

# ТРЕХУРОВНЕВЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ ВЕЕРНОЙ СТРУКТУРЫ

Г.А. Угольницкий, А.Б. Усов

Предложена математическая формализация систем управления эколого-экономическими объектами веерной организационной структуры. Рассмотрение проведено на примере трехуровневой модели систем контроля качества поверхностных вод. В качестве методов иерархического воздействия применены методы принуждения и побуждения. Указан алгоритм построения решения, приведены характерные примеры, дан анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** иерархические системы, управление, устойчивое развитие, методы управления, имитация.

## ВВЕДЕНИЕ

Ухудшение экологической обстановки стало в последние десятилетия одной из главных проблем человеческого общества. Возникла острая необходимость разработки методов и средств, позволяющих оценить последствия антропогенного воздействия на окружающую среду, определить наиболее эффективные как с экономической, так и с экологической точки зрения мероприятия, способствующие улучшению качества речных вод и атмосферы. Как следствие, имеется потребность в разработке математических моделей, описывающих распространение загрязняющих веществ (ЗВ) в различных средах и функционирование эколого-экономических систем.

Современные эколого-экономические системы, в частности, системы контроля качества поверхностных вод, представляют собой многоуровневые системы, отношения внутри которых устроены иерархически. Вопросы оптимальной организации таких систем с экономической и экологической точек зрения, выработки оптимальных способов управления их деятельностью являются сегодня актуальными, представляют интерес как для промышленных предприятий, так и органов государственной власти. Поэтому полезны математические модели, построенные на основе теоретико-игрового и иерархического подходов.

При моделировании управления эколого-экономическими системами часто используются од-

ноуровневые и двухуровневые модели [1–6], в которых не учитывается все многообразие связей экономической и экологической подсистем, все возможные виды воздействий субъектов управления на других субъектов и на окружающую среду. Поэтому целесообразно исследовать трехуровневые модели организационной структуры, более точно описывающие современные системы управления эколого-экономическими объектами. Организационная структура любой системы управления представима как синтез структур веерного (все элементы подчинены единственному начальнику) и ромбовидного типов [4]. Трехуровневые системы ромбовидной структуры исследованы, например, в работе [7], веерной — в работе [8]. Далее на примере модели контроля качества поверхностных вод исследуются трехуровневые организационные структуры веерного типа. Отличительная особенность предлагаемой ниже математической формализации таких структур состоит в учете в модели возможности непосредственного воздействия субъекта управления верхнего уровня на область допустимых управлений субъектов нижнего уровня. Кроме того, в соответствии с работой [5] в модели учтены возможности сверхнормативного и сверхлимитного сбросов ЗВ в водоток. В результате предлагаемая математическая формализация более точно, чем ранее [5–8], описывает реальные системы управления водохозяйственными объектами.



## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА РЕЧНЫХ ВОД

Для простоты в предлагаемой ниже модели, как и в работах [5, 6] при изучении двухуровневых систем, не учитываются платежи за водозабор и водосброс, в рассмотрение принимаются только платежи за сброс загрязнений. В качестве основных характеристик качества речных вод приняты концентрации углеродного и азотного биохимического потребления кислорода и растворенного в воде кислорода.

Исследуются трехуровневые системы управления, включающие в себя источник воздействия верхнего (федеральный центр — ФЦ), среднего (местные органы управления — ОУ), нижнего (промышленные предприятия — ПП) уровней и управляемую динамическую систему УДС (водоток). Предполагается, что взаимоотношения между элементами исследуемой системы устроены следующим образом: ФЦ воздействует на ОУ и ПП, ОУ на ПП, а ПП на УДС. В системе присутствует непосредственное воздействие ФЦ и ОУ на УДС и имеется обратная связь: информация о текущем состоянии УДС поступает ко всем субъектам управления. Структура исследуемой системы изображена на рис. 1, где стрелками указано направление воздействия одного субъекта управления на другого. Изображен случай трех ОУ (ОУ1—ОУ3), шести ПП (ПП1—ПП6) и двух УДС (УДС1 и УДС2). Для простоты опущены стрелки, соответствующие непосредственному воздействию ФЦ на ПП и отражающие наличие обратной связи в системе.

Пусть вдоль реки расположены  $N$  предприятий, которые сбрасывают ЗВ в реку вместе со сточными водами. Деятельность предприятий контролируется государственными органами, которые регулируют качество речных и сточных вод. Местный ОУ взимает с предприятий плату за сброс загрязнений в водоток, которая является неналоговым доходом бюджетов различных уровней. Федеральный центр можно трактовать как субъект управления верхнего уровня, который определяет предельно допустимые концентрации (ПДК) загрязняющих веществ в речной и сточных водах и нормативы распределения платы за сброс загрязнений по бюджетам различных уровней. Субъекты управления среднего уровня (субъекты управления РФ — ОУ) определяют размеры платы за сверхнормативный и сверхлимитный сбросы ЗВ. Промышленные предприятия рассматриваются в качестве субъектов управления нижнего уровня.

Задача ФЦ состоит в том, чтобы создать условия, при которых ПП вынуждены придерживаться установленных стандартов качества речной и сточ-

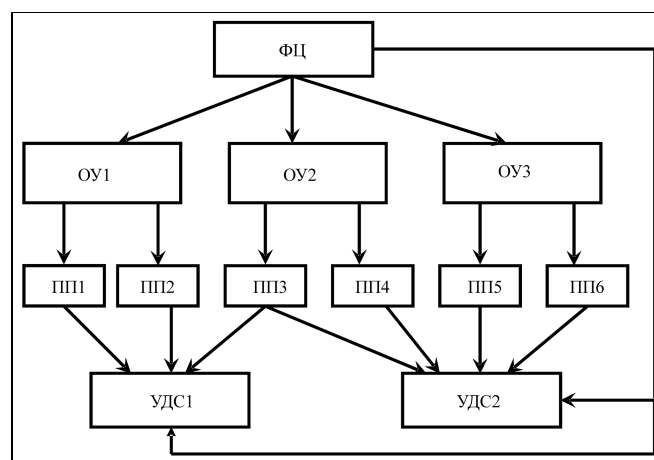


Рис. 1. Трехуровневая система управления всеорной структуры

ных вод. Добиться этого ФЦ может не единственным образом, поэтому, кроме поддержания УДС в устойчивом состоянии, он стремится к определенной оптимальных (в смысле объема получаемых им средств) ПДК, т. е. к максимизации целевой функции вида

$$J_{\Phi} = \int_0^{\Delta} \left\{ \sum_{i=1}^N \alpha_i [v_i(Z_i(\Phi_i) - VK_i(\Phi_i) - H_i(\Phi_i) - VS_i^c(W_i^c, P_i^c) - VS_i^n(W_i^n, P_i^n) - FN_i^c - FN_i^n) + FP_i^c + FS_i^c + FP_i^n + FS_i^n] - C_{\Phi}(y) \right\} dt \rightarrow \max\{q_i^c(t), q_i^n(t), \alpha_i(t)\}_{i=1}^N; \quad (1)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^N ([1 - P_i^n(t)]W_i^n(t) + [1 - P_i^c(t)]W_i^c(t));$$

$$FN_i^k = \begin{cases} s^k(t)(1 - P_i^k(t))W_i^k(t), \\ \text{если } (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) \leq R_1^k, \\ s^k(t)R_1^k, \text{ если } (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) > R_1^k; \end{cases}$$

$$k = n, c;$$

$$FP_i^k =$$

$$= \begin{cases} 0, \text{ если } (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) \leq R_1^k; \\ s^k(t)KN_i^k(t)((1 - P_i^k(t))W_i^k(t) - R_1^k), \\ \text{если } R_1^k < (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) \leq R_2^k, \\ s^k(t)KN_i^k(t)(R_2^k - R_1^k), \text{ если } R_2^k < (1 - P_i^k(t))W_i^k(t); \end{cases}$$

$$FS_i^k = \begin{cases} s^k(t)KS_i^k(t)((1 - P_i^k(t))W_i^k(t) - R_2^k), \\ \text{если } (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) > R_2^k, \\ 0, \text{ если } (1 - P_i^k(t))W_i^k(t) \leq R_2^k. \end{cases}$$

Здесь  $t$  — временная координата;  $\alpha_i(t)$  — доля платы ПП за сброс загрязнений, которая остается у ФЦ в момент времени  $t$ ;  $W_i^k(t)$  ( $(1 - P_i^k(t))W_i^k(t)$ ) — количество углеродо- ( $k = c$ ) и азотосодержащих ( $k = n$ ) загрязнений, сбрасываемых в реку до (после) очистки сточной воды в момент времени  $t$ ;  $P_i^k(t)$  — доля углеродо- ( $k = c$ ) и азотосодержащих ( $k = n$ ) загрязнений, удаляемых на  $i$ -м ПП в процессе очистки сточных вод;  $FS_i^k$ ,  $FN_i^k$ ,  $FP_i^k$  — функции платежей (рис. 2), которые платят ПП за сброс углеродо- ( $k = c$ ) и азотосодержащих ( $k = n$ ) загрязнений в пределах установленного норматива, а также за сверхнормативный и сверхлимитный сбросы соответственно; эти функции зависят от общего количества загрязнений, сбрасываемых в реку после очистки сточных вод ( $(1 - P_i^k(t))W_i^k(t)$ );  $s^k(t)$ ,  $KN_i^k(t)$ ,  $KS_i^k(t)$  — размеры платы за единицу

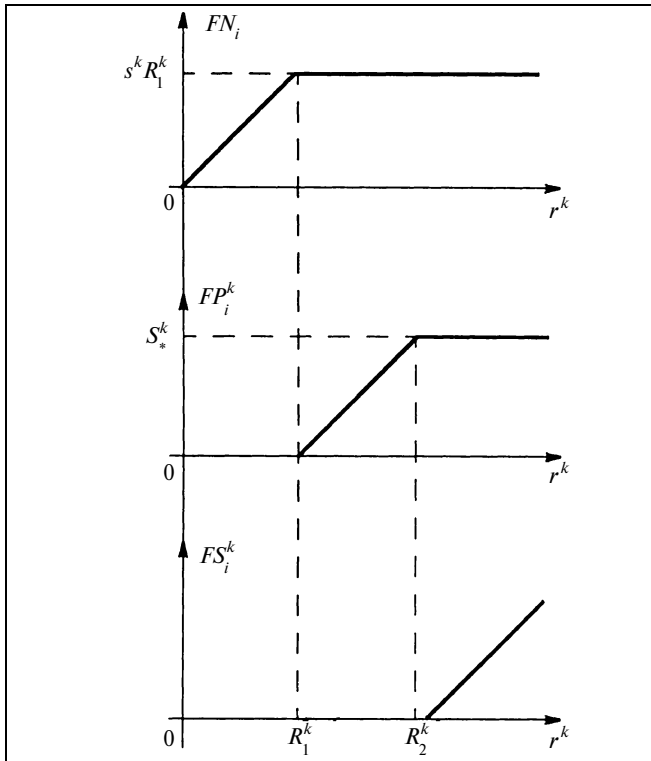


Рис. 2. Зависимости функций платежей от аргумента  $r^k = (1 - P_i^k)W_i^k$ ;  $S_*^k = s^k KN_i^k (R_2^k - R_1^k)$

сброшенных углеродо- ( $k = c$ ) и азотосодержащих ( $k = n$ ) загрязнений на  $i$ -м ПП в момент времени  $t$  при сбросе в установленных пределах, сверхнормативном и сверхлимитном сбросах соответственно;  $R_1^k$ ,  $R_2^k$  — установленные законодательством нормативы сброса загрязнений ( $k = n, c$ );  $C_\phi(y)$  — функция, в которой отражены материальные потери общества из-за загрязненной воды (затраты на устройство новых мест отдыха в других регионах, дополнительные расходы по очистке речной воды для потребительских нужд населения и т. п.);  $y(t)$  — общее количество сброшенных в реку загрязнений;  $\Delta$  — момент времени, до которого ведется рассмотрение;  $v_i$  — ставка налога на прибыль на  $i$ -м предприятии;  $Z_i(\Phi_i)$  — доход  $i$ -го ПП от реализации произведенной продукции при размере производственных фондов  $\Phi_i$ ;  $VK_i(\Phi_i)$  — включаемые в себестоимость издержки основного производства;  $H_i(\Phi_i)$  — суммарная заработная плата основного и природоохранного производств;  $VS_i^k$  ( $W_i^k, P_i^k$ ) — издержки природоохранной деятельности, зависящие от объема сбрасываемых загрязнений и степени очистки сточных вод;  $q_i^k(t)$  — минимально допустимая степень очистки сточных вод на  $i$ -м предприятии ( $k = n, c$ ).

Функции  $VK_i(\Phi_i)$  и  $H_i(\Phi_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) зависят от объема производства, т. е. от размера производственных фондов. Функции  $VS_i^k(W_i^k, P_i^k)$  ( $k = n, c$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ ) отражают затраты  $i$ -го ПП на очистку сточных вод. Предполагается, что выполнены следующие соотношения

$$\begin{aligned} VK_i(\Phi_i) + H(\Phi_i) &= \mu_i Z_i(\Phi_i); \quad \mu_i = \text{const}; \\ VS_i^k(W_i^k, P_i^k) &= W_i^k C_{\Pi}^k(P_i^k); \quad k = n, c, \end{aligned}$$

где  $C_{\Pi}^k(P_i^k)$  — функции затрат  $i$ -го ПП на очистку единицы сбрасываемых в водоток загрязнений.

Местные ОУ стремятся к максимизации средств, поступающих к ним от ПП в виде платы за сброс загрязнений, за вычетом расходов из местного бюджета на очистку речной воды. Целевая функция ОУ имеет вид

$$\begin{aligned} J_0 &= \int_0^{\Delta} \left\{ \sum_{i=1}^N (1 - \alpha_i) [v_i (R_i(\Phi_i) - VK_i(\Phi_i) - H_i(\Phi_i) - \right. \\ &- VS_i^c(W_i^c, P_i^c) - VS_i^n(W_i^n, P_i^n) - FN_i^c - FN_i^n) + \\ &+ FP_i^c + FS_i^c + FP_i^n + FS_i^n] - C_0(y) \Big\} dt \rightarrow \\ &\rightarrow \max \{ KN_i^c(t), KN_i^n(t), KS_i^c(t), KS_i^n(t) \}_{i=1}^N. \quad (2) \end{aligned}$$



Здесь  $C_0(y)$  есть функция затрат ОУ на очистку речной воды.

Цель ПП состоит в максимизации прибыли, полученной в ходе производственной деятельности, т. е.

$$J_i = \int_0^{\Delta} [(1 - v_i)(Z_i(\Phi_i) - VK_i(\Phi_i) - H_i(\Phi_i) - VS_i^c(W_i^c, P_i^c) - VS_i^n(W_i^n, P_i^n) - FN_i^c - FN_i^n) - FP_i^c - FS_i^c - FP_i^n - FS_i^n] dt \rightarrow \max\{P_i^c(t), P_i^n(t)\}_{i=1}^N; \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Динамика производственных фондов  $i$ -го ПП описывается уравнением

$$\frac{d\Phi_i}{dt} = -k_i\Phi_i + Y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где  $k_i$  — коэффициент амортизации производственных фондов;  $Y_i$  — инвестиции в производство.

Пусть количество сбрасываемых загрязнений (до очистки) зависит от количества произведенной продукции линейно, а производственные функции имеют вид

$$W_i^k = \beta_i^k Z_i(\Phi_i), \quad Z_i(\Phi_i) = \gamma_i \Phi_i^{0.5}, \\ i = 1, 2, \dots, N, \quad \gamma_i, \beta_i^k = \text{const}; \quad k = n, c. \quad (5)$$

Основные характеристики качества речной воды — концентрации ЗВ ( $B^m(x, t)$   $m = n, c$ ) и растворенного в воде кислорода  $B^o(x, t)$  описываются в случае пространственной неоднородности только вдоль русла реки уравнениями:

$$\frac{\partial B^m(x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial B^m(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[ EA \frac{\partial B^m(x, t)}{\partial x} \right] - k_m B^m(x, t) + \frac{(W^m)^0(x, t)(1 - (P^m)^0(x, t))}{A}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial B^o(x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial B^o(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[ EA \frac{\partial B^o(x, t)}{\partial x} \right] - k_c B^c(x, t) - k_n B^n(x, t) + K_0 [B_{\text{нас}}^o - B^o(x, t)] + F_0(x, t) - F_1(x, t) - F_2(x, t), \quad (7)$$

где  $x$  — пространственная координата;  $0 \leq x \leq L$ ;  $L$  — длина реки;  $E(x, t)$  — коэффициент дисперсии;  $A(x, t)$  — площадь поперечного сечения реки;  $v_x(x, t)$  — скорость воды в реке;  $k_m(x, t)$   $B^m(x, t)$  — изменение во времени биохимического потребления кислорода из-за распада ( $m = n, c$ );  $K_0(x, t)$

$[B_{\text{нас}}^o - B^o(x, t)]$  — добавка растворенного кислорода вследствие reaэрации;  $B_{\text{нас}}^o$  — концентрация насыщения кислорода;  $F_0(x, t)$  — добавка вследствие фотосинтеза;  $F_1(x, t)$  — потребление растворенного кислорода на дыхание;  $F_2(x, t)$  — придонное потребление растворенного кислорода.

Функции  $(W^m)^0$  и  $(P^m)^0$ ,  $m = n, c$ , отражают наличие источников загрязнений и определяются формулами

$$(P^m)^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i; \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ P_i^m(t) & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

$$(W^m)^0(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_i; \quad i = 1, 2, \dots, N, \\ W_i^m(t) & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В точках  $x_i$  расположены ПП,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Оптимизационные задачи (1)–(3) решаются при следующих ограничениях на управления ( $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $0 \leq t \leq \Delta$ ;  $k = n, c$ ):

$$q_i^k \leq P_i^k(t) \leq 1 - \varepsilon, \quad (8)$$

$$1 \leq KN_i^k(t) \leq KN_{\text{max}}, \\ KN_i^k(t) \leq KS_i^k(t) \leq KS_{\text{max}}, \quad (9)$$

$$0 \leq q_i^k(t) \leq 1 - \varepsilon; \quad \alpha_{\text{min}} \leq \alpha_i \leq \alpha_{\text{max}}, \quad (10)$$

где величины  $KS_{\text{max}}$ ,  $KN_{\text{max}}$ ,  $\alpha_{\text{max}}$  и  $\alpha_{\text{min}}$  заданы;  $0 < \varepsilon < 1$  — постоянная, определяемая технологическими возможностями очистки сточных вод на ПП.

Требования устойчивого развития эколого-экономической системы, включающей в себя водоток, состоят в непревышении ПДК ЗВ в водотоке и сточных водах, т. е. в выполнении неравенств

$$0 \leq B^k(x, t) \leq B_{\text{max}}^k, \quad B_{\text{min}}^o \leq B^o(x, t); \\ 0 \leq t \leq \Delta; \quad 0 \leq x \leq L; \quad k = n, c; \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{W_i^c(t)[1 - P_i^c(t)] + W_i^n(t)[1 - P_i^n(t)]}{Q_i^0(t)} \leq Q_{\text{max}}; \\ 0 \leq t \leq \Delta; \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (12)$$

где  $Q_i^0(t)$  — расход воды на  $i$ -м ПП; величины  $B_{\text{max}}^k$ ,  $B_{\text{min}}^o$  и  $Q_{\text{max}}$  заданы.

Условия (11) связаны с государственными стандартами качества речной воды, а условия (12) — со стандартами поступления загрязнений с очищенной сточной водой для каждой точки сброса.

## 2. АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА РЕЧНЫХ ВОД

Задача поставлена корректно, если у ФЦ имеются достаточные экономические рычаги воздействия на ПП, т. е. величины  $q_i^c(t) = q_i^n(t) = 1 - \varepsilon$  позволяют выполнить условия (11) и (12). В современных системах управления применяются два основных механизма регулирования: нормативный и адаптивный [4]. Разным механизмам соответствуют различные методы иерархического управления (принуждение, побуждение), отличающиеся друг от друга направлением воздействия (на целевую функцию или на область допустимых управлений). В модели принято, что ФЦ применяет метод принуждения по отношению к ПП и побуждения — к ОУ, а ОУ — метод побуждения по отношению к ПП. Такая постановка задачи наиболее точно отражает реальные отношения между субъектами управления различных уровней.

Предполагается, что принята следующая совокупность правил относительно поведения и информированности различных субъектов управления:

- федеральный центр выбирает свою стратегию поведения первым (делает ход первым) и сообщает ее всем остальным субъектам управления; при этом он максимизирует свою целевую функцию на множестве тех стратегий, которые позволяют поддерживать УДС в устойчивом состоянии;

- местные ОУ выбирают свои стратегии поведения, когда выбор ФЦ уже известен, считая, что ПП стремятся к максимизации своей прибыли;

- промышленные предприятия делают ход последними при известных стратегиях всех остальных субъектов управления и стремятся к максимизации своих целевых функций.

Алгоритм построения равновесия заключается в следующем.

1. В результате максимизации прибыли (3) при ограничениях (8) определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ФЦ и ОУ  $(P_i^k)^*(KN_i^k, KS_i^k, q_i^k)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $k = c, n$ .

2. Найденные в п. 1 алгоритма оптимальные стратегии ПП подставляются в критерий (2), после чего он максимизируется по величинам  $\{KN_i^k, KS_i^k\}_{i=1}^N$ ;  $k = n, c$  при ограничениях (9).

В результате определяются оптимальные управления ОУ в зависимости от стратегий ФЦ  $(KN_i^k)^*(q_i^k, \alpha_i)$ ,  $(KS_i^k)^*(q_i^k, \alpha_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $k = c, n$ .

3. Максимизируется критерий (1), в который подставляются найденные на предыдущих шагах

алгоритма функции при ограничениях (10). Оптимальными для ФЦ являются величины  $(q_i^k(t))^*$ ,  $(\alpha_i(t))^*$ ,  $k = n, c$ , приносящие ему максимальный доход при выполненных условиях (11) и (12).

4. Равновесие определяется как набор величин

$$\{(q_i^k)^*, \alpha_i^*, (KN_i^k)_*, (KS_i^k)_*, (P_i^k)_*\}_{i=1}^N, \quad k = c, n;$$

где  $(KN_i^k)_* = (KN_i^k)^*((q_i^k)^*, \alpha_i^*)$ ;  $(KS_i^k)_* = (KS_i^k)^*((q_i^k)^*, \alpha_i^*)$ ;  $(P_i^k)_* = (P_i^k)^*((q_i^k)^*, (KN_i^k)_*, (KS_i^k)_*)$ .

Равновесие находится путем имитационного моделирования [5, 8].

## 3. МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ

Пусть

$$C_{\Pi}^k(Y) = D^k \frac{Y}{1-Y}; \quad k = n, c. \quad (13)$$

В общем случае равновесие определяется в результате имитационного моделирования на основе метода сценариев [9]. В случае (13), используя метод множителей Лагранжа, получим, что для ПП оптимальной будет одна из следующих шести стратегий:

$$(P_i^k)_1 = 0; \quad k = n, c; \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$$(P_i^k)_2 = 1 - \frac{R_2^k}{W_i^k}, \quad \text{если } W_i^k > R_2^k;$$

$$(P_i^k)_3 = 1 - \frac{R_1^k}{W_i^k}, \quad \text{если } W_i^k > R_1^k; \quad (P_i^k)_4 = 1 - \varepsilon;$$

$$(P_i^k)_5 = 1 - \sqrt{\frac{D^k(1-v_i)}{s^k(2-v_i)}},$$

если  $D^k(1-v_i) < s^k(2-v_i)$ ;

$$(P_i^k)_6 = 1 - \sqrt{\frac{D^k(1-v_i)}{s^k KN_i^k}},$$

если  $D^k(1-v_i) < s^k KN_i^k$ ;

$$(P_i^k)_6 = 1 - \sqrt{\frac{D^k(1-v_i)}{s^k KS_i^k}}, \quad \text{если } D^k(1-v_i) < s^k KS_i^k.$$

Здесь нижний индекс  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) означает номер стратегии.



Далее эти стратегии ПП используются при разработке сценариев проведения имитационных экспериментов [8, 9]. Исследуем модель (1)–(12) в случае (13) и когда

$$C_{\Phi}(y) = C_1 y; \quad C_O(y) = C_2 y; \quad C_1, C_2 = \text{const.}$$

**Пример 1.** Для следующего набора входных данных (у.е. — условная единица,  $m = n$ ,  $c$ ):  $N = 1$ ;  $KN_{\max} = 2$ ;  $KS_{\max} = 5$ ;  $\beta_1^c = 0,025$  мг/(сут·у.е.);  $\beta_1^n = 0,01$  мг/(сут·у.е.);  $\gamma_1 = 0,2$  у.е.;  $k_1 = 10^{-5}$  сут $^{-1}$ ;  $Q_1^0 = 10^6$  м $^3$ /сут;  $A = 10$  м $^2$ ;  $L = 100$  м;  $E = 24\,000$  м $^2$ /сут;  $\nu = 0,13$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $\Phi_0 = 6 \cdot 10^{20}$  у.е.;  $Y_1 = 0$ ;  $R_1^m = 0,2W_1^m(0)$ ;  $R_2^m = 0,8W_1^m(0)$ ;  $Q_{\max} = 600$ ;  $\varepsilon = 0,001$ ;  $B^o = 10$  мг/л (при  $t = 0$ ; при  $x = 0, L$ );  $B^m = 7$  мг/л (при  $t = 0, x = 0, L$ );  $x_1 = 50$  м;  $B_{\text{нас}}^o = 22$  мг/л;  $B_{\max}^o = 14$  мг/л;  $B_{\min}^o = 4$  мг/л;  $F_0 = F_1 = F_2 = 0$  мг/(л·сут);  $v_x = 100$  м/сут;  $\Delta = 360$  сут;  $k_c = 0,7$  сут $^{-1}$ ;  $k_n = 0,1$  сут $^{-1}$ ;  $D_1^c = (1 - \mu)z[1]/(6\beta_1^c)$ ;  $\alpha_{\max} = 0,7$ ;  $C_1 = 2(1 - \mu)\nu\alpha z[1]/(15\beta_1^c)$ ;  $C_2 = 2(1 - \mu)\nu(1 - \alpha)z[1]/(15\beta_1^c)$ ;  $K_o = 0,2$  сут $^{-1}$ ;  $\alpha_{\min} = 0,2$ ;  $D_1^n = (1 - \mu)z[1]/\beta_1^n$ ;  $S^m = 4(1 - \mu)(1 - \nu) \times z[1]/(3\beta_1^m)$  получим, что для ПП выгодно, чтобы объемы сброса углеродосодержащих ЗВ не превышали величин  $R_2^c$ , а азотосодержащих — были меньше  $R_1^n$ . Оптимальные стратегии субъектов управления определяются равенствами  $(KN_1^m(t))^* = 2$ ;  $(KS_1^m(t))^* = 2$ ;  $(P_1^c(t))^* = 0,66$ ;  $(q_1^m(t))^* = 0$ ;  $(P_1^n(t))^* = 0,33$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $m = n, c$ , а их доход задается формулами  $J_{\Phi} = 1,82 \cdot 10^{13}$  у.е.;  $J_O = 7,8 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_1 = 1,85 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

**Пример 2.** В случае входных данных примера 1 и  $S^c = (1 - \mu)(1 - \nu)z[1]/(3\beta_1^c)$  уменьшается плата за сброс углеродосодержащих загрязнений в водоток. В результате для углеродосодержащих ЗВ получим, что  $(KN_1^c(t))^* = 1,33$ ;  $(KS_1^c(t))^* = 1,33$ ;  $(P_1^c(t))^* = 0,552$ ;  $(q_1^c(t))^* = 0,33$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $J_{\Phi} = 6,07 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_O = 2,60 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_1 = 3,78 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

**Пример 3.** В случае  $B^c = 11$  мг/л (при  $t = 0, x = 0, L$ );  $S^c = 2(1 - \mu)(1 - \nu)z[1]/(15\beta_1^c)$  и данных примера 1 наблюдается ухудшение экологической обстановки в начальный момент времени. В результате, в отличие от примера 1,  $(KN_1^c(t))^* = 1,5$ ;  $(KS_1^c(t))^* = 1,5$ ;  $(P_1^c(t))^* = 0,85$ ;  $(q_1^c(t))^* = 0,85$ ;  $\alpha = 0,4$ ;  $J_{\Phi} = 1,07 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_O = 8,24 \cdot 10^{11}$  у.е.;  $J_1 = -2,81 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

**Пример 4.** Для  $S^n = (1 - \mu)(1 - \nu)z[1]/(10\beta_1^n)$  и данных примера 3 уменьшается плата за сброс азотосодержащих ЗВ, в итоге  $(KN_1^n(t))^* = 2$ ;  $(KS_1^n(t))^* = 5$ ;  $(P_1^n(t))^* = 0,2$ ;  $(q_1^n(t))^* = 0,2$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $J_{\Phi} = 6,21 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_O = 2,66 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_1 = 2,18 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

**Пример 5.** Для  $D_1^n = (1 - \mu)z[1]/(30\beta_1^n)$  и данных примера 4 уменьшается плата за сброс азотосодержащих ЗВ, в итоге  $(KN_1^n(t))^* = 2$ ;  $(KS_1^n(t))^* = 2$ ;  $(P_1^n(t))^* = 0,552$ ;  $(q_1^n(t))^* = 0,33$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $J_{\Phi} = 3,72 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_O = 1,59 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_1 = 1,4 \cdot 10^{13}$  у.е. ♦

**Пример 6.** Для данных примера 1 и  $\alpha_{\max} = 0,4$  наблюдается уменьшение максимально возможного размера средств, остающихся у ФЦ. В результате на предприятии выбирается высокая степень очистки сточных вод, т.е.  $(KN_1^m(t))^* = 2$ ;  $(KS_1^m(t))^* = 2$ ;  $(P_1^c(t))^* = 0,66$ ;  $(q_1^m(t))^* = 0$ ;  $(P_1^n(t))^* = 0,33$ ;  $\alpha = 0,4$ ;  $m = n, c$ ;  $J_{\Phi} = 6,04 \cdot 10^{12}$  у.е.;  $J_O = 1,99 \cdot 10^{13}$  у.е.;  $J_1 = 1,85 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

**Пример 7.** Для данных примера 2 и  $KN_{\max} = 5$ ;  $KS_{\max} = 10$  наблюдается увеличение возможностей ОУ. В результате получим, что  $(KN_1^m(t))^* = 5$ ;  $(KS_1^m(t))^* = 5$ ;  $(P_1^n(t))^* = 0,33$ ;  $(q_1^m(t))^* = 0,33$ ;  $m = n, c$ ;  $\alpha = 0,7$ ;  $J_{\Phi} = 3,37 \cdot 10^{13}$  у.е.;  $J_O = 1,44 \cdot 10^{13}$  у.е.;  $J_1 = -4,03 \cdot 10^{12}$  у.е. ♦

Все примеры исследовались методом имитационного моделирования [6, 8, 9]. Уравнения (6) и (7) решались численно по явной схеме метода конечных разностей с первым порядком аппроксимации по пространственной переменной и по времени по аналогии с работами [5, 8].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численные эксперименты показали, что предложенная организационная структура систем управления качеством речных вод позволяет добиться устойчивого развития водохозяйственной системы, т.е. выполнения ограничений на предельно допустимые концентрации ЗВ в речной и сточных водах, сбрасываемых на предприятиях, независимо от входных данных. В модели применяются административные (со стороны федерального центра) и экономические (со стороны местных органов управления) механизмы управления, что придает моделируемой системе управления дополнительное сходство с системами управления реальными водохозяйственными объектами. Федеральный центр, определяя минимальные допустимые степени очистки сточных вод на промышленных предприятиях, непосредственно воздействует на них и обеспечивает выполнение условий устой-

чивого развития системы независимо от стратегий местных органов управления. Поэтому в большинстве модельных экспериментов федеральный центр оставляет себе максимально возможное количество средств, поступающих от предприятий. Он выделяет местным органам управления средства в размере, необходимом для их эффективного функционирования (величину  $1 - \alpha_{\max}$ ). Исключения составляют только случаи резкого ухудшения экологической обстановки (см. пример 3), когда федеральный центр вынужден, с помощью местных органов управления, реализовывать наиболее эффективные меры по улучшению экологической обстановки. Отметим, что данное свойство присуще многим реальным системам управления, в которых наличие промежуточных уровней вызвано не экономическими причинами, а организационной невозможностью самостоятельного решения субъектом управления верхнего уровня всех возникающих управленческих вопросов.

Идентификация и тестирование предложенной модели осуществлялись на базе данных сети экологического мониторинга поверхностных вод Ростовской области, предоставленных Комитетом по охране окружающей среды и природным ресурсам при Администрации Ростовской области. Дальнейшее совершенствование модели предполагает применение иных механизмов регулирования и дальнейшую детализацию модели в целях более точного учета различных связей между субъектами и объектами управления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Математическое моделирование в задачах прогнозирования аварийных ситуаций на Оке в пределах Нижегородской области / Иванов А.В. и др. // Водные ресурсы. — 2000. — Т. 27, № 3. — С. 305—312.*
2. *Лаукс Д., Стейнжер Дж., Хейт Д.* Планирование и анализ водохозяйственных систем. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 400 с.
3. *Системный подход к управлению водными ресурсами / Под ред. А.М. Бисваса — М.: Наука, 1985. — 392 с.*
4. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. — М.: Наука, 1981. — 488 с.
5. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Математическая формализация методов иерархического управления эколого-экономическими системами // Проблемы управления. — 2007. — № 4. — С. 64—69. — URL: <http://www.ipu.ru/period/pu/docs/ugol.pdf> (дата посещения 12.11.2009).
6. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Информационно-аналитическая система управления эколого-экономическими объектами // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2007. — № 6. — С. 230—238.
7. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Иерархические системы ромбовидной структуры для управления качеством речных вод // Управление большими системами. — 2007. — Вып. 19. — С. 187—203.
8. *Угольницкий Г.А., Усов А.Б.* Многоуровневые модели в задачах управления качеством речной воды // Водные ресурсы. — 2005. — № 4. — Т. 32. — С. 504—511.
9. *Угольницкий Г.А.* Управление эколого-экономическими системами. — М.: Вузовская книга, 1999. — 132 с.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Д.А. Новиковым.*

**Угольницкий Геннадий Анатольевич** — д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой, ✉ [ougoln@mail.ru](mailto:ougoln@mail.ru),

**Усов Анатолий Борисович** — канд. физ.-мат. наук, доцент, ✉ [usov@math.rsu.ru](mailto:usov@math.rsu.ru),

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону.

## Новые книги

**Ильичёв А.В.** Основы анализа эффективности и рисков целевых программ. — М.: Науч. мир, 2009. — 302 с.

**Карабутов Н.Н.** Структурная идентификация систем. Анализ информационных структур. — М.: URSS, 2009. — 173 с.

**Колдаев В.Д.** Численные методы и программирование. — М.: Форум: Инфра-М, 2009. — 335 с.

**Маренков Н.Л.** Инноватика: Менеджмент. Инвестиции. Антикризисное управление. — М.: URSS, 2009. — 300 с.

**Мерфи Дж.** С\*-алгебры и теория операторов. — М.: Факториал, 2009. — 336 с.

**Пригожин И.Р.** Неравновесная статистическая механика. — М.: URSS, 2009. — 312 с.

**Федотов Н.Г.** Теория признаков распознавания образов на основе стохастической геометрии и функционального анализа. — М.: Физматлит, 2009. — 303 с.

**Гостев Ю.А.** Гомоморфизмы и модели. — М.: URSS, 2009. — 202 с.

**Козлов В.В.** Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. — Ижевск: ИГУ, 2009. — 428 с.

**Поппер К.Р.** Объективное знание. — М.: URSS, 2009. — 381 с.

**Ручкин В.Н.** Универсальный искусственный интеллект и экспертные системы. — СПб.: БХВ-Петербург, 2009. — 238 с.

**Самарский А.А.** Устойчивость разностных схем. — М.: URSS, 2009. — 383 с.

**Чернавский Д.С.** Синергетика и информация. — М.: URSS, 2009. — 300 с.

**Редько В.Г.** Эволюция, нейронные сети, интеллект. — М.: URSS, 2009. — 220 с.

**Жданов А.А.** Автономный искусственный интеллект. — М.: БИНОМ, 2009. — 359 с.

**Карташов Л.П.** Параметрический и структурный синтез технологических объектов на основе системного подхода и математического моделирования. — Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2009. — 224 с.