

# ВЕРХНИЕ ОЦЕНКИ ОТКЛОНЕНИЙ ТРАЕКТОРИЙ В ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВНЕШНИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ<sup>1</sup>

Я. И. Квинто, М. В. Хлебников

**Аннотация.** Исследован практически важный эффект всплеска в линейных динамических системах при ненулевых начальных условиях. Рассмотрена линейная динамическая система, подверженная воздействию произвольных ограниченных внешних возмущений. На основе техники линейных матричных неравенств и концепции инвариантных эллипсоидов установлены оценки максимального отклонения траекторий и предложен подход к синтезу обратной связи, минимизирующей отклонение. Эффективность рассмотренного подхода продемонстрирована на численных примерах. Результаты численного моделирования показали низкую степень консерватизма полученных оценок.

**Ключевые слова:** линейная динамическая система, отклонения траекторий, ограниченные внешние возмущения, линейные матричные неравенства, инвариантный эллипсоид.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк Б. Т., Тремба А. А., Хлебников М. В. и др. Большие отклонения в линейных системах при ненулевых начальных условиях // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 6. – С. 18–41. [Polyak, B. T., Tremba, A. A., Khlebnikov, M. V., et al. Large Deviations in Linear Control Systems with Nonzero Initial Conditions // Automation and Remote Control. – 2015. – Vol. 76, No. 6. – P. 957–976.]
2. Квинто Я. И., Хлебников М. В. Верхние оценки больших отклонений в линейных системах при наличии неопределенности // Проблемы управления. – 2018. – № 3. – С. 2–7. [Kvinto, Ya. I., Khlebnikov, M. V. Upper Estimate of Large Deviations in Linear Systems in Presence of Uncertainty // Control Sciences. – 2018. – No. 3. – P. 2–7. (In Russian)]
3. Квинто Я. И., Хлебников М. В. Верхние границы максимального отклонения траектории в линейных дискретных системах: робастная постановка // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 77. – С. 59–79. [Kvinto, Ya. I., Khlebnikov, M. V. Upper Bounds of Large Deviations in Linear Discrete-Time Systems: The Robust Statement // Large-Scale Systems Control. – 2019. – Iss. 77. – P. 59–79. (In Russian)]
4. Баландин Д. В., Коган М. М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. – М.: Физматлит, 2007. – 280 с. [Balandin, D. V., Kogan, M. M. Sintez zakonov upravleniya na osnove lineinykh matrichnykh neravenstv (LMI-based Control System Design) – Moscow: Fizmatlit, 2007. – 280 s. (In Russian)]
5. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербakov П. С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 560 с. [Polyak, B. T., Khlebnikov, M. V., Shcherbakov, P. S. Control of Linear Systems Subjected to Exogenous Disturbances: An LMI Approach. – Moscow: LENAND, 2014. – 260 s. (In Russian)]
6. Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994.
7. Назин С. А., Поляк Б. Т., Топунов М. В. Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 3. – С. 106–125. [Nazin, S. A., Polyak, B. T., Topunov, M. V. Rejection of Bounded Exogenous Disturbances by the Method of Invariant Ellipsoids // Automation and Remote Control. – 2007. – Vol. 68, No. 3. – P. 467–486.]
8. Поляк Б. Т., Топунов М. В., Щербakov П. С. Идеология инвариантных эллипсоидов в задаче о робастном подавлении ограниченных внешних возмущений // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2007. – Т. 3, № 1-1. – С. 51–84. [Polyak, B. T., Topunov, M. V., Shcherbakov, P. S. The Invariant Ellipsoid Ideology in Robust Rejection of Exogenous Bounded Disturbances // Stochastic Optimization in Informatics. – 2007. – Vol. 3, No. 1-1. – P. 51–84. (In Russian)]

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №18-08-00140).

9. Хлебников М. В., Поляк Б. Т., Кунцевич В. М. Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 9–59. [Khlebnikov, M. V., Polyak, B. T., Kuntsevich, V. M. Optimization of Linear Systems Subject to Bounded Exogenous Disturbances: The Invariant Ellipsoid Technique // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72, No. 11. – P. 2227–2275.]
10. Grant, M., Boyd, S. CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, Version 2. 1. – URL: <http://cvxr.com/cvx/>.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Л. П. Боровских.*

**Квинто Яна Игоревна** – канд. техн. наук, ✉ [yanakvinto@mail.ru](mailto:yanakvinto@mail.ru),

**Хлебников Михаил Владимирович** – д-р физ.-мат. наук, ✉ [khlebnik@ipu.ru](mailto:khlebnik@ipu.ru),

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва.

*Поступила в редакцию 27.01.2019.*

*Принята к публикации 4.04.2019.*

## UPPER BOUNDS OF THE DEVIATIONS IN LINEAR DYNAMICAL SYSTEM WITH BOUNDED DISTURBANCES

Ya. I. Kvinto<sup>1, #</sup>, M. V. Khlebnikov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia, <sup>#</sup> ✉ [yanakvinto@mail.ru](mailto:yanakvinto@mail.ru)

**Abstract.** A practically significant effect of a surge occurrences in linear dynamical systems under nonzero initial conditions is explored. The linear dynamical system subjected to unknown-but-bounded exogenous disturbances is considered. Using the apparatus of linear matrix inequalities and the invariant ellipsoids concept, the estimations of the upper bounds of the trajectories deviations are obtained, and an approach is suggested to the feedback design that minimizes the deviations. The efficacy of the approach proposed is illustrated on numerical examples.

**Keywords:** linear dynamical system, trajectories deviations, bounded exogenous disturbances, LMIs, invariant ellipsoids.

**Funding.** The work is performed with financial support of Russian Foundation of Basic Research (grant No. 18-08-00140).