

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПОТОКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ НА ПОСАДКУ

Е. Л. Кулида*, В. Г. Лебедев**, Н. А. Егоров***

*-***Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

*✉ elena-kulida@yandex.ru, **✉ lebedev-valentin@yandex.ru, ***✉ negorov@bk.ru

Аннотация. Рассматривается задача оптимизации последовательности и времен посадка воздушных судов, актуальная для увеличения пропускной способности взлетно-посадочных полос аэропортов. Приведены краткий обзор основных подходов к решению задачи, математическая постановка задачи, основные ограничения и целевые функции. Изложено описание точного метода решения и методов приближенного решения задачи при помощи генетических алгоритмов с двумя различными операторами скрещивания, а также эвристического алгоритма. Время получения точного решения экспоненциально растет с ростом размерности задачи (количества воздушных судов), что делает проблематичным его применение на практике. Приближенные методы позволяют получить не всегда оптимальное, но достаточно хорошее решение в реальном времени при посадке воздушных судов. Приведено описание разработанного программного комплекса моделирования, на основе которого проведено сравнительное исследование эффективности основных реализованных методов. Предлагается использование глубокого обучения с подкреплением для решения задачи.

Ключевые слова: пропускная способность взлетно-посадочных полос аэропортов, минимальное безопасное время между посадками, критерии оптимальности, библиотека методов.

ВВЕДЕНИЕ

Ограничения пропускной способности взлетно-посадочных полос аэропортов – известное узкое место при организации воздушного движения, которое является одной из главных причин задержки рейсов. Задержки рейсов, особенно перед посадкой, когда воздушное судно (ВС) находится в полете, приводят к дополнительным расходам авиакомпаний, увеличению расхода топлива, загрязнению атмосферы, недовольству пассажиров. Для увеличения пропускной способности существующих взлетно-посадочных полос аэропортов одной из основных является задача оптимизации потока ВС на посадку. Минимальное безопасное время между посадками последовательных ВС зависит от типов (весов) этих ВС. Пропускная способность взлетно-посадочных полос аэропортов зависит от последовательности ВС на посадку, поскольку ми-

нимальное безопасное время посадки тяжелого ВС после легкого существенно меньше, чем время посадки легкого ВС после тяжелого вследствие образующегося турбулентного вихревого следа, создаваемого ведущим ВС. Широко применяемый на практике метод «первым пришел – первым обслужен» (англ. *First Come First Served*, FCFS) редко обеспечивает оптимальную последовательность с точки зрения пропускной способности взлетно-посадочной полосы или средней задержки ВС.

Задача оптимизации потока ВС на посадку включает планирование последовательности и времени посадки находящихся в зоне терминала ВС с учетом эксплуатационных ограничений с целью минимизации заданных критериев. Решение этой задачи актуально для инструментов поддержки принятия решений, помогающих диспетчерам управлять потоком прибывающих ВС, таких как CenterTRACON (CTAS), разработанный NASA и FAA [1], и его европейский аналог ArrivalMANager



(AMAN) [2]. Существует версия Extended AMAN, рассматривающая область до 500 миль от аэропорта, что позволяет заблаговременно начать оптимизировать последовательность ВС, чтобы уменьшить заторы, шум и расход топлива в воздушном пространстве вблизи аэропортов [3].

Задача оптимизации потока ВС на посадку известна давно и решается уже несколько десятилетий, начиная с 1980-х гг., но поиск новых решений продолжается до настоящего времени, поскольку успешность применения решений в режиме реального времени, когда ВС готовятся к посадке в зоне аэропорта, требует как можно более высокой скорости получения решения [4–6].

Различаются статическая и динамическая постановки задачи оптимизации потока ВС на посадку. В статической постановке информация о наборе ВС, заходящих на посадку, предполагается известной [7–10]. В динамической постановке набор ВС с течением времени изменяется, так как некоторые ВС совершают посадку, а новые ВС появляются в зоне аэропорта [11, 12]. Однако подавляющая часть исследований посвящена решению статической задачи, поскольку динамическая задача решается на основе решения статической с использованием скользящего горизонта и обновлением решений при изменениях набора ВС [12–15].

Одним из главных требований при организации воздушного движения является обеспечение безопасности. Обязательными требованиями с точки зрения обеспечения безопасности для задачи оптимизации потока ВС на посадку являются ограничения безопасного разделения между ВС, согласно правилам Международной организации гражданской авиации, и требование посадки ВС в течение заданного временного окна, обусловленного летно-техническими характеристиками ВС и имеющимся на ВС топливом. На практике на условия эшелонирования могут влиять погодные условия, конфигурация взлетно-посадочных полос, структура маршрутов вылета и захода на посадку и т. д. Могут вводиться дополнительные ограничения, такие как ограниченное смещение ВС относительно позиции в порядке регистрации в зоне аэропорта [7, 16–18], ограничения приоритета, временные отрезки закрытия взлетно-посадочной полосы [8] и т. д. В литературе исследуются различные постановки задачи, в которых рассматривается одна [11, 19, 20] или несколько взлетно-посадочных полос [8, 9, 21–24], используемых только для посадки или как для посадки, так и для взлетов [10, 25, 26]. В последнее время появились работы по интегрированному планированию взаи-

мосвязанных процессов прилета-вылета и движения ВС по рулежным дорожкам [27].

Целевые функции также могут быть различными. Чаще всего целевая функция связана с минимизацией отклонения от целевого времени приземления – осуществляется минимизация средней, максимальной или суммарной задержки рейсов [3, 21, 23, 28–30], максимизация пропускной способности взлетно-посадочной полосы [31], минимизация расходов авиакомпании [32–34], минимизация экологических издержек за счет оптимизации расходов топлива и минимизация выбросов вредных веществ в окружающую среду [32, 35, 36]. Часто при постановке задачи рассматриваются несколько противоречащих друг другу целей, т.е. ставится задача многокритериальной оптимизации [37–39]. Для нескольких взлетно-посадочных полос важной является сбалансированность количества приземляющихся на разные полосы самолетов.

Область исследований задачи динамично развивается от точных методов решения до современных подходов на основе обучения с подкреплением. Задача оптимизации потока ВС на посадку формализована как NP-трудная задача на основе смешанного целочисленного программирования [14, 34, 40–42]. Однако поиски точного решения возможны лишь для задачи небольшой размерности (для небольшого количества ВС), поскольку с ростом количества ВС время расчета решения экспоненциально растет и не является удовлетворительным для практического применения. К основным методам решения задачи относятся динамическое программирование, метод ветвей и границ, эвристические и метаэвристические методы [43]. В большом количестве работ для решения задачи используется динамическое программирование [15–18], метод ветвей и границ [7, 25]. Однако важным недостатком этих подходов является то, что они требуют слишком больших вычислительных затрат для решения крупномасштабных задач. Для получения качественных приближенных решений за приемлемое время разработано значительное количество разнообразных эвристических и метаэвристических алгоритмов [44], таких как генетические алгоритмы [45, 46], имитация отжига [20], поиск с запретами [14], оптимизация муравьиной колонии [38, 47–49], оптимизация роя частиц [50], оптимизации серого волка [51], алгоритм поиска воробьев [52] и т.д. Модели целочисленного программирования и метаэвристические методы, использующие начальное решение для повышения эффективности вычислений, сравниваются в работе [24].

Таблица 1

Минимальная допустимая задержка между приземлениями ВС (с)

		Тип следующего приземляющегося ВС			
		1	2	3	4
Тип предыдущего приземляющегося ВС	1	96	200	181	228
	2	72	80	70	110
	3	72	100	70	130
	4	72	80	70	90

Сравнение эффективности таких подходов к решению задачи затрудняется тем, что основным средством исследования является моделирование, при этом исследователи используют разные доступные им наборы данных, полученные из разных аэропортов по всему миру, например, Мальпенса [13], Линате [14, 17], столичного аэропорта Пекина [11], Карфагена [9], Фьюмичино [13, 14], Гатвик [26], Доха [10], Куньмин Чаншуй [52] и т. д. В связи с этим предлагаемые решения чаще всего сравниваются с используемым в настоящее время подходом «первым пришел – первым обслужен» [28, 29, 42, 47–49].

В последнее время большой потенциал для получения быстрых решений представляют методы обучения с подкреплением [53–55]. Однако в настоящее время из-за низкого уровня доверия к результатам методы искусственного интеллекта не имеют широкого применения в системах организации воздушного движения, в которых критически важна безопасность, традиционно обеспечиваемая человеком. В работе [56] делается вывод о том, что такие методы нуждаются в дальнейшем исследовании и необходима разработка методов объяснимого искусственного интеллекта для их принятия конечными пользователями.

1. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1.1. Постановка и точное решение задачи

Задача формирования оптимальной последовательности посадки ВС формулируется в виде задачи линейного или квадратичного смешанно-целочисленного программирования в зависимости от выбора целевой функции.

Введем обозначения: P – количество ВС, ожидающих посадки; E_i – самое раннее возможное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$; L_i – самое позднее возможное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$; T_i – оптимальное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$; C_i – класс турбулентности i -го ВС, $i = \overline{1, P}$, ВС разбиваются на классы в соответствии с категорией турбулентности, минимальные допустимые задержки назначаются классам ВС; $S_{c_i c_j}$ – минимальная задержка между посадкой ВС класса c_j после посадки ВС класса c_i , $i, j = \overline{1, P}$, $i \neq j$; x_i – назначенное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$.

В табл. 1 представлен пример матрицы $S_{c_i c_j}$ для четырех типов ВС: 1 – Boeing 747, 2 – Boeing 727, 3 – Boeing 707, 4 – McDonnell Douglas DC 9.

Задача формулируется с использованием $\sim P^2$ дополнительных булевых переменных δ_{ij} , определяющих очередность следования ВС на посадку:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если ВС } i \text{ приземляется раньше ВС } j, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$i, j = \overline{1, P}, i \neq j.$$

Основные ограничения:

- Ограничение временного окна посадки $[E_i, L_i]$:

$$E_i \leq x_i \leq L_i, i = \overline{1, P}. \quad (1)$$

- Ограничение порядка приземления – либо ВС i приземляется раньше ВС j ($\delta_{ij} = 1$), либо ВС j приземляется раньше ВС i ($\delta_{ji} = 1$):

$$\delta_{ij} + \delta_{ji} = 1, i, j = \overline{1, P}, i \neq j. \quad (2)$$

- Ограничения минимального разделения между ВС можно представить в виде:

$$x_j \geq x_i + S_{c_i c_j} \delta_{ij} - (L_i - E_j) \delta_{ji}, \forall (i, j) \in U. \quad (3)$$

Задача заключается в минимизации целевой функции при заданных ограничениях. Наиболее часто используются:

- Минимизация стоимости отклонения от оптимального времени посадки – кусочно-линейная целевая функция:

$$\min_X \sum_{i=1}^P (g_i \alpha_i + h_i \beta_i), X = \{x_i\},$$

где g_i и h_i – штрафы i -го ВС за опережение и задержку фактического времени приземления относительно оптимального. Переменные α_i , β_i определяются соотношениями

$$\alpha_i = \max(0, T_i - x_i), i = \overline{1, P};$$

$$\beta_i = \max(0, x_i - T_i), i = \overline{1, P}.$$



• Минимизация суммы квадратов отклонений назначенных времен посадок от оптимальных – квадратичная целевая функция (минимизируются также максимальные и средние отклонения от оптимального времени посадки):

$$\min_X \sum_{i=1}^P (T_i - x_i)^2, X = \{x_i, i = \overline{1, P}\}.$$

• Минимизация времени для приземления всей группы ВС:

$$\min(\max[x_1, \dots, x_N] - \min[x_1, \dots, x_N]).$$

Точное решение задачи можно получить при помощи программного пакета CPLEX. Точные решения не применимы на практике из-за большого времени счета, но они позволяют оценить эффективность приближенных методов решения задачи.

1.2. Приближенное решение задачи при помощи генетических алгоритмов

Решение задачи представляется в виде двух синхронизированных векторов $R = \{Y, X\}$, где $Y = \{y_1, \dots, y_P\}$ – перестановка номеров ВС, определяющих последовательность посадок; $X = \{x_{y_1}, \dots, x_{y_P}\}$ – вектор упорядоченных по возрастанию времен посадок, в котором ВС следуют в порядке, определяемом вектором Y .

Реализация генетического алгоритма для решения задачи оптимизации потока ВС на посадку начинается с создания начальной популяции, содержащей N случайных решений.

Векторы перестановок номеров посадок Y формируются случайным образом, затем для известного вектора $Y = \{y_1, \dots, y_P\}$ рассчитывается вектор времен посадок $X = \{x_{y_1}, \dots, x_{y_P}\}$ с минимальными делениями между последовательными ВС по формулам

$$\begin{aligned} x_{y_1} &= \max(T_1, E_{y_1}), \\ x_{y_i} &= \min\left(\max(x_{y_{i-1}} + S_{C_{y_i}, C_{y_{i-1}}}, E_{y_i}), L_{y_i}\right), \\ i &= \overline{2, P}. \end{aligned} \quad (4)$$

Необходимое и достаточное условие выполнения ограничений (1)–(3) задачи:

$$W(R) = \sum_{i=1}^P \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i, x_j > x_i}}^P \max(0, S_{C_i, C_j} - (x_j - x_i)) = 0. \quad (5)$$

Если условие не выполняется, то решение недопустимо.

Решения $R^1 = \{Y^1, X^1\}$ и $R^2 = \{Y^2, X^2\}$ сравниваются на основе значения функции $W(R)$ и значения целевой функции $F(R)$ следующим образом:

- если $W(R^1) < W(R^2)$, то решение R^1 лучше, чем R^2 ;
- если $W(R^1) = W(R^2) = 0$, $F(R^1) < F(R^2)$, то решение R^1 лучше, чем R^2 ;
- если $W(R^1) = W(R^2) = 0$, $F(R^1) = F(R^2)$, то решение R^1 эквивалентно решению R^2 .

Затем выполняется итерационный процесс поиска решения задачи.

Шаг этого процесса заключается в формировании новой популяции при помощи генетических операторов. Все решения текущей популяции разбиваются на пары, над каждой парой выполняются генетические операторы скрещивания и мутации. В результате применения генетических операторов для каждой пары решений создается новая пара дочерних решений, т. е. количество решений удваивается. Для всех решений рассчитываются значения $W(R)$ и $F(R)$, затем отбираются решения для новой популяции, состоящей из N решений.

Процесс завершается после заданного числа итераций, из последней популяции выбирается решение с минимальным значением целевой функции.

Определяющее значение для успешного решения задачи при помощи генетического алгоритма имеет оператор скрещивания. Проблема заключается в том, что стандартные операторы скрещивания неприменимы к перестановкам, поскольку в результате их использования может получиться вектор, не являющийся перестановкой. Разработаны специальные операторы скрещивания для перестановок. Но они существенно сложнее и требуют значительных вычислений.

Поскольку решение поставленной задачи состоит из двух векторов $R = \{Y, X\}$ для преодоления этой проблемы можно применить следующий искусственный прием [57]. Для решений

$$R^1 = \{Y^1, X^1\} \text{ и } R^2 = \{Y^2, X^2\}$$

оператор одноточечного скрещивания с параметром k применяется к векторам

$$X^1 = \{x_{y_1}^1, \dots, x_{y_P}^1\} \text{ и } X^2 = \{x_{y_1}^2, \dots, x_{y_P}^2\}.$$

Полученные векторы

$$Z^1 = \{x_{y_1}^1, \dots, x_{y_k}^1, x_{y_{k+1}}^2, \dots, x_{y_p}^2\},$$

$$Z^2 = \{x_{y_1}^2, \dots, x_{y_k}^2, x_{y_{k+1}}^1, \dots, x_{y_p}^1\}$$

упорядочиваются по возрастанию. После переупорядочивания последовательности ВС на посадку соответствующие векторы

$$\hat{Z}^1 = \{z_{y_1}^1, \dots, z_{y_p}^1\} \text{ и } \hat{Z}^2 = \{z_{y_1}^2, \dots, z_{y_p}^2\}$$

отображаются в векторы

$$\hat{Y}_1 = \{y_1', \dots, y_p'\} \text{ и } \hat{Y}_2 = \{y_1'', \dots, y_p''\}.$$

Векторам \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 по формулам (4) сопоставляются векторы \hat{X}_1 и \hat{X}_2 , получаются два дочерних решения

$$\hat{R}_1 = \{\hat{Y}_1, \hat{X}_1\} \text{ и } \hat{R}_2 = \{\hat{Y}_2, \hat{X}_2\}.$$

Для оценки эффективности предложенного оператора скрещивания был также реализован более сложный матричный оператор скрещивания, разработанный для решения этой задачи в работе [45]. Генетический алгоритм на основе этого оператора требует существенно большего времени счета для выполнения большого количества матричных операций, но при этом выигрыша в эффективности получаемого решения нет.

1.3. Эвристический алгоритм улучшения решения

Известным свойством генетических алгоритмов является быстрое улучшение начального (как правило, случайного) решения на первых итерациях и замедление скорости сходимости по мере приближения к оптимальному решению. Для ускорения сходимости вблизи оптимального решения хорошие результаты показал эвристический алгоритм итеративного улучшения приближенного решения [58].

Текущим становится исходное решение $R_1 = \{Y_1, X_1\}$.

Первый шаг итеративного алгоритма заключается в последовательных $P-1$ сравнениях решений $R_j = \{Y_j, X_j\}$ и $R_{j+1} = \{Y_{j+1}, X_{j+1}\}$ для двух перестановок номеров ВС, отличающихся порядком двух рядом стоящих ВС, в соответствии с формулами

$$Y_j = \{y_1, \dots, y_j, y_{j+1}, \dots, y_p\},$$

$$Y_{j+1} = \{y_1, \dots, y_{j+1}, y_j, \dots, y_p\},$$

$$j = \overline{1, P-1}.$$

Соответствующие векторы X_j и X_{j+1} используются для сравнения решений. Текущим решением \hat{R} при каждом сравнении становится лучшее из решений R_j и R_{j+1} .

Второй шаг итеративного алгоритма заключается в последовательных $P-2$ сравнениях решений $R_j = \{Y_j, X_j\}$, $R_{j+1} = \{Y_{j+1}, X_{j+1}\}$, $R_{j+2} = \{Y_{j+2}, X_{j+2}\}$ для трех перестановок номеров ВС, отличающихся порядком трех рядом стоящих ВС в соответствии с формулами

$$Y_j = \{y_1, \dots, y_j, y_{j+1}, y_{j+2}, \dots, y_p\},$$

$$Y_{j+1} = \{y_1, \dots, y_{j+1}, y_{j+2}, y_j, \dots, y_p\},$$

$$Y_{j+2} = \{y_1, \dots, y_{j+2}, y_j, y_{j+1}, \dots, y_p\},$$

$$j = \overline{1, P-2},$$

и в выборе лучшего из трех решений в качестве текущего решения \hat{R} .

Как показали вычислительные эксперименты, предлагаемый эвристический алгоритм хорошо улучшает приближенное решение, полученное после небольшого числа шагов генетического алгоритма.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Сложным и неоднозначным является вопрос эффективности применения различных подходов к выбору метода решения конкретной задачи. Этот выбор зависит от интенсивности потока ВС на посадку, имеющегося на решение задачи времени, а также от целей и ограничений при принятии решений. Ни один известный метод не может одинаково успешно решать все задачи оптимизации. Для разных групп задач могут лучше работать разные методы [5].

Для исследования эффективности алгоритмов построения оптимальных очередей ВС на посадку авторами был разработан инструментальный программный комплекс моделирования. Были реализованы система имитационного моделирования потока ВС на посадку [59], алгоритмы смешанного целочисленного программирования для точного решения задачи с различными целевыми функциями с помощью метода CPLEX [60], два генетических алгоритма с разными операторами скрещивания, эвристический и гибридный алгоритмы [61]. Все это позволило:



- моделировать задачи с заданным количеством ВС на посадку,
- применять различные алгоритмы оптимизации и анализировать результаты,
- визуализировать получаемые результаты,
- формировать статистические данные на основе заданного количества тестов.

На рис. 1 представлено основное окно программы, в котором задаются параметры задачи, выбираются методы решения и визуализируются результаты получаемых решений.

Рассматриваются четыре типа ВС, обозначаемые буквами U – ультралегкие, L – легкие, M – средние, H – тяжелые.

На рис. 1 представлены три разных решения для одного из тестов. Первое решение соответствует порядку посадок «первым пришел – первым обслужен» (Method: SortT), второе решение получено с помощью генетического алгоритма (Method: GA), третье – точное решение, полученное при помощи CPLEX (Method: CPLEX).

- Для каждого решения R рассчитываются
- статус

$$Status(R) = \begin{cases} \text{True, если } W(R) = 0, \\ \text{False, в противном случае;} \end{cases}$$

- максимальное опережение оптимального времени посадки

$$\max D - (R) = \max_{i=1, P} (0, T_i - x_i);$$

- максимальное отставание от оптимального времени посадки

$$\max D + (R) = \max_{i=1, P} (0, x_i - T_i);$$

- значение целевой функции

$$F(R) = \sum_{i=1}^P (T_i - x_i)^2;$$

- среднее отклонение от оптимального времени посадки

$$\text{avg}D(R) = \sum_{i=1}^P |T_i - x_i| / P;$$

- время занятия взлетно-посадочной полосы

$$\text{EndTime}(R) = \max[x_1, \dots, x_N] - \min[x_1, \dots, x_N].$$

В ходе вычислительных экспериментов генерировались тесты – последовательности очередей ВС на посадку с разным количеством ВС. Затем полученная задача оптимизации потока ВС решалась, и рассчитывалась эффективность решений разными методами на основе большого количества тестов.

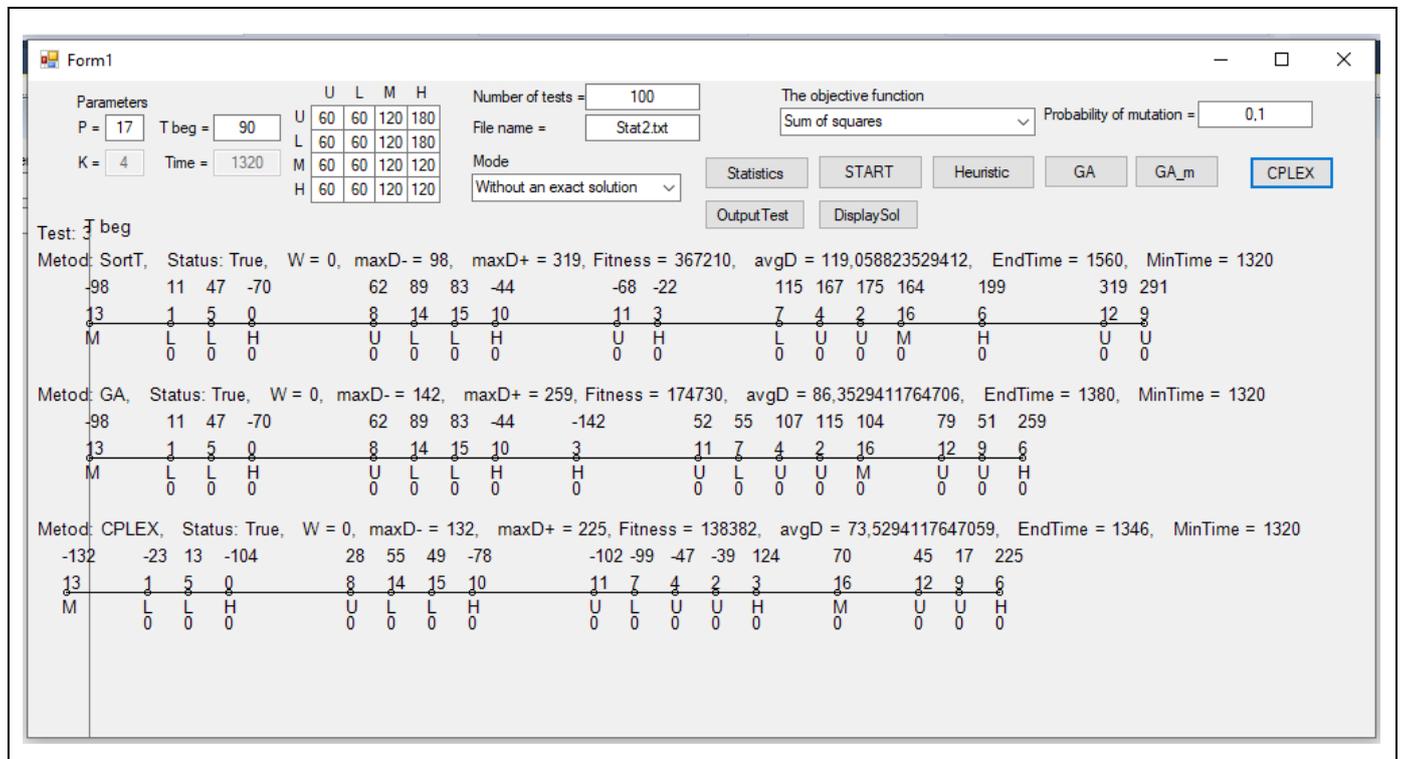


Рис. 1. Визуализация решения задачи разными алгоритмами

Тесты генерировались следующим образом.

Тип ВС определяется при помощи функции генерации случайного целого числа из заданного диапазона $1 \div K$: $C_i = rnd.Next(K)$, $i = \overline{1, P}$.

Времена $0 \leq E_i \leq T_i \leq L_i \leq Time$, $i = \overline{1, P}$, для всех ВС формируются при помощи датчика случайных вещественных чисел. Здесь:

- $T_i = rnd.Next(T_0, T_0 + Time)$ – оптимальное время прибытия i -го ВС, случайное число в диапазоне $(T_0, T_0 + Time)$, $i = \overline{1, P}$. Интенсивность потока ВС варьируется параметром $Time$, который выбирается близким к минимальному времени, необходимому для посадки ВС в соответствии в формулами (4) и (5).

- $E_i = T_0 - t - rnd.Next(2t)$ – самое раннее возможное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$; t – ориентировочная минимальная длительность окна посадки, например $t = 300$ с; $rnd.Next(2t)$ – случайный разброс времени окна посадки в диапазоне $0, 2t$.

- $L_i = T_0 + t + rnd.Next(2t)$ – самое позднее возможное время приземления i -го ВС, $i = \overline{1, P}$.

Программное средство моделирования описано в работе [62].

Сравнение полученных значений позволяет сделать вывод о том, что по всем минимизируемым параметрам приближенное решение в среднем существенно превосходит решение с исходным порядком посадок ВС «первым пришел, первым обслужен», но хуже оптимального решения.

Сравниваются значения целевой функции для решения в порядке «первым пришел, первым обслужен» R и сгенерированного нового решения \bar{R} . Назовем выигрышем в эффективности решения процентное уменьшение значения целевой функции нового решения \bar{R} относительно значения целевой функции решения R , рассчитываемое по формуле

$$\lambda = \frac{F(R) - F(\bar{R})}{F(R)} \cdot 100 \%$$

В табл. 2 приведен средний по 500 тестам выигрыш в эффективности решений λ для задач с 17, 50 и 100 ВС, полученных при применении генетического алгоритма (ГА) и затем улучшенных при

помощи эвристического алгоритма (ГА + ЭА). Для задачи небольшой размерности (с 17-ю ВС) приводится также максимальный возможный выигрыш в эффективности для оптимального решения.

Таблица 2

Выигрыш в эффективности при применении разных алгоритмов

Количество ВС	Оптимальное решение	ГА	ГА + ЭА
17	≈ 67,04 %	≈ 46,2 %	≈ 56,4 %
50	–	≈ 51,5 %	≈ 70,1 %
100	–	≈ 53,5 %	≈ 72,4 %

3. ОБУЧЕНИЕ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ – ПЕРСПЕКТИВНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

В последние годы значимые результаты для задач принятия решений получены во многих областях, в том числе в авиации, при помощи алгоритмов обучения с подкреплением [63, 64]. Метод обучения с подкреплением заключается в поиске оптимального управления марковским процессом принятия решений методом проб и ошибок при взаимодействии агента со средой. Выбор действий агентом при различных состояниях среды оценивается с помощью немедленных вознаграждений. Цель агента заключается в максимизации долгосрочных вознаграждений [65].

Предлагается использовать этот подход для решения задачи оптимизации посадок ВС, для которой критически важным является время решения, поскольку при обучении с подкреплением значительная часть времени вычислений переносится на этап обучения, а обученная программа-агент генерирует решения чрезвычайно быстро. Были проведены вычислительные эксперименты для изучения возможности применения глубокого обучения с подкреплением для решения задачи оптимизации потока ВС на посадку.

Состояние среды в момент времени t определяется следующим образом:

$$S_t = \{Y(t), X(t), C(t), D(t)\},$$

где $Y(t) = (y_1(t), \dots, y_N(t))$ – последовательность номеров ВС на посадку; $X(t) = (x_1(t), \dots, x_N(t))$ – времена посадок в порядке возрастания;



$C(t) = (c_{y_1(t)}, \dots, c_{y_N(t)})$ – вектор типов ВС в порядке посадок; $D(t) = (d_{y_1(t)}, \dots, d_{y_N(t)})$ – вектор отклонений от оптимальных времен посадок.

Задача оптимизации заключается в определении последовательности $Y = (y_1, \dots, y_N)$ и времен $X = (x_1, \dots, x_N)$ посадок для группы из N ВС в течение заданного интервала времени $[T_0, T_k]$, минимизирующих целевую функцию при выполнении ограничений (1)–(3).

Минимизируемая целевая функция имеет вид:

$$F(X) = \sum_{i=1}^N (T_i - x_i)^2.$$

На рис. 2 представлен пример исходной информации для задачи. Матрица времен разделения представлена в двух видах: матрица времен разделения между самолетами из разных классов и мат-

рица времен разделения между конкретными типами самолетов.

Эпизод обучения начинается с некоторого произвольного состояния S_0 . На каждом временном шаге t при состоянии S_t агент выполняет некоторое действие $A_t \in A$, в результате которого среда переходит в состояние S_{t+1} , при этом агент получает немедленное вознаграждение R_t .

Немедленное вознаграждение за эпизод определяется большим штрафом, если не удалось получить расписание времен посадок всех самолетов, удовлетворяющее заданным ограничениям, и штрафом, равным сумме квадратов отклонений от целевых времен посадок, в противном случае:

$$R_t = \begin{cases} -5000, & \text{корректное расписание не получено} \\ -\sum_{i=1}^N (T_i - x_i)^2, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

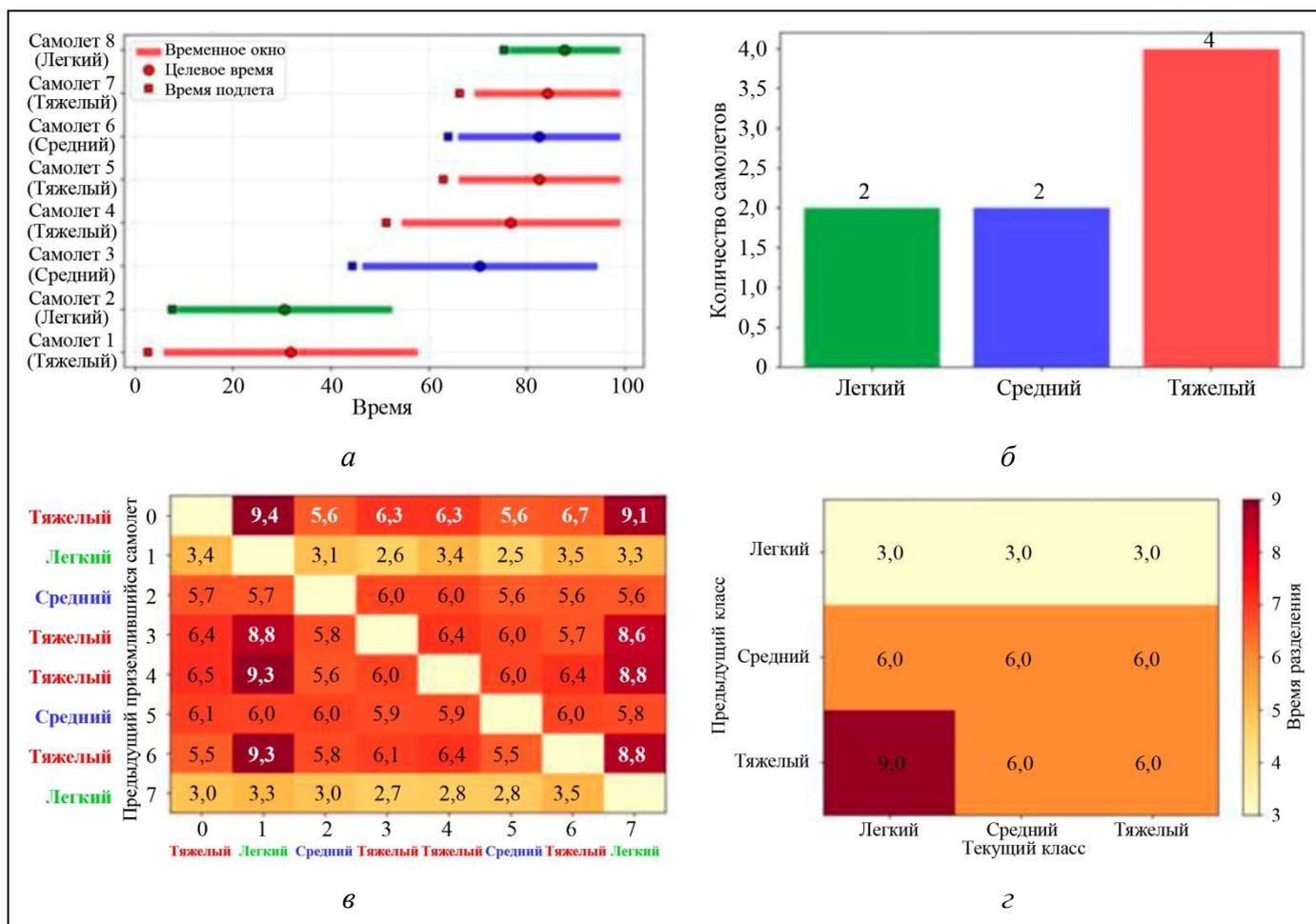


Рис. 2. Исходные данные для задачи: а – временные окна посадки самолетов; б – распределение самолетов по классам; в – несимметричная матрица времен разделения (строка → столбец: предыдущий → текущий); г – матрица разделения между классами (предыдущий → текущий)

После завершения эпизода наборы $[S_t, A_t, R_t, S_{t+1}]$ сохраняются в памяти (буфере воспроизведения) (рис. 3). При обучении агента из буфера воспроизведения выбираются мини-пакеты накопленных данных (рис. 4).

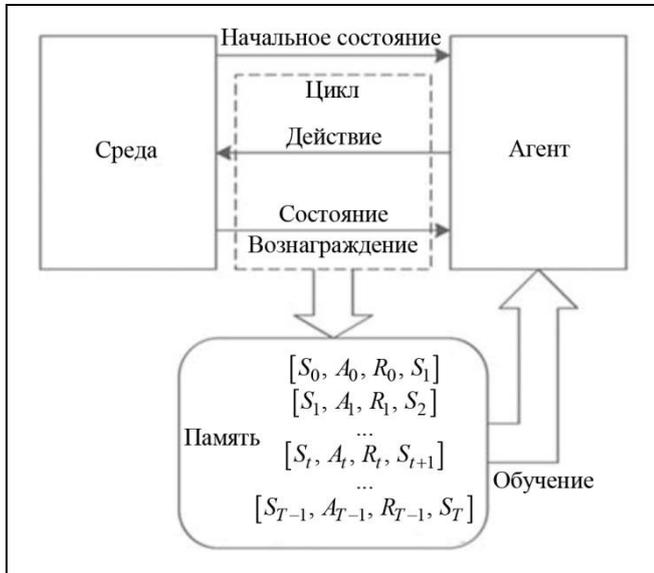


Рис. 3. Формирование данных для обучения агента

В состоянии S_t агент выбирает действие $A_t \in A$ в соответствии с функцией выбора действия a в состоянии s – стратегии $\pi(s, a)$; целью стратегии является максимизация долгосрочного вознаграждения.

При Q -обучении [66] функция ценности действий $Q(S_t, A_t)$ аппроксимирует оптимальную функцию ценности действий независимо от применяющейся стратегии. На каждом временном шаге значения функции ценности действия обновляются по формуле

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[R_{t+1} + \gamma \max_{a \in A} Q(S_{t+1}, a) - Q(S_t, A_t) \right],$$

где α – скорость обучения, γ – коэффициент дисконтирования.

После обновления функции ценности действия обновляется стратегия $\pi(s, a)$. Q -обучающий агент выполняет ϵ -жадный выбор действия. Действие A_t , максимизирующее значение функции $Q(S_t, A_t)$ в состоянии S_t , выбирается с вероятностью $1-\epsilon$, с вероятностью ϵ выбирается случайное действие. Сначала устанавливается максимальное значение $\epsilon = \epsilon_{\max}$, затем в процессе обучения ϵ уменьшается до тех пор, пока не достигнет минимального значения $\epsilon = \epsilon_{\min}$. Таким образом реализуется итерационный процесс, в ходе которого последовательно уточняется функция $Q(s, a)$, и стратегия $\pi(s, a)$ постоянно совершенствуется относительно уточненной функции $Q(s, a)$.

При глубоком Q -обучении (см. рис. 4) для аппроксимации функции Q используется глубокая

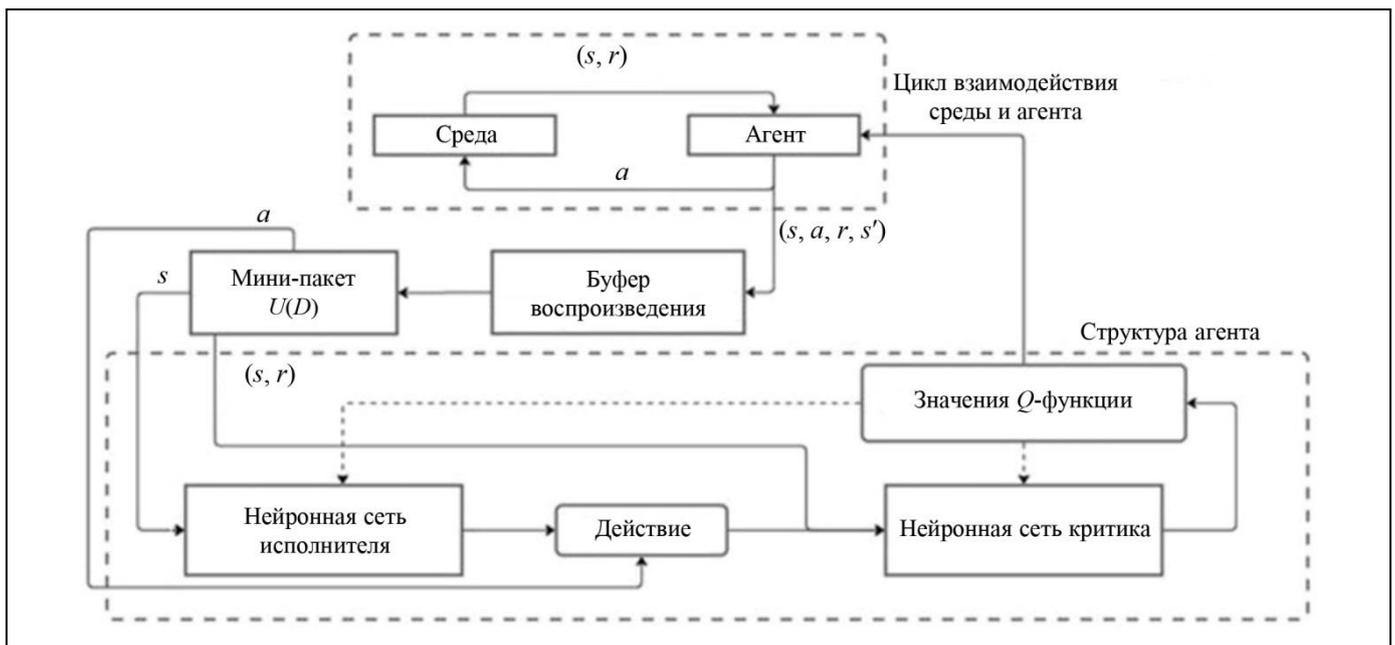


Рис. 4. Схема алгоритма глубокого Q -обучения



нейронная сеть и рассматривается функция $Q(s, a, \theta)$, где θ – параметры нейронной сети [67]. Цель обучения сети заключается в определении параметров θ'_t :

$$Y'_t = R_{t+1} + \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, A_{t+1}; \theta'_t).$$

Для определения наилучшего действия в соответствии с функцией $Q(s, a, \theta)$ используется вторая нейронная сеть, цель обучения которой заключается в определении параметров θ''_t :

$$Y''_t = R_{t+1} + \gamma Q(s_{t+1}, \arg \max_{a_{t+1}} Q(s_{t+1}, a_{t+1}; \theta'_t); Q''_t).$$

График наград при последовательных эпизодах обучения агента с параметрами $\alpha = 0,0005$, $\gamma = 0,98$, $\epsilon_{\max} = 1,0$, $\epsilon_{\min} = 0,05$, $\epsilon_{decay} = 0,999$ представлен на рис. 5.

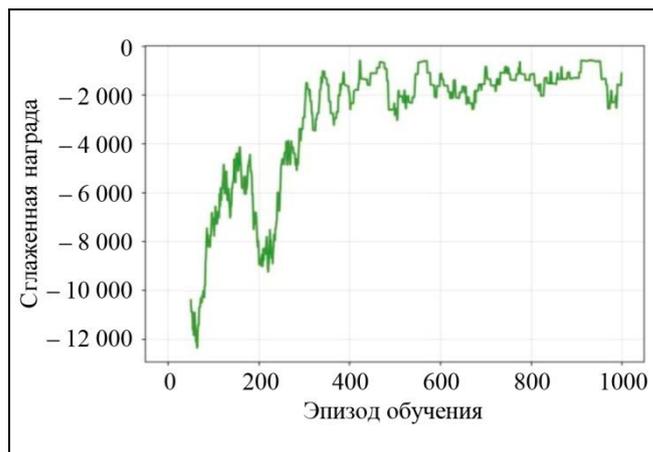


Рис. 5. График обучения агента

На рис. 6 показано отклонение времен посадок от целевого времени для тестового примера, представленного на рис. 2, в расписании, составленном обученным агентом.

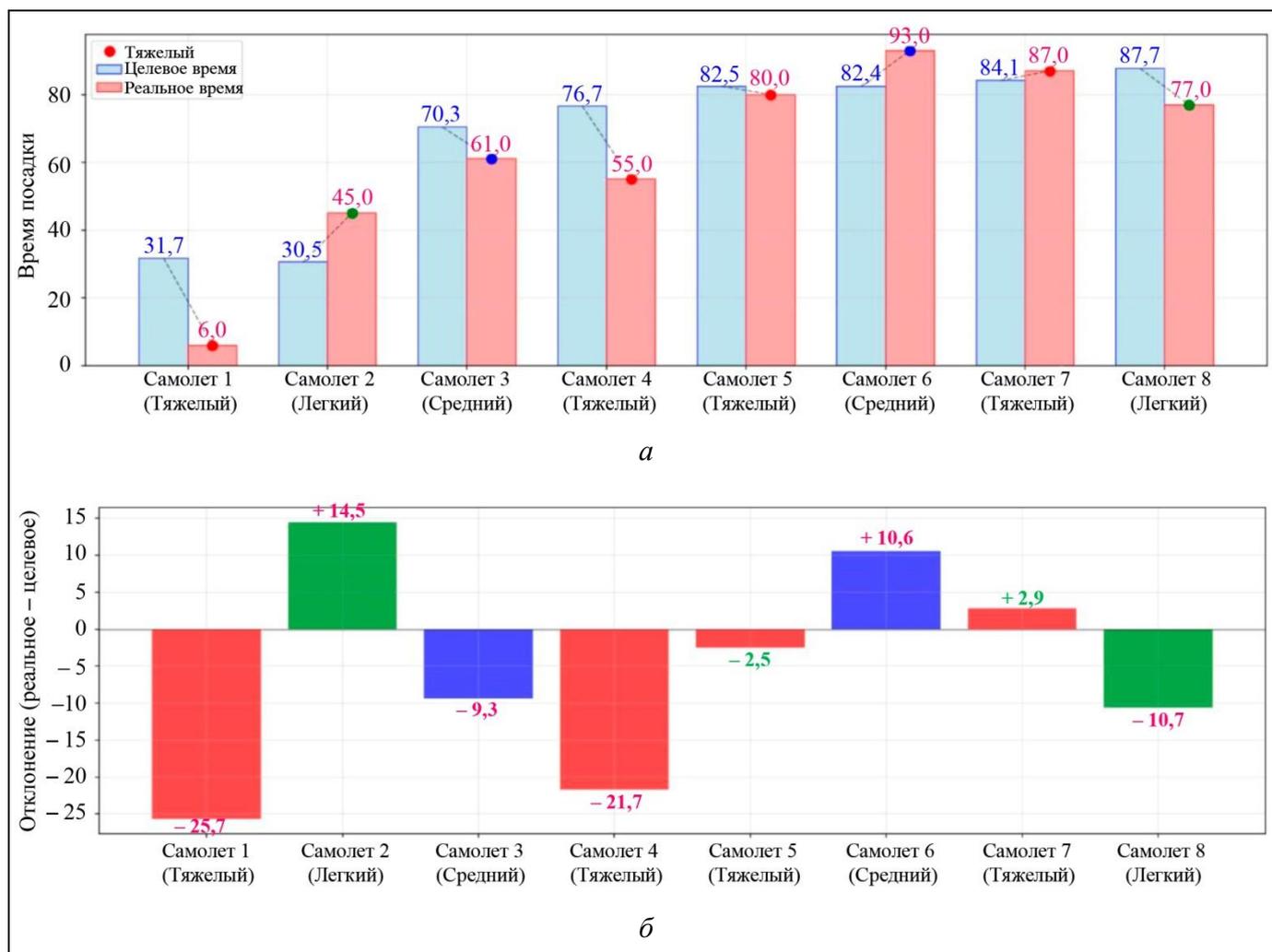


Рис. 6. Отклонения времен посадок от целевого времени при решении задачи обученным агентом

В изученной литературе встречаются упоминания о применении метода для решения этой задачи, однако описаний конкретных алгоритмов в открытых источниках найти не удалось. Подход на основе обучения с подкреплением имеет ряд неоспоримых достоинств по сравнению с другими алгоритмами:

– существенно более быстрое решение при помощи обученного агента;

– возможность использовать необходимую целевую функцию, переобучив агента с новой функцией награды;

– возможность решать задачу без разделения самолетов на 3-4 класса, задавая матрицу времен разделений между посадками для конкретных типов самолетов.

Дальнейшие исследования этого подхода предполагаются продолжить. Проведенные эксперименты с использованием одного из первых алгоритмов обучения с подкреплением – глубокого Q-обучения – показывают возможность применения обучения с подкреплением для решения задачи оптимизации потока ВС на посадку. Они показывают, что программа-агент способна научиться составлять расписание посадок ВС с соблюдением необходимых ограничений, не используя для этого предварительно запрограммированный алгоритм, а в процессе многократно повторяющихся эпизодов взаимодействия со средой моделирования, на основе получаемой на каждом шаге взаимодействия награды, с помощью которой среда оценивает успешность действий агента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оптимизация потока ВС на посадку является одной из важнейших проблем при управлении воздушным движением, поскольку оптимальное планирование посадок позволяет повышать эффективность использования взлетно-посадочных полос и уменьшать задержки рейсов. Разработан ряд методов решения этой задачи на основе смешанного целочисленного программирования, динамического программирования, метаэвристических подходов, таких как генетические алгоритмы, оптимизация муравьиной колонии, алгоритм оптимизации серого волка и т. д. В проведенном исследовании на большом количестве тестов сравнивалась эффективность генетического и гибридного (генетического и эвристического) алгоритмов. Результаты исследований показали, что применение этих алгоритмов позволяет существенно улучшить значение целевой функции, а во многих случаях даже получить ее оптимальное значение. Эти методы не такие затратные по времени вычислений, как точ-

ные методы, но все-таки требуют значительного объема вычислений в то время, когда ВС находятся в полете вблизи аэропорта, и решение необходимо постоянно пересчитывать. Ситуация осложняется тем, что основным способом оценки эффективности эвристических алгоритмов является моделирование, при этом помимо использования аппаратуры с разными параметрами и разного уровня мастерства программистов, используются доступные наборы данных, полученные в различных условиях в аэропортах по всему миру.

Перспективным для более быстрого решения задачи представляется получивший широкое распространение в последнее время подход обучения с подкреплением. Особенностью этого подхода является перенесение значительной части вычислений на этап обучения нейронных сетей (агентов), а затем обученный агент генерирует решение достаточно быстро. Для оценки эффективности такого подхода необходимы дальнейшие исследования.

Несмотря на многолетние усилия многочисленных ученых, эффективные алгоритмы решения задачи оптимизации последовательности и времен посадки ВС пока не найдены. Наилучшие разработанные алгоритмы имеют как несомненные достоинства, так и очевидные недостатки и показывают разную эффективность в различных ситуациях, при различных целевых функциях и ограничениях. Возможным решением проблемы может стать использование библиотеки методов для применения наилучшего доступного решения в конкретных условиях задачи оптимизации последовательности и времен посадки ВС.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Erzberger, H., Davis, T.J., Green, S.* Design of Center-TRACON Automation System // Proc. AGARD Guidance and Control Symposium on Machine Intelligence in Air Traffic Management. – Berlin, Germany, 1993.
2. *Liang, M.* Aircraft Route Network Optimization in Terminal Maneuvering Area: Ph. D. thesis. – Toulouse, France: Université Paul Sabatier, 2018. – URL: <https://theses.hal.science/tel-01703861/document>.
3. *Montlaur, A., Delgado, L.* Delay Assignment Optimization Strategies at Pre-Tactical and Tactical Levels // Fifth SESAR Innovation Days. – Bologna, Italy, 2015. – P. 1–8.
4. *Ikli, S., Mancel, C., Mongeau, M., et al.* The Aircraft Runway Scheduling Problem: A Survey // Computers & Operations Research. – 2021. – Vol. 132, no. 3. – DOI: 10.1016/j.cor.2021.105336
5. *Shirini, K., Aghdasi, H.S., Saeedvand, S.* A Comprehensive Survey on Multiple-Runway Aircraft Landing Optimization Problem // International Journal of Aeronautical and Space Sciences. – 2024. – No. 25. – P. 1574–1602. – DOI: 10.1007/s42405-024-00747-z



6. *Княжеский А.Ю., Баушев С.В.* Современное состояние и перспективы развития систем планирования использования воздушного пространства. Ч. 2 // *Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык.* – 2025. – № 3 (46). – DOI: 10.51955/2312-1327_2025_3_87. [*Knyazhsky, A.Yu., Baushev, S.V.* Current State and Prospects for Development of Systems for Planning Airspace Management. Part 2 // *Crede Experto: Transport, Society, Education, Language.* – 2025. – No. 3 (46). – DOI 10.51955/2312-1327_2025_3_87. (In Russian)]
7. *Eun, Y., Hwang, I., Bang, H.-C.* Optimal Arrival Flight Sequencing and Scheduling Using Discrete Airborne Delays // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* – 2010. – Vol. 11, no. 2. – P. 359–373. – DOI: 10.1109/TITS.2010.2044791
8. *Phirouzabadi, A.M., Aminmayeri, M., Mahmoudian, M.* Aircraft Landing Scheduling Based on Unavailability of Runway Constraint Through a Time Segment Heuristic Method // *International Journal of Informatics and Communication Technology (IJ-ICT).* – 2013. – Vol. 2, no. 3. – P. 175–182. – DOI: 10.11591/ij-ict.v2i3.5284
9. *Messaoud, M.B., Ghedira, K., Harizi, R.* The Multiple Runway Aircraft Landing Problem: A Case Study for Tunis Carthage Airport // *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC).* – Banff, Canada, 2017. – DOI: 10.1109/SMC.2017.8123051
10. *Ghoniem, A., Sherali, H.D., Baik, H.* Enhanced Models for a Mixed Arrival-Departure Aircraft Sequencing Problem // *INFORMS Journal on Computing.* – 2014. – Vol. 26, no. 3. – P. 514–530. – DOI: 10.1287/ijoc.2013.0581
11. *Ji, X.-P., Cao, X.-B., Du, W., Tang, K.* An Evolutionary Approach for Dynamic Single Runway Arrival Sequencing and Scheduling Problem // *Soft Computing.* – 2017. – Vol. 21. – P. 7021–7037. – DOI: 10.1007/s00500-016-2241-8
12. *Bennell, J.A., Mesgarpour, M., Potts, C.N.* Dynamic Scheduling of Aircraft Landing // *European Journal of Operational Research.* – 2017. – Vol. 258, no. 1. – P. 315–327. – DOI: 10.106/j.ejor.206.08.05
13. *Samà, M., D'Ariano, A., Pacciarelli, D.* Rolling Horizon Approach for Aircraft Scheduling in the Terminal Control Area of Busy Airports // *Procedia Social and Behavioral Sciences.* – 2013. – No. 80. – P. 531–552. – DOI: 10.1016/j.sbspro.2013.05.029
14. *Furini, F., Kidd, M.P., Persiani, C.A., Toth, P.* Improved Rolling Horizon Approaches to the Aircraft Sequencing Problem // *Journal of Scheduling.* – 2015. – Vol. 18, no. 5. – P. 435–447. – DOI: 10.1007/s10951-014-0415-8
15. *Lieder, A., Stolletz, R.* Scheduling Aircraft Take-offs and Landings on Interdependent and Heterogeneous Runways // *Transportation Research. Part E: Logistics and Transportation Review.* – 2016. – No. 88. – P. 167–188. – DOI: 10.1016/j.tre.2016.01.015
16. *Balakrishnan, H., Chandran, B.G.* Algorithms for Scheduling Runway Operations Under Constrained Position Shifting // *Operations Research.* – 2010. – Vol. 58, no. 6. – P. 1650–1665. – DOI: 10.1287/opre.1100.0869
17. *Furini, F., Kidd, M.P., Persiani, C.A., Toth, P.* State Space Reduced Dynamic Programming for the Aircraft Sequencing Problem with Constrained Position Shifting // In: *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 8596. Ed. by P. Foulhoux, L.E. Neves Gouveia, A.R. Mahjoub, V.T. Paschos. *Proceedings of International Symposium on Combinatorial Optimization.* – Lisbon, Portugal, 2014. – P. 267–279. – DOI: 10.1007/978-3-319-09174-7-23
18. *Chandran, B., Balakrishnan, H.* A Dynamic Programming Algorithm for Robust Runway Scheduling // *Proceedings of 2007 American Control Conference.* – New York, USA, 2007. – DOI: 0.09/ACC.2007.4282922
19. *Vadlamani, S., Hosseini, S.* A Novel Heuristic Approach for Solving Aircraft Landing Problem with Single Runway // *Journal of Air Transport Management.* – 2014. – No. 40. – P. 144–148. – DOI: 0.1016/j.jairtraman.2014.06.009
20. *Faye, A.* A Quadratic Time Algorithm for Computing the Optimal Landing Times of a Fixed Sequence of Planes // *European Journal of Operational Research.* – 2018. – Vol. 270, no. 3. – P. 1148–1157. – DOI: 10.1016/j.ejor.2018.04.021
21. *Hancerliogullari, G., Rabadi, G., Al-Salem, A.H., Kharbeche, M.* Greedy Algorithms and Metaheuristics for a Multiple Runway Combined Arrival-Departure Aircraft Sequencing Problem // *Journal of Air Transport Management.* – 2013. – No. 32. – P. 39–48. – DOI: 10.1016/j.jairtraman.2013.06.001
22. *Ghoniem, A.F., Farhadi, F., Reihaneh, M.* An Accelerated Branch-and-Price Algorithm for Multiple-runway Aircraft Sequencing Problems // *European Journal of Operational Research.* – 2015. – Vol. 246, no. 1. – P. 34–43. – DOI: 10.1016/j.ejor.2015.04.019
23. *Salehipour, A.* An Algorithm for Single-and Multiple-Runway Aircraft Landing Problem // *Mathematics and Computers in Simulation.* – 2020. – Vol. 175, no. 6. – P. 179–191. – DOI: 10.1016/j.matcom.2019.10.006
24. *Santos, L., Fuchigami, H.* An Optimization Study of the Time-Index and Arc-Time-Indexed Models and the Iga Metaheuristic for the Aircraft Sequencing Problem // *Revista de Gestão Social e Ambiental.* – 2025. – Vol. 19, no. 4. – DOI: 10.24857/rgsa.v19n4-032
25. *D'Ariano, A., D'Urgolo, P.* Optimal Sequencing of Aircrafts Take-off and Landing at a Busy Airport // *Proceedings of 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems.* – Funchal, Portugal, 2010. – P. 1569–1574. – DOI: 10.1099/ITSC.2010.5625114
26. *Rodríguez-Díaz, A., Adenso-Díaz, B., González-Torre, P.L.* Minimizing Deviation from Scheduled Times in a Single Mixed Operation Runway // *Computers Operations Research.* – 2016. – No. 78. – P. 193–202. – DOI: 10.1016/j.cor.2016.09.014
27. *Xia, C., Wen, Y., Hu, M., et al.* Microscopic-Level Collaborative Optimization Framework for Integrated Arrival-Departure and Surface Operations: Integrated Runway and Taxiway Aircraft Sequencing and Scheduling // *Aerospace.* – 2024. – Vol. 11, no. 12. – DOI: 10.3390/aerospace11121042
28. *Salehipour, A., Ahmadian, M.M.* Heuristics for Flights Arrival Scheduling at Airports // *International Transactions in Operational Research.* – 2020. – Vol. 29, no. 1. – DOI: 10.1111/itor.12901
29. *Awasthi, A., Kramer, O., Lässig, J.* Aircraft Landing Problem: an Efficient Algorithm for a Given Landing Sequence // *Proceedings of 2013 IEEE 16th International Conference on Computational Science and Engineering.* – Sydney, Australia, 2013. – DOI: 0.109/CSE.2013.14
30. *Mokhtarimousavi, S., Rahami, H., Kaveh, A.* Multi-Objective Mathematical Modeling of Aircraft Landing Problem on a Runway in Static Mode, Scheduling and Sequence Determination Using NSGA-II // *International Journal of Optimization in Civil Engineering.* – 2015. – Vol. 5, no. 1. – P. 21–36.

31. *Prakash, R., Piplani, R., Desai, J.* An Optimal Data-Splitting Algorithm for Aircraft Scheduling on a Single Runway to Maximize Throughput // *Transportation Research. Part C: Emerging Technologies.* – 2018. – No. 95. – P. 570–581. – DOI: 10.1016/j.trc.2018.07.031
32. *Chen, H., Solak, S.* Lower Cost Arrivals for Airlines: Optimal Policies for Managing Runway Operations Under Optimized Profile Descent // *Production and Operations Management.* – 2015. – Vol. 24, no. 3. – P. 402–420. – DOI: 10.1111/poms.12244
33. *Rezaei, H.* An Iterative Bidding Approach Applied to Cost Reduction in the Context of Aircraft Landing Problem // *Proceedings of 2018 IEEE 22nd International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design (CSCWD).* – Nanjing, China, 2018. – DOI: 10.1109/cscwd.2018.8465389
34. *Serhan, D., Lee, H., Yoon, S.W.* Minimizing Airline and Passenger Delay Cost in Airport Surface and Terminal Airspace Operations // *Journal of Air Transport Management.* – 2018. – No. 73. – P. 120–133. – DOI: 10.1016/j.jairtraman.2018.07.001
35. *Sölveling, G., Solak, S., Clarke, J.-P., Johnson, E.L.* Scheduling of Runway Operations for Reduced Environmental Impact // *Transportation Research. Part D: Transport and Environment.* – 2011. – Vol. 16, no. 2. – P. 110–120. – DOI: 10.1016/j.trd.2010.09.004
36. *Tian, Y., Wan, L., Han, K., Ye, B.* Optimization of Terminal Airspace Operation with Environmental Considerations // *Transportation Research. Part D: Transport and Environment.* – 2018. – No. 63. – P. 872–889. – DOI: 10.1016/j.trd.2018.06.018
37. *Zhang, J., Zhao, P., Zhang, Y., et al.* Criteria Selection and Multi-Objective Optimization of Aircraft Landing Problem // *Journal of Air Transport Management.* – 2020. – No. 82. – DOI: 10.1016/j.jairtraman.2019.101734
38. *Tang, K., Wang, Z., Cao, X., et al.* A Multi-Objective Evolutionary Approach to Aircraft Landing Scheduling Problems // *Proceedings of 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence).* – Hong Kong, China, 2008. – DOI: 10.1109/cec13288.2008
39. *Wang, S., Yue, Z., Zhang, Z.-H., Yu, H.* Multi-Objectives Optimization on Flights Landing Sequence at Busy Airport // *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology.* – 2012. – Vol. 12, no. 4. – P. 135–142. – DOI: 10.1016/s1570-6672(11)60218-3
40. *Beasley, J.E., Krishnamoorthy, M., Sharaiha, Y.M., Abramson, D.* Scheduling Aircraft Landings – the Static Case // *Transportation Science.* – 2000. – Vol. 34, no. 2. – P. 180–197. – DOI: 10.1287/trsc.34.2.80.12302
41. *Спирidonov А.А., Кумков С.С.* Поддержание порядка движения судов в проблеме безопасного объединения потоков воздушных судов // *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки.* – 2022. – Т. 32. Вып. 3. – С. 433–446. – DOI: 35634/vm220306. [*Spiridonov, A.A., Kumkov, S.S.* Keeping Order of Vessels in Problem of Safe Merging Aircraft Flows // *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'uternye Nauki.* – 2022. – Vol. 32, no. 3. – P. 433–446. – DOI: 35634/vm220306]
42. *Rogovs, S., Nikitina, V., Gerdts, M.* A Novel Mixed-Integer Programming Approach for the Aircraft Landing Problem // *Frontiers in Future Transportation.* – 2022. – No. 3. – DOI: 10.3389/ffutr.2022.968957
43. *Bennell, J.A., Mesgarpour, M., Potts, C.N.* Airport Runway Scheduling // *Annals of Operations Research.* – 2011. – Vol. 9, no. 2. – P. 115–138. – DOI: 10.1007/s10288-011-0172-x
44. *Вересников Г.С., Егоров Н.А., Кулида Е.Л., Лебедев В.Г.* Методы построения оптимальных очередей воздушных судов на посадку. Ч. 2. Методы приближенного решения // *Проблемы управления.* – 2018. – № 5. – С. 2–13. – DOI: 10.25728/pu.2018.5.1 [*Veresnikov, G.S., Egorov, N.A., Kulida, E.L., Lebedev, V.G.* Methods for Solving of the Aircraft Landing Problem. II. Approximate Solution Methods // *Automation and Remote Control.* – 2019. – Vol. 80, no. 8. – P. 1502–1518.]
45. *Hu, X.B., Di Paolo, E.* Binary-Representation-Based Genetic Algorithm for Aircraft Arrival Sequencing and Scheduling // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* – 2008. – Vol. 9, no. 2. – P. 301–310. – DOI: 10.1109/TITS.2008.922884
46. *Hu, X.B., Paolo, E.D.* An Efficient Genetic Algorithm with Uniform Crossover for Air Traffic Control // *Computers & Operations Research.* – 2009. – Vol. 36, no. 1. – P. 245–259. – DOI: 10.1016/j.cor.2007.09.005
47. *Hu, B.* An Efficient Ant Colony Algorithm Based on Wake-Vortex Modeling Method for Aircraft Scheduling Problem // *Journal of Computational and Applied Mathematics.* – 2016. – Vol. 317, no. 2. – P. 157–170. – DOI: 10.1016/j.cam.2016.11.043
48. *Zhan, Z.-H., Zhang, J., Li, Y., et al.* An Efficient Ant Colony System Based on Receding Horizon Control for the Aircraft Arrival Sequencing and Scheduling Problem // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* – 2010. – Vol. 11, no. 2. – P. 399–412. – DOI: 10.1109/TITS.2010.2044793
49. *Feng, X.R., Feng, X.J., Liu, D.* The Application of Ant Colony Optimization Algorithm in the Flight Landing Scheduling Problem // *Applied Mechanics and Materials.* – 2013. – Vols. 411–414. – P. 2698–2703. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.411-414.2698
50. *Girish, B.* An Efficient Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm in a Rolling Horizon Framework for the Aircraft Landing Problem // *Applied Soft Computing.* – 2016. – No. 44. – P. 200–221. – DOI: 10.1016/j.asoc.2016.04.011
51. *Teymori, M., Taghizadeh, H., Honarmand, M.A., Pourmahmond, J.* A New Improved Gray Wolf Optimization Algorithm to Solve the Aircraft Landing Problem at Mashhad Shahid Hasheminejad International Airport // *International Journal of Nonlinear Analysis and Application.* – 2022. – Vol. 13, no. 2. – P. 435–445. – DOI: 10.22075/ijnaa.2021.23255.2510
52. *Zhao, W., Liang, T.* Optimization of Terminal Area Arrival Flight Sorting Based on an Improved Sparrow Search Algorithm // *Science Progress.* – 2024. – Vol. 107, no. 1. – P. 1–17. – DOI: 10.1177/00368504241238078
53. *Кулида Е.Л., Лебедев В.Г.* Методы решения задач планирования и регулирования потоков воздушного движения Ч. 2. Применение методов глубокого обучения с подкреплением // *Проблемы управления.* – 2023. – № 2. – С. 3–18. – DOI: 10.25728/pu.2023.2.1. [*Kulida, E.L., Lebedev, V.G.* Methods for Solving Some Problems of Air Traffic Planning and Regulation. Part II: Application of Deep Reinforcement Learning // *Control Sciences.* – 2023. – No. 2. – P. 2–14. – DOI: 10.25728/cs.2023.2.1]
54. *Соседов В.А., Кулида Е.Л., Макаревич М.В.* Решение задачи оптимизации последовательности и времен посадок воздушных судов при помощи обучения с подкреплением // *Труды 17-й Междунар. конф. «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2024).* – Москва, 2024. – С. 1056–1062. [*Sosedov, V., Makarevich, M., and Kulida, E.* Solving the Aircraft Landing Problem Using Deep Q-Networks Approach // *Proceedings of 2024 17th International Conference*



- on Management of Large-Scale System Development (MLSD). – Moscow, Russia, 2024. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/MLSD61779.2024.10739636]
55. *Brittain, M., Wei, P.* Autonomous Aircraft Sequencing and Separation with Hierarchical Deep Reinforcement Learning // Proceedings of the International Conference for Research in Air Transportation (ICRAT2018). – Barcelona, Spain, 2018.
56. *Degas, A., Islam, M.R., Hurter, C., et al.* A Survey on Artificial Intelligence (AI) and eXplainable AI in Air Traffic Management: Current Trends and Development with Future Research Trajectory // Applied Sciences. – 2022. – Vol. 12, no. 3. – Art. no. 1295. – DOI: 10.3390/app12031295
57. *Кулида Е.Л.* Генетический алгоритм решения задачи оптимизации последовательности и времен посадок воздушных судов // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 3. – С. 156–168. – DOI: 31857/S0005231022030114. [*Kulida, E.L.* Genetic Algorithm for Solving the Problem of Optimizing Aircraft Landing Sequence and Times // Automation and Remote Control. – 2022. – Vol. 83, no. 3. – P. 426–436.]
58. *Кулида Е.Л., Лебедев В.Г., Егоров Н.А.* Исследование эффективности алгоритма оптимизации потока воздушных судов на посадку // Проблемы управления. – 2019. – № 6. – С. 63–69. – DOI: 10.25728/ru.2019.6.7. [*Kulida, E.L., Lebedev, V.G., Egorov, N.A.* Study of the Effectiveness of the Algorithm to Optimize the Flow of Aircraft on Landing // Control Sciences. – 2019. – No. 6. – P. 63–69. – DOI: 10.25728/ru.2019.6.7. (In Russian)]
59. *Кулида Е.Л.* Инструментальное средство для исследования алгоритмов построения оптимальных очередей воздушных судов на посадку // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018615221 РФ. Зарег. 03.05.2018. [*Kulida, E.L.* An Instrumental Tool for Studying Algorithms for Constructing Optimal Aircraft Landing Sequences // Certificate of State Registration of a Computer Program no. 2018615221, Russian Federation. Registered May 3, 2018. (In Russian)]
60. *Егоров Н.А.* Библиотека точных методов построения оптимальных очередей воздушных судов на посадку для 4-х критериев оптимальности, реализованная в виде .Net сборки // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019616970 РФ. Зарег. 03.06.2019. [*Egorov, N.A.* A Library of Precise Methods for Constructing Optimal Aircraft Landing Sequences by Four Optimality Criteria, Implemented as a .Net Assembly // Certificate of State Registration of a Computer Program no. 2019616970, Russian Federation. Registered June 3, 2019. (In Russian)]
61. *Кулида Е.Л.* Реализация генетического алгоритма решения задачи оптимизации последовательности и времен посадок воздушных судов // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022616075 РФ. Зарег. 18.04.2022. [*Kulida, E.L.* Implementation of a Genetic Algorithm for Optimizing the Sequence and Timing of Aircraft Landings // Certificate of State Registration of a Computer Program no. 2022616075, Russian Federation. Registered April 18, 2022 (In Russian)]
62. *Кулида Е.Л.* Система анализа алгоритмов оптимизации последовательности и времен посадок прибывающих воздушных судов / Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва). – Москва, 2020. – С. 1528–1534. [*Kulida, E.L.* Analysis of Algorithms for Solving the Aircraft Landing Problem // Proceedings of 2020 13th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD). – Moscow, Russia, 2020. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/MLSD49919.2020.9247839]
63. *Razzaghi, P., Tabrizian, A., Guo, W., et al.* A Survey on Reinforcement Learning in Aviation Application // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2024. – Vol. 136, no. 3. – DOI: 10.1016/j.engappai.2024.108911
64. *Иванова П.И., Печенежский В.К., Чуви́ковская Е.К.* Применение технологий машинного обучения и нейронной сети для выбора оптимальных траекторий полетов воздушных судов в процессе управления воздушным движением // Автоматизация. Современные технологии. – 2024. – № 12. – DOI: 10.36652/0869-4931-2024-78-12-553-557. [*Ivanova, P.I., Pechenejskiy, V.K., Chuvikovskaya, E.K.* Application of Machine Learning and Neural Network Technologies for Selecting Optimal Aircraft Flight Trajectories in Air Traffic Control // Automation. Modern Technologies. – 2024. – No. 12. – DOI: 10.36652/0869-4931-2024-78-12-553-557. (In Russian)]
65. *Саттон Р.С., Барто Э.Г.* Обучение с подкреплением // М.: ДМК-Пресс, 2020. – 552 с. [*Sutton, R.S., Barto, A.G.* Reinforcement Learning: An Introduction. Second edition, in progress. – Cambridge: MIT Press, 2014, 2015. – 352 p.]
66. *Watkins, C.J., Dayan, P.* Q-learning // Machine Learning. – 1992. – Vol. 8. – P. 279–292.
67. *Моралес М.* Грокаем глубокое обучение с подкреплением // СПб.: Питер, 2023. – 464 с. [*Morales, M.* Grokking Deep Reinforcement Learning // London: Dimensions, 2020. – 472 p.]

Статья представлена к публикации членом редколлегии
А. А. Лазаревым.

Поступила в редакцию 18.09.2025,
после доработки 27.11.2025.
Принята к публикации 16.12.2025.

Кулида Елена Львовна – канд. техн. наук,
✉ elena-kulida@yandex.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0003-0226-9708>

Лебедев Валентин Григорьевич – д-р техн. наук,
✉ lebedev-valentin@yandex.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3206-9558>

Егоров Николай Александрович – канд. техн. наук,
✉ negorov@bk.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-5141-1207>

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

© 2026 г. Кулида Е. Л., Лебедев В. Г., Егоров Н. А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

METHODS FOR SOLVING THE AIRCRAFT LANDING OPTIMIZATION PROBLEM

E. L. Kulida*, V. G. Lebedev**, and N. A. Egorov***

****Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ elena-kulida@yandex.ru, **✉ lebedev-valentin@yandex.ru, ***✉ negorov@bk.ru

Abstract. This paper considers the problem of optimizing the sequence and time of aircraft landings, which is topical for increasing the capacity of airport runways. The main approaches to solving this problem are briefly overviewed, and its mathematical statement is provided, including the key constraints and objective functions. The exact solution method and approximate ones using genetic algorithms with two different crossover operators and a heuristic algorithm are described. The time to obtain an exact solution grows exponentially with increasing the problem dimension (the number of aircraft), which makes it impractical. Approximate methods yield a suboptimal, albeit quite good, solution in real time during aircraft landing. An original simulation software complex is presented and applied to compare the efficiency of the main methods implemented. It is proposed to use deep reinforcement learning to solve the problem.

Keywords: airport runway capacity, separation criteria between aircraft landings, optimality criteria, library of methods.