

# УПРАВЛЕНИЕ ПЛАЗМОЙ В ТОКАМАКАХ<sup>1</sup>.

## Ч. 1. Проблема управляемого термоядерного синтеза. Токамаки. Компоненты систем управления

Ю.В. Митришкин, П.С. Коренев, А.А. Прохоров, Н.М. Карцев, М.И. Патров

Представлены различные концепции перспективных токамаков — лидеров в решении проблемы управляемого термоядерного синтеза. Рассмотрена эволюция токамаков от круглых в вертикальном поперечном сечении с большим аспектным отношением до токамаков с малым аспектным отношением вплоть до сферических. Приведена классификация современных токамаков. Уделено внимание методам диагностики плазмы по магнитным измерениям вне плазмы, исполнительным устройствам, применяемым как при магнитном, так и при кинетическом управлении плазмой, а также для ее дополнительного нагрева. Рассмотрены магнитные и кинетические модели плазмы, неустойчивости и срывы плазменного шнура.

**Ключевые слова:** управляемый термоядерный синтез, термоядерная электростанция, токамак, плазма, классификация токамаков, диагностика, дополнительный нагрев, исполнительные устройства, восстановление равновесия плазмы, магнитные и кинетические модели плазмы, неустойчивости плазмы, срывы.

### ВВЕДЕНИЕ

Цель обзора состоит в представлении токамаков с плазмой как сложных неустойчивых нестационарных многосвязных нелинейных объектов управления с распределенными параметрами и неопределенностями, а также в рассмотрении систем магнитного и кинетического управления плазмой и тенденций их развития.

Плазма в токамаке [1—4] находится в тороидальной аксиально симметричной магнитной конфигурации, созданной магнитным полем токов в обмотках тороидального поля, распределенным током самой плазмы и токами в обмотках полоидального поля. Аббревиатура «токамак» расшифровывается как ТОроидальная КАмера с МАгнитными Катушками (аббревиатура, как и сам токамак, предложена в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова, г. Москва). Вследствие эф-

фекта индукции, переменное магнитное поле тока в центральном соленоиде (индукторе) генерирует вихревое электрическое поле, которое пробивает газ, например, водород, в вакуумной камере токамака и создает плазму (полностью ионизованный газ), по которой протекает ток. Таким образом, токамак представляет собой трансформатор тока.

Тороидальный плазменный шнур стремится увеличить свой большой радиус, так как полный ток плазмы на аксиально симметричных участках тора течет в разные стороны, что приводит к расталкиванию противоположно направленных токов. Кроме того, расталкивающие силы увеличиваются из-за газокинетического давления плазмы. Поэтому для обеспечения плазменного разряда необходима система управления с обратной связью, стабилизирующая горизонтальное положение плазмы с помощью вертикального магнитного поля.

В современных токамаках плазма вытянута по вертикали, что увеличивает давление плазмы при том же тороидальном поле. Но это вызывает неустойчивость вертикального положения плазмы, поэтому для стабилизации положения плазмы относительно горизонтальной плоскости необходима

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 17-19-01022), § 1—6 и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-08-00293), § 7.



система управления с обратной связью, стабилизирующая вертикальное положение плазмы с помощью горизонтального поля.

Для удержания высокотемпературной плазмы вблизи первой стенки токамака необходима многомерная система управления формой плазмы. При этом ток плазмы должен управляться регулятором в отдельном контуре управления или общим регулятором, который одновременно управляет током и формой плазмы [5–7].

При возрастании давления плазмы появляются неустойчивые резистивные пристеночные моды, подавление которых требует дополнительных катушек и системы с обратной связью [8].

На основе перечисленных факторов можно заключить, что проектирование современных токамаков должно проводиться совместно с проектированием систем магнитного управления плазмой.

Для дополнительного нагрева плазмы используется инжекция нейтральных атомов и электромагнитные волны. Исполнительные устройства дополнительного нагрева дают возможность кинетического управления плазмой, т. е. управления профилями тока плазмы [9, 10], запасом устойчивости [11], давлением и температурой [12] для достижения оптимальных режимов плазменного разряда. Комплексирование магнитного и кинетического управлений плазмой [13] создаст основу для систем управления плазмой будущих термоядерных реакторов, позволяющую повысить надежность их эксплуатации.

Настоящий обзор состоит из четырех частей. В нем рассматриваются различные концепции конструкций современных токамаков, а также различные системы магнитного и кинетического управления плазмой, которые показали себя работоспособными как при численном моделировании для действующих токамаков и проектов токамаков, так и в физическом эксперименте.

Часть 1 посвящена общей проблеме управляемого термоядерного синтеза, основным особенностям токамаков и компонентам систем управления плазмой в них. Описаны конструкция и диагностическая система сферического токамака Глобус-М (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург). Полученные на нем экспериментальные данные были использованы в МГУ им. М.В. Ломоносова и Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН для разработки оригинальных систем управления положением, током и формой плазмы.

В частях 2 и 3 рассмотрены системы магнитного управления плазмой, а в части 4 — системы кинетического управления плазмой и их интеграция с системами магнитного управления в целях достижения оптимальных режимов работы токамаков в

стационарных и переходных режимах для получения максимальных запасов устойчивости и допустимого качества управления.

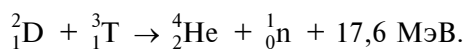
## 1. ПРОБЛЕМА УПРАВЛЯЕМОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА

В настоящее время большую часть энергии человечество получает от сжигания органических ископаемых — угля, нефти и газа. Хотя ископаемые виды топлива не будут полностью исчерпаны в течение нескольких сотен лет, эксперты прогнозируют дефицит энергии менее чем через 50 лет при нынешних темпах потребления [14]. Возобновляемые источники энергии, такие как солнечная энергия, гидроэнергия, геотермальная энергия и энергия ветра привлекательны с экологической точки зрения, но не могут обеспечить достаточного выхода энергии, чтобы стать полноценной заменой ископаемого топлива. Атомная энергетика, получающая выделяемую в реакциях деления атомов тяжелых элементов энергию, может производить достаточное количество энергии, но, к сожалению, побочные продукты деления очень радиоактивны и довольно долговечны. Кроме того, атомные электростанции требуют тщательного контроля за всеми рабочими параметрами, иначе, в случае аварии, воздействие на экологию от выброса вредных веществ может существенно превысить воздействие тепловых станций.

Одним из перспективных источников энергии будущего являются реакции термоядерного синтеза, в ходе которых происходит слияние ядер легких элементов, например, водорода. Хотя технологически управляемый термоядерный синтез чрезвычайно сложен, термоядерная энергетика имеет значительные преимущества по сравнению с существующими источниками энергии. В частности, запасов топлива для термоядерных реакций на земле хватит на много тысяч лет, так как необходимые изотопы водорода могут быть получены из воды и широко доступного лития. Реакции слияния ядер не приводят к загрязнению воздуха или образованию парниковых газов при нормальной эксплуатации, поскольку продукт реакции слияния представляет собой гелий. В отличие от атомных станций, в термоядерных реакторах-токамаках не будут проходить неконтролируемые цепные реакции с высвобождением большого количества энергии, а значит, отсутствует риск возникновения подобного рода ядерных аварий. Дело в том, что в любой момент можно закрыть клапаны подачи топлива в камеру токамака и, тем самым, прекратить процесс синтеза. Отметим также, что термоядерный реактор не производит долгоживу-

щих радиоактивных отходов. Основные радиоактивные побочные продукты в реакторе представляют собой нейтронно-активированные материалы (т. е. ставшие радиоактивными в результате нейтронной бомбардировки первой стенки токамаков), которые можно свести к минимуму путем выбора специального материала. Большинство из этих радиоактивных материалов, полученных в реакторе, могут быть безопасно и легко утилизированы в течение нескольких десятилетий, в отличие от большинства побочных продуктов деления, которые требуют специального хранения и обработки в течение тысяч лет.

Существует множество возможных реакций ядерного синтеза, отличающихся условиями прохождения и количеством выделяемой энергии. С этих позиций, наибольший практический интерес представляет реакция слияния изотопов водорода: дейтерия и трития



При слиянии ядер дейтерия и трития образуется ядро гелия-4 и нейтрон, который несет 80% энергии синтеза. Ядра гелия-4 остаются в плазме и вносят свою энергию для поддержания термоядерной реакции. Нейтроны поглощаются первой стенкой в токамаке-реакторе, нагревают ее, а затем тепло отводится для дальнейшего превращения его в электроэнергию.

Дейтерий-тритиевая смесь обладает чрезвычайно большой энергоемкостью: 1 г смеси эквивалентен 10 000 л нефти! Процесс заправки, предусмотренный для реактора с термоядерным топливом, использует небольшую часть энергии, создаваемой реактором для извлечения дейтерия из морской воды, тогда как тритий получают путем нейтронной бомбардировки лития.

Поскольку ядра атомов положительно заряжены, то согласно закону Кулона они отталкиваются друг от друга. При обычной температуре реакций слияния не происходит, поскольку атомы не обладают достаточной для преодоления кулоновского барьера энергией. Температура для прохождения термоядерной реакции составляет около  $10^9$  К. При данных температурах топливо находится в состоянии полностью ионизированного газа — плазмы. Для положительного выхода энергии плазма в реакторе должна удовлетворять критерию Лоусона [2]  $n\tau T > 3 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3} \text{ с} \times \text{кэВ}$ , где  $\tau$  — время удержания энергии, в течение которого плазма сохраняет достаточную для прохождения реакции энергию,  $n$  — концентрация частиц плазмы,  $T$  — температура плазмы.

## 2. ТОКАМАКИ

### 2.1. Эволюция токамаков

Первый токамак был построен в 1954 г. в ИАЭ им. И.В. Курчатова, после чего исследования удержания высокотемпературной плазмы в токамаках начали вести во многих лабораториях мира. Всего с 1954 г. была построена 221 установка типа токамак, 41 из которых действуют в настоящее время [15].

За всю историю токамаков произошла их эволюция от «круглых», имеющих круг в вертикальном поперечном сечении и окруженных медным кожухом, до современных вытянутых по вертикали [2]. В первых токамаках при движении плазмы в проводящем медном кожухе наводились токи Фуко, действия которых демпфировало скорость движения и играло роль регулятора прямого действия. В современных установках для управления параметрами плазменного шнура (магнитными, кинетическими и др.) применяются активные системы управления с обратными связями. Полоидальные [2, 6, 7, 16] системы удержания и управления плазмой в токамаках прошли путь от скалярных систем управления горизонтальным положением плазмы до многосвязных систем, управляющих положением, формой и током плазмы. За последние 30 лет мощность, генерируемая на установках типа токамак, выросла в  $10^8$  раз [14]. Такой прогресс достигнут в результате качествен-

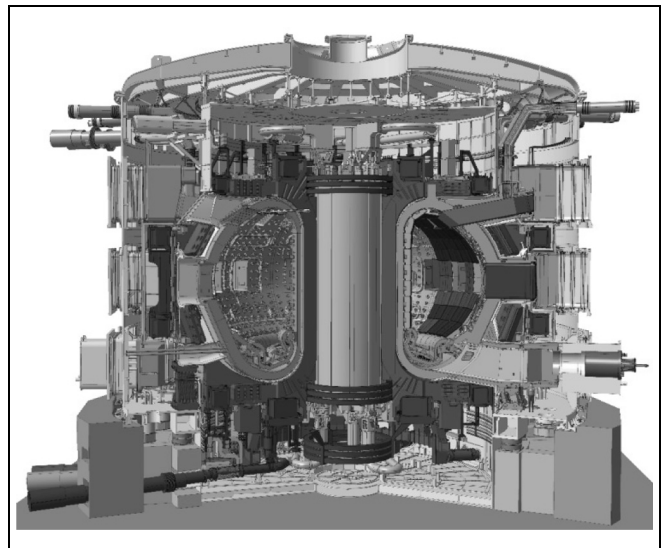


Рис. 1. Вид токамака-реактора ITER<sup>2</sup>

<sup>2</sup> © ITER Organization, <http://www.iter.org/>.

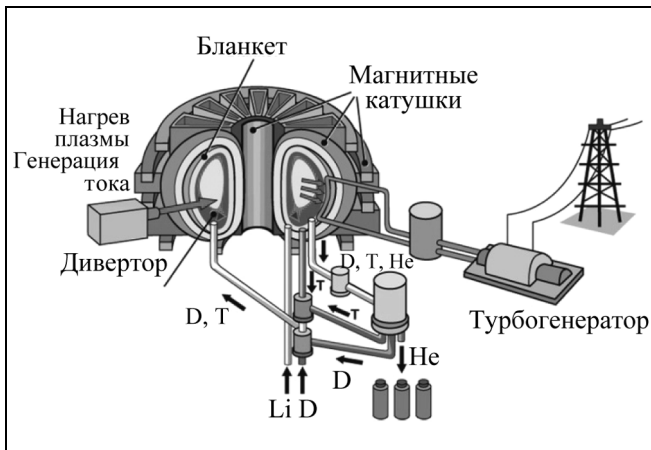


Рис. 2. Схема термоядерной электростанции на дейтериево-три-  
тиевом топливе<sup>3</sup>

ного скачка в развитии теории физики плазмы и понимания процессов, происходящих во время разряда в плазме токамака.

Фундаментальная задача, возникающая при разработке современных токамаков — это поиск методов и подходов к обеспечению оптимальных и надежных условий протекания термоядерной реакции синтеза. Большая часть исследований удержания и нагрева плазмы на действующих токамаках направлены в поддержку разработки международного проекта ITER (англ. *International Thermonuclear Experimental Reactor*; в русской транскрипции ИТЭР — Интернациональный Термоядерный Экспериментальный Реактор) [17] (рис. 1), который должен открыть путь к проекту DEMO (англ. *DEMOstration Power Plant*) — первой термоядерной некоммерческой электростанции (рис. 2) [18]. Токamak ITER станет первой экспериментальной термоядерной установкой, которая будет производить на порядок больше энергии, чем потреблять. Разработкой и сооружением ITER занимается международное сообщество, куда входят представители Европейского союза, Японии, США, России, Китая, Южной Кореи и Индии.

В табл. 1 приведены сравнительные характеристики токамака-ректора ITER и термоядерной электростанции DEMO [18], проектируемой на принципе токамака-ректора. Термоядерная электростанция DEMO будет последней ступенькой перед созданием коммерческих термоядерных электростанций. В отличие от ITER, являющегося экспериментальной установкой для исследования высокотемпературной плазмы, DEMO будет иметь

конструкцию, приближенную к будущим промышленным реакторам, более технологичную для целей надежной эксплуатации и замены компонентов. Будет оптимизирована система охлаждения под более высокие температуры при генерации энергии, уменьшено количество диагностических подсистем, будут использованы только необходимые для функционирования системы, обеспечены самоподдерживающаяся реакция синтеза и длительность импульса более двух часов. Результаты, полученные на ITER, позволят сузить диапазон требований и одновременно оптимизировать их на установке DEMO.

## 2.2. Принцип действия токамаков

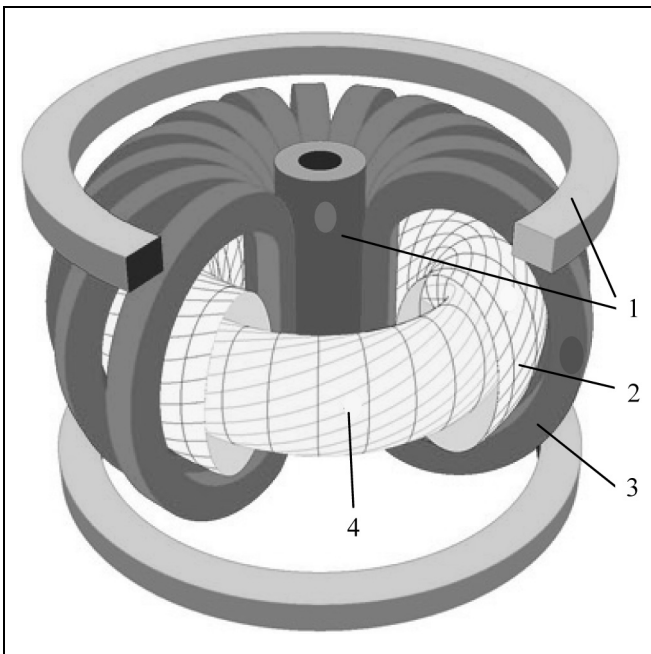
В токамаках электромагнитные поля токов, протекающих в магнитных катушках, воздействуют на заряженные частицы плазмы и используются для удержания и управления плазмой в ограниченном объеме камеры. Токи в катушках поперечных и тороидальных полей совместно с полем тока плазмы создают результирующее винтовое магнитное поле токамака (рис. 3). Заряженные частицы не покидают такую магнитную конфигурацию, вращаясь по ларморовским радиусам с циклотронной частотой вдоль винтовых магнитных линий внутри тора. Тороидальное поле в токама-

Таблица 1

Характеристики токамака-ректора ITER  
и термоядерной электростанции DEMO [18]

Характеристика	ITER $A = 3,1$	DEMO 1 $A = 3,1$	DEMO 2 $A = 2,6$
Аспектное отношение $A = R/a$	6,2/2,0	9,1/2,9	7,5/2,9
Вытянутость $k$ / треугольность $\delta$	1,7/ 0,33	1,6/0,33	1,8/0,33
Площадь поверхности, $m^2$ / объем плазменного шнура, $m^3$	683/831	1428/2502	1253/2217
Ток плазмы, МА	17	20	22
Тороидальное поле на большом радиусе, Тл	5,3	5,7	5,6
Длительность разряда, с	400	Более 7200	Более 7200
Выходная термоядерная мощность, МВт / про- изводимая электриче- ская мощность, МВт	500/0	2037/500	3255/953
Примечание: $R$ и $a$ — большой и малый радиусы плазмы, $k$ и $\delta$ — ее вытянутость и треугольность (см. далее рис. 6, в и г).			

<sup>3</sup> © Max-Planck-Institute-fur-Plasmaphysik: [http://www.ipp.mpg.de/986351/fusion\\_e.pdf](http://www.ipp.mpg.de/986351/fusion_e.pdf).



**Рис. 3. Вытянутый токамак с воздушным центральным соленоидом:** 1 — внутренние и внешние катушки полоидального магнитного поля; 2 — вакуумная камера; 3 — катушки тороидального магнитного поля; 4 — плазменный виток с магнитными винтовыми линиями<sup>4</sup>

ках на порядок сильнее полоидального, обычно оно составляет несколько единиц тесла. Катушка тороидального поля имеет большое число витков и при токах в несколько килоамперов создает поле, эквивалентное полю одного витка с током во много мегаамперов. В зависимости от сопротивления катушек (обычно медных или сверхпроводящих), диапазон напряжения, необходимого для создания тока, составляет от нескольких единиц до сотен вольт для установившегося режима, а для переходных процессов требования значительно выше. Существуют конструкции токамаков, например, JET (Великобритания), в центральном соленоиде которых установлен железный сердечник для увеличения магнитного потока, индуцирующего ток плазмы, однако в большинстве установок имеется воздушный центральный соленоид, к ним относятся, например, токамак DIII-D (США).

Магнитные поля токамака создают внешнее магнитное давление, которое уравнивает внутреннее кинетическое давление плазмы. Небольшое возмущение магнитного поля может привести к локальному расширению плазменного шнура, которое может экспоненциально увеличиваться,

если не будет своевременно подавлено. Большинство подобных неустойчивостей плазмы можно описывать с помощью теории магнитогидродинамики (МГД) [19].

Ток плазмы создается аналогично току во вторичной обмотке трансформатора — вихревым электрическим полем, создаваемым изменением тока в центральном соленоиде, играющим роль первичной обмотки трансформатора. Однако, поскольку ток плазмы не переменный, для его поддержания требуется постоянное повышение тока в соленоиде, что ограничивает длительность разряда в токамаке. Поэтому для поддержания стационарного разряда токамака необходимы другие, неомические источники тока. Наиболее перспективен бутстрэп-ток, создаваемый градиентом плотности частиц плазмы (от англ. *bootstrap* — самозагрузка, самонастройка), а также ток, вызванный источниками дополнительного нагрева плазмы.

### 2.3. Классификация современных токамаков по полоидальным системам

В табл. 2 приведены основные характеристики действующих вытянутых по вертикали наиболее продвинутых токамаков в смысле систем управления плазмой (см. части 2—4 настоящего обзора в следующих выпусках журнала), а также сооружаемого экспериментального токамака-реактора ITER и проекта токамака-реактора DEMO для термоядерной электростанции.

Полоидальные системы современных токамаков с вытянутым по вертикали поперечным сечением можно условно разделить на три группы.

- «Теплые» катушки полоидального поля (не сверхпроводящие) расположены внутри тороидальной обмотки, катушка управления вертикальным положением плазмы — вне вакуумной камеры. К таким токамакам относятся NSTX, DIII-D (США), JT-60U (Япония), TCV (Швейцария).

- «Теплые» катушки полоидального поля расположены вне тороидальной обмотки, катушка управления вертикальным положением плазмы — вне вакуумной камеры. К таким токамакам принадлежат JET (Великобритания), ASDEX Upgrade (Германия), Глобус-М (Россия).

- Сверхпроводящие катушки полоидального поля размещены вне тороидальной обмотки, катушка управления вертикальным положением плазмы — внутри вакуумной камеры. Примеры таких установок: EAST (Китай), ITER (Франция), KSTAR (Южная Корея). В установке KSTAR [27] и в проекте токамака JT-60SA [30] внутри камеры помещена не только обмотка управления вертикальным положением плазмы, но и обмотка управления горизонтальным положением плазмы, что значительно усиливает эффективность управления.

<sup>4</sup> © Проектный центр ИТЭР (Россия): [http://www.iterrf.ru/upload/docs/Booklet\\_new.pdf](http://www.iterrf.ru/upload/docs/Booklet_new.pdf).



## 2.4. Дополнительный нагрев плазмы в токамаках

При выполнении критерия Лоусона [2] плазма выделяет достаточно тепла, чтобы поддерживать свою температуру, но для его достижения джоуле-ва нагрева током плазмы недостаточно, возникает необходимость *дополнительного* нагрева плазмы. Дополнительный нагрев плазмы также может быть использован для управления профилями ее тока, температуры и давления в целях достижения энергетически выгодных рабочих режимов и подавления МГД-неустойчивостей.

При прохождении тока  $I_p$  плазма выделяет джоулево тепло  $P \sim \eta I_p^2$ , где  $\eta$  — удельное сопротивление плазмы. Однако сопротивление плазмы падает с повышением ее температуры по закону  $\eta \sim T^{-3/2}$ , поэтому омический нагрев перестает быть эффективным при больших температурах и необходимы дополнительные методы нагрева.

Один из основных методов дополнительного нагрева — это нагрев инъекцией пучков нейтральных частиц. Электромагнитное поле не препятствует попаданию нейтральных частиц внутрь плазмы, где они ионизируются в столкновениях с частицами плазмы, передавая им свою кинетическую энергию. Например, пучки дейтерия мощностью 20 МВт используются в токамаках DIII-D [20] и ASDEX Upgrade [25].

Другой метод нагрева плазмы основан на использовании радиоволн, резонирующих с частицами плазмы и передающими им свою энергию. Различают нагрев радиоволнами с ионной циклотронной частотой (десятки мегагерц) и с электронной циклотронной частотой (сотни гигагерц). Так, на токамаке DIII-D применяются системы ионного нагрева (30—120 МГц, 6 МВт) и электронного (110 ГГц, 6 МВт) нагрева [31], на токамаке ASDEX

Upgrade — системы ионного (30—120 ГГц, 6 МВт) и электронного (140 ГГц, 4 МВт) нагрева [32, 33]. На токамаке TCV применяется система нагрева радиоволнами с электронными циклотронными частотами, состоящая из 9-ти гиротронов (82 и 118 ГГц, 4,5 МВт) [12, 23]. На токамаке EAST применяется нагрев радиоволнами с ионными циклотронными частотами (27 МГц, 6 МВт) [34].

## 3. ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКАХ

Измерительные системы — важнейший компонент системы управления любого токамака. Они позволяют определять физические величины, описывающие поведение и структуру нагретой плазмы внутри камеры токамака, и осуществлять диагностику плазмы. Измерительные устройства, требующие физического контакта с плазмой даже на короткий промежуток времени, применяются крайне ограниченно, поскольку высокотемпературная плазма может достаточно быстро вывести их из строя. Также в экспериментах применяются инфракрасные датчики, однако они не обеспечивают измерения с достаточным временным разрешением для большинства целей управления плазмой [35]. Наиболее простой и широко распространенный вариант — применение для детектирования границы и интегральных параметров плазмы магнитных датчиков, измеряющих изменения магнитного поля и потока вне плазмы [4, 6, 35], но внутри области магнитного поля, создаваемого плазмой.

Все датчики, относящиеся к магнитной диагностике, работают по одному и тому же основному принципу, а именно: индуцированное напряжение  $U_0$  в катушке равно скорости изменения магнитного потока, проходящего через витки этой

Таблица 2

Характеристики действующих токамаков и токамаков-реакторов ITER и DEMO

Токамак	Страна	Год запуска	Большой радиус, м	Малый радиус, м	Тороидальное поле, Тл	Ток плазмы, МА
DIII-D [20]	США	1986	1,66	0,67	2,2	3,0
NSTX [21]	США	1999	1,85	0,65	0,3	1,4
JT-60U [22]	Япония	1991	3,40	1,00	2,7	5,5
TCV [23]	Швейцария	1992	0,88	0,25—0,7	1,4	1,2
JET [24]	Великобритания	1992	3,00	1,25—2,1	4,0	6,0
ASDEX Upgrade [25]	Германия	1991	1,65	0,5—0,8	3,9	1,4
EAST [26]	Китай	2006	1,75	0,4—0,8	5,0	0,5
KSTAR [27]	Республика Корея	2008	1,8	0,5	3,5	2,0
ITER [28, 29]	Франция	2025	6,2	2,0	5,3	17
DEMO 1 [18]	—	2040—2045	9,1	2,9	5,7	20,0

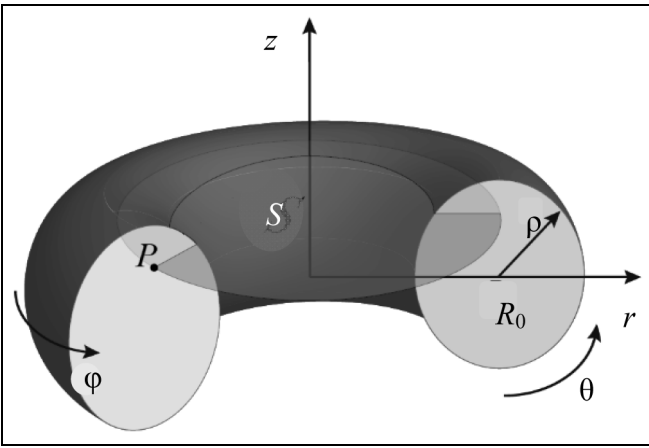


Рис. 4. Цилиндрические координаты  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  и тороидальные координаты  $\rho$ ,  $\theta$  в токамаке

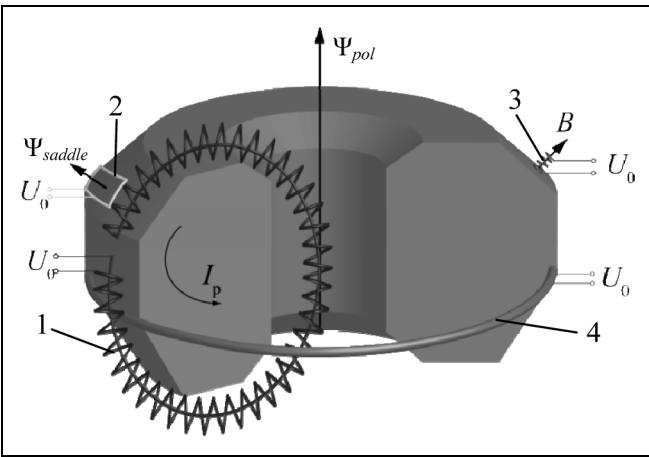


Рис. 5. Магнитные измерения в токамаке: 1 — пояс Роговского; 2 — седловая петля; 3 — магнитный зонд; 4 — датчик магнитного потока

катушки, взятой со знаком минус (в соответствии с законом Фарадея):

$$U_0 = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{S},$$

где  $N$  — число витков катушки,  $\Phi$  — магнитный поток, проходящий через катушку,  $\vec{B}$  — вектор магнитной индукции.

Для описания электромагнитных явлений в камере токамака вводится функция полоидального потока  $\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(\vec{r})} \vec{B} d\vec{S}$  как магнитного потока на один радиан, проходящего через окружность  $S$  с центром на вертикальной оси токамака (рис. 4). Данная функция зависит от координаты  $r$  на полоидальной плоскости и от времени  $t$ .

Полоидальный магнитный поток  $\psi$  в токамаке измеряется путем интегрирования напряжения  $U_0$ , пропорционального электродвижущей силе, индуцированной в датчике 4 магнитного потока (flux loop, рис. 5), который располагается вне вакуумной камеры в тороидальном направлении. Датчик магнитного потока состоит из одного витка провода, называемого также петлей. Интегрированное напряжение петли с соответствующим коэффициентом представляет собой полоидальный магнитный поток, проходящий через ее контур:

$$\psi(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + \psi(\vec{r}, t_0).$$

Для осесимметричной плазмы это измерение дает значение полоидального потока в определенной точке полоидальной плоскости.

Седловые петли 2 (saddle loop, см. рис. 5), которые конструируются посредством соединения двух датчиков магнитного потока, позволяют измерить разницу в полоидальном магнитном потоке между двумя точками на полоидальной плоскости в приближении осесимметричной плазмы:

$$\begin{aligned} \psi(\vec{r}_1, t) - \psi(\vec{r}_2, t) = \\ = -\frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + \psi(\vec{r}_1, t_0) - \psi(\vec{r}_2, t_0). \end{aligned}$$

В предположении постоянства магнитного потока через петлю они дают возможность измерить магнитное поле, нормальное к поверхности петли.

Магнитное поле измеряется также с помощью магнитных зондов 3 (magnetic probe, см. рис. 5), которые реагируют на изменение магнитного потока, проходящего через них. Магнитный зонд — это многовитковая катушка индуктивности, соединенная с датчиком напряжения. В предположении однородности магнитного поля внутри катушки индуцированное напряжение  $U_0$  связано с локальным магнитным полем  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  соотношением

$$\vec{B}(\vec{r}, t) \vec{n} = -\frac{1}{NS} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + \vec{B}(\vec{r}, t_0) \vec{n},$$

где  $\vec{n}$  — вектор нормали к поперечному сечению катушки,  $N$  — число витков,  $S$  — площадь поперечного сечения катушки. Это выражение приближенное, так как магнитный поток не постоянен на краях зонда.

Кроме этого, для измерения токов применяют петли (пояса) Роговского [2]. На рис. 5 показан пояс Роговского 1, который измеряет сумму  $I_{sum}$  тороидального тока плазмы  $I_p$  и тока в вакуумной



камере, проходящих через ее сечение, интегрируя магнитное поле в замкнутом контуре вокруг измеряемого тока. По закону Ампера ток, протекающий через замкнутый контур, определяется через интеграл магнитной индукции по этому контуру  $I_{sum} = \frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} d\vec{l}$ . Если витки пояса Роговского малы

по сравнению с общим размером катушки, то тогда изменение индукции  $\vec{B}$  мало на одном витке при измерении потока вдоль катушки на малом отрезке  $d\vec{l}$ , а малое изменение потока при этом можно получить в виде  $d\Phi = nS\vec{B}d\vec{l}$ , где  $n$  — число витков на единицу длины катушки,  $S$  — площадь поперечного сечения катушки. Тогда полный поток, пронизывающий пояс Роговского, равен величине  $\Phi = nS \oint \vec{B} d\vec{l}$ , а измеряемый суммарный ток с учетом вычисленного потока  $\Phi$  и закона Фарадея определяется соотношением:

$$I_{sum}(t) = \frac{\Phi}{\mu_0 n S} = -\frac{1}{\mu_0 n S} \int_{t_0}^t U_0(\tau) d\tau + I_{sum}(t_0).$$

Магнитная диагностика — основная функция измерительного комплекса любого токамака. Рассмотрение других видов диагностики выходит за рамки данного обзора. Отметим лишь их большое разнообразие, которое возникает, прежде всего, из-за особенностей высокотемпературной плазмы, излучающей в широком спектре длин волн — от видимого диапазона до жесткого рентгеновского излучения, а также, из-за необходимости контроля не только интегральных параметров плазмы, но и локальных в объеме плазменного шнура величин.

## 4. МОДЕЛИ ПЛАЗМЫ

### 4.1. Уравнения эволюционных моделей плазмы

Магнитодинамическое равновесие плазмы в токамаке принято описывать функцией  $F(\Psi)$  полоидального потока  $\Psi$ , пропорциональной в точке  $P$  потоку магнитной индукции через окружность  $S$ , перпендикулярную аксиальной оси  $Z$  и проходящую через рассматриваемую точку (см. рис. 4). Зная распределение полоидального потока, границу плазмы можно найти как наибольшую замкнутую линию уровня полоидального потока в камере токамака, а в соответствии с теоремой Гаусса  $\text{div} \vec{B} = 0$  полоидальное магнитное поле выражается как  $\vec{B}_p = \nabla \Psi \times \nabla \varphi$ .

Из закона Ампера  $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ , где  $\vec{J}$  — вектор плотности тока,  $\mu_0$  — магнитная постоянная, уравнения баланса сил в плазме  $\vec{J} \times \vec{B} = \nabla p$  и условия аксиальной симметрии токамака следует уравне-

ние Грэда — Шафранова [2, 4, 6], описывающее равновесие плазмы. В цилиндрических координатах оно имеет вид:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{dp}{d\Psi} - F \frac{dF}{d\Psi},$$

где  $p$  — газокINETическое давление плазмы, а функция  $F(\Psi)$  связана с тороидальным магнитным полем:  $F(\Psi) \equiv r B_\varphi$ .

В пределе бесконечной проводимости плазмы контуры магнитного потока как бы «вморожены» в плазму, и значение полоидального потока на границе плазмы не меняется. Но сопротивление плазмы недостаточно мало, чтобы им можно было пренебречь на протяжении разряда токамака, и магнитное равновесие плазмы претерпевает эволюцию в соответствии с законом Ома. Проекцию дифференциального закона Ома на магнитные линии в плазме называют уравнением диффузии полоидального потока. В пределе большого аспектного отношения и круглого сечения плазмы оно имеет вид [36]:

$$\sigma_{\parallel} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + r J_{ni},$$

где  $\sigma_{\parallel}$  — проводимость плазмы вдоль силовых линий, а  $J_{ni}$  — плотность токов неомического происхождения, к которым относится бутстрэп-ток, токи, создаваемые системами дополнительного нагрева (токи увлечения) и др.

Для определения проводимости и неомических токов в уравнении диффузии полоидального потока необходимы распределения давления и плотности электронов и ионов плазмы. Эти величины находятся путем решения уравнений переноса частиц и энергии в плазме [37]:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla(n \vec{u}_\alpha) = S_\alpha,$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p_\alpha}{\partial t} + \nabla \left( \vec{q}_\alpha + \frac{5}{2} p_\alpha \vec{u}_\alpha \right) = P_\alpha.$$

Здесь индекс  $\alpha = i, e$  указывает тип частиц (ионы или электроны),  $n_\alpha$  — концентрация частиц,  $S_\alpha$  — источники частиц,  $\vec{q}_\alpha$  — поток тепла, переносимый частицами,  $\vec{u}_\alpha$  — скорость частиц,  $P_\alpha$  — мощность источников энергии частиц, куда входят омический и дополнительный нагрев, обмен энергией между электронами и ионами, а также потери на излучение. Эти величины берутся из теоретических или (так как на данный момент отсутствует за-



конечная теория процессов переноса в токамаке) из эмпирических моделей в зависимости от режима работы токамака.

## 4.2. Плазмофизические коды нелинейных эволюционных моделей плазмы

### 4.2.1. Плазма со свободной границей

Для решения уравнений эволюционных моделей плазмы, в настоящее время разработан ряд плазмофизических кодов. Они состоят из двух групп. Первая группа — это коды, предназначенные для моделирования плазмы со свободной границей. В частности, в ГНЦ РФ «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований (ТРИНИТИ)» (г. Троицк) разработана нелинейная динамическая плазмофизическая модель плазмы в токамаке [37]. В основе модели лежит двумерное равновесие плазмы со свободной границей во внешних магнитных полях, усредненный по магнитным поверхностям транспорт плазменных кинетических параметров и полоидального магнитного потока, а также система активных катушек полоидального поля и структура пассивной стабилизации. Модель плазмы в токамаке численно реализована в коде DINA.

В различных странах и на различных токамаках созданы другие нелинейные коды со свободной границей плазмы аналогичного назначения, отличающиеся от кода DINA различными особенностями (наличием ненулевой массы плазмы, точностью расчета уравнений равновесия и диффузии магнитного поля, скоростью счета, методом решения уравнения Грэда — Шафранова и др.): TSC (Tokamak Simulation Code, США) [38], JETTO (Италия) [39], CORSICA (США) [40], UEDGE (США) [41], PET (Россия) [42], SCoPE (Россия) [4], EDGE2D (Англия) [43], MAXFEA (Италия) [44], B2-IRENE (Германия) [45], PARASOL (Япония) [46] и др.

### 4.2.2. Плазма с фиксированной границей

Вторая группа — это коды, предназначенные для моделирования плазмы с фиксированной границей, которая задается пользователем. К ним относятся многие коды, специализирующиеся на расчете транспортных процессов в плазме. В их число входят ASTRA (Россия) [47], CRONOS (Франция) [48], TRANSP и PTRANSF [49, 50], ONETWO [51] и BALDUR [52] (все США).

Транспортные коды могут использоваться совместно с кодами со свободной границей плазмы, создавая гибридную транспортную и магнитную модели. Так, код DINA-CH был объединен с кодом CRONOS [53], а код TSC [38] — с кодом PTRANSF [50].

## 4.3. Линеаризация нелинейных моделей плазмы

В задачах управления формой, током и положением плазмы в токамаке, как правило, требуется удерживать плазму возле желаемого равновесного положения. Малость отклонений от равновесия, обеспечиваемая системами управления с обратной связью, позволяет описывать плазму линейными моделями, для управления которыми существуют различные подходы. Для данных задач в качестве основного уравнения служит нелинейное дифференциальное уравнение Кирхгофа, описывающее взаимосвязанную магнитную систему проводников с токами, включая плазменный виток [54, 55]:

$$\dot{\Psi} + RI_c = Nu, \quad N = \begin{bmatrix} \Xi_{m \times m} \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix},$$

$$\Psi, I_c \in R^n, \quad u \in R^m, \quad n > m,$$

где  $\Psi$  — вектор полоидальных потоков, усредненных по поперечным сечениям контуров и пронизывающих их в вертикальных плоскостях,  $I_c$  — вектор токов в активных обмотках полоидальных полей и пассивных контурах,  $R$  — матрица сопротивлений контуров,  $u$  — вектор внешних напряжений, приложенных к обмоткам полоидальных магнитных полей, который представляет собой *вектор входного воздействия* на объект управления,  $\Xi_{m \times m}$  — единичная матрица размером  $m \times m$ ,  $0_{(n-m) \times m}$  — нулевая матрица размером  $(n - m) \times m$ . Единицы в матрице  $N$  соответствуют напряжениям на активных обмотках полоидальных полей и секциях центрального соленоида в соответствии с вектором  $u$ , а нули — нулевым напряжениям на контурах пассивных структур.

Линеаризованное уравнение Кирхгофа при малых отклонениях от положения равновесия имеет вид

$$\frac{\partial \Psi}{\partial I_c} \delta \dot{I}_c + \frac{\partial \Psi}{\partial I_p} \delta \dot{I}_p + \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_p} \delta \dot{\vec{r}}_p + \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \delta \dot{\xi} + R \delta I_c = N \delta u.$$

Здесь  $I_p$  — полный ток плазмы,  $\vec{r}_p$  — вектор координат магнитной оси плазмы,  $\xi$  — вектор параметров, описывающих профиль тока, например, отношение газокинетического давления плазмы к давлению полоидального магнитного поля  $\beta_p$  и внутреннюю индуктивность плазмы  $l_i$ :  $\xi = [\beta_p \ l_i]^T$ . Форму полоидального сечения плазменного шнура удобно описывать в виде

$$h = h(I_c, I_p, \vec{r}_p, \xi),$$

куда входят вектор токов в обмотках управления и пассивных структурах  $I_c$ , полный ток плазмы  $I_p$ ,



положение магнитной оси  $\vec{r}_p$  и вектор возмущения  $\xi$ . Линеаризуя это уравнение, получим

$$y = \delta h = \frac{\partial h}{\partial I_c} \delta I_c + \frac{\partial h}{\partial I_p} \delta I_p + \frac{\partial h}{\partial \vec{r}_p} \delta \vec{r}_p + \frac{\partial h}{\partial \xi} \delta \xi.$$

Приращение тока плазмы  $\delta I_p$  может быть описано линеаризованным уравнением Кирхгофа для контура плазмы либо выражено через приращения  $\delta I$  и  $\delta \xi$  с учетом физического условия «вмороженности» полоидального потока в плазму  $\bar{\Psi} = \frac{1}{I_p} \int J \Psi dS = \text{const}$ , где  $J$  — плотность тока плазмы, откуда

$$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial I_c} \delta I_c + \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial I_p} \delta I_p + \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \vec{r}_p} \delta \vec{r}_p + \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \xi} \delta \xi = 0.$$

Аналогично, смещение положения плазмы  $\delta \vec{r}_p$  может быть описано уравнением движения  $m \ddot{\vec{r}}_p = \vec{F}$  либо, с пренебрежением массой плазмы, линейно выражено из условия баланса действующих на плазму сил  $\vec{F}$ :

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_p} \delta \vec{r}_p + \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_c} \delta I_c + \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_p} \delta I_p + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi} \delta \xi = 0.$$

Итоговая система уравнений в пространстве состояний линейной модели плазмы имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta \dot{I} &= A \delta I + B \delta u + E \delta \xi, \\ y &= C \delta I + F \delta \xi, \end{aligned}$$

где  $A, B, C, E$  и  $F$  — матрицы Якоби. В вектор состояний  $\delta I$  входят приращения токов в активных и пассивных контурах токамака  $\delta I_c$ , а также могут входить: приращение полного тока плазмы  $\delta I_p$ , смещение положения плазмы  $\delta \vec{r}_p$  и его скорость  $\delta \dot{\vec{r}}_p$ .

Если исключить производную  $\delta \dot{\xi}$  из первого уравнения данной системы с помощью замены переменных  $x \equiv \delta I - E \delta \xi$ , то уравнения линейной модели при обозначении  $u = \delta u$  примут стандартную форму представления линейной динамической системы с управлением в пространстве состояний и учетом присутствия вектора внешнего возмущения  $\delta \xi$  в обоих уравнениях, позволяющего моделировать «малые срывы» в плазме токамаков:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + AE \delta \xi, \\ y &= Cx + (CE + F) \delta \xi. \end{aligned}$$

Подчеркнем, что в данной модели отсутствует статическая связь между вектором управления  $u$  и вектором выходных сигналов  $y$  в терминах  $ABCD$ -

представления линейной динамической системы: матрица  $D$  является нулевой. Физически данный факт объясняется тем, что ток в плазме и ее магнитная конфигурация не могут измениться мгновенно под воздействием сигналов управления, так как требуется некоторое время для проникновения электродвижущей силы внутрь плазмы, что создает динамику распространения управляющего воздействия в плазме. Математически описание данного процесса сводится к решению двумерного уравнения в частных производных для индуцированного в плазме напряжения [4].

#### 4.4. Восстановление равновесия плазмы по внешним магнитным измерениям

Эволюционные коды позволяют получить распределения плотности тока и полоидального потока для любого момента времени в моделируемом плазменном разряде по экспериментальным измерениям. Однако в ходе эксперимента эти распределения не известны, а форма плазмы и профили ее параметров должны быть идентифицированы по показаниям диагностики вне плазмы. Данная обратная задача называется задачей *восстановления равновесия плазмы* [35].

В задаче восстановления равновесия необходимо найти распределение полоидального потока  $\psi$ , область плазмы  $S$  и распределение плотности тока плазмы  $J$  в ней, удовлетворяющее уравнению Грэда — Шафранова:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \begin{cases} -\mu_0 r J, & (r, z) \in S, \\ 0, & (r, z) \notin S, \end{cases}$$

$$J = rp'(\psi) + \frac{1}{\mu_0 r} F(\psi) F'(\psi)$$

с граничными условиями  $\psi|_{r=0} = \psi|_{r=\infty} = 0$ , и согласующиеся с показаниями имеющейся магнитной диагностики, куда, как правило, входит полный ток плазмы  $\int_S J dS = I_p$ , значения полоидального потока в наборе  $N$  точек вне плазмы  $\psi(\vec{r}_i) = \Psi_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , и значения полоидального магнитного поля в наборе  $M$  точек вне плазмы  $\nabla \psi(\vec{r}_j) \times \nabla \phi(\vec{r}_j) = \vec{B}_{pj}$ ,  $j = 1, \dots, M$ . Также возможны дополнительные ограничения на распределение плотности тока, следующие из измерений кинетических параметров и профиля запаса устойчивости  $q$ .

Одним из самых распространенных подходов к решению задачи восстановления равновесия является метод итераций Пикара с линейной параметризацией плотности тока плазмы [56—58]. В данном методе на каждой итерации функции  $p'$  и  $FF'$ ,

входящих в уравнение Грэда — Шафранова, представляют в виде линейных комбинаций базисных функций, зависящих от значений полоидального потока предыдущей итерации:

$$p'_n = \sum_k a_k \alpha_k(\psi_{n-1}), \quad F_n F'_n = \sum_l b_l \beta_l(\psi_{n-1}).$$

Значения коэффициентов  $a_k$  и  $b_l$  находятся на каждой итерации минимизацией функционала, состоящего из квадратов разностей между рассчитанными и измеренными значениями полного тока плазмы, полоидального потока и полоидального магнитного поля, который является, в таком представлении, квадратичным функционалом. При этом, поскольку задача восстановления равновесия является некорректной по Адамару, применяются техники регуляризации, например, регуляризация Тихонова или SVD-разложение [59]. Данная процедура повторяется на каждой итерации, пока не будет достигнута сходимость к решению.

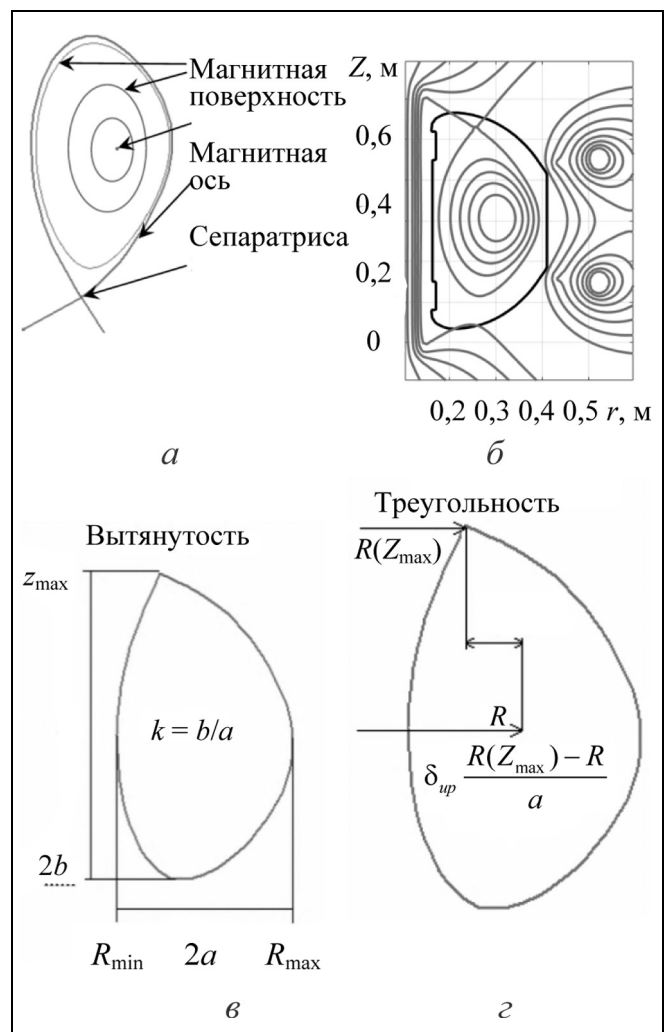
Описанный алгоритм трудоемкий, и для его применения в реальном времени разряда токамака требуются упрощения, например, ограничение одной итерацией при использовании равновесия предыдущего момента времени в качестве нулевого приближения. Другая возможная модификация заключается в представлении плазмы в виде набора филаментов [60], представляющих собой набор концентрических идеальных проводников с токами, аппроксимирующий магнитную конфигурацию плазмы. В этом случае плотность тока плазмы представляется в виде линейной комбинации дельта-функций. Филаменты могут быть фиксированы в пространстве, а могут быть движущимися, с определяемыми минимизацией функционала невязки координатами.

Метод филаментов не позволяет восстановить профили параметров плазмы, но может применяться в задачах, в которых достаточно определить положение и форму плазмы. Для таких задач также подходят алгоритмы восстановления формы плазмы, не восстанавливающие полоидальный поток в области плазмы. Примером такого алгоритма служит код XLOC [61], который аппроксимирует полоидальный поток в области вакуума полиномиальными функциями с ограничением  $\Delta^* \psi = 0$ . Граница плазмы при этом находится, как линия уровня потока, содержащая X-точку, в которой  $\nabla \psi = 0$ . Также для подобных задач применяются алгоритмы, основанные не на решении уравнений равновесия плазмы, а на регрессионном анализе большого количества экспериментальных данных [62].

Математически строго показано [4], что одних только магнитных измерений недостаточно для

определения внутренних параметров плазмы, таких как профили тока и давления плазмы. Будучи некорректно поставленной, задача восстановления равновесия, в общем случае, неустойчива по входным данным и может иметь несколько решений, существенно различающихся по внутренним параметрам.

Преодолеть данные трудности позволяет метод, основанный на использовании  $\varepsilon$ -сетей и реализованный в коде SDSS (*Substantially Different Solutions Searcher*, Россия) [63—67]. В данном методе в качестве начального приближения принимается равновесие, восстановленное любым другим методом, например, одним из вышеописанных. Затем для окрестности данного равновесия строится  $\varepsilon$ -сеть [68], т. е. набор правых частей уравнения



**Рис. 6. Магнитные конфигурации:** а — виды магнитных поверхностей в токамаке; б — конфигурация с верхней X-точкой на токамаке Глобус-М; в — к определениям большого и малого радиусов плазмы и ее вытянутости; з — к определению треугольности плазмы

Грэда — Шафранова, позволяющий аппроксимировать произвольное равновесие в рассматриваемой области с погрешностью, не превышающей  $\varepsilon$ . Разбор равновесий, соответствующих элементам  $\varepsilon$ -сети, позволяет найти все существенно различающиеся решения задачи восстановления и оценить их погрешность.

В качестве примеров на рис. 6, а приведены виды магнитных поверхностей в токамаке, а на рис. 6, б — восстановленные равновесия в виде системы линий равного уровня для полоидально-го потока токамака Глобус-М (код FCDI [58]). На рис. 6, в, г показаны геометрические параметры сепаратрисы плазмы. Большой радиус плазмы — среднее арифметическое между максимальным и минимальным большим радиусом на сепаратрисе  $R = (R_{\max} + R_{\min})/2$ , малый радиус — полуразность максимального и минимального большого радиуса на сепаратрисе  $a = (R_{\max} - R_{\min})/2$ , вытянутость плазмы — отношение вертикального и радиально-го размеров плазмы  $k = (Z_{\max} - Z_{\min})/(R_{\max} - R_{\min})$ , верхняя треугольность плазмы — смещение верхней точки сепаратрисы относительно большого радиуса сепаратрисы, отнесенное к малому радиусу  $\delta_{up} = (R(Z_{\max}) - R)/a$ , нижняя треугольность  $\delta_{down} = (R(Z_{\min}) - R)/a$ .

## 5. НЕУСТОЙЧИВОСТИ И СРЫВЫ

Уравнение Грэда — Шафранова описывает равновесную конфигурацию плазмы в токамаке, однако оно не отражает устойчивость равновесия. При анализе устойчивости исследуется эволюция равновесия плазмы при возмущениях (модах) определенного вида, например,  $\xi(r)e^{i(\omega t + m\theta - n\varphi)}$  (см. рис. 4). Для устойчивости равновесия необходимо, чтобы все возможные моды были затухающими либо имели времена развития много больше длительности разряда. Анализ устойчивости представляет собой чрезвычайно сложную задачу, для решения которой во многих случаях приходится прибегать к численному моделированию разряда. Но решение этой задачи необходимо, поскольку неустойчивости плазмы могут приводить к большим срывам, при которых теряется магнитное удержание, и плазма приходит в соприкосновение со стенками токамака, что может привести к аварии и повредить установку.

Исследованиям больших срывов плазменного шнура в токамаках и причин их возникновения уделяется в настоящее время большое внимание, так как они не должны возникать при работе термоядерного реактора. Для этого, в частности, строятся модели процессов больших срывов по экспе-

риментальным данным и изучаются процессы взаимодействия плазмы при больших срывах с первой стенкой токамака [69]. В этом процессе важную роль играют гало-токи (англ. *halo* — ореол), которые появляются в слое вне сепаратрисы при взаимодействии плазмы со стенкой [2, 69] во время развития вертикальной неустойчивости плазмы. В этом случае возникают большие механические силы, действующие на стенку. Например, в токамаке JET они могут достигать значений в несколько сотен килоньютонов при воздействии на вакуумную камеру [2].

Неустойчивости плазмы накладывают ограничения на рабочие параметры токамака. Именно из-за неустойчивостей для работы токамака необходимы сильные удерживающие магнитные поля, при которых отношение кинетического давления  $p$  плазмы к давлению магнитного поля  $B$ , обозначаемое  $\beta$ , не превышает значений порядка  $10^{-2}$ . На основании анализа большого объема экспериментальных данных разных установок установлено эмпирически предельное достижимое значение  $\beta$  для устойчивого равновесия [70]:

$$\beta_{\max} = \left( \frac{p}{B^2/2\mu_0} \right)_{\max} = 0,028 \frac{I}{aB} \left[ \frac{\text{МА}}{\text{м} \cdot \text{Тл}} \right],$$

где  $a$  — малый радиус плазменного шнура. Данное условие накладывает ограничение на допустимое давление плазмы в токамаке.

Удобным параметром для описания устойчивости плазмы служит запас устойчивости  $q$  [2], определяемый для магнитной поверхности как

$$q(L) = \frac{1}{2\pi} \oint_L \frac{B_\varphi}{rB_p} dl, \text{ где интегрирование производится по полоидальному сечению поверхности, } B_\varphi \text{ и } B_p \text{ — тороидальное и полоидальное магнитные поля.}$$

В приближении круглого сечения плазмы и большого аспектного отношения ( $R/a$ ), профиль  $q(\rho)$  выражается через профиль тока плазмы  $I(\rho)$ :

$$q(\rho) = \frac{2\pi\rho^2 B_\varphi}{\mu_0 R I(\rho)}. \text{ Таким образом, ограничения на}$$

профиль  $q$  сводятся к ограничениям на профиль тока. Так, анализ устойчивости моды  $m = 1$  приводит к важному критерию Крускала — Шафранова [70, 71]

$$q(a) = \frac{aB_\varphi(a)}{RB_\theta(a)} > 1,$$

что означает необходимость превышения отношения тороидальной  $B_\varphi(a)$  и полоидальной  $B_\theta(a)$  составляющих магнитного поля над аспектным от-

ношением  $R/a$ . Это эквивалентно ограничению на полный ток плазмы при заданной силе тороидального магнитного поля:

$$I_p < \frac{2\pi a^2 B_\phi}{\mu_0 R}.$$

Нарушение ограничений на профиль запаса устойчивости приводит к образованию *винтовой* неустойчивости плазмы. Различают два основных вида винтовой МГД-неустойчивости в токамаке: неустойчивость границы (кинк-мода), которая имеет тип поверхностной волны, и диссипативную тиринг-неустойчивость (от англ. *tearing* — разрывание) внутренних областей плазмы. Физически, эта одна и та же неустойчивость. При описании разница заключается лишь в выборе условий у границы шнура. В первом случае предполагается вакуумный зазор между идеально проводящей плазмой и камерой. Во втором — зазор «заполняется» плазмой с конечной электропроводностью. Если в первом случае продлить плазменный шнур до камеры, а во втором — сделать плазму идеально проводящей, то шнур оказывается устойчив по отношению ко всем резонансным винтовым возмущениям, кроме моды  $m = 1$ , что соответствует критерию Крускала — Шафранова  $q(a) > 1$ .

По мере нагрева плазмы ее проводимость растет, а с ней растет и плотность тока в горячем центре плазмы, что также приводит к уменьшению запаса устойчивости  $q(0)$ . При достижении значения  $q(0) < 1$ , возникающая неустойчивая мода  $m = 1$  приводит к резкому срыву плотности и температуры в центре плазмы, к колебаниям температуры и плотности, называемыми *пилообразными колебаниями*. Физика пилообразных колебаний не изучена до конца, но известно, что на их амплитуду и период влияют наличие быстрых ионов и давление плазмы, а также крутизна профиля  $q$ . Пилообразные колебания не приводят к срыву плазменного шнура и считаются частью рабочего режима токамака, однако они могут понижать устойчивость плазмы к другим модам. По этой причине на некоторых токамаках применяются системы управления амплитудой пилообразных колебаний, использующие инжекторы нейтральных частиц и нагрев радиоволнами электронных и ионных циклотронных частот.

Условия устойчивости могут зависеть не только от полного тока плазмы, но и от вида профиля тока. Так, плазма с постоянной плотностью тока, резко обрывающимся на границе плазмы, неустойчива по отношению ко всем модам  $m > 1$  — у края плазмы желателен малый градиент тока. Наличие поверхности с запасом устойчивости  $q = 2$  вблизи сепаратрисы приводит к нарастанию свя-

занных с конечной проводимостью плазмы тиринг-мод, которые ведут к разрыванию силовых линий поля и образованию «магнитных островов». В результате это явление вызывает ускорение процессов переноса и большой срыв плазмы. Поэтому на практике ограничение Крускала — Шафранова усиливают до  $q(a) > 3$ .

С профилем устойчивости  $q$  также связаны ограничения на допустимую плотность плазмы. С увеличением плотности ускоряются связанные с частотой столкновений процессы переноса и растут радиационные потери на границе плазмы, что приводит к уменьшению температуры в пограничном слое. С уменьшением температуры увеличивается сопротивление пограничного слоя, и слой перестает проводить ток, что ведет к уменьшению эффективной области плазмы, уменьшению запаса устойчивости  $q$  на эффективной границе и последующему срыву плазменного шнура. Для сохранения устойчивости плотность плазмы  $n$  не должна превышать установленной Гринвальдом предельной плотности [72]:

$$n[10^{20} \text{ м}^{-3}] < \frac{I_p}{\pi a^2} \left[ \frac{\text{МА}}{\text{м}^2} \right].$$

Для задач управления плазмой фиксированной плотности  $n$  данный критерий может быть рассмотрен как ограничение снизу на полный ток плазмы  $I_p$ .

В целом МГД-возмущения оказывают существенное влияние на разряд токамака и являются одной из основных причин ухудшения удержания плазмы и даже могут приводить к большому срыву, т. е. окончанию разряда. По этой причине получение режимов в отсутствие крупномасштабных МГД-неустойчивостей в установках типа токамак является актуальной задачей. Кроме создания устойчивой по отношению к МГД-модам магнитной конфигурации плазменного шнура, также применяются и активные методы их подавления. Например, локальным нагревом на частотах электронно-циклотронного резонанса удается эффективно влиять на профиль давления, предотвращая развитие неустойчивых мод.

В исследованиях токамаков уделяется большое внимание поиску конфигураций плазмы с повышенным давлением, т. е. с высокими значениями температуры, плотности и временем удержания, позволяющих приблизиться к выполнению критерия Лоусона. Но такие конфигурации часто подвержены новым неустойчивостям. Так, на современных токамаках, как правило, изучается вытянутая по вертикали плазма. В сравнении с круглой конфигурацией, вытянутая плазма позволяет достигать значительно большего давления при той

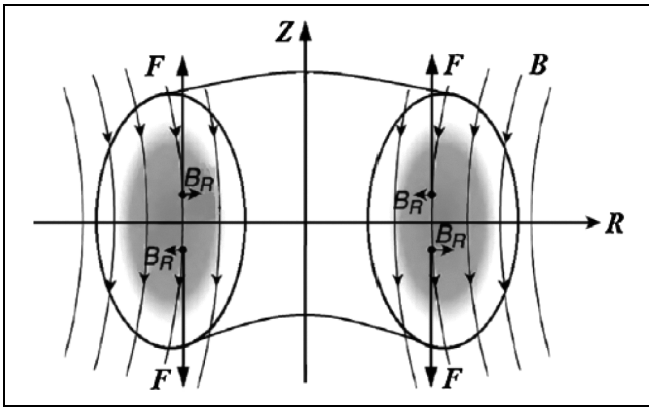


Рис. 7. Природа вертикальной неустойчивости вытянутой плазмы

же силе магнитного поля. Для растяжения плазмы по вертикали в плазме создается горизонтальное поле, направленное в противоположные стороны в верхней и нижней частях плазмы (рис. 7). Однако при такой конфигурации малые смещения плазмы по вертикали приводят к увеличению действующих в этом направлении сил Ампера  $\vec{J}_p \times \vec{B}_R$ , и плазма становится вертикально неустойчивой. Поэтому для работы современных токамаков необходима система управления с обратной связью, регулирующая токи в катушках горизонтального поля и стабилизирующая положение плазмы.

Еще одной перспективной конфигурацией плазмы является режим улучшенного удержания, так называемый *H*-режим (от англ. *High-confinement* — улучшенное удержание), возникающий при сильном дополнительном нагреве и характеризующийся значительно повышенным временем удержания энергии. Однако такой режим подвержен влиянию ELM-неустойчивостей (от англ. *Edge Localized Modes* — краевые локализованные моды). Данные моды, как правило, имеют  $n \sim 10$ ,  $m \sim 30$  и приводят к периодическим выбросам энергии

плазмы, что ведет к ухудшению удержания и может повредить камеру токамака. Для борьбы с ELM-неустойчивостью применяются системы управления частотой и амплитудой выбросов, в которых предусмотрены нагрев краевых областей плазмы и аксиально асимметричные магнитные поля.

## 6. ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА СИСТЕМ МАГНИТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПЛАЗМОЙ И ИХ МОДЕЛИ

Для управления положением, формой и током плазмы в токамаке применяются магнитные датчики, (см. § 3), подключенные через регуляторы к управляемым источникам питания, таким как: многофазные тиристорные выпрямители (рис. 8, а) [73—74], инверторы напряжения на силовых транзисторах (рис. 8, б) [75—77], тиристорные инверторы тока (рис. 8, в) [78].

Тиристорные выпрямители обладают относительно малым быстродействием и применяются для питания катушек тороидальных и полоидальных полей для управления формой и током плазмы [79, 80]. Иногда они применяются вместе с катушками полоидальных полей для управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы, например, на токамаке ASDEX Upgrade [33]. При синтезе линейных регуляторов для систем магнитного управления плазмой в токамаке модели тиристорных выпрямителей с достаточной точностью аппроксимируются передаточными функциями в виде динамического звена первого порядка с транспортным запаздыванием вида  $W(s) = e^{-Ts}/(Ts + 1)$ , где параметр  $T$  зависит от характеристик конкретного выпрямителя [79].

Инверторы напряжения и тока обладают более высоким быстродействием, по сравнению с тиристорными выпрямителями, и применяются для питания катушек полоидальных полей или отдельных катушек горизонтального и вертикального полей в целях управления положением плазмы и

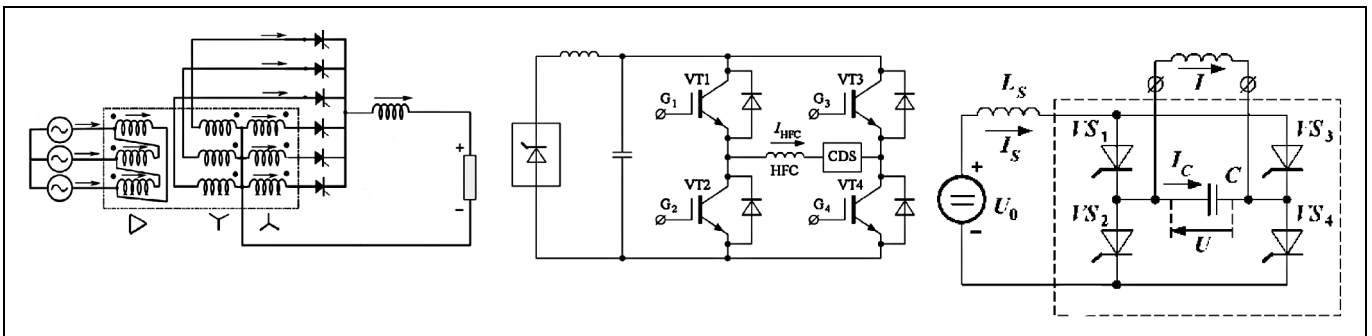


Рис. 8. Силовые части исполнительных устройств: а — многофазный тиристорный выпрямитель; б — транзисторный инвертор напряжения; в — тиристорный инвертор тока

подавления ее неустойчивости по вертикальной координате [78, 80]. Модели данных устройств сложные и нелинейные. Однако для целей синтеза систем управления обычно достаточно аппроксимации в виде коэффициента усиления [80, 82, 83], так как нелинейная динамика на порядок быстрее управляемых процессов в плазме токамака. Инверторы напряжения могут работать в режиме широтно-импульсной модуляции [76, 77] либо в релейном режиме, обеспечивающем скользящий режим или автоколебательные процессы [78, 83] в замкнутой системе управления.

## 7. СФЕРИЧЕСКИЙ ТОКАМАК ГЛОБУС-М

### 7.1. Конструкция токамака Глобус-М

Установка Глобус-М представляет собой сферический токамак нового поколения, предназначенный для исследования физических процессов в плазме сферической конфигурации и отработки инженерных рекомендаций для сферических токамаков мегаамперного диапазона [84].

Основные параметры сферического токамака Глобус-М: Ток плазмы  $I_p$  до 0,3 МА, тороидальное магнитное поле  $B_T \leq 0,4$  Тл. Большой радиус установки  $R = 0,36$  м, малый радиус  $a = 0,24$  м, что соответствует аспектному отношению 1,5, при этом вертикальная вытянутость шнура  $k$  может достигать 2,2, а треугольность  $\delta = 0,4$ .

Электромагнитная система токамака спроектирована по классической схеме, когда все обмотки расположены вне вакуумной камеры, а обмотки полоидального поля расположены вне обмотки тороидального поля (рис. 9, см. третью страницу обложки).

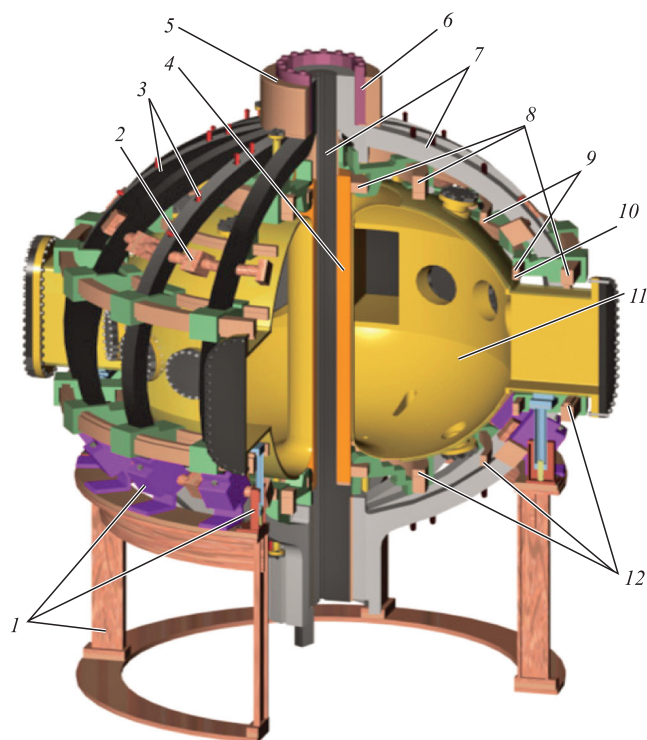
Шестнадцать одновитковых D-образных катушек изготовлены из электротехнической меди, соединены последовательно и образуют обмотку тороидального поля. Проходящие через внутренний цилиндр вакуумной камеры части катушек изготовлены в виде 16 изолированных друг от друга бронзовых сегментов. На образованный сегментами центральный стержень надета обмотка для создания вихревого электрического поля — центральный соленоид. Соленоид выполнен из медно-серебряного сплава в виде двухслойной катушки, общая высота обмотки составляет 1,3 м. Девять пар полоидальных обмоток разбиты на три функциональные группы: обмотки компенсации рассеянного поля, «медленные» и «быстрые» обмотки управления положением и формой плазмы. Система полоидальных катушек позволяет создавать магнитные конфигурации как лимитерные, так и диверторные, с одной или двумя X-точками.

Обращает на себя внимание очень малое расстояние (2—3 см) между внешней магнитной поверхностью плазменного шнура и стенкой разрядной камеры. Эта особенность является одной из ключевых, отличающих токамак Глобус-М от других сферических токамаков. Применение конструкции, в которой плазма тесно вписана в объем вакуумной камеры, имеет ряд преимуществ. Катушки магнитной системы токамака могут быть максимально приближены к плазме без необходимости помещать их в вакуум. Тем самым уменьшается объем создаваемого внешнего магнитного поля и снижается мощность источников питания для его создания. Кроме того, упрощается конструкция самих катушек, так как снижаются требования по отводу от них тепла по сравнению с обмотками, расположенными в вакууме. Одновременно с этим близко расположенная проводящая стенка оказывает стабилизирующее воздействие на плазменный шнур.

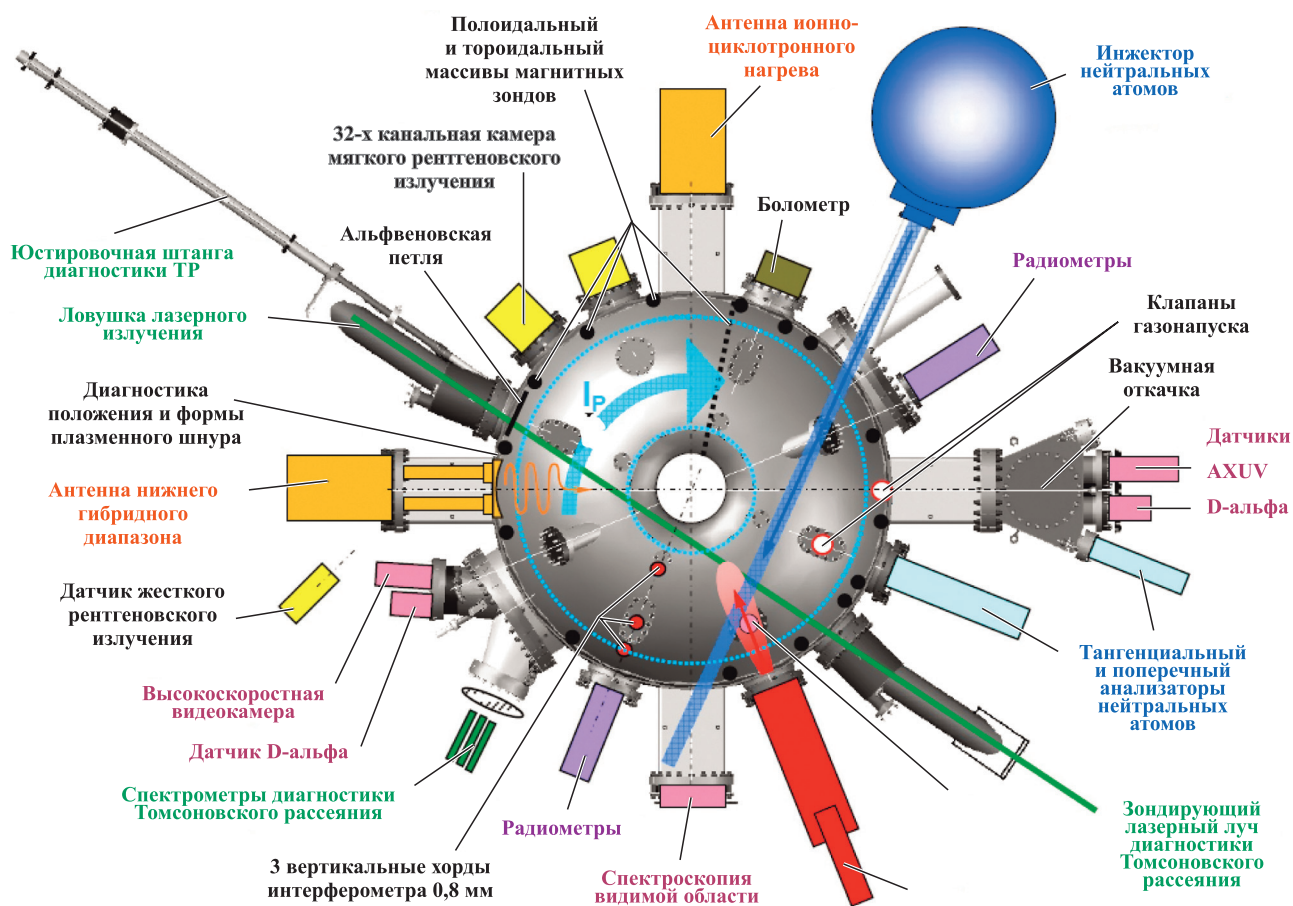
Имеется также ряд преимуществ, используемых при проектировании диагностического оборудования. Например, датчики магнитной диагностики могут быть расположены близко к внешней магнитной поверхности плазмы, через диагностические патрубки может быть реализован более широкий ракурс обзора для наблюдения за плазмой. К негативным моментам, связанным с конструкцией установки Глобус-М, следует отнести повышенную нагрузку на стенку разрядной камеры из-за малой площади поверхности по сравнению с объемом плазмы, а также более жесткие требования к системе управления положением плазменного шнура (точность и малое время переходных процессов, быстрое действие источников питания в контуре управления).

Обмотки токамака питаются от силовых трансформаторов, подключенных к высоковольтной сети переменного тока 110 кВ с помощью шестифазных тиристорных выпрямителей и быстрых тиристорных инверторов тока с частотой до 3 кГц. Источники питания охвачены петлями обратной связи и позволяют поддерживать заданные положение, форму и ток плазмы. Система охлаждения обмоток электромагнитной системы обеспечивает работу токамака с частотой 6 импульсов в час при длительности разряда 0,3 с и максимально достигнутом в эксперименте токе 0,36 МА. Обычный (рабочий) диапазон токов составляет 180—250 кА. Ток плазмы поддерживается за счет расхода магнитного потока системы полоидальных катушек, вольт-секундная площадь которой равна 0,33 В·с. Вклад центрального соленоида в создание магнитного потока составляет 90 %.

Рисунки к статье Ю.В. Митришкина, П.С. Коренева, А.А. Прохорова и др.  
**«Управление плазмой в токамаках. Ч. 1. Проблема управляемого термоядерного синтеза. Токамаки. Компоненты систем управления»** (с. 2–20)



**Рис. 9. Конструкция токамака Глобус-М:** 1 – опорная конструкция токамака; 2 – межвитковые распорки тороидальных катушек; 3 – крепления полоидальных катушек; 4 – центральный соленоид; 5 – бандажное кольцо; 6 – клиновой зажим; 7 – обмотка тороидального поля; 8 – «медленные» обмотки полоидального поля; 9 – «быстрые» обмотки управления (горизонтальное поле); 10 – «быстрые» обмотки управления (вертикальное поле); 11 – вакуумная камера; 12 – компенсационные обмотки



**Рис. 10. Схема размещения основных систем и диагностик на токамаке Глобус-М:** вид сверху; полоидальная магнитная система не показана





Вакуумная камера токамака Глобус-М объемом около  $1,1 \text{ м}^3$  представляет собой цельносварную конструкцию из нержавеющей стали. В ней имеются 38 диагностических патрубков общей площадью  $0,8 \text{ м}^2$ , обеспечивающих хороший доступ к плазме для диагностики и источников дополнительного нагрева. Вакуумная камера сварена из внутреннего цилиндра с толщиной стенки 2 мм, двух полусфер с толщиной стенки 3 мм и толстого наружного кольца толщиной 14 мм. Полное сопротивление камеры 120 мкОм в тороидальном направлении. Около 50 % тока протекает по внутреннему цилиндру, 35 % по полусферам и только 15 % по внешнему кольцу. Такой малый ток по внешнему кольцу объясняется наличием патрубков. Фактически, ток протекает по двум кольцам высотой около 4 см. Конструкция патрубков позволяет вводить в плазму до 4 МВт мощности дополнительного нагрева (фундаментальные и высокие гармоники ионно-циклотронной частоты [85], инжекция пучка нейтральных атомов [86]). Основная часть обращенной к плазме поверхности, наиболее подверженной воздействию плазменных потоков, защищена плитками, изготовленными из специального типа графита РГ-Тi91. Детали конструкции токамака описаны также в работе [87].

## 7.2. Диагностические системы токамака Глобус-М

Диагностический комплекс токамака, используемый в экспериментах, состоит из большого числа мониторинговых систем диагностики, работающих постоянно. В их состав входят датчики токов и напряжений в обмотках магнитной системы токамака, набор петель и зондов магнитной диагностики, СВЧ-интерферометр, детекторы оптического (коллимированные и обзорные датчики светимости линий водорода и дейтерия, датчики излучения легких примесей, обзорные спектрометры) и рентгеновского (мягкого и жесткого) излучения, болометры, зонды Ленгмюра и др. [88, 89].

В зависимости от задач эксперимента могут подключаться сложные диагностические системы, требующие участия оператора или передающие большой объем дополнительной информации в базу данных установки, такие как система диагностики томсоновского рассеяния [90], система диагностики потоков атомов перезарядки [89], быстрая видеокамера оптического диапазона. Схема размещения основных систем диагностик и собственно систем токамака представлена на рис. 10 (см. третью страницу обложки).

На основе данных магнитной диагностики [91], таких как данные с двадцать одной петли, установленных на поверхности разрядной камеры токамака для измерения полоидального потока, с

помощью кода EFIT [56] осуществляется реконструкция магнитной конфигурации (off-line). Плотность плазмы измеряется в режиме мониторинга с помощью СВЧ-интерферометра, работающего на длине волны 0,8 мм и имеющего три вертикальные хорды, проходящие на расстоянии 24, 42 и 50 см от оси токамака. Аппаратура позволяет уверенно измерять линейную плотность в диапазоне до  $0,6 \times 10^{20} \text{ м}^{-2}$ , что соответствует средней плотности плазмы около  $1,0 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

С помощью диагностики томсоновского рассеяния [90] профиль температуры и плотности электронов измеряется по десяти пространственным точкам вдоль малого радиуса с внутренней стороны плазменного шнура. Диагностика позволяет производить до 20 измерений за разряд в заранее заданных временных точках. Минимальный интервал между соседними измерениями не превышает 500 мкс. Ионная температура определяется по потокам атомов перезарядки с помощью анализатора АКОРД-12 [89], линия наблюдения которого направлена вдоль большого радиуса токамака. Анализатор позволяет одновременно измерять потоки атомов водорода и дейтерия по шести энергетическим каналам для каждого изотопа. Минимальное временное разрешение прибора составляет 1 мс. Линия наблюдения второго аналогичного анализатора ориентирована в тороидальном направлении.

Отметим ключевое отличие установки Глобус-М от других сферических токамаков, состоящее в том, что токамак Глобус-М характеризуется высоким значением средней по сечению плотности тока в плазменном шнуре. В различных режимах работы эта величина составляет  $1,4\text{--}1,8 \text{ МА/м}^2$ . Данное обстоятельство делает омический режим более эффективным, так как удельная мощность нагрева пропорциональна квадрату плотности тока. Высокая плотность тока, как и высокое значение отношения  $B_t/R$ , достигающее  $1,8 \text{ Тл/м}$ , позволяет получать разряды с высокой предельной средней плотностью плазмы около  $1 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$  даже в режиме омического нагрева.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере ряда действующих современных токамаков с вытянутым по вертикали поперечным сечением, а также сооружаемого термоядерного реактора-токамака ITER представлены различные аспекты современных токамаков как объектов автоматического управления. Поступившие данные от разработчиков проекта первой термоядерной электростанции DEMO показывают, что этот про-

ект вполне реализуемый и намечены определенные сроки его реализации.

Показанная картина действующих токамаков, экспериментального термоядерного реактора ITER и термоядерной электростанции DEMO определяет дорожную карту решения проблемы управляемого термоядерного синтеза в обозримые сроки.

Отличия токамаков заключаются в размещении обмотки тороидального поля внутри или вне обмоток полоидального поля, в наличии или отсутствии обмоток внутри вакуумной камеры для управления положением плазмы, являются ли обмотки токамаков сверхпроводящими или нет и др. Токamak DEMO предполагается создать со сверхпроводящими обмотками, но какую полоидальную систему принять к исполнению пока остается предметом исследования.

Рассмотренные вопросы диагностики плазмы токамаков и построения соответствующих исполнительных устройств показывают дополнительные сложности в разработке систем управления плазмой, для синтеза и анализа которых необходимы приведенные нелинейные и линейные модели плазмы.

В настоящее время основная часть неустойчивостей плазмы в токамаках подавляется. Наиболее опасное явление для будущих термоядерных реакторов представляют собой так называемые большие срывы [2, 69, 92], которые не должны возникать при эксплуатации реакторов-токамаков. Это явление изучается и ищутся пути, как не допустить большие срывы, которые сводятся к правильному заданию профилей плазменных параметров с помощью систем кинетического управления и их оптимального взаимодействия с системами магнитного управления плазмой.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Artsimovich L.A.* Tokamak devices // Nuclear Fusion. — 1972. — Vol. 12. — P. 215–252.
2. *Wesson J.* Tokamaks: 3rd ed. — Oxford: Clarendon Press, 2004. — 749 p.
3. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Математическое моделирование плазмы: 2-е изд. — М.: Физматлит, 1993. — 336 с.
4. *Зайцев Ф.С.* Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы: 2-е изд. — М.: МАКС Пресс, 2011. — 640 с. [English edition: *Zaitsev F.S.* Mathematical modeling of toroidal plasma evolution. — М.: MAKS Press, 2014. — 688 p.]
5. *Самойленко Ю.И., Губарев В.Ф., Кривонос Ю.Г.* Управление быстропротекающими процессами в термоядерных установках. — Киев: Наукова думка, 1988. — 684 с.
6. *Ariola M., Pironti A.* Magnetic Control of Tokamak Plasmas. — Berlin: Springer, 2008. — 181 p.
7. *Митришкин Ю.В.* Управление плазмой в экспериментальных термоядерных установках: Адаптивные автоколебательные и робастные системы управления. — М.: URSS-КРАСАНД, 2016. — 400 с.
8. *Katsuro-Hopkins O., Sabbagh S.A., Bialek J.M.* Analysis of resistive wall mode LQG control in NSTX with mode rotation // Proc. Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, P.R. China, December 16–18, 2009. — P. 309–314.
9. *Xu C. and Schuster E.* Control of Ramp-Up Current Profile Dynamics in Tokamak Plasmas via the Minimal-Surface Theory // Ibid. — P. 1367–1372.
10. *Mitrishkin Y.V., Ivanov V.A.* Combined Nonlinear Tokamak Plasma Current Profile Control System Design with Input Constraints // Proc. IFAC World Congress, Milan, Italy. — 2011. — P. 3728–3733.
11. *Moreau D., Mazon D., Adachi Y., et al.* Identification of the Magneto-Thermal Plasma Response for Plasma State Control in Advanced Tokamaks // Proc. Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, P.R. China, December 16–18, 2009. — P. 1379–1386.
12. *Felici F.* Real-time control of tokamak plasmas: from control of physics to physics-based control. PhD thesis no. 5203, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), CH-1015. — Lausanne, Switzerland. — October 2011. — 293 p.
13. *Shi W., Wehner W., Barton J., et al.* A Two-time-scale Model-based Combined Magnetic and Kinetic Control System for Advanced Tokamak Scenarios on DIII-D // Proc. 51st IEEE Conference on Decision and Control, December 10–13, Maui, Hawaii, USA. — 2012. — P. 4347–4352.
14. *Pironti A. and Walker M.* Control of Tokamak Plasmas. Introduction to the special section // IEEE Control Systems Magazine. — 2005. — Vol. 25, N 5. — P. 24–29. *Pironti A. and Walker M.* Fusion, tokamaks, and Plasma Control. An introduction and tutorial // IEEE Control Systems Magazine. — 2005. — Vol. 25, N 5. — P. 30–43.
15. *Balshaw N.* All-the-World's Tokamaks. — URL: [www.tokamak.info](http://www.tokamak.info) (дата обращения: 28.09.2017).
16. *Моффат Г.* Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. — М.: Мир, 1980. — 342 с.
17. URL: <https://www.iter.org/> (дата обращения: 28.09.2017).
18. *Federici G., Biel W., Gilbert M.R., et al.* European DEMO design strategy and consequences for materials // Nuclear Fusion. — 2017. — Vol. 57, N 9. — URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1741-4326/57/9/092002/meta> (дата обращения: 28.09.2017).
19. *Каулинг Т.* Магнитная гидродинамика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
20. *Walker M.L., Humphreys D.A., Leuer J.A., et al.* Implementation of model-based multivariable control on DIII-D. GA-A23468, 2000. — URL: <https://fusion.gat.com/pubs-ext/SOFT00/A23468.pdf> (дата обращения: 28.09.2017).
21. *Shi W., Barton J., Alsarheed M. and Schuster E.* Multivariable Multi-Model-based Magnetic Control System for the Current Ramp-up Phase in the National Spherical Torus Experiment (NSTX) // Proc. of 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, FL, USA, December 12–15, 2011. — P. 26–37.
22. *Lister J.B., Sharma A., Limebeer D.J.N., et al.* Plasma equilibrium response modelling and validation on JT-60U // Nuclear Fusion. — 2002. — Vol. 42, N 6. — P. 708–724.
23. *Hofmann F., Lister J.B., Anton M., et al.* Creation and Control of Variably Shaped Plasmas in TCV. Plasma Physics and Controlled Fusion, 36 (1994) B277-B287. — URL: [https://info-science.epfl.ch/record/119423/files/0741-3335\\_31\\_4\\_003.pdf](https://info-science.epfl.ch/record/119423/files/0741-3335_31_4_003.pdf) (дата обращения: 28.09.2017).
24. *Sartori F., Tommasi G., Piccolo F.* The Joint European Torus. Plasma Position and Shape Control in the World's Largest Tokamak // IEEE Control Syst. Magazine. — 2006. — Vol. 26, N 2. — P. 64–78.



25. *Mertens V., Raupp G., and Treutterer W.* Chapter 3: Plasma Control in ASDEX Upgrade // *Fusion Science and Technology*. — 2003. — Vol. 44, iss. 3. — P. 593–604.
26. *Yuan Q.P., Xiao B.J., Luo Z.P., et al.* Plasma current, position and shape feedback control on EAST // *Nuclear Fusion*. — 2013. — Vol. 53, N 4.
27. *Lee G.S., Kwon M., Doh C.J., et al.* Design and construction of the KSTAR tokamak // *Nuclear Fusion*. — 2001. — Vol. 41, N 10. — P. 1515–1523.
28. *Humphreys D.A., Casper N.A., Eidietis N., et al.* Experimental vertical stability studies for ITER performance and design guidance // *Nuclear Fusion*. — 2009. — Vol. 49, N 10.
29. *Gribov Y., Kavin A., Lukash V., et al.* Plasma vertical stabilisation in ITER // *Nuclear Fusion*. — 2015. — Vol. 55, N 7. doi: 10.1088/0029-5515/55/7/073021.
30. *Kikuchi M.* JA-EU Satellite Tokamak Working Group and JT-60SA Design Team. Overview of Modification of JT-60U for the Satellite Tokamak Program as one of the Broader Approach Projects and National Program // *Proc. of 21st IAEA Fusion Energy Conference, Chengdu, China, 16–21 Oct. 2006*.
31. *Nerem A.* DIII-D power supply, design, and development, GA-A-21957, General Atomics, 1995. — URL: [http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/\\_Public/26/061/26061882.pdf](http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/_Public/26/061/26061882.pdf) (дата обращения: 29.09.2017).
32. *Salewski M., Geiger B., Nielsen S.K., et al.* Combination of fast-ion diagnostics in velocity-space tomographies // *Nuclear Fusion*. — 2013. — Vol. 53, N 6.
33. *Stroth U., Adamek J., Aho-Mantila L., et al.* Overview of ASDEX Upgrade results // *Nuclear Fusion*. — 2013. — Vol. 53, N 10. 104003.
34. *Zhang X., Zhao Y., Mao Y., et al.* Current status of ICRF heating experiments on EAST // *Plasma Science and Technology*. — 2011. — Vol. 13, N 2. — P. 172–174.
35. *Beghi A. and Cenedesse A.* Advances in Real-Time Plasma Boundary Reconstruction // *IEEE Control Systems Magazine*. — October 2005. — Vol. 25, iss. 5. — P. 44–64.
36. *Argomedo F.B., Witrant E., Prieur C., et al.* Lyapunov-based distributed control of the safety-factor profile in a tokamak plasma // *Nuclear Fusion*. — 2013. — Vol. 53, N 3. 033005.
37. *Khayrutdinov R.R., Lukash V.E.* Studies of plasma equilibrium and transport in a Tokamak fusion device with the inverse-variable technique // *Journal of Computational Physics*. — 1993. — Vol. 109, N 2. — P. 193–201.
38. *Jardin S.C., Pomphrey N., and Delucia J.* Dynamic modeling of transport and positional control of tokamaks // *Journal of Computational Physics*. — 1986. — Vol. 66, iss. 2. — P. 481–507.
39. *Genacchi G., Taroni A.* JETTO: a free boundary plasma transport code (basic version) / *Rapporto ENEA RT/TIB 5*. — 1988.
40. *Crottinger J.A., et al.* Lawrence Livermore National Report UCRL-ID-126284 1997 available through NTIS#PB2005-102154. — 1997.
41. *Rognlien T.D., Milovich J.L., Rensink M.E., Porter G.D.* A fully implicit, time dependent 2-D fluid code for modeling tokamak edge plasmas // *Journal of Nuclear Materials*. — 1992. — Vol. 196–198. — P. 347–351.
42. *Ivanov A.A., Galkin S.A., Drozdov V.V., et al.* Numerical simulation of free boundary tokamak plasma equilibrium evolution with flux conservation and self-consistent plasma surface current / 40th APS DPP Meeting. New Orleans, USA, November 16–20, 1998 // *Bulletin of the American Physical Society*. — 1998. — Vol. 43. — P. 1749.
43. *Radford G.J., Chankin A.V., Corrigan G., et al.* The Particle and Heat Drift Fluxes and their Implementation into the EDGE2D Transport Code // *Contributions to Plasma Physics*. — 1996. — Vol. 36, iss. 2–3. — P. 187–191.
44. *Barabaschi P.* The MAXFEA code, ITER EDA Plasma Control 983 Technical Meeting, Naka, Japan, 1993.
45. *Reiter D.* Progress in two-dimensional plasma edge modelling // *Journal of Nuclear Materials*. — 1992. — Vol. 196–198. — P. 80–89.
46. *Takizuka T.* Development of the PARASOL Code and Full Particle Simulation of Tokamak Plasma with an Open-Field SOL-Divertor Region Using PARASOL // *Plasma Science and Technology*. — 2011. — Vol. 13, N 3. — P. 316–325.
47. *Pereverzev G.V. and Yushmanov P.N.* ASTRA Automated System for Transport Analysis in a Tokamak. — Tech. rep. 5/98. IPP Report, February 2002. — URL: [http://w3.pppl.gov/~hammett/work/2009/Astra\\_ocr.pdf](http://w3.pppl.gov/~hammett/work/2009/Astra_ocr.pdf) (дата обращения: 21.12.2017).
48. *Artaud J.F., Basiuk V., Imbeaux F., et al.* The CRONOS suite of codes for integrated tokamak modelling // *Nuclear Fusion*. — 2010. — Vol. 50, N 4. 043001.
49. *Hawryluk R.J.* An Empirical Approach to Tokamak Transport // *Physics of Plasmas Close to Thermonuclear Conditions*. — 1981. — Vol. 1. — P. 19–46. doi.org/10.1016/B978-1-4832-8385-2.50009-1.
50. *Budny R.V., Andre R., Bateman G., et al.* Predictions of H-mode performance in ITER // *Nuclear Fusion*. — 2008. — Vol. 48, N 7. 075005.
51. *Pfeiffer W.W., Davidson R.H., Miller R.L., Waltz R.E.* ONETWO: A Computer Code for Modeling Plasma Transport in Tokamaks / *Technical Report GA-A16178*, General Atomic Company, San Diego, CA (USA), 1980.
52. *Singer C.E., Post D.E., Mikkelsen D.R., et al.* Baldur: A one-dimensional plasma transport code // *Computer Physics Communications*. — 1988. — Vol. 49, iss. 2. — P. 275–398. doi: 10.1016/0010-4655(88)90012-4.
53. *Kim S.H., Artaud J.F., Basiuk V., et al.* Full tokamak discharge simulation of ITER by combining DINA-CH and CRONOS // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. — 2009. — Vol. 51, N 10. 105007. doi:10.1088/0741-3335/51/10/105007.
54. *Докука В.Н., Кадурич А.В., Митришкин Ю.В., Хайрутдинов Р.Р.* Синтез и моделирование системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе // *Автоматика и телемеханика*. — 2007. — № 8. — 126–145.
55. *Walker M., Humphreys D.* Valid coordinate systems for linearized plasma shape response models in tokamaks // *Fusion Science and Technology*. — 2006. — Vol. 50, N 4. — P. 473–489.
56. *Lao L., John H., Stambaugh R., et al.* Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks // *Nuclear Fusion*. — 1985. — Vol. 25, N 11. — P. 1611–1622.
57. *Mc Carthy P.J.* Analytical solutions to the Grad–Shafranov equation for tokamak equilibrium with dissimilar source functions // *Physics of Plasmas*. — 1999. — Vol. 6, iss. 9. doi.org/10.1063/1.873630.
58. *Корнев П.С., Митришкин Ю.В., Патров М.И.* Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей // *Мехатроника, автоматизация и управление*. — 2016. — Т. 17, № 4. — С. 254–265.
59. *Forsythe G., Malcolm M., Moler C.* *Computer methods for mathematical computations*. — USA, NJ: Englewood Cliffs, 1977.
60. *Mitriushkin Y.V., Korenev P.S., Prohorov A.A., Patrov P.I.* Robust  $H_\infty$  switching MIMO control for a plasma time-varying parameter model with a variable structure in a tokamak // *Proc. of IFAC 2017 World Congress, Toulouse, France*. — P. 11883–11888.
61. *Sartori F., Cenedese A., and Milani F.* JET real-time object-oriented code for plasma boundary reconstruction // *Fusion Engineering and Design*. — 2003. — Vol. 66–68. — P. 735–739.
62. *Braams B.J., Gilje W. and Lackner K., et al.* Fast determination of plasma parameters through function parametrization // *Nuclear Fusion*. — 1986. — Vol. 26, N 6. — P. 699–708.
63. *Zaitsev F.S., Kostomarov D.P., Suchkov T.P., et al. and JET-EFDA Contributors.* Analyses of substantially different plasma

- current densities and safety factors reconstructed from magnetic diagnostics data // *Nuclear Fusion*. — 2011. — Vol. 51, ref. 103044. — P. 1—11.
64. *Zaitsev F.S., Matejck S., Murari A., Suchkov E.P. and JET-EFDA Contributors*. A new method to identify the equilibria compatible with the measurements using the technique of the e-nets // *Fusion Science and Technology*. — 2012. — Vol. 62, N 2. — P. 366—373.
65. *Костомаров Д.П., Зайцев Ф.С., Сучков Е.П., Богданов П.Б.* Решение обратных задач методом эпсилон-сетей на высокопроизводительных ЭВМ // Доклады академии наук. — 2014. — Т. 455, N 5. — С. 516—520.
66. *Coelho R., Matejck S., McCarthy P., Suchkov E.P., Zaitsev F.S., and EU-IM Team, ASDEX Upgrade Team*. Evaluation of epsilon-net calculated equilibrium reconstruction error bars in the European integrated modeling platform // *Fusion Science and Technology*. — 2016. — Vol. 69, N 3. — P. 611—619.
67. *Зайцев Ф.С., Шишкин А.Г., Лукьяница А.А.* и др. Базовые компоненты аппаратно-программного комплекса моделирования и управления тороидальной плазмой методом эпсилон-сетей на гетерогенных мини-суперкомпьютерах // Тр. НИИСИ РАН. — 2016. — Т. 6, № 1. — С. 36—49.
68. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1976. — 543 с.
69. *Zakharov L.E., Galkin S.A., Gerasimov S.N., and JET-EFDA contributor*. Understanding disruptions in tokamaks // *Physics of Plasmas*. — 2012. — Vol. 19. 055703. doi.org/10.1063/1.4705694.
70. *Freidberg J.P.* *Ideal MHD*. — Cambridge: Cambridge University Press, 2014.
71. *Boyd T.J.M., Sanderson J.J.* *The physics of plasmas*. — Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
72. *Hender T.C., Wesley J.C., Bialek J., et al.* Chapter 3: MHD stability, operational limits and disruptions // *Nuclear Fusion*. — 2007. — Vol. 47. — S128—S202.
73. *ITER Technical Basis document G A0 FDR 1 01-07-13 R1.0*. — URL: <http://www-pub.iaea.org/MTCD/publications/PDF/ITER-EDA-DS-24.pdf> (дата обращения: 22.12.2017).
74. *Humphreys D.A., Ferron J.R., Hyatt A.W., et al.* DIII-D Integrated Plasma Control Solutions for ITER and Next-Generation Tokamaks // Proc. of 6th IAEA Technical Meeting on Control, Data Acquisition, and Remote Participation for Fusion Research, Inuyama, Japan, 2007. — P. 193—197.
75. *Huang H, Xu R., and Gao G* Power supply of vertical stability coil in EAST // *AASRI Procedia*. — 2012. — Vol. 3. — P. 636—641.
76. *Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Зенков С.М.* Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке T-15. Часть I // *Автоматика и телемеханика*. — 2014. — № 2. — С. 129—145.
77. *Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Зенков С.М.* Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке T-15. Часть II // *Автоматика и телемеханика*. — 2014. — № 9. — С. 31—44.
78. *Kuznetsov E.A., Yagnov V.A., Mitrishkin Y.V., Shcherbitsky V.N.* Current Inverter as Actuator for Plasma Position Control Systems in Tokamaks // Proc. of the 11th IEEE Intern. Conf. on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017), V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, September 20—22, 2017, Moscow, Russia. — P. 485—489.
79. *Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M.* Hierarchical Plasma Shape, Position, and Current Control System for ITER // Proc. of the 50th IEEE Conf. on Decision and Control, Orlando, FL, USA, 2011. — P. 2620—2625.
80. *Mitrishkin Y.V., Korenev P.S., Prohorov A.A., Patrov M.I.* Tokamak Plasma Magnetic Control System Simulation with Reconstruction Code in Feedback Based on Experimental Data // Proc. of 2017 IEEE 56<sup>th</sup> Annual Conference on Decision and Control, Melbourne, Australia, December 12—15, 2017. — P. 2360—2365.
81. *Gusev V.K., E.A. Azizov E.A., A.B. Alekseev A.B., et al.* Globus-M results as the basis for a compact spherical tokamak with enhanced parameters Globus-M2 // *Nuclear Fusion*. — 2013. — Vol. 53, N 9.
82. *Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Kuznetsov E.A., Gaydamaka K.I.* Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // *Fusion Engineering and Design*. — 2016. — Vol. 108. — P. 35—47.
83. *Кузнецов Е.А., Митришкин Ю.В.* Автоколебательная система стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы сферического токамака Глобус-М. — М.: ИПУ РАН, 2005.
84. *Гусев В.К., Голант В.Е., Гусаков Е.З.* и др. Сферический токамак Глобус-М // *Журнал технической физики*. — 1999. — Т. 69, вып. 9. — С. 58—62.
85. *Дьяченко В.В., Ирзак М.А., Трегубова Е.Н.* и др. Постановка эксперимента по ВЧ нагреву плазмы на сферическом токамаке Глобус-М // Там же. — 2003. — Т. 73, вып. 8. — С. 126—131.
86. *Гусев В.К., Деч А.В., Есенов Л.А.* и др. Комплекс нейтральной инжекции сферического токамака Глобус-М // Там же. — 2007. — Т. 77, вып. 9. — С. 28—43.
87. *Sakharov N.V.* Spherical tokamak Globus-M construction and operation // *Plasma Devices and Operations*. — 2001. — Vol. 9, N 1—2. — P. 25—38.
88. *Bulanin V.V., Gusev V.K., Chugunov I.N., et al.* The Globus-M Diagnostics Design // *Plasma Devices and Operations*. — 2001. — Vol. 9, N 1—2. — P. 129—142.
89. *Gusev V.K., Bakharev N.N., Belyakov V.A., et al.* Review of Globus-M spherical tokamak results // *Nuclear Fusion*. — 2015. — Vol. 55, N 10.
90. *Гусев В.К., Толстяков С.Ю., Варфоломеев В.И.* и др. Исследование электронного компонента плазмы на сферическом токамаке Глобус-М в условиях предельных плотностей с помощью диагностики томсоновского рассеяния // *Вопросы атомной науки и техники*. — 2007, вып. 1. — С. 39—56.
91. *Гусев В.К., Бендер С.Е., Деч А.В.* и др. Методы реконструкции равновесия плазмы на сферическом токамаке Глобус-М // *Журнал технической физики*. — 2006. — Т. 76, вып. 8. — С. 25—33.
92. *Mirnov S.V.V.D.* Shafranov and Tokamaks // *Journal of Plasma Physics*. — 2016. — Vol. 82. 515820102. doi: 10.1017/S0022377816000027.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Я. Рубиновичем.

**Митришкин Юрий Владимирович** — д-р техн. наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; гл. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ [uvm@mail.ru](mailto:uvm@mail.ru),

**Корнев Павел Сергеевич** — аспирант, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ✉ [pkorenev92@mail.ru](mailto:pkorenev92@mail.ru),

**Прохоров Артем Андреевич** — аспирант, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ✉ [artem@physics.msu.ru](mailto:artem@physics.msu.ru),

**Карцев Николай Михайлович** — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ✉ [n.kartsev@yandex.ru](mailto:n.kartsev@yandex.ru),

**Патров Михаил Иванович** — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, г. Санкт-Петербург, ✉ [michael.patrov@mail.ioffe.ru](mailto:michael.patrov@mail.ioffe.ru).