



СИГМА-ФУНКЦИЯ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЙ И ВОЗМУЩЕНИЙ¹

С.А. Краснова, А.В. Уткин

Для нелинейных систем, функционирующих в условиях неопределенности, на основе принципа разделения движений разработаны методы синтеза наблюдателя состояний с нелинейными корректирующими воздействиями в виде сигма-функций. Показано, что для систем, представимых в регулярной форме относительно внешних возмущений, данный подход позволяет получить текущие оценки неизмеряемых переменных состояния и внешних возмущений без расширения динамического порядка наблюдателя за счет модели, имитирующей действие внешних возмущений. Разработанные алгоритмы применены в системе управления асинхронным электроприводом с неполным комплектом измерительных устройств.

Ключевые слова: нелинейная система, наблюдатель состояний и возмущений, сигма-функция, асинхронный электропривод.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваются нелинейные системы управления с функциональными неопределенностями математической модели объекта управления и при действии внешних возмущений, принадлежащих пространству управления. В таких системах инвариантность переменных вектора состояний по отношению к неопределенностям может быть обеспечена или с помощью разрывных управлений и организации скользящего режима [1], или с помощью непрерывного комбинированного управления с составляющей, компенсирующей действие возмущений при наличии их оценок. Практически значимый метод оценивания возмущений, не требующий составления их динамической модели, заключается в применении наблюдателей состояний с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующих в скользящем режиме [2—4]. В § 1 продемонстрирована процедура синтеза такого наблюдателя, реализующая принцип разделения общего движения на разнотемповые составляющие при последовательном возникновении скользящих режимов на пересечении поверхностей в виртуальном пространстве ошибок наблюдения. Показано, что при выполнении определен-

ных условий данный наблюдатель позволяет получить текущие оценки и неизмеряемых переменных состояния, и возмущающих воздействий. Однако для обеспечения высокого качества оценивания требуется организовать скользящий режим, близкий к идеальному, при котором изображающая точка системы, записанной относительно ошибок наблюдения, движется по многообразию скольжения, совершая колебания с бесконечно большой частотой и бесконечно малой амплитудой. При большой, но конечной частоте переключений возникает реальный скользящий режим [5], в котором возможны хаотичные высокочастотные колебания изображающей точки в ненулевом пограничном слое многообразия скольжения, что приводит к неудовлетворительному качеству оценивания при использовании бортовых компьютеров с маломощным процессором. Этот факт стимулирует разработку альтернативных методов синтеза наблюдателя состояний и возмущений с непрерывными корректирующими воздействиями.

В § 2 представлен основной результат — методы синтеза наблюдателя состояний и возмущений с нелинейными непрерывными корректирующими воздействиями в виде сигма-функций. Показано, что такой наблюдатель, размерность которого равна размерности модели объекта управления, сохраняет преимущества наблюдателя на скользящих режимах в допредельной ситуации и, в то же время, обеспечивает лучшее качество (гладкость)

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-08-01543а и 14-01-31190 mol_a).

оцениваемых сигналов в условиях ограниченности вычислительных ресурсов. Формализована процедура настройки параметров сигмоидальных корректирующих воздействий на основе неравенств, обеспечивающих за заданное время заданную точность оценивания неизмеряемых переменных состояния и имеющих неопределенностей. В § 3 в качестве приложения рассмотрена задача наблюдения неизмеряемых переменных состояния и внешнего возмущения в асинхронном электроприводе, приведены результаты моделирования.

1. ПРИНЦИП РАЗДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ В ЗАДАЧЕ НАБЛЮДЕНИЯ

Рассматривается математическая модель нелинейного объекта управления вида

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = f(x, t) + b(x_1)u, \quad (1)$$

где $x = \text{col}(x_1, x_2) \in X \subset R^2$ — вектор состояний; $x_1(t) \in R$ — выходная (измеряемая) переменная; фазовая переменная $x_2(t)$ не измеряется, но предполагаются известными либо область ее изменения в процессе управления $|x_2(t)| \leq X_2$, либо область допустимых начальных условий $|x_2(0)| \leq X_2$; $u \in R$ — управляющее воздействие, $b(x_1)$ — известная функция, $b(x_1) \neq 0 \forall x_1(t), t \geq 0$. Неизвестная функция $f(x(t), t)$, которая включает в себя функциональные и параметрические неопределенности модели объекта управления, а также внешние возмущения, полагается ограниченной вместе со своей полной производной:

$$|f(x(t), t)| \leq F, \quad |\dot{f}(x(t), t)| \leq F_1 \forall x(t) \in X, t \geq 0, \quad (2)$$

где F и F_1 — известные положительные константы; динамическая модель неопределенностей не вводится. Требование гладкости на $f(t)$ и $\dot{f}(t)$ не накладывается, достаточно, чтобы данные функции были кусочно-непрерывными и имели в каждой точке, включая точки разрыва, конечные правую и левую производные.

Моделью (1), имеющей регулярную каноническую форму, описывается представительный класс динамических объектов управления, например, механические и теплообменные системы. Модели ряда других объектов могут быть представлены в виде (1) с помощью диффеоморфной замены локальных переменных. Мы намеренно приняли за основу построений систему второго порядка, чтобы максимально детализировать основную идею разработанного метода. Без ограничения общнос-

ти нижеследующие построения распространяются на объекты управления более высокого порядка, математические модели которых представимы в регулярном каноническом виде.

В данной работе цель и закон управления не детализируются: проблема автоматического управления системой (1) в различных постановках решалась множество раз в рамках различных подходов. Ориентируясь на базовый закон комбинированного управления (по состоянию и по возмущению) ставится задача оценивания неизмеряемых сигналов $x_2(t), f(t)$.

Эта проблема может быть решена с помощью наблюдателя с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующего в скользящем режиме, который строится на основе системы (1) в виде

$$\dot{z}_1 = z_2 + v_1, \quad \dot{z}_2 = b(x_1)u + v_2, \quad (3)$$

где $z = \text{col}(z_1, z_2) \in R^2$ — вектор состояний, $v = \text{col}(v_1, v_2) \in R^2$ — вектор разрывных корректирующих воздействий наблюдателя. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации системы, записанной относительно ошибок наблюдения $\varepsilon = x - z = \text{col}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \in R^2$ в силу модели (1), (2) в виде

$$\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = f(t) - v_2. \quad (4)$$

Согласно каскадному методу синтеза наблюдателей состояний на скользящих режимах [4], в первом уравнении системы (4) формируется разрывное корректирующее воздействие от известных переменных $v_1 = M_1 \text{sign} \varepsilon_1$, которое при выполнении достаточных условий

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 < 0 \Rightarrow M_1 > M_1^* = |\varepsilon_1(0)|/t_1 + \Phi_2, \\ |\varepsilon_2(t)| \leq \Phi_2 \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

обеспечит за конечное время $t_1 \geq 0$ возникновение скользящего режима на прямой $\varepsilon_1 = 0$ в двумерном пространстве ошибок наблюдения. Заметим, что при установке начального условия $z_1(0) = x_1(0) \Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0$ скользящий режим возникает практически сразу и $t_1 \approx 0$.

При $t > t_1$ динамический порядок системы (4) понижается, и из уравнения статики $\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_{1eq} = 0$ имеем эквивалентное корректирующее воздействие $v_{1eq}(t) = \varepsilon_2(t)$. Этот сигнал может быть получен с выхода фильтра первого порядка с малой посто-



янной времени $\mu_1 \dot{\tau}_1 = -\tau_1 + v_1$, $\lim_{\mu_1 \rightarrow +0} \tau_1(t) = v_{1eq}(t)$ [1]. Тогда во втором уравнении системы (4) можно сформировать разрывное корректирующее воздействие $v_2 = M_2 \text{sign} \tau_1$, что обеспечивает $v_2 = M_2 \text{sign} \varepsilon_2$ вне малой окрестности $\varepsilon_2 = 0$. Амплитуда разрывного воздействия выбирается на основе достаточных условий

$$\varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 < 0 \Rightarrow M_2 > |\varepsilon_2(t_1)/(t_2 - t_1) + F. \quad (6)$$

Пренебрегая быстро затухающими собственными движениями фильтра, можно считать, что за теоретически конечное время $t_2 > t_1$ на пересечении $\{\varepsilon_1 = 0 \cap \varepsilon_2 = 0\}$ возникает скользящий режим. При $t > t_2$ из уравнения статики $\dot{\varepsilon}_2 = f(t) - v_{2eq} = 0$ имеем эквивалентное корректирующее воздействие $v_{2eq}(t) = f(t)$. Этот сигнал, который является оценкой неизвестной функции, также может быть получен с выхода фильтра первого порядка:

$$\mu_2 \dot{\tau}_2 = -\tau_2 + v_2, \quad \lim_{\mu_2 \rightarrow +0} \tau_2(t) = v_{2eq}(t) = f(t).$$

Тот факт, что, начиная с момента времени t_1 , переменная $\varepsilon_2(t)$ начинает монотонно стремиться к нулю, позволяет оценить область ее изменения следующим образом:

$$|\varepsilon_2(t)| \leq |\varepsilon_2(t_1)| < X_2 + (F + M_2)t_1 = \Phi_2 \quad \forall t \geq 0. \quad (7)$$

С учетом оценки (7) выбирается амплитуда разрывного корректирующего воздействия v_1 (5).

Для стабилизации системы (4) за заданное время $t_2 = T$ с учетом условий (6) и оценки (7) имеем следующее неравенство для выбора амплитуды разрывного корректирующего воздействия v_2 :

$$M_2 > |\varepsilon_2(t_1)/(t_2 - t_1) + F \Rightarrow M_2 > M_2^* = (X_2 + Ft_2)/(t_2 - 2t_1), \quad 0 \leq t_1 < t_2/2. \quad (8)$$

Главное преимущество наблюдателя на скользящих режимах — оценивание за конечное время и неизмеряемой переменной $x_2(t) = z_2(t)$, и возмущения $\tau_2(t) \approx f(t) \quad \forall t > T$ без ввода его динамической модели. Данный наблюдатель является робастным, так как амплитуды разрывных корректирующих воздействий выбираются на основе неравенств, не требующих детализированной математической модели объекта управления. С другой стороны, динамический порядок наблюдателя (3) увеличивается в два раза из-за ввода фильтров, которые вносят дополнительные малые динамики. Кроме того, микропроцессорная реализация раз-

рывных управлений с большой, но конечной частотой переключений может привести к неудовлетворительному качеству оцениваемых сигналов, так как на полезный сигнал накладывается паразитный высокочастотный сигнал с малой амплитудой.

Гладкость оцениваемых сигналов обеспечивают наблюдатели с непрерывными корректирующими воздействиями. Известный способ стабилизации систем с неопределенностью — применение глубоких обратных связей. Так, выбор в системе (4) линейных корректирующих воздействий $v_1 = k_1 \varepsilon_1$, $v_2 = k_2 \varepsilon_2$ с большими коэффициентами $k_1 \gg k_2 \gg 0$ обеспечит стабилизацию ошибок наблюдения с заданной точностью $\|\varepsilon(t)\| \leq \bar{\delta} \quad \forall t > T$, если возмущающее воздействие не затухает со временем. Для многомерных канонических систем с неопределенностью в последнем уравнении известны параметрические схемы настройки больших коэффициентов наблюдателя [4, 6, 7]. Основным недостатком таких наблюдателей: большие коэффициенты усиления, значения которых обратно пропорциональны степеням задаваемой области сходимости $k_2(1/\bar{\delta})$, $k_1(1/\bar{\delta}^2)$, приводят к избыточному потреблению ресурсов управления на начальной стадии, что требует искусственного ограничения управляющего сигнала. Кроме того, для получения оценок имеющихся неопределенностей потребуется ввести дифференциальное уравнение, характеризующее их динамику [7].

Наша цель заключается в том, чтобы, во-первых, не расширять порядок наблюдателя для получения оценок возмущающих воздействий, во-вторых, не прибегать к искусственному ограничению управляющего воздействия и, в-третьих, избежать возможного всплеска в начале переходного процесса в замкнутой системе с наблюдателем. Этой цели отвечает выбор корректирующих воздействий наблюдателя из класса так называемых S -образных непрерывных функций с насыщением (sat-функция, сигма-функция, арктангенс, гиперболический тангенс и др.) [8, 9]. В следующем параграфе представлен основной результат: показано, что с помощью наблюдателя с непрерывными ограниченными корректирующими воздействиями в виде сигма-функций, размерность которого равна размерности объекта управления (1), можно получить оценки не только неизмеряемой переменной состояния, но и ограниченного возмущения. Принцип разделения движений в таком наблюдателе реализуется в допредельной ситуации, что приведет к решению задачи оценивания с некоторой, наперед заданной точностью, которая обеспечива-

ется за заданное время выбором параметров корректирующих воздействий. Показано, что в таких наблюдателях, в отличие от наблюдателя с глубокими обратными связями, имеется возможность учитывать имеющиеся ограничения на ресурсы управления на стадии синтеза и избежать существенного «всплеска» на начальном этапе процесса управления.

2. СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЙ И ВОЗМУЩЕНИЙ С СИГМОИДАЛЬНЫМИ КОРРЕКТИРУЮЩИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

Рассмотрим нелинейную гладкую ограниченную сигма-функцию $\sigma(kx) = 2/(1 + e^{-kx}) - 1$, $k = \text{const} > 0$, которая является допредельной реализацией функции знака $y = \text{sign}x$ в следующем смысле: $\sigma(-kx) = -\sigma(kx)$, $\sigma(kx) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} kx/2$, $\sigma(kx) \underset{k \rightarrow +\infty}{\sim} \text{sign}x$. Первая производная сигма-функции — положительная ограниченная функция, вторая производная — ограниченная нечетная функция:

$$\begin{aligned}\sigma'(kx) &= k(1 - \sigma^2(kx))/2, \\ \sigma''(kx) &= -k\sigma'(kx)\sigma(kx).\end{aligned}\quad (9)$$

Для сигма-функции и ее первой производной в указанных интервалах справедливы оценки:

$$\begin{aligned}\sigma(k\delta) < |\sigma(kx)| < 1, \quad \forall |x| > \delta > 0; \\ \sigma(k\delta)|x|/\delta \leq |\sigma(kx)| \leq \sigma(k\delta), \\ 0 < \sigma'(k\delta) \leq \sigma'(kx) \leq \sigma'(0) = k/2 \quad \forall |x| \leq \delta.\end{aligned}\quad (10)$$

Отсюда следует, что при $|x| > \delta$ сигма-функция близка к постоянной функции, а при $|x| \leq \delta$ — к линейной. В качестве границы указанного разделения сигма-функции при $x \geq 0$ рекомендуется принять точку из интервала $k\delta = c \in [1, 3; 3]$, где $\pm 1,3$ — абсциссы точек перегиба первой производной $\sigma''(\pm 1,3) = 0$ (при этом $\sigma(\pm 1,3) \approx \pm 0,57$, $\sigma'(\pm 1,3) \approx 0,34k$); ± 3 — абсциссы вершин сигма-функции, в которых ее кривизна достигает максимума, при этом $\sigma(\pm 3) \approx \pm 0,9$, $\sigma'(\pm 0,9) \approx 0,095k$ [8].

Для дальнейших построений введем сигма-функцию с переменным ограниченным сдвигом $|\varphi(t)| \leq \Delta \quad \forall t \geq 0$:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(kx) &= \sigma(k(x - \varphi(t))), \\ \sigma(k(x - \Delta)) &\leq \bar{\sigma}(kx) \leq \sigma(k(x + \Delta)), \\ \bar{\sigma}'(kx) &= k(1 - \bar{\sigma}^2(kx))/2.\end{aligned}$$

Для функций $\bar{\sigma}(kx)$ и $\bar{\sigma}'(kx)$ в указанных интервалах справедливы оценки:

$$\begin{aligned}\sigma(k\delta) < |\bar{\sigma}(kx)| < 1 \quad \forall |x| > \Delta + \delta, \\ \text{sign} \bar{\sigma}(kx) &= \text{sign}x \quad \forall |x| > \Delta, \\ \sigma(k\delta)(|x| - \Delta)/\delta \leq |\bar{\sigma}(kx)| \leq \sigma(k(2\Delta + \delta)) \quad (11) \\ \forall x: \Delta \leq |x| \leq \Delta + \delta; \\ 0 < \sigma'(k(2\Delta + \delta)) &\leq \bar{\sigma}'(kx) \leq k/2 \quad \forall |x| \leq \Delta + \delta.\end{aligned}$$

Используем в наблюдателе (3) сигмоидальные корректирующие воздействия вида

$$v_1 = M_1\sigma(k_1\varepsilon_1), \quad v_2 = M_2\sigma(k_2v_1), \quad (12)$$

где $M_i, k_i > 0$, $i = 1, 2$. Идея заключается в том, чтобы в системе (4), (12) обеспечить за заданное время стабилизацию с заданной точностью не только ошибок наблюдения, но и их производных $\dot{\varepsilon}_{1,2} \approx 0$. Тогда неизмеряемые сигналы могут быть непосредственно получены из уравнений статики без расширения пространства состояний: $v_1 \approx \varepsilon_2(t)$, $v_2(t) \approx f(t)$.

Предварительно рассмотрим ситуацию, когда для целей управления требуется получить оценки только неизмеряемой переменной состояния $x_2(t)$ системы (1).

Лемма. Если в системе (4), (12) условия (2) выполнены, то для любых сколь угодно малых $\bar{\delta}$, $T > 0$ и любых конечных начальных условий $\varepsilon_1(0), |\varepsilon_2(0)| \leq X_2$ найдутся такие положительные константы $k_i^* > 0$, $M_i^* > 0$, $i = 1, 2$, что для всех $k_i > k_i^*$, $M_i > M_i^*$ будут выполнены неравенства

$$|\varepsilon_1(t)| \leq \bar{\delta}, \quad |\varepsilon_2(t)| \leq \bar{\delta} \quad \forall t > T. \quad (13)$$

Конструктивное доказательство. Каждое корректирующее воздействие (12) имеет по два параметра. Амплитуды $M_i > 0$, $i = 1, 2$, выбираются так же, как и амплитуды разрывных корректирующих воздействий с тем, чтобы обеспечить попадание ошибок наблюдения в некоторую окрестность нуля за заданное время. Большие коэффициенты $k_i > 0$, $i = 1, 2$, выбираются так, чтобы обеспечить заданную точность стабилизации (13).

Рассмотрим первое уравнение системы (4), (12): $\dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_1 \Rightarrow v_1 = \varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1$, тогда $v_2 = M_2\sigma(k_2v_1) = M_2\bar{\sigma}(k_2\varepsilon_2)$, где роль сдвига выполняет первая производная первой ошибки наблюдения $\varphi(t) = \dot{\varepsilon}_1(t)$ и, согласно оценкам (11), $\text{sign}v_2 = \text{sign}\varepsilon_2$, если $|\varepsilon_2| > |\dot{\varepsilon}_1|$.



Для регуляризации процедуры синтеза введем параметрическую связь

$$0 < c_i = k_i \delta_i, \quad c_i \in [1,3; 3], \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

и выделим интервалы времени $0 \leq t_1 < t_2 \leq T$ для сходимости переменных $\varepsilon_{1,2}(t)$, $\dot{\varepsilon}_1(t)$ в указанные окрестности нуля:

$$|\varepsilon_1(t)| \leq \delta_1 \leq \bar{\delta} \quad \forall t \geq t_1, \quad |\varepsilon_2(t)| \leq |\dot{\varepsilon}_1(t)| + \delta_2, \quad (15)$$

$$|\dot{\varepsilon}_1(t)| \leq \Delta \quad \forall t \geq t_2, \quad 0 < \Delta + \delta_2 \leq \bar{\delta}, \quad (16)$$

при этом $|\varepsilon_2(t)| \leq |\varepsilon_2(t_1)| < \Phi_2$ (7), $|\dot{\varepsilon}_1(t)| \leq |\dot{\varepsilon}_1(t_1)| \leq \Phi_2 + M_1$.

Для анализа устойчивости введем для системы (4), (12) квадратичную форму $V_0 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)$. С учетом выражений (7), (10), (11), (14) для ее производной

$$\dot{V}_0 = \varepsilon_1(\varepsilon_2 - v_1) + \varepsilon_2(f - v_2) \quad (17)$$

справедлива оценка: $\dot{V}_0 \leq |\varepsilon_1|(\Phi_2 - M_1\sigma(c_1)) + |\varepsilon_2|(F - M_2\sigma(c_2))$. Неравенство $\dot{V}_0 < 0$ выполняется при $M_1\sigma(c_1) > \Phi_2$, $M_2\sigma(c_2) > F$ вне окрестности $|\varepsilon_1| \leq c_1/k_1 = \delta_1$, $|\varepsilon_2| \leq |\dot{\varepsilon}_1| + \delta_2$, $\delta_2 = c_2/k_2$. Неравенства для выбора амплитуд $M_{1,2}$, при которых условия (15) обеспечиваются за заданное время, аналогичны неравенствам (5) и (8), а именно:

$$M_2 > M_2^* = \frac{X_2 + Ft_2}{(t_2 - t_1)\sigma(c_2) - t_1}, \quad 0 \leq t_1 < \frac{t_2\sigma(c_2)}{1 + \sigma(c_2)},$$

$$M_1 > M_1^* = (|\varepsilon_1(0)|/t_1 + \Phi_2)/\sigma(c_1). \quad (18)$$

Для целей анализа введем вспомогательное уравнение, которое характеризует динамику производной $\dot{\varepsilon}_1(t)$:

$$\dot{\varepsilon}_1 = -M_1\sigma'(k_1\varepsilon_1)\dot{\varepsilon}_1 + f(t) - v_2. \quad (19)$$

Для обеспечения выполнения неравенств (16) оценим решение уравнения (19) на интервале $[t_1; t_2]$:

$$|\dot{\varepsilon}_1(t)| \leq (\Phi_2 + M_1)e^{-k_1 a_1(t_2 - t_1)} + (F + M_2)/(k_1 a_1) \leq \bar{\delta} - \delta_2,$$

где $a_1 = M_1(1 - \sigma^2(c_1))/2 > 0$, тогда $\forall \alpha: 0 < \alpha < \bar{\delta} - \delta_2$ имеем

$$k_1 > k_1^* = \max\left\{\frac{\ln((\Phi_2 + M_1)/\alpha)}{a_1(t_2 - t_1)}; \frac{F + M_2}{a_1(\bar{\delta} - \delta_2 - \alpha)}\right\}.$$

Выбор больших коэффициентов на основе неравенств

$$k_1 > \max\{k_1^*; c_1/\delta_1\}, \quad k_2 > k_2^* = c_2/\delta_2. \quad (20)$$

в зависимости от принятых значений $c_i \in [1,3; 3]$, $i = 1, 2$, δ_2 , α обеспечивает заданную точность стабилизации ошибок наблюдения за заданное время (13). Лемма доказана. ♦

Если задача оценивания неизвестной функции $f(t)$ не ставится, то для оценивания фазовой пере-

менной $x_2(t)$ можно применить укороченный наблюдатель $\dot{z}_1 = v_1$, $v_1 = M_1\sigma(k_1\varepsilon_1)$. Тогда уравнение относительно ошибки наблюдения $\varepsilon_1 = x_1 - z_1$ примет вид $\dot{\varepsilon}_1 = x_2 - v_1$, и после стабилизации производной ошибки наблюдения $\dot{\varepsilon}_1 \approx 0$ можно будет непосредственно получить оценку неизмеряемого сигнала: $v_1(t) \approx x_2(t)$. Для настройки параметров сигмоидального корректирующего воздействия v_1 воспользуемся полученными выше результатами.

Из леммы вытекают два следствия.

Следствие 1. Если в системе (1) выполняются условия (2), $|x_2(t)| \leq X_2$, а также $|b(x(t))u(t)| \leq \bar{U} \quad \forall t \geq 0$, то тогда при оценивании $x_2(t)$ с помощью укороченного наблюдателя неравенство $|x_2(t) - v_1(t)| \leq \bar{\delta} \quad \forall t > T$ будет обеспечено для любых $\bar{\delta}$, $T > 0$, если

$$M_1 > M_1^* = (|\varepsilon_1(0)|/t_1 + X_2)/\sigma(c_1), \quad 0 \leq t_1 < T,$$

$$k_1 > k_1^* = \max\left\{\frac{\ln((X_2 + M_1)/\alpha)}{a_1(T - t_1)}; \frac{F + \bar{U}}{a_1(\bar{\delta} - \alpha)}; \frac{c_1}{\bar{\delta}}\right\},$$

где $a_1 = M_1(1 - \sigma^2(c_1))/2 > 0$, $c_1 \in [1,3; 3]$, $0 < \alpha < \bar{\delta}$.

Следствие 2. Если в системе (1) внешнее возмущение отсутствует, $b(x_1, x_2)$ и $f(x_1, x_2)$ — известные функции, удовлетворяющие условию Липшица, $|u(t)| \geq U \quad \forall t \geq 0$, тогда с помощью наблюдателя $\dot{z}_1 = z_2 + v_1$, $\dot{z}_2 = f(z_1, z_2) + b(z_1, z_2)u + v_2$ можно обеспечить асимптотическую стабилизацию ошибок наблюдения $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon_{1,2}(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} z_{1,2}(t) = x_{1,2}(t)$ с помощью сигмоидальных корректирующих воздействий (12) с параметрами

$$M_2 > \frac{N_2(X_2(1 + N_2t_1) + N_1|\varepsilon_1(0)|t_1)}{\sigma(c_2) - N_2t_1},$$

$$M_1 > \frac{|\varepsilon_1(0)| + t_1\bar{\Phi}_2}{t_1\sigma(c_1)}, \quad 0 \leq t_1 < \frac{\sigma(c_2)}{N_2},$$

$$k_2 > \frac{c_2(N_2 + \frac{1}{4}N_1^2 + 3)}{M_2\sigma(c_2)},$$

$$k_1 > \frac{2(b_2 + b_2^2 + \frac{1}{4}N_1^2 + \frac{1}{4}N_2^2)}{M_1(1 - \sigma^2(c_1))}, \quad b_2 = \frac{M_2k_2\sigma(c_2)}{c_2},$$

$$\bar{\Phi}_2 = X_2(1 + N_2t_1) + N_1|\varepsilon_1(0)|t_1 + M_2t_1,$$

$$c_{1,2} \in [1,3; 3],$$

$$|f(x) + b(x)u - f(z) + b(z)u| \leq N_1|\varepsilon_1| + N_2|\varepsilon_2|,$$

где N_1 и N_2 — известные константы.

Замечание. Неравенства (18) и (20) нацелены на выбор минимально допустимых амплитуд $M_{1,2}$ при $k_i \sim c_i/\delta_i$ (14), что при достаточно малых δ_i может привести к плохо обусловленным вычислениям. Если принять $\bar{c}_i = k_i l_i \delta_i$, $\bar{c}_i \in [1,3; 3]$, $i = 1, 2$, где $l_i > 1$ — коэффициенты пропорциональности произведения $M_i k_i$, то можно понизить допустимые значения k_i благодаря увеличению амплитуд M_i . Тогда неравенства (15) и (16) представимы в виде

$$|\varepsilon_1(t)| \leq l_1 \delta_1 \quad \forall t \leq t_{11}, \quad |\varepsilon_2(t)| \leq |\dot{\varepsilon}_1(t)| + l_2 \delta_2 \quad \forall t \geq t_{12},$$

$$0 \leq t_{11} < t_1 < t_{12} < t_2 \leq T.$$

В областях $\delta_1 < |\varepsilon_1| \leq l_1 \delta_1$, $|\dot{\varepsilon}_1| + \delta_2 < |\varepsilon_2| \leq |\dot{\varepsilon}_1| + l_2 \delta_2$ для производной квадратичной формы (17) с учетом оценок (10) и (11) справедлива оценка

$$\dot{V}_0 \leq |\varepsilon_1|(\Phi_2 - b_1 |\varepsilon_1|) + |\varepsilon_2|(F - b_2 (|\varepsilon_2| - |\dot{\varepsilon}_1|)),$$

где $b_i = M_i \sigma(c_i)/(l_i \delta_i) > 0$. Неравенство $\dot{V}_0 < 0$ выполняется при $M_2 > Fl_2/\sigma(\bar{c}_2)$, $M_1 > \Phi_2 l_1/\sigma(\bar{c}_1)$. Соответственно, требования (13) выполняются при условиях:

$$M_2 > M_2^* = \max \left\{ \frac{X_2 + Ft_{12}}{(t_{12} - t_1)\sigma(\bar{c}_2) - t_1}; \frac{Fl_2 \delta_2}{\sigma(\bar{c}_2)(\delta_2 - \alpha_2)} \right\},$$

$$M_1 > M_1^* = \max \left\{ \frac{|\varepsilon_1(0)| + \Phi_2 t_{11}}{\sigma(c_1)t_{11}}; \frac{\Phi_2 l_1 \delta_1}{\sigma(c_1)(\delta_1 - \alpha_1)} \right\}, \quad (21)$$

где $l_i > 1$ выбираются желаемым образом, α_i ; $0 < \alpha_i < \delta_i$, $i = 1, 2$, выбираются так, чтобы обеспечить $\alpha_2 \geq \Phi_2 \exp(-b_2(t_2 - t_{12}))$, $\alpha_1 \geq l_1 \delta_1 \exp(-b_1(t_1 - t_{11}))$, а неравенства для выбора больших коэффициентов примут вид

$$k_1 > \max\{k_1^*; \bar{c}_1/(l_1 \delta_1)\}, \quad k_2 > k_2^* = \bar{c}_2/(l_2 \delta_2). \quad (22)$$

Теперь рассмотрим общий случай, когда с помощью наблюдателя (3), размерность которого равна размерности объекта управления (1), решается проблема оценивания не только неизмеряемой переменной состояния $x_2(t)$, но и имеющих неопределенностей $f(t)$.

Теорема. Если в системе (4), (12) выполнены условия (2), то для любого, достаточно малого $\bar{\delta} > 0$ и любых конечных начальных условий $\varepsilon_1(0)$, $|\varepsilon_2(0)| \leq X_2$ найдутся такие положительные константы $k_i^* > 0$,

$M_i^* > 0$, что при $k_i > k_i^*$, $M_i > M_i^*$ обеспечивается заданная точность оценивания $x_2(t)$, $f(t)$, а именно:

$$|\varepsilon_{1,2}(t)| \leq \bar{\delta} \Rightarrow |x_2(t) - z_2(t)| \leq \bar{\delta},$$

$$|\dot{\varepsilon}_2(t)| \leq \bar{\delta} \Rightarrow |f(t) - v_2(t)| \leq \bar{\delta}. \quad (23)$$

Конструктивное доказательство. Как показано в доказательстве леммы, условия (15) будут обеспечены при выборе амплитуд M_i (18) и $k_i > c_i/\delta_i$ (14), $i = 1, 2$. Требования (23) будут выполнены, если обеспечить выполнение условий (16) и $|f(t) - v_2(t)| \leq |\dot{\varepsilon}_2| \leq \bar{\delta}$. С учетом формул (9) и $v_1 = \varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1$ для целей анализа введем вспомогательные дифференциальные уравнения относительно производных $\dot{\varepsilon}_1(t)$, $\ddot{\varepsilon}_1(t)$ и $\dot{\varepsilon}_2(t)$, а именно уравнение (19) и уравнения

$$\ddot{\varepsilon}_1 = -M_1 \sigma'(k_1 \varepsilon_1)(\ddot{\varepsilon}_1 - k_1 \sigma(k_1 \varepsilon_1) \dot{\varepsilon}_1^2 + M_2 \sigma'(k_2 v_1) \dot{\varepsilon}_1) + \dot{f},$$

$$\ddot{\varepsilon}_2 = -M_2 \sigma'(k_2 (\varepsilon_2 - \dot{\varepsilon}_1))(\dot{\varepsilon}_2 - \ddot{\varepsilon}_1) + \dot{f}. \quad (24)$$

Для анализа устойчивости виртуальной системы (19), (24) введем квадратичную форму $V_1 = \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_1^2 + \ddot{\varepsilon}_1^2 + \dot{\varepsilon}_2^2)$. С учетом условий (2), (10) и (11) для производной квадратичной формы справедлива оценка

$$\dot{V}_1 \leq |\dot{\varepsilon}_1|(F + M_2 - k_1 a_1 |\dot{\varepsilon}_1|) + |\ddot{\varepsilon}_1|(F_1 - k_1 a_1 (|\ddot{\varepsilon}_1| - k_1 \sigma(c_1) \dot{\varepsilon}_1^2 - 0,5 M_2 k_2 |\dot{\varepsilon}_1|)) + |\dot{\varepsilon}_2|(F_1 + k_2 a_2 (|\dot{\varepsilon}_2| - |\dot{\varepsilon}_1|)),$$

где $a_1 = 0,5 M_1 (1 - \sigma^2(c_1)) > 0$, $a_2 = 0,5 M_2 (1 - \sigma^2(c_3)) > 0$, $c_3 = k_2(\delta + 2\Delta) = c_2 + 2k_2 \Delta$. Неравенство $\dot{V}_1 < 0$ выполняется вне указанных окрестностей при выполнении условий

$$|\dot{\varepsilon}_2| \leq \delta_2 + |\dot{\varepsilon}_1| \leq \bar{\delta} \quad \text{при} \quad k_2 > k_2^* = \max\{c_2/\delta_2; F_1/(a_2 \delta_2)\},$$

$$|\ddot{\varepsilon}_1| \leq F_1/k_1 a_1 + k_1 \sigma(c_1) \dot{\varepsilon}_1^2 + 0,5 M_2 k_2 |\dot{\varepsilon}_1| \leq \bar{\delta} - \delta_2,$$

$$k_2 \Delta < 2(\bar{\delta} - \delta_2)/M_2,$$

$$|\dot{\varepsilon}_1| \leq (F + M_2)/(k_1 a_1) = \Delta \ll \bar{\delta} - \delta_2,$$

$$k_1 > k_1^* = \max \left\{ \frac{\sigma(c_1)(F + M_2)^2 + a_1(F_1 + 0,5 M_2 k_2(F + M_2))}{a_1^2(\bar{\delta} - \delta)}, \frac{c_1}{\bar{\delta}} \right\},$$

на основе которых выбираются большие коэффициенты $k_{1,2}$, обеспечивающие заданную точность оценивания (23). Теорема доказана. ♦

Полученные результаты свидетельствуют о принципиальной возможности оценивания имеющих неопределенностей с помощью наблюдателя состояний. Еще раз подчеркнем, что разработанный подход не требует расширения простран-



тва состояний из-за учета динамической модели возмущения. Для простоты изложения при доказательстве не учитывались собственные затухающие движения вспомогательных переменных $\dot{\varepsilon}_1(t)$, $\dot{\varepsilon}_1(t)$ и $\dot{\varepsilon}_2(t)$. При необходимости можно ввести их в рассмотрение, что позволит обеспечить неравенства (23) за заданное время.

Полученные с помощью наблюдателя оценки $z_2(t) \approx x_2(t)$, $v_2(t) \approx f(t)$ используются для синтеза комбинированного управления с заданной целью управления системой (1).

3. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПРИ НЕПОЛНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

3.1. Описание модели объекта управления. Базовый закон управления

В качестве иллюстрации разработанных алгоритмов рассмотрим задачу управления асинхронным электроприводом, функционирующим в условиях неопределенности и при неполных измерениях. Динамическая модель асинхронного электропривода описывается в неподвижной системе координат (α, β) в векторном виде системой нелинейных дифференциальных уравнений шестого порядка [10]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= d_1(d_2 P(x_3)x_2 - d_3 x_1 + u), \quad \dot{x}_2 = -P(x_3)x_2 + d_4 x_1, \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{J}(d_2 x_2^T S^T x_1 - x_4), \quad \dot{x}_4 = f(t), \end{aligned} \quad (25)$$

где $x_1 = \text{col}(x_{1\alpha}, x_{1\beta})$ — компоненты тока статора, $x_2 = \text{col}(x_{2\alpha}, x_{2\beta})$ — компоненты потокосцепления ротора, $x_3 \in R$ — скорость вращения вала двигателя, $x_4 \in R$ — момент нагрузки на валу, $u = \text{col}(u_\alpha, u_\beta)$ — напряжение питания статора (управляющие воздействия);

$$P(x_3) = \begin{pmatrix} d_3 & x_3 \\ -x_3 & d_3 \end{pmatrix} > 0, \quad S = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$P(x_3)x_2 = P(0)x_2 + x_3 S^T x_2, \quad x_2^T S^T x_1 = x_1^T S x_2,$$

$$d_1 = L_r / (L_s L_r - L_h^2), \quad d_2 = L_h / L_r, \quad d_3 = R_r / L_r,$$

$$d_4 = R_r d_2, \quad d_5 = d_2 d_4 + R_s,$$

где $d_i > 0$, $i = \overline{1, 5}$; R_s, R_r, L_s, L_r, L_h — приведенные активные и индуктивные сопротивления статора, ротора и взаимоиנדукции. Прямым измерениям подлежат скорость вращения вала двигателя $x_3(t)$ и токи статора $x_1(t)$; $f(t)$ полагается неизвестным ограниченным внешним воздействием с ограничен-

ной производной $|f(t)| \leq F$, $|\dot{f}(t)| \leq F_1$, $\|x_2(t)\| \leq X_2$, $|x_4(t)| \leq X_4 \forall t \geq 0$, F, \dot{F}, X_2, X_4 — известные константы.

Ставится задача слежения за заданной скоростью вращения вала двигателя $x_{3d}(t)$ с обеспечением заданного потокосцепления в предположении, что аналитический вид задающих воздействий как функций времени и их производных первого и второго порядка известен.

В математической модели (25) имеется три управляемых и две управляющих переменных. Для того чтобы согласовать число управляемых и управляющих переменных, в работе [11] предложено свести задачу слежения за заданным потокосцеплением к задаче слежения за заданным квадратом вектора потокосцепления, который обозначим $|x_{2d}(t)| := x_{2d}^T x_{2d} \in R$. В силу модели (25) дифференциальное уравнение относительно управляемой переменной $|x_2| := x_2^T x_2 \in R$ примет вид $\frac{1}{2}|\dot{x}_2| = x_2^T (-P(x_3)x_2 + d_4 x_1) = -d_3|x_2| + d_4 x_2^T x_1$.

Базовый (т. е. в предположении, что все сигналы известны) закон управления, обеспечивающий асимптотическую стабилизацию ошибок слежения $e_3 = x_3 - x_{3d}$, $e_2 = |x_2| - |x_{2d}|$, сформируем согласно работам [11, 12] по иерархическому принципу. Вектор тока $x_1 \in R^2$ будем полагать фиктивным управлением, на компоненты которого наложим локальные связи: $d_2 x_2^T S^T x_{1d} = x_4 - p_3 e_3 + J \dot{x}_{3d}$, $d_4 x_2^T x_{1d} = -p_2 e_2 + d_3 |x_{2d}| + \frac{1}{2}|\dot{x}_{2d}|$. Совместное решение этих уравнений дает выражение для расчета фиктивного управления

$$\begin{aligned} x_{1d} &= \\ &= \frac{1}{|x_2|} \begin{pmatrix} -x_{2\beta} & x_{2\alpha} \\ x_{2\alpha} & x_{2\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{d_2}(x_4 - p_3 e_3 + J \dot{x}_{3d}) \\ \frac{1}{d_4}(-p_2 e_2 + d_3 |x_{2d}| + \frac{1}{2}|\dot{x}_{2d}|) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (26)$$

С учетом невязки между реальным и выбранным значениями фиктивного управления $e_1 = x_1 - x_{1d} \in R^2$ имеем систему относительно ошибок с замкнутыми локальными связями:

$$\dot{e}_1 = d_1(d_2 P(x_3)x_2 - d_5(e_1 + x_{1d}) + u) - \dot{x}_{1d},$$

$$\dot{e}_2 = 2(d_4 x_2^T e_1 - (d_3 + p_2)e_2),$$

$$\dot{e}_3 = \frac{1}{J}(d_2 x_2^T S^T e_1 - p_3 e_3),$$

где желаемые темпы сходимости ошибок слежения обеспечиваются выбором коэффициентов обратной связи $p_{2,3} > 0$ при условии стабилизации невязки e_1 , что, в свою очередь, обеспечивается истинным управлением. Электроприводы, как правило, управляются с помощью инверторов напряжения, работающих в ключевом режиме, поэтому целесообразно использовать базовый закон разрывного управления

$$u = -U \text{sign} e_1, \quad \text{sign} e_1 = \text{col}(\text{sign} e_{1\alpha}, \text{sign} e_{1\beta}). \quad (27)$$

Выбор амплитуды разрывного управления на основе достаточных условий $e_1^T \dot{e}_1 < 0 \Rightarrow U > \|d_2 P(x_3)x_2 - d_5 x_{1d} - \dot{x}_{1d}/d_1\|$ обеспечит возникновение скользящего режима на многообразии $e_1 = 0$ за конечное время $t_d > 0$ [1], что и решает поставленную проблему слежения:

$$e_1(t) \underset{t > t_d}{=} 0 \Rightarrow e_{2,3}(t) \underset{t_d < t \rightarrow \infty}{\rightarrow} 0. \quad (28)$$

3.2. Синтез наблюдателя состояний и возмущений

Для реализации базового закона управления (27) по измерениям $x_3(t)$ и $x_1(t)$ требуется получить текущие оценки компонент вектора потокосцепления $x_2(t)$ и момента нагрузки $x_4(t)$ с помощью наблюдателя, построенного на основе системы (25) в виде

$$\dot{z}_1 = d_1(d_2 P(x_3)z_2 - d_5 x_1 + u) + v_1,$$

$$\dot{z}_2 = -P(x_3)z_2 + d_4 x_1 + v_2,$$

$$\dot{z}_3 = \frac{1}{J}(d_2 z_2^T S^T x_1 - z_4) + v_3, \quad \dot{z}_4 = v_4, \quad (29)$$

где $z_1, z_2 \in R^2$, $z_3, z_4 \in R$ — переменные состояния, $v_1, v_2 \in R^2$, $v_3, v_4 \in R$ — корректирующие воздействия наблюдателя. С учетом выражений (25) и (29) составим уравнения относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = x_i - z_i$, $i = \overline{1,4}$:

$$1) \quad \dot{\varepsilon}_1 = d_1 d_2 P(x_3) \varepsilon_2 - v_1, \quad \dot{\varepsilon}_2 = -P(x_3) \varepsilon_2 - v_2;$$

$$2) \quad \dot{\varepsilon}_3 = \frac{1}{J}(d_2 \varepsilon_2^T S^T x_1 - \varepsilon_4) - v_3, \quad \dot{\varepsilon}_4 = f(t) - v_4. \quad (30)$$

Система (30) состоит из двух связанных подсистем вида (4). В первой подсистеме собственные движения переменных $\varepsilon_2(t)$ устойчивы, внешнее возмущение действует только на вторую подсистему. Используем в данном наблюдателе сигмоидальные корректирующие воздействия вида (12).

С учетом непосредственно измеряемых сигналов $x_{1,3}(t)$ имеем:

$$v_1 = M_1 \sigma(k_1 \varepsilon_1), \quad v_2 = M_2 \sigma(k_2 v_1 / (d_1 d_2)),$$

$$\sigma = \text{col}(\sigma_1, \sigma_2);$$

$$v_3 = M_3 \sigma(k_3 \varepsilon_3), \quad v_4 = -M_4 \sigma(k_4 J v_3). \quad (31)$$

Согласно следствию 2 и теореме (см. § 2) соответственно в первой подсистеме системы (30), (31) можно обеспечить асимптотическую стабилизацию ошибок наблюдения $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon_{1,2}(t) = 0$, а во вто-

рой — заданную точность оценивания $|\varepsilon_{3,4}(t)| \leq \bar{\delta} \forall t > T$ с помощью выбора параметров корректирующих воздействий (31). С учетом обозначений

$$\forall c_i = [1, 3; 3], \quad i = \overline{1,4};$$

$$\|\varepsilon_2(t)\| \leq X_2 + \|z_2(0)\| + M_2/d_3 = \Phi_2,$$

$$|\varepsilon_4(t)| \leq 2X_4 + |z_4(0)| + M_4 t_3 = \Phi_4 \quad \forall t \geq 0,$$

$d_3 \leq \|P(x_3)\| \leq \bar{P} = d_3 + X_3$, $X_i = |x_i(0)| + |x_{id}|$, $i = 1, 3$ аналогично неравенствам (18) имеем следующие неравенства для выбора амплитуд M_i , $i = \overline{1,4}$, сигмоидальных корректирующих воздействий:

$$M_2 > \frac{(X_2 + \|z_2(0)\|) e^{-d_3 t_1}}{\sigma(c_2)(t_2 - t_1) - 1/d_3},$$

$$M_1 > \frac{|\varepsilon_1(0)|/t_1 + d_1 d_2 \bar{P} \Phi_2}{\sigma(c_1)},$$

$$M_4 > \frac{2X_4 + |z_4(0)|}{\sigma(c_4)(t_4 - t_3) - t_3}, \quad t_4 > \max\left\{t_3 + \frac{t_3}{\sigma(c_4)}, t_2\right\},$$

$$t_{1,3} \geq 0,$$

$$M_3 > \frac{|\varepsilon_3(0)|/t_3 + (d_2 \Phi_2 X_1 + \Phi_4)/J}{\sigma(c_3)}, \quad t_2 > t_1 + \frac{1}{d_3 \sigma(c_2)},$$

обеспечивающие сходимость ошибок наблюдения $\varepsilon_i(t)$ в указанные окрестности нуля за заданное время:

$$\|\varepsilon_1(t)\| \leq \frac{c_1}{k_1} \quad \forall t \geq t_1, \quad \|\varepsilon_2\| \leq \frac{c_2}{k_2 d_3} + \frac{\|\dot{\varepsilon}_1(t)\|}{d_1 d_2 d_3} \quad \forall t \geq t_2;$$

$$|\varepsilon_3(t)| \leq \frac{c_3}{k_3} \quad \forall t \geq t_3,$$

$$|\varepsilon_4| \leq \frac{c_4}{k_4} + d_2 \|\varepsilon_2\| X_1 + J |\dot{\varepsilon}_3(t)| \quad \forall t \geq t_4.$$

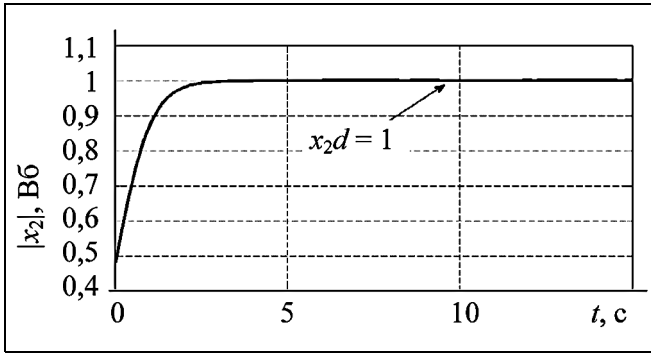


Рис. 1. График регулируемой переменной $|x_2(t)|$

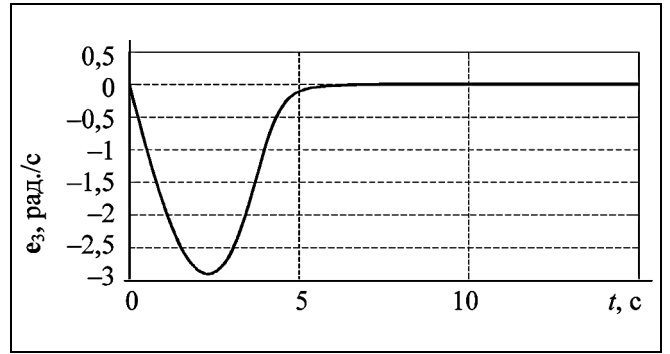


Рис. 2. График ошибки слежения $e_3(t)$

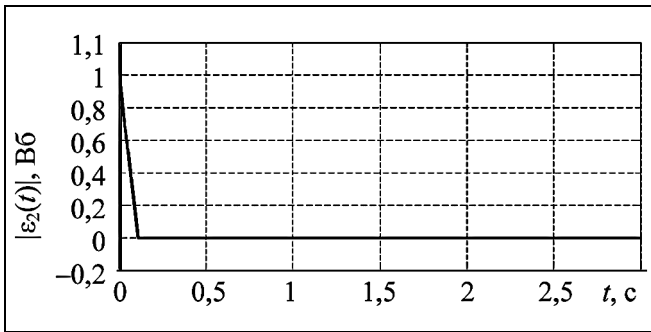


Рис. 3. График ошибки наблюдения $|e_2(t)|$

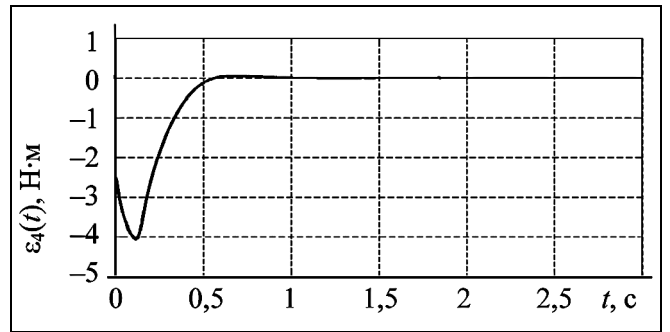


Рис. 4. График ошибки наблюдения $e_4(t)$

Неравенство $|e_4(t)| \leq \bar{\delta}$ может быть обеспечено за заданное время $T \geq t_4$ выбором больших коэффициентов k_i , аналогичным выбором на основе неравенств (20), а именно,

$$k_1 \geq \max \left\{ \frac{\ln((d_1 d_2 \bar{P} \Phi_2 + M_1)/\alpha_1)}{a_1(t_4 - t_1)}; \frac{\Phi_1}{a_1(\Delta_1 - \alpha_1)} \right\},$$

$$k_2 \geq \frac{c_2(\ln(\Phi_2/\delta_2) - (t_4 - t_2)d_3)}{(T - t_2)M_2\sigma(c_2)d_3}, \quad k_4 \geq \frac{c_4}{\delta_4};$$

$$k_3 \geq \max \left\{ \frac{\ln\left(\frac{1}{J}(d_2\Phi_2X_1 + \Phi_4) + M_3\right)/\alpha_3}{a_3(t_4 - t_3)}; \frac{\Phi_3}{a_3(\Delta_3 - \alpha_3)}; \frac{c_3}{\bar{\delta}} \right\},$$

где $a_i = M_i(1 - \sigma^2(c_i))/2 > 0, \forall \alpha_i: 0 < \alpha_i < \Delta_i, i = 1, 3; \forall \bar{\delta}_2, \delta_2, \delta_4 > 0: \Delta_3 \leq (\bar{\delta} - \delta_4 - \delta_2\bar{\delta}_2X_1)/J, \Delta_1 \leq d_1d_2d_3(\bar{\delta}_2 - \delta_2), \Phi_1 = d_1d_2\left(\frac{1}{J}(d_2X_2X_1 + X_4 + J\bar{P}^2)\Phi_2 +$

$+ \bar{P}M_2), \Phi_3 = (d_2((\bar{P}\Phi_2 + M_2)X_1 + 2d_1U\Phi_2) + F + M_4)/J.$

Полученные оценки используются для вычисления $\bar{x}_{1d}(z_2, z_4, x_3)$ (26). Базовый закон управления (27) реализуется в виде $u = -U_0 \text{sign}(x_1 - \bar{x}_{1d})$ и обеспечивает выполнение поставленной задачи (28) при $\forall t > t_d > t_4$ с точностью, меньшей, чем $\bar{\delta}$.

Моделирование проводилось в среде Matlab-Simulink при параметрах модели объекта управления: $J = 0,06, \text{ кг} \cdot \text{м}^2, R_s = 0,2596, R_r = 0,1484, \text{ Ом}, L_s = 0,0863, \text{ Гн}, L_r = 0,0871, \text{ Гн}, L_h = 0,0846, \text{ Гн}, f(t) = 5\text{sin}t, U = 100, \text{ В}, p_2 = 1, p_3 = 10.$

Для решения задачи наблюдения с заданной точностью $\bar{\delta} = 0,05$ за заданное время $T = 2$ с помощью наблюдателя (29) на основе полученных выше неравенств и с учетом условий (21) и (22) приняты следующие параметры сигмоидальных корректирующих воздействий (31): $M_1 = M_3 = 300, M_2 = 10, M_4 = 45, k_i = 20, i = \overline{1,4}.$

На рис. 1 показан график регулируемой переменной $|x_2(t)|$, обрабатывающей заданный сигнал $|x_{2d}| = 1$; на рис. 2 — график ошибки слежения $e_3(t) = x_3(t) - x_{3d}(t)$, где $x_{3d}(t) = \sin t$ — заданный сигнал. На рис. 3 и 4 представлены графики ошибок наблюдения $|\varepsilon_2(t)| = \varepsilon_2^T(t)\varepsilon_2(t)$ и $\varepsilon_4(t)$. Результаты моделирования подтверждают эффективность разработанных методов оценивания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для нелинейных систем, представимых в регулярной канонической форме с учетом возмущений, разработаны процедуры синтеза сигмоидальных корректирующих воздействий наблюдателя состояний и возмущений, размерность которого равна размерности модели объекта управления. Данные наблюдатели в допределительной ситуации сохраняют преимущества наблюдателей с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующих в скользящем режиме: выбор параметров корректирующих воздействий осуществляется на основе неравенств; задача синтеза декомпозируется на элементарные подзадачи; имеется возможность получить оценки неизвестных правых частей дифференциальных уравнений без детализации их динамической модели. В отличие от наблюдателей на скользящих режимах данные наблюдатели позволяют решить задачу оценивания с некоторой, наперед заданной точностью, но в условиях ограниченности вычислительных ресурсов и при шумах в измерениях обеспечивают лучшее качество оцениваемых сигналов. В отличие от наблюдателей с глубокими обратными связями не требуют увеличения динамического порядка и позволяют учитывать имеющиеся ограничения на ресурсы управления на стадии синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. — М.: Наука, 1981. — 368 с.
2. Краснова С.А., Кузнецов С.И. Оценивание на скользящих режимах неконтролируемых возмущений в нелинейных системах // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 10. — С. 54—69.
3. Ахобадзе А.Г., Краснова С.А. Решение задачи слежения в условиях неопределенности на основе совместной блочно-канонической формы управляемости и наблюдаемости // Управление большими системами. — 2009. — Вып. 24. — С. 34—80.
4. Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. — М.: Наука, 2006. — 272 с.
5. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи. — М.: Наука, 1997. — 352 с.
6. Коровин С.К., Фомичев В.В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 224 с.
7. Atassi A.N., Khalil H.R. A separation principle for the stabilization of a class of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1999. — Vol. 44, N 9. — P. 1672—1687.
8. Краснова С.А., Мысик Н.С. Каскадный синтез наблюдателя состояния с нелинейными корректирующими воздействиями // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 2. — С. 106—128.
9. Бабин В.А., Дик В.В., Краснова С.А. Допределительные реализации разрывных корректирующих воздействий наблюдателя, функционирующего в скользящем режиме // Тр. XII Всероссий. совещания по проблемам управления ВСПУ—2014 / ИПУ РАН. — М., 2014. — С. 374—390.
10. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. — М.: Энергия, 1979. — 616 с.
11. Уткин В.А. Задачи управления асинхронным электроприводом // Автоматика и телемеханика. — 1993. — № 12. — С. 53—65.
12. Utkin V.A., Krasnova S.A., Utkin A.V. State observer in control systems of induction motor drives // Prep. of the 2013 IFAC Conf. on Manufacturing Modeling, Management and Control (MIM'2013). Saint Petersburg, Russia. June 19—21 2013. — P. 1204—1209.

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.В. Хлебниковым.

Краснова Светлана Анатольевна — д-р техн. наук, гл. науч. сотрудник, ✉ krasnova@ipu.ru,

Уткин Антон Викторович — канд. техн. наук, ст. науч. сотрудник, ✉ utkin-av@rambler.ru,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва.

Новая книга

Орлов А.И. Полвека в мире формул: Комментарии к списку научных и методических трудов. 2-е изд., испр. и доп. — М.: Институт высоких статистических технологий и эконометрики МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 493 с.

Даны тематические комментарии к «Общему списку трудов А.И. Орлова». По каждому из 20 направлений работ приведена хронологическая сводка публикаций вместе с описанием оснований для проведения исследований. Рассмотрены все публикации А.И. Орлова в 1970—2013 гг. (более 850). Для облегчения восприятия информации описаны основные этапы профессионального пути автора.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, студентов, работников различных отраслей народного хозяйства, для всех, кто захочет узнать о публикациях профессора А.И. Орлова по той или иной тематике, о значении той или иной публикации, о соотношениях публикаций между собой, о логике развития исследований, о нерешенных проблемах в тех или иных направлениях исследований.

Основные публикации А.И. Орлова последних пятнадцати лет представлены на сайтах <http://orlovs.pp.ru>) и <http://ibm.bmstu.ru/nil/biblio.html>.