

ПРИМЕНЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ И СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАМЕНЫ ОБОРУДОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

О.В. Логиновский, Я.Д. Гельруд, А.В. Голлай

Аннотация. Отмечено, что решение проблемы рационального использования оборудования и его замены — одно из ключевых направлений повышения эффективности промышленных предприятий в современных условиях. Описаны стохастические и детерминированные модели, позволяющие принимать решения по замене оборудования на основе языка сетевого моделирования и алгоритмов динамического программирования. Предложен обобщающий алгоритм замены оборудования и показана важность учета фактора неопределенности при решении задач данного класса. Полученные результаты могут быть использованы при построении оптимальной стратегии замены оборудования на промышленном предприятии. Предлагаемые алгоритмы могут стать составной частью математического обеспечения информационно-аналитических систем промышленных предприятий.

Ключевые слова: оборудование, замена оборудования, инвестиции, инвестиционная политика, динамическое программирование, стратегия, моделирование, стохастическое моделирование, сетевое моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем повышения эффективности управления промышленными предприятиями в современных условиях становится оценка затрат на замену и ремонт оборудования в динамике. Это обусловлено тем, что как капитальный, так и текущий ремонт оборудования, а также его замена, связаны со значительными финансовыми, материальными и трудовыми затратами. Выбор нерациональной, экономически необоснованной стратегии замены оборудования может привести к излишним затратам и в конце концов к снижению конкурентоспособности предприятия [1]. Кроме того, простой оборудования существенным образом влияют на размеры недополученной прибыли. Чрезмерное развитие на промышленных предприятиях различного рода подразделений, выполняющих работы по оценке состояния, профилактике и ремонту оборудования, зачастую связано с большими расходами на содержание этих подразделений, а попытки использовать в произ-

водствах морально и физически устаревшего оборудования естественным образом затягивают переход предприятия на технологии более современных технологических укладов. Это может приводить к резкому отставанию предприятия от своих конкурентов в производстве продукции, отвечающих требованиям и потребностям современного рынка.

Как известно, основой любого промышленного предприятия является его производственная база, состоящая из машин и оборудования, применяемых для выпуска продукции. Проблема их своевременной замены и модернизации становится стратегической.

Оборудование промышленных предприятий можно разделить на два типа, которые различаются по способам оценки возможности и целесообразности его замены.

Первый тип. Оборудование, которое физически устаревает в процессе эксплуатации и его производительность уменьшается в результате износа. Сюда же относится оборудование, которое устаревает морально в связи с появлением новой более производительной техники и технологий, обеспе-



чивающих более высокое качество выпускаемой продукции. Ключевая особенность оборудования этого типа состоит в снижении производительности, например, из-за увеличения времени ремонта, количества отказов и т. п., и, как следствие, в снижении прибыли предприятия. Критерием принятия решения о замене оборудования этого типа может быть превышение экономического эффекта от вновь приобретенного оборудования по сравнению с его стоимостью за весь срок эксплуатации.

Второй тип. Оборудование, имеющее неопределенный (случайный) срок службы, например, нагреватели, лампы и т. п. Критерием принятия решения о замене оборудования этого типа может быть минимизация общих расходов. Так, если мы заменяем оборудование только после его поломки, расходы, связанные с простоями, увеличиваются, но в то же время затраты на модернизацию сводятся к минимуму. Замена оборудования до его поломки ведет к повышенным расходам, но снижается стоимость ремонтных работ, вызванных отказом оборудования.

При решении задачи замены оборудования первого типа (со снижающейся производительностью) можно воспользоваться детерминированными моделями. Основой же принятия решения о замене предприятия оборудования второго типа (со случайным сроком эксплуатации) должен служить закон распределения вероятностей отказа оборудования в зависимости от срока его обслуживания, и решать подобные задачи необходимо с помощью методов математической статистики.

Модели и методы решения задач замены оборудования рассматривались в ряде публикаций [2–13]. Приведем обобщающий алгоритм решения задачи замены оборудования.

1. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ЗАМЕНЫ ОБОРУДОВАНИЯ

1.1. Сетевая модель

Рассмотрим решение задачи о замене оборудования с помощью сетевого моделирования. Под сетью понимается направленный граф, вершины которого соответствуют состояниям некоторой системы (событиям), а ветви — переходам из одного состояния в другое. Предположим, что нам нужно разработать план аренды оборудования на n лет. Будем рассматривать событие i как начало года i ($i \leq n$). Пусть затраты s_{ij} включают в себя арендную плату и расходы на техническое обслуживание оборудования, которое было взято в аренду с начала i -го года и заменено в начале j -го года. Каждому s_{ij} соответствует ветвь графа.

Составим план аренды таким образом, чтобы минимизировать общие расходы. На языке сетевого моделирования это соответствует поиску кратчайшего пути в сети от события 1 до события $n + 1$.

Пример 1. Примем, что расходы на обслуживание и ремонт оборудования в течение 1, 2, 3, 4 и 5 лет составляют соответственно 2, 4, 7, 11 и 16 в некоторых единицах. Арендная плата при этом составляет соответственно 6, 10, 14, 17 и 20 (табл. 1). При этом каждый год арендные платежи увеличиваются на 1, т. е. если оборудование взято в аренду, например, в начале третьего года на 1, 2 или 3 года, то плата за аренду составит 8, 12, 17 соответственно.

Таблица 1

Совокупные затраты на обслуживание и аренду оборудования

Период (i), год	1	2	3	4	5
Обслуживание и ремонт	2	4	7	11	16
Аренда	6	10	14	17	20

Рассчитанные коэффициенты s_{ij} сведем в табл. 2.

Таблица 2

Значения коэффициентов s_{ij}

Год	2	3	4	5	6
1	2 + 6 = 8	4 + 10 = 14	7 + 14 = 21	11 + 17 = 28	16 + 20 = 36
2	—	2 + 7 = 9	4 + 11 = 15	7 + 15 = 22	11 + 18 = 29
3	—	—	2 + 8 = 10	4 + 12 = 16	7 + 16 = 23
4	—	—	—	2 + 9 = 11	4 + 13 = 17
5	—	—	—	—	2 + 10 = 12

Чтобы обозначить окончание 5-го года аренды, введем событие 6 как конец года 5. Воспользуемся алгоритмом нахождения кратчайшего пути в сети [2] для нахождения минимального размера затрат на оборудование.

Пусть y_i — минимальный размер расходов, который достигается при переходе от события i к конечному событию $n + 1$, тогда:

$$y_6 = 0,$$

$$y_5 = \min\{s_{56} + y_6\} = \{12 + 0\} = 12,$$

$$y_4 = \min\{s_{45} + y_5, s_{46} + y_6\} = \min\{11 + 12, 17 + 0\} = 17,$$

$$y_3 = \min\{s_{34} + y_4, s_{35} + y_5, s_{36} + y_6\} = \min\{10 + 17, 16 + 12, 23 + 0\} = 23,$$

$$y_2 = \min\{s_{23} + y_3, s_{24} + y_4, s_{25} + y_5, s_{26} + y_6\} = \min\{9 + 23, 15 + 17, 22 + 12, 29 + 0\} = 29,$$

$$y_1 = \min\{s_{12} + y_2, s_{13} + y_3, s_{14} + y_4, s_{15} + y_5, s_{16} + y_6\} = \min\{8 + 29, 14 + 23, 21 + 17, 28 + 12, 36 + 0\} = 37.$$

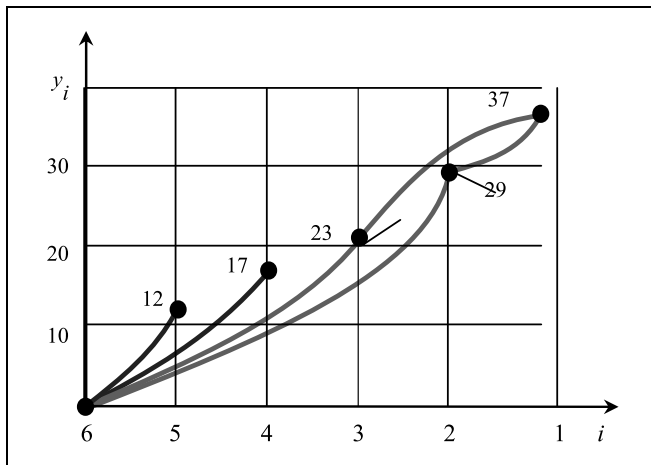


Рис. 1. Нахождение кратчайшего пути в сети (пример 1)

На рис. 1 показаны траектории в сети, приводящие к минимальным затратам. Отдельные траектории не показаны (обрываются), так как они приводят к затратам большим, чем затраты по оптимальным траекториям. Направления ветвей графа — от события 1 к событию 6. Траектории (1—2—6) и (1—3—6) приводят к двум вариантам оптимальной стратегии аренды:

— подписать договор на 1 год, по истечении срока которого заключить в начале второго года договор на все оставшиеся 4 года;

— подписать договор аренды длительностью 2 года, по истечении срока которого заключить в начале третьего года договор на оставшиеся 3 года.

В обоих вариантах расходы будут минимальными и составят 37 ед.

Пример 2. Разработаем план замены станка на семь лет (далее станок не понадобится). Известно: p_t — стоимость нового станка в год t ; v_k — остаточная стоимость станка после k лет эксплуатации; r_k — затраты на эксплуатацию станка в k -м году его эксплуатации.

Определим в качестве события начало каждого года. Под дугой сети (i, j) будем понимать решение заменить станок в начале года j , купленный в начале года i , тогда он будет эксплуатироваться $(j - i)$ лет и затраты, связанные с этим решением, можно вычислить по формуле:

$$s_{ij} = p_j - v_{j-i} + (r_1 + r_2 + \dots + r_{j-i}). \quad (1)$$

Исходные данные представим в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные для формирования плана замены

Год	1	2	3	4	5	6	7
p_t	80	85	90	95	100	105	110
r_k	20	30	40	50	60	70	80
v_k	50	25	12	6	3	2	1

Рассчитаем значения s_{ij} по формуле (1), результаты занесем в табл. 4.

Таблица 4

Значение коэффициентов s_{ij}

Год	2	3	4	5	6	7	8
1	55	115	173	234	302	378	349
2	—	60	120	178	239*	307	268
3	—	—	65	125	183	244	197
4	—	—	—	70	130	188	134
5	—	—	—	—	75	135	78
6	—	—	—	—	—	80	25
7	—	—	—	—	—	—	-30

Для примера, покажем расчет величины затрат в столбце 6 (отмечено «звездочкой») для замены станка, купленного в начале второго года и заменяемого в начале шестого года:

$$\begin{aligned} s_{26} &= p_6 - v_4 + (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = \\ &= 105 - 6 + (20 + 30 + 40 + 50) = 239 \text{ ед.} \end{aligned}$$

Для замены такого станка потребуется приобрести новый станок по стоимости шестого года $p_6 = 105$, старый же станок можно реализовать, как станок проработавший 4 года $v_4 = 6$, общие эксплуатационные затраты за 4 года составят $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 140$ ед.

Проводя расчеты (см. столбец 8, табл. 4), мы исходим из допущения, что новый станок больше не потребуется, поэтому в начале 8-го года затрат на приобретение станка нет.

Для нахождения оптимального плана замены применим метод поиска кратчайшего пути:

$$y_8 = 0,$$

$$y_7 = \min\{s_{78} + y_8\} = \{-30 + 0\} = -30,$$

$$y_6 = \min\{s_{67} + y_7, s_{68} + y_8\} = \min\{80 - 20, 25 + 0\} = 25,$$

$$\begin{aligned} y_5 &= \min\{s_{56} + y_6, s_{57} + y_7, s_{58} + y_8\} = \\ &= \min\{75 + 25, 135 - 30, 78 + 0\} = 78, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_4 &= \min\{s_{45} + y_5, s_{46} + y_6, s_{47} + y_7, s_{48} + y_8\} = \\ &= \min\{70 + 78, 130 + 25, 188 - 30, 134 + 0\} = 134, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= \min\{s_{34} + y_4, s_{35} + y_5, s_{36} + y_6, s_{37} + y_7, s_{38} + y_8\} = \\ &= \min\{65 + 134, 125 + 78, 183 + 25, 244 - 30, 197 + 0\} = \\ &= 197, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \min\{s_{23} + y_3, s_{24} + y_4, s_{25} + y_5, s_{26} + y_6, s_{27} + y_7, \\ & \quad s_{28} + y_8\} = \min\{60 + 197, 120 + 134, 178 + 78, \\ & \quad 239 + 25, 307 - 30, 268 + 0\} = 254, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= \min\{s_{12} + y_2, s_{13} + y_3, s_{14} + y_4, s_{15} + y_5, s_{16} + y_6, \\ & \quad s_{17} + y_7, s_{18} + y_8\} = \min\{55 + 254, 115 + 197, 173 + 134, \\ & \quad 234 + 78, 302 + 25, 387 - 30, 349 + 0\} = 312. \end{aligned}$$

Как видно из рис. 2, путь с минимальными затратами — это путь (1—5—8), который соответствует страте-

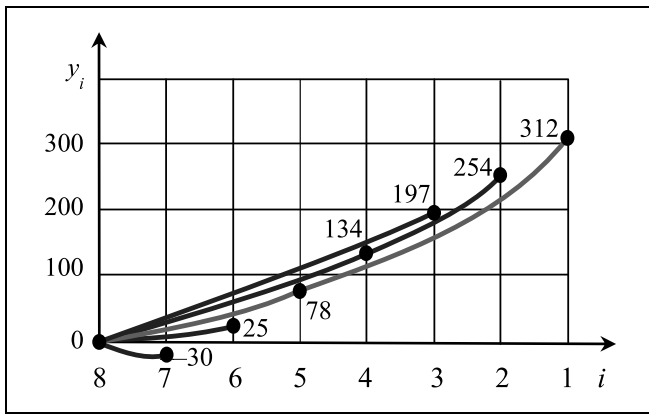


Рис. 2. Нахождение кратчайшего пути в сети (пример 2)

гии: станок, купленный в начале 1-го года, должен быть заменен в начале 5-го года, после чего он должен эксплуатироваться до конца, при этом затраты предприятия будут минимальны и равны 312 ед. (без учета стоимости приобретения в первый год).

1.2. Алгоритм динамического программирования

Применим алгоритмы динамического программирования для решения задачи замены оборудования [2, 14–16].

Примем s_{ij} как сумму стоимости и эксплуатационных расходов, включающих в себя ремонт и затраты на обслуживание оборудования, приобретенного в начале i -го года, за вычетом остаточной стоимости этого оборудования в начале j -го года.

Пусть y_i — затраты на оборудование, купленного в начале i -го года, реализуемые при выборе стратегии, обеспечивающей их минимум в интервале $i, i + 1, \dots, n$.

Для определения оптимальной стратегии необходимо рассчитать значение y_1 согласно рекуррентному соотношению:

$$y_{n+1} = 0,$$

$$y_i = \min_{j>i} \{s_{ij} + y_j\}, \quad i = n, n - 1, \dots, 1.$$

Алгоритм аналогичен поиску оптимальной стратегии по методу нахождения кратчайшего пути.

Пусть расходы s_{ij} включают в себя две составляющие: c_{im} — затраты на замену оборудования возраста m в интервале i за вычетом остаточной стоимости; r_{im} — эксплуатационные расходы на оборудование возраста m в интервале i .

Пусть $y_i(m)$ — стратегия, минимизирующая затраты в интервале $i, i + 1, \dots, n$. Возраст оборудования на начало года i -го составляет m лет.

Тогда при сохранении оборудования в интервале i суммарные затраты составят

$$y_i(m) = r_{im+1} + y_{i+1}(m + 1),$$

а в случае замены

$$y_i(m) = c_{im} + r_{i1} + y_{i+1}(1).$$

Оптимальным решением будет стратегия, приводящая к минимуму затрат

$$y_i(m) = \min\{r_{im+1} + y_{i+1}(m + 1), c_{im} + r_{i1} + y_{i+1}(1)\}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $y_{n+1}(m) = 0$ для всех m .

Пусть M — возможный срок эксплуатации оборудования. Для нахождения оптимального решения вычисляется $y_1(m_0)$, где m_0 — возраст оборудования на начало периода. Если вначале некоторое оборудование отсутствует, то решение о замене при $i = 1$ есть его приобретение.

Пример 3. Разработаем план замены оборудования, эксплуатируемого в течение 5-ти лет, которое было приобретено в начале первого года. Ожидаемые эксплуатационные расходы (r_{im}) представлены в табл. 5, а затраты на замену оборудования (c_{im}) — в табл. 6.

Таблица 5

Значение r_{im}

r_{im}	1	2	3	4	5
1	20	—	—	—	—
2	18	36	—	—	—
3	16	32	68	—	—
4	14	28	52	120	—
5	10	20	40	85	200

Таблица 6

Значение c_{im}

c_{im}	1	2	3	4
1	100	—	—	—
2	55	—	—	—
3	60	80	—	—
4	65	85	105	—
5	70	90	110	115

Прочерки в ячейках таблиц означают, что в начале планируемого периода нет оборудования, поэтому нет расходов, например, на третий год не существует четырехлетнего оборудования, и нет пятилетнего оборудования в любой год, поэтому столбец 5 отсутствует в табл. 6.

Воспользуемся рекуррентным соотношением (2):

$$y_6(m) = 0 \text{ для всех } m,$$

$i = 5$ (в начале 5-го года возраст оборудования не более, чем 4 года):

$$y_5(4) = \min\{r_{55} + y_6(5), c_{54} + r_{51} + y_6(1)\} = \min\{200 + 0,115 + 10 + 0\} = 125,$$

$$y_5(3) = \min\{r_{54} + y_6(4), c_{53} + r_{51} + y_6(1)\} = \min\{85 + 0,110 + 10 + 0\} = 85,$$

$$y_5(2) = \min\{r_{53} + y_6(3), c_{52} + r_{51} + y_6(1)\} = \min\{40 + 0,90 + 10 + 0\} = 40,$$

$$y_5(1) = \min\{r_{52} + y_6(2), c_{51} + r_{51} + y_6(1)\} = \min\{20 + 0,70 + 10 + 0\} = 20.$$

$i = 4$ (в начале 4-го года возраст оборудования не более, чем 3 года):

$$y_4(3) = \min\{r_{44} + y_5(4), c_{43} + r_{41} + y_5(1)\} = \min\{120 + 125,105 + 14 + 20\} = 139,$$

$$y_4(2) = \min\{r_{43} + y_5(3), c_{42} + r_{41} + y_5(1)\} = \min\{52 + 85,85 + 14 + 20\} = 119,$$

$$y_4(1) = \min\{r_{42} + y_5(2), c_{41} + r_{41} + y_5(1)\} = \min\{28 + 40,65 + 14 + 20\} = 68.$$

$i = 3$ (в начале 3-го года возраст оборудования не более, чем 2 года):

$$y_3(2) = \min\{r_{33} + y_4(3), c_{32} + r_{31} + y_4(1)\} = \min\{68 + 139,80 + 16 + 68\} = 164,$$

$$y_3(1) = \min\{r_{32} + y_4(2), c_{31} + r_{31} + y_4(1)\} = \min\{32 + 119,60 + 16 + 68\} = 144.$$

$i = 2$ (в начале 2-го года возраст оборудования не более, чем 1 год):

$$y_2(1) = \min\{r_{22} + y_3(2), c_{21} + r_{21} + y_3(1)\} = \min\{36 + 164,55 + 18 + 144\} = 200.$$

Учтем, что в 1-й год мы приобретаем новое оборудование, тогда:

$$y_1(0) = c_{11} + r_{11} + y_2(1) = 100 + 20 + 200 = 320.$$

Оптимальная в нашем примере стратегия: заменить оборудование, приобретенное в начале 1-го года, после чего использовать его весь оставшийся срок.

2. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАМЕНЫ ОБОРУДОВАНИЯ

2.1. Стохастическая модель с ограниченным плановым периодом

В § 1 рассмотрены некоторые детерминированные модели замены оборудования, где индекс m отражает длительность нормальной работы оборудования. Теперь рассмотрим стохастические модели, которые учитывают возможность поломки оборудования до плановой его замены (тогда оборудование будет заменено в периоде, следующем за периодом, в котором произошла поломка).

Пусть p_j — вероятность поломки оборудования в момент времени j , $j < m$; r_j — нормальные эксплуатационные затраты (без поломок оборудования) в течение j -го интервала времени; g_j — дополнительные затраты, связанные с поломкой оборудования в течение j -го интервала времени.

Сделаем допущение, что оборудование, вышедшее из строя, полностью обесценивается.

Оптимальная стратегия заключается в минимизации математического ожидания расходов:

$$y_i = \min_{m=1, \dots, M} \left\{ \sum_{j=1}^{m-1} y_{i+j} p_j + y_{i+m} \prod_{j=1}^{m-1} (1-p_j) + R_m \right\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad y_{n+1} = 0, \quad (3)$$

где $\sum_{j=1}^{m-1} y_{i+j} p_j$ — математическое ожидание затрат, связанных с преждевременной заменой оборудования, $y_{i+m} \prod_{j=1}^{m-1} (1-p_j)$ — произведение минимальных затрат с периода $i+m$ и вероятности нормальной работы оборудования до этого периода,

$$R_m = r_1 + r_2(1-p_1) + r_3(1-p_1)(1-p_2) + \dots + r_m \prod_{j=1}^{m-1} (1-p_j) + \sum_{j=1}^{m-1} g_j p_j \quad (4)$$

— эксплуатационные затраты.

Эксплуатационные затраты складываются из затрат в 1-й год эксплуатации (r_1), плюс затраты во 2-й год эксплуатации, умноженные на вероятность того, что оборудование не вышло из строя в 1-й год — $r_2(1-p_1)$. Далее расходы 3-го года, умноженные на вероятность того, что оборудование не выйдет из строя за первые два года эксплуатации — $r_3(1-p_1)(1-p_2)$ и т. д.

2.2. Стохастическая модель с неограниченным плановым периодом

Примем, что замена оборудования выполняется каждый раз через m -й интервал времени. Тогда формула для определения оптимальной стратегии принимает вид

$$y = \min_{m=1, 2, \dots, M} \{R_m/E_m\}, \quad (5)$$

где

$$E_m = \sum_{j=1}^{m-1} j p_j + m \prod_{j=1}^{m-1} (1-p_j) \quad (6)$$

— математическое ожидание сроков замены оборудования.

Выражение в фигурных скобках в формуле (5) определяет ожидаемые расходы за один интервал планового периода.

Пример 4. Пусть имеются данные за первые пять лет эксплуатации оборудования с неограниченным сроком (табл. 7). Размеры эксплуатационных расходов (R_m) в колонке 5 вычисляются по формуле (4):

$$R_1 = r_1 = 100,$$

$$R_2 = r_1 + r_2(1 - p_1) + g_1 p_1 = 100 + 12 \cdot \frac{3}{4} + 20 \cdot \frac{1}{4} = 114,$$

$$R_3 = r_1 + r_2(1 - p_1) + r_3(1 - p_1)(1 - p_2) + g_1 p_1 + g_2 p_2 = 114 + 20 \cdot \frac{3}{4} = 129,$$

$$R_4 = 129 + 20 \cdot \frac{9}{16} + 180 \cdot \frac{1}{4} = 185,25,$$

$$R_5 = 185,25 + 56 \cdot \frac{1}{2} = 213,25.$$

Математическое ожидание сроков замены оборудования (E_m) в колонке 6 вычисляются по формуле (6):

$$E_1 = 1,$$

$$E_2 = 1 \cdot p_1 + 2(1 - p_1) = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} = 1,75,$$

$$E_3 = 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 3(1 - p_1)(1 - p_2) = \frac{1}{4} + 2 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{3}{4} = 2,5,$$

$$E_4 = 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 3 \cdot p_3 + 4(1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{9}{16} = 3,25,$$

$$E_5 = 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 3 \cdot p_3 + 4 \cdot p_4 + 5 \cdot \frac{9}{16} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 5 \cdot \frac{9}{16} = 3,8125.$$

Расчет отношения R_m/E_m (см. колонку 7) показывает, что минимальное отношение 51,6 достигается при $m = 3$.

Таблица 7

Исходные данные за первые 5 лет неограниченного планируемого периода

m	p_m	r_m	g_m	R_m	E_m	R_m/E_m
1	2	3	4	5	6	7
1	1/4	100	20	100	1	100
2	0	12	60	114	1,75	65,14
3	1/4	20	180	129	2,5	51,6
4	0	20	200	185,25	3,25	57
5	1/2	56	200	213,25	3,8125	55,93

2.3. Стохастические модели с учетом дисконтирования

Стохастические модели могут быть улучшены благодаря учету стоимости денег во времени путем введения коэффициента дисконтирования. Пусть i — процентная ставка в каждом периоде, тогда коэффициент дисконтирования $d = 1/(1 + i/100)$. Формулы (3) и (4) преобразуются к виду:

$$y_i = \min_{m=1, \dots, M} \left\{ \sum_{j=1}^{m-1} d^j y_{i+j} p_j + d^m y_{i+m} \prod_{j=1}^{m-1} (1 - p_j) + R_m \right\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad y_{n+1} = 0,$$

$$R_m = r_1 + d^1 r_2(1 - p_1) + d^2 r_3(1 - p_1)(1 - p_2) + \dots + d^{m-1} r_m \prod_{j=1}^{m-1} (1 - p_j) + \sum_{j=1}^{m-1} d^{j-1} g_j p_j.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные математические модели замены и износа оборудования при детерминированной и стохастической информации для конечного и неограниченного периодов могут быть полезны различным информационно-аналитическим системам промышленных предприятий, а также аналитическим службам органов государственной власти и иных организаций при оценке потенциала предприятий в различных отраслях промышленности. Отметим, что в приведенных примерах в качестве единицы дискретности времени принят год, однако приведенные алгоритмы могут применяться как для квартального, так и для месячного планирования. Разумеется, при этом существенно увеличится размерность задачи, но при нынешних технических возможностях реализация данных алгоритмов не составит большой проблемы.

В приведенных моделях в качестве критерия оптимальности приняты затраты на обслуживание, ремонт и замену оборудования, но дополнительная прибыль, которая может быть получена при его замене на более эффективное, не учитывается. Целесообразно в дальнейшем рассмотреть математические модели, учитывающие экономические последствия приобретения более качественного оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gollay, A.V., Loginovskiy, O.V. Managerial Decision-Making Model Taking into Account Technological Development of the Enterprise // Вестник ЮУрГУ. Сер. Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. — 2017. — Т. 17,

- № 4. — С. 142—145. [Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics. — 2017. Vol. 17, No. 4. — P. 142—145.] DOI: 10.14529/ctcr170415.
2. Таха Х.А. Введение в исследование операций: пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2016. — 912 с. [Takha, Kh.A. Vvedenie v issledovanie operatsii: per. s angl. — M.: Izd. dom «Vil'yams», 2016. — 912 s.]
 3. Васильев С.Н., Матросов В.М., Москаленко А.И. Нелинейная теория управления и ее приложения. — М.: Физматлит, 2008. — 320 с. [Vasil'ev, S.N., Matrosov, V.M., Moskalenko, A.I. Nelineinaya teoriya upravleniya i ee prilozheniya. — M.: Fizmatlit, 2008. — 320 s. (In Russian)]
 4. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. — М.: Юстиция, 2018. — 192 с. [Venttsel', E.S. Issledovanie operatsii. Zadachi, printsipy, metodologiya. — M.: Yustitsiya, 2018. — 192 s. (In Russian)]
 5. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. — СПб.: Лань, 2000. — 480 с. [Glukhov, V.V., Mednikov, M.D., Korobko, S.B. Matematicheskie metody i modeli dlya menedzhmenta. — SPB.: Lan', 2000. — 480 s. (In Russian)]
 6. Краснощечков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. — М.: Фазис, 2000. — 424 с. [Krasnoshchekov, P.S., Petrov, A.A. Printsipy postroeniya modelei. — M.: Fazis, 2000. — 424 s. (In Russian)]
 7. Пелих А.С., Терехов Л.Л., Терехова Л.А. Экономико-математические методы и модели управления производством. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. — 256 с. [Pelikh, A.S., Terekhov, L.L., Terekhova, L.A. Ehkonomiko-matematicheskie metody i modeli upravleniya proizvodstvom. — Rostov-na-Donu: Feniks, 2005. — 256 s. (In Russian)]
 8. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством. — М.: Наука, 1975. — 616 с. [Pervozvanskii, A.A. Matematicheskie modeli v upravlenii proizvodstvom. — M.: Nauka, 1975. — 616 s. (In Russian)]
 9. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. — М.: Физматлит, 2005. — 320 с. [Samarskii, A.A., Mikhailov, A.P. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery. — M.: Fizmatlit, 2005. — 320 s. (In Russian)]
 10. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. — М.: Русская деловая литература, 2003. — 256 с. [Trojanovskii, V.M. Matematicheskoe modelirovanie v menedzhmente. — M.: Russkaya delovaya literatura, 2003. — 256 s. (In Russian)]
 11. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. — М.: Дело, 2004. — 440 с. [Shikin, E.V., Chkharishvili, A.G. Matematicheskie metody i modeli v upravlenii. — M.: Delo, 2004. — 440 s. (In Russian)]
 12. Бродецкий Г.Л. Экономико-математические методы и модели в логистике: потоки событий и систем обслуживания. — М.: ИЦ Академия, 2011. — 272 с. [Brodetskii, G.L. Ehkonomiko-matematicheskie metody i modeli v logistike: potoki sobytii i sistem obsluzhivaniya. — M.: ITS Akademiya, 2011. — 272 s. (In Russian)]
 13. Гетманчук А.В. Экономико-математические методы и модели. — М.: Дашков и К, 2015. — 188 с. [Getmanchuk, A.V. Ehkonomiko-matematicheskie metody i modeli. — M.: Dashkov i K, 2015. — 188 s. (In Russian)]
 14. Bellman R. Dynamic Programming. — Mineola, NY: Dover Publications, Inc., 2013. — 366 s.
 15. Denardo E.V. Dynamic Programming: Models and Applications. — Mineola, NY: Dover Publications, Inc., 2012. — 240 p.
 16. Bertsekas D.P. Dynamic Programming and Optimal Control. — Belmont, Massachusetts: Athena Scientific, 2012. — 1270 p.
- Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Н. Бурковым.
- Поступила 19.03.2018, после доработки 24.12.2018.
Принята к публикации 15.01.2019.
- Логиновский Олег Витальевич — д-р техн. наук,
✉ loginovskiyo@mail.ru,
- Гельруд Яков Давидович — д-р техн. наук, ✉ gelrud@mail.ru,
- Голлай Александр Владимирович — канд. хим. наук,
✉ alexander@hollay.ru,
- Ужно-Уральский государственный университет, г. Челябинск.

APPLICATION OF DETERMINISTIC AND STOCHASTIC MODELS FOR REPLACEMENT OF INDUSTRIAL ENTERPRISES EQUIPMENT

O.V. Loginovskiy[#], Ya.D. Gelrud, A.V. Hollay

South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

[#]✉ loginovskiyo@mail.ru

Abstract. It is noted that solving the problem of rational use and replacement of the equipment is one of the key issues of increasing the work efficiency of the industrial enterprise in modern conditions. Stochastic and deterministic models are described allowing to make decisions on equipment replacement using the language of network modeling and dynamic programming algorithms. The generalizing algorithm is proposed of the equipment replacement and the importance is shown of the accounting for the uncertainty factor while solving the problems of this class. The results obtained can be used to construct an optimal strategy for replacing equipment at industrial enterprise. The algorithms proposed can become an integral part of the mathematical support of information and analytical systems of industrial enterprises.

Keywords: equipment, equipment replacement, investment, investment policy, dynamic programming, strategy, modeling, stochastic modeling, network modeling.