УДК 656.001.5;656.001.57

ИНТЕГРАЦИЯ ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ СОСТОЯНИЯ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Д.С. Конев

Построена динамическая модель изменения координат произвольного объекта, позволяющая осуществить апостериорную оценку навигационных параметров известными методами теории стохастической фильтрации по кодовым и доплеровским спутниковым измерениям.

Ключевые слова: транспортное средство, инерциально-спутниковая навигационная система, тесно интегрированная система.

ВВЕДЕНИЕ

Широкому применению инерциальных приборов в автомобильной навигации препятствует их высокая стоимость. Однако интенсивно развивающаяся технология микроэлектромеханических систем (MEMS) позволяет создавать дешевые инерциальные датчики и, таким образом, конструировать специальные инерциальные навигационные системы (ИНС) транспортных средств (ТС). Вследствие низкой точности подобных инерциальных систем предполагается их тесная интеграция со спутниковыми навигационными системами (СНС) [1].

Необходимость такой интеграции обусловлена принципиально различным характером ошибок ИНС и СНС. Так, ошибки СНС обусловлены нестабильностью частоты генератора приемника, наличием помех в канале передачи информации при прохождении сигнала через тропо- и ионосферу, неточностями эфемеридного обеспечения и некоторыми другими специфическими факторами. Погрешности же ИНС не подвержены влиянию внешних факторов. Основной недостаток датчиков MEMS-типа заключается в сравнительно низкой точности и зашумленности выходного сигнала. Поэтому цель интеграции указанных систем состоит, в первую очередь, в периодической коррекции накапливающихся с течением времени ошибок навигационных определений ИНС по информации, получаемой от СНС [1—3].

Вопросам синтеза инерциально-спутниковых навигационных систем посвящено довольно много работ, однако проблема эффективного использования разнородной измерительной информации для обеспечения заданной точности навигационных определений именно произвольно движущегося транспортного средства все еще остается весьма актуальной [1]. Это связано с методическими погрешностями существующего способа интеграции систем, хорошо отработанного для воздушных или морских транспортных средств и основанного на линеаризации как навигационных измерений, так и моделей погрешностей измерителей [2, 3]. Вследствие отсутствия сегодня адекватных математических моделей погрешностей MEMS-датчиков, пригодных для использования в течение длительных временных интервалов эксплуатации ТС в совершенно различных условиях, отсутствия заранее известных программных траекторий и возможностей проведения периодических калибровок датчиков, такие способы, например, для автомобильной техники неприменимы.

В рассматриваемом случае эффективным может быть применение статистических оптимальных дискретных фильтров, синтезируемых на основе моделей движения транспортного средства и позволяющих по измерениям СНС непосредственно получать оценки навигационных параметров объекта. Но для синтеза фильтра необходима адекватная модель движения ТС в канонической векторной форме Ланжевена [2, 4]

$$\dot{Y} = F(Y, t) + F_0(Y, t)\xi, \tag{1}$$

где $Y(t)$ — вектор состояния ТС, $\xi(t)$ — вектор белого гауссовского шума с известными характеристиками; $F(Y, t)$ и $F_0(Y, t)$ — известные векторная и матричная функции соответствующих размерностей.

Ясно, что формирование моделей вида (1) на основе формализма законов Ньютона в этом случае принципиально невозможно, так как основная проблема состоит в обеспечении точности прогнозирования вида функций $F(Y, t)$ и $F_0(Y, t)$ на длительные периоды эксплуатации произвольного ТС. Поэтому представляет научный и практический интерес рассмотренный далее синтез модели вида (1), адекватно отражающей процессы произвольного движения ТС и позволяющей эффективно применять методы нелинейной фильтрации при тесной интеграции ИНС и СНС.

1. ВЫБОР СИСТЕМ КООРДИНАТ

Для описания движения произвольного транспортного средства будем пользоваться следующими правыми системами координат (СК): гринвичской, геодезической, инерциальной и приборной [5].

Гринвичская СК $O_e\xi\eta\zeta$ вращается вместе с Землей. Начало ее координат расположено в центре Земли, ось $O_e\eta$ направлена к Северному полюсу, ось $O_e\zeta$ располагается в плоскости гринвичского меридиана, а ось $O_e\xi$ дополняет СК до правой.

Начало геодезической горизонтной (сопровождающей) СК $OENh$ совпадает с центром масс (ц. м.) ТС. Она связана с вектором $\bar{\gamma}$ нормальной силы тяжести, а отрезок $QO = h$ является геодезической высотой места. Геодезическая широта φ определяется как угол между нормалью к эллипсоиду вращения и экваториальной плоскостью $\xi\zeta$, а геодезическая долгота λ — как угол между плоскостью геодезического меридиана и плоскостью $\eta\zeta$ нулевого, или гринвичского, меридиана. Оси невращающейся инерциальной СК $O\xi'\eta'\zeta'$ соответственно совпадают с осями гринвичской СК в начальный момент времени движения ТС $t_0 = 0$. Предполагается, что ТС снабжено наиболее распространенной бесплатформенной ИНС (БИНС), а измерительный блок включает в себя три линейных акселерометра и блок гироскопов, построенный на трех датчиках угловой скорости (ДУС). Начало приборной СК $Cxyz$ расположено в ц. м. ТС, а оси направлены по ортогональным осям чувствительности приборов, входящих в состав измерителей БИНС.

2. СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Для вывода модели движения ТС в общем виде, не предполагающем формализацию на основе законов Ньютона, воспользуемся основным уравнением инерциальной навигации — уравнением для ускорения ц. м. ТС, измеряемого его акселерометрами [5]:

$$\bar{n} = \bar{w}_{\text{a}} - \bar{g}, \tag{2}$$

где $\bar{n}$ — вектор ускорения, измеряемого акселерометрами; $\bar{w}_{\text{a}}$ — абсолютное ускорение ц. м. ТС; $\bar{g}$ — вектор гравитационного ускорения.

Для связи линейной скорости $\bar{V}$ перемещения ТС относительно Земли с ускорениями, измеряемыми акселерометрами, в векторном уравнении (2) следует конкретизировать выражение для $\bar{w}_{\text{a}}$ с учетом вращения Земли и угловой скорости вращения самого ТС относительно Земли. Так как измерительный блок БИНС жестко связан с корпусом ТС, то вместо (2) следует использовать векторное соотношение [5]:

$$\bar{n} = (\dot{\bar{V}})_{\omega} + (2\bar{\Omega} + \bar{\omega}) \times \bar{V} - \bar{g}, \tag{3}$$

где $\bar{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения Земли; $(\dot{\bar{V}})_{\omega}$ — производная вектора линейной скорости $\bar{V}$ в системе координат, вращающейся с угловой скоростью $\bar{\omega}$; $\times$ — знак векторного произведения.

Известно, что по информации об измеренных акселерометрами составляющих n_x, n_y, n_z в осях связанного с измерительным блоком трехгранника $Cxyz$ можно определить проекции n_E, n_N, n_h этого же вектора $\bar{n}$, но на оси горизонтного трехгранника $OENh$, следующим образом:

$$\begin{vmatrix} n_E \\ n_N \\ n_h \end{vmatrix} = M_{CE} \begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где M_{CE} — матрица, определяющая взаимную ориентацию горизонтного и связанного с измерительным блоком приборного трехгранников.

Далее учтем принятый разворот осей горизонтной (сопровождающей) СК $OENh$ и связанной с вектором $\bar{\Omega}$ угловой скорости вращения Земли гринвичской СК $O_e\xi\eta\zeta$ и представим векторное произведение, входящее в соотношение (3), в проекциях на оси *OENh* следующим образом:

$$(2\bar{\Omega} + \bar{\omega})\times\bar{V} = \left(2\begin{vmatrix} 0 \\ \Omega\cos\varphi \\ \Omega\sin\varphi \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{\lambda}\sin\varphi \end{vmatrix}\right) \times \begin{vmatrix} V_E \\ V_N \\ V_h \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} V_h(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) + V_N(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) \\ V_E(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) + V_h\dot{\varphi} \\ -V_E(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) - V_N\dot{\varphi} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

С учетом соотношений (3) и (5)

$$n_E = \dot{V}_E + V_h(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) + V_N(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) - g_E,$$

$$n_N = \dot{V}_N + V_E(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) + V_h\dot{\varphi} - g_N, \quad (6)$$

$$n_h = \dot{V}_h - V_E(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) - V_N\dot{\varphi} - g_h,$$

где $\Omega = 7{,}292116\cdot10^{-5}$ с$^{-1}$; V_E, V_N, V_h и $\dot{V}_E$, $\dot{V}_N$, $\dot{V}_h$ — восточная, северная и вертикальная составляющие скорости и ускорения ц. м. ТС относительно Земли; g_E, g_N, g_h — составляющие вектора $\bar{g}$.

Учтем, что входящие в уравнения (6) угловые скорости эволюции широты и долготы могут быть представлены как

$$\dot{\lambda} = V_E/(R_\lambda\cos\varphi); \quad \dot{\varphi} = V_N/R_\varphi, \quad (7)$$

где $R_\varphi = R_\varphi(\varphi, h) = \dfrac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}} + h$,

$R_\lambda = R_\lambda(\varphi, h) = \dfrac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}} + h$,

e — эксцентриситет эллипсоида (в России принят эллипсоид Красовского, $e^2 = 0{,}0066934$).

Записав уравнения (6) в виде

$$\begin{vmatrix} n_E \\ n_N \\ n_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{V}_E \\ \dot{V}_N \\ \dot{V}_h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} V_h(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) + V_N(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) \\ V_E(2\Omega\sin\varphi + \dot{\lambda}\sin\varphi) + V_h\dot{\varphi} \\ -V_E(2\Omega\cos\varphi + \dot{\lambda}) - V_N\dot{\varphi} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} g_E \\ g_N \\ g_h \end{vmatrix},$$

и учитывая выражение (4), определим составляющие ускорения ц. м. ТС относительно Земли следующим образом:

$$\begin{vmatrix} \dot{V}_E \\ \dot{V}_N \\ \dot{V}_h \end{vmatrix} = M_{CE}\begin{vmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} V_h\left(2\Omega\cos\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) + V_N\left(2\Omega\sin\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda}\mathrm{tg}\varphi\right) \\ V_E\left(2\Omega\sin\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda}\mathrm{tg}\varphi\right) + V_h\dfrac{V_N}{R_\varphi} \\ -V_E\left(2\Omega\cos\varphi + \dfrac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\right) - V_N\dfrac{V_N}{R_\varphi} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} g_E \\ g_N \\ g_h \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Для выражения составляющих g_E, g_N, g_h в дифференциальных уравнениях (9) через параметры состояния ТС воспользуемся известными равенствами [2] $g_E = -\gamma\eta_g$, $g_N = -\gamma\xi_g$, $g_h = \gamma + \Delta g$, где $\gamma = \gamma(\varphi) = \dfrac{a\gamma_e\cos^2\varphi + b\gamma_p\sin^2\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}$ — нормальная сила тяжести на поверхности земного эллипсоида; $\gamma_e = 9{,}780$, $\gamma_p = 9{,}832$ (м/с^2) — значения нормальной силы тяжести на земном экваторе и полюсе; $\eta_g = \eta_g(\lambda, \varphi)$, $\xi_g = \xi_g(\lambda, \varphi)$ и $\Delta g = \Delta g(\lambda, \varphi)$ — известные в точке расположения ТС восточная и северная составляющие уклонения отвесной линии, и аномалия силы тяжести соответственно; a и b — большая и малая полуоси модели земного эллипсоида.

Для представления модели движения ТС в замкнутом каноническом виде необходимо дополнить уравнения (7), (8) дифференциальным уравнением для высоты местонахождения ТС:

$$\dot{h} = V_h, \quad (9)$$

а также уравнениями, задающими эволюцию его углового движения относительно ц. м. и позволяющими сформировать матрицу $M_{CE}(t)$.

Вопрос рационального выбора кинематических параметров для описания углового движения ТС достаточно подробно отражен в современной литературе. Известно, что недостатки использования углов Эйлера (или Эйлера — Крылова) заключаются в нелинейности кинематических уравнений и наличии особых точек, а недостаток использования матриц направляющих косинусов параметров

(Пуассона) или параметров Родрига—Гамильтона — в необходимости нормировки кинематических уравнений при их численном интегрировании. В то же время, преимущество последних двух видов кинематических параметров состоит в линейности уравнений и, хотя кинематических уравнений Пуассона больше (их девять), чем уравнений Родрига—Гамильтона (их четыре), целесообразно выбрать именно параметры Пуассона.

Параметры Родрига—Гамильтона сравнительно просто выражаются через географические координаты ТС (углы Эйлера—Крылова), но обратная задача, решаемая при комплексировании БИНС и СНС, несравненно более сложная и неоднозначная [2, 5]. Более того, использование уравнений Родрига — Гамильтона оправдано на больших временных интервалах автономного функционирования ТС. В рассматриваемом же случае временные интервалы дискретного получения измерительной информации СНС для коррекции БИНС достаточно малы [1—3]. Поэтому элементы матрицы $M_{CE}(t)$ будем определять непосредственно интегрированием матричного уравнения Пуассона:

$$\dot{M}_{CE} = M_{CE}\tilde{\omega}_b - \tilde{\omega}_\gamma M_{CE}, \qquad (10)$$

$$\tilde{\omega}_b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}; \quad \tilde{\omega}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_h & \omega_N \\ \omega_h & 0 & -\omega_E \\ -\omega_N & \omega_E & 0 \end{bmatrix},$$

где $\tilde{\omega}_b$ — кососимметрическая матрица, соответствующая вектору угловой скорости вращения приборного трехгранника, ω_x, ω_y, ω_z — измеряемые посредством ДУС составляющие вектора угловой скорости вращения, связанной с измерительным блоком приборной СК $Cxyz$, $\tilde{\omega}_\gamma$ — кососимметрическая матрица, соответствующая вектору угловой скорости вращения горизонтного трехгранника $OENh$, ω_E, ω_N, ω_h — составляющие вектора угловой скорости вращения горизонтного трехгранника $OENh$.

Начальные значения элементов матрицы $M_{CE}(t_0)$ могут быть определены на основе известных начальных значений углов курса $K(t_0) = K$, продольных $\psi(t_0) = \psi$ и боковых $\theta(t_0) = \theta$ отклонений ТС, определяющих взаимную ориентацию измерительного $Cxyz$ и горизонтного трехгранников $OENh$:

Составляющие ω_E, ω_N, ω_h, входящие в уравнение (10), можно определить через параметры состояния ТС

$$\omega_E = -\frac{V_N}{R_\varphi(\varphi, h)}; \quad \omega_N = \Omega\cos\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda(\varphi, h)};$$

$$\omega_h = \Omega\sin\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda(\varphi, h)}\mathrm{tg}\varphi.$$

Таким образом, замкнутая модель движения транспортного средства по поверхности Земли в осях горизонтной (сопровождающей) системы координат имеет вид (7)—(10). В качестве исходной информации служат измеряемые акселерометрами составляющие n_x, n_y, n_z вектора кажущегося ускорения и показания блока ДУС — составляющие ω_x, ω_y, ω_z вектора угловой скорости вращения приборной СК на свои оси. Модель следует из основного уравнения инерциальной навигации, не требует конкретизации характеристик ТС и учитывает процесс его текущего произвольного движения.

Измерения датчиков БИНС сопровождаются случайными погрешностями. Поэтому для формирования модели, адекватной реальному процессу движения произвольного ТС по поверхности Земли, необходимо учесть стохастический характер измерений. Каждая конкретная БИНС, до ее установки на ТС, подлежит предварительной тщательной калибровке и, следовательно, допустимо использовать следующее, наиболее общее, представление моделей выходных сигналов акселерометров и ДУС:

$$n_i(t) = z_i^n + w_i, \quad \omega_i(t) = z_i^\omega + v_i, \quad i = x, y, z, \qquad (11)$$

где z_i^n и z_i^ω — реальные выходные сигналы акселерометров и ДУС (с учетом смещений нуля и масштабных коэффициентов датчиков); w, v — белые гауссовские шумы с нулевым вектором средних и известными матрицами интенсивностей D_w, D_v. Известно, что даже в случае негауссовских шумов измерений, модели выходных сигналов датчиков всегда могут быть представлены в форме (11) посредством построения формирующих фильтров и

$$M_{CE}(t_0) = \begin{vmatrix} \cos K\cos\theta + \sin K\sin\psi\sin\theta & \sin K\cos\theta & \cos K\sin\theta - \sin K\sin\psi\cos\theta \\ -\sin K\cos\theta + \cos K\sin\psi\sin\theta & \cos K\cos\theta & -(\sin K\sin\theta + \cos K\sin\psi\cos\theta) \\ -\cos\psi\sin\theta & \sin\psi & \cos\psi\cos\theta \end{vmatrix}.$$

расширения вектора состояния [4, 6]. Тогда дифференциальные уравнения (8) принимают вид:

$$\begin{vmatrix} \dot V_E \\ \dot V_N \\ \dot V_h \end{vmatrix} = M_{CE}\begin{vmatrix} z_x^n + w_x \\ z_y^n + w_y \\ z_z^n + w_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_E \\ a_N \\ a_h \end{vmatrix} =$$

$$= M_{CE}\begin{vmatrix} z_x^n \\ z_y^n \\ z_z^n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_E \\ a_N \\ a_h \end{vmatrix} + M_{CE}\begin{vmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{vmatrix},$$

где

$$a_E = g_E - V_h\Big(2\Omega\cos\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\Big) - \\ - V_N\Big(2\Omega\sin\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda}\mathrm{tg}\varphi\Big),$$

$$a_N = g_N - V_E\Big(2\Omega\sin\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda}\mathrm{tg}\varphi\Big) - V_h\frac{V_N}{R_\varphi},$$

$$a_h = V_E\Big(2\Omega\cos\varphi + \frac{V_E}{R_\lambda\cos\varphi}\Big) + V_N\frac{V_N}{R_\varphi} + g_h,$$

а, с учетом зависимостей (11), первое слагаемое в уравнении (10)—вид:

$$M_{CE}\begin{bmatrix} 0 & -(z_z^\omega + v_z) & z_y^\omega + v_y \\ z_z^\omega + v_z & 0 & -(z_x^\omega + v_x) \\ -(z_y^\omega + v_y) & z_x^\omega + v_x & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= M_{CE}\tilde\omega_b - M_{CE}\begin{bmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix}. \qquad (12)$$

Для окончательного представления стохастической модели движения ТС в каноническом виде преобразуем матричное дифференциальное уравнение (10), учитывая выражение (12), в векторную форму. Для этого воспользуемся правилом составления вектора $M_{CE}^{(\upsilon)}$ размерности 9×1 по элементам матрицы M_{CE}, введенном в работе [7]:

$$M_{CE}^{(\upsilon)} = \begin{vmatrix} M_{CE}^1 \\ M_{CE}^2 \\ M_{CE}^3 \end{vmatrix},$$ где M_{CE}^1, M_{CE}^2, M_{CE}^3 — столбцы матрицы M_{CE}, а также приведенным в работе [6] преобразованием

$$M_{CE}^{(\bar\upsilon)} = \begin{vmatrix} \mathbf{0}_v & -M_{CE}^3 & M_{CE}^2 \\ M_{CE}^3 & \mathbf{0}_v & -M_{CE}^1 \\ -M_{CE}^2 & M_{CE}^1 & \mathbf{0}_v \end{vmatrix},$$

и свойством кронекеровского произведения матриц: $\mathbf{I}\otimes\bar b = \begin{vmatrix} \bar b & & \mathbf{0} \\ & \bar b & \\ \mathbf{0} & & \bar b \end{vmatrix}$, где $M_{CE}^{(\bar\upsilon)}$ — матрица 9×3, составленная из столбцов матрицы M_{CE}; $\mathbf{0}_v$ — нуль-вектор 3×1; $\mathbf{I}$, $\bar b$ — единичная и произвольная матрицы размерностей 3×3 (результирующая матрица здесь имеет размерность 9×9); ⊗ — символ кронекеровского произведения.

Тогда

$$\dot M_{CE}^{(\upsilon)} = \begin{vmatrix} \dot M_{CE}^1 \\ \dot M_{CE}^2 \\ \dot M_{CE}^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{0}_v & -M_{CE}^3 & M_{CE}^2 \\ M_{CE}^3 & \mathbf{0}_v & -M_{CE}^1 \\ -M_{CE}^2 & M_{CE}^1 & \mathbf{0}_v \end{vmatrix}\begin{vmatrix} z_x^\omega \\ z_y^\omega \\ z_z^\omega \end{vmatrix} -$$

$$-(\mathbf{I}\otimes\tilde\omega_\gamma)\begin{vmatrix} M_{CE}^1 \\ M_{CE}^2 \\ M_{CE}^3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{0} & -M_{CE}^3 & M_{CE}^2 \\ M_{CE}^3 & \mathbf{0} & -M_{CE}^1 \\ -M_{CE}^2 & M_{CE}^1 & \mathbf{0} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} =$$

$$= M_{CE}^{(\bar\upsilon)}\begin{vmatrix} z_x^\omega \\ z_y^\omega \\ z_z^\omega \end{vmatrix} - (\mathbf{I}\otimes\tilde\omega_\gamma)M_{CE}^{(\upsilon)} + M_{CE}^{(\bar\upsilon)}\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix},$$

где $\tilde\omega_\gamma = \tilde\omega_\gamma(V_E, V_N, \varphi, h)$.

Проведенные преобразования позволяют записать стохастическую модель движения произвольного ТС в требуемой векторной форме Ланжевена (1) следующим образом:

$$\dot Y = F(Y, Z, t) + F_0(Y, t)\xi(t); \quad Y(t_0) = Y_0, \quad (13)$$

где $Y = \{\lambda, \varphi, h, V_E, V_N, V_h, M_{CE}^{(\upsilon)}\}$ — вектор размерности 15×1; $Z = \{z_x^n, ..., z_z^\omega\}$ — вектор размерности 6×1 выходных сигналов акселерометров и ДУС; $M^{(\upsilon)}$ — вектор, составленный из компонент матрицы Пуассона; $\xi = |w_x\ w_y\ w_z\ v_x\ v_y\ v_z|^T$ — вектор белых гауссовских шумов с известными интенсивностями, выражения для векторной $F(Y, Z, t)$ 15×1 и матричной $F_0(Y, t)$ 15×6 функций из-за их громоздкости приведены в Приложении.

Отметим особенности уравнений (13). Прежде всего, они имеют наиболее общий характер, и полученная модель может быть использована для описания любого транспортного средства, произвольно движущегося по поверхности Земли, причем, на любом этапе времени его эксплуатации. Далее, модель достаточно точно отражает динамику объекта, так как включает в себя реальные измерения БИНС и учитывает модели погрешностей датчиков. Наконец, обеспечена возможность реализации методов нелинейной дискретной фильтрации при тесной интеграции БИНС и СНС для высокоточной оценки навигационных параметров ТС. Покажем это.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СПУТНИКОВЫХ СООБЩЕНИЙ И АЛГОРИТМ ИНТЕГРАЦИИ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Используя в качестве системы внешних измерений СНС, далее рассмотрим только кодовые и доплеровские измерения как дающие полное представление о принципах решения задачи построения интегрированной навигационной системы (НС) на основе инвариантной модели объекта.

Модель измерения кодовых псевдодальностей в стандартном (автономном) режиме имеет вид [8]:

$$Z_R(t) = R(t) + c(\Delta_\tau(t) + \Delta_и(t) + \Delta_т(t_{эR}) - \Delta_{НС}(t_{эT})) + n(t), \tag{14}$$

где c — номинальное значение скорости света в вакууме, R — расстояние между объектом в момент измерения и навигационным спутником в момент излучения сигнала, Δ_τ и $\Delta_{НС}$ — смещения часов приемника относительно системной шкалы и часов навигационного спутника, соответственно, $\Delta_и$ и $\Delta_т$ — ионосферная и тропосферная задержки сигнала на трассе распространения, n — инструментальные ошибки, объясняемые, в первую очередь, влиянием внутренних шумов приемника.

Учитывая то, что координаты навигационного спутника ГЛОНАСС (или GPS) и координаты объекта могут быть преобразованы из СК ПЗ-90 (или СК WGS-84) в гринвичскую СК [8], а также в предположении о случайном характере перечисленных ошибок измерений, запишем выражение (17) в обобщенном виде

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_{Z_R}, \tag{15}$$

где ξ_c, η_c, ς_c — известные координаты навигационного спутника в гринвичской СК, ξ, η, ζ — текущие координаты объекта в гринвичской СК, W_{Z_R} — белый гауссовский шум с нулевым средним и известной дисперсией $D_R(t)$, обусловленный алгоритмически нескомпенсированными ошибками.

Аналогично, информационный сигнал доплеровских измерений (псевдоскорости) Z_V в автономном режиме может быть представлен следующим образом:

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi_c} - V_\xi) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta_c} - V_\eta) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta_c} - V_\zeta)] \times \left(\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2}\right)^{-1} + W_{Z_V}, \tag{16}$$

где V_{ξ_c}, V_{η_c}, V_{ζ_c} — проекции вектора скорости спутника на оси гринвичской СК, V_c, V_η, V_ζ — проекции вектора скорости объекта на оси гринвичской СК, W_V — белый гауссовский шум с нулевым средним и известной дисперсией $D_V(t)$, обусловленный аппаратурными погрешностями приемника объекта и передатчика спутника, погрешностями многолучевости и случайными погрешностями измерения.

Для возможности использования измерительных сигналов (15) и (16) в качестве наблюдателей вектора состояния НС, описываемого уравнениями (13), выразим входящие в них переменные через навигационные параметры в связанной СК (ССК). Для координат объекта имеем:

$$\xi = (r + h)\cos\varphi\sin\lambda, \quad \eta = (r + h)\sin\varphi, \quad \zeta = (r + h)\cos\varphi\cos\lambda. \tag{17}$$

При определении проекций скорости учтем, что связь вектора скорости в гринвичской СК $V_G = |V_\xi\ V_\eta\ V_\zeta|^T$ с вектором скорости $V_S = |V_X\ V_Y\ V_Z|^T$ в ССК определяется матрицей второго рода $B(\varphi, \lambda)$ ориентации ССК относительно гринвичской СК [5]: $V_S = B(\varphi, \lambda)V_G$, откуда сразу следует возможность представления вектора V_G через навигационные параметры объекта:

$$V_G = B^T(\varphi, \lambda)V_S. \tag{18}$$

Исходя из формул (17) и (18), сигналы кодовых и доплеровских измерений можно представить как информационные модели наблюдателей вектора состояния НС (13):

$$Z_R = [(\xi_c - (r + h)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r + h)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r + h)\cos\varphi\cos\lambda)^2]^{1/2} + W_{Z_R} = H_R(\varphi, \lambda, h) + W_{Z_R},$$

$$Z_V = [(\xi_c - (r + h)\cos\varphi\sin\lambda)(V_{\xi_c} - B^T_{(1)}(\varphi, \lambda)V_S) + (\eta_c - (r + h)\sin\varphi)(V_{\eta_c} - B^T_{(2)}(\varphi, \lambda)V_S) + (\zeta_c - (r + h)\cos\varphi\sin\lambda)(V_{\zeta_c} - B^T_{(3)}(\varphi, \lambda)V_S)] \times ([(\xi_c - (r + h)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r + h)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r + h)\cos\varphi\sin\lambda)^2]^{-1/2} + W_{Z_V} = H_V(\varphi, \lambda\ h,\ V_S) + W_{Z_V}, \quad (19)$$

где $B^T_{(i)}(\varphi, \lambda)$ — i-я строка матрицы $B^T(\varphi, \lambda)$.

Уравнения (13) и (19), представленные в классической форме «объект — наблюдатель», позволяют осуществить *теоретически строгое* апостериорное оптимальное оценивание навигационного вектора по выбранному вероятностному критерию. Поскольку точное решение задачи связано с необходимостью интегрирования интегро-дифференциального уравнения в частных производных (уравнения Стратоновича) для апостериорной плотности вероятности (АПВ) [4], то с целью уменьшения вычислительных затрат используем далее субоптимальную оценку навигационного вектора на основе гауссовской аппроксимации этой плотности вероятности (так называемой нелинейный фильтр Калмана):

$$\dot{\hat{Y}} = F(\hat{Y}, Z, t) + K(\hat{Y}, t)\left[\begin{vmatrix} Z_R \\ Z_V \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} H_R(\hat{Y}, t) \\ H_V(\hat{Y}, t) \end{vmatrix}\right], \quad (20)$$

$$K(\hat{Y}, t) = R(\hat{Y}, t)\frac{\partial}{\partial \hat{Y}}\begin{vmatrix} H_R(\hat{Y}, t) \\ H_V(\hat{Y}, t) \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} D_R & 0 \\ 0 & D_V \end{vmatrix}^{-1},$$

$$\dot{R}(\hat{Y}, t) = \frac{\partial F(\hat{Y}, Z, t)}{\partial \hat{Y}} R(\hat{Y}, t) + R(\hat{Y}, t)\frac{\partial F^T(\hat{Y}, Z, t)}{\partial \hat{Y}} + F_0(\hat{Y}, t)D_\xi F_0^T(\hat{Y}, t) - K(\hat{Y}, t)\begin{vmatrix} D_R & 0 \\ 0 & D_V \end{vmatrix} K^T(\hat{Y}, t),$$

где $\hat{Y}_0 = M(Y_0)$, $R_0 = M\{(Y_0 - \hat{Y}_0)(Y_0 - \hat{Y}_0)^T\}$, $D_\xi = \begin{vmatrix} D_W & 0 \\ 0 & D_\nu \end{vmatrix}$.

Полученные уравнения оценок (20), как правило, оказываются на практике адекватными критерию «точность — вычислительные затраты», что и позволяет их рекомендовать в качестве основного алгоритмического звена интегрированной навигационной системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для иллюстрации возможности эффективного использования предложенного алгоритма интеграции было проведено численное моделирование уравнений оценивания (20).

Задавалось равномерное движение ТС в горизонтной СК по окружности радиусом 50 км с постоянной скоростью 90 км/ч на временном интервале $t \in [0;\ 1000\ \text{с}]$ с шагом $\Delta t = 0{,}01$ с. Имитировалась неровность дороги посредством описания углов $\psi(t)$ и $\theta(t)$ высокочастотными гармоническими функциями.

Вначале были выполнены алгоритмы для «эталонных» измерений БИНС и СНС — без учета шумовых составляющих датчиков, а затем алгоритмы для «реальных» измерений. В качестве модели помех был использован аддитивный гауссовский вектор-шум с нулевым математическим ожиданием и интенсивностью для акселерометров $(10^{-5}\ \text{м/с}^2)^2$, кодовых измерений $(15\ \text{м})^2$, доплеровских измерений $(0{,}5\ \text{м/с})^2$. Полученные таким образом эволюции навигационных параметров сравнивались для обоих вариантов моделирования.

По окончании временного интервала моделирования были получены следующие результаты. При эталонных измерениях смещение математического ожидания (абсолютная погрешность оценки) по долготе и широте не превышала 1 м, а при зашумленных измерениях составляла уже около 12—16 м. Среднеквадратическое отклонение координат составляло при этом 0,5 м и около 2 м соответственно.

Также была исследована зависимость ошибки определения координат от постоянного смещения нуля датчиков БИНС. Здесь для акселерометров задавались смещения математического ожидания аддитивных гауссовских шумов 0,01 м/с^2, а максимальная оценка по долготе и широте по окончании временного интервала моделирования увеличивалась до 18 м.

Анализ проведенных численных исследований подтверждает корректность предложенного алгоритма.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$F(Y, Z, t) = \left|\begin{array}{c} V_N/R_\varphi \\ V_E/R_\lambda \cos\varphi \\ V_h \\ \hdashline M_{CE}\left|\begin{array}{c} z_x^n \\ z_y^n \\ z_z^n \end{array}\right| + \left|\begin{array}{c} a_E \\ a_N \\ a_h \end{array}\right| \\ \hdashline M_{CE}^{(\bar{\upsilon})}\left|\begin{array}{c} z_x^\omega \\ z_y^\omega \\ z_z^\omega \end{array}\right| - (\mathbf{I} \otimes \tilde{\omega}_\gamma) M_{CE}^{(\upsilon)} \end{array}\right|;$$

$$F_0(Y, t) = \left|\begin{array}{c:c:c} \multicolumn{3}{c}{0} \\ \hdashline 0 & M_{CE} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & M_{CE}^{(\bar{\upsilon})} \end{array}\right|.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Интегрированные* инерциально-спутниковые системы навигации: сб. ст. и докл. / Под общ. ред. В.Г. Пешехонова. — СПб.: Электроприбор, 2001. — 235 с.
2. *Анучин О.Н., Емельянцев Г.И.* Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. — СПб.: Электроприбор, 2003. — 390 с.
3. *Демидов О.В.* Задача тесной интеграции систем ГЛОНАСС и GPS с ИНС разных классов точности / Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — М.: МГУ, 2009. — 139 с.
4. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М.: Радио и связь, 1991. — 608 с.
5. *Ишлинский А. Ю.* Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. — М.: Наука, 1976. — 672 с.
6. *Соколов С.В., Хуторцев В.В.* Современные принципы управления и фильтрации в стохастических системах. — М.: Радио и связь, 2001. — 808 с.
7. *Чернов А.А., Ястребов В.Д.* Метод оценки возмущений в алгоритмах решения навигационных задач // Космические исследования. — 1984. — Т. 22, № 3. — С. 537—542.
8. *ГЛОНАСС.* Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. — М.: Радиотехника, 2010. — 800 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Дмитрий Сергеевич Конев — науч. сотрудник,
Ростовский государственный университет путей сообщения,
☎ (863) 235-14-01, ✉ s.v.s.888@yandex.ru.

Новые книги

Шульц В.Л., Кульба В.В., Шелков А.Б., Чернов И.В. **Диагностика и сценарный анализ угроз социально-экономическому развитию Арктической зоны Российской Федерации** / Научное издание. — М.: ИПУ РАН, 2012. — 164 с. — ISBN 978-5-91450-126-3.

Работа посвящена рассмотрению комплекса методологических и прикладных проблем повышения эффективности управления освоением Арктической зоны Российской Федерации. Проведен анализ внешних и внутренних угроз реализации целей и приоритетов России в Арктике. Приведены результаты разработки и сценарного исследования мультиграфовых моделей процессов управления социально-экономическим развитием северных регионов страны в условиях неопределенности.

Цыганов В.В. **Адаптивные механизмы и высокие гуманитарные технологии. Теория гуманитарных систем.** — М.: Академический Проект; Альма Матер, 2012. — 346 с. — (Социально-политические технологии).

Глобальные изменения приводят к ухудшению среды обитания человека. Угрожающий темп негативных изменений травмирует людей, ведет к массовой депрессии и недовольству, революциям и войнам. Чтобы избежать этого, люди должны научиться быть счастливыми даже в условиях быстрых перемен. Для этого необходимы эффективные методы и механизмы самоорганизации и адаптации к изменениям. Для их построения в книге исследуются и разрабатываются психонейрофизиологические модели человека как объекта управления в условиях динамики и неопределенности. На их основе создаются адаптивные механизмы самоуправления, взаимодействия с другими людьми и овладения ими, направленные на повышение качества жизни, наполнение ее смыслом. Эти механизмы положены в основу высоких гуманитарных технологий, призванных согласовывать интересы личности и общества в условиях перемен, сделать жизнь более гармоничной и счастливой. Разработаны теоретические основы анализа, синтеза и проектирования адаптивных механизмов функционирования гуманитарных систем.

Для изучающих современные проблемы управления человеком и обществом и пути их решения.