

СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОРРУПЦИИ В СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ

Г.А. Угольницкий, А.Б. Усов

Рассмотрены статические модели коррупции в трехуровневых системах контроля качества речных вод. Исследованы различные виды коррупции (вымогательство, попустительство) при разных методах иерархического управления (принуждение, побуждение). Предусмотрена возможность наказания за дачу и получение взятки. На модельных примерах проиллюстрированы методы борьбы с коррупцией.

Ключевые слова: коррупция, попустительство, вымогательство, принуждение, побуждение, иерархическая система.

ВВЕДЕНИЕ

Коррупция — важнейшее социально-экономическое явление, оказывающее в основном негативное влияние на развитие общества. В современной России коррупция представляет угрозу успешным экономическим и социальным преобразованиям. Она возникает в иерархических системах управления различной структуры и природы. Коррупционной называется разновидность оппортунистического поведения, при которой субъект использует ресурсы вышестоящего субъекта не для решения его задач, а для достижения собственных целей. Под государственной коррупцией понимается дача и получение взяток должностными лицами в обмен на предоставление различных привилегий и льгот. Экономические потери от коррупции значительно шире и глубже, чем просто суммарный размер взяток. Главные потери происходят из-за тех решений, которые принимаются агентами, вступающими в коррупционные отношения.

Системное, комплексное модельное исследование коррупции началось в конце прошлого столетия с работы [1], где указаны причины возникновения, существования и развития коррупции, ее характерные черты. Сегодня имеется значительное число работ, посвященных математическому моделированию явления коррупции. В большинстве из них коррупция исследуется в рамках модели «контролирующий орган — взяточник — взяткодатель» (модель «принципал — агент — клиент»)

или ее различных вариаций. В работах [1—4] в рамках модели «агент — клиент» рассматривается государственная коррупция (распределение чиновниками государственных ресурсов в своих интересах) и ее различные модификации, например, по отношению к налоговым органам [5, 6]. В работах [7, 8] исследуются модели типа «принципал — агент», анализируются возможные стратегии поведения принципала. Отдельные моменты коррупции как социально-экономического явления, в том числе, ее психологические и политические стороны, изучаются в работах [9, 10]. Обзор литературы, посвященной математическому моделированию коррупции, изучению ее корней, причин возникновения, характерных черт, приведен в работах [11, 12]. Исследование коррупции в теоретико-игровой постановке в иерархических структурах проводится в работах [3, 4, 7, 13, 14]. Несмотря на значительное число работ, посвященных вопросам коррупции, математических моделей коррупции немного, в большинстве своем они ограничены исследованием двухуровневых моделей без учета стратегических целей развития систем, условия их гомеостаза.

В настоящей статье коррупция моделируется на основе теоретико-игрового подхода, концепции иерархического управления развитием эколого-экономических систем и поддержания их в гомеостазе [15, 16]. Рассмотрение ведется на примере трехуровневой модели контроля качества водных ресурсов (модель типа «принципал — агент — клиент»).



1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА РЕЧНЫХ ВОД

Построим математическую модель системы контроля качества речных вод без учета возможной коррумпированности системы. Моделирование проведем на примере трехуровневой веерной системы управления [16], включающей в себя источники воздействия верхнего (федеральный центр, ФЦ), среднего (местные органы управления, ОУ), нижнего (промышленные предприятия, ПП) уровней и управляемую систему (УС). Пусть взаимоотношения между элементами исследуемой системы устроены следующим образом: ФЦ воздействует на ОУ и ПП, ОУ на ПП, а ПП на УС.

Предполагается, что принята следующая совокупность правил относительно поведения и информированности различных субъектов управления:

- федеральный центр выбирает свою стратегию поведения первым (делает ход первым) и сообщает ее всем остальным субъектам управления; при этом он максимизирует свою целевую функцию на множестве тех стратегий, которые позволяют поддерживать УС в гомеостазе; предполагается, что ему известны целевые функции всех остальных субъектов управления;

- органы управления выбирают свою стратегию, когда выбор ФЦ уже известен; они стремятся к достижению своих целей, зная целевые функции ПП;

- промышленные предприятия делают ход при известных стратегиях всех остальных субъектов управления и стремятся к максимизации своих целевых функций, не обращая внимания на состояние УС.

Органы управления определяют размеры платы за сброс ПП загрязнений в водоток (метод побуждения) или минимально допустимые степени очистки сточных вод на ПП (метод принуждения). Федеральный центр должен поддерживать УС в гомеостазе, т. е. обеспечить непревышение предельно допустимых концентраций загрязняющих веществ (ЗВ) в речной системе. Он определяет размер средств, полученных от ПП в виде платы за сброс загрязнений в водоток, которые передаются ОУ. В качестве методов управления в системе применяются методы побуждения и принуждения [15].

Исследуется случай одного вида загрязнений, например, азотосодержащих ЗВ и одного ПП. Пусть система находится в гомеостазе, если выполнены стандарты качества речной

$$0 \leq B \leq B_{\max} \quad (1)$$

и сточных вод, сбрасываемых в водоток на ПП,

$$W(1 - P)/Q^0 \leq Q_{\max}, \quad (2)$$

где B — концентрация ЗВ в речной воде; Q^0 — расход воды на ПП; W — количество ЗВ, сбрасываемых в реку до очистки сточных вод; P — доля ЗВ, удаляемых из сточных вод на ПП в процессе их очистки; значения B_{\max} и Q_{\max} заданы.

Пусть концентрация ЗВ в речной системе рассчитывается по формуле

$$B = B_0 + kW(1 - P), \quad B_0, k = \text{const.} \quad (3)$$

Основная цель ФЦ заключается в поддержании системы в гомеостазе. Помимо этого, он стремится к максимизации целевой функции вида

$$J_0 = (1 - P)WF(T)(1 - H) - C_\Phi(y) \rightarrow \max_H \quad (4)$$

Здесь $y = W(1 - P)$ — общее количество сброшенных в реку загрязнений; $F(T)$ и T — соответственно функция платы и размер платы за единицу сброшенных ЗВ при отсутствии коррупции в системе; H — доля платы за сброс загрязнений, отдаваемая ОУ; $C_\Phi(y)$ — функция, отражающая материальные потери общества из-за загрязненной воды; функции $F(T)$ и $C_\Phi(y)$ являются возрастающими функциями своих аргументов, причем $F(0) = C_\Phi(0) = 0$.

Органы управления стремятся к максимизации своего дохода. Целевая функция ОУ имеет вид

$$J_y = (1 - P)WF(T)(H - C_0(y)) \rightarrow \max \quad (5)$$

Здесь $C_0(y)$ — функция затрат ОУ на улучшение качества речной воды, зависящая от общего количества сброшенных в реку загрязнений y ; она возрастает по y , и $C_0(0) = 0$.

Органы управления выбирают размер платы за сброс загрязнений в водоток или минимально допустимые степени очистки сточных вод на ПП. Критерий (5) максимизируется по одной переменной: по q — при принуждении (q — минимально допустимая степень очистки сточных вод на ПП) или по T — при побуждении.

Цель ПП состоит в максимизации своей прибыли, т. е.

$$J_{\text{ПП}} = zR(\Phi) - (1 - P)WF(T) - WC_{\text{ПП}}(P) \rightarrow \max_P \quad (6)$$

где Φ — производственные фонды; $R(\Phi)$ — производственная функция ПП; z — прибыль предприятия от реализации единицы произведенной продукции; $C_{\text{ПП}}(P)$ — функции затрат ПП на очистку единицы сбрасываемых загрязнений, причем она возрастает по P на отрезке $[0, 1]$, кроме того, $C_{\text{ПП}}(0) = 0$; $\lim_{P \rightarrow 1} C_{\text{ПП}}(P) = \infty$.

Пусть общее количество сбрасываемых ЗВ (до очистки) зависит от количества произведенной на ПП продукции линейно с постоянным коэффициентом β , т. е.

$$W = \beta R(\Phi). \quad (7)$$

Производственная функция ПП берется в виде

$$R(\Phi) = \theta \Phi^\eta; \quad \eta, \theta = \text{const}; \quad 0 < \eta < 1. \quad (8)$$

Задачи (1)—(8) решаются при следующих ограничениях на управления

$$q \leq P \leq 1 - \varepsilon, \quad (9)$$

$$\gamma \leq H \leq 1, \quad (10)$$

$$0 \leq q \leq 1 - \varepsilon; \quad 0 \leq T \leq T_{\max}, \quad (11)$$

где T_{\max} , ε и γ — заданные постоянные; величина ε зависит от технологических возможностей очистки сточных вод на ПП; γ определяет минимальную долю средств, полученных с ПП и передаваемых ОУ; $0 < \varepsilon, \gamma < 1$.

Из выражений (1)—(3) следует, что для поддержания УС в гомеостазе достаточно выполнения неравенства

$$p_+ \leq P \leq 1 - \varepsilon, \quad (12)$$

где $p_+ = \max(1 - Q_{\max} Q^0/W; 1 - (B_{\max} - B_0)/(kW))$. Далее считаем, что $p_+ \geq 0$.

При отсутствии коррупции в системе решается задача (4)—(12), представляющая собой нелинейную стационарную задачу оптимизации при наличии фазовых ограничений, исследуемую с учетом иерархии в отношениях между субъектами управления.

Для примера приведем алгоритм исследования модели (1)—(12) в случае побуждения, который состоит в следующем.

1. В результате максимизации прибыли (6), (9) с учетом допущений (7) и (8) определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ОУ — $P^*(T, q)$.

2. Найденные в п. 1 оптимальные стратегии ПП подставляются в целевую функцию (5), проводится ее максимизация по T при ограничении (11) и фиксированном q . В результате определяются оптимальные управления ОУ в зависимости от стратегии ФЦ $T^*(H)$.

3. Максимизируется целевая функция (4) при $P = P^*(T^*(H), q)$, $T = T^*(H)$, с учетом ограничения (10) и условия (12). Оптимальным для ФЦ является значение H^* , приносящее ему максимальный доход при выполненном условии (12).

4. Равновесие системы при побуждении определим как набор величин $\{H^*, T^*, P^*\}$, где $T^* = T^*(H^*)$, $P^* = P^*(q, T^*)$.

Равновесие модели (1)—(12) в общем случае достигается путем имитационного моделирования [16].

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРУПЦИИ В СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА РЕЧНЫХ ВОД

Интересы ФЦ и ОУ в модели (4)—(12) различны, поэтому ОУ могут быть заинтересованы в получении взяток. Различаются два вида коррупции: административная и экономическая. В случае экономической коррупции ОУ в обмен на взятки занижают размер платы за сброс загрязнений в водоток, при административной — занижают минимально допустимые степени очистки сточных вод на ПП. Для ОУ взятки рассматриваются как один из факторов, наряду с доходами от платы за загрязнение, в общем балансе их интересов. Федеральный центр должен создать условия, при которых поддержание системы в гомеостазе в условиях коррупции будет экономически выгодно для ОУ. Однако добиться этого ФЦ удастся не всегда.

Федеральный центр контролирует деятельность ОУ и ПП, наказывая их за взятки штрафами. Размер штрафа зависит от «масштабных» коэффициентов [16], устанавливаемых ФЦ. Если масштабные коэффициенты велики, т. е. велика вероятность обнаружения взятки и степень наказания за нее, то экономический смысл дачи и получения взятки стремится к нулю. Масштабные коэффициенты определяются в ходе проверок, контроля ОУ и ПП. С ростом масштабных коэффициентов увеличиваются затраты со стороны ФЦ на контроль.

2.1. Экономическая коррупция

Экономическая коррупция имеет место в том случае, когда ОУ использует в качестве метода иерархического управления по отношению к ПП метод побуждения.

Целевые функции субъектов управления — ФЦ, ОУ и ПП — в этом случае соответственно примут вид:

$$J_0 = (1 - P)W[F(T^0)(1 - H) - h(L) + L\delta(\alpha_1(b) + \alpha_2(b))] - C_\Phi(y) \rightarrow \max_{H, L}; \quad (13)$$

$$J_y = (1 - P)W[F(T^0)H - L\delta\alpha_2(b) + \delta b] - C_0(y) \rightarrow \max_{T, \delta}; \quad (14)$$

$$J_{\text{ПП}} = zR(\Phi) - (1 - P)W[F(T^0) + L\delta\alpha_1(b) + \delta b] - WC_{\text{ПП}}(P) \rightarrow \max_{P, b}. \quad (15)$$



Здесь $F(T^0)$ — функция платы за единицу сброшенных ЗВ в условиях коррупции;

$$T^0 = \begin{cases} T + S - \delta a(b), & \text{если } T + S - \delta a(b) \geq 0, \\ 0, & \text{если } T + S - \delta a(b) < 0, \end{cases}$$

δ — коэффициент, равный нулю, если взятка не была принята, и единице в противном случае; b — размер взятки; $a(b)$ — функция «эффективности» взятки, характеризующая, насколько взятка уменьшает размер платы за сброс загрязнений; $\alpha_1(b)$, $\alpha_2(b)$ — функции штрафа ОУ и ПП за взятку; L — «масштабный» коэффициент, который позволяет варьировать размер наказания за взятку; $h(L)$ — функции затрат ФЦ на определение «масштабного» коэффициента, отнесенные к единице сброшенных ЗВ; $S \geq 0$ — постоянная величина; если $S = 0$, то имеет место попустительство, в противном случае — вымогательство. При попустительстве базовый набор услуг гарантируется, а дополнительные послабления предоставляются в обмен на взятку. При вымогательстве взятка требуется уже для предоставления базового уровня услуг. Функции $a(b)$, $\alpha_1(b)$ и $\alpha_2(b)$, $h(L)$ — возрастающие функции своих аргументов, причем $a(0) = \alpha_1(0) = \alpha_2(0) = h(0) = 0$.

Максимум целевых функций (13)–(15) ищется сразу по двум переменным: (13) — по H и L ; (14) — по T и δ ; (15) — по P и b .

Задачи (13)–(15) решаются при следующих ограничениях на управления

$$0 \leq P \leq 1 - \varepsilon, \quad 0 \leq b \leq b_{\max}, \quad (16)$$

$$\gamma \leq H \leq 1, \quad 0 \leq L \leq L_{\max}, \quad (17)$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & 0 \leq T \leq T_{\max}, \\ 1, & \end{cases} \quad (18)$$

где b_{\max} и L_{\max} — заданные постоянные величины.

В случае экономической коррупции решается задача (7), (8), (12)–(18).

Алгоритм построения решения состоит в следующем.

1. В результате максимизации целевой функции (15) при ограничениях (16) по переменным P и b определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ОУ: $P^*(q, T, \delta)$, $b^*(q, T, \delta)$.

2. Найденные в п. 1 оптимальные стратегии ПП подставляются в целевую функцию (14), после максимизации которой по $\{T, \delta\}$ при ограничениях (18) и фиксированном значении q . В результате определяются оптимальные управления ОУ в зависимости от стратегии ФЦ $T^*(H, L)$, $\delta^*(H, L)$.

3. Максимизируется целевая функция (13) при $P = P^*(q, T^*, \delta^*)$, $b = b^*(q, T^*, \delta^*)$, $T = T^*(H, L)$, $\delta = \delta^*(H, L)$ и ограничениях (17) с учетом гомеос-

таза (12). Оптимальными для ФЦ являются значения H^* и L^* , приносящие ему максимальный доход при выполненных условиях (12).

4. Равновесие системы при экономической коррупции определим как набор величин $\{H^*, L^*, T^*, \delta^*, P^*, b^*\}$, где $T^* = T^*(H^*, L^*)$, $\delta^* = \delta^*(H^*, L^*)$, $P^* = P^*(q, T^*, \delta^*)$, $b^* = b^*(q, T^*, \delta^*)$.

Равновесие в общем случае строится путем имитационного моделирования [16].

2.2. Административная коррупция

Административная коррупция возникает, когда ОУ применяют в качестве метода иерархического управления по отношению к ПП метод принуждения.

Целевые функции субъектов управления — ФЦ, ОУ и ПП — примут соответственно вид:

$$J_0 = (1 - P)W[F(T)(1 - H) - h(L) + L\delta(\alpha_1(b) + \alpha_2(b))] - C_\Phi(y) \rightarrow \max_{H, L}; \quad (19)$$

$$J_y = (1 - P)W[F(T)H - L\delta\alpha_2(b) + \delta b] - C_0(y) \rightarrow \max_{q, \delta}; \quad (20)$$

$$J_{\text{ПП}} = zR(\Phi) - (1 - P)W[F(T) + L\delta\alpha_1(b) + \delta b] - WC_{\text{ПП}}(P) \rightarrow \max_{P, b}. \quad (21)$$

В этом случае целевая функция ОУ оптимизируется по переменным q и δ .

Ограничения на управления (16), (18) принимают вид

$$q^0(q, b) \leq P \leq 1 - \varepsilon; \quad 0 \leq b \leq b_{\max}; \quad (22)$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & 0 \leq q \leq 1 - \varepsilon. \\ 1, & \end{cases} \quad (23)$$

Ограничение (17) останется без изменений.

Функция $q^0(q, b)$ описывает взяточничество. Она характеризует, насколько взятка снижает минимально допустимые степени очистки сточных вод на ПП. Эта функция обладает следующими свойствами: не убывает на отрезке $[0, 1 - \varepsilon]$ по q и не возрастает на отрезке $[0, b_{\max}]$ по b . В случае принуждения ОУ за взятку занижают минимально допустимую степень q очистки сточных вод на ПП. Такой вид коррупции может нанести ущерб окружающей среде, если ОУ за взятки готовы нарушить гомеостаз системы.

Будем говорить, что имеет место попустительство, если $q^0(q, b) = q$, и вымогательство, если $q^0(q, b) > q$. Случай $q^0(q, b) < q$ (фактическое отсутствие законодательного регулирования) не рассматривается.

В случае попустительства функция q^0 при невозможности нарушения гомеостаза может быть взята в виде

$$q^0(q, b) = q(1 - b/b_{\max}) + p_+ b/b_{\max}, \quad (24)$$

где величина p_+ гарантирует поддержание системы в гомеостазе. В этом случае $q^0(q, b) = q$; $q^0(q, b_{\max}) = p_+$.

Если за взятки ОУ готовы нарушить гомеостаз системы, то

$$\begin{aligned} q^0(q, b) &= q(1 - b/b_{\max}), \quad q^0(q, 0) = q; \\ q^0(q, b_{\max}) &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

При вымогательстве

$$\begin{aligned} q^0(q, b) &= qb/b_{\max} + (b_{\max} - b)(1 - \varepsilon)/b_{\max}, \\ q^0(q, 0) &= 1 - \varepsilon; \quad q^0(q, b_{\max}) = q, \end{aligned} \quad (26)$$

и коррупция не мешает поддержанию системы в гомеостазе.

В случае административной коррупции система описывается системой соотношений (7), (8), (12), (17), (19)—(26). Далее исследуется случай (24). Выбор этой функции взятки означает: ОУ уверены, что при нарушении состояния гомеостаза ФЦ ужесточит контроль над ним и велика вероятность значительного наказания за принятую взятку. Поэтому ОУ при принятии взятки стремится поддерживать систему в гомеостазе.

Алгоритм построения равновесия при административной коррупции аналогичен алгоритму при экономической коррупции, описанному в п. 2.1.

3. ПРИМЕРЫ

Исследование модели, после перехода в оптимизационных задачах от ограничений типа неравенств к ограничениям типа равенств, проводится методом множителей Лагранжа.

Пример 1. Пусть при экономической коррупции в модели (7), (8), (12)—(18) входные функции имеют вид

$$\begin{aligned} a(b) &= A_1 b, \quad \alpha_1(x) = \vartheta_1 x, \quad \alpha_2(x) = \vartheta_2 x, \quad h(L) = kL, \\ C_0(y) &= C_0 y, \quad C_\phi(y) = C_\phi y, \end{aligned} \quad (27)$$

$C_{\text{ПП}}(P) = DP/(1 - P)$, C_0 , C_ϕ , A_1 , ϑ_1 , ϑ_2 , k , $D = \text{const}$, кроме того, $F(T) = T$.

Оптимальные стратегии различных субъектов управления обозначим δ^* , T^* , b^* , P^* , L^* и H^* .

Если $A_1 - 1 - \vartheta_1 L^* > 0$, то взятка, с точки зрения ПП, является «эффективной», ее размер максимален: $b^* = b_{\max}$.

В противном случае взятка не предлагается: $b^* = 0$.

Для ОУ при любых входных данных $T^* = T_{\max}$.

Обозначим $p^0(b, L) = 1 - \sqrt{\frac{D}{T_{\max} + S - b(A_1 - 1 - \vartheta_1 L)}}$.

$$\text{Тогда } P^*(b, L) = \begin{cases} 0, & \text{если } p^0(b, L) < 0, \\ p^0(b, L), & \text{если } 0 \leq p^0(b, L) \leq 1 - \varepsilon, \\ 1 - \varepsilon, & \text{если } p^0(b, L) > 1 - \varepsilon. \end{cases}$$

Из последней формулы видно, что экономическая коррупция уменьшает оптимальную для ПП степень очистки сточных вод.

Дальнейшее рассмотрение для простоты проведем в случае, когда

$$\begin{aligned} \gamma A_1 &< 1; \\ \varepsilon^2(T_{\max} + S - b_{\max}(A_1 - 1 - \vartheta_1 L_{\max})) &< D < (T_{\max} + S - b_{\max}(A_1 - 1)). \end{aligned} \quad (28)$$

Первое из неравенств (28) делает для ОУ выгодным принятие взятки при отсутствии контроля ($L = 0$), из второго следует, что $P^* = p^0(b, L)$.

Тогда, если $p^0(0, 0) < p_+$, то поддерживать систему в гомеостазе не удастся даже при отсутствии коррупции. У ФЦ недостаточно для этого экономических возможностей воздействия на ОУ, у ОУ — на ПП. Метод побуждения не работает.

В случае, когда не предусмотрено наказание за взятку, т. е. $k = \vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$, получим, что при $H^* < 1/A_1$ ОУ взятку берут ($\delta^* = 1$). В противном случае взятка отклоняется ($\delta^* = 0$).

Таким образом, даже без административного контроля ОУ и ПП, федеральный центр может экономическими методами искоренить коррупцию в системе, а именно, создать условия, при которых ОУ будет невыгодно брать предлагаемые ему взятки. Коррупция не является характерной чертой иерархических систем управления.

Если $p^0(b_{\max}, 0) \geq p_+$, $A_1 > 1$ и

$$\begin{aligned} &((1 - \gamma)(T_{\max} + S - A_1 b_{\max}) - C_\phi) \times \\ &\times \sqrt{\frac{D}{T_{\max} + S - A_1 b_{\max} + b_{\max}}} > \sqrt{\frac{D}{T_{\max} + S}} ((T_{\max} + S) \times \\ &\times (1 - 1/A_1) - C_\phi), \end{aligned} \quad (29)$$

то для ФЦ экономически выгодна коррупция и

$$\begin{aligned} H^* &= \gamma, \quad T^* = T_{\max}, \quad \delta^* = 1, \quad b^* = b_{\max}, \\ P^* &= p^0(b_{\max}, 0). \end{aligned} \quad (30)$$

Если $p^0(b_{\max}, 0) \geq p_+$, $A_1 > 1$, но условие (29) не выполнено, то ФЦ экономически не заинтересован в наличии коррупции в системе управления. Поэтому часть средств, получаемых от ПП, он отдает ОУ, которому становится невыгодно брать предлагаемые взятки. Тогда

$$\begin{aligned} H^* &= 1 - 1/A_1, \quad T^* = T_{\max}, \quad \delta^* = 0, \quad b^* = 0, \\ P^* &= p^0(0, 0). \end{aligned} \quad (31)$$

В случае, когда $A_1 > 1$ и $p^0(b_{\max}, 0) < p_+ \leq p^0(0, 0)$, система будет в гомеостазе только при отсутствии коррупции, так как при коррупции уменьшается оптимальная для ПП степень очистки сточных вод. Федеральный центр не допускает коррупции в системе, и решение задается формулами (31).



Если $A_1 < 1$ и $p_+ \leq p^0(0, 0)$, то коррупции в системе нет, она поддерживается в гомеостазе, и

$$H^* = \gamma, \quad T^* = T_{\max}, \quad \delta^* = 0, \quad b^* = 0, \quad P^* = p^0(0, 0). \quad (32)$$

Метод побуждения в случае (30)–(32) в условиях коррупции реализуется, система поддерживается в гомеостазе.

Случай наказания за взятку ($k > 0, \vartheta_1 > 0, \vartheta_2 > 0$) рассмотрим при $A_1 > 1$, иначе решение задается формулами (32).

Если $(\vartheta_1 + \vartheta_2)b_{\max} < k$, то $L^* = 0$. Для ФЦ невыгоден контроль ОУ и ПП, и рассмотрение сводится к случаю отсутствия наказания за взятку. В противном случае коррупция экономически выгодна для ФЦ в рамках предложенной модели. Федеральный центр тратит собственные средства на контроль ОУ и ПП и может их вернуть только при наличии коррупции путем штрафа ОУ и ПП. Поэтому, если коррупция не мешает поддержанию системы в гомеостазе, то ФЦ стремится к ее наличию в системе.

Если $p^0(b_{\max}, L_{\max}) < p_+ \leq p^0(0, 0)$, то система будет в гомеостазе только при отсутствии коррупции. Тогда, если $1 - A_1 - \vartheta_2 L_{\max} \geq 0$, то коррупцию исключить не удастся, метод побуждения в условиях коррупции не работает, условия гомеостаза нарушаются. В противном случае при $p^0(b_{\max}, L_{\max}) < p_+ \leq p^0(0, 0)$ коррупция в системе отсутствует, и

$$L^* = L_{\max}, \quad H^* = \max(\gamma, 1 - \vartheta_2)L_{\max}/A_1, \quad T^* = T_{\max}, \\ \delta^* = 0, \quad b^* = 0, \quad P^* = p^0(0, 0).$$

Если $(\vartheta_1 + \vartheta_2)b_{\max} > k$ (контроль выгоден ФЦ) и $p^0(b_{\max}, L_1) > p_+$, где $0 \leq L_1 \leq L_{\max}$ (поддержание системы в гомеостазе возможно при коррупции), то

$$L^* = \max\left(0, \min\left(\frac{A_1 - 1}{\vartheta_1}; \frac{1 - \gamma A_1}{\vartheta_2}; \frac{(A_1 - 1)b_{\max} + D/(1 - p_+)^2 - T_{\max} - S}{\vartheta_1 b_{\max}}\right)\right),$$

$$H^* = \gamma, \quad T^* = T_{\max}, \quad \delta^* = 1, \quad b^* = b_{\max}, \quad P^* = p^0(b_{\max}, L^*).$$

В этом случае ФЦ выгодна максимальная степень контроля ОУ и ПП, при которой система находится в состоянии гомеостаза, а ОУ и ПП, несмотря на контроль со стороны ФЦ, остается выгодным предлагать и брать взятки.

Условие $L^* \leq (A_1 - 1)/\vartheta_1$ делает выгодным для ПП дачу взятки, условие $L^* \leq (1 - \gamma A_1)/\vartheta_2$ — принятие взятки

ОУ, а условие $L^* \leq \frac{(A_1 - 1)b_{\max} + D/(1 - p_+)^2 - T_{\max} - S}{\vartheta_1 b_{\max}}$

позволяет поддерживать систему в гомеостазе.

Таким образом, если ФЦ контролирует ОУ и ПП, то для него выгодна контролируемая коррупция в системе, если она не мешает поддержанию системы в гомеостазе.

Пример 2. Исследуем административную коррупцию (модель (7), (8), (12), (17), (19)–(23)) в случае (24) или (26) и входных функций (27).

Пусть $\varepsilon \ll 1$ и, как следствие, выполнены два неравенства

$$\varepsilon^2(T + b_{\max}) < D < T + b_{\max}; \\ -\varepsilon F(T) - D/(1 - \varepsilon) + 2\sqrt{D} \sqrt{F(T) + b_{\max}} + \\ + \sqrt{\frac{D}{F(T) + b_{\max}}} \vartheta_1 L_{\max} b_{\max} < 0. \quad (33)$$

Условия (33) делают для ПП невыгодной стратегию ($b^* = 0, p^* = 1 - \varepsilon$) по сравнению со стратегией $\left(b^* = b_{\max}, p^* = 1 - \sqrt{\frac{D}{F(T) + b_{\max} + \vartheta_1 L_{\max} b_{\max}}}\right)$, если обе принадлежат множеству допустимых управлений.

Пусть, кроме того,

$$F(T)\gamma - C_0 > 0, \quad F(T)(1 - \gamma) - C_\Phi > 0. \quad (34)$$

Неравенства (34) показывают, что ФЦ и ОУ на проведение очистных мероприятий выделяют средства, полученные от ПП в виде платы за сброс загрязнений.

Если $k > (\vartheta_1 + \vartheta_2)b$, то контроль за ОУ и ПП для ФЦ экономически невыгоден, поэтому $L^* = 0$. В противном случае ФЦ нужна контролируемая коррупция в системе, и $L^* = 1/\vartheta_2$. Тогда для ОУ становится выгодным брать предлагаемые ПП взятки, система будет в гомеостазе в силу выбора функции (24). При $L^* = 1/\vartheta_2$ ОУ заставляет (!) ПП давать ему взятку, выбирая $q^* = 1 - \varepsilon$. Для ОУ в большинстве случаев выгодна минимально возможная степень очистки сточных вод на ПП, обеспечивающая поддержание системы в гомеостазе, т. е. выгодна стратегия ПП $p = p_+$. Но ОУ в полной мере использует свое положение в иерархии субъектов управления. Зная целевую функцию ПП и неравенство (33), они видят, что ПП будет выгодно дать ему взятку. Вопрос только в ее размере. Поэтому $q^* = 1 - \varepsilon$. Данное значение q для ОУ может не быть оптимальным при отсутствии взятки, но они выбирают это значение q , будучи уверенным в получении взятки. В результате, если $k < (\vartheta_1 + \vartheta_2)b$, то $H^* = \gamma, L^* = 1/\vartheta_2, q^* = 1 - \varepsilon, \delta^* = 1$.

Если $k > (\vartheta_1 + \vartheta_2)b$, то получим похожие стратегии $H^* = \gamma, L^* = 0, q^* = 1 - \varepsilon, \delta^* = 1$.

Для ПП и при попустительстве, и при вымогательстве оптимальной будет одна из следующих двух стратегий:

$$p_1 = \begin{cases} p_+, & \text{если } 1 - \sqrt{\frac{D}{F(T) + b_{\max} + \vartheta_1 L^* b_{\max}}} < p_+, \\ 1 - \sqrt{\frac{D}{F(T) + b_{\max} + \vartheta_1 L^* b_{\max}}}, & \\ \text{если } 1 - \sqrt{\frac{D}{F(T) + b_{\max} + \vartheta_1 L^* b_{\max}}} > p_+, \end{cases} \quad (35)$$

и $p_2 = p_+ b_2 / b_{\max} + (b_{\max} - b_2)(1 - \varepsilon) / b_{\max}$, если $0 \leq b_2 \leq b_{\max}$, где b_2 есть корни уравнения

$$\begin{aligned} & -(1 - (p_+ b_2 / b_{\max} + (b_{\max} - b_2)(1 - \varepsilon) / b_{\max})) + \\ & + (F(T) + b_2)(p_+ / b_{\max} - (1 - \varepsilon) / b_{\max}) - \\ & - D(p_+ / b_{\max} - (1 - \varepsilon) / b_{\max}) \times \\ & \times \frac{1}{(1 - (p_+ b_2 / b_{\max} + (b_{\max} - b_2)(1 - \varepsilon) / b_{\max}))^2} = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Если $b_2 \notin [0, b_{\max}]$, то оптимальна стратегия (35). Уравнение (36) решается, например, методом Ньютона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ приведенных моделей экономической и административной коррупции позволил сделать следующие выводы.

- Во всех рассмотренных случаях в рамках предложенной модели федеральному центру безразлично, имеется ли коррупция в системе, если она не затрагивает его экономических интересов и не мешает поддержанию системы в гомеостазе.
- Влияние коррупции на управляемую систему неоднозначно. Экономическая коррупция может препятствовать поддержанию системы в гомеостазе, так как уменьшает оптимальную для промышленных предприятий степень очистки сточных вод. Если коррупция выводит систему из гомеостаза, то федеральный центр борется с коррупцией, независимо от своих экономических интересов. Административная коррупция, наоборот, способствует гомеостазу, если органы управления, принимая взятку, стремятся избежать наказания за нее и поддерживают систему в гомеостазе.
- При контроле органов управления и предприятий для федерального центра всегда экономически выгодна контролируемая коррупция в системе, если она не мешает состоянию гомеостаза. Оптимальной для федерального центра является максимальная степень контроля, при которой для предприятий и органов управления выгодна коррупция.
- При административной коррупции промышленные предприятия в силу своего положения в иерархии, вынуждены всегда давать взятки органам управления, если они их берут.
- При достаточных возможностях федерального центра борьба с коррупцией возможна как административными (контроль), так и экономическими (увеличением доли средств предприятий, поступающей к органам управления, степени контроля предприятий и органов управления) методами.

- При административной коррупции нет принципиальной разницы между вымогательством и попустительством.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rose-Ackerman S.* The Economics of Corruption // Journal of Political Economy. — 1975. — N 4. — P. 187–203.
2. *Shleifer A., Vishny R.W.* Corruption // The Quarterly Journal of Economics. — 1993. — Vol. 107, N 33. — P. 599–617.
3. *Mookherjee D., Png I.P.* Corruptible Law Enforcers; How Should They Be Compensated // Economic Journal. — 1995. — N 105. — P. 112–121.
4. *Lambert-Mogiliansky A., Majumdar M., Radner R.* Petty corruption: A game theoretical approach // Journal of Economic Theory. — 2008. — Vol. 4. — P. 273–297.
5. *Chander P., Wilde L.* Corruption in Tax Administration // Journal of Political Economy. — 1992. — Vol. 49. — N 2. — P. 333–349.
6. *Beensstock M.* Corruption and Development // World Development. — 1979. — Vol. 7. — P. 82–91.
7. *Bac M.* Corruption and supervision costs in hierarchies // Journal of Comparative Economics. — 1996. — N 2. — P. 99–118.
8. *Hindriks J., Keen M., Muthoo A.* Corruption, Extortion and Evasion // Journal of Public Economics. — 1999. — Vol. 74, N 3. — P. 395–430.
9. *Bardhan P.* Corruption and development: a review of issues // Journal of Economic Literature. — 1997. — Vol. 35, N 3. — P. 1320–1346.
10. *Левин М.И., Цирик М.Л.* Коррупция как объект математического моделирования // Экономика и математические методы. — 1998. — Т. 34, № 3. — С. 40–62.
11. *Полтерович В.М.* Факторы коррупции // Экономика и математические методы. — 1998. — Т. 34, вып. 3. — С. 30–39.
12. *Выборнов Р.А.* Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников. — М.: ИПУ РАН, 2006. — 110 с.
13. *Marjit S., Shi H.* On controlling crime with corrupt officials // Journal of Economic Behavior and Organization. — 1996. — Vol. 34. — P. 163–172.
14. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Управление устойчивым развитием иерархических систем в условиях коррупции // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 19–26.
15. *Угольницкий Г.А.* Иерархическое управление устойчивым развитием. — М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2010. — 336 с.
16. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Трехуровневые системы управления эколого-экономическими объектами веерной структуры // Проблемы управления. — 2010. — № 1. — С. 26–32.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Угольницкий Геннадий Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой, ☎ (863) 297-51-14, ✉ ougoln@mail.ru,

Усов Анатолий Борисович — д-р техн. наук, профессор, ✉ usov@math.rsu.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.