



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НОРМ ВЫРАБОТКИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

С.Е. Оленев

Предложена математическая модель оценки норм выработки и прогнозирования времени достижения планируемой производительности труда при изготовлении изделий новой техники.

Ключевые слова: модель, оценка, норма выработки.

ВВЕДЕНИЕ

Всем этапам технической подготовки производства новых объектов присуща некоторая неопределенность, связанная с тем, что предугадать состав и сроки выполнения всех работ заранее невозможно, так как их характер не повторяется. Каждая операция, как и технологический процесс в целом, представляет собой сочетание трудового процесса рабочего и взаимосвязанных с ним механических и физико-механических процессов, происходящих под наблюдением и управлением рабочего. Присутствие человека связано с определенной активностью, которая во многом определяет качество и количество изготавливаемой продукции, сроки выполнения тех или иных работ. Рабочего можно рассматривать как активный элемент активной системы — некоторого коллектива (бригады, участка, цеха и т. п.). Поэтому управление производством неразрывно связано с управлением активной системой.

Теория активных систем представляет собой раздел теории управления социально-экономическими системами, изучающий свойства механизмов и функционирования, обусловленные проявлениями активности элементов системы [1]. Помимо задачи управления активной системой, собственно, синтеза оптимальных управляющих воздействий, возникают задачи идентификации таких систем, исследования адекватности модели и др.

Несмотря на то, что решение таких задач возможно в рамках единого методологического подхода, основанного на рассмотрении обобщенных решений задачи управления, в каждом случае необходимо решать задачу управления для конкретной активной системы, обладающей своим набором характеристик.

Возросшие масштабы и сложность разработки новых объектов, необходимость сокращения сроков их проведения и реализации обуславливают создание математических моделей, которые позволяли бы наиболее эффективно осуществлять планирование и контроль процесса создания сложных технических объектов.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ НОРМ ВЫРАБОТКИ

Рассматривая рабочего с позиций субъекта управления, будем полагать, что он стремится к выбору таких своих состояний, которые он считает наиболее предпочтительными, в частности, к целесообразному сочетанию личных и коллективных производственных интересов. Очевидно, что норма выработки рабочего, прежде всего, зависит от его двигательной деятельности, которая совершенствуется в результате неоднократного повторения движений. По мере повторения произвольное движение становится привычным, и его выполнение не требует специального волевого контроля, что способствует повышению нормы выработки. На определенном этапе формирования произвольного движения появляется способность к автоматизированному, т. е. неосознаваемому, выполнению отдельных частей или всего движения в целом [2]. Далее приобретенные навыки стабилизируются и совершенствуются.

Представим процесс накопления движений (совершенствования навыка) у рабочего в виде точки, совершающей в случайные моменты времени T переходы с одного уровня на другой (рис. 1): $E_0 \rightarrow E_1 \rightarrow \dots \rightarrow E_r \rightarrow \dots$

Предполагается, что вероятность перехода с уровня E_k на уровень E_{k+1} за время Δ_T равна

$$\gamma \Delta_T + o(\Delta_T), \quad (1)$$

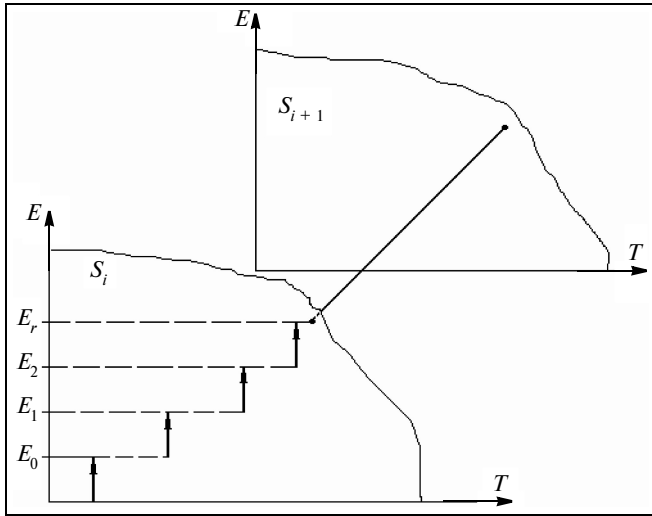


Рис. 1. Схема совершенствования навыка у рабочего

где γ — прогнозирующий параметр, некоторая постоянная; $o(\Delta_T)$ — величина более высокого порядка малости, чем Δ_T .

Положение точки характеризуется функциями $P_k(T)$ — вероятностью того, что к моменту времени T точка находится на уровне E_k , $k = 0, 1, \dots$ Можно записать [2]

$$P_k(T) = \frac{(\gamma T)^k}{k!} e^{-\gamma T}. \quad (2)$$

Сумма вероятностей $P_0(T) + P_1(T) + \dots + P_{r-1}(T)$ позволяет сделать вывод о том, что к моменту времени T точка находится на уровне, расположенном ниже уровня E_r , при этом время τ подъема на этот уровень будет больше, чем T , т. е.

$$P(\tau > T) = \sum_{k=0}^{r-1} P_k(T). \quad (3)$$

Отсюда функцию $E(T)$ накопления движений (с учетом, что $E_{\max}(T) = 1$, а $E_{\min}(T) = 0$) можно записать в виде

$$E(T) = P(\tau \leq T) = 1 - P(\tau > T). \quad (4)$$

Из выражений (2)–(4) получим формулу

$$E(T) = 1 - \sum_{k=0}^{r-1} \frac{(\gamma T)^k}{k!} e^{-\gamma T}, \quad (5)$$

которая представляет собой неполную гамму-функцию.

Процесс накопления двигательных навыков может быть прерван различными обстоятельствами, например, переводом рабочего на выполнение другой операции, уходом в отпуск, болезнью и т. п., что отражено на рис. 1 переходом изображающей точки с плоскости S_i на плоскость S_{i+1} .

На совершенствование навыка рабочего влияют различные факторы, отражающие способности индивидуума, его заинтересованность и желание в достижении мастерства и т. п., совокупность действий которых может выступать в качестве прогнозирующего параметра (назовем его вторым прогнозирующим параметром, в отличие от параметра γ).

Представим процесс увеличения нормы выработки рабочим в виде некоторой функции $E(t)$, возрастающей монотонно и случайно под влиянием различных факторов, а уровень нормы выработки, достижение которого соответствует стадии стабилизации его движений, в виде $E_y(t)$ — случайного процесса со средним уровнем \bar{E}_y (рис. 2). Очевидно, что вероятность достижения стабилизации движений зависит от расстояния между функцией $E(t)$ и уровнем \bar{E}_y , а следовательно, приращение $\Delta E_T = |E(0) - E(t)|$ может выступать в роли прогнозирующего параметра.

Согласно работе [4], если в момент $t = T$ значение $E(t) = E_T$, то вероятность достижения стабилизации в интервале времени $(T, T + \Delta_T)$ может быть выражена как

$$g(T) = c_1 e^{-c_2(E_T - \bar{E}_y)^2} \Delta_T + o(\Delta_T), \quad (6)$$

где c_1 и c_2 — некоторые постоянные.

Множитель при Δ_T в формуле (6) в случае медленно меняющегося со временем уровня $E_y(t)$ может быть представлен как $c_1 e^{-c_2 c_3^2} [1 + 2c_2 c_3 \Delta E_T]$, где $c_3 = |E(0) - \bar{E}_y|$.

Отсюда видно, что вероятность $g(T)$ линейно зависит от ΔE_T . Тогда согласно работе [5] второй

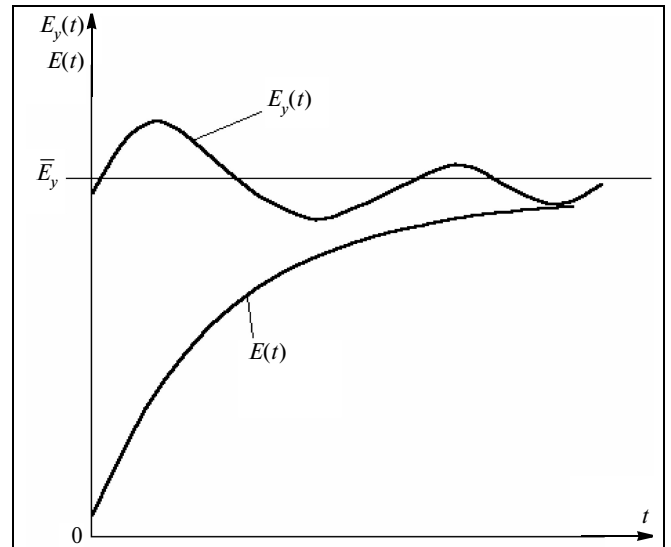


Рис. 2. Процесс увеличения нормы выработки



прогнозирующий параметр может быть представлен некоторой линейной функцией и зависимость вероятности достижения стабилизации от второго прогнозирующего параметра в интервале Δ_T можно выразить в виде

$$Q_k(T) = (h + k\eta)\Delta_T + o(\Delta_T), \quad (7)$$

где h и η некоторые постоянные.

Тогда вероятность перехода изображающей точки с уровня E_j на уровень E_{j+1} в плоскости S_i за интервал $(T, T + \Delta_T)$ может быть записана как $\gamma\Delta_T + o(\Delta_T)$, а вероятность ее ухода с этой плоскости и за тот же интервал как $(h + k\eta)\Delta_T + o(\Delta_T)$.

На основании выражений (1) и (7) вероятность того, что точка не изменит своего положения на плоскости S_i и будет находиться на j -м уровне, запишется как $P_{ji}(T) = 1 - (\gamma + h + j\eta)\Delta_T + o(\Delta_T)$.

Можно составить систему уравнений

$$\begin{aligned} P_{0i}(T + \Delta_T) &= P_{0i}(T)[1 - (\gamma + h)] + o(\Delta_T), \\ &\dots \\ P_{ki}(T + \Delta_T) &= P_{ki}(T)[1 - (\gamma + h + k\eta)\Delta_T] + \\ &+ P_{(k-1),i}(T)\gamma\Delta_T + o(\Delta_T), \end{aligned} \quad (8)$$

поскольку точка может оказаться к моменту времени $T + \Delta_T$ в положении (E_k, S_i) только следующими образом: или к моменту T быть на уровне E_k и за время Δ_T оставаться на нем, или к моменту T быть на уровне E_{k-1} и за время Δ_T перейти на уровень E_k .

Деля левые уравнения системы (8) на Δ_T и переходя к пределу при $\Delta_T \rightarrow 0$, получим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dP_{0i}(T)}{dT} = -[\gamma + h]P_{0i}(T),$$

...

$$\frac{dP_{ki}(T)}{dT} = -[\gamma + h + k\eta]P_{ki}(T) + \gamma P_{(k-1),i}(T). \quad (9)$$

В начальный момент времени $T = 0$ точка находится на уровне $E(0)$, поэтому в системе уравнений (9) $P_{0i}(0) = 1$.

Подставив в выражение (3) значение $P_{ki}(T)$, учитывая, что k меняется от 0 до ∞ , а затем — в формулу (5), получим

$$E(T) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} P_{ki}(T).$$

Решая систему (9) рекуррентным способом [5] и выполняя суммирование, получим окончательно функцию роста нормы выработки рабочего:

$$E(T) = 1 - \exp\left[\left(\frac{\gamma}{\eta}(1 - e^{-\eta T})\right) - (\gamma + h)T\right], \quad (10)$$

где γ — параметр, задающий среднюю скорость роста нормы выработки; h — коэффициент, учитывающий наличие у рабочего определенного профессионального навыка (опыта); η — параметр, корректирующий скорость роста нормы выработки.

2. АНАЛИЗ ФУНКЦИИ РОСТА НОРМЫ ВЫРАБОТКИ

Для нахождения значений γ , h и η (см. формулу (10)) необходимы статистические данные (или базы данных) о нормах выработки рабочих, которые были заняты на различных операциях по изготовлению, сборке узлов и изделий аналогичного типа. Эти данные разбиваются на множества по видам технологических операций. Не останавливаясь на методе нахождения параметров модели (10), построим зависимости $E(T)$ для значений $\gamma = 2, h = 1, \eta = 1,5$; $\gamma = 2, h = 0,1, \eta = 1$; $\gamma = 0,5, h = 0,1, \eta = 1$ (рис. 3). Предположим, что кривая 1 отражает плановое увеличение нормы выработки рабочим, который имеет квалификационный разряд, соответствующий заложенному в технологическом процессе для выполнения данной операции; кривая 2 соответствует нормам выработки, которые показывает рабочий, имеющий более высокий разряд, а кривая 3 воспроизводит рост нормы выработки неквалифицированного рабочего. Имея семейство подобных кривых, можно прогнозировать время достижения требуемых норм выработки, а также объективно оценивать квалификацию рабочего, занятого данной операцией. Кроме того, появляется возможность управлять производительностью труда, применяя стимулирование производительности труда.

Для построения ранговой системы стимулирования рабочего необходимо взять математическую модель увеличения нормы выработки и составить

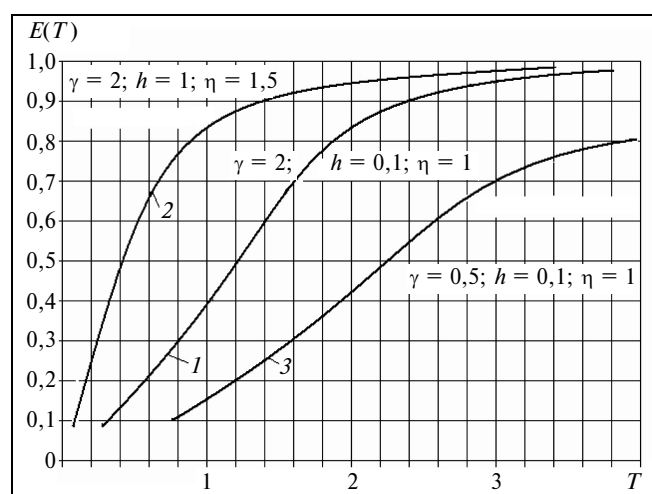


Рис. 3. Функции роста норм выработки

сценарии развития событий таким образом, чтобы рабочему было выгодно следовать тому сценарию, который предпочтителен в данный момент руководству, т. е. интересы руководства должны совпадать с интересами и предпочтениями индивидуума. В качестве стимулирования выберем индивидуальное вознаграждение рабочего, полагая, что соотношение между его зарплатой и трудом должно быть оптимальным по предпочтительному сценарию и, наоборот, было бы ему невыгодным по другим сценариям.

Анализ проведенных автором исследований и наблюдений двигательной деятельности рабочих, выполняющих различного рода технологические операции, показывает, что движения рабочего могут быть разделены на три стадии.

На *первой* стадии движений, совокупность которых позволяет выполнить новую технологическую операцию, они осознаются, происходит привыкание к незнакомому еще виду деятельности (упражнению) и условиям внешней среды, в результате чего рабочий выполняет требуемую норму выработки на 70–75 %.

На *второй* стадии появляются автоматизмы, сигнализирующие о появлении у рабочего определенных навыков, становление ведущего уровня построения движения, определение его двигательного состава, выполнение необходимых коррекций и автоматизации при переключении на более низкие уровни выполнения технологической операции. Благодаря этому требуемая норма выработки выполняется уже на 90–95 %.

На *третьей* стадии приобретенные навыки стабилизируются, совершенствуются и позволяют выполнять установленную норму на 100 % и более.

Время каждой стадии различно и зависит от способностей индивидуума, его заинтересованности и желания достижения мастерства в выполняемой работе, а также от его опыта и профессиональной подготовки в начале освоения новой технологической операции. Все эти факторы непосредственно влияют на скорость роста нормы выработки и начальный уровень, от которого как бы отталкивается рабочий, приступая к выполнению новой для него технологической операции.

Анализ кривой 1 (см. рис. 3) показывает, что первая стадия накопления движений должна закончиться ко времени, равному 1,6 (в условных единицах). К этому времени рабочий должен выполнять норму выработки на 70 %. Вторая стадия, характеризующаяся появлением автоматизмов, должна закончиться ко времени 2,4, а третья — ко времени 3,2, при этом рабочий должен выполнять норму выработки уже соответственно на 90 и 100 %.

При выполнении производственного задания возможны различные варианты развития событий.

Если рабочий выполняет работу в соответствии со своим квалификационным разрядом, то увели-

чение норм выработки должно происходить согласно кривой 1, которая, как указывалось, отражает плановое (расчетное) задание. При этом в случае необходимости в сокращении сроков освоения технологической операции можно предложить рабочему оплату (доплату) по более высокому разряду, если его нормы производительности будут соответствовать кривой 2. Может также возникнуть вариант, когда сокращение сроков не требуется, а этот рабочий по собственной инициативе старается достичь норм выработки, описываемых кривой 2. Тогда данную инициативу следует рассматривать как реальное повышение мастерства рабочего и наличие предпосылки для сдачи квалификационного экзамена на получение более высокого разряда.

Если рабочий выполняет нормы выработки, соответствующие кривой 3, то можно указать ему на несоответствие выполняемой им работы его квалификационному разряду, а поэтому соответствующим образом снизить зарплату или, при систематическом невыполнении норм — понизить разряд.

Возможно, что в силу определенных обстоятельств для выполнения данной технологической операции не окажется рабочего с нужной квалификацией. Тогда в зависимости от разряда рабочего, который будет работать на этой операции, можно требовать от него выполнения норм по кривым 2 или 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод моделирования позволяет прогнозировать время достижения норм выработки, зависящее, прежде всего, от мастерства рабочего, а также объективно оценивать его квалификацию на данной технологической операции. Основанная на этой модели ранговая система стимулирования рабочего дает возможность эффективно управлять производительностью труда на предприятии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма* / В.Н. Бурков и др. — М.: Наука, 1984. — 272 с.
2. *Фомин Н.А.* Физиология человека. — М.: Просвещение, 1982. — 320 с.
3. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М.: Мир, 1965.
4. *Крамер Г.* Математические методы статистики. — М.: Мир, 1976.
5. *Герцбах И. Б., Кордонский Х. Б.* Модели отказов. — М.: Советское радио, 1966. — 166 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.

Оленев Сергей Евгеньевич — канд. техн. наук, управляющий производством, ЗАО «Де Ла Рю СНГ», г. Сергиев Посад, ✉ s.olenev@mail.ru.