УДК 519.83 + 519.86

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРУПЦИИ В ТРЕХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ[1]

Г.А. Угольницкий, А.Б. Усов

Рассмотрены динамические модели коррупции в трехуровневых системах управления. Даны определения равновесий в динамических играх трех лиц с учетом требований устойчивого развития в условиях коррупции, предложены алгоритмы их построения. Исследованы модели экономической коррупции в системах контроля качества поверхностных вод, основанные на определенных информационных регламентах, приведены примеры численных расчетов.

Ключевые слова: коррупция, динамические игры, иерархическая система управления, принуждение, побуждение, условия устойчивого развития.

ВВЕДЕНИЕ

Пионерской работой по математическому моделированию коррупции считается статья С. Роз-Аккерман [1], представляющую собой адаптацию идей Г. Беккера относительно моделирования абстрактного рода преступлений и методики выбора соответствующих наказаний [2].

В дальнейшем коррупция как отдельная ветвь математического моделирования социально-экономических процессов изучалась по нескольким основным направлениям:

— математические модели, направленные на изучение коррупции как социальной практики внутри отдельной организации (внутренняя коррупция) и между организациями (внешняя коррупция);

— моделирование коррупции в общественно-политической жизни (в основном, коррупционных схем, присутствующих в избирательном процессе);

— исследование таких явлений, как множественность равновесных коррупционных состояний, цикличность возникновения и др.

Модели коррупции в иерархических системах описаны, например, в работах [3—8]. В России наиболее активно математическим моделированием коррупции занимаются А.А. Васин [10, 11], М.И. Левин [12], В.М. Полтерович [13]. Обзор моделей коррупции приведен в книгах [14—16]. В рамках авторского подхода управления устойчивым развитием построены и исследованы различные модели коррупции в иерархических системах и предложен ряд принципов ее моделирования [16—23], в том числе следующие.

- Базовой схемой моделирования служит иерархическая система «принципал — супервайзер — агент — объект» в различных модификациях и ее теоретико-игровое исследование, причем в динамических моделях состояние объекта описывается явно. Коррупции подвержен средний уровень управления (супервайзер), верхний уровень (принципал) считается некоррумпируемым и выполняет функции борьбы с коррупцией.
- Предполагаются известными определенные требования устойчивого развития управляемой системы (объекта). В динамических моделях они формулируются в терминах состояния объекта. Если требования устойчивого развития выполняются, то задача принципала считается решенной даже при наличии коррупции.
- Пары «принципал — супервайзер» и «супервайзер — агент» состоят в отношениях «ведущий — ведомый». Ведущий игрок (принципал или супервайзер соответственно) для достижения своих целей использует методы принуждения (преимущественно административно-законодательные воздействия) и побуждения (преимущественно экономические воздействия); при математической формализации принуждение означает воздействие ведущего на множество допустимых стратегий ведомого (без обратной связи), а побуждение — на функцию выигрыша ведомого (с обратной связью).

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00017) и Южного федерального университета.

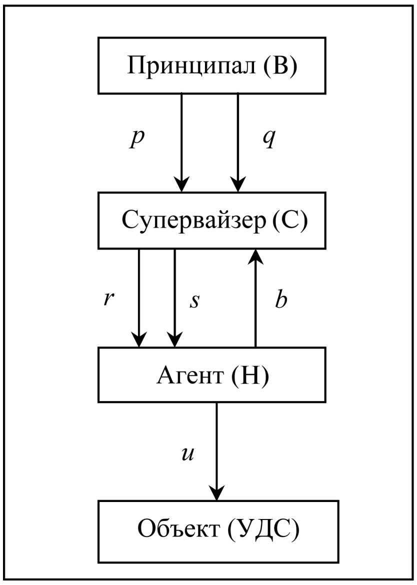
- Различаются административная коррупция, при которой за взятку ослабляются административные требования, и экономическая коррупция, при которой взятка позволяет ослабить экономические требования верхнего уровня управления. При моделировании административная коррупция означает принуждение агента супервайзером с обратной связью по размеру взятки, а экономическая коррупция — побуждение агента супервайзером с дополнительной обратной связью по размеру взятки.
- Коррупция представляет собой угрозу устойчивому развитию объекта, поскольку взяточнику выгодно в обмен на взятку ослаблять требования устойчивого развития. С другой стороны, коррупция есть специфическая форма обратной связи в иерархических системах управления, в силу которой управляющие воздействия становятся функциями размера взятки.

При моделировании коррупции в динамических иерархических системах нами используются результаты, полученные А.Ф. Кононенко с соавторами [24—28].

1. МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕГЛАМЕНТЫ

Рассмотрим трехуровневую систему управления, включающую в себя субъекты управления верхнего (принципал), среднего (супервайзер) и нижнего (агент) уровней, а также управляемую динамическую систему (УДС) — см. рисунок. Для простоты ограничимся случаем одного субъекта на каждом из уровней (В, С и Н соответственно). Основная цель субъекта В состоит в выполнении требований устойчивого развития (УР), которые формализуются как принадлежность траектории УДС определенной области пространства состояний. Субъект В может иметь дополнительные собственные интересы. Субъект С следит за выполнением требований УР от имени субъекта В, но может пренебрегать ими в обмен на взятку от субъекта Н. На УДС воздействует только субъект Н, который преследует исключительно свои частные интересы, исходя из которых может предлагать взятку субъекту С. Каждый из субъектов В и С при воздействии на нижестоящего субъекта (С и Н соответственно) может применять методы принуждения (C — compulsion) или побуждения (I — impulsion). Подробное математическое описание этих методов как решений иерархической игры представлено в книге [17].

Таким образом, возникают четыре информационных регламента для иерархической игры трех лиц:



Трехуровневая система управления

— В и С используют принуждение (регламент CC);

— В использует принуждение, С — побуждение (регламент CI);

— В использует побуждение, С — принуждение (регламент IC);

— В и С используют побуждение (регламент II).

При этом имеет место административная (управления принуждения субъекта С становятся функциями размера взятки) и экономическая (управления побуждения субъекта С становятся функциями размера взятки) коррупция. Конечно, возможны и другие схемы информационного взаимодействия.

Исходная теоретико-игровая модель имеет вид:

$$J_{\text{В}}(z(\cdot)) = \int_0^T e^{-\alpha t} g_{\text{В}}(z(t))dt \to \max; \qquad (1)$$

$$q(t) \in Q; \quad p(t) \in P; \qquad (2)$$

$$J_{\text{С}}(z(\cdot)) = \int_0^T e^{-\alpha t} g_{\text{С}}(z(t))dt \to \max; \qquad (3)$$

$$s(t) \in S; \quad r(t) \in R; \qquad (4)$$

$$J_{\text{Н}}(z(\cdot)) = \int_0^T e^{-\alpha t} g_{\text{Н}}(z(t))dt \to \max; \qquad (5)$$

$$u(t) \in U; \quad b(t) \in B; \qquad (6)$$

$$\dot{x} = f(u(t), x(t)), \quad x(0) = x_0; \qquad (7)$$

$$x(t) \in X^*; \quad t \geqslant 0. \qquad (8)$$

Здесь $z(t) = (q(t), p(t), s(t), r(t), u(t), b(t), x(t))$; $q(t)$ и $p(t)$ — векторы управлений принуждения и побуждения для субъекта В; $s(t)$ и $r(t)$ — векторы управлений принуждения и побуждения для субъекта С; $u(t)$ — вектор управлений субъекта Н; $b(t)$ — вектор управлений субъекта Н, трактуемых как взятки; векторы q, s и u имеют одинаковую размерность; J_B и g_B, J_C и g_C, J_H и g_H — интегральные и текущие функции выигрыша игроков В, С, Н соответственно; T — период рассмотрения, который может быть как конечным, так и бесконечным (второй вариант более адекватен задаче управления УР); α — коэффициент дисконтирования; $x(t)$ — вектор состояния УДС; соотношения (7) описывают динамику УДС при заданных начальных условиях и управлениях ведомого; условия (8) выражают требования УР применительно к УДС.

Предполагается, что Q, P, S, R, U и B — компактные подмножества соответствующих метрических пространств; функции J_B, J_C и J_H непрерывны по своим аргументам, для функции f из соотношений (7) выполнены условия Каратеодори.

Математически задача управления УР в условиях коррупции представляет собой динамическую игру (1)—(7) с фазовыми ограничениями (8). Ее смысл — нахождение решения динамической игры (1)—(7), т. е. приемлемого компромисса между субъектами управления, удовлетворяющего требованиям (8) к состоянию УДС, в условиях, когда управления игрока С зависят от размера взятки, предлагаемой игроком Н. Будем далее в ряде случаев для простоты опускать зависимость от времени.

Пусть сначала оба субъекта В и С применяют принуждение. Управления побуждения не используются. Будем интерпретировать управление принуждения $s(t)$ игрока С как некоторую «квоту» и считать ее функцией размера взятки: $\tilde{s}(t) = s(b(t))$, т. е. квота может быть увеличена в обмен на взятку (административная коррупция). В общем случае административная коррупция означает изменение управления принуждения за взятку в пользу агента. При этом принципал должен обеспечить выполнение требований УР (8) посредством принуждения супервайзера.

Информационный регламент в игре трех лиц типа СС («принуждение — принуждение») в условиях административной коррупции имеет следующий вид.

- Субъект верхнего уровня В (принципал) выбирает управление принуждения (постоянную стратегию) $q \in Q$ и сообщает ее субъекту С.
- Обозначим $\tilde{S} = \{\tilde{s} = s(q, b): Q \times B \to S\}$. С учетом известного значения $q \in Q$ субъект среднего уровня С (супервайзер) выбирает и сообщает субъекту Н стратегию принуждения с обратной связью по размеру взятки (механизм административной коррупции) $\tilde{s} = s(q, b)$ из своего множества оптимальных ответов $R_C^{CC}(q, u, b) = \operatorname{Arg}\max\limits_{\tilde{s} \in \tilde{S}} J_C^{CC}(q, s(q, b), u, b, x)$, где траектория x определяется стратегией u. Структура стратегии $\tilde{s} = s(q, b)$ обусловлена следующими соображениями. Параметрическая зависимость $s(q)$ определяется воздействием принципала на множество допустимых стратегий супервайзера при принуждении. Зависимость $s(b)$ — это дополнительная обратная связь по величине взятки, возникающая при наличии административной коррупции.
- Зная механизм $\tilde{s} \in R_C^{CC}(q, u, b)$, субъект нижнего уровня (агент) выбирает свою стратегию $(\tilde{\tilde{u}}, b)$ из множества оптимальных ответов

$$R_H^{CC}(\tilde{s}) = \operatorname{Arg}\max_{(\tilde{\tilde{u}}, b) \in \tilde{\tilde{U}} \times B} J_H^{CC}(u(s(q, b)), b, x),$$

где $\tilde{\tilde{U}} = \{\tilde{\tilde{u}} = u(s(q, b)): \tilde{S} \to U\}$, траектория x порождается стратегией $\tilde{\tilde{u}} = u(s(q, b))$.

Гарантированный выигрыш принципала

$$\gamma_B^{CC} = \\ = \sup_{q \in Q} \inf_{\tilde{s} \in R_C^{CC}(q, u, b)} \inf_{(\tilde{\tilde{u}}, b) \in R_H^{CC}(\tilde{s})} J_B^{CC}(\pi(q, \tilde{s}, \tilde{\tilde{u}}, b, x)),$$

где $\pi: Q \times \tilde{S} \times \tilde{\tilde{U}} \times B \times X \to Q \times S \times U \times B \times X$ — проекция [24]. Равновесие «принуждения — принуждения» с учетом требований УР в условиях административной коррупции есть

$$(q^*, \tilde{s}^*, \tilde{\tilde{u}}^*, b^*) \in BR^{CC}: J_B^{CC}(\pi(q^*, \tilde{s}^*, \tilde{\tilde{u}}^*, b^*, x)) = \\ = \gamma_B^{CC},$$

$$BR^{CC} = \{(q, \tilde{s}, \tilde{\tilde{u}}, b) \in Q \times \tilde{S} \times \tilde{\tilde{U}} \times B : s(q, b) \in \\ \in R_C^{CC}(q, u, b),\ u(s(q, b)) \in R_H^{CC}(\tilde{s})\} \qquad (9)$$

при условии (8), траектория x^* порождается управлением $u^*(s^*(q^*, b^*))$.

Алгоритм построения равновесия (9) заключается в следующем.

1. Решается параметрическая задача оптимального управления субъектом Н (5)—(7): ее решением является пара $(b^*(t), u^*(t) = u^*(s(q(t), b^*(t))))$, при этом оператор $u^*(t)$ порождает для каждой тройки $(q(t), s(t), b^*(t))$ единственную траекторию УДС $x^*(t)$.

2. Решается параметрическая задача оптимального управления субъекта С (3), (4) в силу соотношений (7) при $b(t) = b^*(t)$, $u(t) = u^*(t)$. Ее решением является оператор $s^*(t) = s^*(q(t), b(t))$.

3. Решается задача оптимального управления субъекта В (1), (2) в силу соотношений (7) с дополнительным условием (8) при $s(t) = s^*(q(t), b^*(t))$, $u(t) = u^*(s^*(q(t), b^*(t)))$, $b(t) = b^*(t)$.

Если решение этой задачи $q^*(t)$ существует, то ситуация $(q^*, s^*(q^*, b^*), u^*(s^*(q^*, b^*)), b^*)$ есть равновесие «принуждения — принуждения» с учетом требований УР в условиях административной коррупции (9).

Пусть теперь оба субъекта В и С используют побуждение. Управления принуждения не применяются. Будем интерпретировать управление побуждения $r(t)$ субъекта С как некий «налог» и считать его функцией размера взятки: $\tilde r(t) = r(b(t))$, т. е. налог может быть уменьшен в обмен на взятку (экономическая коррупция). Возможны и другие интерпретации экономической коррупции, например, $r(t)$ есть некоторые ассигнования, которые могут быть увеличены за взятку, и т. п. Таким образом, общий смысл экономической коррупции — изменение стратегии побуждения за взятку в пользу агента. При этом принципал должен обеспечить выполнение требований УР посредством побуждения супервайзера.

Информационный регламент в игре трех лиц типа II («побуждение — побуждение») в условиях экономической коррупции имеет следующий вид.

- Субъект В выбирает стратегию побуждения с обратной связью $\tilde p \in \tilde P = \{\tilde p : R \to P\}$ и сообщает ее субъекту С.
- Обозначим $\tilde{\tilde R} = \{\tilde{\tilde r} = r(\tilde p, u, b) : \tilde P \times U \times B \to R\}$.

  С учетом известной стратегии $\tilde p \in \tilde P$ субъект С выбирает и сообщает субъекту Н стратегию побуждения с дополнительной обратной связью по размеру взятки (механизм экономической коррупции) $\tilde{\tilde r} = r(\tilde p, u, b)$ из своего множества оптимальных ответов $R_C^{II}(\tilde p, u, b) = \operatorname{Arg}\max\limits_{\tilde{\tilde r} \in \tilde{\tilde R}} J_C^{II}(\pi(\tilde p, \tilde{\tilde r}, u, b, x))$, где траектория x порождается стратегией u.

Рассмотрим подробнее структуру стратегии $\tilde{\tilde r} = r(\tilde p, u, b)$. Параметрическая зависимость $r(\tilde p)$ обусловлена тем, что в момент принятия решения субъект С знает стратегию $\tilde p$ субъекта В, воздействующую на функцию выигрыша субъекта С. Зависимость $r(u)$ — это исходный механизм побуждения с обратной связью по действию агента u. Зависимость $r(b)$ — это дополнительная обратная связь по размеру взятки b, возникающая при наличии экономической коррупции.

- Зная механизм $\tilde{\tilde r} \in R_C^{II}(\tilde p, u, b)$, субъект Н выбирает свою стратегию $(\tilde{\tilde u}, b)$ из множества оптимальных ответов $R_H^{II}(\tilde{\tilde r}) = \operatorname{Arg}\max\limits_{(\tilde{\tilde u}, b) \in \tilde{\tilde U} \times B} J_H^{II}(u(\tilde{\tilde r}), b, x)$, где $\tilde{\tilde U} = \{\tilde{\tilde u} = u(r(\tilde p, u, b)) : \tilde{\tilde R} \to U\}$, траектория x порождается управлением $u(r(\tilde p, u, b))$.

Гарантированный выигрыш принципала равен $\gamma_B^{II} = \sup\limits_{\tilde p \in \tilde P} \inf\limits_{\tilde{\tilde r} \in R_C^{II}(\tilde p, u, b)} \inf\limits_{(\tilde{\tilde u}, b) \in R_H^{II}(\tilde{\tilde r})} J_B^{II}(\pi(\tilde p, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x))$. Равновесие «побуждения — побуждения» с учетом требований УР в условиях экономической коррупции есть

$$(\tilde p^*, \tilde{\tilde r}^*, \tilde{\tilde u}^*, b^*) \in BR^{II} : J_B^{II}(\pi(\tilde p^*, \tilde{\tilde r}^*, \tilde{\tilde u}^*, b^*, x^*)) = \gamma_B^{II},$$

$$BR^{II} = \{(\tilde p, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) \in \tilde P \times \tilde{\tilde R} \times \tilde{\tilde U} \times B : \tilde{\tilde r} \in R_C^{II}(\tilde{\tilde p}, u, b), (\tilde{\tilde u}, b) \in R_H^{II}(\tilde{\tilde r})\} \qquad (10)$$

при условии (8), траектория x^* порождается управлением $u^*(r^*(\tilde p^*, u^*, b^*))$.

Алгоритм построения равновесия (10) опирается на предложенную в работе [24, *с. 39*] процедуру.

1. Обозначим для краткости $y = (\tilde p, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x)$. Вычислим максимальный гарантированный выигрыш субъекта Н при использовании субъектами В и С стратегий наказания:

$$L_H^{II} = \sup_{(\tilde{\tilde u}, b) \in \tilde{\tilde U} \times B} \inf_{\tilde p \in \tilde P} \inf_{\tilde{\tilde r} \in \tilde{\tilde R}} J_H^{II}(\pi(y)).$$

2. Определим множество $D_H^{II} = \{(\tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) : J_H^{II}(\pi(\tilde p^P, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x)) \geqslant L_H^{II}$, где $\tilde p^P$ — стратегия наказания субъекта С субъектом В, т. е. $J_C^{II}(\pi(\tilde p^P, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x)) = \min\limits_{\tilde p \in \tilde P} J_C^{II}(\pi(y))$.

3. Вычислим максимальный гарантированный выигрыш субъекта С при учете интересов субъекта Н и использовании субъектом В стратегии наказания: $L_C^{II} = \sup\limits_{(\tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) \in D_H^{II}} J_C^{II}(\pi(\tilde p^P, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x))$.

4. Введем множество $D_C^* = \{(\tilde{\tilde p}, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) : J_C^{II}(\pi(y)) \geqslant L_C^{II}, J_H^{II}(\pi(y)) \geqslant L_H^{II}, \forall t\ x(t) \in X^*\}$ учета интересов субъектов С и Н при выполнении требований УР в условиях экономической коррупции.

5. Тогда гарантированный выигрыш субъекта В $\gamma_{\rm B}^{\rm II} = \sup_{(\tilde p, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) \in D_{\rm C}^*} J_{\rm B}^{\rm II}(\pi(y))$, откуда получаем равновесие (10). Конечно, реализация этого алгоритма возможна при условиях $D_{\rm H}^{\rm II} \neq \varnothing$, $D_{\rm C}^* \neq \varnothing$.

Наконец, рассмотрим информационный регламент типа CI, т. е. субъект В использует принуждение, а субъект С — побуждение. Таким образом, супервайзер реализует стратегию побуждения агента с дополнительной обратной связью по размеру взятки (экономическая коррупция), а принципал должен обеспечить выполнение требований УР посредством принуждения супервайзера.

- Субъект В выбирает управление (постоянную стратегию) $q \in Q$ и сообщает ее субъекту С.
- Субъект С выбирает и сообщает субъекту Н стратегию $\tilde{\tilde r} = r(q, u, b)$ из своего множества оптимальных ответов $R_{\rm C}^{\rm CI}(q, u, b) = \mathrm{Arg}\max_{\tilde{\tilde r} \in \tilde{\tilde R}} J(\pi(q, \tilde{\tilde r}, u, b, x))$, где траектория x порождается стратегией u.
- Субъект Н выбирает свою стратегию $(\tilde{\tilde u}, b)$ из множества оптимальных ответов $R_{\rm H}^{\rm CI}(\tilde{\tilde r}) = \mathrm{Arg}\max_{(\tilde{\tilde u}, b) \in \tilde{\tilde U} \times B} J_{\rm H}^{\rm CI}(u(\tilde{\tilde r}), b, x)$.

Гарантированный выигрыш принципала $\gamma_{\rm B}^{\rm CI} = \sup_{q \in Q} \inf_{\tilde{\tilde r} \in R_{\rm C}^{\rm CI}(q, u, b)} \inf_{(\tilde{\tilde u}, b) \in R_{\rm H}^{\rm CI}(\tilde{\tilde r})} J_{\rm B}^{\rm CI}(\pi(q, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x))$.

Равновесие «принуждения — побуждения» с учетом требований УР при экономической коррупции:

$$(q^*, \tilde{\tilde r}^*, \tilde{\tilde u}^*, b^*) \in BR^{\rm CI} : J_{\rm B}^{\rm CI}(\pi(q^*, \tilde{\tilde r}^*, \tilde{\tilde u}^*, b^*, x^*)) = \gamma_{\rm B}^{\rm CI},$$

$$BR^{\rm CI} = \{(q, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) \in Q \times \tilde{\tilde R} \times \tilde{\tilde U} \times B : \tilde{\tilde r} \in R_{\rm C}^{\rm CI}(q, u, b), (\tilde{\tilde u}, b) \in R_{\rm H}^{\rm CI}(\tilde{\tilde r})\} \quad (11)$$

при условии (8), траектория x^* порождается управлением $u^*(r^*(q^*, u^*, b^*))$.

Алгоритм нахождения равновесия (11) заключается в следующем.

1. Вычислить максимальный гарантированный выигрыш субъекта Н при использовании субъектами В и С стратегий наказания: $L_{\rm H}^{\rm CI} = \sup_{(\tilde{\tilde u}, b) \in \tilde{\tilde U} \times B} \inf_{q \in Q} \inf_{\tilde{\tilde r} \in \tilde{\tilde R}} J_{\rm H}^{\rm CI}(\pi(q, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x))$.

2. Найти множество $D_{\rm H}^{\rm CI} = \{(\tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) : J_{\rm H}^{\rm CI}(\pi(q, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x)) \geqslant L_{\rm H}^{\rm CI}\}$ для каждого $q \in Q$.

3. Вычислить максимальный гарантированный выигрыш субъекта С $\gamma_{\rm C}^{\rm CI}(q) = \sup_{(\tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b) \in D_{\rm H}^{\rm CI}} J_{\rm C}^{\rm CI}(\pi(q, \tilde{\tilde r}, \tilde{\tilde u}, b, x))$; обозначим через $\tilde{\tilde r}^*$, $(\tilde{\tilde u}^*, b^*)$ стратегии субъектов С и Н, реализующие (возможно, с ε-точностью) величину $\gamma_{\rm C}^{\rm CI}(q)$ для каждого $q \in Q$.

4. Решить задачу оптимального управления с фазовыми ограничениями субъекта В (1), (2), (7), (8) при $\tilde{\tilde r} = \tilde{\tilde r}^*$, $(\tilde{\tilde u}, b) = (\tilde{\tilde u}^*, b^*)$. Если ее решение q^* существует, то ситуация $(q^*, \tilde{\tilde r}^*(q), \tilde{\tilde u}^*(r(q, u, b), b^*)$ есть равновесие «принуждения — побуждения» с учетом требований УР в условиях экономической коррупции (11).

Информационный регламент «побуждения — принуждения» рассматривается аналогично.

В качестве примера рассмотрим использование информационного регламента «побуждение — побуждение» (II) в условиях экономической коррупции в задаче контроля качества поверхностных вод.

2. МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ КОРРУПЦИИ В СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД

Рассмотрим трехуровневую систему контроля качества поверхностных вод, включающую в себя субъекты верхнего (федеральный центр, ФЦ), среднего (местные органы управления, ОУ), нижнего (промышленные предприятия, ПП) уровней и УДС [21]. Таким образом, (В, С, Н) = (ФЦ, ОУ, ПП). Будем считать, что на каждом уровне имеется единственный субъект.

Пусть на берегу реки (УДС) расположено ПП, сбрасывающее загрязняющие вещества (ЗВ) в реку вместе со сточными водами. Для простоты исследуем случай только одного вида ЗВ, например, азотосодержащих ЗВ. Предполагается, что взаимоотношения между элементами исследуемой динамической системы устроены следующим образом: ФЦ воздействует на ОУ, ОУ — на ПП, а ПП — только на УДС.

Промышленное предприятие стремится к максимизации получаемой в результате производства прибыли. В процессе производства в водоток (УДС) сбрасываются ЗВ. Органы управления определяют размер платы за сброс ПП загрязнений в водоток, который (размер) является функцией взятки, и стремятся к максимизации поступающих к ним от ПП средств. Федеральный центр должен поддерживать УДС в устойчивом состоянии. При побуждении ФЦ определяет, какая часть средств, полученных с ПП в виде платы за сброс загрязнений в водоток, остается у ОУ; при принуждении — минимально допустимую степень очистки сточных вод на ПП (если ОУ применяет принуждение по отношению к ПП) или минимально допустимый размер платы за сброс ЗВ (если ОУ применяет побуждение по отношению к ПП).

Орган управления преследует только собственные интересы и может быть заинтересован в получении взяток от ПП. За взятки ОУ занижает размер платы за сброс загрязнений в водоток. Чиновники ОУ взятки рассматривают как один из факторов (наряду с доходами от платы за загрязнение) в общем балансе их интересов. Фактически ОУ, вопреки декларируемым целям защиты государственных интересов, часто выступает как коммерческая структура. Поскольку благополучие ОУ зависит только от ФЦ, но не от качества жизни в регионе, то стандарты качества речных и сточных вод могут нарушаться в силу экономической коррупции. Федеральный центр должен создать условия, при которых поддержание системы в устойчивом состоянии даже в условиях коррупции будет экономически выгодно для ОУ. Добиться этого ФЦ может неединственным образом, поэтому, кроме того, он стремится к оптимизации индивидуального функционала. Если на конечном интервале времени дисконтирование не учитывается, то целевой функционал ФЦ

$$J_{\text{B}}(p(\cdot),\, q_1(\cdot),\, q_2(\cdot),\, r(\cdot),\, u(\cdot),\, b(\cdot)) =$$
$$= \int_0^T \{-C_B(a(t)) + (1 - p(t))r(b(t))a(t)\}dt \to \max, \quad (12)$$

где t — временная координата; $u(t)$ — доля загрязняющих веществ, удаляемых на ПП в процессе очистки сточных вод; $W(t)$ ($a(t) = W(t)(1 - u(t))$) — количество ЗВ, сбрасываемых в реку предприятием до (после) очистки сточной воды в момент времени t; $C_{\text{B}}(a(t))$ — функция затрат центра на улучшение качества речной воды, зависящая от общего количества сброшенных в реку ЗВ ($a(t)$); T — момент времени, до которого ведется рассмотрение; $r(b(t))$ — функция платы за единицу сброшенных ЗВ, в условиях коррупции зависящая от размера взятки $b(t)$; $p(t)$ — доля поступающих от ПП средств, которая остается в распоряжении ОУ; $q_1(t)$ и $q_2(t)$ — управление ФЦ при принуждении, когда ОУ, в свою очередь, применяет принуждение и побуждение соответственно.

Слагаемое $C_{\text{B}}(a(t))$ в выражении (12) отражает затраты ФЦ на очистку речной воды; $a(t)(1 - p(t)r(b(t))$ — поступления средств от ПП в виде платы за сброс ЗВ в речную систему. Максимум функционала (12) ищется по $p(t)$ при побуждении и по $q_1(t)$ или $q_2(t)$ — при принуждении. Таким образом, в целевом функционале (12) учтены затраты на централизованную очистку речной воды и поступления от ПП в виде платы за сброс загрязнений.

Орган управления стремится к максимизации средств, поступающих к нему от ПП в виде взяток и платы за сброс загрязнений с учетом взяток, за вычетом расходов на очистку речной воды. Целевой функционал ОУ

$$J_{\text{C}}(p(\cdot),\, r(\cdot),\, s(\cdot),\, u(\cdot),\, b(\cdot)) = \int_0^T \{-C_{\text{C}}(a(t)) +$$
$$+ a(t)r(b(t))p(t) + b(t)a(t)\}dt \to \max. \quad (13)$$

Здесь $C_C(a(t))$ — функция затрат ОУ на улучшение качества речной воды; ОУ управляет размером платы за сброс загрязнений в водоток $r(b(t))$ при побуждении и минимально допустимой степенью очистки сточных вод на ПП $s(b(t))$ — при принуждении. Слагаемое $C_C(a(t))$ отражает затраты ОУ на очистку речной воды; $a(t)p(t)r(b(t))$ — поступления средств от ПП за сброс загрязнений в водоток; $a(t)b(t)$ — размер взятки за сброс в водоток загрязняющих веществ в количестве $a(t)$.

Цель ПП — максимизация своей прибыли в условиях коррупции, т. е.

$$J_{\text{H}}(r(\cdot),\, u(\cdot),\, b(\cdot)) = \int_0^T \{zR(\Phi(t)) - C_{\text{H}}(u(t))W(t) -$$
$$- r(b(t))a(t) - b(t)a(t)\}dt \to \max. \quad (14)$$

Здесь $C_{\text{H}}(u(t))$ — функции затрат ПП на очистку единицы сбрасываемых ЗВ; $\Phi(t)$ — производственные фонды; $R(\Phi(t))$ — производственная функция ПП; $z = \text{const}$ — цена единицы продукции. Максимум функционала (14) ищется по функциям $u(t)$ и $b(t)$.

Слагаемое $zR(\Phi(t))$ выражает доход ПП от реализации $R(\Phi(t))$ единиц произведенной на предприятиях продукции, $a(t)r(b(t))$ — плату за сброс ЗВ в водоток; $C_{\text{H}}(u(t))W(t)$ — затраты ПП на очистку сточной воды; $a(t)b(t)$ — размер взятки за сброс в водоток загрязняющих веществ в количестве $a(t)$. Далее рассмотрим случай $C_{\text{H}}(u(t)) = D\dfrac{u(t)}{1 - u(t)}$; $D = \text{const}$.

Оптимизационные задачи (12) — (14) решаются при ограничениях на управления

$$\text{— ФЦ } \gamma_1 \leqslant p(t) \leqslant \gamma_2; \quad 0 \leqslant q_1(t) \leqslant 1 - \varepsilon; \quad 0 \leqslant q_2(t) \leqslant r_{\max}; \quad \forall t : t \in [0, T]; \tag{15}$$

$$\text{— ОУ } q_1(t) \leqslant s(t) \leqslant 1 - \varepsilon; \quad q_2(t) \leqslant r(b(t)) \leqslant r_{\max}; \quad \forall t : t \in [0, T]; \tag{16}$$

$$\text{— ПП } s(t) \leqslant u(t) \leqslant 1 - \varepsilon; \quad 0 \leqslant b(t) \leqslant b_{\max}; \quad \forall t : t \in [0, T]. \tag{17}$$

Здесь значение величины ε определяется технологическими возможностями ПП по очистке сточных вод; $b_{\max}$ — максимально возможная взятка, приходящаяся на единицу сброшенных ЗВ; $r_{\max}$ — максимально допустимый размер платы за сброс ЗВ без коррупции; γ_1 и γ_2 — минимально допустимые доли средств, поступающих от ПП к ФЦ и ОУ; значения $r_{\max}$, $b_{\max}$, γ_1 и γ_2 заданы.

Динамика изменения производственных фондов ПП описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{d\Phi}{dt} = -k\Phi + Y, \quad \Phi(0) = \Phi_0, \tag{18}$$

где $k = \text{const}$ — коэффициент амортизации производственных фондов; Y — инвестиции в производство, которые будем считать постоянной величиной; величина $\Phi_0 = \text{const}$ задана.

Пусть общее количество сбрасываемых ЗВ (до очистки) зависит от количества произведенной на ПП продукции линейно и производственные функции имеют вид

$$W(t) = \beta R(\Phi), \quad R(\Phi) = \chi\Phi^{0,5}(t), \quad \chi, \beta = \text{const}. \tag{19}$$

В качестве характеристики речной воды возьмем концентрацию ЗВ $x(t)$, изменение которой со временем описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = F(x(t), u(t), t), \quad x(0) = x_0, \tag{20}$$

где $F(x(t), u(t), t)$ — некоторая заданная функция.

Известны предельно допустимые концентрации ЗВ в водотоке $x_{\max}$

$$0 \leqslant x(t) \leqslant x_{\max}, \quad \forall t : t \in [0, T], \tag{21}$$

и ограничения на качество сточной воды

$$\frac{W(t)[1 - u(t)]}{Q^0(t)} \leqslant Q_{\max}, \quad \forall t : t \in [0, T], \tag{22}$$

где $Q^0(t)$ — расход воды на ПП в момент времени t; значения $x_{\max}$ и $Q_{\max}$ заданы.

Рассмотрим вначале информационный регламент II. Будем считать, что $q_1(t) \equiv q_2(t) \equiv s(t) \equiv 0$, управлениями служат функции $p(t)$, $r(t)$, $u(t)$, $t)$ и $b(t)$. Введем обозначения для проекций $\pi(\tilde{\tilde{r}}) = r(p(r), u, b)$; $\pi(\tilde{\tilde{u}}) = u(r(p(r), u, b)$. Будем считать, что $\varepsilon^2 r_{\max} \leqslant D \leqslant r_{\max}$.

Решение задачи (12)—(22) строится в соответствии с описанным в § 1 алгоритмом в случае информационного регламента II в условиях экономической коррупции, а именно:

1) вычисляется величина $L_{\text{Н}}^{\text{II}} = T(D - 2\sqrt{Dr_{\max}}) \times \int_0^T W(t)dt + \int_0^T zR(\Phi)dt$; стратегии наказания имеют вид $\tilde{p}^P = \tilde{p}\,(r_{\max}) = 0$; $\tilde{\tilde{r}}^p = \tilde{\tilde{r}}(\tilde{p}\,(r_{\max}), u^p, b^p) = r_{\max}$; $u^p = 1 - \sqrt{D/r_{\max}}$; $b^p = 0$;

2) определяется множество

$$D_{\text{Н}}^{\text{II}} = \left\{(\tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b) : -\int_0^T W(t)\left\{D\frac{\pi(\tilde{\tilde{u}})}{1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})} + (1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})(\pi(\tilde{\tilde{r}}) + b(t)))\right\}dt \leqslant T \times (D - 2\sqrt{Dr_{\max}})\int_0^T W(t)dt\right\};$$

3) вычисляется величина

$$L_{\text{С}}^{\text{II}} = \sup_{(\tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b) \in D_{\text{Н}}^{\text{II}}} \int_0^T \{-C_{\text{С}}(W(t)(1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})) + (1 - \pi(\tilde{\tilde{u}}))W(t)b(t))\}dt;$$

4) вводится множество

$$D_{\text{С}}^{*} = \{(\tilde{p}, \tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b) : \int_0^T \{-C_{\text{С}}((1 - \pi(\tilde{\tilde{u}}))W(t)) + (1 - \pi(\tilde{\tilde{u}}))W(t)(\pi(\tilde{\tilde{r}})p(r(t)) + b(t))\}dt \geqslant L_{\text{С}}^{\text{II}},$$

$$-\int_0^T W(t)\left\{D\frac{\pi(\tilde{\tilde{u}})}{1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})} + (1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})(\pi(\tilde{\tilde{r}}) + b(t)))\right\}dt \leqslant T(D - 2\sqrt{Dr_{\max}})\int_0^T W(t)dt,$$

$$\forall t : 0 \leqslant x(t) \leqslant x_{\max}, \quad W(t)[1 - u(t)]/Q_0(t) \leqslant Q_{\max};$$

5) определяется величина

$$\gamma_{\text{В}}^{\text{II}} = \sup_{(\tilde{p}, \tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b) \in D_{\text{С}}^{*}} \int_0^T \{-C_{\text{В}}(W(t)(1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})) + (1 - p(r(t)))W(t)\pi(\tilde{\tilde{r}})(1 - \pi(\tilde{\tilde{u}}))\}dt$$

и находится равновесие «побуждения — побуждения».

Приведем примеры нахождения равновесий. Во всех примерах равновесие «побуждения — побуждения» находится численно методом прямого упорядоченного перебора с учетом гипотезы постоянства управлений на некоторых временных интервалах [19, 20]. Именно, считается, что субъекты меняют свои управления n раз в известные моменты времени, т. е.

$$m(t) = \begin{cases} m_1, \text{если } 0 \le t < t_1, \\ m_2, \text{если } t_1 \le t < t_2, \\ \quad \cdots \\ m_N, \text{если } t_{n-1} \le t < T, \end{cases}$$

где $m_i = \text{const}$; $t_i = i\Delta t$; $\Delta t = T/n$; $m(t)$ — управление одного из субъектов управления (одна из функций $p(t)$, $r(t)$, $u(t)$ и $b(t)$).

Пример 1. Пусть $F(x(t), u(t), t) = -\omega x + C_1 W(t)(1 - u(t))$; $C_В(a(t)) = C_2 a(t)$; $C_С(a(t)) = C_3 a(t)$; C_1, C_2, C_3 = const; $C_2 = 20$ у. е.; $C_3 = 30$ у. е.; $C_1 = 0{,}015$ (л · сут$^{-1}$); $n = 3$; $\omega = 0{,}002$ сут$^{-1}$; $z = 25$ сут$^{-1}$; $r_{\max} = 200$ у. е.; $b_{\max} = 70$ у. е.; $T = 540$ сут; $x_{\max} = 10$ мг/л; $Q_{\max} = 100$; $\Phi_0 = 10^{16}$ у. е.; $D = 18$; $x_0 = 6$ мг/л; $\chi = 2$; $\gamma_1 = 0{,}3$; $\gamma_2 = 0{,}8$; $\varepsilon = 0{,}1$; $Y = 0$ у. е.; $\beta = 0{,}3$ мг/(сут у. е.); $Q^0(t) = 0{,}6W(t)/Q_{\max}$; $k = 0{,}001$ сут$^{-1}$ (у. е. — условная единица). Получим, что коррупция в системе есть и $L_Н^{II} = -132\,507$ у. е.; $L_С^{II} = 285\,317$ у. е.; $\gamma_В^{II} = 105\,764$ у. е.; $J_С^{II} = 285\,882$ у. е.; $J_Н^{II} = -132\,483$ у. е., где $J_С^{II}$, $J_Н^{II}$ — прибыль ОУ и ПП соответственно в равновесии «побуждения — побуждения».

Пример 2. В случае входных данных примера 1 и уменьшения затрат на очистку сточных вод на ПП ($D = 1$) коррупция в системе также присутствует, прибыль ПП растет, остальных субъектов уменьшается, так как на ПП выгодна высокая степень очистки сточных вод: $L_Н^{II} = 397\,870$ у. е.; $L_С^{II} = 93\,911$ у. е.; $\gamma_В^{II} = 2166$ у. е.; $J_С^{II} = 94\,262$ у. е.; $J_Н^{II} = 398\,121$ у. е.

Пример 3. В случае входных данных примера 1 и увеличения расходов на очистку речной воды со стороны ОУ ($C_3 = 200$ у. е.) ОУ терпит убытки, коррупция в системе есть: $L_Н^{II} = -132\,507$ у. е.; $L_С^{II} = -269\,677$ у. е.; $\gamma_В^{II} = 175\,732$ у. е.; $J_С^{II} = -269\,156$ у. е.; $J_Н^{II} = -132\,452$ у. е.

Пример 4. Равновесие II с учетом условий УР системы существует не всегда. Например, его не существует в случае входных данных примера 1 и роста на ПП затрат на очистку сточных вод ($D = 100$), увеличения максимально возможной величины удельной взятки ($b_{\max} = 500$ у. е.), уменьшения максимально допустимой платы за сброс ЗВ ($r_{\max} = 10$ у. е.) или ухудшения экологического состояния системы ($x_0 = 9$ мг/л).

Пример 5. В случае входных данных примера 1 и уменьшения максимально возможной удельной взятки ($b_{\max} = 10$ у. е.) коррупция в системе отсутствует, прибыль ФЦ и ПП растет, ОУ — падает: $L_Н^{II} = -132\,507$ у. е.; $L_С^{II} = -477\,12$ у. е.; $\gamma_В^{II} = 301\,948$ у. е.; $J_С^{II} = 68\,267$ у. е.; $J_Н^{II} = -111\,052$ у. е. ♦

Рассмотрим информационный регламент СС. Считаем, что $q_2(t) \equiv 0$, а функции $p(t)$ и $r(t)$ заданы и не меняются, управлениями служат функции $q_1(t)$, $s(t)$, $u(t)$ и $b(t)$. Пусть $\forall t: t \in [0, T] \to D \geqslant \varepsilon^2 r(t)$.

Решение задачи (12)—(22) опять строится в соответствии с описанным в § 1 алгоритмом в случае информационного регламента СС, а именно:

1) если $1 - \sqrt{D/r(t) + b_{\max}} \leqslant s(t) < 1 - \varepsilon$, то $b^*(t) = 0$; $u^*(t) = s(t)$;

если $1 - \sqrt{D/r(t)} \leqslant s(t) < 1 - \sqrt{D/r(t) + b_{\max}}$, то $b^*(t) = b_{\max}$; $u^*(t) = 1 - \sqrt{D/r(t) + b_{\max}}$) или ($b^*(t) = 0$; $u^*(t) = s(t)$) в зависимости от входных данных модели;

если $s(t) < 1 - \sqrt{D/r(t)}$, то ($b^*(t) = b_{\max}$; $u^*(t) = 1 - \sqrt{D/r(t) + b_{\max}}$) или ($b^*(t) = 0$; $u^*(t) = 1 - \sqrt{D/r(t)}$).

2) решается параметрическая задача максимизации функционала (13), (16) с учетом уравнения (18) и функцией (19) при $b(t) = b^*(t)$, $u(t) = u^*(t)$; ее решением является оператор $s^*(t) = s^*(q_1(t), b(t))$;

3) решается задача оптимального управления субъекта В (12), (15), (18)—(22) при $s(t) = s^*(q_1(t), b^*(t))$; $u(t) = u^*(s^*(q_1(t), b^*(t)))$, $b(t) = b^*(t)$. Находится равновесие «принуждения — принуждения».

Равновесие ищется численно методом прямого упорядоченного перебора с учетом гипотезы постоянства управлений на некоторых временных интервалах [19, 20] в случае $p(t) = 0{,}4$; $r(t) = r_{\max}/2$. Заметим, что результаты существенно зависят от заданных функций $p(t)$ и $r(t)$.

Пример 6. В случае входных данных примера 1 доходы ФЦ и ПП выросли по сравнению с примером 1, ОУ — упали и $J_В^{СС} = 142\,658$ у. е.; $J_С^{СС} = 35\,664$ у. е.; $J_Н^{СС} = 109\,371$ у. е., где $J_В^{СС}$, $J_С^{СС}$ и $J_Н^{СС}$ — прибыль ФЦ, ОУ и ПП соответственно в равновесии «принуждения — принуждения».

Пример 7. В случае входных данных примера 2 доходы ФЦ и ПП опять выросли по сравнению с примером 2, ОУ — упали, и $J_{\text{В}}^{\text{CC}}$ = 28 531 у. е.; $J_{\text{С}}^{\text{CC}}$ = 7132 у. е.; $J_{\text{Н}}^{\text{CC}}$ = 4 588 851 у. е.

Пример 8. В случае входных данных примера 3 доходы ФЦ и ПП упали по сравнению с примером 3, ОУ — выросли, $J_{\text{В}}^{\text{CC}}$ = 28 531 у. е.; $J_{\text{С}}^{\text{CC}}$ = −114 127 у. е.; $J_{\text{Н}}^{\text{CC}}$ = = −632 454 у. е.

Пример 9. В случае входных данных примера 4 равновесие CC с учетом условий УР системы существует во всех указанных случаях (при $D = 100$, $b_{\max} = 500$ у. е., $x_0 = 9$ мг/л). Путем принуждения удается добиться выполнения условий УР. ♦

В случае информационного регламента CI будем считать, что $q_1(t) \equiv 0$; $s(t) \equiv 0$, а функция $p(t)$ задана, управлениями служат функции $q_2(t)$, $r(t)$, $u(t)$, $b(t)$. Введем обозначения для проекций $\pi(\tilde{\tilde{r}}) = r(q, u, b)$; $\pi(\tilde{\tilde{u}}) = u(q, u, b)$).

Решение задачи (12)—(22) строится в соответствии с описанным в § 1 алгоритмом в случае информационного регламента CI в условиях экономической коррупции, а именно:

1) вычисляется величина $L_{\text{Н}}^{\text{CI}} = -\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\int_0^T W(t)dt - \varepsilon\int_0^T r(t)W(t)dt + \int_0^T zR(\Phi)dt$; $q_2^p = 1 - \varepsilon$; $\tilde{\tilde{r}}^p = \tilde{\tilde{r}}(q_2^p, u^p, b^p) = r_{\max}$; $u^p = 1 - \varepsilon$; $b^p = 0$;

2) определяется множество

$$D_{\text{Н}}^{\text{CI}} = \{(\tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b) :$$

$$-\int_0^T W(t)\left\{D\frac{\pi(\tilde{\tilde{u}})}{1-\pi(\tilde{\tilde{u}})} + (1-\pi(\tilde{\tilde{u}})(\pi(\tilde{\tilde{r}}) + b(t)))\right\}dt \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\int_0^T W(t)dt + \varepsilon\int_0^T r(t)W(t)dt;$$

3) вычисляется величина

$$\gamma_{\text{С}}^{\text{CI}}(q_2) = \sup_{(\tilde{\tilde{r}}, \tilde{\tilde{u}}, b)\in D_{\text{Н}}^{\text{CI}}} \int_0^T \{-C_{\text{С}}(W(t)(1 - \pi(\tilde{\tilde{u}})) +$$

$$+ p(t)W(t)\pi(\tilde{\tilde{r}})(1 - \pi(\tilde{\tilde{u}}))\}dt,$$

обозначим через $\tilde{\tilde{r}}^*$ и $(\tilde{\tilde{u}}^*, b^*)$ стратегии субъектов С и Н, реализующие величину $\gamma_{\text{С}}^{\text{CI}}(q_2)$;

4) решается задача оптимального управления с фазовыми ограничениями субъекта В (12), (15), (18)—(22) при $\tilde{\tilde{r}} = \tilde{\tilde{r}}^*$, $(\tilde{\tilde{u}}, b) = (\tilde{\tilde{u}}^*, b^*)$ и находится равновесие «принуждения — побуждения» с учетом требований УР в условиях экономической коррупции.

Равновесие CI, как и в рассмотренных ранее случаях, ищется численно и существенно зависит от выбранной функции $p(t)$. Далее считается, что $p(t) \equiv 0{,}4$.

Пример 10. В случае входных данных примеров 1, 4 и 5 равновесия «принуждения — побуждения» с учетом условий УР системы не существует. Для ОУ и ПП выгодно нарушать условия УР, а у ФЦ недостаточно рычагов воздействия на них.

Пример 11. В случае входных данных примера 2 доходы ОУ и ПП выросли по сравнению с примером 2, ФЦ — упали, коррупция в системе есть, и $L_{\text{Н}}^{\text{CI}}$ = 387 556 у. е.; $J_{\text{В}}^{\text{CI}}$ = 62 665 у. е.; $L_{\text{С}}^{\text{CI}}$ = 42 002 у. е.; $J_{\text{Н}}^{\text{CI}}$ = 389 882 у. е., где $J_{\text{В}}^{\text{CI}}$, $J_{\text{С}}^{\text{CI}}$ и $J_{\text{Н}}^{\text{CI}}$ — прибыль ФЦ, ОУ и ПП соответственно в равновесии «принуждения — побуждения».

Пример 12. В случае входных данных примера 3 доходы ПП упали по сравнению с примером 3, ФЦ и ОУ — выросли, коррупция в системе есть, $L_{\text{Н}}^{\text{CI}}$ = −703 783 у. е.; $J_{\text{В}}^{\text{CI}}$ = 136 309 у. е.; $J_{\text{С}}^{\text{CI}}$ = −68 154 у. е.; $J_{\text{Н}}^{\text{CI}}$ = = −636 750 у. е. ♦

Таким образом, как в случае информационного регламента II, так и регламента CI равновесие с учетом условий УР системы строится не всегда, т. е. ФЦ не удается обеспечить выполнение условий УР из-за коррупции. В случае регламента CC равновесие существует для более широкого класса входных функций. Прибыль различных субъектов управления в равновесии системы существенно зависит от принятого информационного регламента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе даны определения и проведено исследование равновесий «принуждения и побуждения» с учетом требований устойчивого развития в условиях коррупции в трехуровневых системах управления. Методы принуждения и побуждения при иерархическом управлении [17] формализуются как информационные расширения игры двух лиц, в основном соответствующие регламентам Γ_{1t} и Γ_{2t}, описанным в книгах [24, 25]. Требования устойчивого развития учитываются дополнительно как фазовые ограничения в дифференциальной игре. Административная и экономическая коррупция трактуются как обратная связь управлений принуждения и побуждения по размеру взятки [18—23].

В играх трех лиц в аспекте методов управления возможны четыре варианта информационных регламентов: оба субъекта применяют один и тот же метод (принуждение или побуждение) либо они применяют различные методы, при этом во всех случаях управления игрока среднего уровня дополняются административной или экономической коррупцией. Равновесие «принуждения — принуждения» с учетом требований устойчивого развития в условиях административной коррупции строится путем решения последовательности связанных параметрических задач оптимального управления с соответствующими фазовыми ограничениями. Для нахождения равновесия «побуждения — побуждения» с учетом требований устойчивого развития в условиях экономической коррупции использована предложенная в работе [24] процедура, основанная на построении взаимосвязанных, выгодных для игроков, программ. Равновесия «принуждения — побуждения» и «побуждения — принуждения» с учетом требований устойчивого развития в условиях коррупции ищутся с помощью комбинации этих подходов.

В качестве иллюстрации представлено применение указанных методов к задачам контроля качества поверхностных вод. Показано, что для рассмотренных примеров в случае регламента «принуждения — принуждения» принципалу всегда удается обеспечить выполнение требований устойчивого развития даже при коррупции, а для других регламентов — только при определенных значениях модельных параметров. Таким образом, в рамках примеров административно-законодательные методы в борьбе с коррупцией более эффективны, чем экономические.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rose-Ackerman S.* The Economics of Corruption // Journal of Political Economy. — 1975. — N 4. — P. 187—203.
2. *Becker G.* Crime and Punishment: An Economic Approach // Journal of Political Economy. — 1968. — N 76. — P. 169—218.
3. *Bac M.* Corruption and supervision costs in hierarchies // Journal of Comparative Economics. — 1996. — N 2. — P. 99—118.
4. *Bag P.K.* Controlling corruption in hierarchies // J. Comparative Economics. — 1997. — Vol. 25, N 3. — P. 322—344.
5. *Mookherjee D., Png I.P.* Corruptible Law Enforcers; How Should They Be Compensated // Economic Journal. — 1995. — N 105. — P. 112—121.
6. *Hindriks J., Keen M., Muthoo A.* Corruption, Extortion and Evasion // J. Public Economics. 1999. — Vol. 74, N 3. — P. 395—430.
7. *Mishra A.* Hierarchies, incentives and collusion in a model of enforcement // J. Economic Behavior and Organization. — 2002. — Vol. 47. — P. 165—178.
8. *Lambert-Mogiliansky A., Majumdar M., Radner R.* Petty corruption: A game — theoretical approach // Journal of Economic Theory. — 2008. — Vol. 4. — P. 273—297.
9. *Drugov M.* Information and delay in an agency model // The Rand J. Economics. — 2010. — Vol. 41. — P. 598—615.
10. *Васин А.А., Картунова П.А., Уразов А.С.* Модели организации государственных инспекций и борьбы с коррупцией // Математическое моделирование. — 2010. — Т. 22, № 4. — С. 67—89.
11. *Васин А.А., Николаев П.В., Уразов А.С.* Механизмы подавления коррупции // Журнал новой экономической ассоциации. — 2011. — № 10. — С. 10—30.
12. *Левин М.И., Цирик М.Л.* Коррупция как объект математического моделирования // Экономика и математические методы. — 1998. — Т. 34, № 3. — С. 40—62.
13. *Полтерович В.М.* Факторы коррупции // Экономика и математические методы. — 1998. — Т. 34, № 3. — С. 30—39.
14. *Выборнов Р.А.* Модели и методы управления организационными системами с коррупционным поведением участников. — М.: ИПУ РАН, 2006.
15. *Левин М.И., Левина Е.А., Покатович Е.В.* Лекции по экономике коррупции. — М.: Изд. дом ВШЭ, 2011.
16. *Угольницкий Г., Денин К.* Математические модели коррупции. Теория и приложения. — LAP Lambert Academic Publishing, 2011. — 152 с.
17. *Угольницкий Г.А.* Иерархическое управление устойчивым развитием. — М.: Физматлит, 2010. — 336 с.
18. *Денин К.И., Угольницкий Г.А.* Теоретико-игровая модель коррупции в системах иерархического управления // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — № 1. — С. 192—198.
19. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Управление устойчивым развитием иерархических систем в условиях коррупции // Проблемы управления. — 2010. — № 6. — С. 19—26.
20. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Устойчивое развитие систем управления с учетом коррупции // Математическая теория игр и ее приложения. — 2010. — Т. 2, вып. 4. — С. 106—119.
21. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Статические модели коррупции в системах контроля качества водных ресурсов // Проблемы управления. — 2012. — № 4. — С. 38—44.
22. *Антоненко А.В., Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Статические модели борьбы с коррупцией в иерархических системах управления // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 4. — С. 165—176.
23. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Динамические иерархические игры двух лиц в программных стратегиях и их приложения // Математическая теория игр и ее приложения. — 2013. — Т. 5, вып. 2. — С. 82—104.
24. *Горелик В.А., Кононенко А.Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. — М.: Радио и связь, 1982. — 144 с.
25. *Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991.
26. *Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Динамические модели конфликтов. Язык моделирования // Автоматика и телемеханика. В печати.
27. *Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Динамические модели конфликтов. Равновесия // Там же. В печати.
28. *Горелов М.А., Кононенко А.Ф.* Динамические модели конфликтов. Иерархические игры // Там же. В печати.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Угольницкий Геннадий Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой, ☎ (863) 297-51-14, ✉ ougoln@mail.ru,

Усов Анатолий Борисович — д-р физ.-мат. наук, профессор, ✉ usov@math.rsu.ru,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.