УДК 007;004.82;004.896

ЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫБОРА РЕШЕНИЯ В САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ СИСТЕМАХ

Ю.С. Легович, Д.Ю. Максимов

Предложен подход к автоматизации реконфигурирования самоорганизующихся систем при изменении цели управления. Для оценки предпочтительности вариантов реконфигурирования системы применяются новые операции многозначной логики. Подход продемонстрирован на примере реконфигурирования системы в процессе ликвидации чрезвычайной ситуации.

Ключевые слова: трансформация графов, многозначная логика, мобильные ad-hoc сети, сетецентрические системы управления, самоорганизующиеся системы, выбор решения.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широко ведутся исследования, направленные на разработку самоорганизующихся сетевых систем, способных адаптироваться к внешним событиям и внутренним изменениям (см. обзор [1]). Примерами могут служить системы распределенных вычислений, мультиагентные системы, мобильные сети, сетецентрические системы. В качестве основного метода описания концепции адаптации к новым требованиям в таких сетевых системах используется аппарат графовых трансформаций. Работы по формализации этого метода концепции ведутся с конца 1960-х гг. — пионерская работа [2] появилась в 1969 г. В нашей стране подобными исследованиями занимались М.А. Айзерман и С.П. Петров с коллегами [3—5], однако методы, предложенные в их работах, не получили дальнейшего развития. К настоящему времени развиты теории параллелизма, совместимости графовых трансформаций, семантики графовых грамматик [6], которые нашли практическое применение в проекте MANETS (Mobile Ad-hoc NETworks) [1] для организации сети связи между мобильными объектами.

Основная идея графовых трансформаций заключается в пошаговом изменении графа по заданным правилам, которые можно представлять как замену одного подграфа другим с сохранением общей части.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем определения:

- *самоорганизующаяся система* — система, способная при изменении внешних или внутренних условий ее функционирования совершенствовать свою организацию путем изменения своей структуры [7];
- *носитель графа* — множество вершин V графа $G = (V, E)$, представляющее собой множество объектов системы; E — множество ребер;
- *граф подчиненности* — граф, представляющий иерархию системы, его нижележащие вершины подчинены вышележащим в смысле иерархии; точнее, будем говорить, что вершина $u \in V$ подчинена вершине $v \in V$ в графе $G = (V, E)$, если существует путь из вершины v в вершину u;
- *граф действий* — граф, представляющий последовательность действий, которые должны выполняться объектами системы (обычно является сетью Петри, описывающую процесс функционирования системы);
- *решетка задач*, которые могут решаться системой — частично-упорядоченное множество, в котором любые два элемента имеют объединение и пересечение [8];
- *топосы* — специального вида категории, способные быть моделями для теоретико-множественных конструкций; они служат математическим средством унификации и обобщения математических задач и методов их решения [9].

Работы по теории графовых трансформаций в управлении распределенными системами ограничиваются рассмотрением только графа действий, который изменяется по определенным правилам. Однако такая важная проблема, как выбор правила при наличии альтернативных способов изменения графа, другими словами, проблема выбора задачи из некоторого множества альтернатив, не рассматривается. В частности, такая проблема возникает при наличии альтернативных способов реконфигурирования иерархии системы. В данной работе предлагается подход к ее решению на основе новых операций многозначной логики.

Будем рассматривать все множество задач, способных решаться системой, как множество, частично упорядоченное в соответствии с их приоритетом, поскольку некоторые задачи более приоритетны, некоторые — менее, и не все они сравнимы по приоритетности между собой. Любая задача такого множества, помимо приоритета, определяется своим набором элементарных действий, которые требуются для ее выполнения. Если у любых двух таких наборов имеются объединение и пересечение, то рассматриваемое множество задач является решеткой [8]. При этом набор элементарных действий, полученный объединением других наборов, относящихся к нескольким задачам, соответствует объединяющей задаче. Пересечение же таких наборов соответствует более узкой задаче, требующей для своего выполнения меньшего набора элементарных действий. Будем считать, что система, в которой отсутствует какая-либо деятельность, имеет наименьший приоритет по сравнению с системой, находящейся в состоянии максимальной активности и имеющей наибольший приоритет. При этих условиях решетка задач будет брауэровой и конечной, а следовательно, и дистрибутивной [8]. Этот вывод важен для предлагаемого подхода, так как в *дистрибутивной решетке можно определить операции многозначной логики*.

В процессе функционирования системы часто возникает необходимость выполнения новых задач, что в свою очередь приводит к ситуационному управлению[1] на основе принципа приоритетности задач. Предполагается, что в системе есть объекты, имеющие необходимый для решения новой задачи набор элементарных действий. Такая ситуация требует перестройки решетки задач системы, т. е. изменения отношения частичного порядка в ней, используя категорию расслоений, соответствующую графу подчиненности системы и в которой множество истинностных значений, образующее дистрибутивную решетку, совпадает с решеткой текущих задач рассматриваемой системы. С этой целью необходимо изменить эту категорию и расширить ее множество истинностных значений, добавив элемент, соответствующий новой задаче, в базу расслоений. После этого можно перестроить новую решетку истинностных значений так, чтобы наибольшему элементу с наибольшим приоритетом, соответствовала новая задача системы. В перестроенной решетке истинностных значений рассматриваемой категории и совпадающей с ней решетке задач системы обновляются приоритеты всех задач. Для сравнения их приоритетности используются операции многозначной логики. В соответствии с полученным отношением частичного порядка осуществляется реконфигурирование иерархии системы.

Процесс решения общей задачи выбора варианта реконфигурирования системы из некоторого множества альтернатив включает в себя этапы:

- иерархически организованной системе, предназначенной для решения некоторого множества задач (образующего решетку в соответствии с исходным отношением частичного порядка), ставится в соответствие категория расслоений такая, что решетка ее истинностных значений совпадает с решеткой текущих задач системы;
- категория расслоений расширяется добавлением новой задачи так, чтобы можно было осуществить преобразование расслоения, соответствующего графу текущей иерархии системы, в некоторое расслоение, соответствующее организации системы, решающей новую задачу;
- в расширенной категории расслоений определяются некоторые операции многозначной логики и новое отношение частичного порядка, позволяющие оценить степень приоритетности элементов решетки истинностных значений этой категории и выбрать из всех возможных расслоений, соответствующих новой задаче, нужное, т. е. выбрать вариант реконфигурирования системы в соответствии с требованием решения новой задачи.

2. МЕТОД ОПИСАНИЯ ИЕРАРХИИ

Поставим в соответствие иерархически организованной системе категорию расслоений $\mathbf{Bn}(I)$ [9], базой которых I является множество текущих (фоновых) задач, решаемых объектами нижнего уровня системы, а дискретными слоями пространств расслоений служат подмножества путей, кончающихся в элементах базы и представляющих собой цепочки связей от верхнего уровня иерархии к нижнему, т. е. элементами слоя являются пары $(f(a), s_i(c))$, $(f(b), s_i(c))$ и т. д., где $s_i(c)$ — один из путей, кончающихся в элементе базы $f(c)$; a,b —

[1] Ситуационное управление — принятие управленческих решений по мере возникновения проблем в соответствии с изменением внешних или внутренних условий функционирования системы.

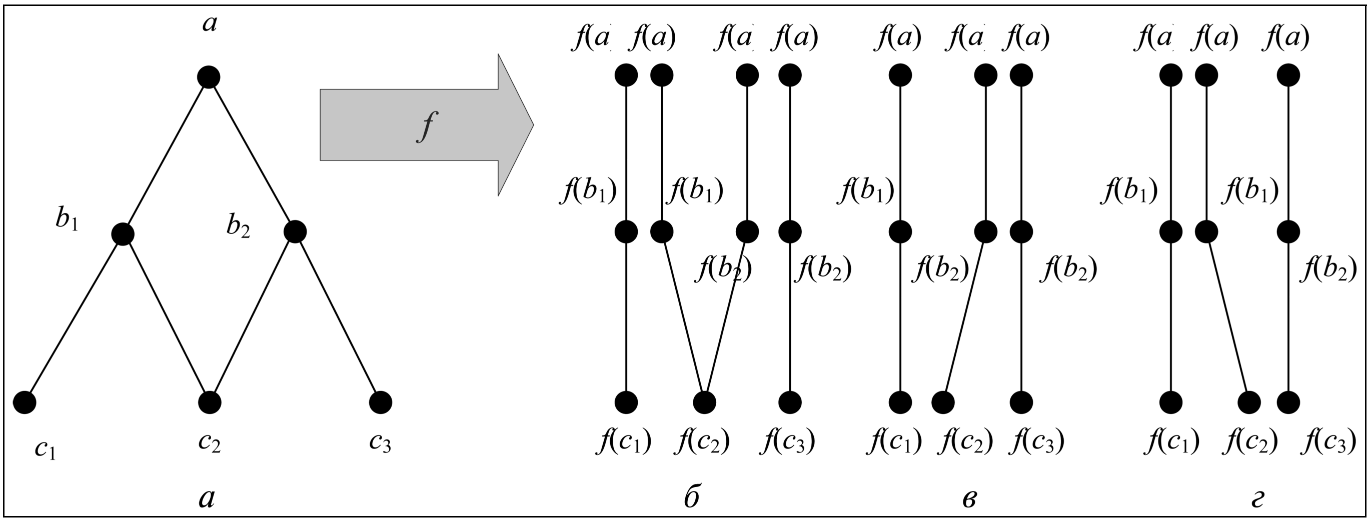

Рис. 1. Граф исходной иерархии системы (*а*) и некоторые расслоения (*б*, *в* и *г*), соответствующие разным способам ее иерархической организации

вершины графа иерархии системы, лежащие на пути $f^{-1}(s_i)$ (рис. 1). Здесь соответствие f переводит объекты иерархии в их текущие задачи. При этом разные расслоения (т. е. объекты категории $\mathbf{Bn}(I)$) соответствуют разным способам иерархической организации системы. Отметим, что для обеспечения возможности описания трансформаций иерархии следует рассматривать все возможные пути, а не только получающиеся из графа текущей иерархии системы.

Отметим также, что самоорганизующиеся системы представляют собой системы со слабыми связями [10], т. е. объект нижележащего уровня может быть подчинен более чем одному объекту вышележащего уровня. Так, например, граф (см. рис. 1, *а*) представляет системную иерархию, в которой узел c_2 подчинен сразу двум узлам следующего уровня — b_1 и b_2 и этот граф соответствует системе со слабыми связями.

Морфизмы между такими расслоениями индуцируют трансформацию соответствующих графов. Расслоение, соответствующее графу (см. рис. 1, *а*) изображено на рис. 1, *б*. Слой, приклеенный к элементу базы $f(c_2)$, состоит из двух путей — $(f(a), f(b_1), f(c_2))$ и $(f(a), f(b_2), f(c_2))$. Другие расслоения на рис. 1 соответствуют подграфам, которые получаются из графа (рис. 1, *а*): расслоение (рис. 1, *в*) соответствует графу (рис. 1, *а*) без ребра (b_1, c_2), а расслоение (рис. 1, *г*) — графу (рис. 1, *а*) без ребра (b_2, c_2).

В общем случае трансформация графа заключается в удалении некоторого подграфа и приклеивании на его место к тем же вершинам другого, который удовлетворяет определенным условиям [6] и образует в результате новый граф, соответствующий новому расслоению исходного графа. Однако удовлетворять этим условиям и подходить к одним и тем же вершинам могут разные графы, соответствующие разным способам иерархической организации системы. Так, отображение расслоения (рис. 1, *б*) в расслоение (рис. 1, *в*) соответствует удалению подграфа $((b_1, c_2), (c_2, b_2))$ и вклеиванию на его место только ребра (b_2, c_2) на графе, представленного на рис. 1, *а*, а отображение расслоения (рис. 1, *б*) в расслоение (рис. 1, *г*) приводит к вклеиванию только ребра (b_1, c_2) на том же графе. Для выбора между подобными возможностями и предлагается воспользоваться логическими операциями, которые определяются в категории расслоений.

3. РЕШЕТКИ В ТОПОСАХ И ИЕРАРХИИ

Категория расслоений $\mathbf{Bn}(I)$ является многозначным топосом [9]. Обычно в топосах интерпретируют интуиционистскую логику. Однако известны топосы, в которых можно было бы определить многозначную логику. Одним из таких топосов и является категория $\mathbf{Bn}(I)$. Множеством истинностных значений в топосе $\mathbf{Bn}(I)$ будет множество всех подмножеств I, т. е. множество всех возможных способов объединения задач, выполняемых объектами нижнего уровня иерархической системы. В случае возможности любых сочетаний элементов базы соответствующая решетка истинностных значений относится к типу 2^N [8], где N — число элементов базы I. В общем случае это не так, но тем не менее, множество истинностных значений в топосе является дистрибутивной решеткой [9].

В иерархической системе объекты любого уровня иерархии могут быть приняты в качестве нижнего уровня, в связи с чем можно рассматривать разные категории расслоений, соответствующие данной системе. Так, например, системе, характеризующейся графом, представленном на рис. 2, *а*, в категории расслоений с базой, соответствующей элементам верхнего уровня, соответствует расслоение с базой из двух элементов и имеющее 4 истинностных значения. Той же системе в категории расслоений с базой из элементов нижнего уровня соответствует расслоение, имеющее, например, 16 истинностных значений. Соответствующие диаграммы возможных решеток истинностных значений показаны на рис. 2, *б* и *в*. Рис. 2, *б*, соответствует по смыслу системе, состоящей из двух частей, каждая со своей задачей, при этом может выполняться общая задача или система может бездействовать.

В случае многозначных топосов, в отличие от двузначных, можно говорить об истинности утверждений «в смысле μ», где μ — некоторый элемент множества истинностных значений, характеризующий степень истинности утверждений. Поскольку мы отождествляем решетку истинностных значений в топосе $\mathbf{Bn}(I)$ с множеством (решеткой) задач, т. е. с множеством наборов элементарных действий, которые способны выполнять объекты системы, то μ обозначает приоритетность соответствующего набора элементарных действий. Таким образом, множество задач, которые система способна решать, вытекающее только из ее структуры, определяет множество истинностных значений в связанной с системой категории расслоений и интерпретируемой в ней логике.

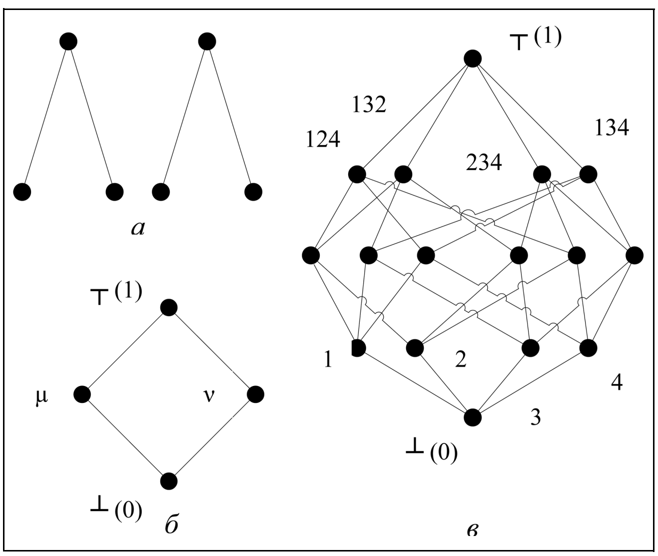

Рис. 2. Граф (*а*) и некоторые возможные решетки истинностных значений (*б* и *в*), соответствующие разным базам

При необходимости изменить множество решаемых в данный момент задач необходимо изменить структуру системы, что приведет к изменению соответствующей ей категории расслоений и ее множества истинностных значений. Изменение множества истинностных значений некоторого расслоения реализуется добавлением новой задачи в базу, что дает возможность объектам, способным решать эту новую задачу, переключиться на ее решение. Это значит, что в расширенной категории расслоений определен морфизм из расслоения, которое соответствует текущей иерархии, в расслоение, в котором слой над новой задачей не пуст.

Таким образом, в этой конструкции предполагается, что задача, связанная с объектом иерархии является текущей, т. е. выполняется определенным набором элементарных действий в текущем режиме функционирования системы в соответствии с исходным отношением частичного порядка. Добавляя же элементы базы, не входящие в данный граф, можно представлять дополнительные задачи, которые не связаны ни с каким объектом и напрямую из структуры системы не вытекают, но которые, тем не менее, система способна решать.

Такой способ добавления новых задач в исходную решетку оставляет ее дистрибутивной, поскольку задачи, входящие в базу, являются образующими решетки. Все остальные элементы решетки получаются из образующих их объединением и пересечением так, чтобы общие объединение и пересечение имели не более одной пары объектов [11].

Таким образом показано, что множество задач, решаемых системой, представимо в виде дистрибутивной решетки истинностных значений соответствующей категории расслоений, в которой можно интерпретировать многозначную логику. Операции этой логики используются для сравнения степеней истинности элементов решетки и, следовательно, вариантов предпочтительности реконфигурирования системы.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПЕРАЦИЙ

В топосе $\mathbf{Bn}(I)$ определим новые отношения: отношение отрицания «в смысле μ» ($\neg_\mu$) и отношение частичного порядка «в смысле μ» ($\leqslant_\mu$), а также оценку степени равенства «в смысле μ» ($[\approx_\mu]$). С помощью таких отношений попробуем оценить приоритеты реконфигурирования системной иерархии.

По аналогии с обычным определением отрицания, определим интерпретацию отношения $\neg_\mu$: $\Omega \to \Omega$ как характер истинностного значения T_μ,

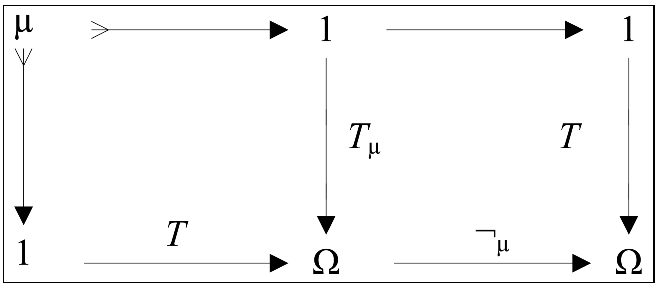

Рис. 3. Определение интерпретаций отношения $\neg_\mu$: Ω — объект истинностных значений; *1* — конечный объект; *T* — стрелка *true*

которое является характером подобъекта μ конечного объекта [12] (рис. 3).

Такая операция определяет топологию в топосе и приводит, соответственно, к модальной логике [12]. Заметим, что $T_\kappa = \neg_\mu T_\alpha = [\mu \cong \alpha]$, где $[\mu \cong \alpha]$ — степень эквивалентности μ и α. Это значит, что μ и α эквивалентны там, где они определены и равны, или там, где вместе не определены. Тогда можно положить в первом приближении, что T_κ такое, что

$$\kappa = 1\backslash\mu \cup \alpha + \mu \cap \alpha, \tag{1}$$

где $(1\backslash\gamma) \cup \gamma = 1$, но не обязательно $(1\backslash\gamma) \cap \gamma = 0$. Причем из всех β: $\beta \cup \gamma = 1$, берется наименьшее. Такое приближенное определение отличается от понятия степени эквивалентности, вводимого в работе [9].

В частности, для булевых решеток истинностных значений получается, что

$$\neg_1 = id,\ \neg_0 = \neg,$$

$$\neg_\mu T_\mu = true,$$

как и должно быть в соответствии со строгим определением. Но для небулевых решеток определенное как в выражении (1) отношение отрицания $\neg_0$, уже может не быть псевдодополнением, как это будет видно далее.

Определим также отношения $\leqslant_\mu$:

$$\alpha \leqslant_\mu \beta, \text{ если } [\alpha \approx \beta] \geqslant [\mu \approx \alpha],$$

где $[\mu \approx \alpha]$ — оценка степени равенства μ и α. Степень равенства является степенью эквивалентности относительно объединения α и μ. Эта степень эквивалентности принимает значения в алгебре Гейтинга $\mathbf{Bn}(\mu \cup \alpha, \Omega)$. Сама же оценка степени равенства принимает значения в алгебре Гейтинга истинностных значений $\mathbf{Bn}(1, \Omega)$. В определении отношения $\leqslant_\mu$ сравниваются истинностные значения в $\mathbf{Bn}(1, \Omega)$, которые соответствуют степеням эквивалентности в $\mathbf{Bn}(\mu \cup \alpha, \Omega)$ (рис. 4).

Положим в первом приближении $[\mu \approx \mu] = T(true)$ и, в отличие от степени эквивалентности и от определения степени равенства в работе [9], можно также положить $[\mu \approx \alpha] = T_{\mu \cap \alpha}$ для остальных вершин; т. е. $[\mu \approx \alpha]$ — это степень эквивалентности μ и α относительно их объединения, когда нет области, где бы они вместе не были определены. При этом, равенство в смысле μ: $\alpha =_\mu \beta$ означает, что $\alpha \leqslant_\mu \beta$ и $\beta \leqslant_\mu \alpha$ и эквивалентно тому, что $\alpha \cap \mu = \beta \cap \mu$. Рефлексивность и транзитивность такого отношения очевидны. Отсюда видно, что в смысле $\mu = 1$ это определение превращается в обычное определение отношения частичного порядка. В смысле $\mu = 0$ все вершины решетки истинностных значений равны между собой и не больше $\perp(false)$. Также можно заметить, что $\alpha \leqslant_\beta \beta$ для любого α, поскольку в обратную сторону это отношение всегда ложно; т. е. в своем смысле каждая вершина решетки больше всех других, «для себя она самая важная». Рассматривая частичный порядок в смысле β на множестве истинностных значений, получим решетку, в которой вершина β будет наибольшим элементом, а остальные элементы частично отождествлены; т. е. такая решетка будет отличаться от исходной, которая частично упорядочена отношением $\leqslant_1$. (В работе [12] дано несколько иное определение отношения $\leqslant_\mu$, в котором оценка степени равенства заменена просто на пересечение).

Можно определить также оценку степени равенства в некотором смысле — $[\alpha \approx_\mu \beta]$. В этом случае все смыслы рассматриваются относительно объединения α и β. Вместо пересечения β и α в определении степени равенства используется пересечение в смысле μ: $(\alpha \cap \beta)|_\mu$. Это подобъект элемента $\alpha \cup \beta$ с характеристической стрелкой пере-

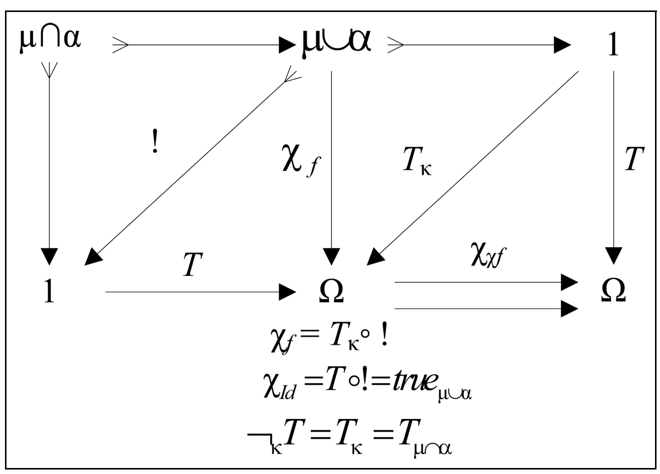

Рис. 4. Определение оценки $[\mu \approx \alpha]$ (χ_f — характер стрелки *f*)

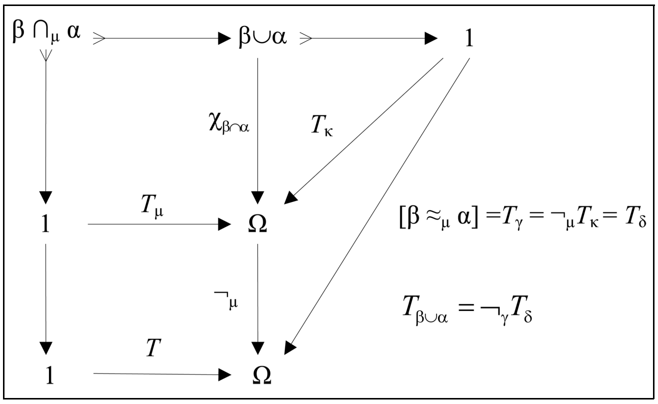

Рис. 5. Определение оценки $[\alpha \approx_\mu \beta]$

сечения $\chi_{\beta \cap \alpha}$, но который классифицируется не стрелкой T, а стрелкой T_μ (рис. 5):

В этом случае, при $\alpha \neq \beta$, $T_\gamma = [\alpha \approx_\mu \beta] = T_{(\alpha \cap \beta)|\mu} = \neg_\mu T_{\alpha \cap \beta} = T_\delta$, т. е. не полностью (в смысле μ) отрицается пересечение. Также $[\alpha \approx_\mu \beta]$ — это мера неравенства α и β в смысле μ, степень эквивалентности μ и $\alpha \cap \beta$ относительно объединения α и β. Таким образом, степенью равенства (неравенства) α и β в смысле μ в первом приближении будет стрелка T_δ, где, как в выражении (1):

$$\delta = (\alpha \cup \beta)\backslash[(\mu \cap (\alpha \cup \beta)) \cup (\alpha \cap \beta)] + \mu \cap \alpha \cap \beta.$$

При $\mu = 1$ оценки $[\alpha \approx \beta]$ и $[\alpha \approx_1 \beta]$ совпадают при всех α и β, если брать строгие определения. Поэтому положим $[\alpha \approx_1 \alpha] = [\alpha \approx \alpha] = T$. Далее подобъекты единицы и характеризующие их истинностные значения в обозначениях различаться не будут.

3. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим пример, в котором объединены и усложнены прикладные задачи из работ [6, 13]:

Постановка задачи. В зону бедствия после землетрясения направляются две группы, снабженные мобильными устройствами связи и обработки информации, которые образуют сетевую систему. Задача одной группы — обследовать и сфотографировать разрушенные и поврежденные здания, другой — установить и устранить утечки в сети газоснабжения. Общая дополнительная задача — при наличии в опасных местах людей выводить их в безопасные места. Управление функционированием такой системы заключается в изменении ее иерархической структуры и задач, выполняемых ее объектами, в соответствии с текущим приоритетом. Решетка задач, присущих исходной иерархии, получается из решетки четырех истинностных значений (см. рис. 2, *б*) добавлением общей дополнительной задачи и разбиением задачи, связанной с утечками газа, на два уровня. Эта решетка изображена на рис. 6, где $\varepsilon_1 = \top(true)$ — объединенное выполнение всех задач, ε_0 — набор элементарных действий для выполнения эвакуации, $\perp(false)$ — бездействие, а μ и ν_u — наборы элементарных действий для выполнения фотографий и устранения утечек газа соответственно. При этом задача ε_0 одного уровня приоритетности с задачами μ и ν_u. Задача ν_d установления утечек является подзадачей ν_u и имеет меньший приоритет по сравнению с ней. Также, $U_1 = \nu_u \cup \varepsilon_0$, что позволяет интерпретировать задачу U_1 как объединенное выполнение задач ν_u и ε_0 или ν_d и ε_0 — одновременное установление или удаление утечек газа и эвакуацию людей. Аналогично для задач U_2 и U_3. Вершина e содержит правила, принадлежащие всем трем задачам вместе, но, поскольку их способы деятельности не пересекаются, то вершина e означает бездействие, но не полное, так как есть еще задача ν_d. Полное бездействие — это самая нижняя вершина $(\perp, false)$. Самая же верхняя вершина, наибольший элемент решетки, означает, таким образом, максимальную активность.

Промежуточные варианты оцениваются с помощью отношений $\leqslant_1$ и $\neg_0$, которое в данном случае может отличаться от псевдодополнения $\neg$. Так, например, $\neg_0\mu = U_1$, а $\neg\mu = \nu_d$. Интерпретировать отношение $\neg_0\mu$ можно как отсутствие выполнения задачи μ при функционировании другими способами. Другие псевдодополнения таковы: $\neg\varepsilon_0 = \neg e = \neg U_3 = \nu_d$; $\neg\nu_d = U_3$; $\neg U_2 = \neg U_1 = \neg\nu_u = \perp$.

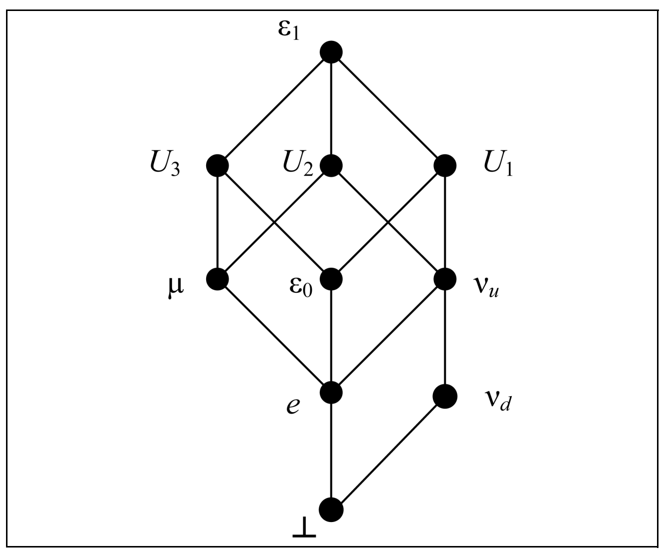

Рис. 6. Решетка задач для рассматриваемого примера

Эта решетка не является решеткой типа 2^N и представляет собой частный случай решетки D_{18}, которая представляет собой свободную порождающую подрешетку для всех дистрибутивных решеток [8]. Ее порождающими элементами, в данном случае, и служат вершины μ, ν_d и ε_0.

При реконфигурировании иерархии (переподчинении другому управляющему узлу) сменяется текущая задача, т. е. в узлах соответствующего графа один набор элементарных действий заменяется другим. Проблема возникает тогда, когда надо выбрать узел, который следует переподчинить. Например, при обнаружении людей объектом группы ν, кто должен их эвакуировать — объект из группы ν или кто-то из группы μ?

Решение этой проблемы зависит от ситуации, в которой находится система: например, от уровня опасности и степени выполнения задач разными группами, т. е. от текущего приоритета вариантов деятельности системы. Использование отношений «в смысле текущего приоритета» может позволить выбрать вариант реконфигурирования системы в данный момент.

Далее обсуждаются варианты реконфигурирования системы при возникновении задачи эвакуации людей из обследуемой зоны, отличающиеся текущим состоянием системы.

Приоритет эвакуации ε_0. В этом случае эвакуация — новая и наиболее приоритетная задача. На рис. 7, *а* изображена та же, что и на рис. 6, решетка, но при приоритете, соответствующем необходимости эвакуации, т. е. при использовании отношения частичного порядка $\leqslant_{\varepsilon_0}$. В этом случае разные вершины частично отождествляются и частичный порядок превращается в линейный. Приоритетность выполняемых действий здесь последовательно уменьшается от ε_0 до $\perp$. Используем для расщепления уровней отношение $\neg_{\varepsilon_0}$ и отношение частичного порядка в каком-нибудь другом смысле.

Рассмотрим соотношения:

$$\neg_{\varepsilon_0}\mu = \nu_u; \quad \neg_{\varepsilon_0}\nu_u = \mu; \quad \neg_{\varepsilon_0}\nu_d = \mu,$$
$$\neg_{\varepsilon_0}\perp = U_2; \quad \neg_{\varepsilon_0}e = U_2; \quad \neg_{\varepsilon_0}U_2 = e,$$
$$\neg_{\varepsilon_0}U_1 = U_3; \quad \neg_{\varepsilon_0}U_3 = U_1; \quad \neg_{\varepsilon_0}\varepsilon_1 = \varepsilon_0. \qquad (2)$$

На нижнем уровне «в смысле ε_0» отождествлены полное бездействие ($\perp$) и действия, выполняемые при измерении уровня загазованности (ν_d). Но отсутствие $\perp$ есть U_2 (также для частичного бездействия e) — объединенное выполнение μ и ν, а отсутствие ν_d — выполнение только μ (фотографирование разрушений). С этим согласуется то, что ν_d может входить в U_2 (и тогда $\neg_{\varepsilon_0}\nu_d$ — это то, что дополняет ν_d до U_2 в смысле ε_0: $[U_2 \approx_{\varepsilon_0}\nu_d] = \mu$), а e означает отсутствие любой деятельности, кроме выполнения задачи ν_d (т. е. $\neg_{\varepsilon_0}e$, отсутствие e — присутствие деятельности в смысле ε_0). Если же не выполняется задача μ, то должна выполняться задача ν_u (устранение утечек газа) и наоборот. Такая ситуация имеет более высокий приоритет, чем полное бездействие или выполнение задачи ν_d. Но на этом уровне еще не выполняется задача ε_0 — эвакуация населения. На следующем уровне такая задача выполняется силами одной из групп (U_1 или U_3), при этом другая группа занимается своей задачей. Такой же приоритет имеет деятельность, когда выполняются все три задачи (ε_1). Но отрицание ситуации ε_1 означает, что все усилия направлены на эвакуацию и это имеет самый большой приоритет в данном случае. Но как выбрать между моделями поведения, которые относятся к одному уровню в данном смысле при одновременной возможности их выполнения? Единственного смыслового значения для выбора приоритета уже не достаточно. Предположим, что наряду с приоритетом ε_0 есть еще и подчиненный приоритет ν_u. Из сравнения рис. 7, *а* и 7, *б* видно, что некоторые из вершин, относящихся к одному уровню на рис. 7, *а*, на рис. 7, *б* уже упорядочены:

$$U_3 \leqslant_{\nu_u} U_1, \varepsilon_1; \quad \mu, e \leqslant_{\nu_u} U_2, \nu_u.$$

Таким образом, в смысле ν_u задачи U_2 и ν_u предпочтительнее, чем задачи μ и e, а задачи ε_1 и U_1 — чем задача U_3; т. е. в условиях, когда при одновременном выполнении задач μ и ν двумя группами (т. е. выполняется модель

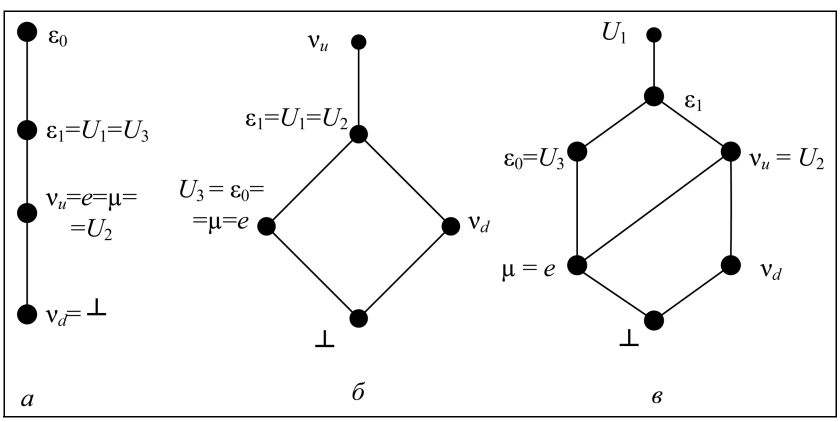

Рис. 7. Решетки задач: *а* — «в смысле ε_0», *б* — «в смысле ν_u», *в* — «в смысле U_1»

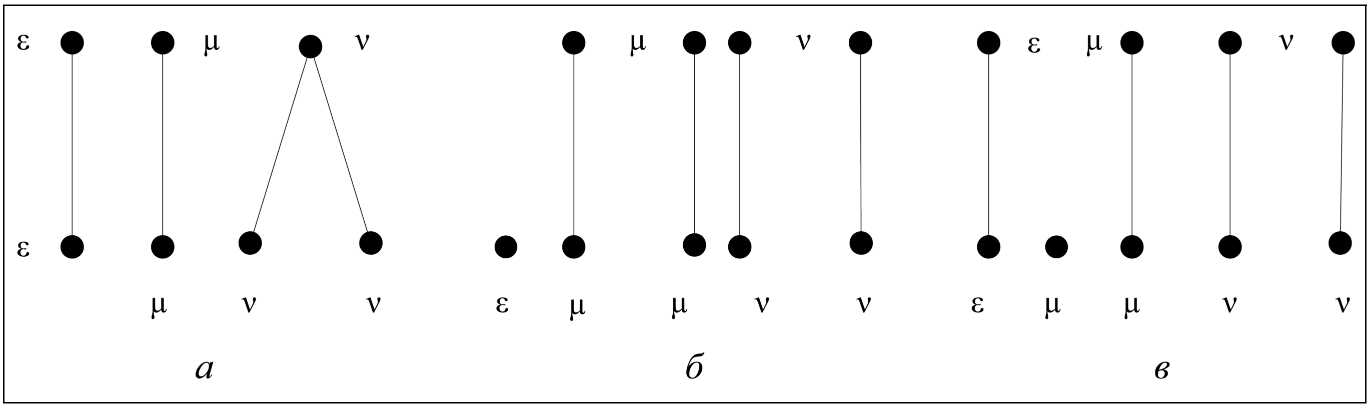

Рис. 8. Иерархия при приоритете ε и дополнительном приоритете ν_u (*а*) и соответствующие расслоения: исходное (*б*) и конечное (*в*)

поведения U_2) вторая группа обнаруживает людей в опасной зоне, при естественном дополнительном приоритете устранения утечек газа (ν_u), людей будут выводить члены группы, которые выполняют менее важную задачу μ в смысле дополнительного приоритета, т. е. будет выполняться задача U_1 или ε_1. В этом случае граф иерархии, простейший вариант которой был изображен на рис. 2, *а*, трансформируется к изображенному на рис. 8, *а*. Такой граф получается при переходе от исходного расслоения (рис. 8, *б*), соответствующего иерархии (см. рис. 2, *а*) с дополнительной задачей, к расслоению, представленному на рис. 8, *в*.

В отсутствие дополнительного приоритета эвакуацией может заниматься и группа ν.

Приоритет эвакуации ν_u. В этом случае новая задача — эвакуация, но наибольший приоритет имеет задача устранения утечек газа. На рис.7, *б* изображена решетка, представленная на рис. 6, но при приоритете ликвидации утечек газа, т. е. при использовании отношения частичного порядка $\leqslant_{\nu_u}$. Опять используем для расщепления уровней отношение отрицания в смысле ν_u и отношение частичного порядка в другом смысле:

$$\neg_{\nu_u}\mu = \varepsilon_0, \quad \neg_{\nu_u}\varepsilon_u = \mu,$$

$$\neg_{\nu_u}\perp = U_3, \quad \neg_{\nu_u}e = U_3, \quad \neg_{\nu_u}U_3 = e,$$

$$\neg_{\nu_u}U_1 = U_2, \quad \neg_{\nu_u}U_2 = U_1,$$

$$\neg_{\nu_u}\varepsilon_1 = \nu_u, \quad \neg_{\nu_u}\nu_u = \neg_{\nu_u}\nu_d = \varepsilon_1. \qquad (3)$$

Заметим, что невыполнение задачи μ означает выполнение задачи ε_0, т. е. при приоритете ν_u эвакуацию осуществляет группа-носитель задачи μ, поскольку своей группы-носителя у задачи ε_0 нет, что отличает интерпретацию соотношений (3) от интерпретации соотношений (2). Более важный случай, если при этом выполняется задача $\nu_d(U_1)$ или еще и задача $\mu(\varepsilon_1)$; т. е. вершина $\varepsilon_1 = U_1$ представляет собой объединение задач ν_d и μ или ε_0, или их вместе, или их отсутствие. При этом из соотношений (3) следует, что при невыполнении задачи U_2 (задачи μ вместе с задачами ν) выполняется задача U_1 (задача ε_0 вместе с задачей ν). Но невыполнение задачи U_3 (задача μ вместе с задачей ε_0) означает частичное бездействие (возможное выполнение только задачи ν_d). Отсутствие же «в смысле ν_u» задач ν означает, что они выполняются вместе с другими задачами (ε_1).

Положим, что теперь ε_0 является подчиненным приоритетом (т. е. степень опасности невелика). Тогда из рис. 7, *а* следует, что $U_2 \leqslant_{\varepsilon_0} U_1$, ε_1; μ, $e \leqslant_{\varepsilon_0} U_3$, ε_0.

Таким образом, в смысле ε_0, задача U_3 предпочтительнее, чем задачи μ и *e*, а задачи ε_1 и U_1 — чем задача U_2; т. е. при старте с выполнения задачи U_2 (вместе выполняются задачи μ и ν) снова приходим к выполнению задачи ε_1 или U_1, как и для решетки, представленной на рис. 7, *а*. Отличие в том, что теперь задачи U_3 (μ и ε_0) и ε_0 предпочтительнее задачи μ в смысле ε_0, но не предпочтительнее задачи ν (на рис.7, *б* они либо подчинены, либо несравнимы с задачами ν) и, значит, людей выводить всегда будут члены группы-носителя задачи μ.

Приоритет эвакуации ν_u и ε_0. На рис. 7, *в* изображена решетка, представленная на рис. 6, но при совместном приоритете ликвидации утечек газа и необходимости эвакуации, т. е. при использовании отношения частичного порядка $\leqslant_{U_1}$. Опять используем для расщепления смысловых уровней отношение отрицания в некотором смысле, в данном случае U_1:

$$\neg_{U_1}\nu_u = \neg_{U_1}\nu_d = U_2; \quad \neg_{U_1}U_2 = \nu_u,$$

$$\neg_{U_1}\varepsilon_0 = U_3; \quad \neg_{U_1}U_3 = \varepsilon_0,$$

$$\neg_{U_1}\perp = \mu; \quad \neg_{U_1}\mu = e; \quad \neg_{U_1}e = \mu,$$

$$\neg_{U_1}\varepsilon_1 = U_1.$$

Видно, что отсутствие приоритетной деятельности ν в данном смысле означает, что эта задача выполняется совместно с задачей $\mu(U_2)$. Также для задачи ε_0, которая тоже приоритетна. При этом задача ν_u не сравнима с отдельными задачами, которые ее не включают в себя, но включающими ε_0 (ε_0 и U_3), а задача ν_d не сравнима ни с ними, ни с задачей μ. Эти две ветви объединяются в выполнении совместной задачи ε_1, которая уступает по важности только задаче U_1, когда все силы должны быть брошены на выполнение приоритетных задач. В этой ситуации остается одна задача — μ, которая могла бы быть подчиненным приоритетом.

Но из рис. 9 можно получить лишь очевидное предпочтение задачи μ перед задачей e, задачи U_2 перед ν_u и U_3 перед ε_0. В общем этот случай похож на предыдущий, только приоритеты задач ν и ε_0 здесь равнозначимы.

Остальные случаи, которые мы здесь не рассматриваем: решетка в смысле U_2 по форме выглядит, как для U_1; в смысле ν_d похожа на решетку в смысле ε_0 (но всего два уровня), а в смысле U_3 — на решетку в смысле ν_u (отличия незначительны). Вариант для e в данном случае не представляет интереса.

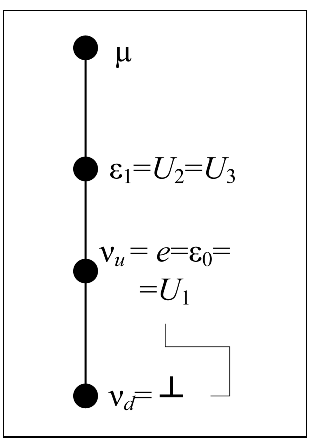

Рис. 9. Решетки задач «в смысле μ»

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование отношений и операций многозначной логики приводит к возможности динамического изменения приоритетов задач, выполняемых объектами системы. Это позволяет обосновать выбор способа реконфигурирования системной иерархии в зависимости от меняющихся условий функционирования системы. Так, например, в рассмотренной модельной задаче могут выделяться разные подгруппы для эвакуации населения в зависимости от уровня опасности (текущего приоритета выполняемых задач). Эти результаты получены только из структуры множества задач, выполняемых системой. Такой подход может служить формализованной основой для управления процессом самоорганизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hoffman K.* Formal Modeling and Analysis of Mobile Ad Hoc Networks and Communication Based Systems using Graph and Net Technologies // Bulletin of the EATCS. — June 2010. — N 101. — P. 148—160.
2. *Pfaltz J.L. and Rosenfeld A.* Web Grammars // Proceedings of IJCAI. — 1969. — P. 609—620.
3. *Айзерман М.А., Гусев Л.А., Петров С.В., Смирнова И.М.* Динамический подход к анализу структур, описываемых графами // Автоматика и телемеханика. — 1977. — № 7. — С. 136—151. — № 8. — С. 123—136.
4. *Петров С.В.* Нормальная форма графовых грамматик // Автоматика и телемеханика. — 1977. — № 6.
5. *Петров С.В.* Графовые грамматики и задачи графодинамики // Автоматика и телемеханика. — 1977. — № 10.
6. *Ehrig H, Padberg J.* Graph Grammars and Petri Net Transformations // LNCS. — 2004. — Vol. 3098. — P. 496—536.
7. *Ashby W.R.* Principles of the Self-Organizing Dynamic System // Journal of General Psychology. — 1947. — Vol. 37. — P. 125—128.
8. *Биркгоф Г.* Теория решеток. — М.: Наука, 1984. — 568 с.
9. *Голдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. — М.: Мир, 1983. — 486 с.
10. *Волкова В.Н., Денисов А.А.* Теория систем и системный анализ. — М.: Юрайт, 2010. — 679 с.
11. *Легович Ю.С., Максимов Д.Ю.* Динамическое определение приоритетов целей в самоорганизующихся системах управления // Тр. шестой междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2012) / ИПУ РАН. — М., 2012. — Т. 2. — С. 285—289.
12. *Максимов Д.Ю.* Многозначная логика Н.А. Васильева в топосах // Изв. Российской академии наук. Сер. математическая, в печати.
13. *Petri* Net Transformations / H. Ehrig, et al. — In.: *Petri Net, Theory* and *Applications*, Book ed. by V. Kordic. — Vienna: I-Tech Education and Publishing, 2008. — 534 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН С.Н. Васильевым.

Юрий Сергеевич Легович — канд. техн. наук, зав. лабораторией,
☎ (495) 334-93-61, ✉ legov@ipu.ru,

Дмитрий Юрьевич Максимов — науч. сотрудник,
☎ (495) 334-87-21, ✉ Phoenix.jhanjaa@gmail.com,

Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН,
г. Москва.