УДК 519.833

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ С НЕСОГЛАСОВАННЫМИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯМИ У АГЕНТОВ НА ОСНОВЕ ИГР НА ЛИНЕЙНЫХ КОГНИТИВНЫХ КАРТАХ

С.Г. Куливец

Рассмотрены две теоретико-игровых модели конфликтов между агентами в слабоструктурированной ситуации. В качестве представления знаний агентов о ситуации используются линейные когнитивные карты. Когнитивные карты у различных агентов могут отличаться.

Ключевые слова: теория игр, анализ ситуаций с использованием когнитивных карт, слабоструктурированные ситуации, равновесие Нэша.

ВВЕДЕНИЕ

В некоторых задачах комплексного управления в сферах, связанных с жизнью общества (в социально-экономической, политической и др.), объект управления оказывается слабо структурированным. Понятие слабой структурированности подробно рассматривается в работе [1]. Одно из его свойств заключается в следующем: ситуация слабоструктурированная, если ее основные параметры носят качественный, а не количественный характер, и их значения представляют собой субъективные оценки экспертов. Для решения задач управления слабоструктурированными ситуациями пользуются когнитивными картами. *Когнитивная карта* — это одна из возможных моделей представления знаний эксперта (или группы экспертов) о ситуации, описанная в виде взвешенного ориентированного графа. Вершины когнитивной карты соответствуют факторам, в терминах которых описывается ситуация. Фактор можно трактовать как переменную, например «Обороноспособность государства», которая может принимать различные значения, такие как «высокая», «низкая» и т. п. Взвешенная дуга трактуется как непосредственное причинно-следственное влияние одного фактора на другой.

Задачи анализа ситуаций на основе когнитивных карт можно разделить на два типа: *статические и динамические* [2]. Статический анализ — это анализ текущей ситуации, заключающийся в выделении и сопоставлении непосредственных и опосредованных причинно-следственных путей влияния одних факторов на другие. Динамический анализ — это генерация и анализ возможных сценариев развития ситуации во времени. Далее мы будем рассматривать только задачу динамического анализа когнитивной карты. В работах [3, 4] подробно рассматриваются задачи, связанные с динамическим анализом когнитивных карт. Базовой моделью при рассмотрении этих задач служит модель импульсных процессов, предложенная в книге [5]. В работе [3] описываются решения обратной задачи для линейных моделей при задании фиксированной и нефиксированной целей управления с ограниченными ресурсами. Под фиксированной целью управления понимается задание численных значений, соответствующих лингвистическим переменным, определяющих требуемые состояния целевых факторов. Под *нефиксированной целью управления* понимается обеспечение желательных направлений изменения всех целевых факторов. Поиск решения задач управления для линейных моделей в общем случае осуществляется с помощью различных оптимизационных методов. По-видимому, первой работой, в которой было приведено общее описание теоретико-игровой модели взаимодействия нескольких агентов в динамической системе, представленной в виде когнитивной карты ситуации, была работа [6]. В ней были перечислены основания для классификации теоретико-игровых моделей конфликта на когнитивной карте и

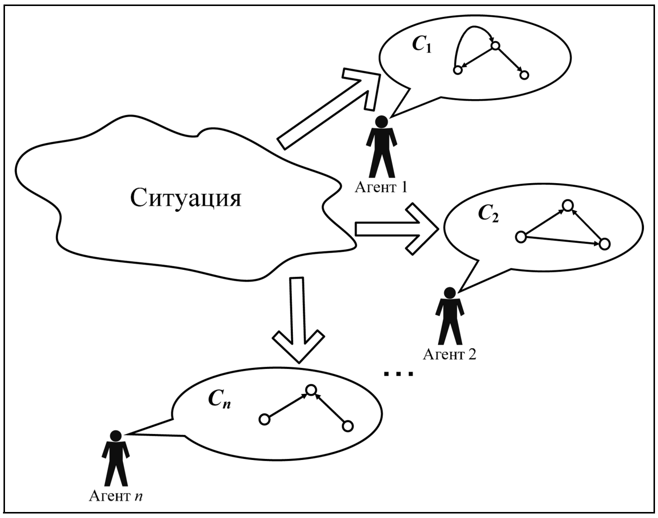

Рис. 1. Представления агентов о ситуации, формализованные в виде когнитивных карт

рассмотрена одна игра в нормальной форме на линейной когнитивной карте. Описание этой игры, в частности, послужило прямым прообразом для модели, рассмотренной в § 3 настоящей работы.

В настоящей статье рассматривается ситуация взаимодействия нескольких агентов, каждый из которых обладает в общем случае собственной когнитивной картой (рис. 1). В отличие от модели, рассмотренной в работе [6], не только цели агентов могут не совпадать, но и их представления о ситуации могут быть различны.

В этом случае агенты могут по-разному предвидеть результаты одного и того же совместного действия. Это порождает определенную специфику их взаимодействия. В частности, в игре двух агентов с одним общим целевым фактором и с разными желаемыми значениями для него становится возможным такое совместное воздействие агентов, что каждый из агентов в своих представлениях полностью достигает своей цели. Иначе говоря, несогласованные представления могут в некоторых случаях компенсировать существенное отличие в целевых установках и послужить причиной к полному согласию там, где его не могло бы быть в случае согласованных представлений.

1. УПРАВЛЕНИЕ СИТУАЦИЕЙ В МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОЙ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

Под *линейной когнитивной картой* понимается взвешенный орграф, вершины и дуги которого удовлетворяют описанным далее условиям, и задано правило изменения значений вершин (см. далее). Каждая вершина этого орграфа представляет *фактор* из предметной области. Множество всех факторов обозначим $M = \{1, ..., m\}$. Ориентированные дуги представляют *причинно-следственные связи* между факторами в рассматриваемой предметной области. Фактор-причина — это фактор, из которого выходит дуга, а фактор-следствие — это фактор, в который она входит. Далее, под *матрицей смежности орграфа W* будем понимать матрицу, элементы которой $w_{ji} \in R$ соответствуют весам дуг, задающих силу и вид причинно-следственных связей. Абсолютное значение веса дуги $|w_{ji}|$ задает силу причинно-следственной связи j-го фактора-причины на i-й фактор-следствие. Знак веса дуги задает вид связи: если $w_{ji} > 0$, то причинно-следственная связь j-го фактора на i-й фактор положительная, если $w_{ji} < 0$, то причинно-следственная связь отрицательная [1].

Пусть время дискретно и начальному состоянию системы соответствует нулевой момент времени. *Автономный импульсный процесс* во взвешенном орграфе определяется по правилу (1) с вектором начальных значений факторов $x(0) = (x_1(0), x_2(0), ..., x_m(0))$, $x(0) \in R^m$, и вектором $p(0) = (p_1(0), p_2(0), ..., p_m(0))$, $p(0) \in R^m$, задающим внешний импульс, вводимый в каждую вершину в нулевой момент времени [5].

$$x_i(t + 1) = x_i(t) + p_i(t),$$

$$\text{где } p_i(t) = \begin{cases} p_i(0), & t = 0 \\ \sum\limits_{j \in M} w_{ji} p_j(t-1), & t = 1, 2, 3, ..., \end{cases} \qquad (1)$$

где w_{ji} — элементы матрицы смежности W орграфа.

Зафиксируем дискретный момент времени $T > 0$. Вектор значений всех факторов $x(T)$ определяется из выражения

$$x(T) = x(0) + p(0) + p(1) + ... + p(T - 1) =$$
$$= x(0) + p(0) + p(0)W + ... + p(0)W^{T-1}.$$

Если вынести за скобки общий множитель $p(0)$, то получим

$$x(T) = x(0) + p(0)(E + W + ... + W^{T-1}) =$$
$$= x(0) + p(0)_T Q,$$

где E — единичная матрица. Матрицу ${}_TQ = E + W + ... + W^{T-1}$ будем называть *матрицей достижимости воздействий к моменту времени T* для матрицы смежности W. Тогда сумма последовательных приращений для фактора x_j представима в виде

$$\sum_{t=0}^{T} p_j(t) = \sum_{k \in M} {}_T q_{kj} p_k(0), \qquad (2)$$

где ${}_Tq_{kj}$ — элементы матрицы ${}_TQ$. Рассмотрим задачу управления слабоструктурированной ситуацией в модели линейной когнитивной карты. Под *управляющими воздействиями* будем понимать внешние импульсы, вводимые в каждую вершину в начальный момент времени $p(0)$; причем $p_j(0) = 0$, если на j-ю вершину воздействие не оказывается. Под *результатом управления* понимается совокупность значений всех факторов в момент времени T:

$$x_j(T) = x_j(0) + \sum_{t=0}^{T} p_j(t), \quad j \in M. \qquad (3)$$

Определение *цели управления* задается условиями, налагаемыми на результат управления $x(T) = (x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T))$, $x(T) \in R^m$.

2. ОПИСАНИЕ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ МОДЕЛИ КОНФЛИКТА

Рассмотрим задачу управления слабоструктурированной ситуацией, в которой управляющие воздействия в нулевой момент времени осуществляют сразу несколько агентов. Выбор управляющего воздействия агентом определяется *правилом индивидуального рационального выбора* [7]. При таком управлении возникает конфликтная ситуация или *игра* между агентами, т. е. взаимодействие агентов, в котором полезность каждого агента зависит как от его собственного действия (стратегии), так и от действий других агентов. Обозначим множество всех агентов через $N = \{1, ..., n\}$. Каждый из агентов $i \in N$ формально может быть представлен тройкой параметров $<S_i, f_i, C_i>$:

— возможностями по оказанию управляющего воздействия на ситуацию, которые задаются *множеством стратегий* S_i;

— целью управления, которая описывается в виде *функции полезности* для агента f_i;

— знаниями агента об управляемой ситуации, которые задаются в виде *линейной когнитивной карты* C_i.

Рассмотрим каждый из параметров более подробно. Будем считать, что *линейные когнитивные карты* всех *агентов* $C_1, C_2, ..., C_n$ имеют одинаково упорядоченное множество факторов $M = \{1, ..., m\}$, но могут отличаться причинно-следственными связями между факторами. Таким образом, когнитивные карты разных агентов имеют в общем виде различные матрицы смежности орграфов $W^{(1)}, W^{(2)}, ..., W^{(n)}$. Однако вполне возможно, что у некоторых (в частном случае — у всех) агентов матрицы смежности могут совпадать $W^{(i)} = W^{(j)}$. Будем считать, что дискретное время в моделях когнитивных карт у всех агентов протекает одинаково. Начальный момент времени фиксирован для всех и равен 0. Всем агентам известен вектор начальных значений факторов $x(0) \in R^m$.

Агент с номером $i \in N$ располагает непустым подмножеством факторов $M_i \in M$, доступных ему для управляющего воздействия. Будем называть M_i *множеством управляемых факторов* i-го агента. Для любых двух агентов $i, j \in N$: $M_i \cap M_j = \varnothing$, и $\cup_{k \in N} M_k \subseteq M$. Число факторов в множестве M_i будем обозначать m_i.

В векторе совместных управляющих воздействий $p(0) = (p_1(0), p_2(0), ..., p_m(0))$ отражается воздействие каждого из агентов. *Стратегией i-го агента s_i* будем считать вектор, состоящий из упорядоченных компонентов вектора $p(0)$ с номерами из множества $\{k_1, k_2, ..., k_{m_i}\} = M_i$: $s_i = (p_{k_1}(0), p_{k_2}(0), ..., p_{k_{m_i}}(0))$. Каждый агент воздействует на ситуацию, задавая значения лишь для «своих» компонентов вектора $p(0)$. Остальные компоненты вектора $p(0)$, на которые не воздействует ни один из агентов, равны нулю: $(\forall j \in M \backslash \cup_{k \in N} M_k)$, $p_j(0) = 0$.

Воздействие требует затрат определенного количества ресурсов, которые, как правило, ограничены. Введем простейшие ограничения на управляющие воздействия по каждому фактору в виде отрезка допустимых значений: $(\forall j \in \cup_{k \in N} M_k)$ $p_j(0) \in [p_j^{\min}, p_j^{\max}]$, где $p_j^{\min}, p_j^{\max} \in R$. Тогда *множество стратегий i-го агента S_i* можно представить как декартово произведение m_i отрезков $[p_{k_1}^{\min}, p_{k_1}^{\max}] \times [p_{k_2}^{\min}, p_{k_2}^{\max}] \times ... \times [p_{k_{m_i}}^{\min}, p_{k_{m_i}}^{\max}]$. Фактически множество стратегий i-го агента S_i является m_i-мерным прямоугольным параллелепипедом, однако далее для краткости будем называть его *m_i-мерным гиперкубом*, а множество всех возможных стратегий агентов $S_1 \times ... \times S_n$ — просто *гиперкубом*. Будем рассматривать $\{s_i\}_{i \in N}$ как вектор стратегий всех агентов $(s_1, s_2, ..., s_n) \in S_1 \times ... \times S_n$.

Для каждого агента определим на множестве результатов управления функцию полезности $f_i(x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T))$. *Цель управления i-го агента* заключается в максимизации значения функции f_i. Рассмотрим по отдельности два случая, для которых будут построены функции полезности.

1. Агенту i важно неограниченное увеличение (либо уменьшение) значения фактора x_j. Тогда в

случае увеличения значения фактора необходимо максимизировать выражение $(x_j(T) - x_j(0))$, а в случае уменьшения значения фактора необходимо максимизировать выражение $-(x_j(T) - x_j(0))$.

2. Агенту i важно неограниченное приближение значения фактора x_j к некоторому выгодному для него значению x^*_{ij}. Тогда будем считать, что для него желательно максимизировать выражение $-(x_j(T) - x^*_{ij})^2$.

Отметим, что выражения в п. 1 и 2 записаны так, чтобы максимум их значений соответствовал цели агента. В случае, когда агенту «небезразличны» значения более одного фактора, можно записать свертку по вышеописанным выражениям для таких факторов с соответствующими коэффициентами, каждый из которых интерпретируется как «доля важности» ограничений на значение соответствующего фактора. Для обоих случаев запишем соответствующий вид функции полезности для произвольного i-го агента.

Функция полезности для случая 1 имеет вид:

$$f_i(x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T)) = \sum_{j \in M} \gamma_{ij}(x_j(T) - x_j(0)), \quad (4)$$

где $|\gamma_{ij}|$ — «доля важности» значения j-го фактора среди остальных факторов для i-го агента, $\gamma_{ij} \in [-1, 1]$, сумма величин $|\gamma_{ij}|$ равна единице для фиксированного $i \in N$. Знак коэффициента γ_{ij} отражает направление изменения значения фактора, выгодное для агента. Если $\gamma_{ij} > 0$, то i-й агент стремится неограниченно увеличить значение j-го фактора. Если $\gamma_{ij} < 0$, то i-й агент стремится неограниченно уменьшить значение j-го фактора. Если $\gamma_{ij} = 0$, то i-му агенту безразлично значение j-го фактора.

Функция полезности для второго случая будет иметь вид:

$$f_i(x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T)) = -\sum_{j \in M} \gamma_{ij}(x_j(T) - x^*_{ij})^2, \quad (5)$$

где γ_{ij} — «доля важности» значения j-го фактора для i-го агента, $\gamma_{ij} \in [0, 1]$, сумма величин γ_{ij} равна единице для фиксированного $i \in N$.

Фактор, в выражении для которого в записи функции полезности для i-го агента в виде (4) или (5) коэффициент $\gamma_{ij} \neq 0$, будем называть *целевым фактором* для i-го агента.

Определив все параметры игры, запишем ее в нормальной форме:

$$\Gamma_C = \{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N}, \{C_i\}_{i \in N}\}. \quad (6)$$

Перечислим в явном виде допущения, из которых мы будем исходить при рассмотрении игры (6):

1) множества факторов в когнитивных картах всех агентов совпадают;

2) множества управляемых факторов для всех агентов заданы и не пересекаются;

3) агенты знают когнитивные карты, функции полезности и множества стратегий друг друга;

4) каждый агент верит в адекватность лишь собственной когнитивной карты;

5) п. 1—4 являются общим знанием среди агентов.

Далее мы будем рассматривать две игры, в каждой из которых функции полезности одновременно всех агентов описываются либо в виде (4), либо в виде (5). Для краткости, пользуясь терминологией из работы [3], будем их называть *моделью с нефиксированной целью управления* и *моделью с фиксированной целью управления* соответственно. Решения обеих игр будем искать в соответствии с концепцией равновесия Нэша в чистых стратегиях [7]. В зависимости от игры будут определяться *равновесие в доминантных стратегиях* в случае модели с нефиксированной целью управления, и *равновесие Нэша в чистых стратегиях* в модели с фиксированной целью управления.

3. ПОИСК РЕШЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ С НЕФИКСИРОВАННОЙ ЦЕЛЬЮ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим игру (6), в которой все функции полезности агентов записаны в виде (4). Отметим, что подобная задача решена в статье [6] и переформулирована в используемых нами обозначениях в работе [8]. В этих работах рассмотрен случай, когда у всех агентов когнитивные карты совпадают или, иначе, они все играют на одной когнитивной карте. В настоящей статье постановка задачи другая: когнитивные карты агентов различны. Однако рассуждения, изложенные в работах [6, 8], могут быть успешно повторены и для нашей постановки.

Выберем произвольного агента $i \in N$, и далее будем рассматривать ситуацию с его точки зрения. Преобразуем его функцию полезности $f_i(x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T))$ к виду, в котором явно отражена зависимость его выигрыша от действий всех агентов $g_i(s_1, s_2,..., s_n)$. Для этого в выражение (4) вместо $x_j(T)$ подставим правую часть выражения (3). Получим:

$$\sum_{j \in M} \gamma_{ij}(x_j(T) - x_j(0)) = \sum_{j \in M} \gamma_{ij}\left(x_j(0) + \sum_{t=0}^{T} p_j(t) - x_j(0)\right) = \sum_{j \in M} \gamma_{ij}\left(\sum_{t=0}^{T} p_j(t)\right).$$

Далее, используя выражение (2), получаем

$$\sum_{j \in M} \gamma_{ij}\left(\sum_{t=0}^{T} p_j(t)\right) = \sum_{j \in M} \gamma_{ij}\left(\sum_{k \in M} {}_Tq_{kj}^{(i)} p_k(0)\right) =$$

$$= \sum_{j \in M} \sum_{k \in M} \gamma_{ij\,T} q_{kj}^{(i)} p_k(0) = \sum_{k \in M}\left[\left(\sum_{j \in M} \gamma_{ij\,T} q_{kj}^{(i)}\right) p_k(0)\right].$$

Заметим, что при подстановке выражения (2) использовались элементы ${}_Tq_{kj}{}^{(i)}$ матрицы достижимости воздействий к моменту времени T ${}_TQ^{(i)}$ для матрицы смежности орграфа $W^{(i)}$, т. е. знания i-го агента о ситуации. Это обосновано четвертым допущением, сделанным в предыдущем параграфе, о том, что каждый агент верит в адекватность лишь собственной когнитивной карты.

Обозначим ${}_T\alpha_{ik}^{(i)} = \left(\sum_{j \in M} \gamma_{ij\,T} q_{kj}^{(i)}\right)$. Тогда функцию полезности i-го агента можно записать в виде, называемом *целевой функцией i-го агента*:

$$g_i = \sum_{k \in M} {}_T\alpha_{ik}^{(i)} p_k(0) =$$

$$= \sum_{k \in M_i} {}_T\alpha_{ik}^{(i)} p_k(0) + \sum_{k \in M \setminus M_i} {}_T\alpha_{ik}^{(i)} p_k(0). \qquad (7)$$

Представление целевой функции g_i в виде (7) позволяет аддитивно выделить зависимость ее значения от выбранной i-м агентом стратегии. Согласно лемме из работы [7] у агента i есть доминантная стратегия, следовательно, *решением в модели с нефиксированной целью управления будет совокупность доминантных стратегий агентов s_i^* (равновесие в доминантных стратегиях). Доминантные стратегии агентов вычисляются по формуле*

$$p_j^*(0) =$$

$$= \begin{cases} p_j^{\min}, & \operatorname{sign}({}_T\alpha_{ij}^{(i)}) < 0, \\ p_j^{\max}, & \operatorname{sign}({}_T\alpha_{ij}^{(i)}) > 0,\ \forall j,\ j \in M_i, \\ 0, \text{ для определенности}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

4. ПОИСК РЕШЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ С ФИКСИРОВАННОЙ ЦЕЛЬЮ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим игру (6), в которой все функции полезности агентов записаны в виде (5). Вновь выберем произвольного агента $i \in N$, и далее будем рассматривать ситуацию с его точки зрения. Преобразуем его функцию полезности $f_i(x_1(T), x_2(T), ..., x_m(T))$ к виду, в котором явно отражена зависимость его выигрыша от действий всех агентов $g_i(s_1, s_2, ..., s_n)$. Для этого в выражение (5) вместо $x_j(T)$ подставим правые части выражений (3) и (2):

$$\sum_{j \in M} \gamma_{ij}[-(x_j(T) - x_{ij}^*)^2] =$$

$$= -\sum_{j \in M} \gamma_{ij}(x_j(0) + \sum_{k \in M} {}_Tq_{kj}^{(i)} p_k(0) - x_{ij}^*)^2.$$

Заметим, что при подстановке выражения (2), как и в предыдущем разделе, при записи функции использовались элементы ${}_Tq_{kj}^{(i)}$ матрицы достижимости воздействий к моменту времени T ${}_TQ^{(i)}$ для матрицы смежности орграфа $W^{(i)}$. Как и при записи функции (7), это обосновано четвертым допущением о том, что каждый агент верит в адекватность лишь собственной карты. Таким образом, из функции полезности (5) получаем целевую функцию

$$g_i = -\sum_{j \in M} \gamma_{ij}\left(c_{ij} + \sum_{k \in M} {}_Tq_{kj}^{(i)} p_k(0)\right)^2 =$$

$$= -\sum_{j \in M} \gamma_{ij}(c_{ij} + {}_Tq_{1j}^{(i)} s_i' + {}_Tq_{2j}^{(i)} s_{-i}')^2. \qquad (8)$$

Здесь $c_{ij} = x_j(0) - x_{ij}^*$; ${}_Tq_{1j}^{(i)}$ и ${}_Tq_{2j}^{(i)}$ — векторы, составленные из соответствующих коэффициентов ${}_Tq_{kj}^{(i)}$ в первой и второй суммах соответственно; s_i' и s_{-i}' — транспонированные вектор стратегий и вектор обстановки игры соответственно для i-го агента. Функция (8) строго вогнута по переменной-стратегии s_i: $\forall\alpha \in (0, 1)$ $g_i(\alpha s_i^* + (1 - \alpha)s_i^{**}, s_{-i}) > \alpha g_i(s_i^*, s_{-i}) + (1 - \alpha)g_i(s_i^{**}, s_{-i})$. Кроме того, функция (8) непрерывна по всем своим переменным, как суперпозиция непрерывных функций. Согласно соответствующей теореме из работы [7] для модели с фиксированной целью управления существует равновесие Нэша в чистых стратегиях.

Отметим, что модель с фиксированной целью управления формально похожа на олигополию Курно [9]. Далее для поиска решения в модели с фиксированной целью управления, аналогично решению задачи олигополии Курно, построим систему уравнений для поиска наилучшего ответа каждого из агентов: $\dfrac{\partial g_i(s_i^*, s_{-i}^*)}{\partial p_l(0)} = 0$, $\forall l \in M_i$, $\forall i \in N$.

Запишем эту систему уравнений в явном виде после соответствующего преобразования:

$$\sum_{k \in M}\left(\sum_{j \in M} \gamma_{ij\,T} q_{lj}^{(i)}\ {}_Tq_{kj}^{(i)}\right) p_k(0) = -\sum_{j \in M} \gamma_{ij\,T} q_{lj}^{(i)} c_{ij},$$

$$\forall l \in M_i, \quad \forall i \in N. \qquad (9)$$

Как отмечалось ранее, в выражении (9) $p_k(0) = 0$, $\forall k \notin \cup_{i \in N} M_i$, т. е. по неуправляемым факторам управляющие воздействия отсутствуют. Подобно решению задачи олигополии Курно [9] можно утверждать, что *если решение системы уравнений* (9) *существует и принадлежит гиперкубу* $S_1 \times \ldots \times S_n$, *то оно является равновесием Нэша в чистых стратегиях для модели с фиксированной целью управления*. Также можно показать, что *если точка равновесия Нэша в чистых стратегиях для модели с фиксированной целью управления принадлежит внутренности гиперкуба* $S_1 \times \ldots \times S_n$, *то она является решением системы уравнений* (9).

Из этих двух утверждений и из существования равновесия Нэша в чистых стратегиях для модели с фиксированной целью управления следует справедливость того, что *если ни одно из решений системы уравнений* (9) *не принадлежит гиперкубу* $S_1 \times \ldots \times S_n$, *то точка равновесия Нэша в чистых стратегиях для модели с фиксированной целью управления лежит на границе гиперкуба* $S_1 \times \ldots \times S_n$.

5. ПРИМЕР

Рассмотрим пример взаимодействия двух агентов, когнитивные карты которых содержат три фактора A, B и C (рис. 2).

Начальное значение каждого фактора указано в вершинах графа: $A = 1$, $B = -7$, $C = 11$. Пусть A — целевой фактор для обоих агентов, B — управляемый фактор первого агента, C — управляемый фактор второго агента. За момент времени для регистрации результата управления примем $T = 3$. Управляющие воздействия на фактор B ограничены отрезком [−10, 10], а на фактор C — отрезком [−15, 15]. Эти отрезки являются множеством стратегий первого и второго агентов соответственно: $S_1 = [-10, 10]$, $S_2 = [-15, 15]$. Рассмотрим случай с нефиксированными целями управления, когда цели агентов противоположны. Пусть целью первого агента будет неограниченное уменьшение значения фактора A, а целью второго — его неограниченное увеличение. В этом случае целевые функции агентов примут вид: $f_1 = -(x_A(3) - 1) = 0{,}04p_B(0) - 0{,}02p_C(0)$, $f_2 = (x_A(3) - 1) = 0{,}08p_B(0) - 0{,}35\ p_C(0)$. Очевидно, решением игры будет равновесие в доминантных стратегиях ($p_B^*(0)$, $p_C^*(0)$) = (10, −15). Это решение — единственное оптимальное по Парето в игре, так как доставляет максимальный возможный выигрыш и первому, и второму агенту одновременно, и другого такого набора стратегий нет. Этот пример иллюстрирует возможность того, что агенты с противоположными исходными целями могут образовать коалицию «по действиям» из-за несогласованности представлений. Можно видеть, что, если в данном примере цели агентов были бы одинаковы, например, оба агента стремились бы к неограниченному уменьшению значения фактора A, то действия одного агента мешали бы другому в достижении поставленной цели, и наоборот. Отмеченный факт может служить иллюстрацией того, что агенты с одинаковыми целями, но разными представлениями о ситуации, могут вступить в конфронтацию. И наоборот — агенты с противоположными целями и различными представлениями о ситуации могут действовать совместно.

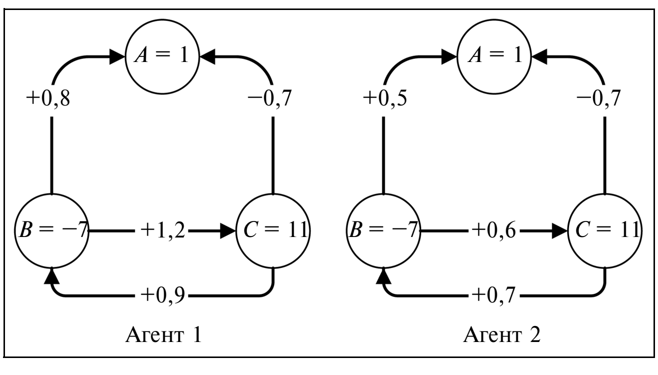

Рис. 2. Когнитивные карты двух агентов

Рассмотрим тот же пример взаимодействия двух агентов в случае с фиксированными целями управления. Пусть первому агенту важно неограниченное приближение значения фактора A к 0, а второму агенту — к 2. В этом случае целевые функции агентов примут вид: $f_1 = -(x_A(3) - 0)^2 = -(1 - 0{,}04p_B(0) + 0{,}02p_C(0))^2$, $f_2 = -(x_A(3) - 2)^2 = -(0{,}08p_B(0) - 0{,}35p_C(0) - 1)^2$. Решением системы уравнений (9) для данной задачи будет вектор (26,61; 3,23), который, очевидно, не принадлежит множеству всех возможных наборов стратегий агентов $S_1 \times S_2$. В этом случае единственным равновесием Нэша будет точка на границе множества $S_1 \times S_2$: (10; −0,57). Значения целевых функций у агентов: f_1 (10; −0,57) = −0,35, f_2 (10; −0,57) = 0. Однако первый агент может улучшить свой выигрыш, если сообщит заведомо ложную информацию о своей когнитивной карте второму агенту, искажая силу влияния $B \to C$ с +1,2 на +0,5, и $C \to B$ с +0,9 на +0,3. Отметим, что этот пример выпадает из наших предположений, сделанных в § 2 о том, что все агенты знают истинные когнитивные карты друг друга.

В этом случае равновесие Нэша для второго агента смещается в точку (−6,71; −4,39). Этим может воспользоваться первый агент, сохраняя свою истинную наилучшую стратегию. Построим *граф рефлексивной игры* (рис. 3) и рассчитаем *информационное равновесие* [10].

Вершины графа соответствуют реальным (1 и 2) и фантомным (21) агентам, т. е. попарно нетождественным структурам информированности. Дуги графа отражают взаимную информированность агентов: направление стрелки от одного агента к другому обозначает, что второй агент адекватно информирован о первом. Решением будет *информационное равновесие* (10; −4,39)

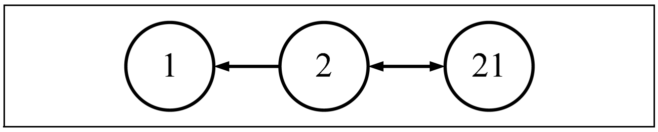

Рис. 3. Граф рефлексивной игры

[10], значения целевых функций агентов будут следующими: f_1 (10; –4,39) = –0,26; f_2 (10; –4,39) = –1,79. При сравнении выигрышей первого агента в двух случаях видно, что он смог добиться его увеличения от –0,35 до –0,26 путем дезинформации второго агента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены модели конфликта интересов, в которых агенты представлены различными описаниями собственных знаний о ситуации в целом, формализованными в виде линейных когнитивных карт. Получены решения для обеих моделей в рамках концепции решения равновесия Нэша в чистых стратегиях. Эти результаты опираются на сделанные в § 2 допущения. Еще раз отметим два важных момента.

- Формальному описанию подвергается внутреннее видение агентами законов развития ситуации во времени. В этом случае агенты по-разному предвидят результаты одного и того же действия, но каждый агент верит в адекватность лишь собственного результата. Как следствие, в приведенных моделях выигрышем агента считается величина, рассчитанная, исходя из представлений лишь этого агента о своем выигрыше: агент, принимая решение, понимает не только то, что у остальных агентов другие цели, но и то, что они видят мир иначе. Такая постановка приводит к целесообразности рассмотрения рефлексивных игр [9, 10] на когнитивных картах.
- В рассмотренных моделях знания агентов о ситуации представлены разными когнитивными картами и отсутствует какая-либо информация о том, какая из когнитивных карт адекватно описывает ситуацию, если такой картой обладает кто-либо из агентов. Иначе говоря, решаемая нами задача прогноза действий агентов не зависит от того, кто из них (а, может быть, и никто) адекватно представляет ситуацию в целом.

В рамках примеров (см. § 5) были продемонстрированы некоторые эффекты, возникающие при моделировании взаимодействий агентов с несогласованными представлениями. Например, то, что агенты с противоположными исходными целями и различной информированностью могут образовать коалицию «по действиям». В частности, в первом примере именно различие когнитивных карт у агентов послужило причиной максимизации их общего благосостояния. Также представлен случай, когда одинаковые цели и разные представления о ситуации приводят к конфронтации участников. В примере с фиксированными целями показана возможность увеличения выигрыша агента путем дезинформации им своих оппонентов относительно собственной когнитивной карты. Все это позволяет ставить и решать задачи информационного управления на когнитивных картах, причем управление может осуществляться как самими агентами, так и внешними по отношению к ним сторонами для достижения собственных целей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузнецов О.П., Кулинич А.А., Марковский А.В.* Анализ влияний при управлении слабоструктурированными ситуациями на основе когнитивных карт // Человеческий фактор в управлении. — М.: КомКнига, 2006. — С. 313—344.
2. *Кузнецов О.П.* Интеллектуализация поддержки управляющих решений и создание интеллектуальных систем // Проблемы управления. — 2009. — № 3.1. — С. 64—72.
3. *Максимов В.И., Корноушенко Е.К.* Аналитические основы применения когнитивного подхода при решении слабоструктурированных задач // Труды ИПУ РАН. — М., 1999. — Т. II. — С. 95—109.
4. *Максимов В.И.* Структурно-целевой анализ развития социально-экономических ситуаций // Проблемы управления. — 2005. — № 3. — С. 30—38.
5. *Робертс Ф.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. — 325 с.
6. *Новиков Д.А.* «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. — 2008. — № 3 — С. 14—22.
7. 7.*Губко М.В., Новиков Д.А.* Теория игр в управлении организационными системами. — М.: СИНТЕГ, 2005. — 138 с.
8. *Куливец С.Г.* Теоретико-игровые модели на линейных когнитивных картах // Сб. науч. тр. V междунар. науч.-техн. конф. «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте». — М., 2009. — С. 379—386.
9. *Чхартишвили А.Г.* Теоретико-игровые модели информационного управления. — М.: ЗАО «ПМСОФТ», 2004. — 227 с.
10. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексивные игры. — М.: СИНТЕГ, 2003. — 160 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. РАН Д.А. Новиковым.

Куливец Сергей Геннадьевич — аспирант, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва,
☎ (495) 334-76-39, ✉ skulivec@yandex.ru.