j, S, P) = f^-(j, S, P) = f(S, P) = 0$.

Индекс влияния, $\Phi: SGP_n \rightarrow R^n$, как и в случае простых игр, сопоставляет каждой игре v с симметричными или несимметричными предпочтениями вектор $\Phi(v)$, i -я компонента которого интерпретируется как влияние игрока i . ♦

Определение 5. α -индекс влияния определяется по формуле

$$\alpha_i(v) = \sum_{S \in W_i(v)} f(i, S).$$

Пусть $f(i, S) > 0$ для всех игроков и коалиций, а v не равно тождественно ни 0, ни 1. Определим нормированный α -индекс влияния [9] как

$$N\alpha_i(v) = \frac{\alpha_i(v)}{\sum_{j \in N} \alpha_j(v)}. \quad \blacklozenge$$

Условия определения 5 нужны для того, чтобы знаменатель не был равен нулю.

Доказательство следующего утверждения (правда, в несколько измененной формулировке) можно найти в статье [8].

Лемма 2. Пусть $S \in M(v)$. Тогда

$$\alpha_i(v) - \alpha_i(v_{-S}) = \begin{cases} f(i, S), & \text{если } i \in S, \\ -f(i, S \cup \{i\}), & \text{если } i \notin S. \end{cases}$$

Пример 6. Пусть функция $f(S)$ зависит только от числа игроков в коалиции S . Если $f(S) = 1$, то α -индекс совпадает с общим индексом Банцафа, а нормированный α -индекс — с индексом Банцафа:

$$St_i(v) = \sum_{S \in W_i(v)} 1 = |W_i(v)| = Bz_i(v).$$

Если же $f(S) = 1/2^{n-1}$, α -индекс совпадает с индексом Пенроуза.

Если, наконец, $f(S) = \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}$, $\alpha(v)$ совпадает с индексом Шепли—Шубика:

$$\alpha(v) = \sum_{S \in W_i(v)} \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!} = SS_i(v). \quad \blacklozenge$$

Многие другие индексы влияния (например, Джонстона [14], Дигена—Пакела [16], Холера—Пакела [17]) также записываются через α -индекс [15]. Поэтому α -индекс можно рассматривать как обобщение этих индексов.

3. АКСИОМАТИКА ДЛЯ α -ИНДЕКСА

Для α -индекса возможна аксиоматика в стиле приведенных выше [8]. Но для разнообразия приведем здесь другую аксиоматику из той же работы [8]. Оказывается, что достаточно двух аксиом.

Аксиома болвана / Null Player (NP). Выигрыш болвана не зависит от интенсивностей предпочтений и всегда равен нулю.

Усиленная аксиома трансфера / Strong Transfer (ST). Для любой игры $v \in SGP_n$, любой коалиции $S \in M(v)$ и любого $i \in S$

$$\Phi_i(v) - \Phi_i(v_{-S}) = f(i, S).$$

Если $i \in S$, то ST — усиление аксиомы T^* , в которой указывается, что разность $\Phi_i(v) - \Phi_i(v_{-S})$ постоянна по v , а ST дополнительно говорит, чему эта разность равна.

Но если $i \notin S$, аксиома ST, в отличие от аксиомы T^* , ничего не утверждает.

Теорема 3. Индекс влияния $\Phi(v)$ удовлетворяет аксиомам NP и ST тогда и только тогда, когда $\Phi(v) = \alpha(v)$. ♦

Аналог этой аксиоматики — утверждение о том, что линейная функция определяется двумя свойствами: в нуле она равна нулю, а производная в любой точке постоянна.

4. АКСИОМАТИКИ ДЛЯ ИНДЕКСОВ ВЛИЯНИЯ В СЛУЧАЕ ГОЛОСОВАНИЙ С КВОТОЙ

Перенести непосредственно любую из рассмотренных аксиоматик на случай голосований с квотой не удастся, поскольку результат многих опера-

ций над голосованиями с квотой (объединение, пересечение, вычеркивание коалиции) уже не будет записываться как голосование с квотой.

Пример 7. Пусть $N = \{1, 2, 3, 4\}$. Обозначим v простую игру с двумя минимальными выигрывающими коалициями — $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$. В примере 2 было доказано, что v нельзя записать в виде голосования с квотой. Но

- $v = u^{\{1, 2\}} \cup u^{\{3, 4\}}$, т. е. объединение двух голосований с квотой;
- рассмотрим четыре голосования с квотой:

$$w_1 = (3; 2, 1, 2, 1), \quad w_2 = (3; 1, 2, 2, 1), \\ w_3 = (3; 2, 1, 1, 2), \quad w_4 = (3; 1, 2, 1, 2);$$

выигрывающими коалициями в них будут все трех- и четырехэлементные множества игроков и все двухэлементные, кроме коалиции $\{2, 4\}$ для голосования w_1 , кроме $\{1, 4\}$ для w_2 , кроме $\{2, 3\}$ для w_3 и кроме $\{1, 3\}$ для w_4 ; поэтому при пересечении этих голосований с квотой получается игра v ;

- в голосовании w_1 пять минимальных выигрывающих коалиций — все двухэлементные, кроме коалиции $\{2, 4\}$. Вычеркнем коалицию $\{1, 3\}$. Полученная простая игра не может быть записана, как голосование с квотой. Иначе, поскольку коалиции $\{1, 2\}$ и $\{3, 4\}$ выигрывающие, сумма их голосов не меньше двух квот, коалиции $\{1, 3\}$ и $\{2, 4\}$ — проигрывающие, поэтому сумма их голосов меньше двух квот. Но в обоих случаях речь идет о сумме голосов всех игроков. Противоречие. ♦

С другой стороны, некоторые «базовые» игры записываются как голосования с квотой и, хотя из игры $v \in WG_n$ нельзя вычеркнуть произвольную минимальную выигрывающую коалицию, оставшись в множестве WG_n , но какую-нибудь можно. Поэтому некоторые доказательства проходят, если во все аксиомы добавить фразу «в том случае, если результат операции будет голосованием с квотой». Формализацию сказанного начнем со следующей леммы.

Лемма 3. (а) Простые игры $0, 1 \in WG_n$; (б) для любого S $u^S \in WG_n$; (в) для любого $S \neq N$ $u_{-S}^S \in WG_n$; (г) пусть $v \in WG_n$, а игрок i не болван в игре v . Тогда существует такая минимальная выигрывающая коалиция Sei , что $v_{-S} \in WG_n$.

Доказательство. (а) Пусть для всех $i \in N$ $w_i = 1$. Тогда если $q = 0$, выигрывающими будут все коалиции, а если $q = n + 1$, выигрывающих коалиций не будет.

(б) Пусть $w_i = n + 1$, если $i \in S$, $v_i = 1$, если $i \notin S$, $q = |S|(n + 1)$. В этом случае коалиция будет выигрывающей, если и только если она содержит S . Что и требовалось доказать.

(в) Определим веса игроков так же, как и в предыдущем пункте, а квоту сделаем на единицу меньше: $q = |S|(n + 1) - 1$. Коалиция будет выигрывающей, если и только если она содержит S за одним исключением: S — проигрывающая. Конструкция некорректна, если

$|S| = 0$. Но тогда $S = \emptyset$ и $v = 1$, а этот случай уже рассмотрен в п. (а).

(г) Разобьем это утверждение на два.

(г1) Если игру можно записать как голосование с квотой, то ее можно записать как голосование с квотой так, чтобы выигрыши всех коалиций были попарно различны.

(г2) Если выигрыши всех коалиций попарно различны, то уменьшив вес игрока i , можно добиться того, чтобы выигрывающими остались все те же коалиции, кроме одной, содержащей i .

Докажем сначала (г1). Пусть ε — разница между квотой и весом самой сильной из проигрывающих коалиций. Выберем положительные числа $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$, каждое из которых меньше ε/n и рассмотрим теперь голосование с квотой $(q; v_1 + \varepsilon_1, \dots, v_n + \varepsilon_n)$.

Покажем, что новое голосование с квотой задает ту же простую игру, что и старое. Квота не изменилась, а вес каждого из игроков увеличился, поэтому выигрывающие коалиции остались выигрывающими. Но вес каждой коалиции увеличился не более, чем на сумму всех ε_i , каждое из которых меньше, чем ε/n , т. е. вся сумма увеличилась менее, чем на ε . Поэтому все проигрывающие коалиции остались проигрывающими. Что и требовалось доказать.

Осталось доказать, что можно выбрать ε_i так, что веса всех коалиций различны.

Множество всех допустимых ε_i образует открытый гиперкуб в R^n , заданный неравенствами $0 < \varepsilon_i < \varepsilon/n$, мера которого равна $(\varepsilon/n)^n > 0$. Каждое условие равенства весов двух коалиций задает линейное уравнение на ε_i , т. е. не подходящие нам наборы $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ лежат на конечном множестве гиперплоскостей в R^n , т. е. имеют меру 0 в R^n . Поэтому множество подходящих наборов имеет ту же (положительную) меру, что и множество всех допустимых наборов ε_i , поэтому множество всех подходящих наборов непусто.

(г2) Будем непрерывно уменьшать вес i -го игрока, не меняя квоту и веса остальных игроков. Когда вес игрока i станет равен 0, проигрывающими станут все коалиции, в которых i — ключевой. Поскольку i не болван, такие коалиции есть.

Поэтому при непрерывном уменьшении веса игрока i был момент, когда проигрывающей стала первая из этих коалиций, а поскольку веса всех коалиций различны, можно выбрать момент, когда проигрывающей будет только одна из них. ♦

Отметим, что если, как это обычно и бывает на практике, веса игроков целые, то можно сделать так, что и измененные веса игроков останутся целыми. Ничто не мешает выбрать ε_i рациональными, тогда рациональными будут и измененные веса игроков. (Дело в том, что множество подходящих наборов $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ будет не только непусто, но также и открыто (как разность открытого множества и конечного числа замкнутых). А любое непусто-



Таблица 2

Иллюстрация к лемме 3

X	\emptyset	$\{C\}$	$\{B\}$	$\{A\}$	q	$\{B, C\}$	$\{A, C\}$	$\{A, B\}$	$\{A, B, C\}$
$w(X)$	0	7	8	9	12	15	16	17	24

тое открытое подмножество в R^n содержит точку с рациональными координатами.)

Отметим, что для любого положительного a голосования с квотой $(q; w_1, \dots, w_n)$ и $(aq; aw_1, \dots, aw_n)$ задают одну и ту же простую игру. Поэтому, умножив квоту и веса всех игроков на общий знаменатель ε_i , получим голосование с квотой с целыми коэффициентами.

Вообще, рассуждая аналогично, несложно доказать, что любую игру, записывающуюся как голосование с квотой, можно записать как голосование с квотой с целыми квотой и весами игроков. Было бы очень интересно получить тот же результат, не используя «промежуточное» голосование с квотой.

Пример 8. Рассмотрим голосование с квотой $(2; 1, 1, 1)$. Пусть $\varepsilon_1 = 1/2$, $\varepsilon_2 = 1/3$, $\varepsilon_3 = 1/6$. Добавив их к весам игроков, получим голосование с квотой $(2, 3/2, 4/3, 7/6)$ или $(12; 9, 8, 7)$.

Как видно из табл. 2, веса всех коалиций различны, а выигрывающими, как и раньше, будут только коалиции из двух и трех игроков.

Замечание 2. Пункты (а), (б) и (в) леммы очевидны и добавлены для полноты формулировки. Аналогичный пункту (2) результат: если игра v записывается как голосование с квотой, то существует минимальная выигрывающая коалиция S такая, что игра v_{-S} тоже записывается как голосование с квотой, был доказан в работе [10], но утверждение леммы более точно, а приведенное здесь доказательство по мнению автора проще и лучше описывает суть проблемы.

4.1. Адаптированные аксиомы и характеристика

Аксиомы NP, An, E и VzTP никак не изменяются. Только область определения индекса сужается со всех простых игр на голосования с квотой.

Аксиомы T и T*, кроме того, несколько ослабляются:

Трансфер / Transfer (T). Для любых $v, w \in WG_n$, таких что $v \vee w \in WG_n$ и $v \wedge w \in WG_n$

$$\Phi(v) + \Phi(w) = \Phi(v \vee w) - \Phi(v \wedge w),$$

где $i \in N(v \vee w)(S) = \max(v(S), w(S))$, а $(v \wedge w)(S) = \min(v(S), w(S))$.

Трансфер* / Transfer* (T*). Для любых игр $v, w \in WG_n$, для любой коалиции $S \in M(v) \cap M(w)$ такой, что $v_{-S}, w_{-S} \in WG_n$, и любого игрока i

$$\Phi_i(v) - \Phi_i(v_{-S}) = \Phi_i(w) - \Phi_i(w_{-S}).$$

Для доказательства нам понадобится следующая лемма.

Лемма 4. Пусть индекс влияния Φ удовлетворяет аксиоме T. Тогда он удовлетворяет и аксиоме T*.

Доказательство. Пусть v и w записываются как голосования с квотой, $S \in M(v) \cap M(w)$, v_{-S} и w_{-S} также записываются как голосования с квотой. Если $S = N$, то $v = w = u^N$ и утверждение леммы тривиально. Далее будем считать, что $S \neq N$.

По лемме 5 игры u^S и u_{-S}^S записываются как голосования с квотой, причем $v_{-S} \cup u^S = v$, $v_{-S} \cap u^S = u_{-S}^S$, $w_{-S} \cup u^S = w$, $w_{-S} \cap u^S = u_{-S}^S$. Значит, по аксиоме T

$$\Phi(v) = \Phi(v_{-S} \cup u^S) = \Phi(v_{-S}) + \Phi(u^S) - \Phi_i(u_{-S}^S),$$

$$\Phi(w) = \Phi(w_{-S} \cup u^S) = \Phi(w_{-S}) + \Phi(u^S) - \Phi_i(u_{-S}^S),$$

т. е.

$$\Phi(v) - \Phi(v_{-S}) = \Phi(w) - \Phi(w_{-S}) = \Phi(u^S) - \Phi_i(u_{-S}^S).$$

Лемма 4 доказана. ♦

Доказательство корректности приведенной аксиоматики для индекса Банцафа близко к доказательствам похожих утверждений в работах [5, 8]. Сделанные поправки позволяют обойти особенности голосований с квотой.

Теорема 4. Пусть $\Phi: WG_n \rightarrow R^n$. Тогда Φ удовлетворяет аксиомам NP, An, T и VzTP, если и только если Φ — индекс Банцафа.

Доказательство. Заметим, что переформулированные аксиомы слабее их аналогов — они утверждают то же самое, но при существенных ограничениях. По теореме 2 индекс Банцафа, определенный на SG_n , удовлетворяет аксиомам NP, An, T и VzTP, следовательно, тот же индекс, но определенный на WG_n , должен удовлетворять тем же аксиомам.

Обратное утверждение будем доказывать по индукции по числу выигрывающих коалиций, используя при этом первую часть доказательства.

Основание индукции. Пусть $|W(v)| = 0$, т. е. $v = \mathbf{0}$. По лемме 5 $v \in WG_n$. Ни один игрок не будет ключевым ни в одной коалиции. Следовательно, по аксиоме NP $\Phi_i(v) = 0$ для всех i . Поскольку VzTP тоже удовлетворяет аксиоме NP, $Bz_i(v) = 0$. Значит, $\Phi_i(v) = Bz_i(v)$.

Шаг индукции. Возможны два случая.

1. Пусть в игре v одна минимальная выигрывающая коалиция S , т. е. $v = u^S$. По лемме 5 $u^S \in WG_n$. В этом случае коалиция T будет выигрывающей тогда и только тогда, когда она содержит S , т. е. содержит в себе всех

игроков из S . Поэтому, если игрок $j \notin S$, от его вхождения или не вхождения в коалицию T ничего не изменится — T и $T \setminus \{j\}$ будут выигрывающими или проигрывающими одновременно. Поэтому все игроки, не входящие в S , будут болванами в игре v . Поэтому, если $i \notin S$, $\Phi_i(v) = Bz_i(v) = 0$.

Рассмотрим теперь игроков, входящих в S . По аксиоме анонимности влияния этих игроков равны, т. е. для любых $i, j \in S$ $\Phi_i(v) = \Phi_j(v)$ и $Bz_i(v) = Bz_j(v)$. По аксиоме VzTP суммы влияний игроков, вычисленные с помощью индексов Bz и Φ , равны, т. е.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in N} \Phi_i(v) &= \sum_{i \in N} Bz_i(v), \\ \sum_{i \in S} \Phi_i(v) &= \sum_{i \in S} Bz_i(v), \\ |S|\Phi_j(v) &= |S|Bz_j(v), \quad \forall j \in S, \\ \Phi_j(v) &= Bz_j(v), \quad \forall j \in S, \end{aligned}$$

что и требовалось.

2. Пусть теперь $M(v) > 1$, т. е. в игре v есть две минимальные выигрывающие коалиции (S и S'), причем можно считать, что $v_{-S} \in WG_n$. Также выигрывающими будут все коалиции, содержащие S , поэтому в v не меньше выигрывающих коалиций, чем в u^S . Но $S \subset S'$ (иначе коалиция S' не была бы минимальной выигрывающей). Значит, в v больше выигрывающих коалиций, чем в u^S . Поэтому к u^S применимо предположение индукции. Вычеркнем S из v и u^S ; $v_{-S} \in WG_n$ по предположению, $u_{-S} \in WG_n$ по лемме 5. По аксиоме T^* для индекса Φ , предположению индукции для u^S и u_{-S}^S и аксиоме T^* для индекса Bz

$$\begin{aligned} \Phi(v) - \Phi(v_{-S}) &= \Phi(u^S) - \Phi(u_{-S}^S) = Bz(u^S) - Bz(u_{-S}^S) = \\ &= Bz(v) - Bz(v_{-S}). \end{aligned}$$

Но по предположению индукции для v_{-S} $\Phi(v_{-S}) = Bz(v_{-S})$. Значит, и $\Phi(v) = Bz(v)$. ♦

Аналогично можно сформулировать и доказать аналогичную теорему и для индекса Шепли—Шубика.

Теорема 5. Пусть $\Phi: WG_n \rightarrow R^n$. Тогда Φ удовлетворяет аксиомам NP, An, T и E, если и только если Φ — индекс Шепли—Шубика. ♦

Доказательство дословно повторяет доказательство предыдущей теоремы с заменой аксиомы VzTP на аксиому эффективности. Формально говоря, аксиома E ничего не утверждает, если $v = \mathbf{0}, \mathbf{1}$, но это следует из аксиомы NP.

Если $v = \mathbf{0}$ или $\mathbf{1}$, в игре v не будет игроков, ключевых хоть в какой-нибудь коалиции, так как в первом случае не будет выигрывающих коалиций,

а во втором — проигрывающих. Поэтому все игроки будут болванами и, если индекс влияния Φ удовлетворяет аксиоме NP, то, как и в доказательстве теоремы 4, $\Phi_i(v) = 0$ для всех игроков i .

5. АКСИОМАТИКА ДЛЯ α -ИНДЕКСА В СЛУЧАЕ ГОЛОСОВАНИЙ С КВОТОЙ

Благодаря лемме 5 можно переформулировать для голосований с квотой и аксиоматику для α -индекса. Перепишем аксиомы.

Аксиома болвана / Null Player (NP). Выигрыш болвана не зависит от интенсивностей предпочтений и всегда равен нулю.

Усиленная аксиома трансфера / Strong Transfer (ST). Для любого голосования с квотой v и для любой коалиции $S \in M(v)$ таких, что v_{-S} — тоже голосование с квотой и любого $i \in S$

$$\Phi_i(v) - \Phi_i(v_{-S}) = f(i, S).$$

Теорема 6. α -индекс влияния для голосований с квотой однозначно задается аксиомами NP и ST, переформулированными для голосований с квотой.

Доказательство. Как и в доказательстве теоремы 4, отметим, что переформулированные аксиомы слабее их аналогов. Поэтому раз α -индекс удовлетворяет не переформулированным для голосований с квотой аксиомам NP и ST, то он удовлетворяет и переформулированным аксиомам.

Обратное утверждение будем доказывать по индукции по числу выигрывающих коалиций, используя при этом первую часть доказательства.

Основание индукции. Пусть выигрывающих коалиций нет. Эта игра записывается, как голосование с квотой $(n+1; 1, \dots, 1)$. Ни один игрок не будет ключевым ни в одной коалиции. Следовательно, по аксиоме NP $\Phi_i(v) = 0$ для всех i . Поскольку $\alpha(v)$ тоже удовлетворяет аксиоме NP, $\alpha_i(v) = 0$. Значит $\Phi_i(v) = \alpha_i(v)$.

Шаг индукции. Пусть $v \in WGP_n$. Если i — болван в игре v , то $\Phi_i(v) = \alpha_i(v) = 0$. Если это не так, то по лемме 5 существует $S \in M(v)$ такая, что $v_{-S} \in WG_n$. К игре v_{-S} применимо предположение индукции, поэтому

$$\Phi_i(v_{-S}) = \alpha_i(v_{-S}) = \sum_{T \in W_i(v_{-S})} f(i, T).$$

По аксиоме ST для $\Phi(v)$, предположению индукции и аксиоме ST для $\alpha(v)$

$$\Phi_i(v) = \Phi_i(v_{-S}) + f(i, S) = \alpha_i(v_{-S}) + f(i, S),$$

$$\alpha_i(v) = \alpha_i(v_{-S}) + f(i, S).$$

Поэтому $\Phi_i(v) = \alpha_i(v)$. ♦



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача построения аксиоматик для индексов влияния, ограниченных на голосования с квотой, не кажется автору интересной. Дело в том, что все известные индексы влияния однозначно задаются, например, множеством выигрывающих коалиций и никакой специфики голосований с квотой не используют.

С другой стороны, эта статья показывает, что аксиоматики для индексов влияния в случае голосований с квотой можно получать простой переформулировкой аксиом.

Но основное (с математической точки зрения) утверждение статьи, состоит в том, что хотя простые игры, соответствующие голосованиям с квотой не образуют решетку, но по этой «не решетке» можно пройти от максимального элемента к минимальному, посетив любую наперед заданную вершину. Возможно, что это соображение поможет точнее описать множество игр, записывающихся как голосования с квотой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dubey P.* On the Uniqueness of the Shapley Value // *Int. J. of Game Theory.* — 1975. — Vol. 4. — P. 131–139.
2. *Shapley L.S., Shubik M.* A method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System // *Amer. Polit. Sci. Rev.*, 1954. — Vol. 48 (3). — P. 787–792.
3. *Dubey P., Shapley L.S.* Mathemaical Properties of the Banzhaf Power Index // *Math. of Oper. Res.* — 1979. — Vol. 4. — P. 99–131.
4. *Banzhaf J.F.* Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis // *Rutgers Law Review.* — 1965. — Vol. 19. — P. 317–343.
5. *Laruelle A., Valenciano F.* Shapley—Shubik and Banzhaf Indices Revisited // *Math. of Oper. Res.* — 2000. — Vol. 26, N 1. — P. 89–104.
6. *Lehrer E.* An Axiomatization of the Banzhaf Value // *Int. J. of Game Theory.* — 1988. — Vol. 17. — P. 88–99.
7. *Nowak A.S.* An Axiomatization of the Banzhaf Value without the Additivity axiom // *Int. J. of Game Theory.* — 1997. — Vol. 26. — P. 137–141.
8. *Шварц Д.А.* Аксиоматика для индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // *Автоматика и телемеханика.* — 2010. — № 1. — С. 144–158.
9. *Алескеров Ф.Т.* Индексы влияния, учитывающие предпочтения участников по созданию коалиций // *Доклады Академии наук.* — 2007. — Т. 414. — № 5. — С. 594–597.
10. *Бацын М.В., Калягин В.А.* Об аксиоматическом определении общих индексов влияния в задаче голосования с квотой. — М.: Изд. дом ГУ — ВШЭ. — 2009.
11. *Taylor A.D., Zwicker W.S.* Simple Games. — Princeton: Princeton University Press, 1999.
12. *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986.
13. *Penrose L.S.* Elementary statistics of majority voting // *Journal of the Royal Statistics Society.* — 1946. — Vol. 109. — P. 53–57.
14. *Johnston R.J.* On the Measurement of Power: Some Reactions to Laver // *Environment and Planning.* — 1978. — Vol. 10. — P. 907–914.
15. *Шварц Д.А.* О вычислении индексов влияния, учитывающих предпочтения участников // *Автоматика и телемеханика.* — 2009. — № 3. — С. 152–159.
16. *Deegan J., Packel E.W.* A New Index of Power for Simple *n*-Person Games // *Int. J. Game Theory.* — 1978. — Vol. 7 (2). — P. 113–123.
17. *Holler M.J., Packel E.W.* Power, Luck and the Right Index // *J. Econom.* — 1983. — Vol. 43. — P. 21–29.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Ф.Т. Алескеровым.

Шварц Дмитрий Александрович — преподаватель, Национальный исследовательский университет — Высшая школа экономики, г. Москва,
☎ (495) 621-13-42, ✉ dshvarts@mail.ru.



Редколлегия и редакция журнала «Проблемы управления»

УПРАВЛЕНИЕ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНЫМИ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И НЕСТАЦИОНАРНОСТИ¹.

Ч. II. Создание страховых запасов

А.С. Мандель

Рассмотрена «стохастическая» часть проблемы управления многономенклатурными складскими запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Построено решение задачи формирования дополнительных заказов на пополнение запасов (страховых запасов) в целях компенсации случайных отклонений спроса от выделенных трендов.

Ключевые слова: управление запасами, условия неопределенности, нестационарность, экспертно-статистический подход, адаптивный алгоритм, калмановская фильтрация.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части настоящей работы [1] были представлены результаты по «детерминистской части» общей процедуры управления многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Один из результатов заключается в выявлении того факта, что задача управления дополнительными поставками с целью компенсации случайных возмущений спроса (управления страховыми запасами) для товаров из групп А и В становится задачей управления запасами с периодическим контролем за состоянием запасов и дискретным временем в условиях неопределенности. Предполагается, что априори неизвестны статистические характеристики наблюдаемых случайных процессов (например, спроса), а собираемые в процессе эксплуатации системы данные могут быть неполны и содержать ошибки.

Далее рассматривается один из подходов к постановке и решению этой задачи.

1. ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ СТРАХОВЫМИ ЗАПАСАМИ

Итак, задача управления компенсационными поставками представляет собой задачу с дискрет-

ным временем в интервале планирования целочисленной длины N . Исходными данными служат разности между прогнозируемыми трендами $\{\hat{y}_i(n), n = 1, 2, \dots, N; \forall i \in \overline{1, I}\}$ и реальными значениями спроса $\{y_i(n), n = 1, 2, \dots, N; \forall i \in \overline{1, I}\}$. Иначе говоря, «спрос» в задаче управления страховыми запасами описывается стохастическим процессом разностей между прогнозами и реальными значениями спроса $\{z_i(n) = \hat{y}_i(n) - y_i(n), n = 1, 2, \dots, N; \forall i \in \overline{1, I}\}$. Термин «спрос» взят в кавычки, поскольку выписанные разности могут оказаться не только положительными, но и отрицательными. Поэтому областью определения соответствующих функций распределения спроса на одном шаге (которые неизвестны) является не только положительная полуось $[0, \infty)$, но вся вещественная ось $(-\infty, +\infty)$. Потребители обретают «волшебную» возможность не только покупать товары, но и возвращать их (по той же цене, что и купили).

Помимо этой особенности можно рассчитывать, как минимум, еще на одну. Как отмечается в работе [2], процесс взятия разностей увеличивает вероятность формирования стационарного случайного процесса (тем больше, чем большая по порядку разность берется). Процедура взятия разностей является одной из процедур «остационарирования» временного ряда. В надежде на то, что уже

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-07-00195-а).



первая разность приблизит формируемый в результате ряд $\{z_t(n), n = 1, 2, \dots, N\}$ к стационарному, продолжим рассмотрение задачи.

1.1. Однономенклатурный случай

Рассмотрим тот вид товара, спрос на который стохастически не связан со спросом на другие виды товаров. Процесс изменения спроса описывается моделью взаимно независимых, одинаково распределенных случайных величин $\{z(t), t = 1, 2, \dots, N\}$ с неизвестной функцией распределения $F(z)$. Тогда, если в качестве критерия планирования принят минимум суммарных средних затрат на периоде планирования, для оптимальной стратегии пополнения запасов можно записать следующие уравнения динамического программирования:

$$C_1^*(x) = \min_{u \geq 0} \left\{ A\mathbf{1}(u) + cu + \int_{-\infty}^{x+u} (x+u-z)dF(z) + d \int_{x+u}^{\infty} (z-x-u)dF(z) \right\}, \quad (1)$$

$$C_t^*(x) = \min_{u \geq 0} \left\{ A\mathbf{1}(u) + cu + \int_{-\infty}^{x+u} (x+u-z)dF(z) + d \int_{x+u}^{\infty} (z-x-u)dF(z) + \alpha C_{t-1}^*(x+u-z)dF(z) \right\}, \quad (2)$$

$n = 2, 3, \dots, N.$

Здесь $\mathbf{1}(u)$ — функция единичного скачка (функция Хэвисайда), $\alpha, 0 \leq \alpha < 1$ — коэффициент дисконтирования, а $C_t^*(x)$ — минимально возможное значение затрат на t последних шагах (до конца периода планирования: так называемое «обратное» время), если за t шагов до конца периода планирования уровень запасов в системе x .

Известно [3], что в системе, оптимизация которой задается уравнениями (1) и (2), оптимальны двухуровневые (R, r) -стратегии управления запасами. Это означает, что для каждого момента времени t (при отсчете времени от конца периода планирования) существует пара чисел $R_t, R_t > 0$ и $r_t, r_t < R_t$, таких, что правило подачи заказов $u(x)$ за t

шагов до конца периода планирования может быть задано следующей формулой:

$$u(x) = \begin{cases} R_t - x, & \text{если } x \leq r_t, \\ 0, & \text{если } x > r_t. \end{cases}$$

Известно также, что в стационарном режиме² (когда N и t стремятся к бесконечности) в силу существования пределов $R = \lim_{t \rightarrow \infty} R_t$ и $r = \lim_{t \rightarrow \infty} r_t$ существуют два числа R и r , которые полностью задают оптимальную стратегию управления запасами.

Поскольку распределение $F(z)$ неизвестно, необходимо воспользоваться адаптивными алгоритмами. Как показано в работе [4], адаптивные алгоритмы для вычисления значений параметров R и r имеют вид

$$\hat{R}_{n+1} = \hat{R}_n - \gamma'_n \left[\frac{c+h}{\hat{R}_n - \hat{r}_n} \bar{z}_n + \frac{1}{(\hat{R}_n - \hat{r}_n)^2} \left\{ (A + \hat{R}_n(c+h+2d) + \hat{r}_n(c-d)\bar{z} - \frac{c}{2}\bar{z}_n^2 + (h+d)\eta_2(\hat{R}_n, \hat{r}_n; z_n) - d \frac{\hat{R}_n^2 - \hat{r}_n^2}{2} \right\} \right], \quad (3)$$

$$\hat{r}_{n+1} = \hat{r}_n + \gamma''_n \left[\frac{1}{\hat{R}_n - \hat{r}_n} (A + \hat{R}_n(c+h) - c\hat{r}_n + (c-h)\bar{z}_n) + \frac{1}{(\hat{R}_n - \hat{r}_n)^2} \left\{ (A + \hat{R}_n(c+h+2d) + \hat{r}_n(c-h)\bar{z} - \frac{c}{2}\bar{z}_n^2 + (h+d)\eta_2(\hat{R}_n, \hat{r}_n; z_n) - d \frac{\hat{R}_n^2 - \hat{r}_n^2}{2} \right\} \right], \quad (4)$$

где n — так называемое «прямое» время: $n+t=N$,

$$\bar{z}_n = \frac{n-1}{n} \bar{z}_{n-1} + \frac{1}{n} z_n,$$

$$\bar{z}_n^2 = \frac{n-1}{n} \bar{z}_{n-1}^2 + \frac{1}{n} z_n^2,$$

² Отметим, что поскольку отсчет времени ведется от конца периода планирования, то стационарный режим связан с началом периода планирования. Иначе говоря, при $N \rightarrow \infty$ стационарные управления используются сразу — с первых шагов периода планирования.

$$\eta_2(R, r; z) = \int_0^R \int_0^x \mathbf{1}(y - z) dy dx = \int_r^R \max\{x - z, 0\} dx =$$

$$= \begin{cases} \frac{R^2 - r^2}{2} - z(R - r), & \text{если } z \leq r, \\ \frac{R^2 - \xi^2}{2} - z(R - \xi), & \text{если } r \leq z < R, \\ 0, & \text{если } R \leq z. \end{cases}$$

Коэффициенты γ'_n и γ''_n в алгоритмах (3) и (4) удовлетворяют известным условиям на коэффициенты алгоритмов стохастической аппроксимации:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma'_n = \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma'_n)^2 < \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \gamma''_n = \infty,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\gamma''_n)^2 < \infty,$$

и благодаря разумному выбору этих коэффициентов (их «масштабированию») можно существенно ускорить работу алгоритмов (3) и (4). Результаты экспериментов [5] показали, что уже на 8—12 шагах работы этих алгоритмов значения оценок \hat{R}_n и \hat{r}_n отличаются от истинных значений параметров R и r не более чем на 5 %.

Отсюда следует, что даже для нестационарного случая, когда вместо одного общего распределения $F(z)$ имеет место семейство распределений $\{F_t(z)\}$ и при плавном со временем t изменении статистических характеристик распределения $F_t(z)$ алгоритмы (3) и (4) оказываются вполне работоспособными.

1.2. Многономенклатурный случай

При наличии межноменклатурных корреляций и временных автокорреляций между значениями спроса в разные моменты времени на один и тот же продукт решение проблемы оптимального управления запасами в целях создания адекватных многономенклатурных страховых запасов по критерию минимума суммарных средних затрат становится затруднительным. Выходом из положения может стать замена критерия. При этом альтернатива перехода на так называемые «близорукие» стратегии управления запасами, когда вместо суммарных затрат используются одношаговые затраты, рассматриваться не будет.

В самом деле, при создании страховых запасов решается вопрос обеспечения малой вероятности того, что система снабжения «провалится» в дефи-

цит или окажется «затоваренной». При этом на этапе решения детерминированной задачи управления запасами по трендам (п. 2.3 статьи [1]) суммарные затраты уже были минимизированы. Случайные отклонения от трендов, которые здесь и исследуются, «шевелият» состояние системы управления запасами (в том числе, и по финансовым затратам), как правило, в пределах 5—10 % минимизированной в п. 2.3 статьи [1] суммы затрат. Отсюда вытекает, что на этапе создания страховых запасов вместо затратных критериев могут использоваться критерии, связанные с обеспечением заданного уровня обслуживания потребителей на каждом шаге периода планирования. Воспользуемся результатами, полученными в работе [6].

Пусть $\mathbf{z}_t = (z_t^{(1)}, z_t^{(2)}, \dots, z_t^{(I)})^T$ — вектор спроса (случайных отклонений от тренда) на шаге t прямого времени, где $z_t^{(i)}$ — спрос на шаге t на продукт $i, i \in \overline{1, I}$. Тогда дополнительный (страховой) запас $\mathbf{s}_t = (s_t^{(1)}, s_t^{(2)}, \dots, s_t^{(I)})^T$, где $s_t^{(i)}$ — страховой запас продукта $i, i \in \overline{1, I}$, на шаге t , должен быть выбран так, чтобы максимизировать вероятность

$$P(\mathbf{z}_t \leq \mathbf{s}_t) = \max_{\mathbf{x}} P(\mathbf{z}_t \leq \mathbf{x}_t), \quad (5)$$

где $\mathbf{x}_t = (x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, \dots, x_t^{(I)})^T$ — вектор запаса на шаге t , который должен удовлетворять следующему бюджетному ограничению Ф:

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x}_t \leq \Phi, \quad (6)$$

где $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_I)^T$ — вектор закупочных цен на хранящиеся на складе продукты. Трудности решения задачи (5), (6) обсуждаются в работе [6].

Другой вариант критерия — минимаксный, а именно: требуется найти

$$\mathbf{s}_t = \arg \max_{\mathbf{x}} \{ \min_i P(z_t^{(i)} \leq x_t^{(i)}) \}, \quad (7)$$

при выполнении ограничения (6). Важное свойство решения задачи (6), (7) состоит в выполнении соотношения

$$P(z_t^{(i)} \leq s_t^{(i)}) = P(z_t^{(j)} \leq s_t^{(j)}) \quad \forall i, j \in \overline{1, I}.$$

Другое свойство решения задачи (6), (7) заключается в том, что оно зависит только от средних значений и дисперсий одномерных распределений спроса. Используя поступающие в процессе эксплуатации склада данные о его функционировании, эти величины нетрудно оценить (хотя бы грубо).



Теперь будем считать, что вектор страховых запасов $\mathbf{s}_t = (s_t^{(1)}, s_t^{(2)}, \dots, s_t^{(l)})^T$ определен. Пусть также векторный спрос представляет собой авторегрессионный процесс первого порядка с произвольными межменклатурными корреляциями. Введем матрицу ковариации \mathbf{K} и рассмотрим задачу управления страховыми запасами, т. е. поддержания дополнительных компенсирующих запасов на уровне, максимально близком к \mathbf{s}_t , при неизвестном распределении спроса (как отмечено ранее, грубые оценки построены только для средних значений и дисперсий) — задачу стабилизации страховых запасов, см. также работу [7]. Итак, требуется найти

$$\arg \min_{\mathbf{u}_t} E\{(z_t - s_t)^T(z_t - s_t)\},$$

где \mathbf{u}_t — управление (размер заказа на пополнение запасов), а E — оператор вычисления математического ожидания.

Для описания авторегрессионного процесса спроса введем матрицу

$$\mathbf{H} = E\{(z_t - Ez_t)(z_{t+1} - Ez_{t+1})^T\}.$$

Полагая $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{K}^{-1}$, $\mathbf{B} = [\mathbf{K} - \mathbf{H}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{H}^T]^{-1/2}$ и $Ez_t = \mathbf{m}_t$, можно записать модель формирования спроса в виде $z_{t+1} = \mathbf{A}z_t + \mathbf{m}_t - \mathbf{A}\mathbf{m}_t + \mathbf{B}\xi_t$, а уравнение наблюдений представимо как $\varsigma_t = z_t + \eta_t$, где ξ_t и η_t — стационарные белые шумы.

Принимая во внимание гипотезу разделимости, можно записать оптимальный размер заказа (по страховым запасам) в виде $\mathbf{u}_t = (\mathbf{s}_t - \mathbf{x}_{t-1} + \hat{\mathbf{z}}_t)^+$, где $\hat{\mathbf{z}}_t$ — калмановская оптимальная оценка вектора спроса: $\hat{\mathbf{z}}_0 = \mathbf{m}_0$, $\hat{\mathbf{z}}_{t+1} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}_t + \mathbf{m}_{t+1} - \mathbf{A}\mathbf{m}_{t+1} + \Gamma_t(\varsigma_t - \hat{\mathbf{z}}_t)$, $\Gamma_t = \mathbf{A}\mathbf{D}_t(\mathbf{F} + \mathbf{D}_t)^{-1}$, $\mathbf{D}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{D}_t\mathbf{A}^T - \mathbf{A}\mathbf{D}_t(\mathbf{G} + \mathbf{D}_t)^{-1}\mathbf{D}_t\mathbf{A}^T + \mathbf{J}$, $\mathbf{J} = E\xi\xi^T$ и $\mathbf{G} = E\eta\eta^T$.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ КАЛМАНОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СПРОСА

Пусть, как и в п. 1.2, процесс формирования спроса описывается уравнением авторегрессии первого порядка

$$z_{t+1} = \alpha_t z_t + \beta_t + \xi_t$$

а наблюдаемыми являются величины

$$\varsigma_t = z_t + \eta_t$$

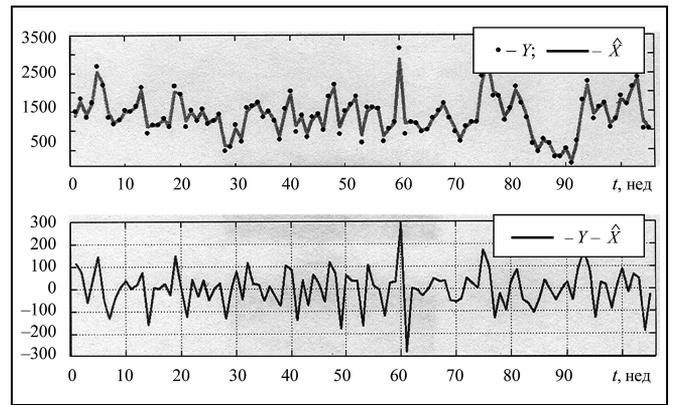


Рис. 1. Результаты работы фильтра Калмана: исходные данные (точки), данные на выходе фильтра (сплошная линия) и разность между ними; $Q = 50$, $R = 10$

На случайные процессы ξ_t и η_t наложены следующие ограничения: $|\xi_t| \leq \beta_t$, $E(\xi_t) = E(\eta_t) = 0$, $E(\xi_t \xi_s) = Q\delta_{ts}$, $E(\eta_t \eta_s) = R\delta_{ts}$, где δ_{ts} — символ Кронекера.

Алгоритм прогнозирования имеет следующий вид:

$$\hat{z}_{t+1} = \alpha_t \hat{z}_t + \beta_t + \Gamma_t(\varsigma_t - \hat{z}_t), \quad \hat{z}_0 = 0;$$

$$\Gamma_t = \frac{D_t^2}{D_t^2 + R}; \quad (8)$$

$$D_{t+1}^2 = D_t^2 + R - \frac{\alpha_t^2 D_t^2}{D_t^2 + R}; \quad D_0^2 = 0.$$

Выбор коэффициента усиления Γ_t , задаваемый уравнением (8), предложен в работе [6].

2.1. Результаты моделирования³

На рис. 1 и 2 представлены примеры результатов моделирования работы фильтра Калмана для конкретных значений дисперсий шумов состояния ξ_t и η_t и наблюдения ξ_t и η_t (Q и R соответственно).

В целом моделирование показало, что для случая, когда $Q/R > 1$, фильтр Калмана хорошо отслеживает траекторию и сохраняет достаточно высокие частоты. В случае же, когда $Q/R < 1$, фильтр оставляет лишь низкие частоты, следя за

³ Моделирование выполнено А.С. Коноваловым. См. работу [8].

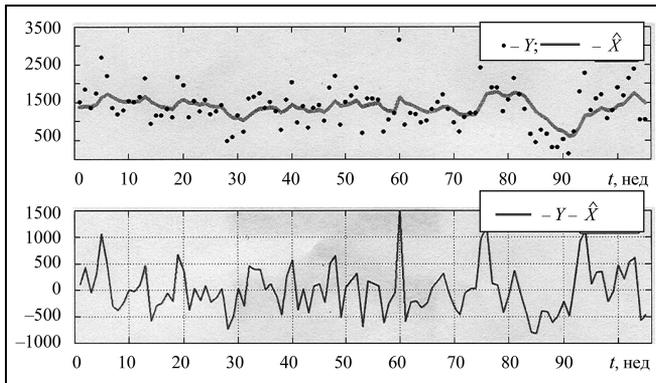


Рис. 2. Результаты работы фильтра Калмана: исходные данные (точки), данные на выходе фильтра (сплошная линия) и разность между ними; $Q = 10$, $R = 200$

общей динамикой (трендом) процесса формирования спроса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен общий подход к решению задач управления многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Предложена многоэтапная процедура решения задачи, суть которой заключается в том, что на первых этапах выделяются тренды, включающие в себя и сезонные компоненты спроса, а затем на основе выделенных трендов решается детерминированная многономенклатурная задача управления запасами. На последующих этапах исследуется проблема формирования дополнительных заказов на пополнение запасов с целью компенсации случайных отклонений спроса от выделенных трендов.

Выбраны модели и построены алгоритмы (адаптивные и фильтра Калмана) формирования корректирующих поправок для управления запаса-

сами (страховыми запасами) при учете случайных флуктуаций спроса, базирующиеся на известных и вновь разработанных методах управления запасами с использованием вероятностных моделей.

Приведены результаты моделирования алгоритмов калмановской фильтрации как средства прогнозирования и управления состоянием складских запасов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мандель А.С. Управление многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Ч. I. Нормативная модель // Проблемы управления. — 2011. — № 6. — С. 47–51.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. — М.: Мир, 1974. — 288 с.
3. Хедли Д., Уайтин Т. Анализ систем управления запасами. — М.: Наука, 1969. — 512 с.
4. Мандель А.С., Семенов Д.А. Адаптивные алгоритмы оценки параметров оптимальных стратегий управления запасами при ограниченном дефиците // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 6. — С. 117–128.
5. Belyakov A.G., Mandel A.S., Semenov D.A. Expert-Statistical Processing of Data and the Method of Analogs in Solution of Applied Problems in Control Theory // Preprints of the 17th World Congress. July 6–11, 2008, Seoul, Korea. — P. 3180–3185.
6. Лотоцкий В.А., Мандель А.С. Модели и методы управления запасами. — М.: Наука, 1991. — 190 с.
7. Первозванский А.А. Математические методы в управлении производством. — М.: Наука, 1975. — 616 с.
8. Коновалов А.С., Мандель А.С. Применение фильтра Калмана для прогнозирования спроса при решении задач управления запасами // Теория активных систем. Труды международного науч.-практ. конф., 17–19 ноября 2009 г., Москва / ИПУ РАН — М.; 2009. — Т. 1. — С. 259–263.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Дорофеевом.

Мандель Александр Соломонович — д-р техн. наук, зав. лабораторией, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-88-41, ✉ manfoon@ipu.ru.

Новая книга

Клочков В.В. **Управленческие аспекты развития экономической науки.** — М.: ИПУ РАН, 2011. — 278 с.

Экономическая наука рассмотрена как элемент системы управления экономикой — и как объект, и как субъект управления. Обсуждены проблемы управления развитием экономической науки, феномен ее политизации, проблемы повышения эффективности управления социально-экономическими системами на основе результатов экономических исследований. Теоретические модели проиллюстрированы примерами.

Для широкого круга экономистов (научных и практических работников, преподавателей, студентов, аспирантов и докторантов) и представителей иных областей науки.

Электронную версию см. по адресу: http://www.mtas.ru/search/search_results.php?publication_id=18689

МНОГОЦИКЛОВОЕ ПОДВИЖНОЕ УПРАВЛЯЮЩЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ В РЕШЕНИИ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ НАГРЕВА ТЕЛ

В.И. Финягина

Дано математическое описание внешнего подвижного управляющего воздействия. Приведены примеры расчета различных траекторий его движения на плоскости. Показано, что при многоцикловом управляющем воздействии обеспечивается переход к квазистатическому уравнению теплопроводности, т. е. к расчету усредненного распределения температуры на поверхности объекта.

Ключевые слова: система, распределенные параметры, многоцикловое подвижное управляющее воздействие, траектория, концентрированный источник воздействия, поверхность.

ВВЕДЕНИЕ

В задачах управления системами с распределенными параметрами и подвижным управляющим воздействием рассматриваются объекты, состояние которых описывается двумерным уравнением теплопроводности с концентрированным источником тепла, который перемещается вдоль некоторой траектории на граничной поверхности обрабатываемого изделия [1, 2]. Эффективные размеры источника воздействия значительно меньше размеров объекта управления, а закон движения источника — периодический или близкий к периодическому. С помощью таких источников при высокой скорости их движения можно создать аналог управляющего пространственно распределенного воздействия на объект. Подобные воздействия требуются во многих процессах и устройствах для компенсации краевых эффектов, для обеспечения заданного пространственного распределения механических, физико-химических и других свойств объекта, для компенсации локальных возмущений [3]. Физически источники — это электронные, ионные или лазерные лучи, создаваемые управляемыми «пушками». Процессы, как правило, происходят в вакууме, в соответствующих установках.

Пробегание концентрированным источником всей фиксированной траектории с заданным зако-

ном движения составляет один цикл подвижного воздействия, многократное повторение которого будем называть многоцикловым подвижным управляющим воздействием. Рассмотрению особенностей такого управляющего воздействия в двумерных задачах нагрева тел и посвящена настоящая статья.

1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА

Пусть требуется получить заданное распределение температуры (температурное поле) на фиксированной двумерной открытой плоской области D с границей $\Gamma = \partial D$ на поверхности некоторого изделия путем подачи на область D определенного количества тепла (заданной интенсивности), доставляемого посредством подвижных управляемых источников. Сначала рассмотрим один подвижный источник, хотя существуют установки с несколькими подвижными источниками, как правило, их не более двух или трех.

Введем некоторую подходящую систему координат, например, декартову прямоугольную и прямолинейную (рис. 1). Область D часто имеет вид прямоугольника, квадрата или круга. Для определенности будем считать область D прямоугольной (рис. 2).

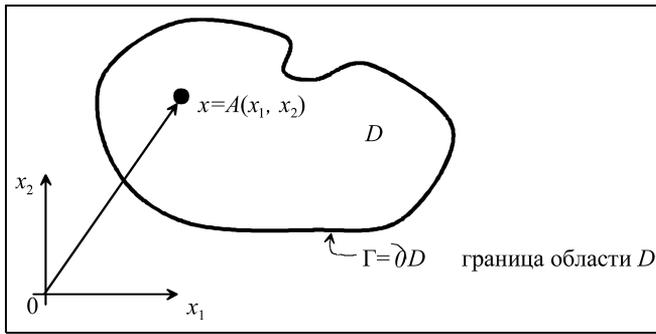


Рис. 1. Двумерная открытая плоская область поверхности

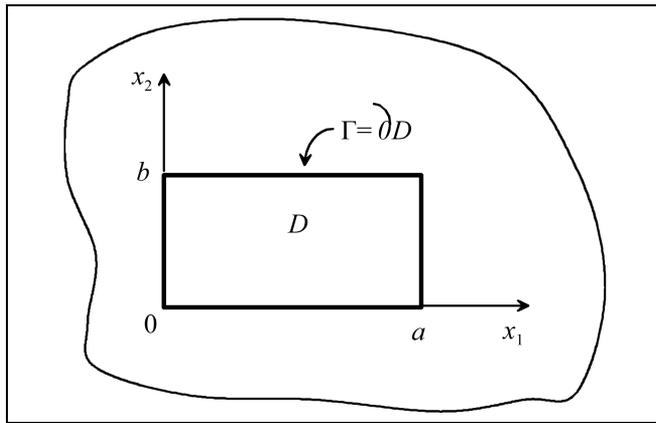


Рис. 2. Двумерная ограниченная плоская область поверхности

Распределение температуры в области D будем описывать функцией $Q = Q(x_1, x_2, t)$, $(x_1, x_2) \in D$, t — время. В области D она удовлетворяет нестационарному уравнению теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial Q}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x_2^2} \right) - \varphi(Q) + f(x_1, x_2, t),$$

$$x = (x_1, x_2) \in D. \quad (1.1)$$

Здесь c , ρ , λ и α — теплотехнические параметры материала изделия, соответственно теплоемкость, плотность, теплопроводность и коэффициент теплообмена поверхности и внешней среды, зависящие в общем случае от координат точки x и температуры Q , а $f(x_1, x_2, t)$ — внешнее управляющее воздействие, которое подробно опишем далее. Функция $\varphi(Q)$ характеризует отток тепла (теплоотвод) со всей области D во внешнюю среду по закону Стефана—Больцмана $\varphi[Q] = \varepsilon\sigma[Q^4 - Q_0^4]$, где ε — относительная излучательная способность (степень черноты) поверхности, σ — постоянная

Стефана—Больцмана, Q_0 — температура окружающей среды.

Уравнение (1.1) для однозначности его решения дополняется граничными и начальными условиями, соответствующими условиям процесса в установке. Например, начальное условие при $t = 0$ имеет вид:

$$Q(x_1, x_2, 0) = Q_0(x_1, x_2) = Q_0 = \text{const},$$

а граничное условие в точках границы Γ области D выглядит, например, так:

$$\left[\alpha Q + \lambda \frac{\partial Q}{\partial n} \right]_{x \in \Gamma} = \alpha Q_\Gamma, \quad \Gamma = \partial D,$$

$\frac{\partial Q}{\partial n}$ — производная по направлению внешней нормали к границе Γ области D .

2. ВНЕШНЕЕ ПОДВИЖНОЕ УПРАВЛЯЮЩЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

В общем виде функцию $f(x_1, x_2, t)$, представляющую внешнее подвижное управляющее воздействие, можно записать следующим образом:

$$f(x_1, x_2, t) = u(t)\psi[x_1 - x_{1\text{и}}(t), x_2 - x_{2\text{и}}(t), p],$$

$$(x_1, x_2) \in D, t \geq t_0.$$

Здесь $u(t)$ — интенсивность источника, измеряемая в единицах мощности, $x_{\text{и}}(t) = [x_{1\text{и}}(t), x_{2\text{и}}(t)]$ — положение подвижного центра источника в каждый момент времени, $\psi[x_1 - x_{1\text{и}}(t), x_2 - x_{2\text{и}}(t), p]$ — безразмерная функция формы, характеризующая закон распределения интенсивности источника в области $D \subset R^2$, p — некоторый, вообще говоря, векторный параметр.

Воздействие образуется в результате суммирования большого числа элементарных воздействий, например, в результате воздействия множества электронов в электронном пучке или фотонов в оптическом луче, претерпевающих некоторое рассеяние. Примем, что имеет место закон нормального (гауссова) распределения интенсивности источника воздействия по плоскости R^2 :

$$\Psi(x_1 - x_{1\text{и}}(t), x_2 - x_{2\text{и}}(t), p_1, p_2) =$$

$$= \frac{1}{p_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_{1\text{и}})^2}{2p_1^2}\right] \frac{1}{p_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x_2 - x_{2\text{и}})^2}{2p_2^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi p_1 p_2} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x_1 - x_{1\text{и}})^2 + (x_2 - x_{2\text{и}})^2}{p_1^2 p_2^2}\right].$$



Здесь параметры p_1 и p_2 играют роль средне-квадратических отклонений по соответствующим осям x_1 и x_2 . В частности, если $p_1 = p_2 = p$, то закон двумерного симметричного нормального распределения принимает вид:

$$\Psi[x_1 - x_{1ц}(t), x_2 - x_{2ц}(t), p] = \frac{1}{2\pi p^2} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_{1ц})^2 + (x_2 - x_{2ц})^2}{2p^2}\right],$$

где $x_{1ц} = x_{1ц}(t)$ и $x_{2ц} = x_{2ц}(t)$ — координаты центра распределения интенсивности подвижного источника. Подвижная точка $M = M(x_{1ц}(t), x_{2ц}(t)) = M(t) \in D$ — это центр нормального симметричного распределения интенсивности подвижного источника.

Но гауссово распределение не является финитным. По известному «правилу трех σ » для гауссовского распределения, 99 % излучения подвижного источника тепла будет лежать в круге радиуса $R = 3p$ с центром в точке M . Этот круг назовем «пятном воздействия», а точку M — центром пятна воздействия (ЦПВ).

При перемещении центра источника пятно воздействия, жестко с ним связанное, также перемещается по области D (рис. 3).

Область G назовем областью допустимых положений точки M внутри области D . Граница ∂G области G определяется как внутренняя эквидистанта по отношению к границе ∂D области D , причем расстояние между границами ∂G и ∂D должно быть не меньше радиуса пятна воздействия (рис. 4).

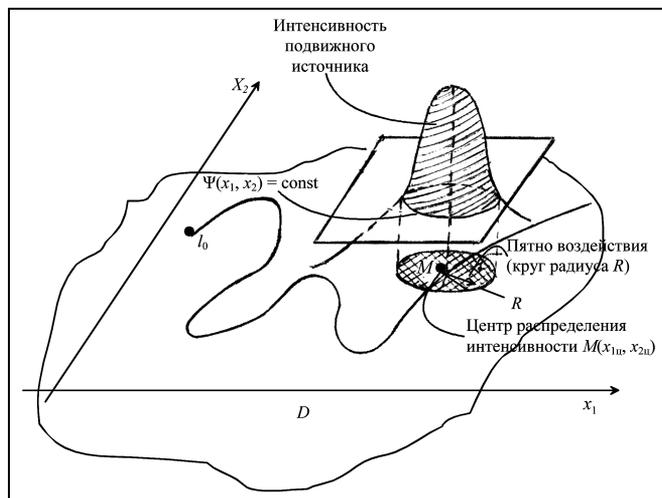


Рис. 3. График нормального симметричного распределения интенсивности источника воздействия на плоскости в фиксированный момент времени

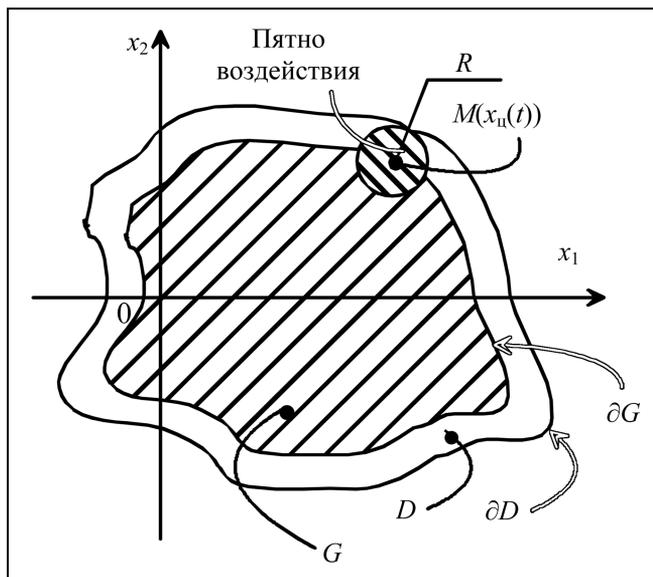


Рис. 4. Область G допустимых положений центра M распределения интенсивности подвижного источника

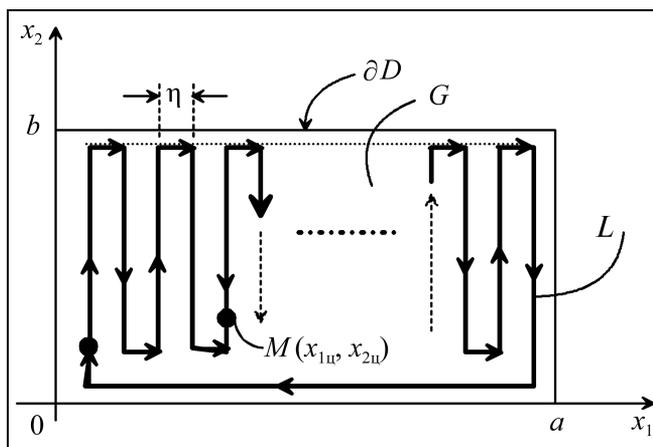


Рис. 5. Пример выбора областей D и G и траектории L движения ЦПВ источника — точки M

В дальнейшем будем считать, что ЦПВ $M(x_{ц}(t))$, $x_{ц}(t) = (x_{1ц}(t), x_{2ц}(t))$ при своем перемещении принадлежит области G .

В качестве примера конкретной области D выберем прямоугольник со сторонами a и b (рис. 5).

Траектория L представляет собой замкнутую кусочно-линейную ломаную несамопересекающуюся линию, достаточно плотно заполняющую область G так, что расстояние любой точки $x \in G$ до траектории L не превышает малой величины $\eta > 0$, причем $\eta \leq 2R$. Область G допустимых положений ЦПВ M источника ограничена пунктиром.

3. ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Пусть ЦПВ источника перемещается вдоль фиксированной траектории L , которая лежит в области $G \subset D$ на плоскости, и точки l_0 и l_1 — концы этой траектории. Если эти точки совпадают, то траектория замкнутая. Зададим траекторию L параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned} x &= X(s), \quad 0 \leq s \leq S, \quad x = (x_1, x_2) \in G, \\ X &= (X_1, X_2), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где s — переменная длина кривой, отсчитываемая от точки l_0 вдоль кривой L . Положение ЦПВ источника на траектории L будем задавать координатой $s(t)$, $t_0 \leq t \leq t_0 + T$, $s(t_0) = 0$, $s(t_0 + T) = S$; T — время движения ЦПВ источника от точки l_0 до точки l_1 , S — длина всей траектории. Очевидно,

$$s(t) = \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T, \quad (3.2)$$

где $v(t)$ — скорость движения ЦПВ источника вдоль траектории.

Из уравнений (3.1) и (3.2) можно вычислить координаты положения ЦПВ источника в каждый момент времени t :

$$x_i = X_i \left[\int_{t_0}^t v(\tau) d\tau \right], \quad i = 1, 2, \quad x \in G, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T.$$

Далее, нам будет удобнее задавать траекторию натуральными уравнениями, т. е. зависимостью, которая связывает кривизну χ с длиной s дуги траектории, отсчитываемой от ее начальной точки l_0 . Преимущество такого описания заключается, прежде всего, в том, что натуральное уравнение траектории инвариантно к выбору системы координат. Это позволит, например, раз и навсегда в стандартном виде записать уравнения «типовых» траекторий (окружность, спираль, ломаная и др.) и в дальнейшем пользоваться ими в любой системе координат.

Натуральное уравнение линии (траектории) L на плоскости задается следующей функциональной зависимостью [4]:

$$\chi = \chi(s), \quad 0 \leq s(t) \leq S, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T, \quad (3.3)$$

где χ — кривизна линии L , переменная $s(t)$ — длина линии, отсчитываемая от фиксированной на-

чальной точки l_0 траектории L до точки $M(t)$. В свою очередь, кривизна определяется выражением

$$\chi = \frac{d\beta(s)}{ds}, \quad (3.4)$$

где $\beta(s)$ — угол наклона касательной к определенной фиксированной оси [5]. Из определения кривизны (3.4) имеем

$$\beta(s) = \beta_0 + \int_0^s \chi(\lambda) d\lambda, \quad 0 \leq s \leq S. \quad (3.5)$$

Для того чтобы зафиксировать кривую, заданную натуральным уравнением (3.3), достаточно, например, выбрать начальную точку $l_0(x_{10}, x_{20})$ этой линии и начальный угол наклона β_0 касательной к этой линии в начальной точке l_0 [6].

Положив $\beta_0 = 0$, из выражений (3.3)—(3.5) получим

$$x_1(t) = x_{10} + \int_{t_0}^t v(t) \cos \beta(t) dt,$$

$$x_2(t) = x_{20} + \int_{t_0}^t v(t) \sin \beta(t) dt, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T. \quad (3.6)$$

Заметим, что здесь $\beta(t)$ — угол наклона касательной к оси $\{x_2 = 0\}$.

В частности, при движении вдоль прямой, параллельной оси x_1 ($\beta_0 = 0$, $\chi = 0$), уравнения (3.6) принимают вид

$$x_1(t) = x_{10} + \int_{t_0}^t v(t) dt,$$

$$x_2(t) = x_{20}, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T.$$

Для движения ЦПВ источника вдоль окружности (радиуса R с центром в начале координат) из начальной точки $x_{10} = 0$, $x_{20} = -R$ (движение против часовой стрелки) получим

$$x_1(t) = R \sin \left\{ \frac{1}{R} \left[\int_{t_0}^t v(t) dt \right] \right\},$$

$$x_2(t) = -R \cos \left\{ \frac{1}{R} \left[\int_{t_0}^t v(t) dt \right] \right\}, \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T.$$

Рассмотрим траекторию, состоящую из сопрягающихся дуг окружностей с кривизной $\chi(s)$, рис. 6, а. Будем аппроксимировать кривизну $\chi(s)$ кусочно-

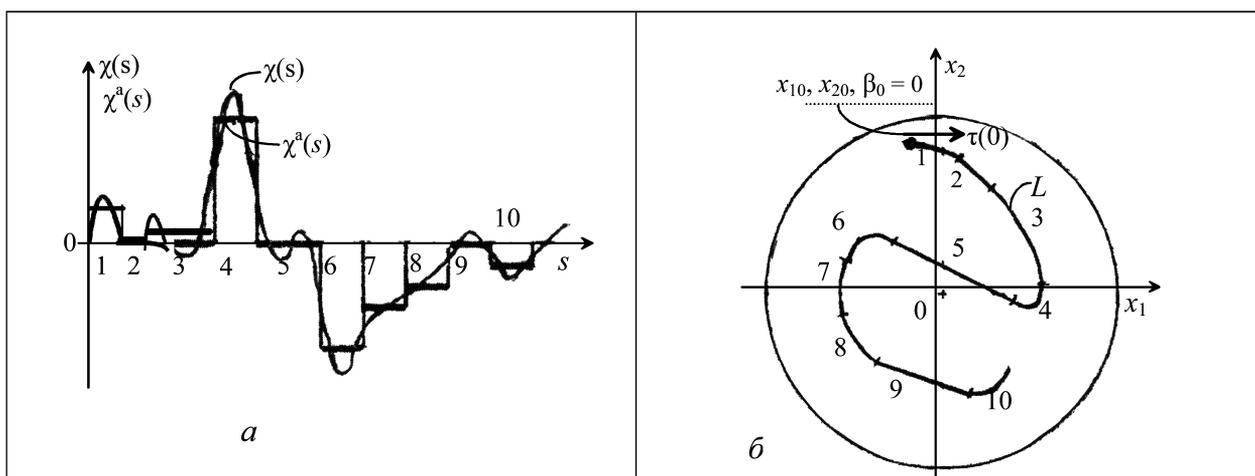


Рис. 6. Пример аппроксимации кривизны траектории: а — кусочно-постоянной функцией $\chi^a(s)$; б — результирующая кривая

постоянной функцией $\chi^a(s)$. Это соответствует разбиению линии L на N участков, каждый из которых аппроксимируется определенной конечной дугой окружности радиуса $R_i = 1/\chi_i^a$, или отрезком прямой, если кривизна достаточно мала (близка к нулю), рис. 6, б.

Для примера рассмотрим систему, в которой обеспечивается перемещение ЦПВ источника вдоль произвольно заданной траектории с заданным распределением скоростей движения вдоль этой траектории. Необходимость в таком режиме может возникнуть, например, при реализации процесса переплава с использованием промежуточной емкости с металлом, расплавляемым электронным лучом. Промежуточная емкость со сливным носком может быть цилиндрической, прямоугольной, или квадратной (в плане) формы. Траекторию движения ЦПВ источника (электронного луча) выберем в соответствии с этой формой.

При аппроксимации этой траектории отрезками прямых ($\chi = 0$) и сопряженных с ними дугами окружностей ($\chi = \text{const} \neq 0$) вся замкнутая траектория общей длины S разбивается на N участков длиной Δs_i , $i = 1, \dots, N$, на каждом из которых значения скорости v_i и кривизны χ_i остаются постоянными.

Далее в соответствии с выражением (3.2) строим (вычисляем) зависимость пройденного пути от времени в виде кусочно-линейной функции $s(t)$, определяющей отрезки времени Δt_i , за которые центр источника проходит i -й участок с соответствующей этому участку скоростью передвижения (рис. 7).

Тангенс угла наклона i -го отрезка равен скорости движения ЦПВ источника на этом отрезке ($\frac{\Delta s_i}{\Delta t_i} \equiv \frac{ds}{dt} = v_i$), а длина i -го отрезка s_i при $\chi \neq 0$ зависит от кривизны траектории и равна $s_i = \frac{1}{\chi_i} \cdot \varphi_i$, где φ_i — угол (в радианах) поворота вектора скорости ЦПВ источника на аппроксимационном отрезке дуги окружности, причем $\text{sign} \varphi_i = \text{sign} \chi_i$.

На рис. 8 представлены рассчитанные таким способом траектории движения ЦПВ источника и законы движения его вдоль этих траекторий для промежуточных емкостей различной формы. В табл. 1 для примера приведен массив данных, необходимый для расчета траектории, изображен-

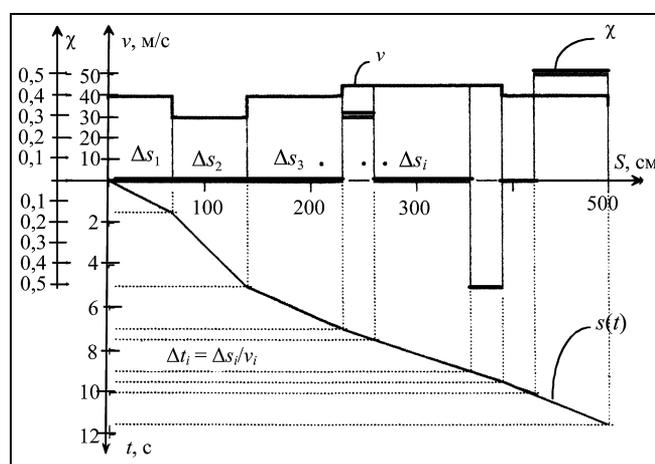


Рис. 7. Графическое отображение вычисления времени Δt_i прохождения ЦПВ источника i -го отрезка траектории

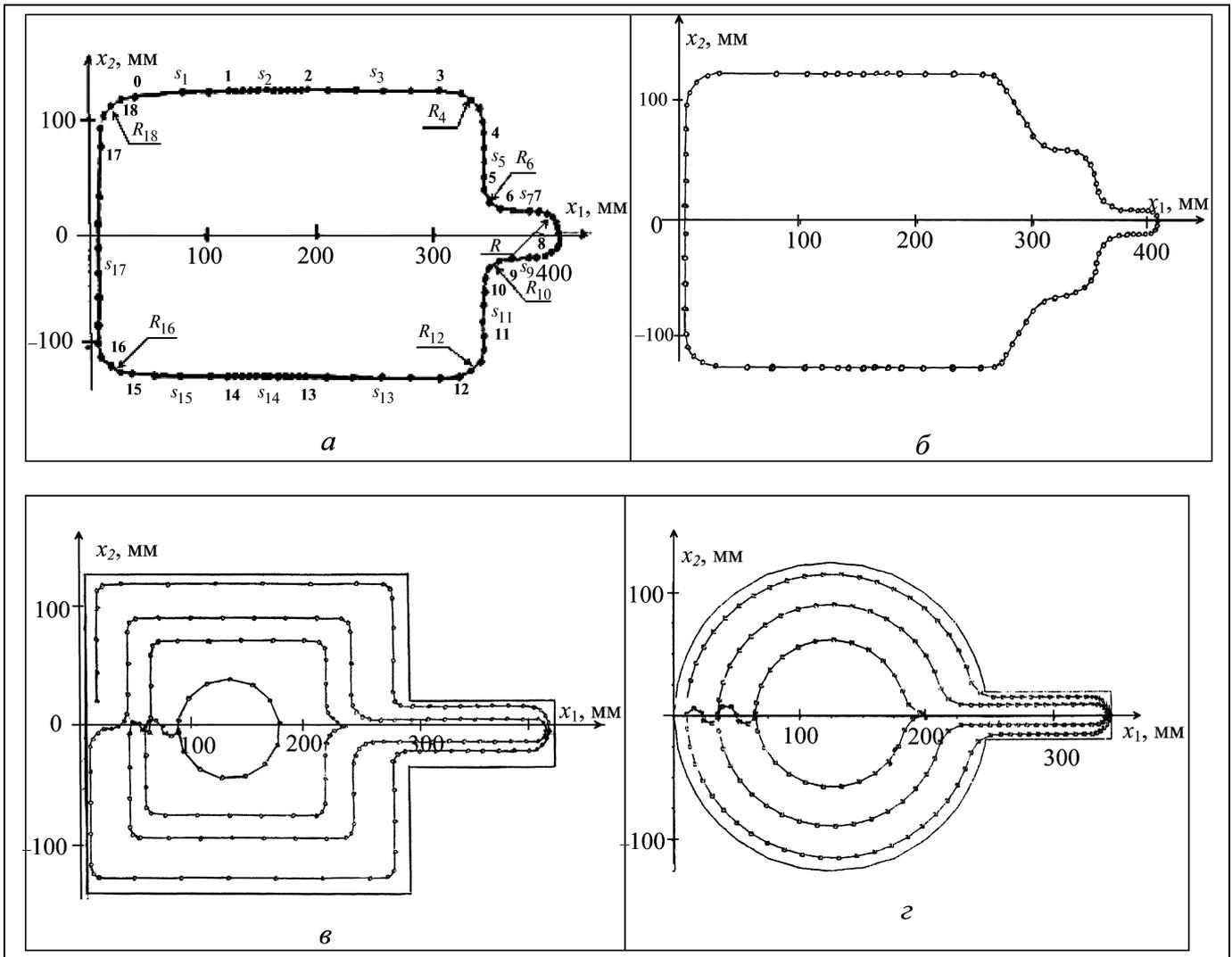


Рис. 8. Примеры рассчитанных траекторий для промежуточных емкостей различной формы

ной на рис. 8, а. На рисунках точками отмечено положение ЦПВ источника через равные промежутки времени, т. е. скорость его движения вдоль траектории отображается сгущением (уменьшение скорости) или разрежением (увеличение скорости движения) точек, соответствующих положению ЦПВ источника.

Представляет интерес оценка относительных погрешностей вычислений координат точек траектории x_1 и x_2 в зависимости от формы траектории и абсолютных значений скоростей:

$$\delta_{x_1} = \frac{\max \Delta x_1}{\max x_1}, \quad \delta_{x_2} = \frac{\max \Delta x_2}{\max x_2}, \quad (3.7)$$

где $\max \Delta x_1$ и $\max \Delta x_2$ — максимальные абсолютные погрешности вычисления координат x_1 и x_2 , $\max \Delta x_1$

и $\max \Delta x_2$ — максимальные размеры (габариты) траектории по осям x_1 и x_2 .

В табл. 2 приведены результаты расчетов для траекторий, представленных на рис. 8, а, б. Были исследованы по два закона движения для каждой из приведенных траекторий. Диапазон скоростей для первой (а) траектории 30–45 м/с (I вариант) и 10–90 м/с (II вариант), для второй (б) траектории 30–45 м/с (I вариант) и 20–90 м/с (II вариант).

Можно сделать следующие выводы:

— на прямолинейных участках траектории увеличение скорости не влияет на относительные погрешности (3.7);

— на криволинейных участках с малой кривизной траектории ошибки (3.7) накапливаются только при довольно больших значениях скоростей;



Таблица 1

Исходные данные для расчета траектории

i	v_i	R_i	$\chi_i = \text{sign}\varphi_i/R_i$	φ_i	Δs_i
1	40	∞	0	0	80
2	30	∞	0	0	80
3	40	∞	0	0	110
4	45	30	1/30	$\pi/2$	R_{φ_4}
5	45	∞	0	0	55
6	45	20	-1/20	$-\pi/2$	R_{φ_6}
7	40	∞	0	0	30
8	40	20	1/20	π	R_{φ_8}
9	40	∞	0	0	30
10	45	20	-1/20	$-\pi/2$	$R_{\varphi_{10}}$
11	45	∞	0	0	55
12	45	30	1/20	$\pi/2$	$R_{\varphi_{12}}$
13	40	∞	0	0	110
14	30	∞	0	0	80
15	40	∞	0	0	80
16	45	30	1/30	$\pi/2$	$R_{\varphi_{16}}$
17	45	∞	0	0	190
18	45	30	1/30	$\pi/2$	$R_{\varphi_{18}}$

Таблица 2

Погрешности вычисления координат x_1 и x_2

Траектория	I вариант скоростей		II вариант скоростей	
	$\delta_{x_1}, \%$	$\delta_{x_2}, \%$	$\delta_{x_1}, \%$	$\delta_{x_2}, \%$
I траектория (рис. 7, а) Шаг $DT = 0,3$ с Шаг $DT = 0,06$ с	0,54 0,112	0,604 0,012	3,11 0,21	2,38 0,09
II траектория (рис. 7, б) Шаг $DT = 0,06$ с	0,23	0,15	0,497	0,604

— на криволинейных участках с большой кривизной траектории (например, пилообразной) ошибки резко возрастают даже при малых скоростях.

Точность выбранного способа формирования управляющих сигналов обуславливается диапазоном изменения скорости и кривизны траектории движения источника, точностью используемого метода интегрирования, размером шага по времени DT .

Избежать увеличения относительных погрешностей для пилообразных траекторий можно, заменив криволинейные участки, где кривизна очень велика, ломаными линиями.

4. МНОГОЦИКЛОВОЕ ПОДВИЖНОЕ УПРАВЛЯЮЩЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

Для определенности рассмотрим случай, когда траектория источника L выбрана, как показано на рис. 5, для прямоугольной области $G \subset D$. Здесь L — замкнутая траектория встречи луча с пластиной, описываемая подвижной точкой M .

Если точка M один раз обегает всю замкнутую траекторию L с постоянной скоростью $v = \text{const}$ при постоянной интенсивности (мощности) источника тепла $u(t) = \text{const}$, возвращаясь в исходную точку, получаем один цикл нагрева поверхности G . Будем повторять этот цикл многократно достаточно большое число раз. Этот режим многократного повторения данного цикла назовем *многоцикловым подвижным воздействием* или *многоцикловым подвижным управлением* лучевым источником тепла.

Рассмотрим его подробнее.

Пусть периодическое движение источника происходит по некоторой замкнутой траектории L (рис. 5) с постоянной (достаточно высокой) скоростью с периодом цикла T (достаточно малым), и это движение повторяется многократно, т. е. имеем многоцикловый режим. Рассмотрим произвольную фиксированную точку M с координатами (x_{M1}, x_{M2}) на замкнутой траектории L . График температуры Q_M в этой точке в зависимости от времени t изображен на рис. 9.

Если скорость движения источника достаточно велика (перед T достаточно мал), то ясно, что размах q_M колебаний температуры в точке M будет достаточно мал, и им можно пренебречь.

Таким образом, ясно, что по прошествии достаточно большого числа циклов $N \gg 1$ (т. е. при достаточно большом значении времени t) и достаточно высокой скорости движения источника v (по сравнению со скоростью распространения тепла в области G) в области G установится опре-

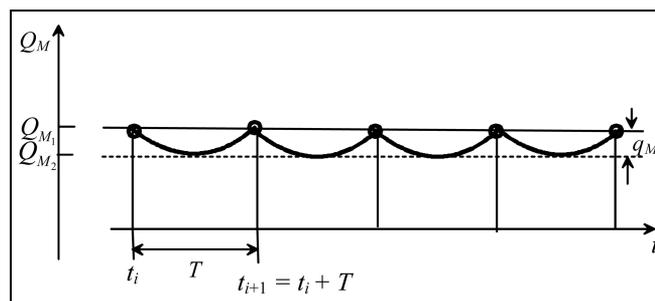


Рис. 9. График температуры в произвольной фиксированной точке траектории

деленное статическое распределение температуры $Q_{\text{стат}} = \bar{Q}(x_1, x_2) = \bar{Q}(x)$, $x = (x_1, x_2)$, не зависящее от времени t . Это распределение удовлетворяет квазистатическому уравнению теплопроводности:

$$-\lambda \left[\frac{\partial^2 \bar{Q}(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{Q}(x)}{\partial x_2^2} \right] + \varphi[\bar{Q}(x)] = f(x, t),$$
$$x = (x_1, x_2) \in D. \quad (4.1)$$

Поскольку левая часть не зависит от времени t , то процесс, описываемый этим уравнением, будет уже квазистатическим, а время t входит как внешний параметр в функцию $f(x, t)$. Эта функция $f(x, t)$ зависит от времени t только через изменение интенсивности источника $u(t)$. Поскольку в данном случае интенсивность источника принята нами постоянной $u(t) = \text{const}$, то уравнение (4.1) принимает вид

$$-\lambda \left[\frac{\partial^2 \bar{Q}(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{Q}(x)}{\partial x_2^2} \right] + \varphi[\bar{Q}(x)] = f(x),$$
$$x = (x_1, x_2) \in D. \quad (4.2)$$

Это уравнение описывает установившийся статический режим и позволяет рассчитать усредненное распределение температуры $\bar{Q}(x)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается подвижное управляющее воздействие в виде нормального симметричного распределения интенсивности подвижного источника воздействия на плоскости.

Для построения траектории движения ЦПВ источника предложен подход, при котором понятие собственно траектории движения ЦПВ M источника отделено от понятия закона его движения вдоль этой траектории. Разделение этих понятий позволяет независимо задавать траекторию L движения ЦПВ источника и закон его движения вдоль траектории L . Стандартные траектории L рассчитываются в терминах *натуральных уравнений*. Преимущество такого подхода в том, что уравнения траекторий L становятся *инвариантными* по отношению к выбору системы координат.

Приведены примеры расчета различных траекторий движения ЦПВ источника и анализ относительной погрешности вычисления координат точек этих траекторий.

Рассмотрено понятие *многоциклового режима подвижного управляющего воздействия*, при котором ЦПВ источника многократно обегает неизменную замкнутую траекторию. Закон движения ЦПВ источника при этом остается неизменным от цикла к циклу, период прохождения всей траектории T достаточно мал, а средняя скорость передвижения достаточно высока.

Показано, что уравнение для температурного поля объекта соответствует установившемуся (статическому) режиму. Другими словами, при многоцикловом режиме подвижного управляющего воздействия появляется возможность рассчитать усредненное температурное поле $\bar{Q}(x)$, $x = (x_1, x_2) \in D$ на поверхности объекта нагрева (см. формулу).

Автор выражает благодарность ведущему математику Н.С. Поликарповой за действенную помощь, оказанную при расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г., Пустыльников Л.М.. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1980. — 384 с.
2. Управление распределенными системами с подвижным воздействием: Сб. ст. / Под ред. А.Г. Бутковского. — М.: Наука, 1979. — 264 с.
3. Применение скользящих режимов для управления объектами с распределенными параметрами с подвижным многоцикловым воздействием / А.М. Брегер, А.Г. Бутковский, В.А. Кубышкин, В.И. Уткин // Автоматика и телемеханика. — 1980. - № 3. — С. 72—83.
4. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. Курс лекций. — М.-Л.: Гостехиздат, 1950. — 428 с.
5. Фиников С.П. Дифференциальная геометрия. — М.: МГУ, 1961. — 343 с.
6. Савелов А.А. Плоские кривые. — М.: Наука, 1977. — 479 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.Г. Бутковским.

Финягина Валерия Ивановна — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-76-90, ✉ fler@ipu.ru.



Поздравляет
члена редколлегии нашего журнала
доктора технических наук, профессора **Евгения Анатольевича МИКРИНА**
с избранием действительным членом Российской академии наук.
Желаем ему доброго здоровья и дальнейших творческих успехов!

*Редколлегия и редакция
журнала «Проблемы управления»*



АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА АРХИВНЫХ ДАННЫХ В СИСТЕМАХ ДИСПЕТЧЕРСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЦЕЛЯХ ПОСТРОЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЙ

Л.И. Григорьев, Н.Е. Елов, И.В. Абдуллин

Описаны алгоритм поиска шаблонов и методика его применения для построения информационных образов нештатных и аварийных ситуаций в архивах событий систем управления технологическим процессом. Отмечено, что получаемые данные предназначены для использования в системах поддержки принятия диспетчерских решений, а также аналитических системах, компьютерных тренажерных комплексах подготовки диспетчерского персонала.

Ключевые слова: нештатные и аварийные ситуации, автоматизированная система диспетчерского управления, ассоциативные правила, оперативное управление, система поддержки принятия диспетчерских решений, SCADA-система.

ВВЕДЕНИЕ

Активное применение в АСУТП и, в том числе, в автоматизированных системах диспетчерского управления (АСДУ) SCADA-систем привело к появлению больших объемов архивной информации, которая, как показывает опыт, практически не используется. Благодаря внедрению современных средств автоматики и вычислительной техники снизилось число отказов функционирования технологических процессов (ТП), но при этом цена каждой аварии, связанной с нарушением технологического режима, существенно возросла. В этих условиях актуально создание систем поддержки принятия диспетчерских решений в нештатных и аварийных ситуациях [1].

Предлагается на основе анализа архивных данных в SCADA-системах сформировать информационные образы нештатных и аварийных ситуаций. Это позволит с учетом опыта диспетчеров построить модели нештатных и аварийных ситуаций и реализовать их в виде тренировочных упражнений на компьютерном тренажере диспетчерского управления. После всестороннего анализа решения таких задач на тренажере и создания со-

ответствующих алгоритмов управления разработанные алгоритмы в форме правил базы знаний следует включить в систему поддержки принятия диспетчерских решений (СППДР) в режиме реального времени.

Отправной точкой для решения указанной проблемы служит алгоритмизация методов обработки архивных данных.

1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ СРЕДСТВА АНАЛИЗА АРХИВНОЙ ИНФОРМАЦИИ

При рассмотрении аварийной или нештатной ситуации можно выделить события, которые ее инициируют, а также события, непосредственно ей сопутствующие. В совокупности они составляют информационный образ ситуации, под которым понимается сценарий наступления и развития ситуаций, выходящих за рамки штатного функционирования ТП, и выраженный в определенной последовательности событий. Анализ архивной информации позволяет построить не только информационный образ нештатной или аварийной ситуации, но и спрогнозировать эти ситуации в реальном времени.

Ряд функций прогнозирования уже сейчас реализуется производителями комплексных систем автоматизации, однако основное распространение получили модули экономического планирования [2]. Предлагаемые средства анализа архивной информации («PI System/iFixiHistorian», «Siemens WinCC ConnectivityPack», «InTouch SPCPro») обеспечивают потребности в формировании разного рода отчетной документации по ТП и полезны инженерам-технологам. Однако перечисленные средства существенно ограничены в гибкости настройки и взаимодействия с внешними информационными системами, что затрудняет их успешное применение в решении задач интеллектуального анализа данных [3]. Существуют также разработки, позволяющие на основе SCADA-систем реализовать функции СППДР. Чаще всего основные усилия разработчиков направлены на интеграцию СППДР и SCADA, а вопросам поиска знаний и формирования базы правил на основе архивных данных не уделяется достаточного внимания [4].

В этих условиях целесообразно создание универсального программного средства, осуществляющего поиск информационных образов в архивных данных SCADA-систем. Актуальность решения поставленной задачи подчеркивается широким применением SCADA-систем на самых разнообразных объектах и, следовательно, наличием значительных массивов «сырых» архивных данных, содержащих информацию о возможных режимах и ситуациях.

2. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ С АРХИВАМИ SCADA-СИСТЕМ

Разработка алгоритмов обработки архивных данных SCADA-систем позволит создать необходимые информационные образы, а дальнейшее воспроизведение ситуаций (соответствующих найденным информационным образам) на комплексах моделирования технологических процессов или компьютерных тренажерах обеспечит диспетчерский персонал требуемыми знаниями для принятия решений в условиях, отличных от штатных.

В АСУТП существует надежный источник данных — архивы SCADA-систем, используемых в управлении. Основная проблема при использовании информации такого рода состоит в необходимости обработки достаточно больших массивов архивных данных в целях получения формализованных правил для применения в СППДР.

Исходные данные, находящиеся в архиве, должны быть преобразованы к форме, пригодной для применения алгоритма поиска информационных образов, и требуют выполнения ряда промежуточных этапов. Принимая во внимание большое раз-

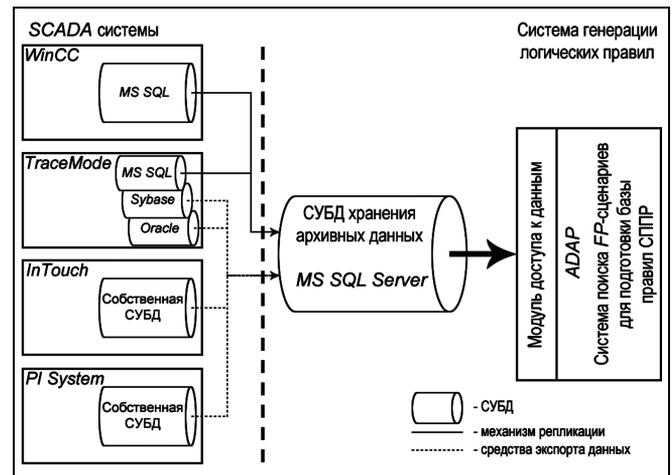


Рис. 1. Схема обмена информацией с АСУТП

нообразии SCADA-систем, логично предположить, что системы хранения данных также отличаются друг от друга. Использование для каждой системы хранения данных своего уникального модуля (с единым интерфейсом общения с модулем, реализующим алгоритм поиска информационных образов) позволяет унифицировать представление данных и обеспечить легкость масштабирования и адаптации системы к новым или изменившимся данным при расширении или модернизации системы управления. В связи с этим процедура обращения к архивной информации будет изменяться в различных системах без необходимости изменения логики работы основного алгоритма (рис. 1).

3. МЕХАНИЗМЫ ОБРАБОТКИ АРХИВНЫХ ДАННЫХ

Развитие нештатных или аварийных ситуаций представляет собой последовательность нескольких связанных друг с другом событий. В интеллектуальном анализе данных такого рода последовательности называются ассоциациями [3].

Для формирования ассоциативных правил на основе архивных данных необходимо обеспечить эффективный поиск информационных образов по всему объему истории событий. После ряда преобразований модель хранения данных в архивах систем управления становится пригодной для применения в алгоритмах поиска ассоциаций.

Далее представлена математическая формулировка ассоциативных правил, позволяющих находить закономерности между связанными событиями.

Пусть $I = \{i_1, i_2, i_3, \dots, i_n\}$ — набор элементов, а D — множество транзакций, где каждая транзак-



ция T — это набор элементов из I , $T \subseteq I$. Каждая транзакция представляет собой бинарный вектор, где $t[k] = 1$, если i_k элемент присутствует в транзакции, иначе $t[k] = 0$. Говорят, что транзакция T содержит X , некоторый набор элементов из I , если $X \subseteq T$. Ассоциативным правилом называется импликация $X \Rightarrow Y$, где $X \subseteq I$, $Y \subseteq I$ и $X \cap Y = \emptyset$.

В результате реализации алгоритма поиска ассоциативных правил сложно формализуемый архив технологических событий трансформируется в существенно более компактный вид, где весь список событий представляется в виде конечных наборов элементов, повторяющихся различное число раз в определенной последовательности. Такие наборы легко трансформируются в искомые правила, описывая историю развития различных технологических сценариев. На основе выработанных таким образом правил появляется возможность строить различные системы, работающие на основе правил в виде продукций и обеспечивающие мониторинг процесса в реальном времени в смысле приближения к тому или иному режиму функционирования системы, описанному в виде последовательности событий.

Организация хранения данных в архивах SCADA-систем плохо сочетается с применением алгоритмов анализа информации. Поэтому одна из главных задач на этапе получения данных из архива SCADA-системы состоит в преобразовании их к единому формату, содержащему, как минимум, идентификатор события и время его наступления.

4. ВЫБОР МЕТОДА ФОРМИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ОБРАЗОВ

Исследование различных методов поиска ассоциативных правил выявило преимущества алгоритма FPG (Frequent-Pattern Growth Strategy), что также подтверждается данными компании «BaseGroupLabs», известного производителя информационных систем бизнес-аналитики. Например, в сравнении с алгоритмом «Apriori» обеспечивается существенно более высокое быстродействие при увеличении объемов обрабатываемых данных [5].

Кроме того, для алгоритма FPG процедура преобразования модели данных SCADA в пригодный для анализа вид выглядит наиболее простой. Изначально методы поиска ассоциаций были направлены на работу с данными экономического характера, однако применение их в сфере анализа архивных данных технологических систем не встречает дополнительных трудностей, кроме необходимости первичной подготовки информации. Требования

секвенциального анализа, т. е. обеспечение не только поиска схожих по составу информационных портретов, но и проверки строгого соблюдения временной последовательности событий во всех шаблонах, вносят дополнительную сложность. Определенный интерес могут представлять и шаблоны, не удовлетворяющие требованиям к строгой последовательности событий, поэтому их поиск и фиксация также реализуются в рамках алгоритма анализа.

Для определения информационного множества событий в описании алгоритма генерации частых шаблонов вводится понятие транзакции. При рассмотрении модели данных архивов SCADA главной задачей становится определение критерия связи между последовательными событиями, поскольку основной интерес представляет изменение состояния объекта в аварийных и нештатных ситуациях. Предполагается, что в каждый момент времени может произойти весьма мало событий, и такой временной срез не отражает в полной мере схему развития аварии.

5. АЛГОРИТМ ПОИСКА ИНФОРМАЦИОННЫХ ОБРАЗОВ И ЕГО ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Программная реализация алгоритма анализа архивных данных состоит из этапов:

- 1) получения данных из архива SCADA-системы;
- 2) преобразования полученных данных в удобный для программного анализа формат;
- 3) выделения серий событий по временному признаку;
- 4) выделения частых шаблонов.

На первом этапе работает механизм получения информации из БД используемой SCADA-системы и сохранения этих данных в едином внутреннем формате для обеспечения простоты масштабирования и обновления системы. Обзор наиболее распространенных программных решений АСУТП показал, что для организации хранения архивных данных большинство производителей либо используют в качестве базовой СУБД, либо предлагают опционально «Microsoft SQL Server».

При выборе механизма доступа к данным технология ADO, как более современная и производительная, оказалась предпочтительнее по сравнению с технологией ODBC. Она обеспечивает поддержку большинства современных СУБД при необходимости интеграции с отличными от «Microsoft SQL Server» программными платформами (рис. 1).

На втором этапе архивы SCADA преобразуются к модели данных в системе анализа, с учетом выполнения двух противоречивых требований: сокращения требуемых вычислительных ресурсов и обеспечения максимальной производительности

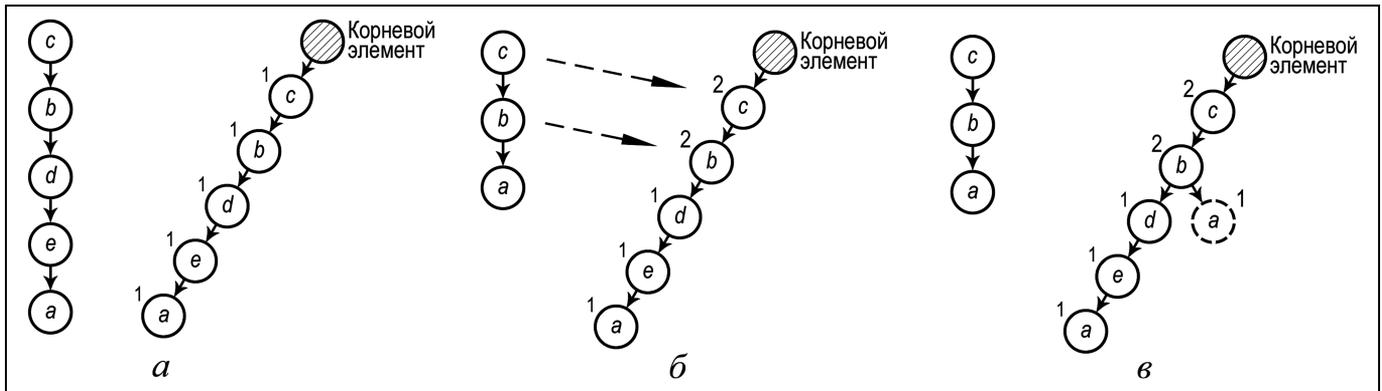


Рис. 2. Алгоритм FPG: построение дерева

вычислений. Оба этих ограничения связаны с тем, что архивные данные, накопленные за несколько лет, могут достигать больших объемов. Следовательно, необходимо обеспечить приемлемые системные требования по объему оперативной памяти и предоставить наиболее полный набор данных во избежание необходимости повторных подключений к серверу СУБД. Учитывая это и возможное многообразие форм представления событий в БД различных SCADA-систем, предлагается ограничиться рассмотрением идентификатора события, его статусом, а также временными характеристиками, такими как время наступления события (год/месяц/день часы:минуты:секунды) и уточняющего его параметра (в миллисекундах). Итак, для первичного анализа данных в качестве основных служат временные характеристики.

На третьем этапе работы алгоритма архив независимых дискретных событий преобразуется в серии, формируемые на основе критерия временной близости (временной коэффициент)

$$K_t = \frac{C}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \Delta t_i, \text{ где } \Delta t_i \text{ — разница меток времени}$$

событий i и $i+1$, N — общее число событий, C — определяемый экспериментально поправочный коэффициент. Использование вычисляемого временного коэффициента в качестве базового обеспечивает автоматическое выполнение процедуры разделения последовательности событий, а в ручном режиме изменением его значения достигается необходимая гибкость вычисления: $i_n \in T$, если $i_{n-1} \in T$ и $t_{i_n} - t_{i_{n-1}} \leq K_p$, где K_t — выбранный временной коэффициент.

Полученная в итоге преобразований структура хранения данных применяется в реализуемом на четвертом этапе алгоритме генерации информационных образов. По завершению поиска наборов FP (Frequent-Pattern — «часто встречающиеся

предметные наборы») возможна следующая итерация — определение для каждого из найденных FP-наборов набора-предшественника. Эта процедура на большем временном отрезке позволяет выделить долговременные причинно-следственные связи и служит для обеспечения заблаговременной классификации текущей ситуации при помощи СППДР.

Алгоритм FPG реализован в соответствии с его распространенным описанием [6–8] и учитывает специфику модели хранения технологических архивных данных.

Алгоритм состоит из двух основных процедур: формирования дерева частых предметных наборов и процедуры выбора наборов, удовлетворяющих заданным условиям из созданного дерева. При построении дерева действует следующее правило: «Если для очередного события в дереве встречается узел, идентификатор которого совпадает с идентификатором события в серии, то программа не создает нового узла, а увеличивает вес соответствующего узла в дереве на 1. В противном случае для этого события создается новый узел и ему присваивается вес 1». Для удобства предоставления и наглядности информации события представлены буквенными идентификаторами (рис. 2).

Как видно на рис. 2, а, для каждого события из серии «c–b–d–e–a» будет создан новый узел и, таким образом, первая ветвь дерева. Для событий c и b следующей серии c–b–a, новые узлы созданы не будут, но вес уже существующих соответствующих узлов увеличится на 1 (рис. 2, б). Для события a из той же серии будет создан новый узел, так как событие a не совпадает с последующим узлом d (рис. 2, в).

Итоговые наборы формируются от ветвей к корню дерева (рис. 3). Каждый частый предметный набор состоит из суффикса, префикса и подержки, причем префикс — это путь в дереве до

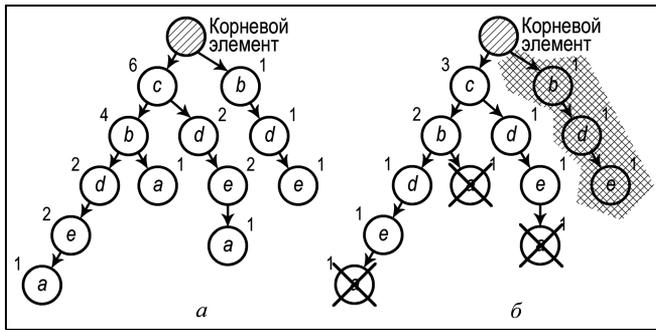


Рис. 3. Алгоритм FPG: извлечение наборов

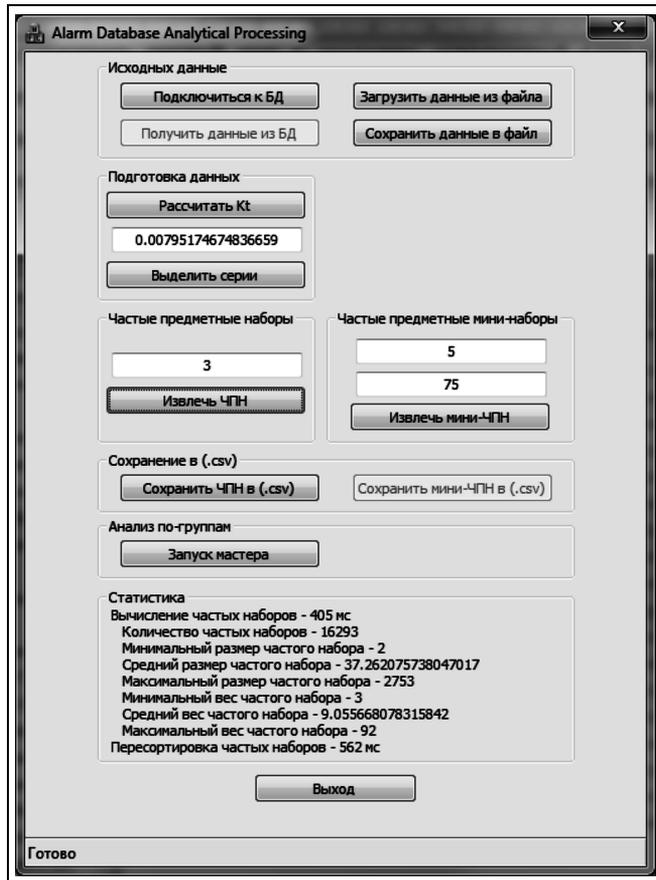


Рис. 4. Пользовательский интерфейс

элемента, суффикс — сам элемент, а поддержка — число аналогичных путей в дереве. Именно поддержка служит эффективным средством классификации отобранных наборов для описания штатных, нештатных и аварийных режимов. На рис. 3, а продемонстрировано сформированное и подготовленное к процедуре выборки дерево, указаны веса элементов; на рис. 3, б изображен поиск наборов для суффикса *a*, исключены ветви, не содержащие искомого суффикса.

Для управления процедурой анализа предусмотрена возможность задания ряда параметров, влияющих на точность, полноту и скорость работы алгоритма. Помимо временного коэффициента, этими параметрами являются минимальный вес для FP-набора, временной период и относительный вес для наборов, предшествующих найденным.

Текущая версия программного продукта представляет собой независимо функционирующую среду исполнения с собственным пользовательским интерфейсом (рис. 4) и предоставляет ряд диагностических и информационных сообщений, позволяющих оценить эффективность аналитического процесса и при необходимости корректировать входные параметры. Доступным пользователю результатом обработки является экспортированный с заданными параметрами в формате Excel перечень вычисленных FP-наборов, наборов, предшествующих FP-наборам, и всех определяемых в процессе анализа параметров.

6. ПЕРСПЕКТИВЫ КЛАССИФИКАЦИИ НАЙДЕННЫХ ШАБЛОНОВ И ОТЛАДКА ПРОГРАММНОГО ПРОДУКТА

Полученные данные хорошо приспособлены для оценки и визуализации средствами Excel. Для интеграции с СППДР предусмотрена возможность межпроцессного взаимодействия как в рамках локальной ЭВМ, так и посредством локальной вычислительной сети.

Для описания принципов работы с данными предлагается следующая двухуровневая модель. Пусть имеется набор данных уровня процесса, т. е. каждый информационный элемент описан по месту инициализации. Такое контекстное представление данных соответствует требованиям системы управления процессом и выполняет одновременно две функции: обеспечивает идентификацию данных в архиве и предоставляет пользователю систему адресации, характерную для информационного описания объекта управления. В случае использования архивных данных в аналитических алгоритмах, необходимость такого рода контекстной адресации отпадает, кроме того, излишняя информационная насыщенность усложняет сам процесс анализа и ведет к увеличению требований к объему оперативной памяти. Однако при интерпретации результатов необходимо предусмотреть возможность оперативного получения необходимой иерархической информации из БД. Уровень данных системы анализа можно охарактеризовать как абстрактный или контекстно-независимый (рис. 5).

В большинстве случаев в проектах АСДУ на основе SCADA-системы создается классификация

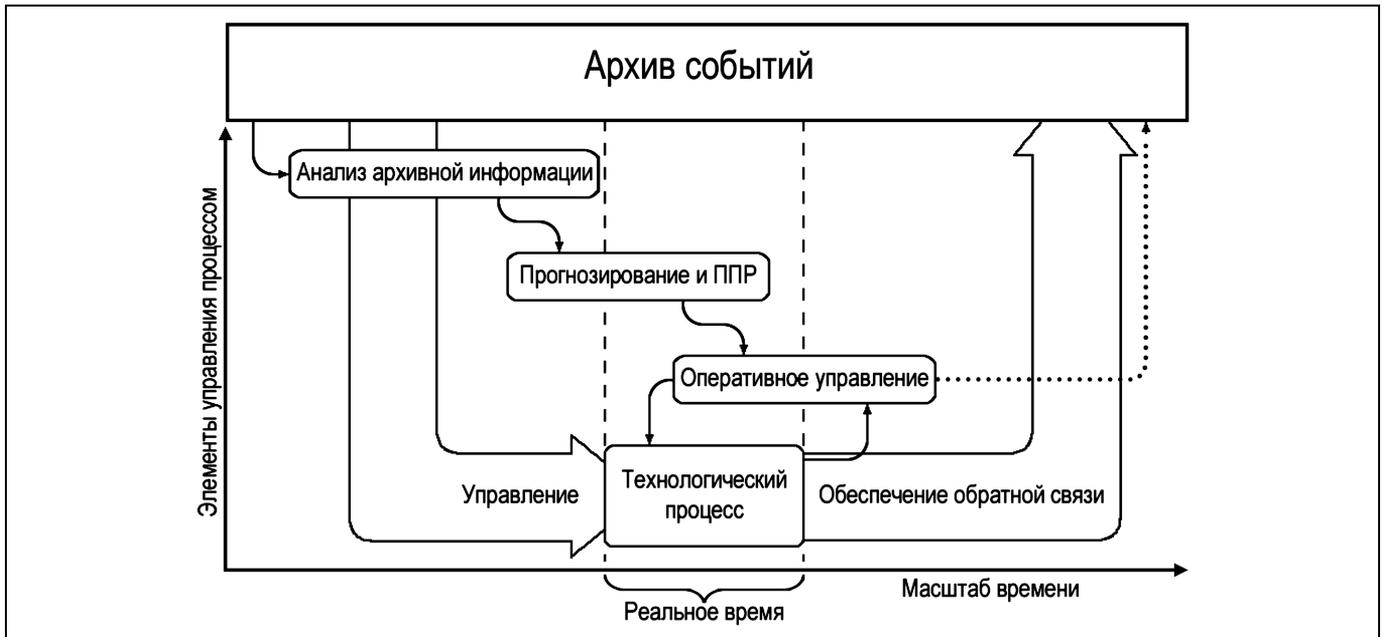


Рис. 5. Схема обратной связи по ретроспективной информации

сообщений по степени их опасности (аварийные, предупредительные, информационные, диагностические и др.). В рамках реализации алгоритма анализа архивных данных предлагается технология классификации найденных FP-наборов на основе данных о ранжировании в системе сообщений базовой SCADA-системы. Классификатор позволяет создавать динамические классы данных, указывая принадлежность к ним на базе классов SCADA, и затем определять для каждого FP-набора относительные доли по каждому из определенных пользователем классов. Такой механизм позволяет сортировать весь объем вычисленных наборов по важности и вероятности возникновения аварии. Взаимосвязь между двумя уровнями представления данных обеспечивает необходимую привязку к рассматриваемому объекту, а само разбиение позволяет более рационально организовать вычислительный процесс обработки архивных данных.

Для отладки программного обеспечения использовалась архивная информация из БД реального объекта — электростанции на попутном газе для нужд нефтедобывающего участка. Система SCADA реализована на базе продукции фирмы «Siemens» — «SIMATIC WinCC» с применением подсистемы «SICAM PAS» и организацией связи со сторонними контроллерами посредством OPC протокола. Система верхнего уровня по объему информации охватывает все ТП на электростанции, что обеспечивает достаточную информативность результатов анализа. Архив накоплен при-

мерно за полтора года и содержит около 150 тыс. информационных записей. Программный модуль реализован с учетом конфигурации данного объекта для работы с сервером СУБД «Microsoft SQL», который поддерживается технологией доступа к данным ADO.

На базе тестового архива исследовалась эффективность работы программной реализации алгоритма, и выполнялись отладка и оптимизация программного кода. В результате удалось обеспечить требуемое для расчетов быстродействие, обеспечивающее поиск правил по мере появления новых данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методика подготовки и анализа архивных данных SCADA-систем позволяет осуществить первый шаг к созданию современной СППДР в области управления ТП, отвечающей жестким требованиям к скорости работы в режиме реального времени. Применение механизмов такого рода в условиях постоянного роста стоимости ошибки — важное направление повышения надежности человеко-машинных систем управления.

Предлагаемый алгоритм позволяет перейти к качественно новому уровню оценки возникающих на объекте аварийных и нештатных ситуаций. На основе статистически выявленных закономерностей появляется возможность введения подробной



и автоматизированной классификации ситуаций. Вычисление ассоциативных правил затрагивает различные по временному масштабу ретроспективные выборки, что позволяет выявить не только шаблоны аварийных ситуаций, но также и достаточно развернутые первопричины их возникновения. Более того, при наличии достаточно больших архивов аналитический инструментарий позволяет вычислять динамику изменения аварийности при различных классификационных условиях, что может использоваться как для формирования различных отчетных данных, так и для интеграции с информационными системами верхнего уровня при решении задач контроля качества и обеспечения надежности системы автоматизированного диспетчерского управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Л.И. Автоматизированное диспетчерское управление — магистральное направление развития АСУТП газовой отрасли // Газовая промышленность. — 2010. — № 3. — С. 76—83.
2. Башлыков А.А. Принципы построения средств интеллектуальной поддержки принятия решений диспетчером ТДП в ЕСУ ТС ВСТО // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. — 2009. — № 11.
3. Дюк В., Самойленко А. Data Mining: учебный курс — СПб.: Питер, 2001. — 368 с.
4. Концепция развития функций SCADA-системы TRACE MODE на основе технологии экспертных систем принятия и исполнения решений / А.С. Береза, В.П. Прохоров, А.В. Прохоров, А.Е. Крохмаль // Информатизация и системы управления в промышленности. — 2005. — № 1 (5).
5. Орешков В. FPG — альтернативный алгоритм поиска ассоциативных правил. — URL: http://www.basegroup.ru/library/analysis/association_rules/fpg/ (дата обращения 16.11.2011).
6. Agrawal R., Imielinski T., and Swami A. Mining association rules between sets of items in large databases // In Proc. of the ACM SIGMOD Conference on Management of Data, Washington, D. C., May 26—28. — 1993.
7. Agrawal R., Srikant R. Fast Discovery of Association Rules // In Proc. of the 20th Intern. Conf. on VLDB, Santiago, Chile, 1994.
8. Han J., Pei J., Yin Y., Mao R. Mining Frequent Patterns without Candidate Generation: A Frequent-Pattern Tree Approach // Data Mining and Knowledge Discovery. — 2004. — N 8.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.

Григорьев Леонид Иванович — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, г. Москва,
☎ (499) 135-71-56, ✉ lgrig@gubkin.ru,

Елов Николай Евгеньевич — гл. инженер проектов, ООО «ЭнергопромАвтоматизация», г. Москва,
☎ (499) 235-21-84, ✉ elov@epsa-spb.ru,

Абдуллин Игорь Валерьевич — студент, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, г. Москва,
☎ (499) 125-44-98, ✉ pcmkiller@mail.ru.

Новая книга

Трахтенгерц Э.А. Компьютерные технологии манипулирования общественным мнением. — М.: СИНТЕГ, 2011. — 296 с.

Рассмотрены особенности информационного общества и компьютерного мониторинга состояния его отдельных групп и массовых аудиторий. Показаны компьютерные алгоритмы формирования целей, стратегий и оперативных воздействий манипулирования общественным мнением. Обсуждены компьютерные методы генерации оценок, позволяющих манипулировать общественным мнением, а также коррекции целей, стратегических решений и оперативных воздействий в динамике манипулирования общественным мнением.

Для широкого круга читателей.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМ ПОТОКОМ ДАННЫХ

В.Г. Промыслов

Рассмотрены вопросы моделирования и расчета вычислительных распределенных систем. Для моделирования применен метод «Network calculus», базирующийся на мини-(макси-) плюс алгебре. Основное внимание уделено вычислительным системам с неравным на длительном интервале наблюдения объемом принимаемых и передаваемых компонентом данных. Предложено применять обобщенное преобразование Лежандра для расчета конверта выходного потока системы. Приведены примеры моделирования вычислительной системы с суммированием двух потоков, где основной поток имеет вид T-SPEC и моделирования фрагмента вычислительной системы с линейным преобразованием потока и пакетированием.

Ключевые слова: распределенная вычислительная система, метод «network calculus», преобразование Лежандра.

ВВЕДЕНИЕ

Современная система автоматизации технологических процессов в большинстве случаев реализуется как распределенная по функциям и средствам вычислительная система и представляет собой совокупность аппаратных и программных средств, обеспечивающих сбор, накопление, асинхронную обработку, представление и передачу информации. Ее компоненты могут быть распределены пространственно и (или) функционально. Моделирование таких систем и расчет их характеристик представляет несомненный интерес для пользователей и разработчиков. В последнее время в качестве средства расчета характеристик потоков данных, циркулирующих между компонентами компьютерной сети, применяется метод анализа детерминированных систем «Network calculus» [1]. Он базируется на мини-плюс алгебре и привлекателен тем, что во многих случаях позволяет рассматривать в качестве линейных системы, являющиеся нелинейными в обычной алгебре. Метод успешно применяется для расчета параметров как больших (WAN), так и малых (LAN) компьютерных сетей, базирующихся на протоколе TCP/IP [2–4].

Однако методу свойственны и недостатки, особенно очевидные при переходе от моделирования компьютерных сетей передачи данных к моделированию вычислительных систем, реализующих системы автоматизации технологических процессов. Классический подход метода «Network calculus»

разработан для ациклических систем без потерь и существенного изменения объема данных после их обработки в компоненте системы [5].

Ограничение в виде требований ациклическости и равенства на длительном интервале наблюдения объема принимаемых и передаваемых компонентом данных, видимо, несущественно для компьютерных систем передачи информации, где обычно логически присутствует единственный ациклический канал обработки, а алгоритмы обработки состоят в преобразовании формата и частично фильтрации данных, но затрудняет применение «Network calculus» для моделирования реальных распределенных вычислительных систем реализующих системы управления, со сложными алгоритмами обработки и циклическими связями.

В целях применения аппарата «Network calculus» в распределенных вычислительных системах такого типа в работах [6, 7] предложен подход, позволяющий использовать аппарат «Network calculus» для моделирования вычислительных систем с циклической зависимостью данных и линейным изменением объема данных после их обработки в компоненте системы. Однако, в последнем случае, на наш взгляд, простая линейная зависимость не отражает всего многообразия зависимостей между входным и выходным потоками данных, встречающихся в реальных системах. Нами предлагается моделирование зависимости входного и выходного потоков данных на длительном интервале наблюдения не только в виде линейного оператора, но и в виде комбинации основного потока и не-



которого вспомогательного потока на входе компонента. Для расчета конверта выходного (суммарного) потока после обработки потока в компоненте рассмотрено применение обобщенного преобразования Лежандра.

Схожие примеры применения преобразования Лежандра для моделирования вычислительных систем методом «Network calculus» можно найти в работах [8–10]. Работы в основном, концентрируются на описании свойств преобразования Лежандра и вычислительных аспектах расчета таких параметров системы, как максимальная задержка прохождения сигнала и максимальный размер буфера в системе, и не уделяют должного внимания расчету конверта выходного потока. Знание потока на выходе компонента нужно при условии разбиения системы на части для их раздельного анализа, с последующим суммированием полученных по отдельным частям результатов, для расчета характеристик всей системы [4]. Это необходимо как раз в случае, когда нарушаются предположения о равенстве входных и выходных потоков для компонента на длительных интервалах наблюдения. В работах [8–10] используются несколько различные виды записи преобразования Лежандра, соответственно имеются различия в свойствах преобразования. В настоящей работе представлена форма преобразований Лежандра, идентичная представленной в работе [10] и упрощающая операцию «обращения свертки».

1. «NETWORK CALCULUS»: ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

«Network calculus» — относительно новый метод, применяемый для анализа детерминированных систем с очередью, базирующийся на понятиях мини-плюс алгебры. Основы метода заложены в работах [5, 11], которые, в свою очередь, базировались на более ранних работах [12, 13]. Далее изложение материала параграфа следует в основном работам [1, 14].

Введем некоторые полезные функции, дадим основные определения и докажем некоторые важные утверждения для «Network calculus». Обозначим функции:

$$\gamma_{r, b}(t) := \begin{cases} rt + b, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0, \end{cases}$$

$$\beta_{R, T}(t) := \begin{cases} R(t - T), & t > T, \\ 0, & t \leq T, \end{cases}$$

$$TSPEC_{p, M, q, L} = \min(\gamma_{p, M}, \gamma_{q, L}),$$

где параметры r, b, T и R часто интерпретируются в приложениях к вычислительным и коммуникационным системам как скорость потока, его неравномерность, время задержки и производительность соответственно (см. далее § 4 и 5). Легко видеть, что функция $TSPEC_{p, M, q, L}$ вогнутая (при условии $M < L, p > q$), а функции $\gamma_{r, b}(t)$ и $\beta_{R, T}(t)$ выпуклые, для $t \geq 0$.

Определение 1. Функция потока есть неотрицательная, неубывающая функция времени:

$$A: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}, \quad A(t) \leq A(s), \quad \forall t < s. \quad \blacklozenge$$

С практической точки зрения функция потока может быть рассмотрена как счетчик $A = \int_{t_1}^{t_2} R(t) dt$. $R(t) \geq 0, t_2 \geq t_1 \geq 0$, считающий входящие в компонент вычислительной системы данные, описываемые неотрицательной функцией $R(t)$, или выходящие из него, тогда говорят о входной или выходной функции потока соответственно.

Будем называть функцию потока каузальной, если $A(t) = 0, \forall t < 0$.

Определим операции «свертки» и «обращения свертки».

Определение 2. Пусть даны две каузальные функции потока A и S , «свертка» A и S есть функция $B = A \otimes S: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$, такая что

$$A(t) \otimes S(t) := \wedge_{\tau \in \mathbb{R}} \{A(t - \tau) + S(\tau)\},$$

где $\wedge \equiv \text{infimum}$. \blacklozenge

Основные свойства операции «свертки» приведены в Приложении 1.

Далее, если нет необходимости, аргумент t будет опускаться при записи уравнений.

Утверждение 1. Функция B , полученная в результате операции «свертки» над каузальными функциями потока A и S , также является каузальной функцией потока. \blacklozenge

Доказательство. Докажем, что $B(t_1) \leq B(t_2), \forall t_1 < t_2$. Функция A неубывающая, следовательно, $A(t_1 - s) + S(s) \leq A(t_2 - s) + S(s), \forall 0 \leq t_1 < t_2, s \in \mathbb{R}$, тогда

$$\wedge_{s \in \mathbb{R}} \{A(t_1 - s) + S(s)\} \leq \wedge_{s \in \mathbb{R}} \{A(t_2 - s) + S(s)\}. \quad (1)$$

Так как $A(t) = 0, S(t) = 0, \forall t < 0$, то выражение (1) можно записать как $\wedge_{0 \leq s \leq t_1} \{A(t_1 - s) + S(s)\} \leq \wedge_{0 \leq s \leq t_2} \{A(t_2 - s) + S(s)\}$, т. е. $B(t_1) \leq B(t_2), \forall t_1 < t_2$. \blacklozenge

Очевидно, что $B(t) = 0, \forall t < 0$ и B — неотрицательная функция, так как A и S неотрицательны и каузальны.

Определение 3. Пусть даны две функции потока A и S , и S каузальна, операция «обращение свертки» есть функция $H = A \oslash S$, такая что

$$A(t) \oslash S(t) := \bigwedge_{\tau \in \mathbb{R}} \{A(t + \tau) - S(\tau)\}, \quad (2)$$

где $\bigvee \equiv \text{supremum}$ и H есть наименьший поток, такой что $H \oslash S \geq A$. ♦

Утверждение 2. Функция H , полученная в результате операции «обращение свертки» над функциями потока A и S , где S каузальна, также является функцией потока. ♦

Доказательство. Докажем, что $H(t_1) \leq H(t_2)$, $\forall t_1 < t_2$. Функция A неубывающая, следовательно, $A(t_1 - s) - S(s) \leq A(t_2 + s) - S(s)$, $\forall 0 \leq t_1 < t_2, s \in \mathbb{R}$, тогда

$$\bigvee_{s \in \mathbb{R}} \{A(t_1 + s) - S(s)\} \leq \bigvee_{s \in \mathbb{R}} \{A(t_2 + s) - S(s)\},$$

так как $S(t) = 0, \forall t < 0$, то выражение (2) можно записать как:

$$\bigvee_{s \geq 0} \{A(t_1 + s) - S(s)\} \leq \bigvee_{s \geq 0} \{A(t_2 + s) - S(s)\},$$

т. е. $H(t_1) \leq H(t_2), \forall t_1 < t_2$.

Очевидно, что H — неотрицательная функция, так как S каузальна. ♦

Основные свойства «обращения свертки» приведены в Приложении 1.

Определение 4. Сетевой элемент имеет минимальную функцию обслуживания S , если она является каузальной функцией потока, и выходной поток системы B удовлетворяет условию $B \geq A \oslash S$. ♦

В рамках «Network calculus» обычно для описания потоков данных в системе применяют не функцию потока, а некоторую «производную» функцию — конверт потока, характеризующую его масштаб и которая была предложена в работе [5].

Определение 5. Функция E является конвертом потока A , если $A \geq A \oslash E$. ♦

Дополнение: будем полагать, что конверт потока удовлетворяет свойству субаддитивности т. е. $E \oslash E \geq E$, данное свойство почти всегда выполняется для реальных систем [15].

Утверждение 3. Для линейных систем с входным потоком A , выходным потоком B , $A(t) \geq B(t)$, справедливо равенство:

$$E_B = E_A \oslash S, \quad (3)$$

где E_A — конверт входного потока, S — минимальная функция обслуживания E_B — конверт выходного потока. ♦

Доказательство см. в работе [1].

Требование равенства на длительном интервале наблюдения объема принимаемых и передаваемых компонентом данных, сформулированное в работе [5], можно переформулировать как требование, чтобы конверты входного и выходного потоков с

учетом задержки T на время обработки в компоненте были близки:

$$E_B(t + T) \approx E_A(t), \quad t \geq 0, \quad T \geq 0. \quad (3a)$$

Уравнение (3) используется для моделирования вычислительных систем и связывает конверт входного потока, функцию системы или ее отдельных компонентов обслуживания с конвертом выходного потока. Однако если в каком-либо из компонентов системы существенно изменяется объем данных на выходе компонента (один из примеров — это сжатие входного потока), т. е. нарушается условие (3a), то конверт выходного потока не может быть определен в рамках прямого применения метода «Network calculus», и уравнение (3) не может быть использовано. Далее мы рассмотрим методы, облегчающие расчет выходного потока в таких случаях.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ПОТОКА В «NETWORK CALCULUS»

Как указывалось ранее, «Network calculus» не может быть применен для систем, где существует значительное отличие в длительном интервале наблюдения между объемом принятых и переданных компонентом моделируемой системы данных. Однако данная ситуация нормальная для большинства вычислительных систем. Поэтому в работе [6] предложен подход, позволяющий реализовать линейное изменение объема выходного потока по отношению к входному потоку (рис. 1), где оператор M на алгоритмическом уровне моделирующей программы обеспечивает линейное преобразование конверта входного потока. Предполагается, что при линейном изменении потока конверт потока также меняется линейно, однако доказательство этого отсутствует. Поэтому, докажем

Утверждение 4. Если $B = lA + b, l \geq 0, b \geq 0$, то конверт E_B выходного потока A можно представить в виде:

$$E_B = lE, \quad (4)$$

где E — конверт входного потока A .

Доказательство. Докажем, что E_B — конверт потока B , т. е. выполняется неравенство:

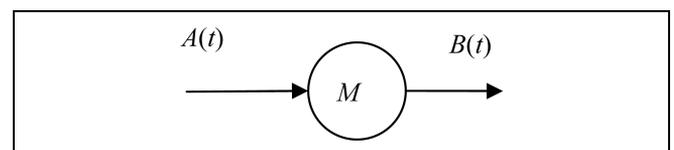


Рис. 1. Система с линейно зависимым потоком

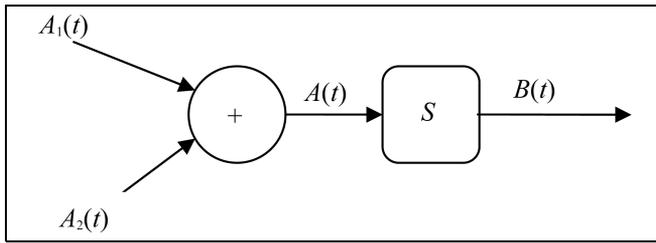


Рис. 2. Система с суммированием потоков

$IA + b \leq (IA + b) \otimes EI$, для чего, применив свойство 4 «свертки» (см. Приложение 1), перепишем:

$$IA + b \leq (IA + b) \otimes EI = (IA) \otimes (EI) + b = I(\wedge_{\tau \in \mathbb{R}} \{A(\tau) + E(t - \tau)\}) + b. \blacklozenge$$

Подход, изложенный в работе [6], и уравнение (4) позволяют расширить применимость метода для анализа реальных вычислительных систем (пример расчета реальной системы приведен в работе [4]), но имеет ограничения. Существуют вычислительные системы, где конверт выходного потока меняется более сложным образом по отношению к конверту входного потока. Тогда описание конверта измененного потока возможно представить в виде суммы конвертов двух потоков (рис. 2) — основного потока и некоторого вспомогательного (рис. 2). Препятствие состоит в том, что решение задачи определения конверта выходного потока для системы с суммированием потоков

$$E_B = (E_{A_1} + E_{A_2}) \otimes S, \quad (5)$$

в рамках «Network calculus» нетривиально и в большинстве случаев требует применения численных алгоритмов и компьютеров. Данная проблема аналогична проблеме умножения сигналов для обычной линейной системы. Один из путей решения проблемы суммирования потоков (5) и определения конверта выходного потока заключается в подходе к суммированию как к агрегации [1, 7]. Основная идея состоит в раздельном рассмотрении влияния каждого из потоков на производительность сервера. Это позволяет удовлетворительно решить проблему нахождения выходного конверта основного потока в присутствии фонового потока, однако не позволяет определить конверт суммарного потока на выходе сервера. Рассмотрим возможность применения обобщенного преобразования Лежандра для расчета конверта выходного потока в случае суммирования входных потоков общего вида, но основное внимание сосредоточим на важном для практики частном случае, когда конверт одного из потоков описывается функцией $\gamma_{r,b}(t)$, также покажем расчет конверта выходного потока с помощью обобщенного пре-

образования Лежандра для общего случая уравнения (4) (линейное преобразование потока и пакетирование [1]):

$$E_B = kE_A + \rho, \quad k > 0, \quad \rho \geq 0. \quad (6)$$

3. ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛЕЖАНДРА ДЛЯ РАСЧЕТА КОНВЕРТА ВЫХОДНОГО ПОТОКА

Преобразование Лежандра в мини-плюс алгебре, на которой базируется «Network calculus», играет ту же роль, что и преобразование Фурье для обычных линейных систем.

Определение 6. Преобразование Лежандра для вогнутой (выпуклой) функции $x(t)$, для которой существует функция, обратная ее производной, задается уравнением

$$X_L(\alpha) = a[(x')^{-1}(a)] - x((x')^{-1}(\alpha)),$$

где f^{-1} — функция, обратная функции f , $f' = df/dt$ — производная функции. Функция $x(t)$ может быть восстановлена из своего образа повторным применением преобразования Лежандра к образу. Применение преобразования Лежандра для системы типа (5) могло бы упростить, как увидим далее, решение задачи нахождения конверта выходного потока. Как известно, применение преобразования Лежандра для не вогнутых (не выпуклых) функций приводит к появлению неоднозначности в образе функции, что делает невозможным выполнение обратного преобразования для анализа мини-плюс систем с конвертом потока общего вида. В целях устранения неоднозначности применяется предложенное в работе [8] обобщенное преобразование Лежандра (slope transform).

Определение 7. Для произвольной функции $x(t)$ обобщенное преобразование Лежандра, базирующееся на операции supremum, определено как

$$X(\alpha) = \Lambda_{\vee, \alpha}(x) = \vee_{t \in R}(at - x(t)). \quad (7)$$

Определение 8. Для произвольной функции $x(t)$ обобщенное преобразование Лежандра, базирующееся на операции infimum определено как

$$X(\alpha) = \Lambda_{\wedge, \alpha}(x) = \wedge_{t \in R}(at - x(t)). \quad (8)$$

Обозначим: $\tilde{x}(t) = \Lambda_{\wedge, t}(\Lambda_{\vee, \alpha}(x(t)))$ и $\tilde{x}(t) = \Lambda_{\wedge, t}(\Lambda_{\wedge, \alpha}(x(t)))$. \blacklozenge

Обобщенное преобразование обеспечивает однозначность в образе функции и набор свойств, сходных со свойствами преобразования Лежандра (см. Приложение 2). Обобщенное преобразование Лежандра (7) и (8) за исключением, может быть, некоторых граничных точек идентично обычному

преобразованию Лежандра для выпуклых и вогнутых функций соответственно.

Примеры обобщенного преобразования Лежандра некоторых простых функций [10]:

$$\Lambda_{\wedge, \alpha}(\gamma_{r, b}(t)) = \begin{cases} -\infty, \alpha < r, \\ -b, \alpha \geq r; \end{cases}$$

$$\Lambda_{\vee, \alpha}(\beta_{R, T}(t)) = \begin{cases} +\infty, \alpha < 0, \\ \alpha T, 0 \leq \alpha \leq R, \\ +\infty, \alpha > R; \end{cases}$$

$$\Lambda_{\vee, \alpha}(TSPEC_{p, M, q, L}) = \begin{cases} -\infty, \alpha < q, \\ \frac{L-M}{p-q}(\alpha - q) - L, q \leq \alpha \leq p, \\ -M, \alpha > p. \end{cases}$$

Теперь покажем, как с помощью обобщенного преобразования Лежандра в некоторых случаях можно упростить анализ систем типа (5) и (6) в рамках «Network calculus». Рассмотрим систему, изображенную на рис. 2. Пусть потоки A, A_1, A_2, B имеют конверты E, E_1, E_2, E_B и минимальная функция обслуживания равна S . Докажем полезные свойства:

Утверждение 5. Если E является конвертом для потока A , то и его аппроксимация \tilde{E} , найденная в классе вогнутых функций, также будет являться конвертом для данного потока. ♦

Доказательство. Пусть $A(t-s) + E(s) \leq A(t-s) + \tilde{E}(s), \forall t \geq 0, s \in \mathbb{R}$, или $\wedge_{s \in \mathbb{R}} \{A(t-s) + E(s)\} \leq \wedge_{s \in \mathbb{R}} \{A(t-s) + \tilde{E}(s)\}$.

Утверждение 6. Если E является процессом, то функция \tilde{E} также процесс. ♦

Доказательство. Очевидно, что $\tilde{E}(s) \geq 0$. Докажем от противного, что $\tilde{E}(t_1) \leq \tilde{E}(t_2), \forall t_1 < t_2$. Пусть $E(t_1) \leq E(t_2), \tilde{E}(t_1) \geq \tilde{E}(t_1), \tilde{E}(t_2) \geq \tilde{E}(t_2) \forall t_1 < t_2$ по условию и пусть $\exists t_1, \tilde{E}(t_1) > \tilde{E}(t_2), t_1 < t_2$.

Пусть в некоторых двух точках $t_1 < t_2, \tilde{E}(t) = E(t)$ (Приложение 2 свойство 6), тогда должно выполняться $E(t_1) > E(t_2), t_1 < t_2$, что противоречит условию утверждения. ♦

Утверждения, аналогичные утверждениям 5 и 6, можно сформулировать для минимальной функции обслуживания.

Запишем выражение для конверта выходного потока через функцию обслуживания и конверт входного потока, полагая, что функция обслуживания каузальна. Как указывалось ранее, уравне-

ние (5) не является линейным относительно операции сложения, однако, применяя обобщенное преобразование Лежандра и свойство 8 (см. Приложение 2), можно перейти от операции обращения свертки к операции вычитания образов:

$$\Lambda_{\wedge, \alpha}(E_B) = \Lambda_{\wedge, \alpha}(E_{A_1} + E_{A_2}) - \Lambda_{\vee, \alpha}(E_S). \quad (9)$$

Для произвольных функций, описывающих конверты потоков A_1 и A_2 вычисление обобщенного преобразования Лежандра для конверта суммарного потока на входе компонента

$$\Lambda_{\wedge, \alpha}(E) = \Lambda_{\wedge, \alpha}(E_{A_1} + E_{A_2}). \quad (10)$$

может оказаться вычислительно сложной процедурой, но для специального случая, часто встречающегося на практике, когда конверт вспомогательного потока $E_2 = \gamma_{r, b}(t)$, используя свойства 4 и 5 (см. Приложение 2), уравнение (10) можно переписать в виде:

$$\Lambda_{\wedge, \alpha}(E_{A_1} + \gamma_{r, b}) = \Lambda_{\wedge, \alpha-r}(E_{A_1}) - b. \quad (11)$$

Последовательно применяя уравнения (9) и (11) к уравнению (5), получим:

$$\tilde{E}_B = \Lambda_{\wedge, r}(\Lambda_{\wedge, \alpha-r}(E_{A_1}) + \Lambda_{\wedge, \alpha}(E_S)) + b, \quad (12)$$

где (см. утверждения 5 и 6) \tilde{E}_B является наименьшим вогнутым конвертом выходного потока, и если E_B является процессом, то \tilde{E}_B тоже процесс.

Для системы вида (6), уравнение (5) при использовании обобщенного преобразования Лагранжа и учете свойств 5 и 10 (см. Приложение 2), приобретет вид:

$$E_B \leq \tilde{E}_B = \Lambda_{\wedge, r}(\Lambda_{\wedge, \alpha/r}(E) - \rho - \Lambda_{\vee, \alpha/r}(S)). \quad (13)$$

Уравнения (9)–(13) могут быть применены для моделирования широкого класса вычислительных систем с неравным на длительном интервале наблюдения объемом принимаемых и передаваемых компонентом системы данных.

4. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ОБОБЩЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛЕЖАНДРА ДЛЯ РАСЧЕТА СИСТЕМ С ИЗМЕНЕНИЕМ МАСШТАБА ПОТОКА

4.1. Моделирование службы IntServ системы с дополнительным входным потоком

Рассмотрим стандартную модель службы IntServ [16] системы с дополнительным входным потоком (см. рис. 2). Реализация службы IntServ — одна из распространенных мер по обеспечению гарантированного качества обслуживания (QoS) в авто-

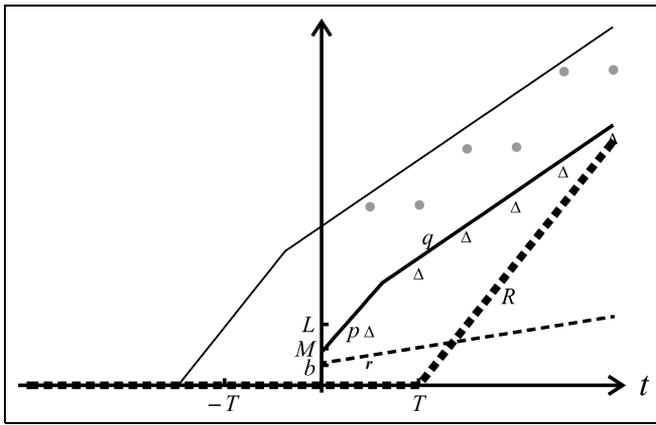


Рис. 3. Конверт потока: $E_{A_1} = TSPEC$ — толстая линия; $E_{A_2} = \gamma_{r,b}(t)$ — тонкая штриховая; $S = \beta_{R,T}(t)$ — толстая штриховая; E_B — тонкая линия; Δ — экспериментальный конверт входного потока, \bullet — экспериментальный конверт выходного потока

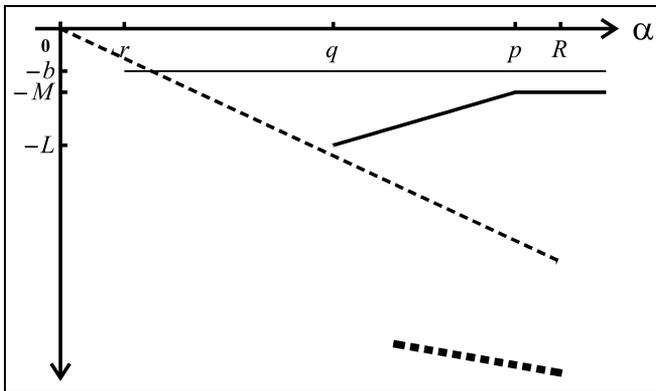


Рис. 4. Обобщенное преобразование Лежандра: $\Lambda_{\wedge, \alpha}(\gamma_{r,b})$ — тонкая линия; $\Lambda_{\wedge, \alpha}(TSPEC_{p,M,q,L})$ — толстая; $-\Lambda_{\wedge, \alpha}(\beta_{R,T})$ — тонкая штриховая; $\Lambda_{\wedge, \alpha-r}(TSPEC_{p,M,q,L}) - b - \Lambda_{\vee, \alpha}(\beta_{R,T})$ — толстая штриховая линия

матизированных системах управления реального времени.

Характеристики системы: $E_{A_1} = TSPEC_{p,M,q,L}$, $E_{A_2} = \gamma_{r,b}$, $S = \beta_{R,T}$, применив уравнения (5) и (12), просуммировав образы и выполнив повторно преобразование Лежандра для результирующей функции, вычислим конверт \tilde{E}_B (рис. 3 и 4):

$$E_B \leq \tilde{E}_B = \Lambda_{\wedge, \alpha}^{-1}(\Lambda_{\wedge, \alpha-r}(TSPEC_{p,M,q,L}) - b - \Lambda_{\vee, \alpha}(\beta_{R,T})).$$

Для модели параллельно получены результаты (см. рис. 3) на реальной вычислительной системе. Была собрана и измерена вычислительная система

с алгоритмом функционирования и структурой, соответствующей модели. Измерялись потоки на входе и выходе компонента и оценивался минимальный конверт потока по формуле $\bar{E} = A \oslash A$ (см. работы [1, 3]), где \bar{E} — минимальный конверт потока, $\bar{E} \leq \alpha$, A — поток. Определение параметров функции обслуживания $\beta_{R,T}$ затрудняется тем, что прямые измерения выходного потока с последующим вычислением функции обслуживания по формуле $S = A \oslash B$ невозможны, так как система, как уже отмечалось, нелинейная. Для того чтобы обойти данное ограничение, на идентичных технических средствах измерялись параметры функции обслуживания для системы с равным на длительном интервале наблюдения объемом принимаемых и передаваемых компонентом системы данных и вычисленные затем характеристики производительности использовались для расчета. Применение данного приема оправдано для систем, где существует избыток производительности и, в определенных пределах, изменения алгоритма функционирования или характеристик потока не приводят к изменению параметров компонентов системы.

4.2. Моделирование фрагмента вычислительной системы с линейным преобразованием потока и пакетированием

Рассмотрим фрагмент системы (см. рис. 1), где поток $A(t)$, проходящий через выделенный компонент, претерпевает существенное долговременное изменение масштаба по следующему алгоритму (уравнение (6)):

- входной поток обрабатывается компонентом;
- проходя через компонент, объем потока уменьшается пропорционально коэффициенту l , $l \in \mathbb{R}_+$;
- выходные данные упаковываются в пакеты размером $\rho > b$, где b — неравномерность входного потока, $b \in \mathbb{R}_+$, $\rho \in \mathbb{R}_+$.

Входной поток для компонента формируется посредством опроса источника данных с периодом T_γ . На поступивший запрос источник формирует пакет данных размером k . В результате неравномерности временных характеристик сервера и времени прохождения запроса по сети период опроса выдерживается с некоторой точностью $\tau \ll T_\gamma$. Данная модель описывает вычислительную систему вида «источник данных — сервер — клиент», часто реализуемую на практике в автоматизированных системах управления [4]. Известно [1], что конверт потока, поступающий от источника, в этом случае описывается функцией $\gamma_{r,b}(t)$ с параметрами $r = k/T_\gamma$, $b = k(\tau + T_\gamma)/T_\gamma$, эффект сжатия

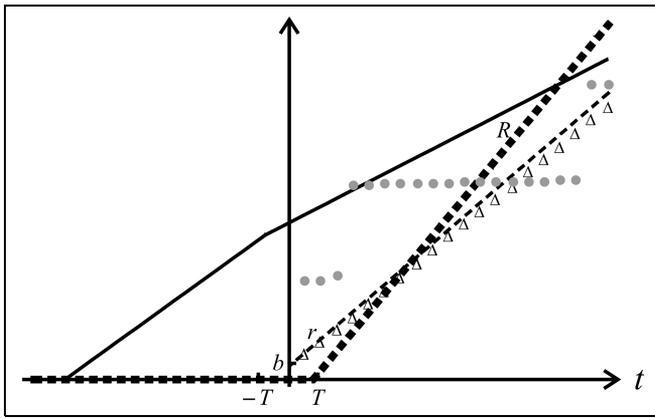


Рис. 5. Конверт потока: $E = \gamma_{r,b}(t)$ — тонкая штриховая линия; $S = \beta_{R,T}(t)$ — толстая штриховая; E_B — сплошная линия, Δ — экспериментальный конверт входного потока; \bullet — экспериментальный конверт выходного потока

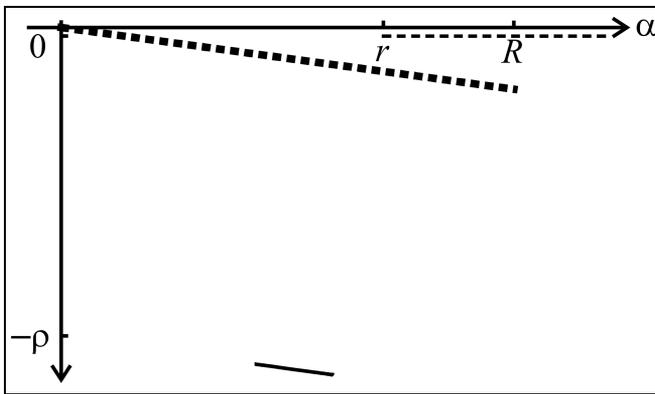


Рис. 6. Обобщенное преобразование Лежандра для конверта потока: $\Lambda_{\alpha}(\gamma_{r,b})$ — тонкая штриховая линия, $-\Lambda_{\alpha}(\beta_{R,T})$ — толстая штриховая, $l(\Lambda_{\alpha}(\gamma_{r,b}) - \rho - \Lambda_{\alpha}(\beta_{R,T}))$ — сплошная линия

данных описывается линейным преобразованием потока с коэффициентом l .

Алгоритм работы серверов, входящих в исследуемую систему, относится к типу алгоритмов с гарантированной скоростью обработки (guaranteed rate server), т. е.

$$h_n \leq f_n + T,$$

$$\text{где } \begin{cases} f_0 = 0, \\ f_n = \max(a_n, f_{n-1}) + s/R, \end{cases}$$

где s , h_n и a_n — размер пакета данных, время окончания обработки и время появления информации для входа n соответственно. Для сервера указанного типа известна применимость функции $\beta_{R,T}(t)$ для задания его функции обслуживания [4].

Следовательно, система имеет следующие характеристики: $E = \gamma_{r,b}$, $S = \beta_{R,T}$. Тогда применяя уравнение (13), получим:

$$E_B \leq \tilde{E}_B = \Lambda_{\alpha} (l(\Lambda_{\alpha}(\gamma_{r,b}) - \rho - \Lambda_{\alpha}(\beta_{R,T}))).$$

Просуммировав образы и выполнив повторно преобразование Лежандра для результирующей функции, вычислим конверт \tilde{E}_B (рис. 5 и 6).

Для модели получены результаты (аналогично, как в п. 4.1) на реальной вычислительной системе, приведенные на рис. 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как показало моделирование (§ 4), набор уравнений (см. § 3 и свойства, указанные в Приложении 2, позволяют в некоторых специальных случаях эффективно оценивать конверт выходного потока. Несмотря на то, что функционально оба примера (п. 4.1 и 4.2) очень похожи, они алгоритмически различны. Пример п. 4.1 предполагает, что изменение потока происходит непосредственно перед обработкой его сервером, а п. 4.2 иллюстрирует ситуацию, когда поток меняется после его обработки сервером. Данные алгоритмические отличия отражаются на методах вычислений.

В примерах использовались вогнутые и выпуклые функции для задания конвертов входных потоков и функции обслуживания. Это позволило получить точные значения для конверта выходного потока после восстановления его из образа.

Эффективность применения обобщенного преобразования Лежандра для решения уравнений вида (5) и (6) по сравнению с прямым применением уравнения (2) зависит от эффективности алгоритмов, как в том, так и другом случае. Мы использовали в своих расчетах алгоритм, опубликованный в работе [9], и результаты работы [10] и считаем их удобными и наглядными для анализа класса систем, сходных с теми, что рассмотрены в § 4. Алгоритмы для прямого решения уравнений вида (5) и (6) можно найти в работе [17].

Тесты, проведенные на реальных фрагментах вычислительных систем, показали хорошее согласие измеренных и модельных результатов (рис. 3 и 5) с точностью, определяемой корректностью предположений о характерах и параметрах входных потоков и функций обслуживания.

Остается открытым вопрос о точности расчета, когда конверты потоков описываются не вогнутыми функциями и результирующий конверт потока на выходе компонента системы является аппроксимацией реального конверта потока. Данный вопрос заслуживает отдельного исследования.



ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Свойства операции «свертки». Пусть функции $A, B, C \in F$, где F множество неотрицательных, неубывающих, каузальных функций, тогда:

- 1) $(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C)$;
- 2) $(A \otimes B) = B \otimes A$;
- 3) $A, B, B', A' \in F$, если $A \leq B, A' \leq B'$, то $A \otimes A' \leq B \otimes B'$;
- 4) $K \in \mathfrak{R}^+, (A + K) \otimes B = (B \otimes A) + K$.

Свойство операции «обращения свертки». Пусть $A, B, C \in F$, тогда:

- 1) $(A \oslash B) \oslash C = A \oslash (B \otimes C)$;
- 2) $(A \otimes C) \oslash C \leq A \otimes (C \oslash C)$;
- 3) $A \oslash B \leq C \Leftrightarrow A \leq B \otimes C$.

Доказательства свойств приведены в работе [1].

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Обобщенное преобразование Лежандра. Обозначим: $\tilde{x}(t)$ — функция, полученная применением любой пары преобразований Лежандра к функции $x(t)$ и знак Λ означает любое из обобщенных преобразований Лежандра; $X(\alpha) = \Lambda(x)$ — образ функции, $r \in \mathfrak{R}_+, b \in \mathfrak{R}_+$.

Основные свойства:

- 1) функция $\Lambda_\vee(x)$ — выпуклая (convex);
- 2) функция $\Lambda_\wedge(x)$ — вогнутая (concave);
- 3) $\forall t, \tilde{x}(t) \geq x(t)$, где $\tilde{x}(t)$ является наименьшей вогнутой функцией, большей чем $x(t)$. Аналогично $\forall t, \tilde{x}(t) \leq x(t)$, где $\tilde{x}(t)$ является наибольшей выпуклой функцией; меньшей чем $x(t)$;
- 4) $\Lambda(x) = X(\alpha) \Rightarrow \Lambda(x(t) + rt) = X(\alpha - r)$;
- 5) $\Lambda(x(t) + b) = \Lambda(x) - b$;
- 6) $\forall t, \tilde{x}(t) = x(t) \Leftrightarrow x(t) \geq \frac{px(t-q) + qx(t+p)}{p+q} \forall p, q > 0$;
- 7) $\forall t, \tilde{x}(t) = x(t) \Leftrightarrow x(t) \leq \frac{px(t-q) + qx(t+p)}{p+q} \forall p, q > 0$;
- 8) $x(t) \otimes y(t) = \Lambda_{\wedge, \alpha}(x(t)) + \Lambda_{\wedge, \alpha}(y(t))$;
- 9) $x(t) \oslash y(t) = \Lambda_{\wedge, \alpha}(x(t)) - \Lambda_{\wedge, \alpha}(y(t))$;
- 10) $\Lambda(x) = X(\alpha) \Rightarrow \Lambda(rx(t)) = rX(\alpha/r)$.

Доказательства свойств приведены в работах [15, 17].

ЛИТЕРАТУРА

1. Le Boudec J.-Y., Thiran P. Network Calculus: A Theory of Deterministic Queuing Systems for the Internet. Online Version of the Book Springer Verlag. — LNCS 2050. Version May 10, 2004.
2. Vantanski N., et al. Compensating the transmission delay in networked control systems // 14th Nordic process control workshop, NPCW07, Espoo, Finland, 2007.

3. Hwangnam Kim Hou, J.C. Network calculus based simulation for TCP congestion control: theorems, implementation and evaluation // INFOCOM 2004. Twenty-third Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies. Publication Date: 7–11 March, 2004. — Vol. 4. — P. 2844–2855.
4. Масолкин С.И., Промыслов В.Г. Расчет некоторых параметров промышленной вычислительной сети объектов повышенного риска эксплуатации на примере АСУТП АЭС // Проблемы управления. — 2010. — № 1. — С. 47–52.
5. Cruz R.L. A Calculus for Network Delay. Part I: Network Elements in Isolation // IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 114–131.
6. Schioler H., Jessen J., Dalsgaard J., and Larsen K. Network calculus for real time analysis of embedded systems with cyclic task dependencies. In G. Hu, editor // Proc. 20th Intern. Conf. on Computers and Their Applications, CATA 2005, March 16–18, 2005, Louisiana. — ISCA, 2005. — P. 326–332.
7. Lothar Thiele, Samarjit Chakraborty, Matthias Gries, Alexander Maxiaguine, Jonas Greutert. Embedded Software in Network Processors — Models and Algorithms. Lecture Notes In Computer Science; Vol. 2211 Proc. of the First International Workshop on Embedded Software table of contents. — 2001. — P. 416–434.
8. Maragos P. Slope transforms: Theory and application to non-linear signal processing // IEEE Trans. on Signal Processing. — 1995. — Vol. 43. — N 4. — P. 864–877.
9. Takashi Hisakado and Kohshi Okumara. Characterization of simple network using Legendre transform // IEEE Symposium ISCAS 2003. — P. 738–741.
10. Markus Fidler, Stephan Recker. Conjugate network calculus: A dual approach applying the Legendre transform // Computer Networks. — 2006. — 50 (8). — P. 1026–1039.
11. Cruz R.L. A calculus for network delay. II. Network analysis Information Theory, IEEE Trans. on Information Theory. — Jan. 1991. — Vol. 37. — P. 132–141.
12. Turner J. New Directions in Communications (or which way to the information age? // IEEE Communications. — 1986. — Vol. 24. — N 10. — P. 8–16.
13. Sidi M., Liu, W.-Z., Cidon, I., Gopal I. Congestion control through input rate regulation // IEEE Trans. on Communications. — 1993. — Vol. 41. — Iss. 3. — P. 471–477.
14. Agrawal R., Cruz R.L., Okin C., Rajan R. Performance bounds for flow control protocols // IEEE ACM Trans. on Networking. — Jun 1999. — Vol. 7. — Iss. 3. — P. 310–323.
15. Cheng-Shang Chang. Stability, queue length, and delay of deterministic and stochastic queuing networks // Automatic Control, IEEE Transactions on Issue Date. — May 1994. — Vol. 39. — Iss. 5. — P. 913–931.
16. Braden R., Clark D., Shenker S. Network Working Group Request for Comments: 1633, Integrated Services in the Internet Architecture: an Overview June 1994.
17. Nicos Zdarsky, Frank A., Martinovic, Ivan Schmitt, Jens B. The DISCO Network Calculator // Proceedings:MMB Conference: 14th GI/ITG Conference — Measurement, Modelling and Evaluation of Computer and Communication Systems Dortmund, 2008.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Г. Лебедевым.

Виталий Георгиевич Промыслов — канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-75-71, ✉ v1925@mail.ru.

МЕТОД ДЕФОРМАЦИИ ПУТИ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ РОБОТОВ ПРИ НАЛИЧИИ ПРЕПЯТСТВИЙ¹

Р.Ф. Гилимьянов, Л.Б. Рапопорт

Рассмотрена следующая задача планирования пути мобильного робота. Задан путь, проложенный в обход препятствий. При изменении положения препятствий или появлении новых требуется деформировать ранее спланированный путь таким образом, чтобы он огибал эти препятствия. Разработан метод решения, основанный на покомпонентном методе сглаживания кривизны пути и методе потенциалов и позволяющий не только огибать препятствия, но и сглаживать путь и его кривизну, как в двухмерном, так и в трехмерном случаях.

Ключевые слова: планирование пути, обход препятствий, метод потенциалов, деформация пути, мобильные роботы, сглаживание кривизны, В-сплайны.

ВВЕДЕНИЕ

Задача планирования движения — одна из классических, возникающих при управлении различными робототехническими системами (роботами) [1–4]. Она заключается в следующем: для заданной модели робота в среде с неподвижными препятствиями, заданными начальной и конечной точками в конфигурационном пространстве требуется найти путь между этими точками, исключающий столкновения робота с препятствиями. Данная задача известна также как задача планирования пути.

Большинство методов планирования пути решают задачу обхода препятствий, не уделяя внимания гладкости и плавности пути. Обычно найденный путь представляется в виде последовательности точек, которые можно соединить отрезками прямых линий. При переходе с одного отрезка на другой угол наклона касательной к пути изменяется скачком. В автоматическом режиме робот вдоль такого пути движется менее точно и плавно и с большими энергетическими затратами. Поэто-

му актуальна задача сглаживания спланированного пути при наличии препятствий.

Другая проблема возникает, когда путь уже спланирован, а расположение препятствий изменилось либо появились новые препятствия. Тогда спланированный путь становится непригодным для движения робота без столкновений с препятствиями. В этом случае нужно перепланировать весь путь заново, что является весьма трудоемкой задачей. Либо уже во время движения робота применить один из локальных методов обхода препятствий или реактивное управление [1–5]. Это обеспечит обход препятствия, но не гарантирует, что робот вернется на ранее спланированный путь и достигнет цели. Существует другой подход к решению данной проблемы [3, 6–10], согласно которому ранее спланированный путь деформируется таким образом, что огибает препятствия. При этом полученный путь, как и ранее спланированный, соединяет начальную и конечную точки.

В настоящей работе предлагается метод в рамках данного подхода. Особое внимание уделяется гладкости полученного пути и плавности изменения его кривизны. В основу предлагаемого метода положены покомпонентный метод сглаживания кривизны пути [11] и метод потенциалов, широко применяемый для планирования пути и обхода

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-08-00064) и комплексной программы № 15 ОЭМПУ РАН.



препятствий [1—10, 12—18]. Достаточно большой перечень работ, посвященных методу потенциалов, приведен в работе [18].

1. ПОКОМПОНЕНТНЫЙ МЕТОД СГЛАЖИВАНИЯ КРИВИЗНЫ ПУТИ

Введем обозначения и кратко повторим основные моменты работы [11]. Пусть есть упорядоченный набор точек

$$r_1, r_2, \dots, r_n, \quad n \geq 4, \quad r_i \in R^d, \quad (1)$$

на плоскости ($d = 2$) или в пространстве ($d = 3$). Для параметрического и гладкого представления пути используются однородные кубические В-сплайны, каждый из которых строится по четверке контрольных точек следующим образом:

$$r^{(i)}(t) = R_i M T(t), \quad R_i = [r_{i-1}, r_i, r_{i+1}, r_{i+2}],$$

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & -6 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{bmatrix}, \quad t \in [0, 1],$$

где t — параметр сплайна.

В работе [11] предлагается сглаживать кривизну пространственной составной В-сплайновой кривой благодаря вариациям точек в произвольном к кривой направлении. Новое положение i -й контрольной точки r_i определяется через вариацию ε_i как

$$\tilde{r}_i(\varepsilon_i) = r_i + \varepsilon_i = [r_{i,1}, \dots, r_{i,d}]^T + [\varepsilon_{i,1}, \dots, \varepsilon_{i,d}]^T,$$

где первый нижний индекс обозначает номер контрольной точки, второй — номер компоненты.

Сглаживание достигается путем минимизации нормы вектора

$$\Delta \tilde{r}_i \equiv \tilde{r}^{(i)} - \tilde{r}^{(i-1)} = r_{i-2} - 4r_{i-1} + 6r_i - 4r_{i+1} + r_{i+2},$$

описывающего скачок третьей производной сплайна по его параметру в точке соединения смежных сплайнов. Через вариации сумма квадратов норм данных векторов записывается следующим образом

$$S(\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d) = \sum_{j=1}^d (\tilde{r}_j + \tilde{\varepsilon}_j)^T H (\tilde{r}_j + \tilde{\varepsilon}_j), \quad (2)$$

$$\tilde{r}_j = [r_{1,j}, \dots, r_{n,j}]^T, \quad \tilde{\varepsilon}_j = [\varepsilon_{1,j}, \dots, \varepsilon_{n,j}]^T,$$

где $H = C^T C$, $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — ленточная симметричная матрица,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad C \in \mathbb{R}^{(n-4) \times n}.$$

В работе [11] вариации точек ограничиваются введением в целевой функционал штрафа за большие вариации точек

$$P(\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d) = \sum_{j=1}^d \gamma \tilde{\varepsilon}_j^T D_j \tilde{\varepsilon}_j, \quad D \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (3)$$

где γ — положительный параметр, D_j — диагональная матрица, у которой диагональные элементы выбираются обратно пропорционально квадратам оценки погрешности измерений точек. Таким образом, точкам, имеющим большую погрешность измерения, назначается меньший штраф за большие вариации и наоборот. Если ошибка измерений отсутствует, то матрица D_j выбирается единичной.

Целевой квадратичный функционал имеет вид [11]

$$\Phi(\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d) = \frac{1}{2} S(\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d) + \frac{1}{2} P(\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d) \rightarrow \min_{\tilde{\varepsilon}_1, \dots, \tilde{\varepsilon}_d}.$$

Решая задачу безусловной минимизации данного функционала, находим величины, сдвинув на которые первоначальные точки, получим новый набор точек. Сплайновая кривая, построенная по новому набору точек, имеет плавно меняющуюся кривизну.

2. СГЛАЖИВАНИЕ ПУТИ И ЕГО КРИВИЗНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ПРЕПЯТСТВИЙ

Пусть теперь в рабочем пространстве робота находятся стационарные препятствия, а набор точек (1) соединяет начальное и конечное положение робота в обход имеющихся препятствий. Данный набор точек мог быть получен, например, с помощью одного из известных методов планирования пути.

Для того чтобы описанный в § 1 метод можно было применять в среде с препятствиями, предлагается добавить в целевой функционал отталкивающий потенциал $U(x)$, который должен быть неотрицательным, дифференцируемым и при приближении к препятствиям возрастать, а при удалении — убывать. Его наличие не должно позволять точкам в результате вариаций приблизиться к препятствиям. Если расположение препятствий изменилось и точки оказались внутри препятствий, то потенциал должен «вытолкнуть» их наружу, тем самым деформировав путь.

Для сохранения целостности результирующей кривой и уменьшения ее длины и кривизны предлагается также минимизировать сумму квадратов норм векторов $r_i - r_{i-1}$ и $r_{i-1} - 2r_i + r_{i+1}$.

Через вариации сумма квадратов норм данных векторов с учетом суммы (2) записывается как

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) &= \\ &= \sum_{j=1}^d (\bar{r}_j + \bar{\varepsilon}_j)^T (H + H_1 + H_2) (\bar{r}_j + \bar{\varepsilon}_j), \end{aligned}$$

где $H_1 = C_1^T C_1$, $H_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $H_2 = C_2^T C_2$, $H_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — ленточные симметричные матрицы

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad C_1 \in \mathbb{R}^{(n-1) \times n},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad C_2 \in \mathbb{R}^{(n-2) \times n}.$$

Необходимо закрепить концы кривой. Это можно сделать наложением большего штрафа на вариации точек в начале и конце пути. Штраф можно выбрать согласно формуле (3) или с учетом близости точек к препятствиям, например, следующим

$$\begin{aligned} \tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) &= \sum_{j=1}^d \tilde{\gamma} \bar{\varepsilon}_j^T \tilde{D}_j \bar{\varepsilon}_j, \\ \tilde{D}_j &= \text{diag}(F(\tilde{r}_1(\varepsilon_1)), \dots, F(\tilde{r}_n(\varepsilon_n))), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tilde{\gamma}$ — положительный параметр, \tilde{D}_j — диагональная матрица, одинаковая для всех j , $F(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))$ — дифференцируемая функция, возрастающая по мере удаления точки $\tilde{r}_i(\varepsilon_i)$ от препятствия, например,

$$\begin{aligned} F(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) &= \frac{1}{\beta + U(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))} \\ \text{или } F(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) &= \frac{1}{\beta + \ln(1 + U(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)))}, \end{aligned}$$

где β — положительный параметр. Таким образом, точкам находящимся внутри или близко к препятствиям назначается меньший штраф. Штраф также может быть некоторой комбинацией функционалов $P(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)$ и $\tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)$.

С учетом дополнительных членов и отталкивающего потенциала целевой функционал

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) &= \frac{1}{2} \tilde{S}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) + \frac{1}{2} \tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) + \\ &+ \sum_{i=1}^n U(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) \rightarrow \min_{\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d}. \end{aligned} \quad (5)$$

Данная формула не предполагает использование конкретного отталкивающего потенциала. В следующем параграфе будет рассмотрен отталкивающий потенциал для препятствий в виде выпуклых многоугольников/многогранников.

Кратко опишем алгоритмическую схему вычислений метода. Пусть задан набор точек, представляющий ранее спланированный путь. Также предполагается известной информация, позволяющая вычислить отталкивающий потенциал. Далее решается задача минимизации целевого функционала (5) и находятся величины, на которые нужно изменить координаты исходных точек. В результате получается новый набор точек, по которому строится искомый путь.

3. ОТТАЛКИВАЮЩИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Пусть препятствия задаются выпуклыми областями и описываются системой линейных уравнений вида $g(x) \leq 0$, $x \in \mathbb{R}^d$. В двумерном случае это будут выпуклые многоугольники, а в трехмерном — выпуклые многогранники. Для таких препятствий в работе [14] представлена потенциальная функция

$$p(x) = \frac{1}{\delta + f(x)},$$

где δ — малая положительная константа,

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_{\text{faces}}} (g_i(x) + |g_i(x)|),$$

N_{faces} — число сторон многоугольника в двумерном случае или граней многогранника в трехмерном случае. Значение скалярной функции $f(x)$ равно нулю внутри препятствия и возрастает линейно снаружи по мере удаления от него. Преимущество указанного потенциала заключается в том, что не нужно считать точное расстояние до препятствия, что может быть довольно сложной задачей. Недостаток — в том, что функция $f(x)$ и, следовательно, потенциальная функция $p(x)$ не дифференцируемы.

В работе [19] используется схожая с $f(x)$ функция, лишенная указанного недостатка,

$$V(x) = \sum_{i=1}^{N_{\text{faces}}} v_i,$$

где

$$v_i(x) = (g_i^2(x) + u^2)^{1/2} + g_i(x), \quad 0 < u \ll 1.$$



Функция $v_i(x)$ имеет следующий порядок малости

$$v_i(x) \approx \begin{cases} 2g_i + O(u^2), & g_i > 0, \\ u, & g_i = 0, \\ O(u^2), & g_i < 0. \end{cases}$$

Поэтому значение функции $V(x)$ близко к нулю внутри препятствия и возрастает линейно, снаружи по мере удаления от него. Это свойство можно использовать, построив потенциал

$$U_{ob}(x) = Ke^{-\alpha V(x)}, \quad (6)$$

где K и α — некоторые положительные константы. При удалении от препятствия значение потенциала убывает экспоненциально, а внутри препятствия близко к K . Такой потенциал не позволяет точкам пути приближаться близко к препятствию. Однако если препятствие лежит на пути и точки оказались внутри него, то необходимо, чтобы потенциал внутри препятствия не был таким высоким, как потенциал (6), и выталкивал точки за пределы границы препятствия. Для этого используем потенциал, предложенный в работе [13]:

$$U_{in}(x) = U_{\max} \left(1 - \frac{R_{in}(x)}{R_{\max}} \right) + U_{offset}$$

где U_{\max} — максимальное значение потенциала без сдвига на значение U_{offset} , $R_{in}(x)$ — расстояние от текущей точки $x = [x_1, \dots, x_d]^T$ до центра препятствия с координатами $c = [c_1, \dots, c_d]^T$:

$$R_{in}(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^d (x_j - c_j)^2},$$

R_{\max} — расстояние от центра до самой дальней вершины препятствия. Потенциал U_{offset} можно взять равным потенциалу $U_{ob}(x)$, тогда потенциал препятствия под номером k можно записать в следующем виде:

$$U_k(x) = U_{ob}^k(x) + U_{\max} (1 - R_{in}^k(x)/R_{\max}^k),$$

где второе слагаемое считается только для точек внутри препятствия, т. е. для которых выполнено $f(x) = 0$. Если число препятствий равно N_{ob} , то итоговый потенциал будет складываться из потенциалов каждого препятствия:

$$U(x) = \sum_{k=1}^{N_{ob}} U_k.$$

4. ГРАДИЕНТ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА

Решать задачу минимизации функционала (5) можно различными методами оптимизации. Для некоторых из них требуется знание градиента целевого функционала. Поэтому выпишем градиент целевого функционала от dn переменных

$$\nabla \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d) = \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_1}, \dots, \frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_d} \right]^T,$$

где

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} = \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_{1,j}}, \dots, \frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_{n,j}} \right]^T,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\Phi}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} &= \frac{\partial \tilde{S}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} + \frac{\partial \tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} + \\ &+ \left[\frac{\partial U(\tilde{r}_1(\varepsilon_1))}{\partial \varepsilon_{1,j}}, \dots, \frac{\partial U(\tilde{r}_n(\varepsilon_n))}{\partial \varepsilon_{n,j}} \right]^T. \end{aligned}$$

Первое слагаемое имеет простой вид

$$\frac{\partial \tilde{S}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} = (H + H_1 + H_2)(\bar{r}_j + \bar{\varepsilon}_j).$$

Если штраф выбран согласно формуле (3), то

$$\frac{\partial \tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \bar{\varepsilon}_j} = \gamma D_j \bar{\varepsilon}_j,$$

а если согласно формуле (4), то

$$\frac{\partial \tilde{P}(\bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_d)}{\partial \varepsilon_{i,j}} = 2\tilde{\gamma} \varepsilon_{i,j} F(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) + \tilde{\gamma} \sum_{m=1}^d \varepsilon_{i,m}^2 \frac{\partial F(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}}.$$

Выпишем частные производные итогового потенциала от N_{ob} препятствий:

$$\frac{\partial U(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}} = \sum_{k=1}^{N_{ob}} \frac{\partial U_k(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}}.$$

Далее, опустив индекс k , обозначающий номер препятствия, выпишем частные производные потенциала от k -го препятствия

$$\begin{aligned} &\frac{\partial U_k(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}} = \\ &= \begin{cases} \frac{\partial U_{ob}(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}} - \frac{U_{\max}(r_{i,j} + \varepsilon_{i,j} - c_j)}{R_{\max} R_{in}(\tilde{r}_i)}, & f(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) = 0, \\ \frac{\partial U_{ob}(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}}, & f(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) > 0, \end{cases} \end{aligned}$$

где

$$\frac{\partial U_{ob}(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}} = -\alpha K e^{-\alpha V(x)} \sum_{l=1}^{N_{faces}} \left(\frac{g_l(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\sqrt{g_l^2(\tilde{r}_i(\varepsilon_i)) + u^2}} + 1 \right) \frac{\partial g_l(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}}$$

Частные производные $\frac{\partial g_l(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))}{\partial \varepsilon_{i,j}}$ находятся просто, так как $g_l(\tilde{r}_i(\varepsilon_i))$ — линейная функция.

4. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

В описываемых далее примерах задавались препятствия на плоскости и в трехмерном пространстве, начальное и конечное положения точечного свободнолетающего робота. Модели препятствий создавались с помощью программы «Google SketchUp» [20]. Затем с помощью широко применяемого метода планирования пути [21], реализованного в библиотеке «Open Motion Planning Library» [22], планировался путь, соединяющий начальную и конечную точки в обход препятствий. Спланированный путь представлял собой набор упорядоченных точек.

На рис. 1 штриховой линией отрезками прямых изображен спланированный путь на плоскости с препятствиями. Кривизна спланированного пути, представленного с помощью однородных кубических В-сплайнов, в зависимости от длины пути изображена на рис. 2 штриховой линией.

Затем применялся предложенный в настоящей работе метод сглаживания кривизны пути при наличии препятствий. В результате был получен новый набор точек.

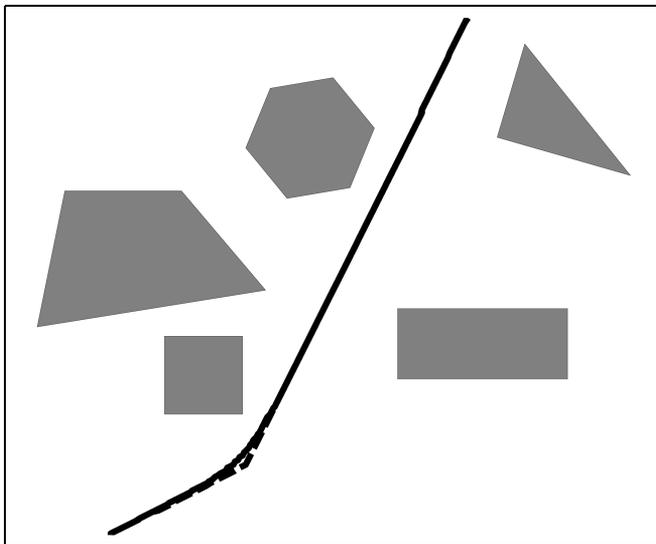


Рис. 1. Ранее спланированный путь (штриховая линия)

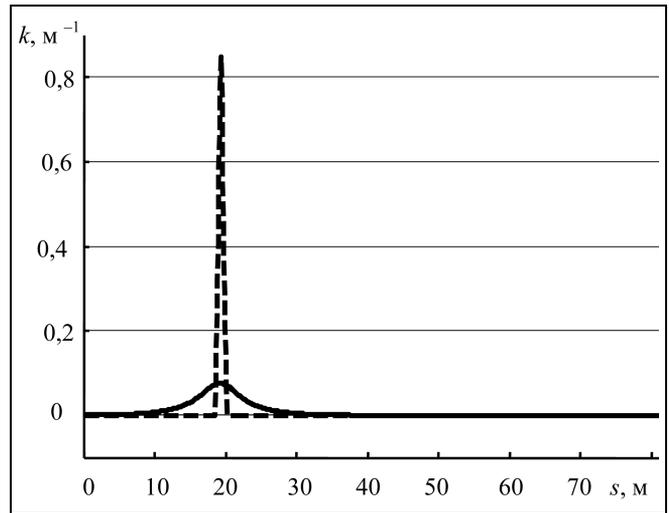


Рис. 2. Зависимость кривизны ранее спланированного пути (штриховая линия) и кривизны модифицированного пути на плоскости от длины пути

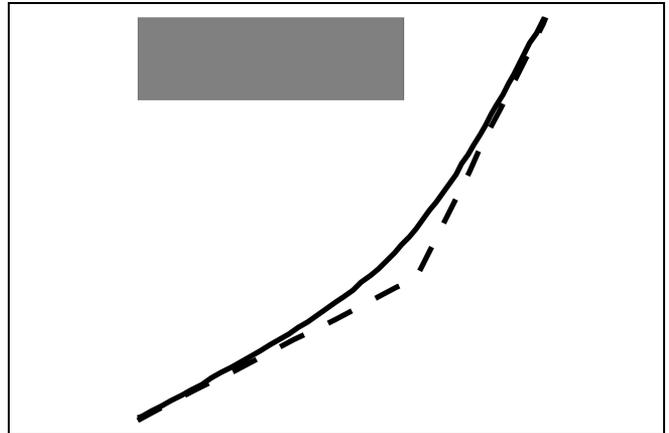


Рис. 3. Увеличенный фрагмент ранее спланированного пути (штриховая линия) и модифицированного пути на плоскости

Путь, построенный по этому набору точек с помощью однородных кубических В-сплайнов, показан на рис. 1 сплошной линией, а его кривизна в зависимости от длины пути на рис. 2. Как видно из рис. 2 и 3, где показан увеличенный фрагмент рис. 1, построенный по новому набору точек и его кривизна имеют более плавный вид.

В следующем эксперименте расположение некоторых препятствий было изменено таким образом, что ранее спланированный путь стал проходить вблизи или через препятствия. Это видно на рис. 4, где изображено новое расположение препятствий и показан штриховой линией ранее спланированный путь. Чтобы сгладить ранее спланированный путь и его кривизну, а также исключить столкновения с препятствиями, применялся предложенный в работе метод.

В результате был получен новый набор точек. Модифицированный путь, построенный по этому набору то-



чек, изображен на рис. 4 сплошной линией. Видно, что там, где ранее спланированный путь имел сильный излом, модифицированный путь проходит плавно. Также видно, как модифицированный путь плавно огибает препятствия. Отталкивающий потенциал для препятствий на плоскости показан на рис. 5.

Следующий пример иллюстрирует применение предложенного метода для деформации пути в трехмерном пространстве с препятствиями. Спланированный

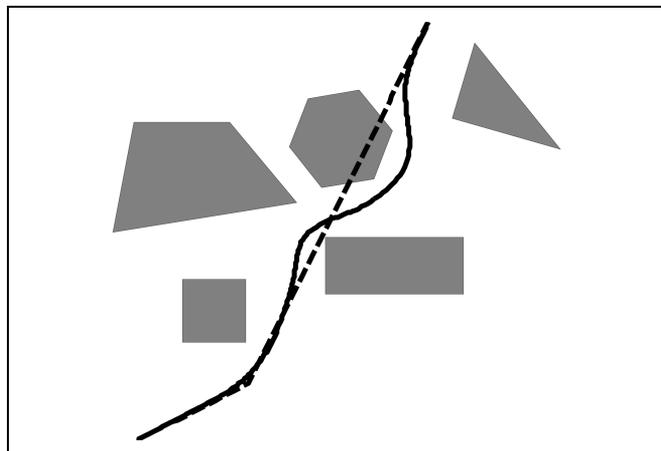


Рис. 4. Новое местоположение препятствий и модифицированный путь (сплошная линия)

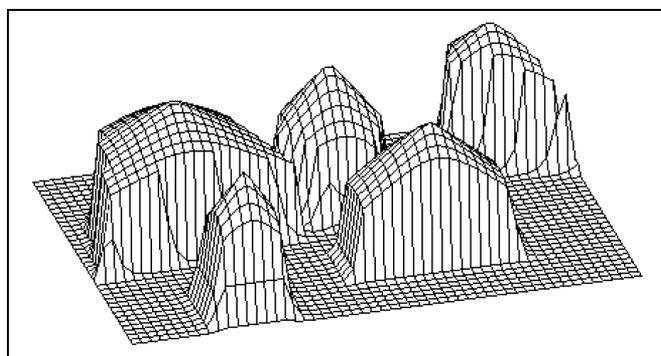


Рис. 5. Отталкивающий потенциал для препятствий на плоскости

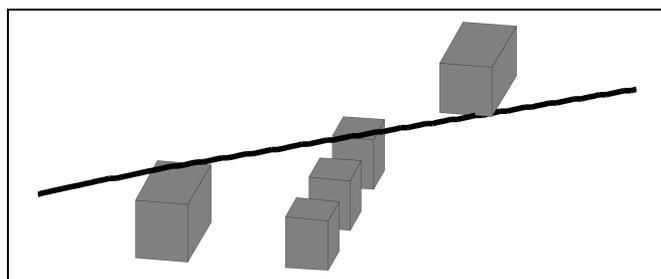


Рис. 6. Спланированный путь в трехмерном пространстве с препятствиями

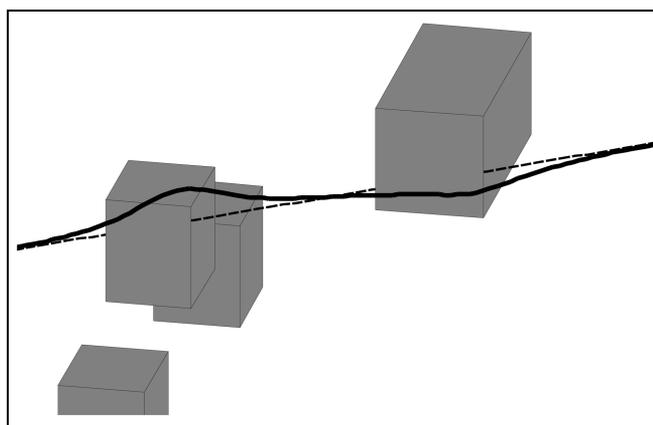


Рис. 7. Увеличенный фрагмент ранее спланированного пути (штриховая линия) и модифицированного пути в трехмерном пространстве

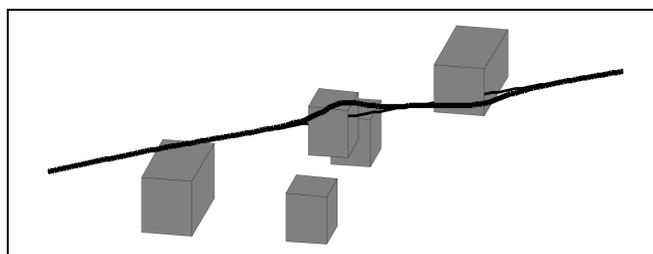


Рис. 8. Новое расположение препятствий и модифицированный путь

путь в этом пространстве изображен на рис. 6 сплошной линией и на рис. 7 штриховой линией. Аналогично предыдущему примеру расположение некоторых препятствий было изменено. Затем с помощью предложенного метода был получен модифицированный путь, показанный на рис. 8. Увеличенный фрагмент модифицированного пути показан на рис. 7 сплошной линией. Из рисунков видно, что, как и в предыдущем примере, модифицированный путь плавно огибает препятствия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод деформации ранее спланированного пути. Деформации необходимы, когда путь перестал огибать препятствия в результате изменений, произошедших в среде и вызванных, например, перемещением имеющихся препятствий или появлением новых. Помимо деформации ранее спланированного пути предложенный метод также позволяет сглаживать путь и его кривизну, как в двумерном, так и в трехмерном пространстве с препятствиями. Применимость предложенного метода проиллюстрирована численными примерами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Choset H.*, et al. Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations. — Boston: MIT Press, 2005.
2. *LaValle S.M.* Planning Algorithms. — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2006.
3. *Siciliano B., Khatib O.* Handbook of Robotics. — Berlin: Springer, 2008.
4. *Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G.* Robotics: Modelling, Planning and Control. — London: Springer, 2009.
5. *Khatib O.* Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. — 1985. — Vol. 2. — P. 500–505.
6. *Quinlan S., Khatib O.* Elastic bands: connecting path planning and control // In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. — 1993. — P. 802–807.
7. *Quinlan S.* Real-Time Modification of Collision-Free Paths: Ph.D. thesis. — Stanford University, 1995.
8. *Khatib M., Jaouni H., Chatila R., Laumond J.P.* Dynamic path modification for car-like nonholonomic mobile robots // In Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. — 1997. — P. 2920–2925.
9. *Lamiraux F., Bonnafous D., Lefebvre O.* Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots // IEEE Trans. on Robotics and Automation. — 2004. — Vol. 20, N 6. — P. 967–977.
10. *Brock O., Khatib O.* Real-time re-planning in high-dimensional configuration spaces using sets of homotopic paths // In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. — 2000. — Vol. 1. — P. 550–555.
11. *Гилимьянов Р.Ф.* Покомпонентный метод сглаживания кривизны пространственного пути, построенного по зашумленным измерениям в задачах планирования движения роботов // Проблемы управления. — 2011. — № 6. — С. 66–72.
12. *Khosla P., Volpe R.* Superquadric artificial potentials for obstacle avoidance and approach // In Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. — 1988. — Vol. 3. — P. 1778–1784.
13. *Warren C.W.* Global path planning using artificial potential fields // In Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. — 1989. — Vol. 1. — P. 316–321.
14. *Hwang Y.K., Ahuja N.* A Potential Field Approach to Path Planning // IEEE Trans. on Robotics and Automation. — 1992. — Vol. 8, N 1. — P. 23–32.
15. *Hashimoto H., Kunii Y., Harashima F., Utkin V.I., Drakunov S.V.* Obstacle Avoidance Control In Multi-dimensional Space Using Sliding Mode // In Proc. of the IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems. — 1992. — Vol. 1. — P. 697–702.
16. *Kitamura Y., Tanaka T., Kishino F., Yachida M.* 3-D path planning in a dynamic environment using an octree and an artificial potential field // In Proc. of the IEEE/RSJ Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems. — 1995. — Vol. 2. — P. 474–48.
17. *Chuang J.-H.* Potential-based modeling of three-dimensional workspace for obstacle avoidance // IEEE Trans. on Robotics and Automation. — 1998. — Vol. 14, N 5. — P. 778–785.
18. *Masoud S.A., Masoud A.A.* Motion planning in the presence of directional and regional avoidance constraints using nonlinear, anisotropic, harmonic potential fields: a physical metaphor // IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans. — 2002. — Vol. 32, N 6. — P. 705–723.
19. *Comba P.G.* A Procedure for Detecting Intersections of Three-Dimensional Objects // Journal of the ACM. — 1968. — Vol. 15, N 3. — P. 354–366.
20. *3D-моделирование для всех и каждого.* — URL: <http://sketchup.google.com/> (дата обращения (22.11.2011)).
21. *Lavalle S.M.* Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning: Tech. Rep. TR 98-11. — Computer Science Department, Iowa State University, 1998.
22. *The Open Motion Planning Library.* — URL: <http://ompl.kavrakilab.org/> (дата обращения (22.11.2011)).

Статья представлена к публикации членом редколлегии Б.В. Павловым.

Гилимьянов Руслан Файльевич — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ☎ (495) 334-93-69, ✉ Gilimyanov.Ruslan@huawei.com,

Рапопорт Лев Борисович — д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией, ☎ (495) 334-86-60, ✉ Lev.Rapoport@huawei.com,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

Новая книга

Архипова Н.И., Кульба В.В., Микрин В.Е. Модели и методы репланирования сельскохозяйственного производства в условиях чрезвычайных ситуаций с использованием аэрокосмической информации. — М.: Экономика, 2012. — 228 с.

Представлены модели, методы и алгоритмы, которые могут быть применены для планирования, репланирования и оперативного управления сельскохозяйственным производством в научно-исследовательских и производственных организациях. Они могут также быть полезны в организациях, разрабатывающих, внедряющих и эксплуатирующих автоматизированные системы управления.

Для научных работников и специалистов в области организационного управления, проектирования автоматизированных систем управления сельскохозяйственным производством, а также студентов и аспирантов соответствующих специальностей.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВХОДНЫМИ ПОТОКАМИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СЕТИ СВЯЗИ

И.Г. Исмаилов

Предложена процедура приближенного построения оптимального управляющего воздействия для многоканальной сети. Рассмотрены несколько вариантов выбора управляющих параметров.

Ключевые слова: многоканальная сеть связи, оптимальное управление, приближенные методы.

ВВЕДЕНИЕ

В каналах связи, таких, например, как беспроводные телефонные каналы, применяются фильтры, предотвращающие интерференцию между различными линиями. Математически такой фильтр представляет собой оператор свертки с добавлением функции внешних шумов: $r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$, где $r(t)$ и $s(t)$ — выходной и входной сигналы, $h(t)$ — импульсная характеристика фильтра, $n(t)$ — шум, «звездочкой» обозначена операция свертки. Подводные акустические каналы и ионосферные радиоканалы порождают многолучевое распространение сигналов; здесь импульсная характеристика фильтра зависит от времени: $h = h(\tau, t)$ и определяет реакцию канала в момент t на сигнал, поступивший в момент $t - \tau$. В общем случае зависимость выходного сигнала от входного квазилинейная, т. е. импульсная характеристика зависит от входного сигнала: $h = h(t, s(t - \tau))$. Именно такой общий случай и рассмотрен в статье [1].

К настоящему моменту построены различные математические модели систем связи (см., например, работы [2—5]), предложены необходимые условия оптимальности управляющего воздействия [1]. Однако на практике важно иметь алгоритм построения оптимальных параметров таких систем, возможно, дающий приближенные результаты.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Напомним кратко математическую формализацию задачи. Пусть динамика многоканальной сети связи описывается системой нелинейных интегральных уравнений

$$\lambda_j(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^t P_{ij}(\lambda(\tau)) \varphi_{ij}(t - \tau, \lambda_i(\tau)) \lambda_i(\tau) d\tau + v_j(t),$$

$$j = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Здесь $P_{ij}(\cdot)$ — квазилинейная часть интегрального ядра, а $\varphi_{ij}(t - \tau, \cdot)$ — зависящая от времени нелинейность. Систему уравнений (1) перепишем в векторной форме

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v(t),$$

где $\Phi(t - \tau, \cdot) = \{P_{ij}(\cdot) \varphi_{ij}(t - \tau, \cdot)\}$ — подынтегральная матрица, $\lambda(t)$ — поток в узлах и очередях многоканальной сети связи, $v(t)$ — входной поток (управляющее воздействие). Изучаемая система рассматривается на временном промежутке $[0, T]$.

Запишем в общем виде критерий качества:

$$f(\lambda, v) = \int_0^T F(\tau, \lambda(\tau), v(\tau)) d\tau.$$

Для удобства функция F соответствует взятой со знаком «минус» пропускной способности сети связи, поэтому оптимизационная задача формулируется следующим образом: минимизировать функционал $f(\lambda, v)$, выбирая подходящий управляющий параметр $v(t)$.

Итак, формальная запись задачи без учета ограничений на поток $v(t)$ имеет вид:

$$f(\lambda(t), v(t)) = \int_0^T F(\tau, \lambda(\tau), v(\tau)) d\tau \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v(t), \quad (3)$$

при интегральном ограничении на внешний поток

$$\int_0^T v^2(\tau) d\tau \leq M. \quad (4)$$

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА

Введем в рассмотрение оператор P , сопоставляющий функции $v(t)$ функцию $\omega(t) = P[v(t)]$ по следующему закону

$$\omega(t) = P[v(t)] = \begin{cases} \frac{\sqrt{M}v(t)}{\left(\int_0^T v^2(s) ds\right)^{1/2}}, & \text{если } \int_0^T v^2(s) ds > M, \\ v(t), & \text{если } \int_0^T v^2(s) ds \leq M. \end{cases}$$

Определим, последовательность управляющих воздействий $v_k(t)$, $0 \leq t \leq T$, по следующему правилу:

$$v_{k+1}(t) = P\left[v_k(t) - \alpha_k \left(x_k(t) + \frac{\partial F(t, \lambda_k(t), v_k(t))}{\partial v}\right)\right], \quad (5)$$

где $\lambda_k(t)$ — решение векторного нелинейного интегрального уравнения Вольтера

$$\lambda(t) = \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda(\tau)) \lambda(\tau) d\tau + v_k(t), \quad (6)$$

$x_k(t)$ — решения векторного линейного интегрального уравнения Вольтера

$$x(t) = \int_0^t \left(\frac{\partial \Phi(t - \tau, \lambda_k(\tau))}{\partial \lambda}\right) x(\tau) \lambda_k(\tau) d\tau + \int_0^t \Phi(t - \tau, \lambda_k(\tau)) x(\tau) d\tau + \frac{\partial F(t, \lambda_k(t), v_k(t))}{\partial \lambda}, \quad (7)$$

α_k — последовательность положительных чисел, управляющих вычислительной процедурой (5)–(7).

Если при некотором k оказалось, что $v_{k+1}(t) = v_k(t)$, то вычислительная процедура (5)–(7) прекращается. В этой ситуации внешний поток $v_k(t)$ является экстремальным управляющим воздействием в задаче (1)–(4). В общем случае вести вычислительный процесс (5)–(7) следует по формулируемому далее правилу.

Зададимся некоторым малым числом $\varepsilon_0 > 0$ и рассмотрим последовательность чисел

$$\beta_k = \int_0^T \left(P \left[x_k(\tau) + \frac{\partial F(\tau, \lambda_k(\tau), v_k(\tau))}{\partial v} \right] \right)^2 d\tau.$$

Пусть k_* — это такой минимальный номер k , при котором $\beta_{k_*} \leq \varepsilon_0$. Управляющее воздействие $v_*(t) = v_{k_*}(t)$ является ε_0 -экстремальным (т. е. при малых ε_0 воздействие $v_*(t)$ близко в интегральной метрике к экстремальному управлению).

В описании вычислительной процедуры (5)–(7) фигурирует последовательность α_k , управляющая этой процедурой. Опишем правила выбора такой последовательности.

1. Полагается $f_k(\alpha) = \varphi(P(v_k(t) - \alpha \nabla \varphi(v_k(t))))$, где $\varphi(v(t))$ — функционал качества задачи (2), (3) (см. статью [1]). Тогда α_k выбираются из условия

$$f_k(\alpha_k) = \inf_{\alpha \geq 0} f_k(\alpha).$$

2. Полагается $\alpha_k = \alpha > 0$, $k = 1, 2, \dots$, затем проверяют условие монотонности:

$$\varphi(v_{k+1}(t)) < \varphi(v_k(t)) \quad (8)$$

и при необходимости дробят величину α , добиваясь выполнения условия (8).

3. Если известна константа Липшица L функционала $\varphi(v(t))$ или ее оценка, т. е., если при некоторой постоянной L выполнено неравенство

$$\left| \int_0^T F(\tau, B(v_1(\tau)), v_1(\tau)) - F(\tau, B(v_2(\tau)), v_2(\tau)) d\tau \right| \leq L \left(\int_0^T (v_1(\tau) - v_2(\tau))^2 d\tau \right)^{1/2},$$

то в качестве α_k можно взять любое число, удовлетворяющее условиям:

$$\varepsilon_0 \leq \alpha_k \leq \frac{2}{(L + \varepsilon_1)},$$



где ε_0 и ε_1 — любые положительные числа, являющиеся параметрами метода (5)—(7).

4. Фиксируется некоторое $\varepsilon > 0$ и выберем α_k из условия

$$\varphi(v_k(t)) - \varphi(P(v_k(t) - \alpha_k \nabla \varphi(v_k(t)))) \dots \\ \dots \varepsilon \int_0^T (v_k(\tau) - P(v_k(\tau) - \alpha_k \nabla \varphi(v_k(\tau))))^2 d\tau. \quad (9)$$

Для определения такого α_k можно задать $\alpha_k = \alpha$ и затем дробить α до тех пор, пока не станет верным неравенство (9).

5. Возможно априорное задание управляющих параметров α_k из условий

$$\alpha_k > 0, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k = \infty, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k^2 < \infty.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанная процедура приближенного построения оптимального управляющего воздействия требует решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра (6). Однако можно заметить, что это уравнение суть общее уравнение динамики систе-

мы связи при внешнем потоке $v_k(t)$. Таким образом, если разработан эффективный метод описания системы, итерационная процедура требует решения только линейных задач вида (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исмаилов И.Г.* Условия оптимальности в задаче управления входными потоками многоканальных сетей связи // Проблемы управления. — 2011. — № 6. — С. 2—6.
2. *Гуревич И.М.* Методика оценки времени передачи сообщений. Методическое пособие. — Москва: ФАП АСУ, 1980.
3. *Гуревич И.М.* Проектирование специальных систем связи. Динамические модели управления связью. — М., 1989.
4. *Исмаилов И.Г.* О приближенном построении оптимальных управлений многоканальными сетевыми системами // VI Всесоюзное совещание «Управление многосвязными системами». — Суздаль, 1990. — С. 67—68.
5. *Исмаилов И.Г.* Управление динамической моделью многоканальной сети связи // III Всесоюзное совещание по распределенным автоматизированным системам массового обслуживания. — Винница, 1990.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Булковым.

Исмаилов Илхам Гусейнкулу оглы — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-79-00, ✉ iig07@mail.ru.

Новая книга

Липаев В.В. Проектирование и производство сложных заказных программных продуктов. — М.: СИНТЕГ, 2011.

Изложены методы и процессы проектирования и производства сложных заказных программных продуктов для технических систем реального времени. Все компоненты и комплексы программ должны соответствовать требованиям заказчика, высокому качеству и минимальным рискам посредством верификации, тестирования, испытаний и сертификации, обеспечиваемыми коллективами квалифицированных специалистов. При изложении активно используются современные международные и отечественные стандарты, планирование производственных процессов, с учетом ограниченных экономических ресурсов крупных проектов. Книга состоит из двух частей.

Первая часть посвящена методам системного проектирования комплексов программ, подбору и подготовке коллектива специалистов для проектирования и производства сложных программных продуктов. Изложено проектирование требований к компонентам и комплексам программ, а также требований к характеристикам качества и допустимым рискам при проектировании процессов производства программных комплексов. Представлено оценивание и прогнозирование сложности проектирования и экономических характеристик процессов производства заказных программных продуктов.

Вторая часть содержит основы промышленного производства сложных заказных программных продуктов. Изложены организация и реализация верификации и тестирования комплексов программ, тестирования потоков управления и потоков данных программных модулей и компонентов, планирование производства и тестирования компонентов и комплексов программ. Представлено тестирование сложных динамических программных продуктов и методы сопровождения программных комплексов. Изложены методы и процессы управления конфигурацией и документированием программных комплексов, а также испытания, удостоверение качества и сертификация сложных заказных программных продуктов с учетом стандартов.

Для руководителей предприятий и проектов технических систем, для специалистов, ответственных за проектирование и производство сложных заказных программных продуктов реального времени высокого качества. Может быть полезна в качестве учебного пособия по программной инженерии.



УПРАВЛЕНИЕ ИННОВАЦИЯМИ: ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ИННОВАЦИОННЫХ СДВИГОВ

С 14 по 16 ноября в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (ИПУ РАН) проходила ежегодная конференция «Управление инновациями — 2011». В этом году она проходила уже в шестой раз, на этот раз в рамках международной научно-практической мультиконференции «Управление большими системами». Соорганизатором конференции выступил Южно-Российский государственный технический университет.

В работе конференции приняли участие более 100 человек из Российской Федерации, Республики Беларусь, Украины и Казахстана. Участники конференции представляли ведущие научные центры России: МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт экономики РАН, Финансовый университет при Правительстве РФ, Центральный экономико-математический институт РАН (ЦЭМИ), Национальный исследовательский университет — Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ), Московский авиационный институт (МАИ), Московский физико-технический институт (МФТИ), а также более чем 20 городов России и ближнего зарубежья — Самары, Воронеж, Оренбурга, Краснодара, Волгограда, Екатеринбург, Караганды (Казахстан), Апатитов, Сургута, Новочеркаска и др. В течение трех дней работы были заслушаны 9 пленарных и 34 секционных доклада, прозвучал ряд кратких сообщений.

На объединенном **пленарном заседании** мультиконференции «Управление большими системами» выступил академик РАН, д-р физ.-мат. наук *А.А. Акаев* (МГУ им. М.В. Ломоносова), который остановился на современных подходах к моделированию макроэкономической динамики. В частности, методы прогнозирования катастроф в экономических системах, основанные на лог-периодических трендах, позволили много раз предсказывать обвалы на фондовых рынках, а также указали на возможность неблагоприятных событий в ряде стран Арабского Магриба.

Д-р экон. наук *Р.М. Нижнегородцев* (ИПУ РАН) подчеркнул значение технологических предпосылок финансового кризиса, что подтверждается многофакторными регрессионными моделями инфляции, построенными для различных стран. Докладчик развеял некоторые распространенные мифы, связанные с источниками инфляции, остановился на критике формулы И. Фишера и показал роль трансмиссионных механизмов в разрывании инфляционных процессов. В связи с этим были изложены основные нерешенные проблемы и перспективы Европейского Союза и России.

В рамках конференции «Управление инновациями» состоялись Одиннадцатые Друкеровские чтения «Институциональные аспекты инновационных сдвигов» и четыре секционных заседания.

Одиннадцатые Друкеровские чтения, прошедшие в режиме пленарного заседания, открылись докладом

д-ра экон. наук *Р.М. Нижнегородцева*, который был посвящен институциональным барьерам создания эффективных научно-исследовательских коллективов в России, в частности, закрытости отечественного рынка труда для высококвалифицированных нерезидентов, привлечение которых могло бы дать импульс модернизации и инновационному развитию страны.

Д-р экон. наук *О.Г. Голиценко* (ЦЭМИ РАН) поддержал начатую дискуссию проведением сравнительного анализа источников диффузии глобальных знаний, опираясь на опыт различных стран с высокими темпами развития высокотехнологичных производств. Докладчик обратил внимание на то, что сохранение высоких барьеров входа зачастую консервирует отсталый технологический уклад.

На роли консолидированных усилий исследовательских учреждений и бизнеса в создании сетевых структур в целях развития региона с невысоким экономическим потенциалом, в частности, Республики Карелия, остановилась канд. экон. наук *О.В. Поташева* (Институт экономики КарНЦ РАН). Доклад был подготовлен совместно с д-ром экон. наук *П.В. Дружининым*.

Д-р экон. наук *Н.Н. Трнев* (ИПУ РАН) подчеркнул значение правовых норм, а также принятых в обществе представлений о нравственности, для динамического развития экономических процессов. Докладчик обратил внимание на значимость государственного (в том числе правового) регулирования деятельности природных монополий.

Критический анализ направлений инновационной модернизации Казахстана был проведен в докладе д-ра экон. наук *Л.П. Стебляковой* (Карагандинский государственный технический университет). Отмечена необходимость дополнительного финансирования НИОКР, отнесения к отраслям приоритетного развития производств, основывающихся на новом технологическом укладе, развития государственно-частного партнерства в области научной и инновационной деятельности.

Вопросу роста инновационно-технологического потенциала регионов России был посвящен доклад студентки *Е.В. Грибовой* (Московский государственный университет экономики, статистики и информатики), подготовленный совместно с д-ром экон. наук *М.Ю. Архиповой* (НИУ ВШЭ). В их исследовании проведена кластеризация регионов по уровню развития науки и инновационной активности.

Д-ром экон. наук *В.Д. Секериним* (ИПУ РАН) предложена математическая модель оценки конкурентоспособности инновационного товара (услуги), базирующейся на использовании функции желательности, параметры которой получены в результате экспериментальных маркетинговых исследований.



Секция «**Институциональная методология инновационных процессов**» (руководители — С.В. Ратнер, Г.М. Залозная) начала свою работу с доклада д-ра экон. наук *Г.М. Залозной* (Оренбургский государственный аграрный университет), подготовленного совместно с *О.Н. Безверхой*. Она представила результаты анализа проблем пространственной неоднородности развития России, при этом акцентировала внимание на факте наличия имманентного противоречия между наращиванием конкурентоспособности отдельных регионов и сохранением целостности экономического пространства всей страны.

Д-р техн. наук *В.В. Цыганов* (ИПУ РАН) продемонстрировал математическую модель, позволяющую проанализировать степень эмоциональной удовлетворенности человека в ситуации стабильного окружения и в процессе инновационных изменений окружающей среды. Показано, что ситуация застоя, характеризующаяся отсутствием инновационных преобразований, отрицательно сказывается на качестве жизни в части эмоциональной удовлетворенности.

В докладе д-ра экон. наук *В.В. Клочкова* (ИПУ РАН) представлены качественные результаты моделирования ряда прикладных задач, связанных с вопросами эффективности управления средой генерации знаний. В частности, показано, что реформы, направленные на усиление конкуренции между учеными и ужесточение требований к новизне научных работ, в долгосрочной перспективе приводят к оттоку научных кадров в другие сферы деятельности, т. е. снижают эффективность процесса генерации знаний.

Тенденции деградации, наблюдающиеся в последние десятилетия в предпринимательском секторе науки, освещены канд. экон. наук *А.Е. Гороховой* (Московский государственный университет инженерной экологии). По мнению докладчика, часть организаций предпринимательского сектора науки находятся в кризисной ситуации, требующей немедленного приложения управленческих воздействий, направленных не на достижение долгосрочных целей инновационного развития, а на сохранение организации как действующего экономического агента.

В докладе канд. экон. наук *Т.А. Авериной* (Воронежский государственный архитектурно-строительный университет) представлена математическая модель развития технологий от нижнего предела эффективности до ее верхнего предела.

Опыт использования краудсорсинга для решения практических бизнес-задач по созданию технологических активов и последующей их продаже стратегическим инвесторам изложен д-ром экон. наук *С.В. Ратнер* (ИПУ РАН). В ходе исследования вопроса о формировании и интеграции информационных потоков, возникающих в ходе реализации инновационного проекта при использовании различных моделей краудсорсинга, выявлено, что наиболее эффективной моделью информационного менеджмента в данном случае является сочетание он-лайн и офф-лайн инструментов при условии активного использования единой социальной сети.

На секции «**Национальные и региональные инновационные системы**» (руководители — О.Г. Голиченко, Н.Н. Трнев) результаты исследования, проведенного совместно с д-ром экон. наук *М.Ю. Архиповой* (НИУ ВШЭ), представил канд. экон. наук *А.В. Лебедев* (Московский государственный университет экономики, статистики и информатики). Докладчик рассказал о взаимосвязи между наукоемкостью производства, инновационной активностью предприятий и уровнем благосостояния населения страны.

Предпочтения инвесторов в условиях финансового кризиса исследовала магистр экономики *М. Чантурия* в докладе, подготовленном совместно с д-ром экон. наук *О.Г. Голиченко*. По мнению авторов, инвесторы в долгосрочной перспективе ориентированы на биотехнологии и медицинские услуги, в краткосрочной — отдают предпочтение программным продуктам.

Докторант Московского государственного университета технологий и управления им. К.Г. Разумовского канд. экон. наук *В.Н. Круглов* описал особенности кластерного подхода на примере Калужской области Российской Федерации, определил направления государственно-частного партнерства в развитии инновационных кластеров.

Показателям, характеризующим состояние и динамику развития инновационной системы Таджикистана, был посвящен доклад канд. экон. наук *М.К. Файзуллоева* (Московский государственный университет экономики, статистики и информатики). Им также рассмотрены инструменты стимулирования взаимодействия различных элементов национальной инновационной системы.

Канд. экон. наук *В.А. Иванюк* (ИПУ РАН) представила разработанную с помощью метода Монте-Карло систему прогнозирования стратегических направлений инновационного развития на примере Волгоградской области.

Исследованию процессов диффузии в инновационной деятельности в масштабе национальной и глобальной экономики посвящены доклады *А.А. Малковой* и *Е.Ю. Дроваль* (МФТИ), подготовленные в соавторстве с д-ром экон. наук *О.Г. Голиченко*. Докладчики проанализировали различные модели диффузии в зависимости от размеров классов и форм собственности бизнес-структур. Было подчеркнуто, что показатели цитирования источников из России значительно отстают от среднемирового уровня, хотя наша страна, наряду с другими государствами Восточной Европы, является лидером экспорта знаний.

Доклад д-ра экон. наук *Н.Н. Трнева* был посвящен влиянию тарифного регулирования на перераспределение прибыли и созданию возможности определения направлений инновационной активности предприятий региона (страны).

Заседание секции «**Инновационное развитие предприятий и проблемы человеческого капитала**» (руководители — В.В. Клочков, В.Д. Секерин, В.А. Цукерман) открылось докладом д-ра экон. наук *Р.М. Нижегородцева*, который рассказал о роли информационного компонента в ценообразовании товаров и услуг. Большая часть услуг включает в себя три части — наблюдаемую, опытную и доверительную, и все три части оказывают воздействие на формирование цены услуги. При этом параметрические регрессионные модели ценообразования информационных продуктов позволяют выявить наличие абсолютной ренты на квазимонопольных рынках.

Канд. фил. наук *С.В. Ковалев* (ИПУ РАН) предложил при анализе человеческого капитала (в том числе процессов его развития) рассматривать человека как сложную, многомерную биоконвергентную систему. Докладчик подчеркнул, что человеческий капитал следует рассматривать как актив предприятия, а расходы на его развитие как инвестиции, а не безвозвратные затраты. Далее он изложил принципы количественной оценки человеческого капитала и уделил внимание их реализации.

Теме квалиметрических подходов к измерению уровня компетентности руководящих работников, а также преподавателей, был посвящен доклад канд. экон. наук *В.Н. Хасановой* (Сургутский государственный педагогиче-

ческий университет). В ходе дискуссии, возникшей при обсуждении доклада, было подчеркнуто, что изложенные методы, основанные на наличии единого обобщенного показателя профессиональной пригодности, не могут быть универсальными и нуждаются в адаптации к различным профессиям, отраслям и даже конкретным организациям.

Обзор состояния альтернативной энергетики в странах-лидерах данного отраслевого рынка сделала д-р экон. наук *С.В. Ратнер* (ИПУ РАН). В ее докладе показано, что компании тратят все большую долю своего исследовательского бюджета именно на НИОКР в области альтернативной энергетики, при этом особое внимание уделено институциональным условиям, способствующим активному участию частного капитала в «зеленых» инновациях.

Аспирант *Ю.А. Милоданова* (МАИ) посвятила доклад, подготовленный в соавторстве с канд. экон. наук *Г.А. Калугиной*, проблеме разработки стратегий агентов на рынке авиадвигателей. При этом большое внимание было уделено оптимизации структуры соответствующей отрасли, которая бы способствовала увеличению роли отечественных производителей на мировом рынке.

Результаты кластерного анализа инновационной активности регионов России и некоторых европейских стран представила аспирант ЦЭМИ РАН *Ю.Е. Балычева*. Парадоксальность результатов анализа состоит в том, что степень «открытости» инновационных стратегий меняется немонотонно: регионы и страны-лидеры тяготеют к закрытым инновациям и практически не нуждаются в кооперации с заведомо более слабыми участниками.

Канд. техн. наук *В.А. Цукерман* (Институт экономических проблем им. Г.П. Лузина Кольского НЦ РАН) представил результаты коллективных исследований, посвященных формированию инновационных систем в регионах российского Севера. Он заострил внимание на критическом положении образовательной сферы в северных регионах. Парадокс состоит в том, что именно в этих регионах создается значительная часть ВВП страны, однако в обозримом будущем территория рискует остаться вообще без квалифицированных кадров. Докладчик особо подчеркнул, что многочисленные целевые программы подготовки кадров для Крайнего Севера дают результаты, близкие к нулевым.

На секции «**Моделирование инновационных процессов и принятие решений**» (руководители — Р.М. Нижегородцев, М.Ю. Архипова) прозвучали доклады, представляющие различные инструментальные средства и результаты моделирования экономических процессов. Аспирант *А.Р. Кадырова* (Московский государственный университет экономики, статистики и информатики) в докладе, подготовленном совместно с д-ром экон. наук *М.Ю. Архиповой*, представила регрессионную модель объема отгруженной инновационной продукции, которая, по мнению авторов, может быть использована при разработке инновационной политики на федеральном и региональном уровнях.

Моделирование объема спроса домохозяйств на образовательные услуги стало предметом доклада студентки магистратуры Высшей школы экономики *Е.В. Семериковой*, представившей результаты, подготовленные совместно с канд. экон. наук *О.А. Демидовой*. В работе построены региональные модели зависимости спроса на образовательные услуги от среднедушевого дохода семьи, уровня образования родителей, количества детей в семье и других факторов. Авторами проведена кластеризация регионов России по указанным признакам.

В докладе д-ра техн. наук *Н.В. Дилигенского* (Самарский государственный технический университет), подготовленном совместно с канд. техн. наук *М. В. Цепенко*, представлен оптимизационный метод многокритериального обобщения оценок эффективности, применимый в задачах оценки инновационного потенциала регионов.

Авторегрессионные модели динамики факторов экономического роста, построенные на примере макросистемы Украины, предложила *Н.П. Горидько* (консалтинговая компания «Клевер Пойнт»). Автор привела эффективные результаты использования построенных моделей в задачах прогнозирования экономических показателей.

И.С. Анненков (ИПУ РАН) провел сравнительный анализ сущности, представления, механизмов формирования и использования баз данных и баз знаний в аспекте эффективного развития больших систем.

Результаты применения методов теории катастроф при прогнозировании финансовых индексов представил аспирант *З.Р. Хакимов* (ИПУ РАН). Результаты исследования, по мнению автора, особенно актуальны для слабо устойчивой к коллапсам финансовой системы России. Участники дискуссии, возникшей при обсуждении данного доклада, отметили связь между представленными результатами и методологией лог-периодического прогнозирования, представленной в пленарном докладе академика РАН А.А. Акаева.

В развитие данной темы авторское инструментальное средство, позволяющее прогнозировать динамику фондовых индексов (как и другие циклически повторяющиеся события), представила докторант ИПУ РАН канд. экон. наук *В.А. Иванюк*. В программный аппарат заложено применение различных методов прогнозирования: от исторических аналогий до генетического алгоритма.

Д-р техн. наук *О.О. Варламов* (МФТИ) предложил вниманию участников конференции экспертную систему, построенную на основе миварных алгоритмов и позволяющую обрабатывать до 3 млн. производственных правил. Система призвана автоматизировать принятие решений в различных предметных областях, в том числе, по мнению автора, может быть полезна в национальных и региональных инновационных системах.

Желание докладчика объявить предлагаемую экспертную систему прообразом искусственного интеллекта вызвало дискуссию участников секции. Интеллект, т. е. способность к производству новой информации, не может быть основан на алгоритмической логике распознавания образов. Например, для машины деньги — это то, что выглядит как деньги, а для человека — это то, что функционирует как деньги. До тех пор, пока мы не научились объяснять компьютеру, что такое социальная функция, разговоры о том, что машины смогут «жить» среди людей, не имеют под собой разумных оснований.

Участники конференции единодушно отметили ее высокий научный уровень и тот факт, что она стала центром притяжения ученых из разных регионов России и ближнего зарубежья, занимающихся вопросами экономического осмысления инновационных процессов и управления ими.

Р.М. Нижегородцев, Н.П. Горидько

Нижегородцев Роберт Михайлович — д-р экон. наук, зав. лаб., Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 335-60-37; ✉ bell44@rambler.ru,

Горидько Нина Павловна — эксперт, консалтинговая компания «Клевер Пойнт», г. Москва, ✉ horidko@mail.ru.



МЕРОПРИЯТИЯ IFAC – Международной федерации по автоматическому управлению

Мероприятие	Дата	Место проведения
IFAC Symposium Information Control Problems in Manufacturing – INCOM 2012	May 23–25, 2012	Bucharest ROMANIA
IFAC IEEE Conference Programmable Devices and Embedded Systems, PDES 2012	May 23–26, 2012	Brno CZECH REPUBLIC
IFAC Workshop Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production	May 31–June 1, 2012	Trondheim NORWAY
IFAC Conference ADHS 2012: 4th IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems	June 6–8, 2012	Eindhoven NETHERLANDS
IFAC Conference International Stability and Systems Engineering: SWISS 2012	June 11–13, 2012	Waterford IRELAND
IFAC Workshop Dynamics and Control in Agriculture and Food Processing (DYCAF)	June 13–16, 2012	Plovdiv BULGARIA
IFAC Symposium Advances in Control Education – ACE-2012	June 19–21, 2012	Nizhny Novgorod RUSSIAN FEDERATION
IFAC Symposium IFAC Symposium on Robust Control Design – Rocond'12	June 20–22, 2012	Aalborg DENMARK
IFAC Sociedad Matematica Mexicana Conference Analysis and Control of Chaotic Systems – IFAC CHAOS 12	June 20–22, 2012	Riviera Maya, Cancún, Quintana Roo MEXICO
IFAC Workshop Time Delay Systems (IFAC-TDS-2012)	June 22–24, 2012	Boston USA
AACC IFAC Conference American Control Conference (in cooperation with IFAC)	June 27–29, 2012	Montreal CANADA
IFAC Symposium Advanced Control of Chemical Processes ADCHEM 2012	July 10–13, 2012	Singapore SINGAPORE
IFAC IEEE Control Systems Society Symposium System Identification SYSID 2012	July 11–13, 2012	Brussels BELGIUM
INSTICC IFAC Conference Informatics in Control, Automation and Robotics – ICINCO'12	July 28–31, 2012	Rome ITALY
IFAC IEEE Control Systems Society Conference Nonlinear Model Predictive Control – NMPC 2012	August 23–27, 2012	Noordwijkerhout NETHERLANDS
IFAC Conference On Methods And Models in Automation And Robotics – MMAR (cosponsor ship)	August 27–30, 2012	Miedzyzdroje POLAND
IFAC Symposium 8'th SAFEPROCESS'12: Fault detection, supervision and safety for technical processes	August 29–31, 2012	Mexico City MEXICO
IFAC Symposium Biological and Medical Systems – BMS 2012	August 29–31, 2012	Budapest HUNGARY
IFAC Symposium Power Plants and Power Systems Control	September 2–5, 2012	Toulouse FRANCE
IFAC Symposium Robot Control – SYROCO 2012	September 5–7, 2012	Dubrovnik CROATIA
IFAC KSAE Symposium Advanced Vehicle Control – AVEC 12	September 9–12, 2012	Seoul KOREA, REPUBLIC OF
IFAC Workshop Automation in the Mining, Mineral and Metal Industries	September 10–12, 2012	Gifu JAPAN
IFAC Symposium Control in Transportation Systems – 13th	September 12–14, 2012	Sofia BULGARIA
IFAC Workshop Control Applications of Optimization – CAO'12	September 13–16, 2012	Rimini ITALY
IFAC Conference Maneuvering and Control of Marine Craft (MCMC'2012)	September 19–21, 2012	Arenzano ITALY

Более подробную информацию см. на сайте <http://www.ifac-control.org/>

CONTENTS & ABSTRACTS

PHYSICS VS. SOCIOPHYSICS. PART I. PHYSICAL GROUNDS OF SOCIAL PHENOMENA. PROCESSES IN SOCIETY AND SOLAR FORCING. MECHANICAL MOVEMENT IN A SYSTEM OF LIVING PARTICLES 2

Slovokhotov Y.L.

The paper presents a state-of-art review of sociophysics: a new growing field of science where the methods of experimental and theoretical physics are used to study social phenomena. Part I points to the main area where physics overlaps with social sciences, and presents some examples of social dynamics analysis by physicists, taken from the literature. The topics include the modulation of historical data by climate change and solar activity, modeling of vehicular traffic and other systems of living particles, discrete states and spontaneous transitions in these systems. Next parts will present structures and dynamics of social networks, physical ideas in theoretical economy (econophysics), computational models in sociology, culturology, political science, linguistics, and mathematical history. Some academic problems as well as possible applications of sociophysics are discussed.

Keywords: interdisciplinary physics, modeling of social systems, sociophysics.

THE NEW CRITERIA OF LARGE DYNAMIC SYSTEM CONTROLABILITY AND OBSERVABILITY 21

Budargin O.M., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N.

The problem of controllability and observability analysis of a large linear dynamic MIMO-system with inputs and outputs not less than half the dimension of the state space is considered. New necessary and sufficient conditions (criteria) of the complete controllability and observability in the form of linear matrix inequalities are proposed. Based on these conditions, estimates are given for measures of controllability and observability. The example of analyzing the controllability of the large power system is given.

Keywords: MIMO-system, state space, controllability, observability, band criteria, linear matrix inequalities, evaluation of controllability and observability, large power system.

REGION INNOVATIVE DEVELOPMENT CONTROL SYSTEM: PROBLEMS AND POSSIBLE WAYS OF SOLUTIONS 26

Zubarev V.V., Irikov V.A., Korgin N.A.

The paper describes the integrated approach to region (municipalities, industries, enterprises) innovative development control system on the basis of program-target planning and mathematical methods for solution of problems that arise during its implementation.

Keywords: program-target planning, development control, innovative development control system, integrated value, cognitive mapping, resource allocation, network programming.

AXIOMATICS FOR THE POWER INDICES IN THE WEIGHTED GAMES. 33

Shvarts D.A.

A majority of the real voting rules are (or may be written as) voting with a quota (i.e. weighted game). But the axioms for the power indices defined on simple games are not directly transferred to the weighted games, because the operations used there are defined incorrectly in this case. Nevertheless, most of the axiomatics can be adapted for the weighted games. The main goal of this article is to answer the question: how to do it?

Keywords: index, power, Banzhaf, preferences, weighted games, axiom.

MULTI-PRODUCT (ITEM) STOCK CONTROL IN THE CONTEXT OF UNCERTAINTY AND NONSTATIONARITY. PART II. SAFETY STOCK CONTROL. 42

Mandel A.S.

The paper discusses the problem of multi-item inventory control problem in the context of uncertainty and nonstationarity. The author proposes a multi-stage procedure as the basis for practical solution of the multi-item inventory control problem in the context of nonstationarity and lacking trustworthy information on statistical parameters of the demand. The main point of this procedure is that it starts with identification of the main trends covering seasonal components of the demand which are then used as a basis for the solution of the deterministic multi-item inventory control problem. At subsequent stages solutions are studied for the problem of generating additional orders for inventory replenishment (safety stock) to make up for random deviations of the demand from the identified trends.

Keywords: inventory control, conditions of uncertainty, nonstationarity, forecasting, expert-statistical approach, adaptive algorithms, Kalman filter algorithm.

A MOBILE MULTICYCLE CONTROL ACTION FOR SOLUTION OF TWO-DIMENSION PROBLEMS OF OBJECT HEATING. 47

Finyagina V.I.

The concept of mobile multicycle control action for two-dimensional problems of object heating is introduced with the purpose of obtaining the static temperature distribution (temperature field) in two-dimensional plane. Exact and detailed mathematical interpretation of this problem (achievement of temperature distribution) is presented.

Keywords: system, distributed parameters, mobile multicycle control action, trajectory, concentrating action source, surface.

THE ANALYSIS AND PROCESSING OF ARCHIVAL DATA IN THE SYSTEMS OF DISPATCHING MANAGEMENT 55

Grigoriev L.I., Elov N.E., Abdullin I.V.

The paper describes the algorithm of searching alarm and emergency events templates in technological control system events archives and its realization. The work has been performed in the form of a full-fledged decision-support system. The use of other obtained data: analytical systems and computer trainer complexes for efficient personnel preparation is also proposed.

Keywords: alarms and emergencies events, automated dispatching control system, association rules, real time control, statistical analysis, decision-support system, SCADA.

SIMULATION OF COMPUTER SYSTEM WITH A FLOW ALTERNATION BETWEEN COMPONENTS 62

Promyslov V.G.

The questions of computational modeling of distributed systems are analyzed. For simulation the network calculus method derived from the mini (maxi) plus algebra is considered. The simulation focuses on an area of network systems with a variable flow of data between system components. The simulation is based on use of the extended slope (Legendre) transform to calculate the envelope of the output flow for the system. An example of modeling a computer system with summation of two flows when one flow has T-SPEC shape is presented. The second example deals with system with linear flow change and packetizing effect.

Keywords: network control system, network calculus, Legendre transform.

PATH DEFORMATION METHOD IN ROBOT MOTION PLANNING PROBLEMS IN THE PRESENCE OF OBSTACLES. 70

Gilimyanov R.F., Rapoport L.B.

Path planning problem arises in many practically important fields for different robots, including wheeled and space ones. The following motion planning problem for a robot is considered. Suppose that there is a precomputed collision-free path, but, in the course of time, there may appear new obstacles (or old ones may change their positions) that prevent motion. It is required to deform the path to make it collision-free. To solve the above problem, a new method is proposed. The method is based on a component-wise method for improving path curvature and on the potential field method. The proposed method not only allows the path to avoid obstacles but also makes it smoother both in the 2D and 3D cases.

Keywords: path planning, obstacle avoidance, potential field method, path deformation, mobile robots, curvature smoothing, B-splines.

A COMPUTATIONAL PROCEDURE FOR THE OPTIMAL CONTROL OF MULTICHANNEL COMMUNICATION. 80

Ismailov I.G.

An approximate construction procedure for the optimal control of multichannel communication network is presented. Alternative sets of control parameters are considered in the procedure.

Keywords: multichannel communication systems, optimal control, approximate methods.

INNOVATION MANAGEMENT: INSTITUTIONAL ASPECTS OF INNOVATION SHIFTS 84



Российская академия наук



**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН**

Система Оператор **Программная платформа для сверхбольших систем управления с повышенным риском эксплуатации**

Интегрирование программного обеспечения

- соединение вместе информационно-управляющих систем различных производителей через LAN/WAN
- обеспечение обмена данными и синхронизации времени
- обеспечение устойчивых к отказам конфигураций
- диагностика технических и программных средств
- удаленная конфигурация и управление

Человеко-машинный интерфейс

- неограниченное число обрабатываемых сигналов
- масштабируемый от одного компьютера до конфигураций серверы – рабочие станции
- многопользовательский
- отображение растровой/векторной графики
- удаленная конфигурация, диагностика и управление автоматизированными рабочими местами

Операционная система ЛИКС

- линукс-совместимая
- верифицированный и аттестованный исходный код
- реальное время, разработка, опции защиты
- работа на различных типах технических средств

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ им. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ул. Профсоюзная, 65, 117997, Москва, Россия
тел./факс: +7(495)3347571
e-mail: snv@ipu.ru http://www.ipu.ru

