

# АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ДВУЕДИНОЙ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ

Е. М. Максимов\*, Н. Е. Максимова\*\*

\*\*\*Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

\*✉ maxfone@yandex.ru, \*\*✉ natalya\_maximova@mail.ru

**Аннотация.** При построении адаптивных систем управления с идентификатором (АСИ) возникают сложности, связанные с тем, что управление статистически зависит от входных возмущений. Эта зависимость тем сильнее, чем лучше обучена система (под обучением в работе понимается процесс построения модели). Для управления и идентификации объекта применяются различные алгоритмы и методы, которые тем или иным способом позволяют управлять объектом, находя компромисс между процессом обучения системы и процессом управления. В настоящей статье предложены алгоритмы идентификации и управления, которые одновременно решают и задачу идентификации, и задачу управления в системе управления линейным объектом по возмущению. Показано, что оценки, получаемые при помощи этих алгоритмов в условиях случайных входов, сходятся к параметрам объекта в среднеквадратическом, если корреляционная матрица входных переменных не вырождена и модуль отношения оценки параметра системы при управлении к параметру при управлении меньше 2, а ее знак совпадает со знаком параметра при управлении. Отмечается возможность применения данных алгоритмов для слежения за изменяющимися во времени параметрами объекта. Применение предложенных алгоритмов порождает новый вид системы управления по возмущению. Эта система принципиально отличается тем, что управление не передается в идентификатор, параметр системы при управлении в идентификаторе напрямую не оценивается (его значение оказывает влияние на оценки параметров системы при возмущениях), а регулятор вырабатывает управление только по значениям оценок параметров системы при возмущениях.

**Ключевые слова:** идентификация, алгоритм адаптации, АСИ, управление по возмущению, стабилизация, проблема вырожденности корреляционной матрицы.

## ВВЕДЕНИЕ

Эффективное управление производственными и технологическими процессами представляет собой фундаментальный аспект повышения рентабельности промышленных предприятий, усиления их конкурентоспособности и обеспечения высокого качества выпускаемой продукции. В рамках решения этих задач ключевую роль играет разработка и внедрение моделей производственных процессов, основанных на теории идентификации [1, 2]. Применение этих моделей в различных отраслях промышленности, таких как энергетика,

машиностроение, металлургия, нефтехимия и производство удобрений, а также для решения аналогичных проблем в биологии, физиологии и медицине продемонстрировало высокую эффективность данных методологических подходов.

Для управления техническими системами был разработан новый тип систем управления, известный как адаптивные системы с идентификатором (АСИ) [1]. В рамках АСИ был реализован принцип управления по предсказанию. Этот подход позволяет не только оптимизировать текущие производственные процессы, но и учитывать будущие изменения в условиях функционирования системы,



что существенно повышает её адаптивные возможности и устойчивость к внешним возмущениям.

Современные АСИ, в которых могут применяться интеллектуальные алгоритмы идентификации, основанные на знаниях, представляют собой мощный инструмент для решения широкого спектра задач, начиная со стабилизации производственных процессов и заканчивая их комплексной оптимизацией по различным критериям, включая максимизацию производительности, минимизацию себестоимости, снижение затрат ресурсов и другие параметры. Адаптивные системы с идентификатором функционируют в режиме реального времени, интегрируя прогнозирующую модель объекта, которая разрабатывается на основе экспериментальных данных и постоянно обновляется в процессе эксплуатации. Точность этой модели оказывает непосредственное влияние на эффективность управления.

Для построения моделей используются различные методы и алгоритмы: от простых одношаговых до сложных, основанных на искусственном интеллекте. Анализ работы одношаговых алгоритмов подробно проведен в работе [3]. Там же рассмотрено их применение в системах управления точностью прокатки труб.

Для идентификации сложных нелинейных динамических объектов в работах [4, 5] был предложен алгоритм идентификации нового поколения. Алгоритм не строит единственную аппроксимирующую модель реального процесса для всего диапазона наблюдений – он создает новую модель на каждом шаге, используя данные технологического архива и, когда это возможно, экспертные знания из базы знаний. Алгоритм отбора данных, формализованный посредством некоторого предиката, получил название алгоритма ассоциативного поиска (этот подход оказался эффективным в различных отраслях промышленности, таких как производство удобрений, нефтехимия и энергетика [2, 4–7]).

Однако при применении всех перечисленных алгоритмов идентификации в системах стабилизации, которыми фактически являются большинство промышленных объектов, возникают сложности. Они связаны с тем, что управление при традиционном построении адаптивных систем идентификации статистически зависит от входных возмущений. Эта зависимость тем сильнее, чем лучше обучена система (под обучением в настоящей статье понимается процесс построения модели). В работе [3] показано, что для линейного объекта скорость сходимости алгоритма существенно за-

медляется, а при определённом соотношении между оценками параметров объекта и их реальным значением возможна даже остановка процесса обучения. Таким образом, в системах стабилизации с идентификатором возникает противоречие между процессом стабилизации и процессом обучения системы.

Аналогичное противоречие между процессом стабилизации и процессом обучения возникает в системах автоматического управления. Для управления в условиях этих противоречий А. А. Фельдбаумом была разработана теория дуального управления [8]. Для применения в АСИ активно разрабатываются различные методы, позволяющие достаточно эффективно управлять различными объектами в системах с обратной связью [9–13]. Все эти работы в той или иной мере посвящены преодолению этого противоречия.

В АСИ для обеспечения устойчивости замкнутой системы применяются методы рекуррентного оценивания [14–18] и активной идентификации (с использованием поисковых процедур и тестовых сигналов). Однако реализация активных стратегий связана с ограничениями режима нормальной эксплуатации [19] и трудностями оценки потерь на поиск [20]. Поэтому вопрос о выборе активной или пассивной идентификации либо сочетания этих двух методов не имеет универсального ответа и практически для каждого нового объекта должен решаться заново.

В АСИ с применением алгоритма ассоциативного поиска в замкнутом контуре также возникает проблема идентификации из-за вырожденности корреляционной матрицы, по которой строится модель. Эта проблема частично решается нахождением решения системы уравнений при помощи процедуры Мура – Пенроуза [21–23]. Однако для работы алгоритма ассоциативного поиска необходима база знаний. Далеко не для всех объектов возможно построение такой базы знаний. Это может быть связано либо со значительным изменением объекта в процессе эксплуатации, либо с достаточно коротким временем его жизни, за которое невозможно получить нужное количество данных.

Поэтому актуальной является задача построения алгоритмов идентификации и управления, которые одновременно решали бы и задачу идентификации, и задачу управления, пусть и для ограниченного класса объектов.

В настоящей работе получены алгоритмы идентификации и управления, которые одновременно решают и задачу идентификации, и задачу управления статическим линейным объектом. Применение данных алгоритмов порождает новый вид

АСИ, которая принципиально отличается от традиционной тем, что управление не передается в идентификатор, параметр системы при управлении в идентификаторе напрямую не оценивается (его значение оказывает влияние на оценки параметров системы при возмущениях), а регулятор вырабатывает управление только по значениям оценок параметров системы при возмущениях.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать статический объект управления вида

$$y_N = A_N^T X_N + b_N u_N, \quad (1)$$

где  $H_N^T = [A_N^T; b_N]$  – вектор параметров объекта;

$A_N^T = [a_{1,N}, a_{2,N}, \dots, a_{n,N}]$  – вектор неизвестных параметров объекта при возмущениях (наблюдаемых входах) размерности  $n$ ;  $b_N$  – неизвестный параметр при управлении;  $N$  – дискретное время;  $X_N$  – вектор наблюдаемых входов размерности  $n$ ,  $X_N = [x_{1,N}, \dots, x_{n,N}]$ ;  $u_N$  – управление (скаляр).

Уравнениями вида (1) могут описываться различные промышленные объекты [1], в частности, в металлургии [3] и нефтепереработке [24].

Ставится задача разработки алгоритма идентификации неизвестных параметров объекта  $A_N$  и алгоритма управления, которые одновременно с идентификацией решают и задачу стабилизации заданного значения выхода объекта.

## 2. АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПО ПРЕДСКАЗАНИЮ

Для удобства изложения будем рассматривать систему стабилизации нулевого значения, т. е. желаемый выход системы (1)  $y_{0,N} = 0$ .

Управление  $u_N$  в системе стабилизации будем вычислять по формуле

$$u_N = \frac{K_N^T X_N}{-b^*}, \quad (2)$$

где  $K_N^T = [k_{1,N}, k_{2,N}, \dots, k_{n,N}]$  – вектор оценки параметров системы при возмущениях;  $b^*$  – оценка параметра системы при управлении (вопрос о выборе этой оценки будет подробно рассмотрен ниже).

В качестве алгоритма адаптации для системы стабилизации, заданной уравнениями (1) и (2), будем использовать алгоритм вида

$$K_N = K_{N-1} + \frac{y_N}{X_N^T X_N} X_N. \quad (3)$$

Применение алгоритма адаптации (3) и регулятора (2) порождает новый вид АСИ (рис. 1), тогда как традиционно такая система строится по схеме, приведённой на рис. 2. Схемы построения систем управления, аналогичных приведённой на рис. 2, представлены в работах [1, 25, 26].

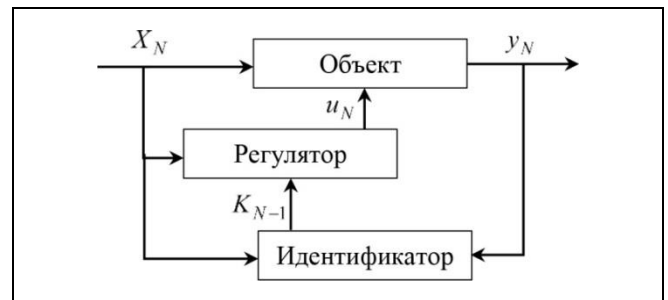


Рис. 1. Предлагаемый вид АСИ

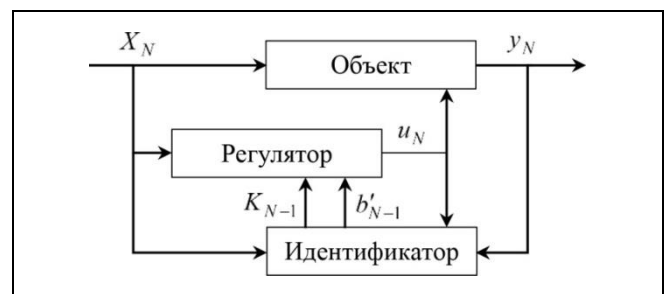


Рис. 2. Традиционный вид АСИ

Предлагаемая система принципиально отличается от традиционной тем, что управление не передается в идентификатор, параметр системы при управлении в идентификаторе напрямую не оценивается (его значение оказывает влияние на оценки параметров системы при возмущениях), а регулятор вырабатывает управление только по значениям оценок параметров системы при возмущениях.

Алгоритм (3) является релаксационным алгоритмом оценки параметров линейного объекта размерности  $n$  с вектором параметров  $\frac{1}{\beta} A_N$  и вектором входов  $X_N$  с множителем релаксации  $\beta = \frac{b_N}{b^*}$ .



Покажем это. Из уравнения (3), учитывая равенства (1) и (2), получим

$$K_N = K_{N-1} + \frac{A_N^T X_N - \frac{b_N}{b^*} K_{N-1}^T X_N}{X_N^T X_N} X_N.$$

Откуда, положив

$$\beta = \frac{b_N}{b^*} \tag{4}$$

и вынеся  $\beta$  перед дробью, получим уравнение

$$K_N = K_{N-1} + \beta \frac{\frac{1}{\beta} A_N^T X_N - K_{N-1}^T X_N}{X_N^T X_N} X_N. \tag{5}$$

Выражение  $\frac{1}{\beta} A_N^T X_N$  в уравнении (5) является ни чем иным, как выходом линейного объекта с вектором параметров  $\frac{1}{\beta} A_N$  и вектором входов  $X_N$ .

Отсюда и из вида уравнения (5) следует справедливость доказываемого утверждения.

Релаксационные алгоритмы оценки параметров линейных объектов рассматривались в монографии [3]. Там было показано, что оценки, получаемые при помощи релаксационных алгоритмов, в условиях случайных входов сходятся к параметрам объекта в среднеквадратическом, если корреляционная матрица входных переменных не вырождена и множитель релаксации  $\beta$  удовлетворяет неравенству

$$0 < \beta < 2. \tag{6}$$

Следовательно, для сходимости алгоритма (3) оценку параметра при управлении  $b^*$  необходимо выбирать (на основании имеющихся априорных данных о значении  $b_N$ , полученных при предварительном обследовании объекта) таким образом, чтобы величина  $\beta$ , определяемая равенством (4), удовлетворяла неравенству (6).

Вектор параметров  $\frac{1}{\beta} A_N$ , к которому сходятся оценки  $K_N$ , порождаемые алгоритмом (3), обеспечивает решение задачи стабилизации системы (1), (2). Покажем это. Из формулы (2) получим

$$u_N = -\frac{\frac{b^*}{b_N} A_N^T X_N}{b^*},$$

откуда

$$u_N = -\frac{A_N^T X_N}{b_N}. \tag{7}$$

Подставляя выражение (7) в формулу (1) и сокращая подобные члены, получим тождество

$$y_N = 0,$$

т. е. задача стабилизации решена.

В работе [3] рассмотрено влияние множителя  $\beta$  на скорость сходимости релаксационных алгоритмов.

Максимальная скорость сходимости имеет место при  $\beta = 1$ .

При  $1 < \beta < 2$  имеет место верхняя релаксация. При этом с увеличением значения  $\beta$  скорость сходимости падает, а процесс сходимости по отдельным компонентам вектора параметров имеет всё более ярко выраженный немонотонный характер.

При  $\beta < 1$  скорость сходимости падает при уменьшении  $\beta$ , но процесс сходимости по отдельным компонентам приобретает всё более монотонный характер.

Там же [3] было исследовано влияние на скорость сходимости релаксационных алгоритмов различной степени корреляции входных переменных, их математических ожиданий и дисперсий, а также исследованы возможности релаксационных алгоритмов по слежению за изменяющимися во времени параметрами объекта и влияние величины  $\beta$  на процесс слежения.

Пусть теперь на выход системы  $y_N$  действует аддитивная помеха  $\varepsilon_N$  с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_\varepsilon^2$ . Выражение (3) в таком случае примет вид

$$K_N = K_{N-1} + \frac{y_N + \varepsilon_N}{X_N^T X_N} X_N. \tag{8}$$

Прделав с выражением (8) те же операции, что и при получении формулы (5), получим выражение

$$K_N = K_{N-1} + \beta \frac{\left( \frac{1}{\beta} A_N^T X_N - K_{N-1}^T X_N \right) + \frac{1}{\beta} \varepsilon_N}{X_N^T X_N} X_N. \tag{9}$$

Введём в рассмотрение величину

$$\Theta_N = \frac{1}{\beta} A_N - K_N. \tag{10}$$

С учётом формулы (10) равенство (9) принимает вид

$$K_N = K_{N-1} + \beta \frac{\Theta_{N-1}^T X_N + \frac{1}{\beta} \varepsilon_N}{X_N^T X_N} X_N. \quad (11)$$

Из выражения (11) следует, что действие помехи на алгоритм (3) аналогично действию помехи  $\frac{1}{\beta} \varepsilon_N$  на релаксационный алгоритм оценки параметров линейного объекта с вектором параметров  $\frac{1}{\beta} A_N$  и входами  $X_N$ .

Пусть теперь компоненты вектора входов  $X_N$  распределены по нормальному закону, некоррелированы между собой, имеют нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии  $\sigma_X^2$ . Тогда, с учётом показанного в монографии [3], справедливо равенство

$$\lim_{N \rightarrow \infty} M \Theta_N^2 = \frac{1}{\beta(2-\beta)} \cdot \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(n-2)\sigma_X^2}, \quad n > 2, \quad (12)$$

где  $M$  – символ математического ожидания.

Выход  $y_N$  системы (1), как легко убедиться, определяется выражением

$$y_N = \beta \Theta_{N-1}^T X_N. \quad (13)$$

Возведя выражение (13) в квадрат, взяв его математическое ожидание, учитывая, что вектор входов  $X_N$  и вектор ошибки статистически независимы, перейдя к пределу при  $N \rightarrow \infty$  и учитывая равенство (12), получим

$$\lim_{N \rightarrow \infty} M y_N^2 = \frac{\beta}{(2-\beta)^2 (n-2)} \sigma_\varepsilon^2, \quad n > 2. \quad (14)$$

Равенство (14) характеризует предельную точность стабилизации в системе (1), (2) при применении в ней алгоритма адаптации (3) при условии действия на систему статистически независимых одинаково распределённых входных возмущений и измерения выходной величины с аддитивной помехой.

Анализируя равенство (14), можно сделать следующие выводы.

При уменьшении величины  $\beta$  от 1 до 0 при уменьшении скорости сходимости одновременно увеличивается помехозащищённость алгоритма (3). Таким образом, когда процесс обучения заканчивается, для уменьшения ошибки стабилизации можно уменьшать  $\beta$  до тех пор, пока уменьшение

скорости сходимости позволяет уверенно следить за изменением параметров объекта во времени. Как перейти от одного значения  $\beta$  к другому, рассмотрим ниже.

При увеличении  $\beta$  от 1 до 2 ошибка стабилизации возрастает до бесконечности при  $\beta = 2$ ; одновременно уменьшается скорость сходимости алгоритма.

Отсюда можно сделать вывод, что в реальных системах управления величину  $\beta$  нужно выбирать меньшей, чем единица.

Для того чтобы на  $N$ -м такте изменить  $\beta$  в  $l$  раз, нужно вектор  $K_N$  и величину  $b^*$  изменить в соответствии с формулами

$$K'_N = \frac{1}{l} K_N, \quad (15)$$

$$b'^* = \frac{1}{l} b^*. \quad (16)$$

При согласованном изменении величин  $K_N$  и  $b^*$  в соответствии с формулами (15) и (16) управление  $u_{N+1}$ , вычисленное как в соответствии с  $K_N$  и  $b^*$ , так и в соответствии с  $K'_N$  и  $b'^*$ , будет одинаковым. Также одинаковой останется и величина  $y_{N+1}$ . Изменения в работе алгоритма произойдут на  $(N+1)$ -м такте за счёт изменений в уточнении вектора  $K_{N+1}$ , так как его длина изменилась, а величина уточнения осталась такой же, какой она и была бы, если бы не изменялась величина  $\beta$ .

Пусть теперь  $y_{0,N} \neq 0$ . Введём следующие обозначения:

$y'_N = y_N - y_{0,N}$  – разность между выходом системы и желаемым значением выхода;

$X_N^T = [X_N^T; y_{0,N}]$  – расширенный вектор входов размерности  $n+1$ ;

$K_N^T = [K_N^T; k_{n+1,N}]$  – расширенный вектор оценок параметров при возмущениях размерности  $n+1$ ;

$A_N'^T = [A_N^T; -1]$  – расширенный вектор параметров при возмущениях размерности  $n+1$ .

Управление  $u_N$  будем вычислять по формуле

$$u_N = \frac{K_{N-1}^T X_N}{-b^*}. \quad (17)$$

Оценки  $K'_N$  будем получать при помощи алгоритма

$$K'_N = K'_{N-1} + \frac{y_N - y_{0,N}}{X_N^T X'_N} X'_N. \quad (18)$$



Из равенства (1) легко получить равенство

$$y'_N = A_N^T X'_N + bu_N. \quad (19)$$

Принимая во внимание равенство (19) и введённые обозначения, можно сделать вывод о том, что система управления (1), (17) с алгоритмом адаптации (18) является суть системой стабилизации величины  $y'_N$ .

Для сходимости алгоритма (18) при случайных входных возмущениях в среднеквадратическом так же, как и ранее, необходимо выполнение требования о невырожденности их корреляционной матрицы. На величину  $y_{0,N}$  при этом накладывается требование статистической независимости её от входных возмущений. Это требование выполняется, например, когда  $y_{0,N} = \text{const}$ .

Величина  $k_{n+1,N}$  в этом случае (при отсутствии помех) сходится к величине  $-\frac{b_N}{b^*}$ . Откуда следует, что величина  $b'_N = -\frac{b^*}{k_{n+1,N}}$ , при  $N \rightarrow \infty$  сходящаяся

к величине  $b_N$ , может служить оценкой для этой величины. Таким образом, для системы стабилизации ненулевого значения выхода можно получить оценку коэффициента при управлении и, следовательно, коэффициентов при возмущениях.

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве примера был рассмотрен объект с вектором входов  $X_N$  размерности 10. Компоненты вектора входов представляют собой числа, принадлежащие случайной последовательности равномерно распределённых чисел на отрезке  $[-1; 1]$ . Вектор параметров объекта имел значение  $A_N^T = (1; 2; 3; 1,5; 1,6; 2,2; 2,5; 2,9; -1; -2)$ ,  $b_N = 1$ . Начальное значение вектора  $K_N$  полагалось следующим:  $K_0^T = (0,5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$ .

Проводилось моделирование работы объекта в среде MATLAB при  $N = 1,100$  с осреднением по 100 реализациям.

Сначала была промоделирована работа объекта без управления. Идентификация объекта при разомкнутом контуре осуществлялась с помощью алгоритма Качмажа.

Результаты моделирования представлены на рис. 3 и 4. Средний квадрат отклонения выхода от нулевого значения – 14,28.

Для замкнутого контура применялся алгоритм стабилизации (3). Была промоделирована работа объекта при оценке параметра системы при управ-

лении  $b^* = 1,33$  ( $\beta = 0,75$ ),  $b^* = 1$  ( $\beta = 1$ ) и  $b^* = 0,8$  ( $\beta = 1,25$ ).

Результаты моделирования (рис. 5–7) показали, что скорость сходимости процесса идентификации в замкнутом контуре практически равна скорости сходимости в разомкнутом контуре, а ошибка стабилизации быстро уменьшается почти до нулевого значения. На рис. 7 показано масштабирование оценок параметров объекта в зависимости от оценки параметра при управлении  $b^*$ .

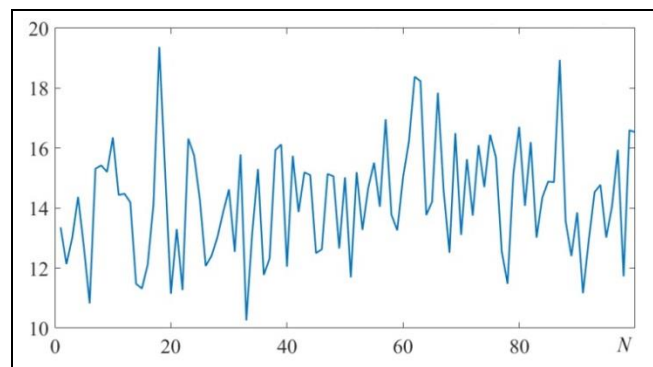


Рис. 3. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при разомкнутом контуре управления

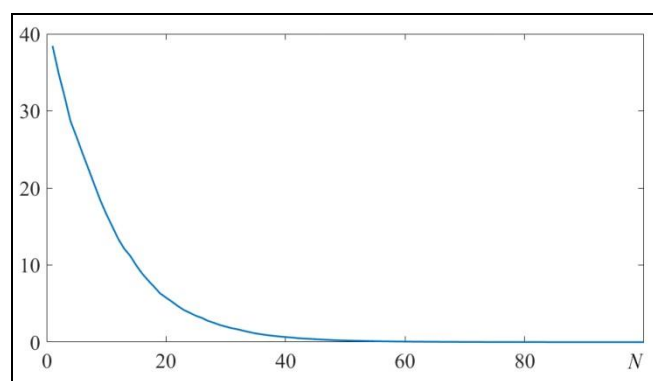


Рис. 4. Квадратичная ошибка идентификации параметров объекта при разомкнутом контуре

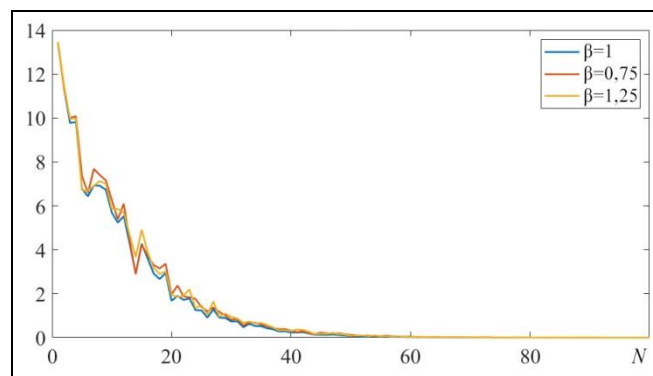


Рис. 5. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при замкнутом контуре

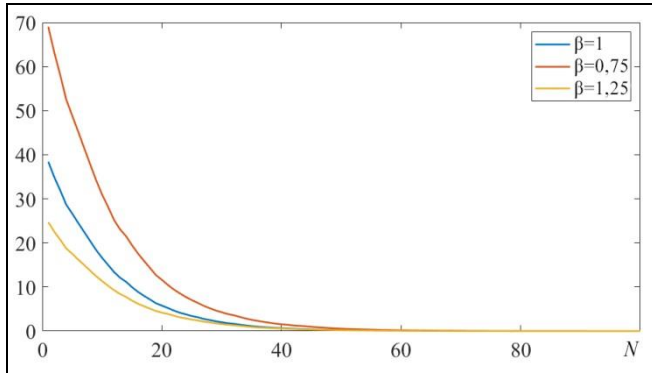


Рис. 6. Квадратичная ошибка идентификации параметров объекта при замкнутом контуре

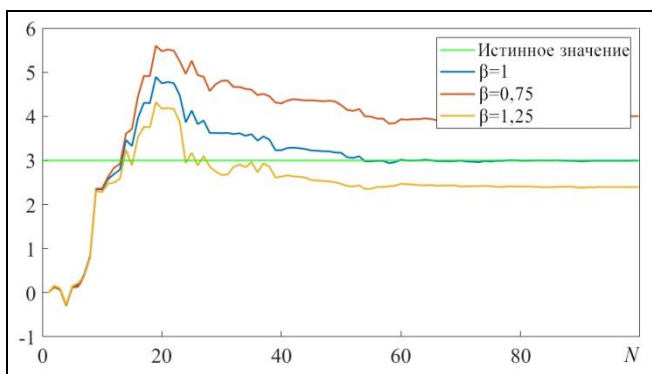


Рис. 7. Сходимость значения одного из параметров к параметру объекта

На рис. 8 показана корреляционная матрица, полученная по результатам моделирования в замкнутом контуре. Для расчета матрицы использовались все 100 реализаций. Как видно, в данной системе выход и управление статистически практически не связаны между собой. Связь выхода с входными возмущениями очень слабая (эта слабая связь возникла на этапе обучения системы). Таким образом, выход практически независим статистически от входных возмущений и управления (следствие хорошей стабилизации выхода) и наблюдается практически идеальная работа системы управления объектом по возмущению.

Отметим почти нулевое значение определителя матрицы  $-4 \cdot 10^{-15}$ , т. е. она вырождена. Однако это не мешает системе эффективно обучаться и одновременно управлять объектом.

Было проведено моделирование работы объекта в случае, когда значение одного из его параметров увеличивалось в 1,5 раза на 50-м шаге работы системы (была выбрана третья компонента вектора параметров объекта, значение которой максимально по модулю). Это было сделано для оценки возможности практически обученной системы отследить изменение параметра и вновь быстро стабилизировать выход.



Рис. 8. Корреляционная матрица

Как видно из рис. 9 и 10, система позволяет эффективно обрабатывать даже релейное и достаточно большое изменение параметра объекта, т. е. она может работать и с нестационарными объектами.

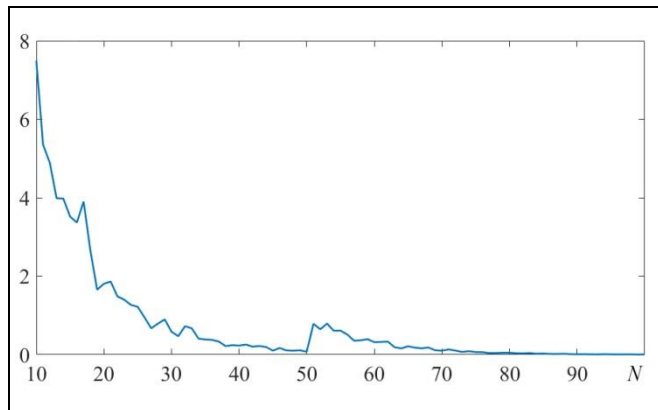


Рис. 9. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при увеличении значения одного из параметров в 1,5 раза

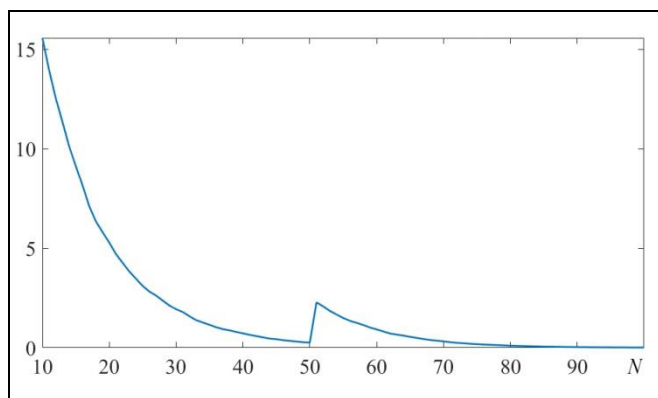


Рис. 10. Квадратичная ошибка идентификации параметров объекта при увеличении значения одного из параметров в 1,5 раза

Также было проведено моделирование работы объекта, когда значение параметра при управлении увеличивалось в 1,2 раза на 50-м шаге работы системы.

Как видно из рис. 11 и 12, система также позволяет эффективно обрабатывать релейное и достаточно большое изменение параметра объекта при управлении.

Наконец, было проведено моделирование работы объекта при наличии шумов измерений на выходе объекта. На выход объекта подавалась аддитивная помеха  $\varepsilon_N$ , представляющая собой случайную последовательность равномерно распределенных чисел на отрезке  $[-2; 2]$ . Дисперсия помехи равна 1,33. Дисперсия выхода разомкнутого объ-

екта равна 15, т. е. на выходе объекта действует помеха 8 %.

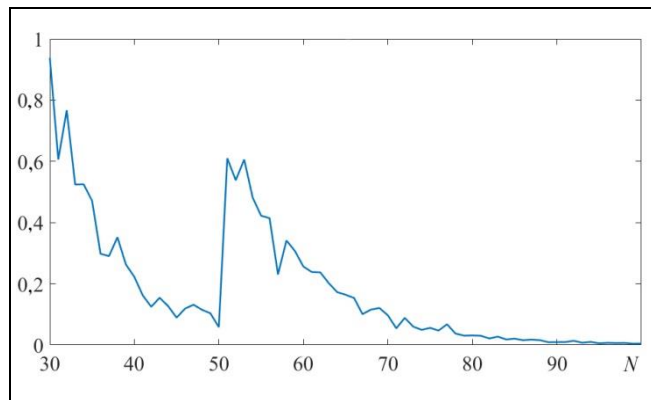


Рис. 11. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при увеличении значения параметра при управлении в 1,2 раза

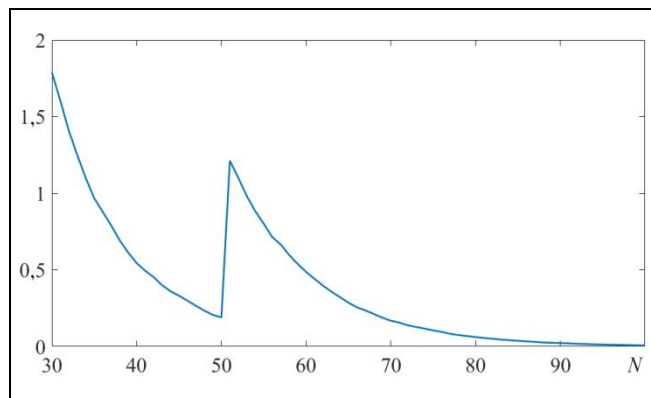


Рис. 12. Квадратичная ошибка идентификации параметров объекта при увеличении значения параметра при управлении в 1,2 раза

Рис. 13 и 14 демонстрируют эффективную работу объекта в условиях помех. Наилучший результат работы системы стабилизации достигается при наименьшем значении  $\beta$  (в данном случае  $\beta = 0,5$ ), как это и было показано в § 2. При этом дисперсия выхода после обучения системы примерно в два раза меньше дисперсии помехи, что говорит об эффективной работе системы в условия воздействия помехи на выход объекта.

Из рис. 13 и 14 также видно, что варьируя  $\beta$ , можно менять свойства алгоритма, выбирая между скоростью сходимости и помехоустойчивостью. Как менять  $\beta$  во время работы на произвольном шаге, описано в § 2.

Рис. 15 на примере одной из реализаций при  $\beta = 0,5$  также демонстрирует высокую эффективность работы алгоритма.

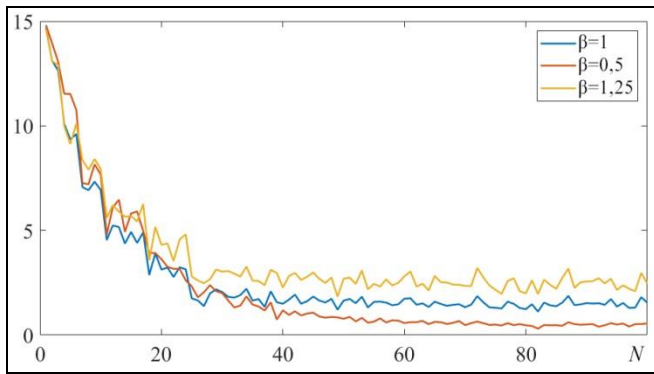


Рис. 13. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при воздействии помехи

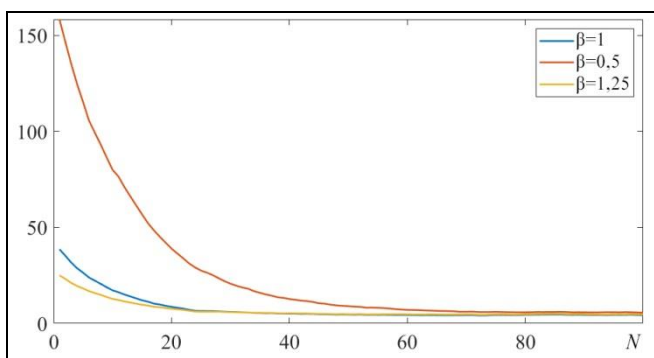


Рис. 14. Ошибка идентификации параметров объекта при воздействии помехи

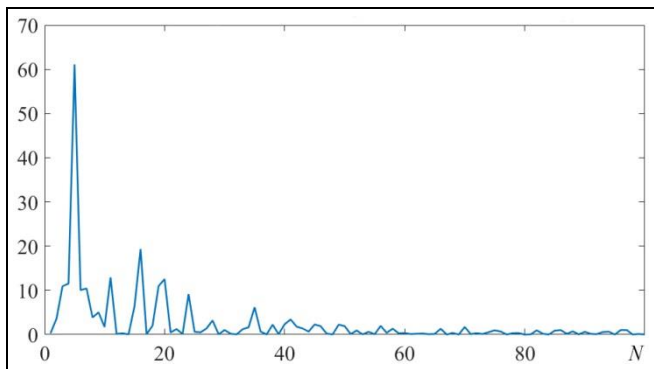


Рис. 15. Квадрат отклонения выхода объекта от нулевого значения при воздействии помехи и  $\beta = 0,5$  для одной из реализаций

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ методов и алгоритмов, применяемых при построении современных АСИ, показал, что в работе таких систем возникают сложности, связанные с тем, что управление статистически зависит от входных возмущений. Причём эта зависимость тем сильнее, чем лучше обучена система, в

связи с этим требуется найти компромисс между процессом обучения системы и процессом управления. Для этого применяются различные алгоритмы и методы управления и идентификации объекта.

В настоящей статье предложены алгоритмы идентификации и управления, которые одновременно решают и задачу идентификации, и задачу управления в системе управления линейным статическим объектом по возмущению (управление динамическими объектами в рамках данного подхода авторы планируют рассмотреть в будущих работах). Показано, что оценки, получаемые при помощи этих алгоритмов в условиях случайных входов, сходятся к параметрам объекта в среднеквадратическом, если корреляционная матрица входных переменных не вырождена и модуль отношения оценки параметра системы при управлении к параметру при управлении меньше 2, а ее знак совпадает со знаком параметра при управлении. Кроме того, данные алгоритмы могут применяться для слежения за изменяющимися во времени параметрами объекта. Оценена предельная точность стабилизации в системе при условии действия на систему статистически независимых одинаково распределённых входных возмущений и измерения выходной величины с аддитивной помехой.

Проведено численное моделирование, которое показало, что система на основе этих алгоритмов быстро обучается и эффективно поддерживает заданное значение выхода. Также моделирование показало, что эффективно обрабатываются даже скачкообразные изменения параметров объекта, включая параметр при управлении. И особо отметим, что система эффективно работает в условиях наличия аддитивной помехи на выходе объекта.

Применение предложенного алгоритма адаптации и регулятора порождает новый вид АСИ. Её принципиальное отличие состоит в том, что управление не передается в идентификатор, параметр системы при управлении в идентификаторе напрямую не оценивается (его значение оказывает влияние на оценки параметров системы при возмущениях), а регулятор вырабатывает управление только по значениям оценок параметров системы при возмущениях.

Применение рассмотренных алгоритмов в АСИ промышленными установками позволит существенно повысить их эффективность за счет уменьшения потерь на обучение системы, так как в этом случае не требуется применять специальные



виды управления для обучения. Опыт работы авторов с промышленными объектами говорит о том, что такие алгоритмы могут найти свое применение в нефтехимической промышленности и при производстве минеральных удобрений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Построение моделей процессов производства. М.: «Энергия», 1975. — 376 с. [Rajbman, N.S. and Chadeev, V.M. Identification of Industrial Processes: The Application of Computers in Research and Production Control / translated by F.W. Gerretsen, and edited by P. Eykhoff. — Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1980.]
2. Bakhtadze, N., Yadikin, I. Discrete Predictive Models for Stability Analysis of Power Supply Systems // Mathematics. — 2020. — Vol. 8, no.11. — Art. no. 1943.
3. Данилов Ф.А., Имедадзе В.В., Клемперт Е.Д. и др. Адаптивное управление точностью прокатки труб / под общ. ред. Ф.А. Данилова, Н.С. Райбмана. — М.: Metallurgia, 1980. [Danilov F.A., Imedadze V.V., Klempert E.D., et al. Adaptivnoye upravlenie tochnost'yu prokatki trub / pod obshch. red. F.A. Danilova, N.S. Rajbmana. — М.: Metallurgiya, 1980. (In Russian)]
4. Бахтадзе Н.Н., Лотоцкий В.А., Максимов Е.М., Максимова Н.Е. Интеллектуальные алгоритмы идентификации состояния энергообъектов // Информационные технологии и вычислительные системы. — 2011. — № 3. — С. 45–50. [Bakhtadze, N.N., Lototsky, V.A., Maximov, E.M., Maximova, N.E. Intelligent Algorithms of Power Grids State Identification // Journal of Information Technologies and Computing Systems. — 2011. — No. 3. — P. 45–50. (In Russian)]
5. Bakhtadze, N., Lototsky, V. Knowledge-Based Models of Nonlinear Systems Based on Inductive Learning // In: New Frontiers in Information and Production Systems Modelling and Analysis. Incentive Mechanisms, Competence Management, Knowledge-based Production. Ed. by P. Rózewski, D. Novikov, N. Bakhtadze, and O. Zaikin. — Cham: Springer, 2016. — Rózewski, P., Novikov, D., Bakhtadze, N., and Zaikin, O., Eds., Cham: Springer. — Vol. 98. — P. 85–104.
6. Bakhtadze, N., Chereshko, A., Elpashev, D., et al. Associative Model Predictive Control // IFAC PapersOnLine. — 2023. — Vol. 56, no. 2. — P. 7330–7334.
7. Чадеев В.М., Туманов Н.А., Туманов Д.Н. и др. Нелинейный динамический прогнозатор. Результаты экспериментальной проверки на линии «Аммофос-2» ОАО // Тезисы докладов Междунар. конференции «Идентификация систем и задачи управления (SICPRO'04)». — Москва, 2004. — С. 49. [Chadeev, V.M., Tumanov, N.A., Tumanov D.N., et al. Nonlinear Dynamic Predictor. The Experimental Testing Results for “Аmmophos-2” Line at “Voskresensk Mineral Fertilizers”, Inc. // Proceedings of the 3rd International Conference “System Identification and Control Problems” (SICPRO'04). — Moscow, 2004. — P. 49. (In Russian)]
8. Фельдбаум А.А. Теория дуального управления. I // Автоматика и телемеханика. — 1960. — Т. 21, № 9. — С. 1240–1249. [Feldbaum, A.A. Dual Control Theory. I // Avtomatika i Telemekhanika. — 1960. — Vol. 21, no 9. — P. 1240–1249. (In Russian)]
9. Görges, D. Relations between Model Predictive Control and Reinforcement Learning // IFAC Papers OnLine. — 2017. — Vol. 50, no. 1. — P. 4920–4928.
10. Balakrishnan, S.N., Ding, J., and Lewis, F.L. Issues on Stability of ADP Feedback Controllers for Dynamical Systems // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B (Cybernetics). — 2008. — Vol. 38, no. 4. — P. 913–917.
11. Liu, F., Sun, J., Si, J., et al. A Boundedness Result for the Direct Heuristic Dynamic Programming // Neural Networks. — 2012. — Vol. 32. — P. 229–235.
12. Sokolov, Y. and Kozma, R. Improved Stability Criteria of ADP Control for Efficient Context-Aware Decision Support Systems // Proceedings of the 2013 International Joint Conference on Awareness Science and Technology and Ubi-Media Computing. — Aizuwakamatsu, Japan, 2013. — P. 41–47.
13. Jiang, Y. and Jiang, Z.P. Robust Adaptive Dynamic Programming and Feedback Stabilization of Nonlinear Systems // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. — 2014. — Vol. 25, no. 5. — P. 882–893.
14. Chen, H.F. Recursive System Identification and Adaptive Control by Use of the Modified Least Squares Algorithm // SIAM J. Control and Optimization. — 1984. — Vol. 22, no. 5. — P. 758–776.
15. Gevers, M. Identification for Control: From the Early Achievements to the Revival of Experiment Design // European Journal of Control. — 2005. — Vol. 11, no. 4–5. — P. 335–352.
16. Goodwin, G.C., Sin, K.S. Adaptive Filtering: Prediction and Control. 1st ed. — Hoboken: Prentice Hall, 1984.
17. Sastry, S., Boston, M. Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness. — Hoboken: Prentice Hall, 1994.
18. Stefanovic, M., Wang, R., Safonov, M.G. Stability and Convergence in Adaptive Systems // Proceedings of American Control Conference. — Boston, MA, 2004. — DOI: 10.23919/ACC.2004.1386862
19. Штейнберг Ш.Е., Залуцкий И.Е. Адаптация стандартных регуляторов к условиям эксплуатации в промышленных системах регулирования // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2003. — № 4. — С. 11–14. [Shteynberg, Sh.E., Zaluckiy, I.E. Adaptatsiya standartnykh regulyatorov k usloviyam ekspluatatsii v promyshlennykh sistemah regulirovaniya // Industrial Automatic Control Systems and Controllers. — 2003. — No. 4. — S. 11–14. (In Russian)]
20. Ротач В.Я. Адаптация в системах управления технологическими процессами // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2005. — № 1. — С. 4–10. [Rotach, V.Ya. Adaptation in Process Control Systems // Industrial Automatic Control Systems and Controllers. — 2005. — No. 1. — P. 4–10. (In Russian)]
21. Penrose, R. A Generalized Inverse for Matrices // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1955. — Vol. 51. — P. 406–413.
22. Moore, E. On the Reciprocal of the General Algebraic Matrix // Bulletin of the American Mathematical Society. — 1920. — Vol. 26. — P. 394–395.
23. Albert, A. Regression and the Moore–Penrose Pseudoinverse. — New York-London: Academic Press, 1972. 180 p.
24. Климченко В.В., Самотылова С.А., Торгашов А.Ю. Обратная связь в прогнозирующей модели реакционно-ректификационного технологического процесса // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2019. — № 4. — С. 144–155. [Klimchenko, V.V., Samotylova, S.A., Torgashov, A.Y. Feedback in a Predictive Model of a Reactive Distillation Pro-

cess // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2019. – Vol. 58, no. 4. – P. 637–647.]

25. Luo, X. A Constrained Recursive Adaptive Predictive Control Method with Lagrange Polynomials // Modelling and Simulation in Engineering. – 2025. – Vol. 2025. – Art. no. 5824720.
26. Bamimore, A., Akomolafe, D.A., Asubiario, P.J., Osunleke, A.S. A Comparison of Two Methods of Adaptive Nonlinear Model Predictive Control // IFAC PapersOnLine. – 2024. – Vol. 58, no. 25. – P. 90–95.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д. А. Новиковым.*

*Поступила в редакцию 25.11.2025,  
после доработки 22.01.2026.  
Принята к публикации 18.02.2026.*

**Максимов Евгений Михайлович** – канд. техн. наук,  
✉ maxfone@yandex.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9561-8801>

**Максимова Наталья Евгеньевна** – канд. техн. наук,  
✉ natalya\_maximova@mail.ru  
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7417-4711>

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,  
г. Москва

© 2026 г. Максимов Е. М., Максимова Н. Е.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## ALGORITHMS FOR SOLVING THE JOINT IDENTIFICATION AND CONTROL PROBLEM FOR ADAPTIVE SYSTEMS

E. M. Maximov\* and N. E. Maximova\*\*

\*\*\*Тrapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

\*✉ maxfone@yandex.ru, \*\*✉ natalya\_maximova@mail.ru

**Abstract.** When designing adaptive control systems with an identifier (ASI), one faces challenges due to the statistical dependence of control signals on input disturbances. This dependence is stronger for better-trained systems. (Here, training means the process of model building.) Different methods and algorithms are used to identify and control a given plant by finding a trade-off between system training and control. The identification and control algorithms proposed in this paper solve both identification and disturbance control problems for a linear plant. In the case of random input disturbances, the parameter estimates yielded by these algorithms are shown to converge in mean square to the plant's parameters under the following conditions: the correlation matrix of the input disturbances is nonsingular; the ratio of the control parameter estimate to its real value is less than 2 by magnitude, and this estimate has the same sign as the control parameter. The algorithms can be used to track the time-varying parameters of the plant. The application of these algorithms generates a disturbance control system of a new kind. This system has several distinctive features: the control signal is not transmitted to the identifier; the control parameter is not directly estimated by the identifier (its value affects the estimates of the system parameters at the input disturbances); and the controller produces the control signal only based on the estimates of the system parameters at the input disturbances.

**Keywords:** identification, adaptive algorithm, adaptive control system with identifier (ASI), disturbance control, stabilization, the degeneracy problem of a correlation matrix.