



УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ КОРРУПЦИИ

Г.А. Угольницкий, А.Б. Усов

Дана математическая формализация явления коррупции в трехуровневых системах управления веерной структуры. Рассмотрение проведено на примере системы контроля качества поверхностных вод. В предложенной модели предусмотрено наказание (штраф) обоих участников коррупционных отношений. Решение построено методом имитационного моделирования. Приведены характерные примеры. Выявлены причины возникновения коррупции в многоуровневых системах управления и условия ее искоренения.

Ключевые слова: коррупция, иерархические игры, имитационное моделирование, эколого-экономические системы, устойчивое развитие.

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия все больше научных работ посвящается такому социально-экономическому явлению, как коррупция. Коррупция исследуется с математической, экономической, социальной и политической точек зрения, подразделяется на государственную коррупцию и коррупцию в частном секторе. В данной статье исследуется государственная коррупция, состоящая в получении взяток государственными должностными лицами в обмен на предоставление различных привилегий и льгот.

Согласно работе [1] лицо, принимающее взятку, должно быть агентом, исполнителем другого лица или организации, так как цель взятки — побудить его поставить свои интересы выше целей организации, на которую он работает. Чтобы представлять субъект подкупа, подкупаемый должен обладать некой властью. Причиной коррупции служат недостатки иерархической организации государства и всех современных систем управления, а именно, различные ограничения, регулирующие и контролируемые правила, налагаемые на свободных экономических агентов субъектами управления вышестоящих органов. Следуя экономическому подходу и предполагая, что каждый субъект управления максимизирует свою прибыль, можно прийти к выводу, что коррупция есть естественное

экономическое явление, связанное с наличием государства. Поэтому исследование многоуровневых иерархически организованных систем управления различной природы неполно без учета возможности коррупции в них.

В настоящее время имеется много различных математических моделей коррупции [2—6], например, модели ограничения коррупции, обмена популярностью на взятку, коллективной репутации, «эволюции и революции». Выделим работу [7], где рассматривается игра двух участников и последствия воздействия на равновесное состояние этой игры мер государства. Участник игры — фирма, загрязняющая окружающую среду, и инспектор, который должен доложить государству о результатах проверки фирмы. Государство может менять функцию штрафов фирмы и инспектора за коррупцию, функцию премиальных инспектору за выявленное загрязнение и функцию штрафов фирме за загрязнение, добиваясь при этом минимизации усилий, а также минимизации загрязнения. В статье [8] в модель коррупции внесен учет вариации вероятности обнаружения незаконной сделки и вариации размера штрафа.

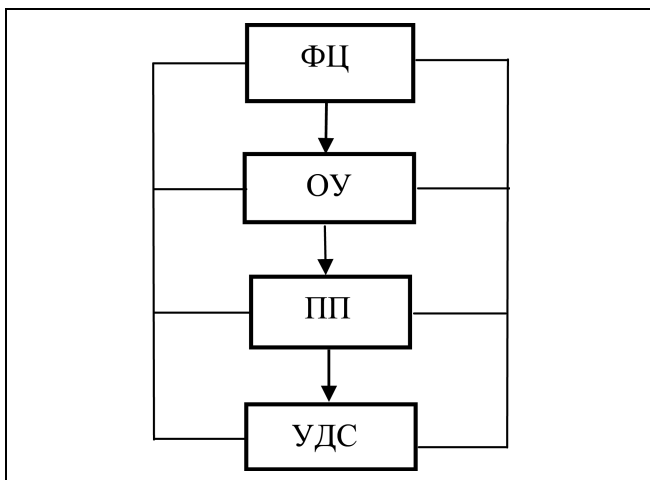
Далее строится математическая модель управления устойчивым развитием трехуровневых систем контроля качества поверхностных вод веерной структуры в условиях коррупции, указывается алгоритм построения равновесия.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим трехуровневую систему управления веерной структуры (см. рисунок). Она состоит из источников воздействия верхнего (федеральный центр или ФЦ), среднего (местные органы управления или ОУ), нижнего (промышленные предприятия или ПП) уровней и управляемой динамической системы (УДС) или водотока. Взаимоотношения между элементами такой системы устроены следующим образом: ФЦ воздействует на ОУ, ОУ — на ПП, ПП — на УДС. В системе имеется обратная связь и предусмотрена возможность непосредственного воздействия ФЦ и ОУ на УДС.

Пусть ПП стремятся только к максимизации получаемой в результате производства прибыли за вычетом всех расходов. В процессе производства в УДС сбрасываются загрязняющие вещества (ЗВ). Органы управления определяют размеры платы за сверхлимитный и сверхнормативный сброс загрязнений в водоток и стремятся к максимизации находящихся в их распоряжении средств. Федеральный центр определяет, какая доля средств, поступающих от ПП в виде платы за сброс загрязнений, остается в его распоряжении, а какая отдается ОУ. Он должен поддерживать УДС в устойчивом состоянии [9]. Считается, что УДС находится в устойчивом состоянии, если выполнены законодательно установленные предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в речной системе. Кроме того, ФЦ стремится к максимизации размера находящихся у него средств.

Интересы ФЦ и ОУ различны, порой противоположны, поэтому ОУ могут быть заинтересованы



Структура системы управления

в получении взяток от ПП, в обмен на которые они занижают размер платы за сброс загрязнений в водоток. В отличие от работы [6], далее исследуется модель, в которой ФЦ наказывает ОУ и ПП за взятки путем штрафов. Если ОУ отказываются от взятки, то сама взятка изымается ФЦ, а штрафы подвергаются только ПП. Размер штрафа зависит от «масштабных» коэффициентов, в которых учитывается вероятность обнаружения взятки. «Масштабные» коэффициенты определяются в ходе проверок ОУ и ПП, контроля их деятельности. С ростом «масштабных» коэффициентов вероятность обнаружения взятки увеличивается, но увеличиваются и затраты со стороны ФЦ на контроль за деятельностью ОУ и ПП. Рассмотрение ведется при ограниченных финансовых возможностях ФЦ, поэтому значения «масштабных» коэффициентов ограничены сверху некоторыми постоянными. Если ОУ не берут предлагаемую ПП взятку и сообщают о ней ФЦ, то размер штрафа ПП не зависит от «масштабных» коэффициентов и является достаточно большим.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для простоты в предлагаемой модели не учитываются платежи за водозабор и водосброс, в рассмотрение принимаются только платежи за сброс загрязнений. Исследуется случай одного вида загрязнений, например, азотосодержащих загрязняющих веществ [10, 11].

Пусть вдоль реки расположено N предприятий, которые сбрасывают загрязняющие вещества в реку вместе со сточными водами. Федеральный центр помимо выполнения условий устойчивого развития системы стремится к максимизации целевой функции вида

$$\begin{aligned}
 J_{\Phi} = \int_0^{\Delta} \left\{ -C_{\Phi}(y) + \sum_{i=1}^N [v_i(R_i(\Phi_i) - VK_i(\Phi_i) - \right. \\
 - H_i(\Phi_i) - VS_i(W_i, P_i) - FN_i) + (1 - P_i)W_i(-h_i(L_i) + \\
 + L_i\delta_i(f_1(b_i) + f_2(b_i)) + (1 - \delta_i)(b_i + f_3(b_i)) + \\
 \left. + G_i(FN_i + FP_i^0 + FS_i^0)] \right\} dt \rightarrow \\
 \rightarrow \max \{ G_i(t), L_i(t) \}_{i=1}^N; \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$y = \sum_{i=1}^N [1 - P_i(t)] W_i(t);$$

$$FN_i = \begin{cases} s(1 - P_i(t)) W_i(t), & \text{если } (1 - P_i(t)) W_i(t) \leq W1, \\ sW1, & \text{если } (1 - P_i(t)) W_i(t) > W1; \end{cases}$$



$$FP_i^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } (1 - P_i(t))W_i(t) \leq W1, \\ sKN_i^0(t)((1 - P_i(t))W_i(t) - W1), & \text{если } W1 < (1 - P_i(t))W_i(t) \leq W2, \\ sKN_i^0(t)(W2 - W1), & \text{если } W2 < (1 - P_i(t))W_i(t); \end{cases}$$

$$FS_i^0 = \begin{cases} sKS_i^0(t)((1 - P_i(t))W_i(t) - W2), & \text{если } (1 - P_i(t))W_i(t) > W2, \\ 0, & \text{если } (1 - P_i(t))W_i(t) \leq W2. \end{cases}$$

Здесь t — временная координата; $W_i(t) ((1 - P_i(t)) \times W_i(t))$ — количество загрязнений, сбрасываемых в реку до (после) очистки сточной воды в момент времени t ; $P_i(t)$ — доля загрязнений, удаляемых на i -м предприятии в процессе очистки сточных вод; FS_i^0 , FN_i , FP_i^0 — функции платежей в условиях коррупции [10], которые платят ПП за сброс загрязнений в пределах установленного норматива, а также за сверхнормативный и сверхлимитный сбросы соответственно, эти функции зависят от общего количества загрязнений, сбрасываемых в реку после очистки сточных вод и от размера полученной взятки; KN_i^0 , KS_i^0 — размеры платы в условиях коррупции за единицу сброшенных загрязнений на i -м ПП в момент времени t при сверхнормативном и сверхлимитном сбросах; $KN_i^0(t) = \max(KN_i(t) - \delta_i(t)a_1(b_i(t)), 0)$; $KS_i^0(t) = \max(KS_i(t) - \delta_i(t)a_2(b_i(t)), 0)$; s , KN_i и KS_i — размеры платы без учета коррупции за единицу сброшенных загрязнений на i -м ПП в момент времени t при сбросе в установленных пределах, сверхнормативном и сверхлимитном сбросах соответственно; $\delta_i(t)$ — коэффициенты, равные нулю, если взятка за уменьшение платы за сброс загрязнений не давалась, и единице в противном случае; $b_i(t)$ — размер взятки на единицу сброшенных загрязнений, даваемой предприятиями ОУ в момент времени t ; $a_1(z)$ и $a_2(z)$ — функции «эффективности» взяток, характеризующие, насколько взятки уменьшают размер платы за сверхнормативный и сверхлимитный сброс загрязнений соответственно; $W1$, $W2$ — постоянные величины, которые представляют собой установленные законодательством нормативы сброса загрязнений; $C_\Phi(y(t))$ — функция, в которой отражены материальные потери общества из-за загрязненной воды (затраты на устройство новых мест отдыха в других регионах, дополнительные расходы по очистке речной

воды для потребительских нужд населения и т. п.); $y(t)$ — общее количество сброшенных в реку загрязнений; v_i — ставка налога на прибыль на i -м ПП; $R_i(\Phi_i)$ — доход i -го ПП от реализации произведенной продукции при производственных фондах Φ_i ; $VK_i(\Phi_i)$ — включаемые в себестоимость издержки основного производства; $H_i(\Phi_i)$ — суммарная заработная плата основного и природоохранного производств; $VS_i(W_i, P_i)$ — издержки природоохранной деятельности, зависящие от объема сбрасываемых загрязнений и степени очистки сточных вод; $G_i(t)$ — доля средств, получаемых с i -го ПП за сброс загрязнений в условиях коррупции, которая остается у ФЦ; $f_1(z)$, $f_2(z)$ — функции штрафа ОУ при получении ими взяток и ПП при даче взятки; $f_3(z)$ — функция штрафа ПП, когда они предлагают ОУ взятку, ОУ ее не берет и сообщает об этом ФЦ; $L_i(t)$ — «масштабные» коэффициенты для функций штрафа за взятки (они позволяют варьировать размер наказания за взятки); $h_i(L_i(t))$ — функции затрат ФЦ на определение «масштабных» коэффициентов, отнесенные к единице сброшенных ЗВ; Δ — момент времени, до которого ведется рассмотрение.

Функции VK_i и H_i зависят от размера производственных фондов; функция $VS_i(W_i, P_i)$ отражает затраты i -го ПП на очистку сточных вод. Предполагается, что выполнены следующие соотношения:

$$VK_i(\Phi_i) + H_i(\Phi_i) = \mu_i R_i(\Phi_i); \quad \mu_i = \text{const};$$

$$VS_i(W_i, P_i) = W_i C_p(P_i),$$

где $C_p(P_i)$ — функции затрат i -го ПП на очистку единицы сбрасываемых в водоток загрязнений.

Органы управления стремятся к максимизации средств, поступающих к ним от ПП в виде взяток и платы за сброс загрязнений, за вычетом расходов из местного бюджета на очистку речной воды и штрафов за взятки. Целевая функция ОУ, с учетом возможных взяток и наказаний за них, имеет вид

$$J_y = \int_0^\Delta \left\{ -C_y(y) + \sum_{i=1}^N [(1 - P_i)W_i(-L_i \delta_i f_1(b_i) + \delta_i b_i) + (1 - G_i)(FN_i + FP_i^0 + FS_i^0)] \right\} dt \rightarrow$$

$$\rightarrow \max \{ KN_i(t), KS_i(t), \delta_i(t) \}_{i=1}^N, \quad (2)$$

где $C_y(y(t))$ — функция затрат ОУ на улучшение качества речной воды.

Органы управления выбирают размеры платы за сверхлимитный и сверхнормативный сброс за-

грязней в водоток и решают, выгодно ли им брать предлагаемые ПП взятки.

Цель ПП — максимизация своей прибыли в условиях коррупции, т. е.

$$J_i = \int_0^{\Delta} \left\{ (1 - v_i)(R_i(\Phi_i) - VK_i(\Phi_i) - H_i(\Phi_i) - VS_i(W_i, P_i) - FN_i) - FP_i^0 - FS_i^0 - (1 - P_i(t)) \times W_i(t)(b_i - L_i(t)\delta_i(t)f_2(b_i) - (1 - \delta_i(t))f_3(b_i)) \right\} dt \rightarrow \max\{P_i, b_i\}, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Динамика производственных фондов ПП описывается уравнениями

$$\frac{d\Phi_i}{dt} = -k_i\Phi_i + Y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где k_i — коэффициент амортизации производственных фондов, Y_i — инвестиции в производство.

Пусть количество сбрасываемых загрязнений (до очистки) зависит от количества произведенной продукции линейно с коэффициентами пропорциональности β_i , $i = 1, 2, \dots, N$, а производственные функции имеют вид

$$R_i(\Phi_i) = \gamma_i \Phi_i^{0.5}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad \gamma_i = \text{const.} \quad (5)$$

Основные характеристики качества речной воды — концентрация загрязняющих веществ $B(x, t)$ и концентрация растворенного в воде кислорода $B^0(x, t)$ — описываются в случае пространственной неоднородности только вдоль русла реки уравнениями [12]:

$$\frac{\partial B(x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \right] - k_c B(x, t) + \frac{W^0(x, t)(1 - P^0(x, t))}{A}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial B^0(x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial B^0(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial t} \left[EA \frac{\partial B^0(x, t)}{\partial x} \right] - k_c B(x, t) + K_0[B_{\text{нас}}^0 - B^0(x, t)] + F_0 - F_1 - F_2, \quad K_0[B_{\text{нас}}^0 - B^0(x, t)] + F_0 - F_1 - F_2, \quad (7)$$

где x — пространственная координата; $0 \leq x \leq L$; L — длина реки; E — коэффициент дисперсии; A — площадь поперечного сечения реки; v_x — скорость воды в реке; $k_c B(x, t)$ — изменение во времени биохимического потребления кислорода из-за распада; $K_0[B_{\text{нас}}^0 - B^0(x, t)]$ — добавка растворен-

ного кислорода вследствие реаэрации; $B_{\text{нас}}^0$ — концентрация насыщения кислорода; F_0 — добавка вследствие фотосинтеза; F_1 — потребление растворенного кислорода на дыхание; F_2 — придонное потребление растворенного кислорода.

Функции W^0, P^0 отражают наличие источников загрязнений и определяются формулами

$$P^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i; \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ P_i(t) & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$W^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i; \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ W_i(t) & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В точках x_i расположены предприятия, $i = 1, 2, \dots, N$.

Оптимизационные задачи (1) — (3) решаются при следующих ограничениях на управления:

$$0 \leq P_i(t) \leq 1 - \varepsilon; \quad 0 \leq b_i(t) \leq b_{\text{max}}; \quad 0 \leq t \leq \Delta; \quad (8)$$

$$0 \leq KN_i(t) \leq KN_{\text{max}}; \quad KN_i(t) \leq KS_i(t) \leq KS_{\text{max}}; \quad \delta_i = 0 \text{ или } 1; \quad 0 \leq t \leq \Delta; \quad (9)$$

$$0 \leq H_i(t) \leq 1; \quad 0 \leq L_i(t) \leq L_{\text{max}}; \quad 0 \leq t \leq \Delta; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

и размер средств на контроль за ОУ и ПП

$$C_0 + \sum_{i=1}^N h_i(L_i)(1 - P_i)W_i \leq C_{\text{max}}, \quad (11)$$

где C_0 — начальный размер средств на контроль; значения величин $KS_{\text{max}}, KN_{\text{max}}, C_{\text{max}}, b_{\text{max}}$ и L_{max} заданы; $0 < \varepsilon < 1$ — постоянная, определяемая технологическими возможностями очистки сточных вод на предприятиях.

Требования устойчивого развития системы, включающей в себя водоток, состоят в необходимости соблюдения ПДК загрязняющих веществ в речной и сточных водах, т. е.

$$0 \leq B(x, t) \leq B_{\text{max}}, \quad B_{\text{min}}^0 \leq B^0(x, t); \quad 0 \leq t \leq \Delta; \quad 0 \leq x \leq L; \quad (12)$$

$$\frac{W_i(t)[1 - P_i(t)]}{Q_i^0(t)} \leq Q_{\text{max}}; \quad 0 \leq t \leq \Delta; \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

где $Q_i^0(t)$ — расход воды на i -м ПП; величины $B_{\text{max}}, B_{\text{min}}^0, Q_{\text{max}}$ заданы.



Условия (12) связаны с государственными стандартами качества речной воды, а условия (13) — со стандартами поступления загрязнений с очищенной сточной водой для каждой точки сброса [5].

В качестве метода иерархического управления в модели (1)—(13) реализован метод побуждения. В этом случае все субъекты управления воздействуют на целевые функции нижестоящих субъектов. Основная цель ФЦ состоит в выполнении условий (12), (13) при наличии коррупции.

3. МЕТОД ПОБУЖДЕНИЯ В УСЛОВИЯХ КОРРУПЦИИ

При побуждении ОУ назначают размер платы за сверхлимитный и сверхнормативный сброс ЗВ и решают, выгодно ли им брать предлагаемые ПП взятки.

Алгоритм построения равновесия побуждения в условиях коррупции состоит в следующем:

1. В результате минимизации функционала (3) при ограничениях (8) определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ОУ:

$$P_i^* = P_i^*(KN_i^*, KS_i^*, \delta_i); \quad b_i^* = b_i^*(KN_i^*, KS_i^*, \delta_i); \\ i = 1, 2, \dots, N.$$

2. Найденные в п. 1 алгоритма стратегии ПП подставляются в целевую функцию (2). После этого проводится ее максимизация при ограничениях (9). В результате определяются оптимальные управления ОУ в зависимости от стратегии ФЦ:

$$\{KN_i^* = KN_i^*(G_i, L_i); \quad KS_i^* = KS_i^*(G_i, L_i); \\ \delta_i^* = \delta_i^*(G_i, L_i)\}_{i=1}^N.$$

3. Решается задача (1), (10)—(13) с учетом, что

$$P_i = P_i^*(KN_i^*, KS_i^*, \delta_i^*); \quad b_i = b_i^*(KN_i^*, KS_i^*, \delta_i^*); \\ i = 1, 2, \dots, N,$$

$$KN_i = KN_i^*(G_i, L_i); \quad KS_i = KS_i^*(G_i, L_i); \\ \delta_i = \delta_i^*(G_i, L_i).$$

Оптимальными для ФЦ являются величины $\{G_i^*; L_i^*\}_{i=1}^N$, приносящие ФЦ максимальный доход при выполненных условиях (12), (13).

4. Равновесие побуждения определим как набор величин

$$\{G_i^*; L_i^*; (KN_i^*)_*; (KS_i^*)_*; (\delta_i^*)_*; (P_i^*)_*; (b_i^*)_*\}_{i=1}^N,$$

где $(KN_i^*)_* = KN_i^*(G_i^*, L_i^*)$; $(KS_i^*)_* = KS_i^*(G_i^*, L_i^*)$; $(\delta_i^*)_* = \delta_i^*(G_i^*, L_i^*)$; $(P_i^*)_* = P_i^*((KN_i^*)_*, (KS_i^*)_*, (\delta_i^*)_*)$; $(b_i^*)_* = b_i^*((KN_i^*)_*, (KS_i^*)_*, (\delta_i^*)_*)$.

В общем случае равновесие побуждения строится на основе методов имитационного моделирования.

4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ

При исследовании модели (1)—(13) применение аналитических методов весьма ограничено. С другой стороны, предложенные модели в дискретной форме представляют собой готовую вычислительную схему, нужно только правильно организовать процесс вычислений.

Суть имитационного моделирования заключается в использовании модели и ЭВМ для ответа на вопрос: «Что будет с иерархической системой, если ...».

Для проведения имитационных расчетов по предложенным моделям необходимо задать:

— вид и значения всех параметров входных функций и параметров модели;

— векторы управляющих воздействий.

Совокупность перечисленных величин служит сценарием имитации. Проблема заключается в том, что используемой имитационной модели можно сопоставить бесконечное множество сценариев, описывающих гипотетические варианты поведения системы. Поэтому при проведении имитационных расчетов величины варьировались поэтапно и имитация проводилась в несколько шагов. Вначале строится дискретный аналог модели. Учитывается, что все управления есть кусочно-постоянные функции. Действительно, пусть за рассматриваемый интервал времени Δ все субъекты управления могут менять свои стратегии через равные промежутки времени M раз. Тогда, например, функция $L_i(t)$ примет вид $L_i(t) = L_i(t_j) \equiv L_{i,j} \equiv \text{const}$, если $j\Delta/M \leq t \leq (j+1)\Delta/M$ при некотором значении $j, j = 0, 1, \dots, M-1$.

При проверке условий (12) проводится расчет концентраций загрязняющих веществ по уравнениям переноса (6), (7), которые решались численно по полунявной схеме метода конечных разностей со вторым порядком аппроксимации по пространственной переменной, первым по времени и разностями против потока второго порядка точности [6]. Условия устойчивости предлагаемой разностной схемы приведены в статье [6].

Алгоритм имитационного моделирования модели (1)—(13) состоит в следующем.

1. Задаются вид и значения всех входных функций и параметров исследуемой модели.

2. Задается начальная стратегия ФЦ, которая имеет вид сеточных функций

$$G_{i,j}; \quad L_{i,j}; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 0, 1, \dots, M-1.$$

3. Путем перебора множества допустимых стратегий ОУ с некоторым шагом задаются его текущие ответы на стратегии ФЦ. Они имеют вид

$$G_{i,j}; L_{i,j}; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 0, 1, \dots, M-1.$$

4. Путем перебора с некоторым шагом возможных ответов ПП осуществляется выбор их оптимальных значений, т. е. построение функций

$$P_{i,j}^* = P_{i,j}^*(KN_{i,0}, KN_{i,1}, \dots, KN_{i,M-1}; KS_{i,0}, KS_{i,1}, \dots, KS_{i,M-1}; \delta_{i,0}, \delta_{i,1}, \dots, \delta_{i,M-1});$$

$$b_{i,j}^* = b_{i,j}^*(KN_{i,0}, KN_{i,1}, \dots, KN_{i,M-1}; KS_{i,0}, KS_{i,1}, \dots, KS_{i,M-1}; \delta_{i,0}, \delta_{i,1}, \dots, \delta_{i,M-1});$$

$$i = 1, 2, \dots, N; j = 0, 1, \dots, M-1,$$

доставляющих максимумы их целевым функциям.

5. Сравниваются, в смысле значения целевой функции ОУ, их текущие стратегии с оптимальными стратегиями на данный момент. Определяется очередное приближение к оптимальным стратегиям ОУ при выбранной стратегии ФЦ, т. е. тройка сеточных функций

$$KN_{i,j}^* = KN_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1}; L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$KS_{i,j}^* = KS_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1}; L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$\delta_{i,j}^* = \delta_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1}; L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 0, 1, \dots, M-1.$$

6. Проверяется выполнение условий устойчивого развития (12), (13), при этом уравнения (6), (7) решаются методом конечных разностей [6]. Если условия (12), (13) нарушаются хотя бы в один момент времени, то необходимо перейти в п. 7 алгоритма. В противном случае сравниваются, в смысле значения целевой функции ФЦ, его текущие стратегии с оптимальными его стратегиями на данный момент. Определяется очередное приближение к оптимальной стратегии ФЦ — пара сеточных функций

$$G_{i,j}^* = G_{i,j}^*; \quad L_{i,j}^* = L_{i,j}^*; \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ j = 0, 1, \dots, M-1.$$

7. Если число итераций не исчерпано, то выбирается новая стратегия ФЦ путем рассмотрения нового сценария или возмущения его текущей стратегии. После этого переход в п. 3 алгоритма.

Если число итераций исчерпано, то переход в следующий пункт алгоритма.

8. Равновесие побуждения в условиях коррупции имеет вид

$$\{G_{i,j}^*; L_{i,j}^*; KN_{i,j}^*; KS_{i,j}^*; \delta_{i,j}^*; P_{i,j}^*; b_{i,j}^*\}_{i,j=1(0)}^{N(M-1)},$$

$$\text{где} \quad G_{i,j}^* = G_{i,j}^*; \quad L_{i,j}^* = L_{i,j}^*;$$

$$KN_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1}; L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$KN_{i,j}^* = KN_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1};$$

$$L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$\delta_{i,j}^* = \delta_{i,j}^*(G_{i,0}, G_{i,1}, \dots, G_{i,M-1};$$

$$L_{i,0}, L_{i,1}, \dots, L_{i,M-1});$$

$$P_{i,j}^* = P_{i,j}^*(KN_{i,0}, KN_{i,1}, \dots, KN_{i,M-1};$$

$$KS_{i,0}, KS_{i,1}, \dots, KS_{i,M-1}; \delta_{i,0}, \delta_{i,1}, \dots, \delta_{i,M-1});$$

$$b_{i,j}^* = b_{i,j}^*(KN_{i,0}, KN_{i,1}, \dots, KN_{i,M-1};$$

$$KS_{i,0}, KS_{i,1}, \dots, KS_{i,M-1}; \delta_{i,0}, \delta_{i,1}, \dots, \delta_{i,M-1}).$$

Таким образом, за конечное число итераций предложенный алгоритм имитационного моделирования позволяет построить приближенное решение модели (1)–(13).

После нахождения приближенного решения модели (1)–(13) возможно его последующее уточнение путем изменения границ допустимых управлений всех субъектов управления.

Все приведенные далее примеры исследовались путем имитационного моделирования согласно изложенному алгоритму.

5. МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

Исследуем модель (1)–(13) в случае $N = 1$;

$$C_p(Y) = D \frac{Y}{1-Y}; \quad C_\Phi(y) = C_1 y; \quad C_y(y) = C_2 y;$$

$$f_i(z) = \alpha_i z; \quad i = 1, 2, 3; \quad h(z) = \alpha_4 z;$$

$$a_1(z) = \alpha_5 z; \quad a_2(z) = \alpha_6 z.$$

Пример 1. Для следующего набора входных данных (у. е. — условная единица):

$N = 1; s = 25$ (сут у. е.)/мг; $C_1 = D = 1$ (сут у. е.)/мг; $KN_{\max} = 8; KS_{\max} = 10; \gamma_1 = 0,2$ у. е.; $\beta_1 = 0,01$ мг/(сут у. е.); $k_1 = 10^{-5}$ сут $^{-1}$; $Q_1 = 10^6$ м 3 /сут; $A = 700$ м 2 ; $L = 100$ м; $\varepsilon = 0,01$; $E = 24\,000$ м 2 /сут; $v_1 = 0,24$; $\mu_1 = 0,5$; $C_2 = 0,4$ (сут у. е.)/мг; $\Phi_0 = 5 \cdot 10^9$ у. е.; $B_{\text{нас}}^0 = 22$ мг/л;



$W1 = 0,25\beta_1\gamma_1(\Phi_0)^{1/2}$; $W2 = 0,5\beta_1\gamma_1(\Phi_0)^{1/2}$; $Q_{\max} = 60$;
 $B^0 = B = 12$ мг/л (при $t = 0$; $x = 0$; L); $x_1 = 30$ м; $B_{\max} =$
 $= 35$ мг/л; $B_{\min}^0 = 3$ мг/л; $Y_1 = 0$ у. е./сут; $F_0 = F_1 = F_2 =$
 $= 0$ мг/(л·сут); $v_x = 100$ м/сут; $\Delta = 360$ сут; $K_0 = 5$ сут $^{-1}$;
 $k_c = 2,5$ сут $^{-1}$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$; $\alpha_3 = 10$; $\alpha_4 = 3$ (сут у. е.)/мг;
 $\alpha_5 = 6/b_{\max}$; $\alpha_6 = 5/b_{\max}$; $C_0 = 100$ $W(0)$ (сут у. е.)/мг;
 $C_{\max} = 400$ $W(0)$ (сут у. е.)/мг; $b_{\max} = 2$ (сут у. е.)/мг;
 $L_{\max} = 1$ метод побуждения в условиях коррупции реализуется. Для предприятия выгодно, чтобы объемы сброса загрязнений не превосходили величины $W1$. При этом предприятие взятку ОУ не предлагает («эффективность» взятки мала по сравнению с размером платы за сброс загрязнений и затратами на очистку сточных вод), хотя ОУ готовы были бы ее взять. В этом случае

$$(KN(t))_* = 0; \quad (KS(t))_* = 1; \quad (P(t))_* = 0,7425; \quad L^* = 0;$$

$$b_* = 0 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad G^* = 1; \quad \delta_* = 1;$$

$$J_{\Phi} = 5,79 \cdot 10^5 \text{ у. е.}; \quad J_1 = 1,67 \cdot 10^6 \text{ у. е.};$$

$$J_y = -29,79 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 2. В случае входных данных примера 1 и $s = 1$ (сут у. е.)/мг или $D = 100$ (сут у. е.)/мг метод побуждения в условиях коррупции не реализуется. В этих случаях затраты на очистку сточных вод на ПП велики по сравнению с размером платы за сброс загрязнений. Федеральному центру и ОУ не удается создать условия, при которых ПП экономически выгодно выполнение условий устойчивого развития системы. \blacklozenge

Пример 3. В случае входных данных примера 1 и $s = 10$ (сут у. е.)/мг уменьшается размер платы за сброс загрязнений в пределах установленных государством нормативов. Взятка не дается. По сравнению с примером 1 изменяется стратегии только ОУ, т. е.

$$(KN(t))_* = 5; \quad (KS(t))_* = 5; \quad J_{\Phi} = 4,07 \cdot 10^5 \text{ у. е.};$$

$$J_1 = 1,85 \cdot 10^6 \text{ у. е.}; \quad J_y = -29,79 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 4. В случае входных данных примера 1 и $s = 200$ (сут у. е.)/мг увеличивается размер платы за сброс загрязнений в пределах установленных государством нормативов. Получим, что если за рассматриваемый промежуток времени стратегии субъектов управления меняются один раз, то в течение первого временно-го промежутка ПП предлагает ОУ взятку, которая отвергается:

$$(KN(t_1))_* = (KS(t_1))_* = 5; \quad (P(t_1))_* = 0,495; \quad G^*(t_1) = 0,5;$$

$$b_*(t_1) = 100 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad \delta_*(t_1) = 0; \quad L^*(t_1) = 0.$$

На втором временном промежутке взятка уже не предлагается:

$$(KN(t_2))_* = (KS(t_2))_* = 0; \quad (P(t_2))_* = 0,7425;$$

$$G^*(t_2) = 1; \quad b_*(t_2) = 0 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг};$$

$$\delta_*(t_2) = 1; \quad L^*(t_2) = 0.$$

Доход субъектов управления выражается формулами

$$J_{\Phi} = 1,07 \cdot 10^7 \text{ у. е.}; \quad J_1 = 2,65 \cdot 10^6 \text{ у. е.};$$

$$J_y = 1,85 \cdot 10^6 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 5. В случае данных примера 1 и уменьшения нормативов сброса загрязнений, т. е. при $W1 = 0,1\beta_1\gamma_1(\Phi_0)^{1/2}$; $W2 = 0,3\beta_1\gamma_1(\Phi_0)^{1/2}$, предприятию становится выгодно дать максимально возможную взятку, которая ОУ принимается. В результате

$$(KN(t))_* = (KS(t))_* = 5; \quad (P(t))_* = 0,7425; \quad L^* = 0,5;$$

$$b_* = 100 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad G^* = 1; \quad \delta_* = 1;$$

$$J_{\Phi} = 1,26 \cdot 10^6 \text{ у. е.}; \quad J_1 = 9,95 \cdot 10^5 \text{ у. е.};$$

$$J_y = 6,57 \cdot 10^5 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 6. В случае входных данных примера 5 и увеличения платы за сброс загрязнений (при $s = 100$ (сут у. е.)/мг) взятка предлагается, но ОУ теперь ее не берет:

$$(KN(t))_* = (KS(t))_* = 10; \quad (P(t))_* = 0,7425; \quad L^* = 0;$$

$$b_* = 100 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad G^* = 0,5; \quad \delta_* = 0;$$

$$J_{\Phi} = 1,23 \cdot 10^7 \text{ у. е.}; \quad J_1 = -1,26 \cdot 10^6 \text{ у. е.};$$

$$J_y = 4,27 \cdot 10^6 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 7. В случае входных данных примера 1 и увеличения «эффективности» взятки (при $\alpha_5 = 12/b_{\max}$; $\alpha_6 = 9/b_{\max}$) размер штрафа за нее все равно остается высоким. Предприятию выгодно больше очищать сточные воды и не предлагать взятку, т. е.

$$(KN(t))_* = 0; \quad (KS(t))_* = 10; \quad (P(t))_* = 0,7425; \quad L^* = 0;$$

$$b_* = 0 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad G^* = 1; \quad \delta_* = 1;$$

$$J_{\Phi} = 5,83 \cdot 10^5 \text{ у. е.}; \quad J_1 = 1,68 \cdot 10^6 \text{ у. е.};$$

$$J_y = -29,27 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

Пример 8. В случае входных данных примера 7 и $\alpha_1 = 0,01$; $\alpha_2 = 0,01$ предприятию становится выгодно дать взятку, а ОУ ее принять:

$$(KN(t))_* = 0; \quad (KS(t))_* = 1; \quad (P(t))_* = 0,495; \quad L^* = 0;$$

$$b_* = 100 \text{ (сут у. е.)}/\text{мг}; \quad G^* = 1; \quad \delta_* = 1;$$

$$J_{\Phi} = 2,34 \cdot 10^5 \text{ у. е.}; \quad J_1 = 5,73 \cdot 10^6 \text{ у. е.};$$

$$J_y = 7,62 \cdot 10^5 \text{ у. е.} \quad \blacklozenge$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новизна предложенной математической модели управления устойчивым развитием в условиях коррупции состоит в учете различных факторов, присущих коррупционным отношениям (наказания за взятки, «эффективности» взятки, «масштабные» коэффициенты).

Наличие коррупционных отношений внутри иерархически организованных систем управления

заложено самой природой таких систем. Интересы субъектов управления промежуточных уровней не совпадают, а порой и прямо противоположны интересам субъекта управления верхнего уровня. В результате они заинтересованы в получении взяток от нижестоящих субъектов управления. В то же время, как показывают приведенные примеры, наличие коррупционных отношений внутри систем управления не является обязательным и может отсутствовать при выполнении определенных условий.

Если наказание за взятки велико по сравнению с платой за сброс загрязнений и затратами на очистку сточных вод или «эффективность» взятки невелика с точки зрения ее предлагающего, то взятка не дается. Если субъект управления верхнего уровня выделяет часть поступающих к нему в виде платы за сброс загрязнений средств нижестоящим субъектам и наказание субъекта, берущего взятку, велико, то субъектам управления средних уровней нет смысла брать предлагаемые им взятки. В этом случае в рамках построенной модели они сообщают вышестоящим субъектам управления о предлагаемых им взятках. Наоборот, если субъект управления верхнего уровня все поступающие к нему средства оставляет в своем распоряжении, то его интересы и интересы субъектов управления средних уровней оказываются противоположны, как следствие, последние заинтересованы в получении взяток.

Если «эффективность» взятки невелика по сравнению с размером штрафа за нее (см. примеры 1, 3, 7), то предлагать ее не имеет смысла, в противном случае для промышленных предприятий выгодна максимально возможная взятка (см. примеры 4, 8). Определяющими факторами для органов управления при решении вопроса — брать или нет взятки — выступают «масштабные» коэффициенты и доля платы за сброс загрязняющих веществ, поступающая к ним (см. примеры 4–6, 8).

Метод побуждения в условиях коррупции, несмотря на свою прогрессивность, работает не всегда (см. пример 2), поэтому актуальным остается вопрос разработки комбинированных методов иерархического управления.

Коррупция в иерархических системах управления помимо очевидной негативной роли может оказывать и положительное воздействие на систему управления, вынуждая субъект управления верхнего уровня учитывать в своей деятельности интересы субъектов среднего уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rose-Ackerman S.* The Economics of Corruption // *Journal of Political Economy*. — 1975. — N 4. — P. 187–203.
2. *Левин В.Л.* Модельное исследование коррупции при проведении приватизации // *Экономика и математические методы*. — 2001. — Т. 37, вып. 4. — С. 85–102.
3. *Выборнов Р.А.* Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников. — М.: ИПУ РАН, 2006. — 110 с.
4. *Полтерович В.М.* Факторы коррупции // *Экономика и математические методы*. — 1998. — Т. 34, вып. 3. — С. 30–39.
5. *Денин К.И., Угольницкий Г.А.* Теоретико-игровая модель коррупции в системах иерархического управления // *Известия РАН. Теория и системы управления*. — 2010. — № 1. — С. 192–198.
6. *Усов А.Б.* Модельное исследование коррупции в трехуровневых системах управления // *Экономика и математические методы*. — 2009. — Т. 45, вып. 2. — С. 66–73.
7. *Beenstock M.* Corruption and Development // *World Development*. — 1979. — Vol. 7. — P. 82–91.
8. *Mookherjee D., Png I.P.* Corruptible Law Enforcers; How Should They Be Compensated // *Economic Journal*. — 1995. — N 105. — P. 112–121.
9. *Угольницкий Г.А.* Управление эколого-экономическими системами. — М.: Вузовская книга, 1999. — 132 с.
10. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Математическая формализация методов иерархического управления эколого-экономическими системами // *Проблемы управления*. — 2007. — № 4. — С. 64–69.
11. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Иерархические системы управления качеством речных вод ромбовидной структуры // *Проблемы управления*. — 2010. — № 1. — С. 26–32.
12. *Лаукс Д., Стединжер Дж., Хейт Д.* Планирование и анализ водохозяйственных систем. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 400 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии, чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Угольницкий Геннадий Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой, ✉ ougoln@mail.ru,

Усов Анатолий Борисович — д-р техн. наук, доцент, ✉ usov@math.rsu.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

Уважаемые читатели!

Если Вы не успели подписаться на журнал "Проблемы управления", напоминаем Вам, что через редакцию можно оформить льготную подписку в любое время и с любого номера (дешевле, чем через каталоги агентств) или приобрести номера журнала за прошедшие годы.

Позвоните в редакцию по тел. (495) 334-92-00 или пришлите заказ по электронной почте ru@ipu.ru — и подписка будет оформлена за один день. Расходы по пересылке журнала редакция берет на себя. Не забудьте указать свой полный почтовый адрес.