УДК 004.94 DOI: http://doi.org/10.25728/pu.2023.6.6

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД АГРЕГИРОВАНИЯ АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

В.В. Меньших, В.А. Никитенко

Аннотация. Рассматривается задача синтеза автоматов на основе использования алгебраических операций. Для численной реализации операций агрегирования автоматов используются символьные матрицы, которые описывают процесс функционирования автоматов. Для указанных матриц определяется алгебра, носителями которой являются элементы матриц и специальные символы, а сигнатура включает две операции, позволяющие определить действия над этими символами. Это позволяет определить алгебру символьных матриц, сигнатура которой включает три операции. Осуществляется представление классических операций над автоматами в матричной форме с опорой на алгебру символьных матриц. Далее строятся специальные операции над автоматами, за основу которых берутся классические операции над автоматами. Построение специальных операций производится исходя из ограничений и требований предметной области. Рассматривается численный пример синтеза автомата, построенный на основе описания совместной деятельности двух функциональных групп, находящихся в зоне чрезвычайной ситуации.

Ключевые слова: синтез автоматов, алгебра автоматов, символьные матрицы.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективным аппаратом моделирования процессов функционирования объектов и систем выступает теория конечных автоматов [1]. Одной из актуальных задач в настоящее время является задача описания функционирования нескольких взаимодействующих объектов или систем различной природы, которая может быть решена на основе агрегирования их автоматных моделей [2–4]. В связи с этим возникает необходимость введения операций на множестве автоматов [2, 3, 5], позволяющих осуществлять агрегирование автоматных моделей таким образом, чтобы выполнялись ограничения и требования предметной области, в качестве которых могут выступать возможности:

1) функционирования общей модели с синхронной сменой состояний, если агрегируемые автоматные модели осуществляют одновременную смену состояний;

2) функционирования общей модели с асинхронной сменой состояний, если моменты смены состояний у них не совпадают;

3) инициирования изменения состояния одной автоматной модели выходным воздействием другой автоматной модели;

4) исключения определённых комбинаций состояний общей модели вследствие недопустимости одновременного нахождения в этих состояниях моделируемых объектов или систем.

Примером предметной области, в которой возникает необходимость учёта перечисленных ограничений, может служить процесс ликвидации чрезвычайной ситуации, который предполагает совместные действия нескольких функциональных групп [6, 7].

Операции агрегирования позволяют осуществлять синтез автоматных моделей, что приводит к созданию алгебры [8] автоматов $\mathcal{A} = \langle \mathcal{M}, \mathcal{S} \rangle$, носителем $\mathcal{M}$ которой является множество автоматов, а сигнатурой $\mathcal{S}$ – множество операций над автоматами.

Задача синтеза автоматов является одной из традиционных задач теории автоматов. При этом, как правило, используются операции параллельной и/или последовательной композиции [2–5, 9]. Вместе с тем при практической реализации этих операций следует учитывать ограничения предметной области.

Для решения задач моделирования с использованием алгебры $\mathcal{A}$ необходимо разработать численный метод, позволяющий осуществить программную реализацию операций агрегирования автоматов с учётом дополнительных требований. С этой целью может быть использовано матричное представление автоматов [10], в результате чего операции над автоматами сводятся к действиям с матрицами.

В работах [11–14] используют описание процедур синтеза автоматов с помощью таблиц или же матриц перехода с дополнительными условиями отождествления их элементов для обеспечения коммутативности операций агрегирования. Указанное обстоятельство увеличивает вычислительную сложность численного метода синтеза автоматной модели.

В связи с этим для разработки численного метода в данной работе предлагается использовать в качестве входных и выходных символов синтезируемой общей автоматной модели множества входных и выходных символов автоматов, из которых она составляется. В этом случае элементами матриц, описывающих функционирование автоматов, являются множества. Такие матрицы далее называются символьными; современные языки программирования позволяют оперировать с их элементами.

Кроме того, при использовании автоматных моделей объектов и систем во многих предметных областях для синтеза этих моделей требуется совместное использование операций параллельной и последовательной композиции, которые включают одни и те же действия.

Предлагаемый численный метод позволяет исключать дублирование при выполнении операций агрегирования с учётом требований указанной выше предметной области.

1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АВТОМАТОВ СИМВОЛЬНЫМИ МАТРИЦАМИ

Пусть задан автомат Мили $A=\left(X, Y, Q, \lambda, \mu\right)$, где X – входной алфавит; Y – выходной алфавит; Q – множество состояний; $\lambda: X \times Q \to Q$ – переходная функция; $\mu: X \times Q \to Y$ – выходная функция. Функции λ и μ могут быть полностью охарактеризованы оператором F, который описывается следующим образом:

$$\left\{Fq^i=\left\{q^{i_1}\left(x^{j_1}/y^{k_1}\right),\ldots, q^{i_l}\left(x^{j_l}/y^{k_l}\right),\ldots,\right.\right.$$
$$\left.\left.q^{i_{n_i}}\left(x^{j_{n_i}}/y^{k_{n_i}}\right)\right\}, i=\overline{1,|Q|}\right\}.$$

Запись $q^{i_l}\left(x^{j_l}/y^{k_l}\right)\in Fq^i$ означает, что если автомат находится в состоянии q^i и на вход поступил символ x^{j_l}, то автомат переходит в состояние q^{i_l} и выходным символом является y^{k_l}.

Функции λ и μ могут быть соответственно описаны двумя квадратными символьными матрицами, которые в дальнейшем называются входной и выходной матрицами соединений

$$R_A^X=\left(r_{ij}^x\right)_{i,j=\overline{1,|Q|}} \text{ и } R_A^Y=\left(r_{ij}^y\right)_{i,j=\overline{1,|Q|}},$$

где

$$r_{ij}^x=\begin{cases}x, \text{ если } q^j(x/y)\in Fq^i,\\ \theta, \text{ иначе,}\end{cases}$$
$$r_{ij}^y=\begin{cases}y, \text{ если } q^j(x/y)\in Fq^i,\\ \theta, \text{ иначе,}\end{cases}$$

а оператор F – одной матрицей соединений $R_A=\left(R_A^X/R_A^Y\right)$, выраженной через матрицы R_A^X и R_A^Y следующим образом:

$$R_A=\begin{pmatrix} x_A^{11}/y_A^{11} & \cdots & x_A^{1|Q|}/y_A^{1|Q|}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ x_A^{|Q|1}/y_A^{|Q|1} & \cdots & x_A^{|Q||Q|}/y_A^{|Q||Q|}\end{pmatrix}. \quad (1)$$

Символ θ в указанных матрицах характеризует ситуацию, когда отсутствует возможность перехода из состояния q^i в состояние q^j в том случае, когда автомат A может являться частичным. Элементы матриц R_A^X и R_A^Y представляют собой множества, а элементы матрицы R_A – упорядоченные пары множеств.

Проиллюстрируем на примере представление автоматов в матричном виде.

Пусть заданы автоматы $A_1=\left(X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1}\right)$ и $A_2=\left(X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2}\right)$, где

· входные алфавиты – $X_{A_1}=\left\{x_{A_1}^1, x_{A_1}^2\right\}$ и $X_{A_2}=\left\{x_{A_2}^1, x_{A_2}^2\right\}$;

· выходные алфавиты – $Y_{A_1}=\left\{y_{A_1}^1, y_{A_1}^2\right\}$ и $Y_{A_2}=\left\{y_{A_2}^1, y_{A_2}^2\right\}$;

· множества состояний – $Q_{A_1}=\left\{q_{A_1}^1, q_{A_1}^2\right\}$ и $Q_{A_2}=\left\{q_{A_2}^1, q_{A_2}^2\right\}$;

· операторы

$$F_{A_1}=\left\{\begin{array}{c}F_{A_1}q_{A_1}^1=\left\{q_{A_1}^1\left(x_{A_1}^1\ /\ y_{A_1}^1\right),\ q_{A_1}^2\left(x_{A_1}^2\ /\ y_{A_1}^2\right)\right\},\\ F_{A_1}q_{A_1}^2=\varnothing\end{array}\right\}$$

$$\text{и } F_{A_2}=\left\{\begin{array}{c}F_{A_2}q_{A_2}^1=\left\{q_{A_2}^2\left(x_{A_2}^1\ /\ y_{A_2}^1\right)\right\},\\ F_{A_2}q_{A_2}^2=\left\{q_{A_2}^2\left(x_{A_2}^2\ /\ y_{A_2}^2\right)\right\}\end{array}\right\}.$$

Матрицы входных и выходных соединений имеют вид

$$R_{A_1}^X=\begin{pmatrix}x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2\\ \theta & \theta\end{pmatrix},\ R_{A_2}^X=\begin{pmatrix}\theta & x_{A_2}^1\\ \theta & x_{A_2}^2\end{pmatrix},$$

$$R_{A_1}^Y=\begin{pmatrix}y_{A_1}^1 & y_{A_1}^2\\ \theta & \theta\end{pmatrix},\ R_{A_2}^Y=\begin{pmatrix}\theta & y_{A_2}^1\\ \theta & y_{A_2}^2\end{pmatrix}.$$

Согласно выражению (1) матрицы соединений автоматов A_1, A_2 представляются следующим образом:

$$R_{A_1}=\begin{pmatrix}x_{A_1}^1\ /\ y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2\ /\ y_{A_1}^2\\ \theta & \theta\end{pmatrix},\ R_{A_2}=\begin{pmatrix}\theta & x_{A_2}^1\ /\ y_{A_2}^1\\ \theta & x_{A_2}^2\ /\ y_{A_2}^2\end{pmatrix}.$$

Чтобы определить действия над символьными матрицами, необходимо определить операции над элементами этих матриц – символами, под которыми понимаются произвольные множества.

2. АЛГЕБРЫ СИМВОЛОВ И СИМВОЛЬНЫХ МАТРИЦ

Обозначим множество квадратных символьных матриц как $\mathcal{M}$, а множество их элементов – M. Будем считать, что в множество M дополнительно включён специальный элемент ε, являющийся аналогом единичного элемента, который по определению не может являться входным или выходным символом автоматов.

Определим алгебру $\mathcal{A}_1=\langle M, \cdot, \vee\rangle$.

Пусть $c_1, c_2 \in M$, тогда операции $\cdot, \vee$ выполняются по следующим правилам:

$$\forall c_1, c_2 \notin \{\theta, \varepsilon\}\ c_1\cdot c_2=\{c_1, c_2\};$$

$$\forall c_1\ \theta\cdot c_1=c_1\cdot\theta=\theta;$$

$$\forall c_1, c_2\neq\theta\ \varepsilon\cdot c_1=c_1\cdot\varepsilon=c_1;$$

$$\forall c_1\ \theta\vee c_1=c_1\vee\theta=c_1.$$

Выражение $c_1\vee c_2$ означает, что:

– если на вход автомата поступил один из входных символов c_1 или c_2, то по нему и осуществляется переход;

– если поступили оба символа одновременно, то выполняется операция $c_1\cdot c_2$.

Будем считать, что множество $\mathcal{M}$ содержит единичную матрицу размера $k\times k$

$$E_k=\begin{pmatrix}\varepsilon & \cdots & \theta\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \theta & \cdots & \varepsilon\end{pmatrix}.$$

Определим алгебру $\mathcal{A}_2=\langle\mathcal{M}, \cdot, \times, \cup\rangle$.

Пусть заданы $c_1\in M$ и $V, W\in\mathcal{M}$ такие, что

$$V=\left(v^{ij}\right)_{i,j=\overline{1,n}}\text{ и }W=\left(w^{ij}\right)_{i,j=\overline{1,m}}.$$

Тогда операции $\cdot, \vee, \times$ выполняются по следующим правилам:

$$c_1\cdot V=\begin{pmatrix}c_1\cdot v_{11} & \cdots & c_1\cdot v_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ c_1\cdot v_{n1} & \cdots & c_1\cdot v_{nn}\end{pmatrix}; \tag{2}$$

$$V\times W=\begin{pmatrix}v_{11}\cdot W & \cdots & v_{1n}\cdot W\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ v_{n1}\cdot W & \cdots & v_{nn}\cdot W\end{pmatrix}; \tag{3}$$

если $n=m$, то

$$V\cup W=\begin{pmatrix}v_{11}\vee w_{11} & \cdots & v_{1n}\vee w_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ v_{n1}\vee w_{n1} & \cdots & v_{nn}\vee w_{nn}\end{pmatrix}. \tag{4}$$

Единичная матрица необходима для определения операции суммы над автоматами, поэтому она была выделена отдельно.

Введенная алгебра $\mathcal{A}_2$ удобна для работы с входными и выходными матрицами соединений автоматов R_A^X и R_A^Y. Вместе с тем для упрощения описания определённых операций над автоматами распространим операции $\times, \cup$ алгебры $\mathcal{A}_2$ на матрицы соединений R_{A_1} и R_{A_2}.

Пусть $*\in\{\times, \cup\}$, тогда

$$R_{A_1}*R_{A_2}=\left(\left(R_{A_1}^X*R_{A_2}^X\right)/\left(R_{A_1}^Y*R_{A_2}^Y\right)\right).$$

Проиллюстрируем на примере автоматов A_1 и A_2 выполнение операций сигнатуры $\{\cdot, \times, \cup\}$. Учитывая, что операция $\cdot$ выполняется в ходе реализации операции $\times$, вычислим только $R_{A_1}^X\times R_{A_2}^X$ и $R_{A_1}^X\cup R_{A_2}^X$.

Согласно выражениям (2) и (3) матрица выходных соединений $R_{A_1}^X \times R_{A_2}^X$ имеет вид

$$R_{A_1}^X \times R_{A_2}^X = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} & x_{A_1}^2 \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} \\ \theta \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} & \theta \cdot \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\right\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}.$$

Матрица соединений $R_{A_1}^X \cup R_{A_2}^X$, исходя из выражения (4), имеет вид

$$R_{A_1}^X \cup R_{A_2}^X = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \cup \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 \vee \theta & x_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 \\ \theta \vee \theta & \theta \vee x_{A_2}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Аналогично, вычисляя $R_{A_1}^Y \times R_{A_2}^Y$ и $R_{A_1}^Y \cup R_{A_2}^Y$, получаем, согласно выражению (1), что

$$R_{A_1} \times R_{A_2} =$$

$$= \begin{pmatrix} \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^1\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\right\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix},$$

$$R_{A_1} \cup R_{A_2} = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \cup$$

$$\cup \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

3. МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

Пусть заданы автоматы Мили $A_1 = \left(X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1}\right)$ и $A_2 = \left(X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2}\right)$, которым соответствуют матрицы соединений R_{A_1} и R_{A_2}.

Для агрегирования автоматных моделей используются следующие операции над автоматами. Их матричное описание основано на введенных выше операциях алгебры $\mathcal{A}_2$.

Определим матрицу соединений R_{Π} автомата $\Pi = A_1 \times A_2$ следующим образом:

$$R_{\Pi} = R_{A_1} \times R_{A_2}. \quad (5)$$

Автомат Π описывает параллельную синхронную смену состояний автоматов A_1 и A_2, так как его матрица составлена из пар множеств элементов $\left\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\right\} \Big/ \left\{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\right\}$ таких, что один элемент каждого множества относится к автомату A_1, а другой – к автомату A_2. Следовательно, каждая такая пара описывает одновременную смену состояний в автоматах A_1 и A_2, из которых составлен автомат Π.

Определим матрицу соединений R_{Σ} автомата $\Sigma = A_1 + A_2$ следующим образом:

$$R_{\Sigma} = \left(R_{A_1} \times E_{\left|Q_{A_2}\right|}\right) \cup \left(E_{\left|Q_{A_1}\right|} \times R_{A_2}\right). \quad (6)$$

Автомат Σ описывает асинхронную смену состояний автоматов A_1 и A_2, так как его матрица составлена из элементов $x_{A_i}^k / y_{A_i}^l$, $i = 1, 2$, которые описывают смену состояний только в одном из автоматов A_1 или A_2, из которых составлен автомат Σ.

Композиция автоматов $\circ$ используется для возможности инициализации функционирования одного автомата средствами (выходными символами) другого автомата. Матрица соединений R_{K} автомата $K = A_1 \circ A_2$ определяется следующим образом:

$$R_{A_1} \circ R_{A_2} = \left(r_{ps}\right)_{p,s=\overline{1,\left|Q_{A_1}\right| \cdot \left|Q_{A_2}\right|}}, \quad (7)$$

$$\text{где } r_{p,s} = \begin{cases} \left\{x_{A_1}, x_{A_2}\right\} / \left\{y_{A_1}, y_{A_2}\right\}, \\ \quad \text{если } y_{A_1} = x_{A_2} \text{ или } y_{A_2} = x_{A_1}, \\ \theta, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Объединение автоматов $\cup$ необходимо для описания их функционирования в различных режимах. Матрица соединений R_C автомата $C = A_1 \cup A_2$ определяется следующим образом:

$$R_C = R_{A_1} \cup R_{A_2} . \quad (8)$$

Для агрегирования автоматных моделей необходимо использование нескольких операций над автоматами; например, необходимо построить автоматную модель, которая отображает как синхронную, так и асинхронную смену состояний автоматов. Следует заметить, что выполнение этих операций содержит одинаковые действия (например, построение множества состояний). Поэтому целесообразно объединить классические операции над автоматами в группы для исключения дублирования этих действий.

Рассмотрим на примере введенных в § 1 автоматов A_1 и A_2 использование операций $+, \circ$ (операции $\times, \cup$ описаны в § 2, см. выражения (5) и (8)).

Матрица соединений, описывающая автомат $A_1 + A_2$, согласно выражению (6), имеет вид

$$\left(R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|}\right) \cup \left(E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2}\right) =$$

$$= \left(\begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varepsilon & \theta \\ \theta & \varepsilon \end{pmatrix} \right) \cup$$

$$\cup \left(\begin{pmatrix} \varepsilon & \theta \\ \theta & \varepsilon \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix} \cup$$

$$\cup \begin{pmatrix} \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & \theta & \theta \\ \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Для более наглядного представления матрицы соединений, описывающей автомат $A_1 \circ A_2$, добавим дополнительное условие, а именно $y_{A_1}^1 = x_{A_2}^1$, $y_{A_1}^2 = x_{A_2}^1$, $y_{A_1}^1 = x_{A_2}^2$. Тогда матрица соединений автомата $A_1 \circ A_2$, исходя из формулы (7), имеет вид

$$R_{A_1} \circ R_{A_2} =$$

$$= \begin{pmatrix} \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}.$$

4. МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ ОПЕРАЦИЙ НАД АВТОМАТАМИ

При практическом применении в соответствии с требованиями предметной области часто возникает необходимость совместного использования операций агрегирования автоматов. Например, при моделировании процессов ликвидации чрезвычайной ситуации используются следующие комбинированные операции, описывающие указанные во введении требования 1–3.

Определим операцию $\otimes$ над автоматами A_1 и A_2 следующим образом:

$$\Psi = A_1 \otimes A_2 = \left(A_1 \times A_2\right) \cup \left(A_1 + A_2\right).$$

В матричной форме операция $\otimes$ имеет вид

$$R_\Psi = \left(R_{A_1} \times R_{A_2}\right) \cup \left[\left(R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|}\right) \cup \left(E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2}\right)\right]. \quad (9)$$

Элементы матрицы R_Ψ представляют собой пары вида $\left\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\right\} / \left\{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\right\}$ или вида $x_{A_i}^k / y_{A_i}^l$, $i = 1, 2$, т. е. характеризуют как синхронную, так и асинхронную смену состояний автоматов A_1 и A_2.

Определим операцию $\odot$ над автоматами A_1 и A_2 следующим образом:

$$\Phi = A_1 \odot A_2 = \left(A_1 \circ A_2\right) \cup \left(A_1 + A_2\right).$$

В матричной форме операция $\odot$ имеет вид

$$R_\Phi = \left(R_{A_1} \circ R_{A_2}\right) \cup \left[\left(R_{A_1} \times E_{|Q_{A_2}|}\right) \cup \left(E_{|Q_{A_1}|} \times R_{A_2}\right)\right]. \quad (10)$$

Элементы матрицы R_Φ представляют собой пары вида $\left\{x_{A_1}^{k_1}, x_{A_2}^{k_2}\right\} / \left\{y_{A_1}^{l_1}, y_{A_2}^{l_2}\right\}$, где $y_{A_1}^{l_1} = x_{A_2}^{k_2}$ или $y_{A_2}^{l_2} = x_{A_1}^{k_1}$, или вида $x_{A_i}^k / y_{A_i}^l$, $i = 1, 2$, т. е. характеризуют как возможность инициализации функционирования одного автомата средствами (выходными символами) другого автомата, так и асинхронную смену состояний автоматов A_1 и A_2.

Пусть автомат $A_3 = \left(X_{A_3}, Y_{A_3}, Q_{A_3}, F_{A_3} \right)$ получен из автоматов A_1, A_2 путем преобразований с помощью операций $\otimes, \odot$. Обозначим Ξ_{A_3} множество всех недопустимых состояний автомата A_3. Операция фильтрации ∇ автомата A_3 по множеству Ξ_{A_3} (∇A_3) определяется следующим образом:

$$Q_{A_3} = Q_{A_3} \setminus \Xi_{A_3}.$$

Для представления операции фильтрации в матричной форме запишем матрицу соединений автомата A_3:

$$R_{A_3} = \left(r_{ij} \right)_{i,j=1,\overline{|Q_{A_3}|}}.$$

Тогда операция фильтрации будет иметь следующий вид:

$$R_{\nabla A_3} = M_{i_1,\ldots,i_n}^{i_1,\ldots,i_n}, \tag{11}$$

где $M_{i_1,\ldots,i_n}^{i_1,\ldots,i_n}$ – подматрица матрицы R_{A_3}; $i_1,\ldots, i_n$ номера строк и столбцов, которые исключаются из матрицы R_{A_3}; $i_k = i,$ если состояние $q_{A_3}^i \in \Xi_{A_3}$ принадлежит множеству недопустимых состояний Ξ_{A_3}. С помощью операции фильтрации также можно сокращать множества X_{A_3} и Y_{A_3}, т. е. если после операции фильтрации в множестве X_{A_3} существуют такие входные символы, которые не входят в матрицу $R_{\nabla A_3}$, то они удаляются из множества X_{A_3} и результатом является множество X_{A_3}. Аналогичная процедура проводится для множества Y_{A_3}, её результатом является множество Y_{A_3}. Оператор F_{A_3} также переходит в оператор F_{A_3}, который, в свою очередь, определяется матрицей $R_{\nabla A_3}$.

Приведем пример операции фильтрации на автоматах A_1 и A_2. Матрица, описывающая функционирование автомата $A_1 \otimes A_2$, согласно выражению (9), имеет вид

$$R_{A_1} \otimes R_{A_2} = \begin{pmatrix} \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^1\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\right\} \\ \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix} \cup$$

$$\cup \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \theta \\ \theta & x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} \vee x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & \theta & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^2\right\} \vee x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 \\ \theta & \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

Тогда матрица соединений автомата $\nabla\left(A_1 \otimes A_2\right)$, согласно выражению (11), имеет вид

$$\nabla\left(R_{A_1} \otimes R_{A_2}\right) = \begin{pmatrix} x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} \vee x_{A_2}^1 / y_{A_2}^1 & \left\{x_{A_1}^2, x_{A_2}^1\right\} / \left\{y_{A_1}^2, y_{A_2}^1\right\} \\ \theta & \left\{x_{A_1}^1, x_{A_2}^2\right\} / \left\{y_{A_1}^1, y_{A_2}^2\right\} \vee x_{A_1}^1 / y_{A_1}^1 \vee x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 & x_{A_1}^2 / y_{A_1}^2 \\ \theta & \theta & x_{A_2}^2 / y_{A_2}^2 \end{pmatrix}.$$

5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим процесс совместного функционирования дежурной части и постов радиационной, химической и биологической разведки в зоне чрезвычайной ситуации. Деятельность данных подразделений предполагает осуществление следующих обязанностей:

- дежурная часть организует взаимодействие и общее руководство подчиненными силами и средствами, её действия моделируются автоматом $A_1 = \left(X_{A_1}, Y_{A_1}, Q_{A_1}, F_{A_1}\right)$;
- пост радиационной, химической и биологической разведки выявляет факт заражения объектов и местности, его действия моделируются автоматом $A_2 = \left(X_{A_2}, Y_{A_2}, Q_{A_2}, F_{A_2}\right)$.

В процессе развития чрезвычайной ситуации перечисленные подразделения могут находиться в следующих состояниях (табл. 1).

Таблица 1

Описание состояний автоматов A_1, A_2, моделирующих действия функциональных групп

Обозначение	Описание
$q^1_{A_1}$	Повседневная деятельность
$q^2_{A_1}$	Доклад руководству, уточнение информации о поступившем сигнале, подготовка сотрудников к проведению мероприятий.
$q^3_{A_1}$	Контроль подразделений осуществляющих свою деятельность
$q^4_{A_1}$	Совершение действий согласно сложившейся обстановке
$q^5_{A_1}$	Мероприятия по завершению чрезвычайной ситуации
$q^1_{A_2}$	Ожидание формирования поста
$q^2_{A_2}$	Производство замеров на подконтрольной территории
$q^3_{A_2}$	Доклад в дежурную часть, организации мероприятий по локализации очага поражения и ликвидации последствий применения средств массового поражения

Операторы F_{A_1} и F_{A_2} описаны в табл. 2 и табл. 3.

Задача. Определить автомат, описывающий совместное функционирование дежурной части и поста радиационной, химической и биологической разведки. При этом недопустимыми являются следующие комбинации состояний: $q^1_{A_1}$ и $q^2_{A_2}$, $q^1_{A_1}$ и $q^3_{A_2}$, $q^2_{A_1}$ и $q^2_{A_2}$, $q^2_{A_1}$ и $q^3_{A_2}$, $q^3_{A_1}$ и $q^1_{A_2}$, $q^3_{A_1}$ и $q^3_{A_2}$, $q^4_{A_1}$ и $q^1_{A_2}$, $q^5_{A_1}$ и $q^2_{A_2}$, $q^5_{A_1}$ и $q^3_{A_2}$. Автоматы могут инициировать функционирование друг друга следующим образом: выходные символы автомата A_1 совпадают с входными символами автомата A_2: $y^2_{A_1} = x^1_{A_2}$, $y^4_{A_1} = x^4_{A_2}$, $y^5_{A_1} = x^5_{A_2}$; выходной символ автомата A_2 совпадает с входным символом автомата A_1: $y^3_{A_2} = x^3_{A_1}$.

Таблица 2

Оператор F_{A_1}

F_{A_1}	$q^1_{A_1}$	$q^2_{A_1}$	$q^3_{A_1}$	$q^4_{A_1}$	$q^5_{A_1}$
$q^1_{A_1}$	–	$x^1_{A_1} / y^1_{A_1}$	–	–	–
$q^2_{A_1}$	–	–	$x^2_{A_1} / y^2_{A_1}$	–	–
$q^3_{A_1}$	–	–	–	$x^3_{A_1} / y^3_{A_1}$	–
$q^4_{A_1}$	–	–	$x^4_{A_1} / y^4_{A_1}$	–	$x^5_{A_1} / y^5_{A_1}$
$q^5_{A_1}$	$x^6_{A_1} / y^6_{A_1}$	–	–	–	–

Таблица 3

Оператор F_{A_2}

F_{A_2}	$q^1_{A_2}$	$q^2_{A_2}$	$q^3_{A_2}$
$q^1_{A_2}$	–	$x^1_{A_2} / y^1_{A_2}$	–
$q^2_{A_2}$	$x^5_{A_2} / y^5_{A_2}$	–	$x^2_{A_2} / y^2_{A_2} \vee x^3_{A_2} / y^3_{A_2}$
$q^3_{A_2}$	–	$x^4_{A_2} / y^4_{A_2}$	–

Исходя из формулировки задачи, получаем множество $\Xi = \left\{ \left\{q^1_{A_1}, q^2_{A_2}\right\}, \left\{q^1_{A_1}, q^3_{A_2}\right\}, \left\{q^2_{A_1}, q^2_{A_2}\right\}, \left\{q^2_{A_1}, q^3_{A_2}\right\}, \left\{q^3_{A_1}, q^1_{A_2}\right\}, \left\{q^3_{A_1}, q^3_{A_2}\right\}, \left\{q^4_{A_1}, q^1_{A_2}\right\}, \left\{q^5_{A_1}, q^2_{A_2}\right\}, \left\{q^5_{A_1}, q^3_{A_2}\right\} \right\}$. Так как $X_{A_1} \cap Y_{A_2} \neq \varnothing$, то используется операция $\odot$: искомый автомат $A_3 = A_1 \odot A_2$.

Матрицы соединений автоматов A_1, A_2 имеют вид

$$R_{A_1} = \begin{pmatrix} \theta & x^1_{A_1} / y^1_{A_1} & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & x^2_{A_1} / y^2_{A_1} & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x^3_{A_1} / y^3_{A_1} & \theta \\ \theta & \theta & x^4_{A_1} / y^4_{A_1} & \theta & x^5_{A_1} / y^5_{A_1} \\ x^6_{A_1} / y^6_{A_1} & \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix},$$

$$R_{A_2} = \begin{pmatrix} \theta & x^1_{A_2} / y^1_{A_2} & \theta \\ x^5_{A_2} / y^5_{A_2} & \theta & x^2_{A_2} / y^2_{A_2} \vee x^3_{A_2} / y^3_{A_2} \\ \theta & x^4_{A_2} / y^4_{A_2} & \theta \end{pmatrix}.$$

В силу того, что вычисления являются громоздкими, приведем только окончательный результат выполнения операций. В результате фильтрации множество состояний имеет вид

$$Q_{A_3} = \left\{ \left\{q^1_{A_1}, q^1_{A_2}\right\}, \left\{q^2_{A_1}, q^1_{A_2}\right\}, \left\{q^3_{A_1}, q^2_{A_2}\right\}, \left\{q^2_{A_1}, q^3_{A_2}\right\}, \left\{q^4_{A_1}, q^3_{A_2}\right\}, \left\{q^4_{A_1}, q^2_{A_2}\right\}, \left\{q^5_{A_1}, q^1_{A_2}\right\} \right\}.$$

Для упрощения введём обозначения: $\left\{q^i_{A_1}, q^j_{A_2}\right\} = q^{ij}_{A_3}$, $\left\{x^i_{A_1}, x^j_{A_2}\right\} = x^{ij}_{A_3}$, $\left\{y^i_{A_1}, y^j_{A_2}\right\} = y^{ij}_{A_3}$. Тогда, согласно выражениям (10) и (11),

$$R_{A_3} = \nabla\left(R_{A_1} \odot R_{A_2}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} \theta & x^1_{A_1} & \theta & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & x^{21}_{A_3}/y^{21}_{A_3} & \theta & \theta & \theta \\ \theta & \theta & \theta & x^{33}_{A_3}/y^{33}_{A_3} & x^3_{A_1}/y^3_{A_1} & \theta \\ \theta & \theta & x^{44}_{A_3}/y^{44}_{A_3} & \theta & x^4_{A_2}/y^4_{A_2} & \theta \\ \theta & \theta & x^4_{A_1}/y^4_{A_1} & \theta & \theta & x^{55}_{A_3}/y^{55}_{A_3} \\ x^6_{A_1} & \theta & \theta & \theta & \theta & \theta \end{pmatrix}.$$

Следовательно, оператор F_{A_3} имеет вид, представленный в табл. 4.

Таблица 4

Оператор F_{A_3}

F_{A_3}	$q^{11}_{A_3}$	$q^{21}_{A_3}$	$q^{32}_{A_3}$	$q^{43}_{A_3}$	$q^{42}_{A_3}$	$q^{51}_{A_3}$
$q^{11}_{A_3}$	–	$x^1_{A_1}$	–	–	–	–
$q^{21}_{A_3}$	–	–	$x^{21}_{A_3}/y^{21}_{A_3}$	–	–	–
$q^{32}_{A_3}$	–	–	–	$x^{33}_{A_3}/y^{33}_{A_3}$	$x^3_{A_1}/y^3_{A_1}$	–
$q^{43}_{A_3}$	–	–	$x^{44}_{A_3}/y^{44}_{A_3}$	–	$x^4_{A_2}/y^4_{A_2}$	–
$q^{42}_{A_3}$	–	–	$x^4_{A_1}/y^4_{A_1}$	–	–	$x^{55}_{A_3}/y^{55}_{A_3}$
$q^{51}_{A_3}$	$x^6_{A_1}$	–	–	–	–	–

Таким образом, полученный автомат A_3 интерпретирует совместную деятельность функциональных групп, участвующих в ликвидации чрезвычайной ситуации. Она включает в себя как асинхронную смену состояний автоматов A_1, A_2, так и инициирование функционирования автомата A_1 автоматом A_2, а именно: если автомат A_2 переходит из состояния в состояние при поступлении на вход определенного символа, которому соответствует выходной символ, совпадающий с входным символом автомата A_1, то автомат A_1 совершает переход. Аналогично осуществляется инициирование автомата A_2 автоматом A_1.

Заметим, что если использовать операции $\circ, +$ по отдельности, то необходимо вычислять множества состояний при проведении каждой операции и после этого производить фильтрацию каждого полученного множества состояний. В свою очередь, операция $\odot$ позволяет избежать дублирования как при вычислении множества состояний, так и при выполнении операции фильтрации ∇.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассматривается представление автомата в виде символьной матрицы. Данный способ представления позволяет свести операции над автоматами к операциям над этими матрицами. Вводится новая алгебра символов, которые входят в данные матрицы. В носитель алгебры дополнительно включены специальные символы θ, ε, обладающие определёнными свойствами, позволяющими корректно описывать процесс синтеза автоматов. Также рассматривается новая алгебра символьных матриц, которая, в свою очередь, и позволяет построить операции над автоматами в матричной форме.

Учитывая тот факт, что для большого числа задач синтеза автоматов операции параллельной и последовательной композиции выполняются совместно, предложена новая операция, соединяющая эти два вида композиции, что позволяет избежать определённого дублирования действий. Для учёта возможных ограничений предметной области введены специальные операции, позволяющие производить агрегирование автоматной модели. Данные операции также представлены в матричной форме.

Рассматривается численный пример агрегирования автомата, который описывает взаимосвязанные действия функциональных групп, используемых при возникновении чрезвычайной ситуации.

Полученный результат представления операций в матричной форме в дальнейшем будет использоваться при проведении вычислительного эксперимента, так как данное представление позволяет упростить программную реализацию процедуры синтеза автоматов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калман Р.Э., Фалб П.Л., Арбиб М.А.* Очерки по математической теории систем (пер. с англ.) / Под ред. Я.З. Цыпкина, Э.Л. Наппельбаума. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 400 с. [*Kalman, R.E. Falb, P.L., Arbib, M.A.* Topics in Mathematical System Theory. – New York: McGraw Hill, 1969. – 358 p.]
2. *Villa, T., Yevtushenko, N., Brayton, R.K.*, et al. The Unknown Component Problem: Theory and Applications. – Cham: Springer, 2012. – 311 p.
3. *Меньших В.В. Петрова Е.В.* Теоретическое обоснование и синтез математической модели защищенной информационной системы ОВД как сети автоматов // Вестник Воронежского института МВД России. – 2010. – № 3. – С. 134–143. [*Men'shih, V.V., Petrova, E.V.* Teoreticheskoe obosnovanie i sintez matematicheskoj modeli zashchishchennoj informacionnoj sistemy OVD kak seti avtomatov // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. – 2010. – No. 3. – P. 134–143. (In Russian)]

4. *Меньших В.В., Петрова Е.В.* Применение методов теории автоматов для моделирования информационных процессов // Вестник Воронежского института МВД России. – 2009. – № 1. – С. 121–130. [*Men'shih, V.V., Petrova, E.V.* Primenenie metodov teorii avtomatov dlya modelirovaniya informacionnyh processov // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. – 2009. – No. 1. – P. 121–130. (In Russian)]
5. *Hartmanis, J., Stearns, R.* Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. – New York: Prentice-Hall Inc., 1966. – 211 p.
6. *Меньших В.В., Самороковский А.Ф., Середа Е.Н., Горлов В.В.* Моделирование коллективных действий сотрудников органов внутренних дел. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2017. – 236 с. [*Men'shih, V.V., Samorokovskij, A.F., Sereda, E.N., Gorlov, V.V.* Modelirovanie kollektivnyh dejstvij sotrudnikov organov vnutrennih del. – Voronezh: Voronezhskij institut MVD Rossii, 2017. – 236 s. (In Russian)]
7. *Zhong, G., Zhai, G., Chen, W.* Evacuation Simulation of Multistory Buildings during Earthquakes Based on Improved Cellular Automata Model // Journal of Asian Architecture and Building Engineering. – 2022. – Vol. 22, iss. 2. – P. 1007–1027.
8. *Горбатов В.А.* Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика. – М.: Наука. Физматлит, 2000. – 544 с. [*Gorbatov, V.A.* Fundamental'nye osnovy diskretnoj matematiki. Informacionnaya matematika. – M.: Nauka. Fizmatlit, 2000. – 544 s. (In Russian)]
9. *Teren, V., Villa, T., Cortadella, J.* Decomposition of Transition Systems into Sets of Synchronizing State Machines // Proceedings of 24th Euromicro Conference on Digital System Design (DSD 2021). – Palermo, 2021. – P. 77–81.
10. *Мелихов А.Н.* Ориентированные графы и конечные автоматы. – М.: «Наука», 1971. – 416 с. [*Melihov, A.N.* Orientirovannye grafy i konechnye avtomaty. – M.: «Nauka», 1971. – 416 s. (In Russian)]
11. *Алгебраическая* теория автоматов, языков и полугрупп / Под ред. А.М. Арбиба. – М.: Статистика, 1975. – 335 с. [Algebraic Theory of Machines, Languages and Semigroups / Ed. by A.M. Arbib. – New York and London: Academic Press, 1968. – 359 p.]
12. *Салий В.Н.* Универсальная алгебра и автоматы: Учебное пособие для студентов механико-математического факультета. – Саратов: Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, 1988. – 73 с. [*Salij, V.N.* Universal'naya algebra i avtomaty: Uchebnoe posobie dlya studentov mekhaniko-matematicheskogo fakul'teta. – Saratov: Saratovskij nacional'nyj issledovatel'skij gosudarstvennyj universitet imeni N.G. Chernyshevskogo, 1988. – 73 s. (In Russian)
13. *Алешин С.В.* Алгебраические системы автоматов. – М.: ООО «МАКС Пресс», 2016. – 192 с. [*Aleshin, S.V.* Algebraicheskie sistemy avtomatov. – Moscow: OOO «MAKS Press», 2016. – 192 s. (In Russian)]
14. *Кожухов И.Б., Михалев А.В.* Об алгебраической теории автоматов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. – 2021. – Т. 25, № 4. – С. 45–51. [*Kozhuhov, I.B., Mihalev, A.V.* On Algebraic Automata // Intelligent Systems. Theory and Applications. – 2021. – Vol. 25, no. 4. – P. 45–51. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии О.П. Кузнецовым.

Поступила в редакцию 17.03.2023,
после доработки 16.11.2023.
Принята к публикации 29.11.2023.

Меньших Валерий Владимирович – д-р физ.-мат. наук,
✉ menshikh@list.ru,
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-9235-4997

Никитенко Виталий Алексеевич – адъюнкт института,
✉ vitalijnikitenko82043@gmail.com,
ORCID iD: https://orcid.org/0009-0006-1948-3817

Воронежский институт МВД России, г. Воронеж.

A NUMERICAL AGGREGATION METHOD FOR FINITE-STATE MACHINES USING ALGEBRAIC OPERATIONS

V.V. Menshikh and V.A. Nikitenko

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Voronezh, Russia

✉ menshikh@list.ru, ✉ vitalijnikitenko82043@gmail.com

Abstract. This paper considers the problem of synthesizing finite-state machines (FSMs) based on algebraic methods. The aggregation operations of FSMs are numerically implemented using symbolic matrices that describe their functioning. An algebra is defined for these matrices as follows: the carriers are matrix elements and special symbols, and the signature includes two operations serving to determine actions over these symbols. As a result, it becomes possible to define an algebra of symbolic matrices whose signature includes three operations. The classical operations over FSMs are represented in matrix form based on the algebra of symbolic matrices. Next, special operations over FSMs are constructed involving classical operations over them. Special operations are constructed considering the constraints and requirements of the subject area. A numerical example of FSM synthesis—the joint activity of two functional groups in an emergency zone—is provided.

Keywords: synthesis of automata, algebra of automata, symbolic matrices.