

ДВА МЕТОДА СИНТЕЗА НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ И ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА¹

Ю.Г. Кокунько, Д.В. Краснов, А.В. Уткин

Аннотация. В рамках синтеза системы слежения для беспилотного летательного аппарата (БПЛА) при действии внешних неконтролируемых возмущений и неполных измерениях вектора состояния разработаны процедуры синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка нового типа, которые не требуют построения динамических моделей внешних воздействий. Подсистема наблюдения включает в себя двух наблюдателей состояния. Один из них дает оценки скоростей по измерениям координат центра масс БПЛА. Другой наблюдатель по измерениям ошибок слежения дает оценки смешанных переменных (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных), по которым непосредственно формируется обратная связь. Отмечено, что реализация разработанных алгоритмов, не требующих перенастройки при изменении внешних воздействий, повысит функциональность системы управления БПЛА и ее надежность при отказе измерительных устройств. Эффективность предложенного подхода к синтезу следящей системы подтверждена результатами численного моделирования. Приведены результаты сравнительного анализа замкнутых систем со статической обратной связью (в предположении, что все внутренние и внешние переменные измеряются) и с динамической обратной связью с помощью двух подходов к решению задачи оценивания при действии внешних возмущений: наблюдателей с большими коэффициентами и с кусочно-линейными, ограниченными корректирующими воздействиями. Показано, что, несмотря на более простую настройку, в системах с линейными обратными связями целесообразно применять наблюдатели второго типа, а наблюдатели с большими коэффициентами будут востребованы в системах с заведомо ограниченным управлением.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, слежение, блочный подход, наблюдатель состояний и возмущений, большие коэффициенты, кусочно-линейные функции.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) с автоматическим управлением — одно из наиболее перспективных направлений современной военной и гражданской авиации. В работах, посвященных синтезу систем автоматического управления летательными аппаратами, решение различных задач управления основано, как правило, на использовании информации обо всех составляющих вектора состояния. В большинстве исследо-

ваний задача наблюдения — оценки вектора состояния — не ставится и не решается, предполагается, что все переменные компоненты данного вектора измеряются. Системы при действии внешних возмущений или не рассматриваются, или в контур управления вводятся автономные динамические модели, имитирующие действие внешних возмущений [1–3]. Однако установка полного комплекта датчиков и применение генераторов внешних воздействий приводит к:

- увеличению стоимости, усложнению и утяжелению конструкции БПЛА;
- расширению динамической модели объекта управления (в частности, при синтезе требуется учитывать динамику измерительных устройств и

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00846А).

допускаемые ими погрешности, фильтровать шумы измерений) и увеличению объема вычислений в реальном времени;

— снижению надежности, так как при выходе из строя датчиков или существенном изменении внешних воздействий, не учтенных в расширенной модели, система управления теряет работоспособность, что может привести к аварийной ситуации.

В целях повышения надежности в управляющих процессорах стратегически важных объектов следует применять либо алгоритмы управления в форме обратной связи по выходным переменным [4, 5], либо системы аналитического резервирования измерительных устройств, а именно, динамические подсистемы наблюдения, с помощью которых вычисляют текущие оценки переменных состояния на основе информации, полученной с помощью исправно работающих датчиков [6–8]. Однако в условиях действия внешних неконтролируемых возмущений первый из этих методов становится несостоятельным, а проблема синтеза наблюдателей состояния требует привлечения и разработки специальных методов синтеза динамической обратной связи.

В данной работе в рамках блочного подхода [9–14] решается задача синтеза обратной связи, обеспечивающей вывод центра масс БПЛА на заданную пространственную траекторию и обеспечение его движения вдоль заданной кривой. Инвариантность выходных (регулируемых) переменных по отношению к внешним неконтролируемым возмущениям, а именно, свойство регулируемых переменных в определенном смысле не реагировать на внешние возмущения [15], в замкнутой системе обеспечивается с помощью комбинированного управления (по вектору состояния и внешним воздействиям) в условиях измерений всех переменных состояния объекта управления, внешних воздействий и их производных (см. § 1).

Основной результат работы заключается в разработке информационно-управляющей системы, а именно в процедурах синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка нового типа в предположении, что непосредственным измерениям подлежат только декартовы координаты центра масс БПЛА, текущие значения задающих воздействий (координат целевой траектории) известны; генераторы внешних возмущений и задающих воздействий в модель не вводятся. Как следствие, текущая информация о производных задающих воздействий отсутствует. В § 2 разработана двухконтурная подсистема динамических наблюдателей пониженного порядка, дающих текущие оценки неизменяемых внутренних и внешних сигналов без использования их динамических моделей. Рассматриваются наблюдатели состоя-

ния и возмущений двух типов: с большими коэффициентами и кусочно-линейными, ограниченными корректирующими воздействиями, проводится их сравнительный анализ. В § 3 приведены результаты численного моделирования разработанных алгоритмов.

1. ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Рассматривается движение центра масс БПЛА в виде пространственного движения материальной точки, которое описывается нелинейной динамической системой шестого порядка с помощью траекторной системы координат [16–18]:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= V \cos \vartheta \cos \psi, \quad \dot{H} = V \sin \vartheta, \quad \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi, \\ \dot{V} &= (u_1 - \sin \vartheta)g + \eta_1(t), \quad \dot{\vartheta} = \frac{(u_2 - \cos \vartheta)g}{V} + \eta_2(t), \\ \dot{\psi} &= -\frac{gu_3}{V \cos \vartheta} + \eta_3(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где L — продольная дальность; H — высота; Z — боковое смещение; V — путевая скорость; ϑ — угол наклона траектории; ψ — угол курса; g — ускорение свободного падения; $u_1 = n_x$; $u_2 = n_y \cos \gamma$ и $u_3 = n_y \sin \gamma$ — управляющие воздействия, выраженные через продольную n_x и поперечную n_y перегрузки, а также угол крена γ вектора перегрузки, $|\gamma| < \pi$; $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)^T$ — вектор внешних неконтролируемых возмущений.

Введем обозначения для декартовых координат (выходных переменных) системы (1): $y_{11} = L$, $y_{12} = H$, $y_{13} = Z$. Данные переменные регулируемые и измеряемые. Учитывая, что в режиме полета $V(t) > 0$, $|\vartheta(t)| < \pi/2$, $|\psi(t)| < \pi$, выполним диффеоморфную замену локальных координат

$$\begin{aligned} y_{21} &= V \cos \vartheta \cos \psi, \quad y_{22} = V \sin \vartheta, \\ y_{23} &= -V \cos \vartheta \sin \psi \end{aligned} \quad (2)$$

и представим систему (1) в каноническом виде:

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = fg + C(V, \vartheta, \psi)\eta(t) + B(\vartheta, \psi)u, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} f &= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = g \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -\sin \vartheta \cos \psi & \sin \psi \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ -\cos \vartheta \sin \psi & \sin \vartheta \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}, \\ \det B &\equiv g^3 \neq 0, \\ C &= \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -V \sin \vartheta \cos \psi & -V \cos \vartheta \sin \psi \\ \sin \vartheta & V \cos \vartheta & 0 \\ -\cos \vartheta \sin \psi & V \sin \vartheta \sin \psi & -V \cos \vartheta \cos \psi \end{pmatrix}. \end{aligned}$$



Для переменных системы (3) имеют место проектные ограничения:

$$|y_{1i}(t)| \leq Y_{1i}, \quad |y_{2i}(t)| \leq Y_{2i}, \quad |\dot{y}_{2i}(t)| \leq \bar{Y}_{2i}, \quad |u_i(t)| \leq U_i, \\ t \geq 0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (4)$$

Для системы (3) сформируем закон управления в форме комбинированной обратной связи (по вектору состояния и внешним воздействиям), обеспечивающий вывод центра масс БПЛА на заданную пространственную траекторию и его движение вдоль данной кривой, заданной параметрически в системе координат $y_1(t) = \text{col}(y_{11}, y_{12}, y_{13})$ в виде $y_{1d}(t) = \text{col}(y_{11d}, y_{12d}, y_{13d})$. Другими словами, требуется обеспечить стабилизацию ошибок слежения ($y_1 - y_{1d}$).

Для синтеза системы слежения воспользуемся блочным подходом [9–14]. Обозначим

$$e_1 = y_1 - y_{1d}, \quad e_2 = y_2 - \dot{y}_{1d} + K_1 e_1, \\ e_3 = C(V, \vartheta, \psi)\eta(t) - \ddot{y}_{1d}, \quad e_j = \text{col}(e_{j1}, e_{j2}, e_{j3}), \\ j = \overline{1, 3} \quad (5)$$

и представим систему (3) в блочной форме «вход — выход» относительно ошибок слежения:

$$\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \\ \dot{e}_2 = K_1(-K_1 e_1 + e_2) + fg + e_3 + B(\vartheta, \psi)u, \quad (6)$$

где K_1 — некоторая диагональная матрица с положительными диагональными элементами, т. е. $K_1 = \text{diag}(k_{i1})$, $k_{i1} > 0$, $i = 1, 2, 3$, а смешанные переменные e_3 (5) трактуются как внешние согласованные возмущения (т. е. возмущения, принадлежащие пространству управления, которые могут быть непосредственно скомпенсированы путем управления простым вычитанием при наличии их значений или оценок [11]).

В терминах системы (6) сформируем базовый (т. е. в условиях измерений всех параметров) закон комбинированного управления

$$u = -B^{-1}(\vartheta, \psi)(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)e_2 + e_3 + fg), \quad (7)$$

который обеспечивает замкнутую систему (6), (7) в виде

$$\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \quad \dot{e}_2 = -K_2 e_2$$

и экспоненциальную устойчивость ошибок слежения: $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{1i} = 0$, $i = \overline{1, 3}$. При выборе элементов

матриц K_j , $j = 1, 2$, регулятора нужно определить допустимые диапазоны $\bar{k}_{ji} \leq k_{ji} \leq \bar{\bar{k}}_{ji}$, где нижние границы определяются желаемой скоростью сходимости ошибок слежения в заданные окрестности нуля на основе неравенств

$$|e_{2i}(t)| \leq |e_{2i}(0)|\exp(-k_{2i}T) \leq \Delta_{2i}, \\ |e_{1i}(t)| \leq |e_{1i}(0)|\exp(-k_{1i}T) + \Delta_{2i}/k_{1i} \leq \Delta_{1i}, \\ t \geq T > 0, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Для реализации комбинированного управления (7) нужны текущие значения всех переменных состояния $y_1(t)$, $y_2(t)$ системы (1), задающих воздействий $y_{1d}(t)$ и их производных до второго порядка включительно $\dot{y}_{1d}(t)$, $\ddot{y}_{1d}(t)$, а также внешних возмущений $\eta(t)$. Ставится задача оценки сигналов, требуемых для синтеза обратной связи, с помощью динамических наблюдателей состояния в предположениях:

— непосредственным измерениям доступны только координаты центра масс $y_1(t)$ (шумы в измерениях отсутствуют), текущие значения $y_{1d}(t)$ известны, аналитический вид задающих воздействий $y_{1d}(t)$ не известен, как следствие, не имеется текущей информации об их производных, которые полагаются неизвестными ограниченными функциями времени;

— генераторы внешних воздействий, порождающие производные задающих воздействий и имитирующие внешние возмущения, не вводятся; эти сигналы полагаются неизвестными функциями времени, ограниченными известными константами:

$$|\eta_i(t)| \leq N_i, \quad |\dot{\eta}_i(t)| \leq \bar{N}_i, \quad |y_{1id}^{(j)}(t)| \leq Y_{ji}, \\ t \geq 0, \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{1, 3}. \quad (8)$$

В сделанных предположениях задача наблюдения может быть решена только с некоторой точностью [6–8]. Следовательно, требуется обеспечить сходимость ошибок оценивания в заданную окрестность нуля за заданное время $0 \leq t^* < T$. При назначении времени и точности оценивания надо учитывать, что замыкание обратной связи (7) через наблюдатель приведет во второй подсистеме к искажению матрицы коэффициентов системы $K_2 \approx \tilde{K}_2$ и к появлению вынужденной составляющей, обусловленной малыми, но незатухающими ошибками оценивания $\dot{e}_2 = -\tilde{K}_2 e_2 + \tilde{\eta}(t)$,

$\|\tilde{\eta}(t)\| \leq \delta, t > t^*$. Это несколько снизит точность следящей системы, а именно:

$$|e_{2i}(t)| \leq |e_{2i}(t^*)| \exp(-\tilde{k}_{2i}(T - t^*)) + \delta/\tilde{k}_{2i} \leq \tilde{\Delta}_{2i},$$

$$\tilde{\Delta}_{2i} > \Delta_{2i}, \quad t \geq T > 0, \quad i = \overline{1, 3}.$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НАБЛЮДЕНИЯ

Закон комбинированного управления (7) включает в себя смешанные переменные (5) системы (6) и переменные исходной системы (1) — угол наклона вектора скорости ϑ и угол курса ψ , требуемые для формирования матрицы $B^{-1}(\vartheta, \psi)$. Обе системы имеют регулярную форму относительно внешних возмущений, а именно, каждая из систем представлена в виде двух связанных подсистем, в одной из них (первое из уравнений (6), записанной относительно выходных переменных) внешние возмущения отсутствуют, а в другой (второе уравнение) присутствуют, и ранг матрицы B равен размерности этой подсистемы.

В таких системах имеется возможность с помощью наблюдателей специального вида получить оценки с заданной точностью неизмеряемых переменных состояния и внешних возмущений без использования их динамической модели [9—14, 18].

Потребностями базового закона управления (7) продиктована структура подсистемы наблюдения. При отсутствии в контуре управления генератора задающих воздействий целесообразно включить в подсистему наблюдения два наблюдателя: первый для оценивания скоростей y_2 , а второй для оценивания смешанных переменных (5). В данном параграфе представлены оригинальные методы синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка с целью сокращения расчетов в реальном времени. В отличие от стандартных наблюдателей пониженного порядка (*Luenberger observer* [19, 20]), для синтеза которых не учитывается подсистема, описывающая динамику измеряемых переменных, предлагается, наоборот, отбросить подсистему, описывающую динамику неизмеряемых переменных, а требуемые оценки получить с помощью корректирующих воздействий наблюдателя, которые являются функциями ошибок наблюдения измеряемых переменных.

2.1. Наблюдатель пониженного порядка

Первая задача состоит в получении оценок косинусов (синусов) углов наклона траектории ϑ и курса ψ , требуемых для формирования в законе управления (7) матрицы $B^{-1}(\vartheta, \psi)$. С этой целью первый наблюдатель предлагается построить на основе укороченной системы (3), а именно, $\dot{y}_1 = y_2$,

где переменные $y_1(t)$ измеряются, а $y_2(t)$ трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными (4). Обратим внимание, что традиционный, полноразмерный наблюдатель для оценивания y_2 строится на основе системы (3) и имеет шестой порядок [6], а за основу стандартного наблюдателя пониженного порядка принимается второе уравнение системы (3), преобразованное к специальному виду [19, 20]. В обоих случаях учитывается дифференциальное уравнение для оцениваемой переменной y_2 , правая часть которого содержит внешние возмущения.

В нашем случае наблюдатель «возмущений» (по сути, дифференциатор) будет иметь вид:

$$\dot{z}_0 = v_0(\varepsilon_0), \quad (9)$$

где $z_0 \in R^3$ — вектор состояния наблюдателя, $v_0 \in R^3$ — вектор корректирующих воздействий, $\varepsilon_0 = y_1 - z_0 \in R^3$ — вектор ошибок наблюдения. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации с заданной точностью ошибок наблюдения и их производных:

$$|\varepsilon_{0i}(t)| \leq \alpha, \quad t > t_{01} \geq 0, \quad |\dot{\varepsilon}_{0i}(t)| = |y_{2i}(t) - v_{0i}(t)| \leq \alpha,$$

$$t > t_0 > t_{01}, \quad t_0 < t^*, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (10)$$

Тогда при $t > t_0$ корректирующие воздействия служат оценками «внешнего возмущения» $v_{0i}(t) = y_{2i}(t) \pm \alpha$ и используются для вычисления элементов матрицы $B^{-1}(\vartheta, \psi)$ в силу замены переменных (2):

$$\tilde{V} = \sqrt{v_{01}^2 + v_{02}^2 + v_{03}^2}, \quad \sin \tilde{\vartheta} = \frac{v_{02}}{\tilde{V}}, \quad \cos \tilde{\vartheta} = \sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{\tilde{V}^2}},$$

$$\cos \tilde{\psi} = \frac{v_{01}}{\tilde{V} \cos \tilde{\vartheta}}, \quad \sin \tilde{\psi} = -\frac{v_{03}}{\tilde{V} \cos \tilde{\vartheta}} \quad (11)$$

при ограничении $v_{01}^2(t) + v_{03}^2(t) \neq 0$.

Для обеспечения заданной точности (10) нужно использовать корректирующие воздействия специального вида, обеспечивающие инвариантность по отношению к внешним согласованным возмущениям. Основу составляют наблюдатели с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующие в скользящем режиме (*sliding mode observer* [7, 9—11, 18]). Однако этот подход может оказаться неэффективным при реализации на бортовом компьютере в реальном времени, так как частые переключения трудно реализуемы в механических системах, а управление летательным ап-



паратом без механических элементов невозможно. Для сокращения расчетов, выполняемых в реальном времени, целесообразно применять наблюдатели с непрерывными корректирующими воздействиями. Рассмотрим два альтернативных варианта.

Первый метод. Самыми быстродействующими и простыми в реализации являются наблюдатели с линейными корректирующими воздействиями с большими коэффициентами:

$$v_{0i} = l_{0i}\varepsilon_{0i}, \quad l_{0i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (12)$$

В отличие от стандартных наблюдателей с большими коэффициентами (*high-gain observer* [8, 21, 22]), где для оценивания возмущений требуется расширить пространство состояний из-за динамической модели возмущений и соответственно увеличить динамический порядок наблюдателя (в данном случае воспользоваться системой (3) шестого порядка), в предлагаемом наблюдателе пониженного порядка (9) оценкой «возмущений» служат корректирующие воздействия (12). Для выбора коэффициентов наблюдателя, обеспечивающих заданную точность (10), применим второй метод Ляпунова для покомпонентного анализа виртуальной системы

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{0i} &= y_{2i} - v_{0i} = y_{2i} - l_{0i}\varepsilon_{0i}, & \dot{\varepsilon}_0 &= \dot{y}_2 - l_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i}, \\ & & i &= \overline{1, 3}. \end{aligned}$$

Ограничения на получаемую траекторию предполагаются выполненными, что позволяет получить необходимые условия для выполнения ограничений, а достаточность принятых решений можно будет проверить на этапе моделирования.

Таким образом, потребуем, чтобы для слагаемых производной квадратичной формы $V_0 = V_{01} + V_{02} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{0i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\varepsilon}_{0i}^2$ в силу ограничений (4) выполнялись оценки:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{01} &= \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{0i}(y_{2i} - l_{0i}\varepsilon_{0i}) \leq \\ &\leq \sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{0i}|(Y_{2i} - l_{0i}|\varepsilon_{0i}|) < 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_{02} &= \sum_{i=1}^3 \dot{\varepsilon}_{0i}(\dot{y}_{2i} - l_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i}) \leq \sum_{i=1}^3 |\dot{\varepsilon}_{0i}|(\bar{Y}_{2i} - l_{0i}|\dot{\varepsilon}_{0i}|) < 0, \\ & & i &= \overline{1, 3}. \end{aligned}$$

Неравенства (13) выполняются при $\varepsilon_{0i} > \alpha - \bar{\alpha}_i$, где $\bar{\alpha} \in (0, \alpha)$ и при выборе $l_{0i} > Y_{2i}/(\alpha - \bar{\alpha}_i)$,

$l_{0i} > \bar{Y}_{2i}/(\alpha - \bar{\alpha}_i)$, что обеспечивает соответственно сходимость переменных в окрестности нуля: $|\varepsilon_{0i}(t)| \leq \alpha, t > t_{01} \geq 0, |\dot{\varepsilon}_{0i}(t)| \leq \alpha, t > t_0 > t_{01}$. Заданная точность оценивания (10) обеспечивается при выборе больших коэффициентов в виде

$$l_{0i} > \frac{1}{\alpha - \bar{\alpha}_i} \max\{Y_{2i}, \bar{Y}_{2i}\}, \quad i = \overline{1, 3},$$

где $\alpha - \bar{\alpha}_i > 0, \bar{\alpha}_i$ служит оценкой для области сходимости устойчивых собственных движений переменных $\varepsilon_{0i}(t), \dot{\varepsilon}_{0i}(t)$ за заданное время при начальных условиях $\varepsilon_{0i}(0)$, которые можно установить произвольно с учетом ограничений (11): $v_{01}^2(t) + v_{03}^2(t) \neq 0$.

К недостаткам метода следует отнести в общем случае большие значения оценочных сигналов (12) в начальный момент времени, т. е. ошибка оценивания $|y_{2i}(t) - l_{0i}\varepsilon_{0i}(t)|$ в начальный момент времени сопоставима со значением большого коэффициента из-за ненулевых начальных значений ошибок наблюдения. Это известный факт теории *high-gain observer* [8, 21, 22], который подтверждается результатами моделирования. Обратим внимание, что в данном элементарном случае (9), (12) есть теоретическая возможность обеспечить $z_{0i}(0) = y_{1i}(0) \Rightarrow \varepsilon_{0i}(0) = 0$, так как сигналы $y_{1i}(t)$ измеряются, однако в силу ограничений (11) следует принимать $z_{0i}(0) \neq y_{1i}(0)$, чтобы избежать деления на нуль, что немедленно приводит к всплескам корректирующих воздействий. Для адекватного процесса управления требуется либо использовать в законе управления оценочные сигналы с небольшой задержкой после затухания быстрых движений, либо искусственно ограничивать эти сигналы в начале переходных процессов. Чтобы избежать указанных проблем, предлагается в наблюдателе «возмущений» сразу использовать всюду ограниченные, непрерывные корректирующие воздействия [12–14, 23].

Второй метод. Рассмотрим непрерывный аналог разрывных корректирующих воздействий в виде ограниченных, кусочно-линейных функций:

$$v_{0i} = M_{0i} \text{sat}(l_{0i}\varepsilon_{0i}), \quad M_{0i}, l_{0i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, 3},$$

$$M_{0i} \text{sat}(l_{0i}\varepsilon_{0i}) = \begin{cases} M_{0i} \text{sign} \varepsilon_{0i} |\varepsilon_{0i}| > 1/l_{0i}; \\ M_{0i} l_{0i} \varepsilon_{0i}, & |\varepsilon_{0i}| \leq 1/l_{0i}. \end{cases} \quad (14)$$

В отличие от воздействий (12) корректирующие воздействия (14) всюду ограничены и имеют два настраиваемых параметра. Амплитуды $M_{0i} > 0$ выбираются исходя из достаточных условий $\varepsilon_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i} < 0$

так, чтобы при $|\varepsilon_{0i}(0)| > 1/l_{0i}$ обеспечить за конечное время попадание в линейную зону, а при $|\varepsilon_{0i}(0)| < 1/l_{0i}$ — не выйти из нее:

$$\varepsilon_{0i}(y_{2i} - M_{0i} \text{sign} \varepsilon_{0i}) \leq |\varepsilon_{0i}|(Y_{2i} - M_{0i}) < 0,$$

$$M_{0i} > |\varepsilon_{0i}(0)|/t_{01} + Y_{2i} \Rightarrow |\varepsilon_{0i}(t)| \leq 1/l_{0i},$$

$$t > t_{01}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

При $t > t_{01}$ замкнутая виртуальная система представима в виде $\dot{\varepsilon}_{0i} = y_{2i} - M_{0i}l_{0i}\varepsilon_{0i}$, $\ddot{\varepsilon}_0 = \dot{y}_2 - M_{0i}l_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i}$, $i = \overline{1, 3}$. Неравенства для выбора второго параметра, который играет роль большого коэффициента в малой окрестности нуля и при котором обеспечивается заданная точность оценивания (10), определяются аналогично оценкам (13) и имеют вид:

$$l_{0i} > \frac{1}{M_{0i}(\alpha - \bar{\alpha}_i)} \max\{Y_{2i}, \bar{Y}_{2i}\}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (15)$$

2.2. Наблюдатель смешанных переменных пониженного порядка

Наша цель состоит в создании системы автоматического управления БПЛА, поддерживающей различные рабочие режимы в условиях существенно меняющихся внешних условий без перенастройки параметров и структуры регулятора. Поэтому генераторы внешних воздействий в систему управления не вводятся, проблема оценивания внешних воздействий в отдельности не рассматривается. *Вторая задача* состоит в оценивании смешанных переменных (5) $e_3(t)$ — функций от переменных состояния и внешних воздействий, непосредственно фигурирующих в законе комбинированного управления (7), по измерениям ошибок слежения $e_1(t)$. Основой для построения второго наблюдателя служит система (6), где переменные $e_3(t)$ являются внешними ограниченными возмущениями с ограниченными производными, диапазоны их изменения определяются в силу выражения (8):

$$|e_{3i}(t)| \leq E_{30i}, \quad |\dot{e}_{3i}(t)| \leq E_{31i}, \quad t \geq 0, \quad i = \overline{1, 3}.$$

В отличие от традиционных наблюдателей возмущений, где обязательно вводится динамическая модель возмущений, что в рассматриваемом случае приведет к построению наблюдателя девятого порядка [8, 21, 22], в нашем случае наблюдатель состояний и возмущений в этом смысле будет пониженный (шестого порядка), так как динамическая модель для смешанных переменных $e_3(t)$ в построения не вводится. Далее вновь рассматри-

ваются наблюдатели двух типов: с большими коэффициентами и с ограниченными sat-функциями.

Первый метод. Основой для построения стандартного наблюдателя с большими коэффициентами служит расширенная из-за уравнений динамики внешних возмущений модель объекта управления, преобразованная к каноническому виду [8, 21, 22]. Для систем, уже преобразованных к блочной форме с замкнутыми локальными связями (6), переход к канонической форме нецелесообразен. С целью остаться в рамках блочного подхода, предлагается оригинальный метод синтеза наблюдателя пониженного порядка с большими коэффициентами, но без корректирующих воздействий, с простой настройкой параметров, в котором реализуется принцип полной декомпозиции. Основу разработанного подхода составляет принцип построения наблюдателя Луенбергера пониженного порядка [19, 20], который в работе [7] был распространен на линейные и нелинейные системы при действии внешних возмущений и применялся для оценивания только переменных состояния с заданной точностью. В рамках развития этого подхода далее приведен алгоритм, в котором оценки возмущений $e_3(t)$, не представленных дифференциальными уравнениями, обеспечивают виртуальные корректирующие воздействия наблюдателя — линейные комбинации ошибок наблюдения измеряемых переменных.

Согласно работе [7] выполним невырожденную замену переменных

$$s_1 = e_1 \in R^3, \quad s_2 = -L_2 e_1 + e_2 \in R^3, \quad L_2 = \text{diag}(l_{2i}),$$

$$l_{2i} > 0, \quad i = \overline{1, 3},$$

представим систему (6) в виде

$$\dot{s}_1 = (L_2 - K_1)s_1 + s_2,$$

$$\dot{s}_2 = -(L_2 - K_1)^2 s_1 - (L_2 - K_1)s_2 + e_3 + fg + Bu$$

и на ее основе построим наблюдатель 6-го порядка без корректирующих воздействий с учетом измеряемых сигналов s_1 в виде:

$$\dot{z}_1 = (L_2 - K_1)z_1 + z_2 + L_1(s_1 - z_1),$$

$$L_1 = \text{diag}(l_{1i}), \quad l_{1i} > 0, \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\dot{z}_2 = -(L_2 - K_1)^2 s_1 - (L_2 - K_1)z_2 + fg + B(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi})u,$$

$$z_{1,2} \in R^3, \quad (16)$$

где матрица $B(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi})$ формируется из оценок (11), полученных с помощью наблюдателя (9).



Задача синтеза заключается в выборе больших коэффициентов $l_{1i}, l_{2i} > 0$, при которых с заданной точностью обеспечивается стабилизация ошибок наблюдения $\varepsilon_j = s_j - z_j, j = 1, 2$, и их производных. С этой целью выполним покомпонентный анализ виртуальной системы

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= -(L_1 + K_1 - L_2)\varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= -(L_2 - K_1)\varepsilon_2 + \bar{e}_3, \\ \dot{\bar{e}}_1 &= -(L_1 + K_1 - L_2)\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2, \\ \dot{\bar{e}}_2 &= -(L_2 - K_1)\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\bar{e}}_3, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\bar{e}_3 = e_3 + \Delta Bu, \Delta B = B(\vartheta, \psi) - B(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi}), \bar{e}_{3i} = e_{3i} + \varphi_i, |\varphi_i(t)| \leq \alpha \|u\| = F_i(\alpha), t > t_0$,

$$\begin{aligned} |\bar{e}_{3i}(t)| &\leq \bar{E}_{3i}, \quad \bar{E}_{3i} = \text{diag}(\bar{E}_{3i}), \quad |\dot{\bar{e}}_{3i}(t)| \leq \tilde{E}_{3i}, \\ t &\geq 0, \quad i = \overline{1, 3}. \end{aligned} \quad (18)$$

При $l_{1i} + k_{1i} > l_{2i}, l_{2i} > k_{1i}, i = \overline{1, 3}$, нулевое положение равновесия виртуальной системы устойчиво. Аналогично оценкам (13) имеют место оценки:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{2i}(t)| &\leq \frac{\bar{E}_{3i}}{l_{2i} - k_{1i}}, \quad t > t_{11} > t_0, \\ |\varepsilon_{1i}(t)| &\leq \frac{\bar{E}_{3i}}{(l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})}, \quad t > t_1 > t_{11}, \\ |\dot{\varepsilon}_{2i}(t)| &\leq \frac{\tilde{E}_{3i}}{l_{2i} - k_{1i}}, \quad t > t_{21} > t_1, \\ |\dot{\varepsilon}_{1i}(t)| &\leq \frac{\tilde{E}_{3i}}{(l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})}, \quad t > t_2 > t_{21}, \quad i = \overline{1, 3}. \end{aligned}$$

Установим связь между внешним возмущением $\bar{e}_3(t)$, измеряемой ошибкой наблюдения $\varepsilon_1(t) = s_1(t) - z_1(t)$ и производными переменных системы (17):

$$\bar{e}_{3i} = (l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})\varepsilon_{1i} + (l_{2i} - k_{1i})\dot{\varepsilon}_{1i} + \dot{\varepsilon}_{2i}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Отсюда следует, что переменные $v_i(t) = (l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})\varepsilon_{1i}(t), i = \overline{1, 3}$, которые можно трактовать как виртуальные корректирующие воз-

действия наблюдателя (16), служат оценкой внешнего возмущения для $t > t_2$ в следующем смысле:

$$\begin{aligned} |e_{3i}(t) + \varphi_i(t, \alpha) - v_i(t)| &\leq |(l_{2i} - k_{1i})\dot{\varepsilon}_{1i}(t) + \dot{\varepsilon}_{2i}(t)| \Rightarrow \\ \Rightarrow |e_{3i}(t) - v_i(t)| &\leq \tilde{E}_{3i} \left(\frac{1}{l_{1i} + k_{1i} - l_{2i}} + \frac{1}{l_{2i} - k_{1i}} \right) + \\ &+ F_i(\alpha) + \bar{\Delta}_i, \quad i = \overline{1, 3}, \end{aligned}$$

где $\bar{\Delta}_i = l_{1i}\bar{\beta}_i/(l_{1i} + k_{1i} - l_{2i}) + (l_{2i} - k_{1i})\bar{\mu}_i$; $\bar{\beta}_i$ служит оценкой для области сходимости за заданное время устойчивых собственных движений переменных $\varepsilon_{2i}(t), \dot{\varepsilon}_{2i}(t)$, а $\bar{\mu}_i$ — переменных $\dot{\varepsilon}_{1i}(t)$ системы (17) при выбранных начальных условиях; $\varepsilon(0)$ в данном случае можно установить желаемым образом, например, $\varepsilon_{1i}(0) = 0$.

Для оценивания смешанных переменных $e_{2i} = s_{2i} + l_{2i}e_{1i}, e_{3i}$ с учетом $\|\tilde{\eta}(\alpha, \beta, \gamma)\| \leq \delta$ при $t > t^*$, $t_0 < t_1 < t_2 \leq t^* < T$ устанавливается заданная точность

$$|\varepsilon_{2i}(t)| = |s_{2i}(t) - z_{2i}(t)| \leq \beta, \quad |e_{3i}(t) - v_i(t)| \leq \gamma, \quad t > t_2,$$

которая обеспечивается при таком выборе параметров $l_{(1, 2)i}$:

$$\begin{aligned} l_{2i} &> \max \left\{ \frac{\bar{E}_{3i}}{\beta - \bar{\beta}_i}; \frac{\tilde{E}_{3i}}{\gamma - F_i(\alpha) - \bar{\Delta}_i} = \frac{1}{\tilde{\Delta}_i} \right\} + k_{1i}, \\ l_{1i} &> l_{2i} + \frac{1}{\tilde{\Delta}_i - \bar{\Delta}_i} - k_{1i}, \end{aligned}$$

$$0 < \bar{\beta}_i < \beta, \quad 0 < F_i(\alpha) + \bar{\Delta}_i < \gamma, \quad 0 < \bar{\Delta}_i < \tilde{\Delta}_i, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Как уже было отмечено, основной недостаток наблюдателей с большими коэффициентами заключается в больших всплесках вначале переходных процессов, которые требуют искусственного ограничения оценивающих сигналов. Например, реализация комбинированного управления (7) в виде

$$u = -B^{-1}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)E_2 \text{sat}(z_2 + L_2 e_1) + \bar{E}_3 \text{sat}(v) + fg), \quad (19)$$

где $|e_{2i}(t)| \leq E_{2i}, E_2 = \text{diag}(E_{2i}), i = \overline{1, 3}$, обеспечит в замкнутой системе (1), (6), (9), (16) стабилизацию ошибок слежения с заданной точностью для $t > T > t^* > t_2$ без избыточного расхода ресурса управления. Далее представлен альтернативный метод оценивания, свободный от указанного недостатка.

Второй метод. Рассмотрим процедуру синтеза наблюдателя смешанных переменных, в которой реализуется принцип разделения движений с помощью ограниченных, кусочно-линейных корректирующих воздействий. Наблюдатель строится с учетом измеряемых сигналов e_1 как реплика системы (6) и имеет такой же, шестой, порядок:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -K_1 e_1 + z_2 + v_1, \\ \dot{z}_2 &= -K_2^2 e_1 + K_1 z_2 + fg + \tilde{B}u + v_2, \end{aligned} \quad (20)$$

где $z_{1,2} \in R^3$ — вектор состояния, $v_{1,2} \in R^3$ — вектор корректирующих воздействий наблюдателя. Относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_j = e_j - z_j \in R^3$, $j = 1, 2$, получим систему

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{1i} &= \varepsilon_{2i} - v_{1i}, \quad \dot{\varepsilon}_{2i} = k_1 \varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i} - v_{2i}, \\ i &= \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (21)$$

где переменные $\bar{e}_3 = e_3 + \Delta Bu$ трактуются как внешние возмущения, ограниченные вместе со своими производными (18), динамическая модель возмущений в построения не вводится.

Аналогично воздействиям (14) введем непрерывные, ограниченные корректирующие воздействия

$$\begin{aligned} v_{1i} &= M_{1i} \text{sat}(l_{1i} \varepsilon_{1i}), \\ v_{2i} &= M_{2i} \text{sat}(l_{2i} v_{1i}) = M_{2i} \text{sat}(l_{2i} (\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i})), \end{aligned} \quad (22)$$

$$M_{1i} \text{sat}(l_{1i} \varepsilon_{1i}) = \begin{cases} M_{1i} \text{sign} \varepsilon_{1i} |\varepsilon_{1i}| > 1/l_{1i}, \\ M_{1i} l_{1i} \varepsilon_{1i} |\varepsilon_{1i}| \leq 1/l_{1i}; \end{cases}$$

$$M_{2i} \text{sat}(l_{2i} v_{2i}) = \begin{cases} M_{2i} \text{sign} v_{1i} |v_{1i}| > 1/l_{2i}, \\ M_{2i} l_{2i} v_{1i} |v_{1i}| \leq 1/l_{2i}, \quad i = \overline{1, 3}. \end{cases}$$

Задача синтеза сводится к стабилизации ошибок наблюдения и их производных (21) так, чтобы обеспечить заданную точность оценивания:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{2i}(t)| = |e_{2i}(t) - z_{2i}(t)| < \beta \Rightarrow z_{2i}(t) = e_{2i}(t) \pm \beta, \\ t_1 > t_0, \end{aligned} \quad (23)$$

$$|e_{3i}(t) - v_{2i}(t)| \leq \gamma \Rightarrow v_{2i}(t) = e_{3i}(t) \pm \gamma,$$

$$t_2 > t_1, \quad i = \overline{1, 3}, \quad t_0 < t_1 < t_2 \leq t^* < T.$$

Из постановки задачи и априорных предположений (4), (8), (18) следует, что переменные системы (21), (22) и их производные будут ограничены при $t > 0$. Введем соответствующие обозначения

для $|\varepsilon_{2i}^{(j)}(t)| \leq P_{ji}$, $i = \overline{1, 3}$, $j = \overline{0, 2}$, которые далее детализируем.

Установим в первом блоке системы (21), (22) нулевые начальные условия $z_{1i}(0) = e_{1i}(0) \Rightarrow \varepsilon_{1i}(0) = 0$. Тогда переменные ε_{1i} сразу находятся в линейной зоне $|\varepsilon_{1i}(t)| \leq 1/l_{1i}$ и не выйдут из нее при $t \geq 0$ при выполнении условий:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1i} (\varepsilon_{2i} - M_{1i} \text{sign} \varepsilon_{1i}) \leq |\varepsilon_{1i}| (P_{0i} - M_{1i}) < 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_{1i} > P_{0i}. \end{aligned} \quad (24)$$

Для выбора больших коэффициентов $l_{1i} > 0$ применим второй метод Ляпунова для покомпонентного анализа виртуальной системы [23]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\varepsilon}}_{1i} &= \varepsilon_{2i} - M_{1i} l_{1i} \varepsilon_{1i}, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_{1i} = \dot{\varepsilon}_{2i} - M_{1i} l_{1i} \dot{\varepsilon}_{1i}, \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{1i} &= \bar{\varepsilon}_{2i} - M_{1i} l_{1i} \bar{\varepsilon}_{1i}, \quad i = \overline{1, 3}. \end{aligned}$$

Тогда аналогично выражениям (13), (15) имеем:

$$\begin{aligned} l_{1i} > \frac{\max\{P_{0i}, P_{1i}, P_{2i}\}}{M_{1i}(\mu - \bar{\mu})} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} |\varepsilon_{1i}(t)| \leq \mu, \quad t \geq 0; \\ |\dot{\varepsilon}_{1i}(t)| \leq \mu, \quad t > t_{11} > t_0; \\ |\bar{\varepsilon}_{1i}(t)| \leq \mu, \quad t > t_1 > t_{11}, \quad i = \overline{1, 3}, \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

где $0 < \bar{\mu} < \mu < \beta$, $\bar{\mu}$ служит оценкой для области сходимости устойчивых собственных движений производных $\bar{\varepsilon}_{1i}$, $\bar{\varepsilon}_{1i}$ за заданное время.

Если $\text{sign} v_{1i}(t) = \text{sign} \varepsilon_{1i}(t)$, $t \geq 0$, то совпадение знаков $\text{sign} v_{2i}(t) = \text{sign} \varepsilon_{2i}(t)$ может не иметь места при $0 \leq t \leq t_{11}$ и гарантируется только при $t > t_{11}$ вне окрестности $|\varepsilon_{2i}| \leq |\dot{\varepsilon}_{1i}| \leq \mu$. По этой причине на отрезке $[0, t_{11}]$ собственные движения второй подсистемы (21) в общем случае неустойчивы. Для сдерживания их роста целесообразно на данном интервале оставить второй блок системы (21) разомкнутым, а именно

$$v_{2i}(t) \equiv 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon}_{2i} = k_1 \varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i}, \quad t \in [0, t_{11}], \quad i = \overline{1, 3},$$

и только при любом $t > t_{11}$ подключить корректирующие воздействия (22) v_{2i} , обеспечивающие монотонную сходимость переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ в заданную окрестность нуля (23).

Установим во второй подсистеме (21) начальные условия в виде $z_{2i}(0) = 0 \Rightarrow |\varepsilon_{2i}(0)| \leq E_{2i}$. Тогда для областей изменения переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ и их производных справедливы оценки:

$$|\varepsilon_{2i}(t)| \leq \max\{E_{2i}, |\varepsilon_{2i}(t_{11})|\} = P_{0i},$$



$$|\varepsilon_{2i}(t_{11})| \leq \frac{\bar{E}_{3i} + (E_{2i}k_{1i} + \bar{E}_{3i})\exp(k_{1i}t_{11})}{k_{1i}},$$

$$|\dot{\varepsilon}_{2i}(t)| \leq k_{1i}P_{0i} + \bar{E}_{3i} + M_{2i} = P_{1i},$$

$$|\ddot{\varepsilon}_{2i}(t)| \leq k_{1i}P_{1i} + \tilde{E}_{3i} + M_{2i} = P_{2i} \quad \forall t \geq 0,$$

$$i = \overline{1, 3}. \quad (26)$$

На отрезке $[t_{11}, t_1]$ второй блок системы (21), (22) представим в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{2i} = k_{1i}\varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i} - M_{2i}\text{sign}(\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i}), \quad i = \overline{1, 3}.$$

Неравенства для выбора амплитуд корректирующих воздействий M_{2i} , обеспечивающих попадание в линейную зону $|v_{1i}(t)| = |\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i}| \leq 1/l_{2i}$ и, следовательно, $|\varepsilon_{2i}(t)| \leq 1/l_{2i} + \mu$, за время $t_1 - t_{11}$, выводятся из достаточных условий:

$$\varepsilon_{2i}\dot{\varepsilon}_{2i} < 0 \Rightarrow M_{2i} > \frac{|\varepsilon_{2i}(t_{11})|}{t_1 - t_{11}} + P_{0i}k_{1i} + \bar{E}_{3i},$$

$$i = \overline{1, 3}. \quad (27)$$

При $t > t_1$ второе уравнение системы (21), (22) и соответствующие уравнения для производных представимы в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{2i} = k_{1i}\varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i} - M_{2i}l_{2i}(\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i}),$$

$$\ddot{\varepsilon}_{2i} = k_{1i}\dot{\varepsilon}_{2i} + \dot{\bar{e}}_{3i} - M_{2i}l_{2i}(\dot{\varepsilon}_{2i} - \ddot{\varepsilon}_{1i}),$$

$$i = \overline{1, 3}. \quad (28)$$

Аналогично оценкам (13) определим неравенства для выбора больших коэффициентов l_{2i} , обеспечивающих заданную точность оценивания (23). Для слагаемых производной квадратичной формы

$$V_2 = V_{21} + V_{22} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{2i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \dot{\varepsilon}_{2i}^2$$

справедливы оценки:

$$\dot{V}_{21} = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{2i}(k_{1i}\varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i} - M_{2i}l_{2i}(\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i})) \leq$$

$$\leq \sum_{i=1}^3 |\varepsilon_{2i}|(\bar{E}_{3i} + M_{2i}l_{2i}\mu - (M_{2i}l_{2i} - k_{1i})|\varepsilon_{2i}|) < 0,$$

$$l_{2i} > \frac{\bar{E}_{3i}}{M_{2i}(\beta - \bar{\beta} - \mu)} + \frac{k_{1i}}{M_{2i}} \Rightarrow |\varepsilon_{2i}(t)| \leq \beta,$$

$$t > t_{21} > t_1, \quad i = \overline{1, 3};$$

$$e_{3i} - v_{2i} = \dot{\varepsilon}_{2i} - k_{1i}\varepsilon_{2i} - \varphi_i(t) \Rightarrow |e_{3i} - v_{2i}| \leq$$

$$\leq |\dot{\varepsilon}_{2i}| + k_{1i}\beta + F_i(\alpha) \leq \gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\dot{\varepsilon}_{2i}| \leq \gamma - k_{1i}\beta - F_i(\alpha) = \chi, \quad (29)$$

$$\dot{V}_{22} = \dot{\varepsilon}_{2i}\ddot{\varepsilon}_{2i} < 0, \quad l_{2i} > \frac{\tilde{E}_{3i}}{M_{2i}(\chi - \bar{\chi} - \mu)} + \frac{k_{1i}}{M_{2i}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\dot{\varepsilon}_{2i}(t)| \leq \chi \Rightarrow |e_{3i}(t) - v_{2i}(t)| \leq \gamma,$$

$$t > t_2 > t_{21}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Неравенства (23) выполняются при выборе больших коэффициентов в виде

$$l_{2i} > \frac{1}{M_{2i}} \max \left\{ \frac{\bar{E}_{3i}}{\beta - \bar{\beta} - \mu}; \frac{\tilde{E}_{3i}}{\chi - \bar{\chi} - \mu} \right\} + \frac{k_{1i}}{M_{2i}},$$

$$i = \overline{1, 3}, \quad (30)$$

где $0 < \bar{\beta} + \mu < \beta$, $0 < \bar{\chi} + \mu < \chi$; $\bar{\beta}$ и $\bar{\chi}$ служат оценками областей сходимости устойчивых собственных движений переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ и $\dot{\varepsilon}_{2i}(t)$ системы (28) за заданное время.

Базовый закон управления (7) в замкнутой системе (1) с наблюдателями (9), (20), (22) реализуется в виде

$$u = -B^{-1}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)z_2 + v_2 + fg), \quad (31)$$

и, в отличие от закона управления (19), не требует искусственного ограничения оценочных сигналов.

Формализуем алгоритм настройки наблюдателя (20), (22).

Шаг 1. При выбранных коэффициентах регулятора K_1, K_2 , обеспечивающих заданную точность слежения $|e_{1i}(t)| \leq \Delta_{1i}, t \geq T > 0, i = \overline{1, 3}$, с учетом ограничения $\|\tilde{\eta}(\alpha, \beta, \gamma)\| \leq \delta, t > t^*$ устанавливаются требования к точности и времени оценивания (23), (25), (29).

Шаг 2. С учетом выражения (18) определяются оценки $|\varepsilon_{2i}(t_{11})|, P_{0i}$ и выбираются амплитуды (24) $M_{1i}, (27) M_{2i}, i = \overline{1, 3}$.

Шаг 3. С учетом условий (27) вычисляются оценки (26) $|\varepsilon_{2i}^{(j)}(t)| \leq P_{ji}, i = \overline{1, 3}, j = 1, 2$, которые используются для определения больших коэффициентов (25) l_{1i} .

Шаг 4. С учетом внешних возмущений (18) определяются большие коэффициенты (30) l_{2i} .

Следует понимать, что представленные в данном параграфе неравенства для выбора параметров наблюдателей состояния и возмущений полу-

чены из достаточных условий устойчивости. Они определяют схему настройки, доказывают существование параметров, обеспечивающих заданную точность оценивания, но являются избыточными. На практике более адекватные (меньшие) оценки можно получить по результатам имитационного моделирования разработанных алгоритмов. С другой стороны, в данных построениях мы опираемся на максимальные оценки допустимых внешних воздействий (18), поэтому разработанные алгоритмы не требуют перенастройки при существенном изменении задающих воздействий и внешних возмущений в допустимых (учтенных) диапазонах.

2.3. Сравнительный анализ двух методов синтеза наблюдателей состояний и возмущений

В качестве основы для сравнения принимаются наблюдатели состояния и возмущений пониженного порядка нового типа, представленные в п. 2.2: с большими коэффициентами (16) и с кусочно-линейными корректирующими воздействиями (20), (22). Сначала сравним разработанные наблюдатели с их известными аналогами, а потом — друг с другом.

Предварительно отметим, что по сравнению со стандартным наблюдателем пониженного порядка (*Luenberger observer* [19, 20]), для синтеза которого не учитывается динамика измеряемых переменных, в данных наблюдателях, наоборот, не учитывается динамика неизменяемых переменных.

По сравнению со стандартным наблюдателем с большими коэффициентами (*high-gain observer* [8, 21, 22]) преимущества наблюдателя (16) заключается в меньшем порядке (динамическая модель внешних возмущений не вводится) и блочной структуре, позволяющей единообразно рассматривать системы как с одним, так и с многими выходами, а также в отсутствии корректирующих воздействий и интуитивно понятной, более простой настройке.

По сравнению со стандартным наблюдателем на скользящих режимах (*sliding mode observer* [7, 9–11, 18]) преимущества наблюдателя (20), (22) состоит в два раза меньшем динамическом поряд-

ке, гладких оценочных сигналах и меньшем времени счета.

Преимущества наблюдателя с большими коэффициентами (16) по сравнению с наблюдателем (20), (22): более простая настройка; число настраиваемых параметров в два раза меньше; полная декомпозиция процедуры синтеза, не требующая оценки области изменения ошибок наблюдения. К основному недостатку следует отнести большие всплески в начале переходных процессов, что требует дополнительных мер для ограничения оценочных сигналов. Учитывая, что настройка наблюдателей выполняется в режиме off-line, в системах с линейным (неограниченным) стабилизирующим управлением целесообразно применять наблюдатели со всюду ограниченными корректирующими воздействиями.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численное моделирование разработанных алгоритмов проводилось в среде MATLAB-Simulink с применением метода интегрирования Эйлера с переменным шагом. Для системы (3) с начальными условиями $y_1(0) = \text{col}(0; 100; 1)$ при действии внешних возмущений $\eta_1(t) = 0,2\sin t$, $\eta_2(t) = 0,24\sin t$, $\eta_3(t) = 0,9\cos t$ ставилась задача вывода центра масс БПЛА на пространственную траекторию

$$\begin{aligned} y_{1d}(t) &= 9\sin(t/9), & y_{2d}(t) &= t + 100, \\ y_{3d}(t) &= 9\cos(t/9). \end{aligned} \quad (32)$$

При синтезе базового закона управления (7) были приняты параметры регулятора $K_1 = \text{diag}(5, 1; 5, 3; 5, 1)$, $K_2 = \text{diag}(5, 4; 5, 2; 5, 1)$.

При моделировании системы с измерениями $y_1(t)$, $y_{1d}(t)$ и наблюдателями с большими коэффициентами (9) и (12), (16) были приняты такие параметры наблюдателей: $L_0 = \text{diag}(280; 280; 280)$, $L_1 = \text{diag}(1500; 1400; 1300)$, $L_2 = \text{diag}(1200; 1100; 1000)$.

В табл. 1 представлены области и время сходимости соответствующих ошибок оценивания.

Таблица 1

Параметры сходимости ошибок оценивания наблюдателей с большими коэффициентами

i	$ y_{2i}(t) - v_{0i}(t) \leq \alpha_p, t \geq t_{0i}$		$ e_{2i} - (z_{2i} + L_{2i}e_{1i}) \leq \sigma_p, t > t_{1i}$		$ e_{3i}(t) - v_i(t) \leq \gamma, t \geq t_{2i}$	
	α_i	t_{0i} [с]	σ_i	t_{1i} [с]	γ_i	t_{2i} [с]
1	0,05	0,664	0,05	0,595	0,05	16,185
2	0,05	0,678	0,05	0,675	0,05	16,430
3	0,05	0,590	0,05	0,567	0,05	16,800

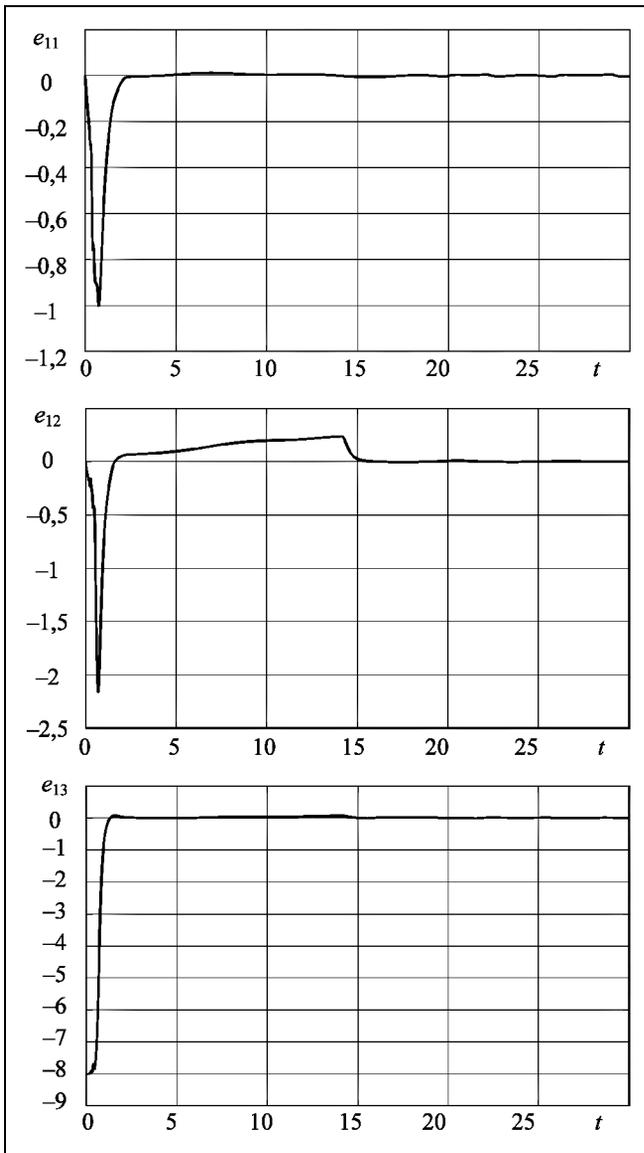


Рис. 1. Графики ошибок слежения $e_{1i}(t) = y_{1i}(t) - y_{1id}(t)$ [м], $i = 1, 2, 3$, t [с] в замкнутой системе с наблюдателями с большими коэффициентами

На рис. 1 для соответствующей замкнутой системы (3), (9), (12), (16) с управлением (19) показаны графики ошибок слежения $e_{1i}(t) = y_{1i}(t) - y_{1id}(t)$ [м], $i = \overline{1, 3}$, t [с]. Заметим, что в этом случае закон управления (19) без ограничений, а именно, в виде $u = -B^{-1}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)(z_2 + L_2 e_1) + v + fg)$ физически нереализуем, так как вначале переходного процесса наблюдается краткий, но сильный всплеск, а перегрузки достигают $10^8 g$.

При моделировании системы с измерениями сигналов $y_1(t)$, $y_{1d}(t)$ и наблюдателями с кусочно-линейными корректирующими воздействиями

ми (9) и (14), (20) и (22) были приняты параметры $L_0 = \text{diag}(280; 280; 280)$, $M_0 = \text{diag}(8; 8; 8)$; $L_1 = \text{diag}(10; 10; 10)$, $M_1 = \text{diag}(17; 80; 27)$, $L_2 = \text{diag}(25; 25; 25)$, $M_2 = \text{diag}(11; 48; 11)$. В табл. 2 представлены области и время сходимости соответствующих ошибок оценивания.

На рис. 2 для соответствующей замкнутой системы (3), (9), (14), (20), (22) с управлением (31) показаны графики ошибок слежения $e_{1i}(t) = y_{1i}(t) - y_{1id}(t)$ [м], $i = \overline{1, 3}$, t [с].

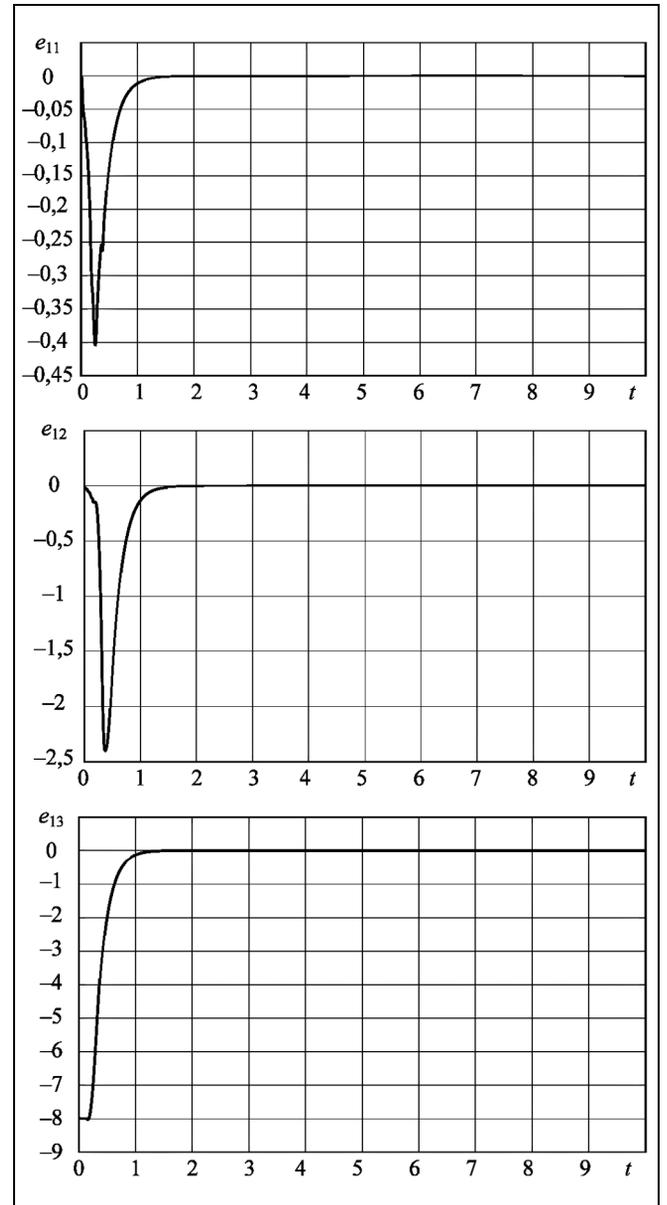


Рис. 2. Графики ошибок слежения $e_{1i}(t) = y_{1i}(t) - y_{1id}(t)$ [м], $i = 1, 2, 3$, t [с] в замкнутой системе с наблюдателями с кусочно-линейными корректирующими воздействиями

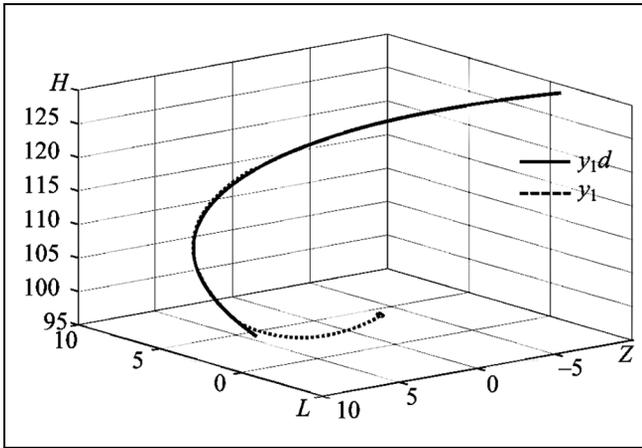


Рис. 3. Графики движения БПЛА с наблюдателями с большими коэффициентами

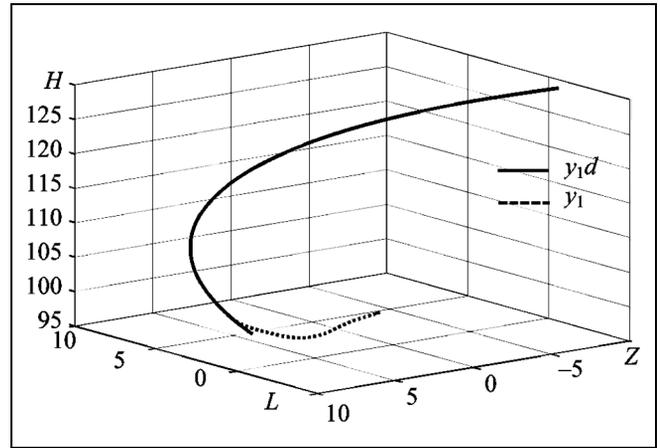


Рис. 4. Графики движения БПЛА с наблюдателями с ограниченной коррекцией

На рис. 3 и 4 показаны графики отслеживания центром масс $y_1(t)$ (пунктирная линия) заданной пространственной траектории $y_{1d}(t)$ (32) для замкнутых систем с наблюдателями обоих типов, единицы измерения по всем осям представлены в метрах.

В табл. 3 представлены оценки сходимости ошибок слежения для замкнутых систем с наблюдателями обоих типов.

Исходя из представленных данных, можно сделать вывод о том, что наблюдатели с ограниченными, кусочно-линейными корректирующими

Таблица 2

Параметры сходимости ошибок оценивания наблюдателей с ограниченной коррекцией

i	$ y_{2i}(t) - v_{0i}(t) \leq \alpha_i, t \geq t_{0i}$		$ e_{2i} - z_{2i}(t) \leq \beta_i, t \geq t_{1i}$		$ e_{3i}(t) - v_i(t) \leq \gamma_i, t \geq t_{2i}$	
	α_i	t_{0i} [с]	β_i	t_{1i} [с]	γ_i	t_{2i} [с]
1	0,01	0,40	0,01	0,51	0,05	14,04
2	0,01	0,45	0,05	0,50	0,05	14,18
3	0,01	0,37	0,01	0,49	0,05	14,15

Таблица 3

Параметры сходимости ошибок слежения

Закон управления в замкнутой системе (3)	Максимальное абсолютное отклонение [м] ошибок слежения от нуля, $t \geq 0$	Время переходного процесса T [с]: $ e_{1i}(t) \leq 0,01, t > T$	Ошибка стабилизации [м] в установившемся режиме, $t > T$ [с]
Управление (19) и наблюдатели с большими коэффициентами (9) и (12), (16)	$ e_{11}(0,3) = 0,35$	4,5	$ e_{11}(t) \leq 10^{-3}, t > 60$
	$ e_{12}(0,28) = 1,72$	14,3	$ e_{12}(t) \leq 0,6 \cdot 10^{-3}, t > 60$
	$ e_{13}(0,2) = 8,09$	54,6	$ e_{13}(t) \leq 2,1 \cdot 10^{-3}, t > 60$
Управление (31) и наблюдатели с ограниченной коррекцией (9) и (14), (20) и (22)	$ e_{11}(0,27) = 0,40$	1,0	$ e_{11}(t) \leq 0,6 \cdot 10^{-4}, t > 20$
	$ e_{12}(0,37) = 2,40$	1,5	$ e_{12}(t) \leq 0,8 \cdot 10^{-4}, t > 20$
	$ e_{13}(0,17) = 8,04$	1,5	$ e_{13}(t) \leq 0,7 \cdot 10^{-4}, t > 20$



ми воздействиями более эффективны в разработанной следящей системе с базовым законом управления (7).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной результат данной работы — процедуры синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка нового типа, не требующие расширения пространства состояний построения динамической модели внешних возмущений. Построение данных наблюдателей на основе преобразованных систем существенно упрощает структуру регулятора, так как оцениванию подлежат смешанные переменные, по которым формируется обратная связь. Реализация разработанных алгоритмов, не требующих перенастройки при изменении внешних воздействий, повысит функциональность системы управления БПЛА и ее надежность при отказе измерительных устройств.

Рассмотрены наблюдатели двух типов: с большими коэффициентами и с ограниченными, кусочно-линейными корректирующими воздействиями. По результатам сравнительного анализа можно сделать вывод о том, что, не смотря на более простую настройку, в системах с линейными обратными связями целесообразно применять наблюдатели второго типа, а наблюдатели с большими коэффициентами будут востребованы в системах с заведомо ограниченным управлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Современные направления синтеза систем автоматического управления ЛА // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2004. — № 2. — С. 126—136. [Andrievski, B.R., Fradkov, A.L., Trends in the Automatic Control in Aerospace // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2004. — Vol. 43, no. 2. — P. 278—287.]
2. Колесников А.А., Кобзев В.А. Динамика полета и управление: синергетический подход. — Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. — 198 с. [Kolesnikov, A.A., Kobzev, V.A. Dinamika poleta i upravlenie: sinergeticheskii podkhod. — Taganrog: TTI YUFU, 2009. — 198 s. (In Russian)]
3. Gerasimov, D.N., Paramonov, A.V., Nikiforov, V.O. Algorithm of Multiharmonic Disturbance Compensation in Linear Systems with Arbitrary Delay: Internal Model Approach // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. — 2016. — Vol. 16, no. 6. — P. 1023—1030.
4. Do, K.D., Liang, Z.P. and Pan, J. On Global Tracking Control of a VTOL Aircraft without Velocity Measurements // IEEE Trans. on Automatic Control. — 2003. — Vol. 48, no. 12. — P. 2212—2217.
5. Wang, X., Liu, J. and Cai, K.-Y. Tracking Control for VTOL Aircraft with Disable IMUs. Int. Journal of Systems Science. — 2010. — Vol. 41, no. 10. — P. 1231—1239.
6. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 7. — С. 3—42. [Golubev, A.E., Krishchenko, A.P., Tkachev, S.B. Stabilization of Nonlinear Dynamic Systems Using the System State Estimates Made by the Asymptotic Observer // Automation and Remote Control. — 2005. — Vol. 66, iss. 7. — P. 1021—1058.]
7. Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. — М.: Наука, 2006. — 272 с. [Krasnova, S.A., Utkin, V.A. Kaskadniy sintez nablyudatelei sostoyaniya dinamicheskikh sistem. — M.: Nauka, 2006. — 272 s. (In Russian)]
8. Коровин С.К., Фомичев В.В. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. — М.: Физматлит, 2007. — 224 с. [Korovin, S.K., Fomichev, V.V. Nablyudateli sostoyaniya dlya lineinykh sistem s neopredelennost'yu. — M.: Fizmatlit, 2007. — 224 s. (In Russian)]
9. Дик В.В., Краснова С.А., Ткачев С.Б. Аналитическое резервирование систем летательного аппарата // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. — 2013. — № 6. — С. 211—226. [Dik, V.V., Krasnova, S.A., Tkachev, S.B. Analiticheskoe rezervirovaniye sistem letatel'nogo apparata // Nauka i obrazovanie: ehlektronnoe nauchno-tekhnicheskoe izdanie [Science and Education]. — M.: BMSTU. — 2013. — № 6. — S. 211—226. (In Russian)]
10. Краснова С.А., Мысик Н.С. Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 10. — С. 104—116. [Krasnova, S.A. and Mysik, N.S. Design of Invariant Control System for Longitudinal Motion of Flight Vehicle // Automation and Remote Control. — 2011. — Vol. 72, no. 10. — P. 2100—2111.]
11. Краснова С.А., Уткин А.В. Анализ и синтез минимально-фазовых нелинейных SISO-систем при действии внешних несогласованных возмущений // Проблемы управления. — 2014. — № 6. — С. 22—30. [Krasnova, S.A., Utkin, A.V. Analysis and Synthesis of Minimum Phase Nonlinear SISO Systems under External Unmatched Perturbations // Automation and Remote Control. — 2016. — Vol. 77, no. 9. — P. 1665—1675.]
12. Краснова С.А., Уткин А.В. Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Проблемы управления. — 2015. — № 5. — С. 27—36. [Krasnova, S.A., Utkin, A.V. Sigma Function in Observer Design for States and Perturbations // Automation and Remote Control. — 2016. — Vol. 77, no. 9. — P. 1676—1688.]
13. Краснов Д.В., Уткин А.В. Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. — 2017. — Вып. 69. — С. 29—49. [Krasnov, D.V., Utkin, A.V. Synthesis of a Multifunctional Tracking System in Conditions of Uncertainty // Automation and Remote Control. — 2019. — Vol. 79, no. 12. — P. 345—357.]
14. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. — 2017. — № 12. — С. 26—53. [Krasnova, S.A., Utkin, V.A., Utkin, A.V. Block Approach to Analysis and Design of the Invariant Nonlinear Tracking Systems // Automation and Remote Control. — 2017. — Vol. 78, no. 12. — P. 2120—2140.]
15. Уткин В.А. Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // Автоматика и телемеханика. — 2001. — № 11. — С. 73—94. [Utkin, V.A. Invariance and Independence in Systems with Separable Motion // Automation and Remote Control. — 2001. — Vol. 62, no. 11 — P. 1825—1843.]
16. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2008. — № 5. — С. 51—64. [Kanatnikov, A.N., and Krishchenko, A.P. Terminal control of spatial motion of flying vehicles // Journal

- of Computer and System Sciences. — 2008. — Vol. 47, no. 5. — P. 718–731.]
17. Канатников А.Н., Лю В., Ткачев С.Б. Путьевые координаты в задаче следования вдоль пространственного пути // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, № 10. — С. 5–19. [Kanatnikov, A.N., Liu, W., Tkachev, S.B. Path Coordinates in 3D Path Following Problem // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2018. — Vol. 10, no. 3. — P. 265–275.]
 18. Alizadeh, G., Chasemi, K. Control of quadrotor using sliding mode disturbance observer and nonlinear $H\infty$ // International Journal of Robotics (Theory and Applications). — 2015. — Vol. 4, no. 1. — P. 38–46.
 19. Luenberger, D.B. Observers of multivariable systems // IEEE Trans. on Automatic Control. — 1966. — Vol. 11, no. 2. — P. 190–197.
 20. Afri, C., Andrieu, V., Bako, L. and Dufour, P. State and Parameter Estimation: A Nonlinear Luenberger Observer Approach // IEEE Trans. on Automatic Control. — 2017. — Vol. 62, no. 2. — P. 973–980.
 21. Khalil, H.K., Praly, L. High-gain observers in nonlinear feedback control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. — 2014. — Vol. 24, no. 6. — P. 993–1015.
 22. Rodriguez-Mata, A.E., Flores, G., Martinez-Vásquez, A.H., et al. Discontinuous High-Gain Observer in a Robust Control UAV Quadrotor: Real-Time Application for Watershed Monitoring // Mathematical Problems in Engineering. — 2018. — Article ID 4940360. — P. 1–10. <https://doi.org/10.1155/2018/4940360>.
 23. Бабин В.А., Дик В.В., Краснова С.А. Допредельные реализации разрывных корректирующих воздействий наблюдателя, функционирующего в скользящем режиме // Тр. XII Всерос. совещания по проблемам управления (ВСПУ–2014). Москва, 2014. — М.: ИПУ РАН, 2014. — С. 374–390. [Babin, V.A., Dik, V.V., Krasnova, S.A. Dopredel'nye realizatsii razryvnykh korrektruyushchikh vozdeystvii nablyudatelya, funktsioniruyushchego v skol'zyashchem rezhime // XII Vseros. soveshchanie po problemam upravleniya (VSPU–2014). Moscow, 2014. Trudy. — М.: IPU RAN, 2014. — S. 374–390. (In Russian)]
- Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.
- Поступила в редакцию 19.02.2019, после доработки 15.07.2019.
Принята к публикации 29.07.2019.
- Кокунько Юлия Георгиевна** — математик,
✉ juliakokunko@gmail.com,
- Краснов Дмитрий Валентинович** — инженер-программист,
✉ dim93kr@mail.ru,
- Уткин Антон Викторович** — канд. техн. наук,
✉ utkin-av@rambler.ru.
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва.

TWO METHODS OF SYNTHESIS OF STATE AND DISTURBANCES OBSERVERS FOR AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

Ju.G. Kokunko[#], D.V. Krasnov, A.V. Utkin

V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

[#]✉ juliakokunko@gmail.com

Abstract. As part of the synthesis of a tracking system for an unmanned aerial vehicle (UAV) under the influence of external uncontrolled disturbances and incomplete measurements of the state vector, the procedures have been developed for the synthesis of state observers and low-order disturbances of a new type, which do not require the building of dynamic models of external influences. The observation subsystem includes two state observers. The first observer gives estimates of velocities based on measurements of the UAV's center of mass coordinates. By using measurements of tracking errors, the second observer gives estimates of mixed variables (state functions, external influences and their derivatives), on which feedback is formed directly. It is noted that implementation of the algorithms developed, which do not require reconfiguration when external influences change, will increase the functionality of the UAV control system and its reliability in case of failure of measuring devices. The effectiveness of the proposed approach to the synthesis of the tracking system is confirmed by the results of numerical modeling. The results of modeling are presented (comparative analysis of closed systems with static feedback (assuming that all internal and external variables are measured) and with dynamic feedback using two approaches to solving the problem of evaluation under the influence of external disturbances: observers with large coefficients and with piecewise linear, limited corrective actions). It is shown that, despite the simpler setup, in systems with linear feedback it is advisable to use observers of the second type, and observers with large coefficients will be in demand in systems with obviously limited control.

Keywords: unmanned aerial vehicle, tracking, block approach, state and disturbances observer, high gains, piecewise linear functions.

Funding. The work is performed with partial financial support of Russian Foundation of Basic Research (project No. 18-01-00846A).