

УПРАВЛЕНИЕ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНЫМИ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И НЕСТАЦИОНАРНОСТИ¹

Ч. I. Нормативная модель

А.С. Мандель

Рассмотрена проблема управления многономенклатурными складскими запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Идея решения базируется на том, что в условиях нестационарности и отсутствия достоверной информации о статистических характеристиках спроса практическое решение задачи управления многономенклатурными запасами должно опираться на многоэтапную процедуру, суть которой заключается в том, что на первых этапах выделяются тренды, включающие в себя и сезонные компоненты спроса, а затем на основе выделенных трендов решается детерминированная многономенклатурная задача управления запасами. На последующих этапах исследуется решение проблемы формирования дополнительных заказов на пополнение запасов (страховых запасов) в целях компенсации случайных отклонений спроса от выделенных трендов (рассмотрена в ч. II).

Ключевые слова: управление запасами, условия неопределенности, нестационарность, классификация запасов, прогнозирование, экспертно-статистический подход, метод аналогов.

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 1960-х гг., в научной литературе обозначились, иногда «захлестывая» друг друга, две «волны» публикаций по решению задач управления запасами. Первая — эконометрическая, точнее, классически экономистская «волна» (см. например, многократно переиздававшуюся книгу [1]), основная идея которой сводилась к тому, что при управлении запасами следует различать *производственные, нормативные* (синонимов не счесть) компоненты запасов, которые подсчитывались в предположении детерминированности процессов снабжения, и различные виды *страховых* запасов, предназначенных для компенсации «ненормативных» отклонений, связанных с возможными случайными возмущениями (спроса, времени поставок и пр.). Назовем это направление исследований практическим.

Во второй, постепенно ставшей преобладающей волне публикаций — теоретико-управленческой (см., например, книгу [2]) никакого формаль-

ного различия между детерминированными и стохастически ориентированными составляющими запасов не делалось. Вместо этого для выбора оптимальных по критериям типа критерия минимума суммарных средних затрат на период планирования стратегий управления запасами (а стало быть, и размеров запасов) стали напрямую использоваться вероятностные модели. Это направление будем в дальнейшем именовать теоретическим (что вовсе не означает отсутствие примеров внедрения полученных в этом направлении теоретических результатов).

К 1980—1990-м гг. в связи с массовой разработкой систем управления, в том числе и систем управления запасами, способных действовать в условиях неопределенности, когда априори неизвестны статистические характеристики наблюдаемых случайных процессов (например, спроса), а собираемые в процессе эксплуатации системы данные могут быть неполны и содержать ошибки, обозначился подлинный триумф теоретико-управленческого подхода [3].

Однако относительно недавно было показано [4, 5] что этот «триумф» скорее всего, иллюзорен. Дело в том, что базовые предположения, заложенные в классические модели теории управления

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-07-00195-а).

запасами — стационарность спроса, наличие «хороших» оценок вероятностных распределений, отсутствие межмоментальной и временной корреляций и др. — на практике, как правило, не выполняются, а если и выполняются, то весьма приближенно. Это, безусловно, не умаляет значения важных теоретических результатов (от формулы Уилсона до многоуровневых стратегий управления запасами) и нового понимания сути законов управления запасами, которые были сформированы на базе моделей и методов, разработанных в рамках теоретико-управленческого подхода. Эти модели и методы позволили качественно осознать характер оптимальных или близких к оптимальным процессов управления запасами. Однако непосредственная практическая применимость большинства полученных теоретических результатов оставалась под вопросом.

В данной работе в развитие результатов работ [4—6] сделана попытка продвинуть теорию управления запасами в сторону потенциальных массовых приложений благодаря объединению взаимных преимуществ и собственных достоинств теоретико-управленческого и эконометрического подходов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача управления многономенклатурными запасами в условиях возможной нестационарности спроса и в отсутствии достоверной информации о статистических характеристиках спроса на интервале планирования $[t, T + t]$, $t \ll T$. В дальнейшем будем считать время дискретным, так что T и t являются натуральными числами. Пусть I — число различных товаров, хранящихся на складе, и для каждого из них в базе данных системы управления хранится информация о достаточно длительных наблюдениях за изменением уровня спроса на них, т. е. заданы реализации процессов изменения спроса на различные товары в прошлом $\{z_i(\tau), t'_i \leq \tau \leq t''_i, 0 \leq t'_i < t''_i \leq t$, для некоторых $i \in \overline{1, I}\}$. В последнем выражении появление границ t'_i и t''_i и оговорка «для некоторых $i \in \overline{1, I}$ » связана с предположением о том, что ассортимент хранимых на складе товаров со временем меняется, поэтому длины наблюдаемых отрезков предисторий изменения спроса для разных товаров могут быть различными, а по некоторым видам товаров (например, новых) наблюдения просто отсутствуют. Требуется выбрать моменты и размеры пополнений запасов по всем наименованиям хранящихся на складе товаров так, чтобы минимизировать средние суммарные затраты складской системы в интервале планирования $[t, T + t]$. При этом в суммарных затратах учитываются из-

держки содержания запасов, издержки вследствие дефицита товаров и затраты на пополнение запасов. Соответствующие компоненты затрат будут формализованы далее.

2. МНОГОЭТАПНАЯ ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ

Учитывая нестационарность, проявляющуюся, прежде всего, в том, что статистические характеристики со временем «плывут», представляется естественным сначала выделить тренды изменения спроса, в которых была бы учтена предистория изменения спроса на все виды товаров, и решить на базе этих трендов детерминированную задачу управления многономенклатурными запасами. В этом случае реальный спрос на каждый из товаров заменяется сформированным в результате обработки предистории трендом. И только на следующих этапах рассматривается вопрос о формировании дополнительных заказов, рассчитанных на то, чтобы компенсировать случайные отклонения от выделенных трендов. Соответствующую задачу мы назовем задачей создания «страховых» запасов и управления ими. Как и для любой многономенклатурной проблемы управления запасами, решение рассматриваемой проблемы начинается с разбиения всего множества товаров на три группы по ABC-схеме.

2.1. Классификация товаров по ABC-методу

Важным инструментом практического решения задач управления многономенклатурными запасами и задач логистики выступает так называемый ABC-анализ. Его суть состоит в том, чтобы разбить все множество видов товаров на несколько групп (как правило, три) так, чтобы в группу А вошло относительно небольшое число наиболее значимых в стоимостном выражении наименований товара, в группу В — среднее число «средних» по цене товаров, а в группу С — все оставшиеся товары. В конечном счете, в группе А оказывается от 5 до 10 % товаров, стоимость которых в суммарном обороте составляет 40—70 % общей суммы средств, вложенных в запасы, в группу В включается 15—30 % товаров общей стоимостью от 15 до 25 % затраченных средств, а в группу С — примерно 65—80 % процентов наименований товаров, причем таких, что в суммарном стоимостном выражении их доля составляет в общей сумме средств от 5 до 15 %. Отыскание хорошего решения задачи ABC-анализа оказывает большое влияние на эффективность функционирования автоматизированных систем управления снабжением, поскольку позволяет дифференцированно применять различные схемы и алгоритмы сбора и обработки данных и управления запасами товаров, принадлежащих в разным группам, — от наиболее времяемких и дорогостоя-

Результаты ABC-анализа

| | | | |
|--|--------|--------|--------|
| Суммарный доход от всех видов товара, тыс. у. е. | 67 476 | | |
| Общее число товаров | 18111 | | |
| Группы | A | B | C |
| Суммарный доход от группы, тыс. у. е. | 27 296 | 29 844 | 10 336 |
| Суммарный доход от группы, % | 40 | 44 | 15 |
| Число объектов в группе | 600 | 3000 | 14 511 |
| Число объектов в группе, % | 3 | 17 | 80 |

ящих для группы А до самых непритязательных и дешевых для группы С.

Для решения задачи ABC-классификации товаров применяются самые разные методы — от чисто эмпирических до хорошо формализованных (кластеризация, автоматическая классификация, метод k -средних и др.). Ограничимся здесь ссылкой на работу [7], в которой сравниваются эффективности различных методов классификации при ABC-анализе, и приведем достаточно неожиданную таблицу результатов, полученных при разбиении по ABC-методу продукции, реализуемой одной из крупных российских компаний².

2.2. Прогнозирование трендов

В достаточно общем случае временные ряды $\{z_i(\tau), t'_i \leq \tau \leq t''_i, 0 \leq t'_i < t''_i \leq t, \text{ для некоторых } i \in \overline{1, I}\}$ могут быть представлены суммой трех (иногда считается, что четырех) составляющих:

— систематическая составляющая — тренд (демонстрирует основную тенденцию, характер изменения явления во времени);

— относительно плавные колебания в окрестности тренда, которые происходят с большей или меньшей регулярностью (и в частности, эффект сезонности, иногда рассматривающийся как отдельная составляющая);

— случайные колебания (говорят также о несистематических или нерегулярных колебаниях).

Традиционно статистические методы прогнозирования временных рядов в большинстве своем сводятся к разложению последовательности результатов наблюдений на отдельные составляющие, к прогнозированию каждой составляющей и к последующему объединению построенных отдельно прогнозов [8]. В контексте данной статьи для каждого вида товара под трендом понимается сумма двух компонент временного ряда: собственно тренда (пункт 1) и сезонной компоненты (пункт 2).

В том случае, когда для рассматриваемого вида товара с номером $i \in \overline{1, I}$ имеется довольно длин-

ная предыстория $\{z_i(\tau), t'_i \leq \tau \leq t''_i, t''_i - t'_i \gg T\}$, для идентификации тренда можно воспользоваться любой из известных статистических процедур [8].

Если достаточно полные данные о прошлых значениях спроса отсутствуют (в том частном случае, когда на рынок выводятся новые товары, предыстории спроса нет вообще), наиболее целесообразным инструментом выявления трендов представляется экспертно-статистический подход и разработанный в его рамках метод аналогов [9, 10].

Суть метода аналогов заключается в том, что к решению проблемы прогнозирования подключаются эксперты и участие экспертов в ее решении базируется на выделении ими аналогов прогнозируемого процесса из числа ранее наблюдавшихся объектов. Предполагается, что по ранее наблюдавшимся процессам имеется достаточно представительная статистическая информация, которая может быть использована наряду с весьма ограниченным статистическим материалом, касающимся непосредственно прогнозируемого процесса.

В результате взаимодействия эксперта с экспертно-статистической системой прогнозирования формируется множество Z аналогов рассматриваемого объекта прогнозирования. Для данного множества аналогов в базе данных этой системы прогнозирования содержится информация о «полных», т. е. представленных гораздо более длинными временными рядами реализациях процесса функционирования объектов-аналогов. Эта информация представляет собой набор $\{z_k(t), k \in Z, t = 0, 1, 2, \dots, N_k\}$, где $N_k \gg T$. Кроме того, заданы также множества значений коэффициентов похожести $\{l_k(t), k \in Z\}$ и коэффициентов масштаба $\{s_k(t), k \in Z\}$.

Теперь для вычисления прогноза значений временного ряда объекта прогнозирования в моменты времени $n, n > N$, можно воспользоваться следующей формулой:

$$\hat{y}(t) = \frac{1}{L} \sum_{k \in Z} l_k s_k z_k(t),$$

где $L = \sum_{k \in Z} l_k$.

Если окончательное решение о прогнозе выбирается лицом, принимающим решения (ЛПР), на основании значений прогнозов $\{\hat{y}_m(t), m = 1, M\}$, полученных m независимыми экспертами, то окончательный вариант прогноза дается следующим соотношением:

$$\hat{y}(t) = \frac{\sum_{m=1}^M K_{\text{дов}}^{(m)} \hat{y}_m(t)}{\sum_{m=1}^M K_{\text{дов}}^{(m)}},$$

² Таблица построена А.С. Коноваловым.

где $K_{\text{дов}}^{(m)}$ — коэффициент доверия ЛПР к прогнозам m -го эксперта. Этот коэффициент, в принципе, может со временем изменяться (см., например, работу [9]), где выбираемые значения коэффициентов доверия обусловлены предысторией предыдущих прогностических действий каждого из экспертов).

В результате для всех видов товаров на этом этапе формируется набор прогнозов трендов $\{\hat{y}_i(\tau), t \leq \tau \leq T + t, \forall i \in \overline{1, I}\}$.

2.3. Задача управления запасами по трендам

Сформированный в соответствии со схемой п. 2.2 набор трендов $\{\hat{y}_i(\tau), t \leq \tau \leq T + t, \forall i \in \overline{1, I}\}$ становится исходной информацией для детерминированной задачи управления многономенклатурными запасами в периоде планирования $[t, T + t]$. В дальнейшем для упрощения записи этот период будем обозначать через $[0, T]$, выбирая в качестве начала отсчета времени начало периода планирования. Будем также считать, что по всем видам товаров период запаздывания поставки (время от момента подачи заказа до его получения складом) пренебрежимо мало.

Начнем с одномерной задачи. Итак, в периоде планирования задан детерминированный график изменения спроса на товар $\{\hat{z}_i(t), 0 \leq t \leq T\}$. Издержки, связанные с поставками (пополнениями запасов), задаются двумя компонентами — фиксированной стоимостью подачи заказа A и стоимость одной единицы поступающего на склад товара c . Пусть $x(t)$ — уровень запасов на складе в момент времени t и

$$x^+(t) = \begin{cases} x(t), & \text{если } x(t) > 0, \\ 0, & \text{если } x(t) \leq 0, \end{cases}$$

а

$$x^-(t) = \begin{cases} -x(t), & \text{если } x(t) < 0, \\ 0, & \text{если } x(t) \geq 0. \end{cases}$$

Тогда, если удельные затраты на хранение продукции (стоимость хранения единицы продукции в единицу времени) равны h , а удельные издержки вследствие дефицита (финансовые потери от существования единичного дефицита в течение одной единицы времени) равны d , то суммарные затраты системы управления запасами в периоде планирования при условии, что в моменты времени $t_k, k = 1, 2, \dots, K$, такие, что $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_K < T$, были поданы заказы размера $u_k, k = 1, 2, \dots, K$, а начальный запас (в момент времени $t = 0$) был равен

$x(0) = x_0$, суммарные затраты в периоде планирования составят

$$D(x_0; u_1, t_1; u_2, t_2; \dots; u_K, t_K) = KA + c \sum_{k=1}^K u_k + h \int_0^T x^+(t) dt + d \int_0^T x^-(t) dt, \quad (1)$$

где траектория изменения уровня запаса $x(t)$ рассчитывается по формуле

$$x(t) = x_0 + \sum_{k: t_k \leq t} u_k - \int_0^t \hat{z}_i(t) dt.$$

В общем виде задача минимизации функционала (1) посредством выбора значений $x_0; u_1, t_1; u_2, t_2; \dots; u_K, t_K$ решена (в разных вариациях постановки) в работах [11, 12]. В частном случае, когда спрос постоянен: $\hat{z}_i(t) = \lambda = \text{const}$, — ответом является знаменитая, известная с 1915 г., формула Уилсона (она же — формула Харриса, формула квадратного корня, есть и несколько других наименований), см., например, книги [1, 11].

Существенное и, прежде всего, методологическое обобщение формулы Уилсона на случай многономенклатурной задачи управления запасами предложено в работе [13]. В развитие этой работы один из ее авторов рассмотрел общий случай функций изменения спроса $\{\hat{z}_i(\tau), 0 \leq \tau \leq T, \forall i \in \overline{1, I}\}$, воспользовавшись популярной в теории идентификации идеей кусочной аппроксимации [14]. В работе [15], которая публикуется в этом же номере журнала «Проблемы управления», осуществлена кусочно-линейная аппроксимация произвольных функций изменения спроса и доказан ряд теорем, которые позволили свести общую задачу управления многономенклатурными запасами к использованию видоизмененной формулы Уилсона. Сначала осуществляется разбиение множества всех товаров по ABC-методу (см. п. 2.1 настоящей статьи) и для товаров групп А и В решается многономенклатурная задача управления запасами, все параметры которой получают в дополнение индекс номера товара $i \in \overline{1, I}: A_i, c_i, h_i$ и d_i . В плане оптимизации (в данном случае, минимизации затрат) существенный интерес и возможность заметного выигрыша представляют группы товаров А и В. В работе [15] учитываются также дополнительные технологические ограничения, которые, в частности, формализуют желание управленцев склада обеспечить возможность достаточно ритмичной и бесперебойной деятельности. Отсюда вытекает, что для товаров групп А и В желательно выбрать один и тот же (для каждой из групп в отдельности — свой) интервал времени между соседними во времени поставками — период поставки. Причем важность для склада товаров группы А подчерки-



вается тем, что для всех товаров с номерами i из группы А полагается $d_i = \infty$ (т. е. их дефицит полностью исключается)³. Результатом решения задачи этого раздела становятся значения интервалов между соседними во времени поставками T_A и T_B , а также и размеры поставок $u_1^{(i)}, u_2^{(i)}, \dots, u_{N_A}^{(i)}$, $\forall i \in A$, товаров группы А в моменты времени $0, T_A, 2T_A, \dots, (N_A - 1)T_A$, и размеры поставок $u_1^{(i)}, u_2^{(i)}, \dots, u_{N_B}^{(i)}$, $\forall i \in B$, товаров группы В в моменты времени $0, T_B, 2T_B, \dots, (N_B - 1)T_B$, где считается, что длина периода планирования T кратна периоду поставки T_A для группы А с коэффициентом N_A и периоду поставки T_B для группы В с коэффициентом N_B . В результате задача управления дополнительными поставками в целях компенсации случайных возмущений спроса (управления страховыми запасами) для товаров из групп А и В становится задачей управления запасами с периодическим контролем состояния запасов и дискретным временем $n, n = 0, 1, 2, \dots, N$ [2]. В зависимости от группы величина N может принимать значения N_A и N_B . В силу особой сложности этой задачи ей посвящается часть II настоящей работы, которая, предположительно, будет опубликована в следующем номере журнала «Проблемы управления».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен общий подход к решению задач управления многономенклатурными запасами в условиях неопределенности и нестационарности. Предложена многоэтапная процедура решения задачи, суть которой заключается в том, что на первых этапах выделяются тренды, включающие в себя и сезонные компоненты спроса, классифицируются виды товаров по АВС-методу, а затем на основе выделенных трендов решается детерминированная многономенклатурная задача управления запасами. На последующих этапах исследуется проблема формирования дополнительных заказов на пополнение запасов в целях компенсации случайных отклонений спроса от выделенных трендов (ч. II настоящей работы, которая находится в редакционном портфеле журнала «Проблемы управления»).

Проанализированы существующие подходы к классификации хранящихся на складе видов товаров (АВС-метод) с использованием различных средств классификации (кластеризация, автоматическая классификация, метод k -средних).

³ Напомним, что здесь рассматривается детерминированная задача управления.

Разработаны алгоритмы прогнозирования спроса, основанные на применении средств экспертно-статистической обработки информации и, в частности, на новых модификациях метода аналогов.

Выбраны модели и построены алгоритмы управления запасами по наблюдаемым трендам спроса, опирающиеся на известные и вновь разработанные методы управления запасами с использованием детерминированных математических моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фасоляк Н.Д. Управление производственными запасами. — М.: Экономика, 1971. — 272 с.
2. Хедли Д., Уайтин Т. Анализ систем управления запасами. — М.: Наука, 1969. — 512 с.
3. Лотоцкий В.А., Мандель А.С. Модели и методы управления запасами. — М.: Наука, 1991. — 190 с.
4. Мандель А.С. О парадигмах решения задач управления в условиях неопределенности // Материалы конференции ТАС — 2009, Москва, 2009 / ИПУ РАН. — М., 2009. — Т. 1. — С. 275—279.
5. Новые модели в задачах управления запасами и производством в условиях нестационарности и стохастичности процессов среды функционирования / А.С. Коновалов, В.А. Лапин, А.С. Мандель, И.И. Барладян // Матер. четвертой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2010», 4—6 октября 2010 г., Москва, ИПУ РАН. — М., 2010. — Т. 2. — С. 187—189.
6. Mandel A. Models and algorithms of inventory control in case of uncertainty // Preprints of 13th IFAC Symp. on Information Control Problems in Manufacturing (ICS RAS). — Moscow, 2009. — P. 223—228.
7. Коновалов А.С., Барладян И.И., Токмакова А.Б. Сравнительный анализ эффективности различных методов кластеризации в задачах предпроектного обследования автоматизируемых систем управления снабжением и логистики // Теория активных систем. Тр. Междунар. науч.-практ. конф., 17—19 ноября 2009 г., Москва / ИПУ РАН. — М., 2009. — Т. 1 — С. 255—259.
8. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. — М.: Мир, 1974. — 288 с.
9. Беляков А.Г., Мандель А.С. Предсказание временных рядов на основе метода аналогов (элементы теории экспертно-статистических систем). — М.: ИПУ РАН, 2002. — 60 с.
10. Мандель А.С. Метод аналогов в прогнозировании коротких временных рядов: экспертно-статистический подход // Автоматика и телемеханика. — 2004. — № 5. — С. 143—152.
11. Хэнсмени Ф. Применение математических методов в управлении производством и запасами. — М.: Прогресс, 1966. — 276 с.
12. Лотоцкий В.А., Мандель А.С. Методы управления запасами в АСУП. — М.: ИПУ РАН, 1975. — 64 с.
13. Калинин Н.А., Хоботов Е.Н. Модели управления многопродуктовыми запасами при постоянном спросе // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 9. — С. 156—169.
14. Касавин А.Д. Адаптивные алгоритмы кусочной аппроксимации в задаче идентификации // Там же. — 1972. — № 12.
15. Хоботов Е.Н. Применение кусочно-линейной аппроксимации функций расхода для построения методов управления запасами // Проблемы управления. — 2011. — № 6. — С. 38—46.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Дорофеюком.

Мандель Александр Соломонович — д-р техн. наук, зав. лабораторией, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва, ☎ (495) 334-88-41, ✉ manfoon@ipu.ru.