

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКОЙ ТРИП-СТАЛЕЙ

М.Д. Климовицкий, А.А. Ларин

Рассмотрен объект управления с распределенными параметрами. Представлена и проанализирована структура адаптивной системы управления, состоящая в основном из блока параметрической идентификации в реальном времени, фильтра Калмана и оптимального линейно-квадратичного регулятора.

Ключевые слова: распределенные параметры, параметрическая идентификация, фильтр Калмана, оптимальный линейно-квадратичный регулятор, синтез, адаптивная система управления, термическая обработка сталей.

ВВЕДЕНИЕ

Современные системы автоматического управления (САУ) [1–5] входят неотъемлемой частью в состав лабораторных установок и комплексов [6], применяемых как для построения термодинамических диаграмм [7] и исследования существующих промышленных режимов термической обработки холоднокатаных сталей [8], так и для создания принципиально новых марок сталей, например, высокопрочных трип-сталей для автомобильной промышленности, удовлетворяющих возрастающим требованиям внутреннего и внешнего рынка [9, 10].

Объект управления с распределенными параметрами в настоящей статье описывается уравнением теплопроводности [11, 12]. Нагрев тела (стального образца) осуществляется внутренним источником тепла, выделяемого электрическим током, проходящим через образец, подвергаемый термической обработке. Применение такого источника необходимо для поддержания с высокой точностью заданной температуры термической обработки, обеспечивающей механические свойства отжигаемого металла.

Поскольку параметры объекта управления изменяются в пространстве и во времени и требуется выдерживать строго заданный температурный режим с высокой точностью, определяющей износостойкость, циклическую прочность, коррозионную и эрозионную стойкость материала, то возникает необходимость в создании адаптивной системы управления термической обработкой холоднокатаных сталей.

1. ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

Образец (рис. 1) с закрепленным в точке O датчиком температуры в виде термопары устанавливается в медные токоподводящие зажимы. Температурное поле внутри образца в декартовых прямоугольных координатах описывается уравнением в частных производных:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \text{grad} T) + Q, \quad (1)$$

где $c = c(x, y, z)$ — удельная теплоемкость стали, $\rho = \rho(x, y, z)$ — плотность стали, $T = T(x, y, z, t)$ — функция распределения температуры в теле образца, $k = k(x, y, z)$ — коэффициент теплопроводности.

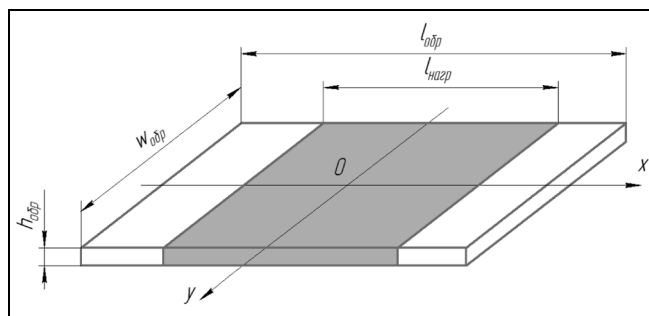


Рис. 1. Геометрические размеры образцов для термической обработки сталей: $h_{\text{обр}} = 0,28 \div 3$ мм, толщина образца; $l_{\text{нагр}} = 200$ мм, расстояние между зажимами, на которые подается напряжение, длина рабочей зоны нагрева; $l_{\text{обр}} = 300$ мм, длина образца; $W_{\text{обр}} = 60$ мм, ширина образца

ти стали, $Q = Q(x, y, z, t)$ — удельная мощность внутреннего источника теплоты.

Температурное поле симметрично относительно оси x , не меняется вдоль оси y и по толщине образца, поэтому $T(x, y, z, t) = T(x, t)$ и $T(x, t) = T(-x, t)$, и уравнение (1) можно записать в виде

$$c(T(x, t)\rho(T(x, t)))\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T(x, t))\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) + Q(x, t), \quad (2)$$

$$Q(x, t) = Q_{\text{нагр}}(x, t) - Q_{\text{конв}}(x, t) - Q_{\text{изл}}(x, t),$$

где $T(x, t)$ — температурное поле образца; k — коэффициент теплопроводности образца; $Q(x, t)$ — удельная выделяющаяся мощность; $Q_{\text{нагр}}(x, t) =$

$$= \begin{cases} I^2 \rho_y T(x, t) / A_{\text{сеч}}^2, & |x| \leq l_{\text{нагр}}, \\ 0, & \text{если } |x| > l_{\text{нагр}} \end{cases} \quad \text{— удельная мощность, подводимая электрическим током для нагрева; } I \text{ — ток, протекающий через образец; } \rho_y \text{ — удельное сопротивление стального образца; } A_{\text{сеч}} \text{ — площадь поперечного сечения образца; } Q_{\text{конв}}(x, t) =$$

$= 2h(h_{\text{обр}} + W_{\text{обр}})(T(x, t) - T_{\text{окр}}) / A_{\text{сеч}}$ — удельная мощность конвекции; $T_{\text{окр}} = 25^\circ\text{C}$ — температура окружающей среды; $Q_{\text{изл}}(x, t) = 2\varepsilon\sigma(T(x, t)^4 - T_{\text{окр}}^4) \times$

$\times (h_{\text{обр}} + W_{\text{обр}}) / A_{\text{сеч}}$ — удельная мощность излучения; ε — степень черноты образца; σ — постоянная Стефана-Больцмана; ρ — плотность образца; c — его удельная теплоемкость.

Поскольку коэффициент теплопроводности рассматриваемой стали довольно высокий, а число Био меньше 0,25, то «скорость» изменения температурного поля в направлении оси x постоянная и

$$\left. \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} \approx 0.$$

Выполнив ряд упрощений и преобразований уравнения (2) и учитывая, что $\left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} \approx 0$, где

$T(x, t)$ — симметричная и гладкая функция, получим уравнение

$$\begin{aligned} & - \frac{2h(h_{\text{обр}} + W_{\text{обр}})t^{\sim}(t)}{A_{\text{сеч}}} - \\ & - \frac{2\varepsilon\sigma((T^*(t))^4 - T_{\text{окр}}^4)(h_{\text{обр}} - W_{\text{обр}})}{A_{\text{сеч}}} + \frac{I^2 \rho_y(T^*(t))}{A_{\text{сеч}}^2} = \\ & = \rho(T^*(t))c(T^*(t))\frac{dt^{\sim}(t)}{dt}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $t^{\sim}(t) = T^*(t) - T_{\text{окр}}$ — температура в точке O , $T^*(t) = T(0, t)$ — температура термопары; h — коэффициент теплоотдачи образца.

Ток I , если пренебречь индуктивностью образца, связан с подаваемым напряжением соот-

ношением $\frac{I(t)}{2A_{\text{сеч}}} \int_0^{l_{\text{нагр}}} \rho_y(T(x, t))dx = U(t) = I(t)/\gamma(t)$,

т. е. проводимость образца $\gamma(t) = I(t)/U(t) =$

$$= 2A_{\text{сеч}} / \int_0^{l_{\text{нагр}}} \rho_y(T(x, t))dx, \text{ где } U(t) \text{ — среднеквадратичное значение напряжения.}$$

В условиях заданного диапазона температуры будем считать, что разность $T^*(t)^4 - T_{\text{окр}}^4$ пропорциональна $t^{\sim}(t)^4$ и введем коэффициент пропорциональности $\mu t^{\sim}(t) = (t^{\sim}(t) + T_{\text{окр}})^4 - T_{\text{окр}}^4 / t^{\sim}(t)^4$.

Линеаризуем уравнение (3) и представим его в виде уравнения с переменными коэффициентами. В итоге получим линейное нестационарное уравнение объекта управления:

$$t^{\sim}(t) + T_{\text{пер}}(t)\frac{dt^{\sim}(t)}{dt} = K_{\text{пер}}(t)u(t). \quad (4)$$

Здесь $T_{\text{пер}} = \delta(t^{\sim}(t))/\alpha$,

$$K_{\text{пер}} = \gamma^2(t)\rho_y(t^{\sim}(t) + T_{\text{окр}})/\alpha A_{\text{сеч}}^2,$$

$$u(t) = U^2(t)\delta(t^{\sim}(t)) = \rho(t^{\sim}(t) + T_{\text{окр}})c(t^{\sim}(t) + T_{\text{окр}}),$$

$$\alpha = 2h(h_{\text{обр}} + W_{\text{обр}})/A_{\text{сеч}} + (2\varepsilon\sigma(h_{\text{обр}} + W_{\text{обр}})/A_{\text{сеч}}) \times \mu(t^{\sim}(t))t^{\sim}(t)^3.$$

2. СТРУКТУРА АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В процессе нагрева стального образца с помощью САУ необходимо обеспечивать минимальное отклонение температуры от программно-заданного значения. Задача осложняется тем, что параметры $K_{\text{пер}}$ и $T_{\text{пер}}$ в процессе термической обработки холоднокатаной стали изменяются во времени по неизвестному закону, а датчик температуры в виде термопары дает зашумленные результаты измерений. В связи этим разработана структура адаптивной системы управления, представленная на рис. 2.

На вход блока идентификации параметров модели поступают отфильтрованное показание термопары $t^{\sim}[n]$ с фильтра Калмана и значения текущего управляющего воздействия $u[n]$ с оптимального регулятора.

Блок идентификации параметров модели в реальном времени рекуррентно оценивает изменяющиеся параметры вектора $\theta[n]$ авторегрессионной модели образца в виде ARMAX-модели, которая

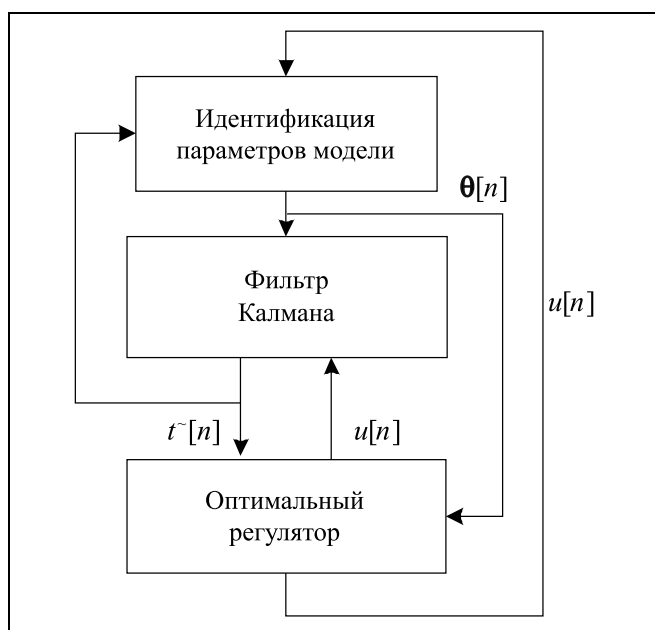


Рис. 2. Структура адаптивной системы управления

выбрана по причине сложности выявления какой-либо закономерности при наблюдениях и поскольку она значительно менее подвержена влиянию внешних воздействий по сравнению с ARX-моделями, характеризуется меньшим числом параметров по сравнению с AR и MA-процессами. Кроме того, с ее помощью весьма просто определяется порядок и коэффициенты модели.

Для устранения неприемлемого шума показаний был выбран дискретный фильтр Калмана, работа которого основана на описании системы в пространстве состояний. На вход блока фильтра Калмана подаются значения управляющих воздействий $u[n]$ от оптимального регулятора и значения вектора оцененных параметров ARMAX-модели $\theta[n]$. Фильтр Калмана дополняет ARMAX-модель динамической моделью термопары, которая позволяет получать на выходе термопары отфильтрованное показание температуры.

По идентифицированной модели образца и показаниям температуры, уточненным фильтром Калмана, на основе решения уравнения Риккати оптимальный регулятор формирует управляющее воздействие для реализации цели управления путем достижения минимума критерия оптимальности

$$J(t) = \int_0^t (O(t) - S(t))^2 dt,$$

где $O(t)$ — требуемая зависимость температуры термической обработки от времени, задаваемая технологом, а $S(t)$ — отфильтрованное значение

температуры, измеряемое термопарой в процессе управления.

Важно отметить, что, несмотря на нестационарность системы, ее параметры меняются значительно медленнее, чем частота пересчета параметров управляемого объекта адаптивной системой управления, поэтому данная структурная схема адаптивной системы управления вполне реализуема.

3. АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Представим уравнение (4) и дискретном виде с шагом h_d , равным периоду считывания показаний температуры:

$$K_{\text{пер}} u[n] = \tilde{t}[n] + \frac{T_{\text{пер}}}{h_d} (\tilde{t}[n] - \tilde{t}[n-1]).$$

Применяя Z-преобразование, получим:

$$W(z) = \frac{Nz}{M+z}, \quad (5)$$

где $N = \frac{K_{\text{пер}}}{1 + T_{\text{пер}}/h_d}$, $M = -\frac{T_{\text{пер}}}{h_d + T_{\text{пер}}}$.

Здесь $u[n]$ — квадрат действующего напряжения в момент nh_d , $\tilde{t}[n]$ — температура образца после фильтрации в момент nh_d , где $n = 0, 1, 2, \dots$

Задача параметрической идентификации в данном случае заключается в определении параметров N и M дискретной модели по истории последних входных воздействий $u[n], u[n-1], \dots, u[n-k]$ и соответствующих откликов реальной системы $\tilde{t}[n], \dots, \tilde{t}[n-k]$.

Предлагаемая схема решения этой задачи представлена на рис. 3.

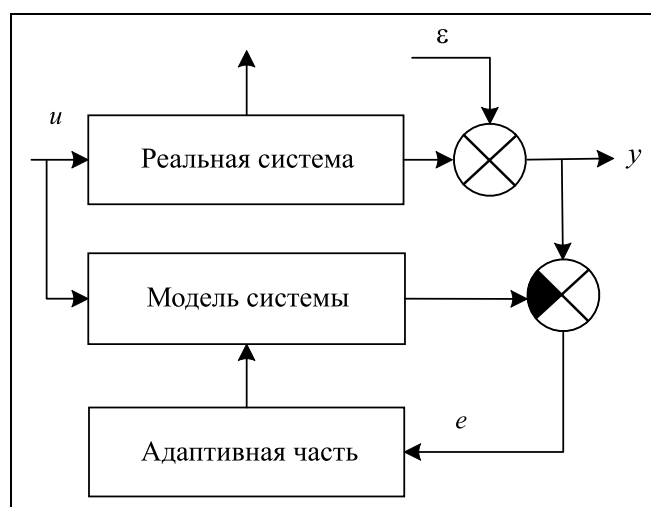


Рис. 3. Схема параметрической идентификации

Адаптивная часть представляет собой аппроксиматор объекта в виде дискретной модели заданного порядка. Определение переменных параметров состоит в том, что на вход идентифицируемой в реальном времени системы с помехой ε и аппроксимирующей модели подается один и тот же сигнал u , далее на вход адаптивной части заводится рассогласование e между выходом y реальной системы и выходом модели системы. Данное рассогласование рекуррентно используется для подстройки параметров аппроксимирующей модели. Ошибка моделирования, стремящаяся к нулю, говорит о сходимости процесса идентификации и о том, что аппроксимирующая модель повторяет по-

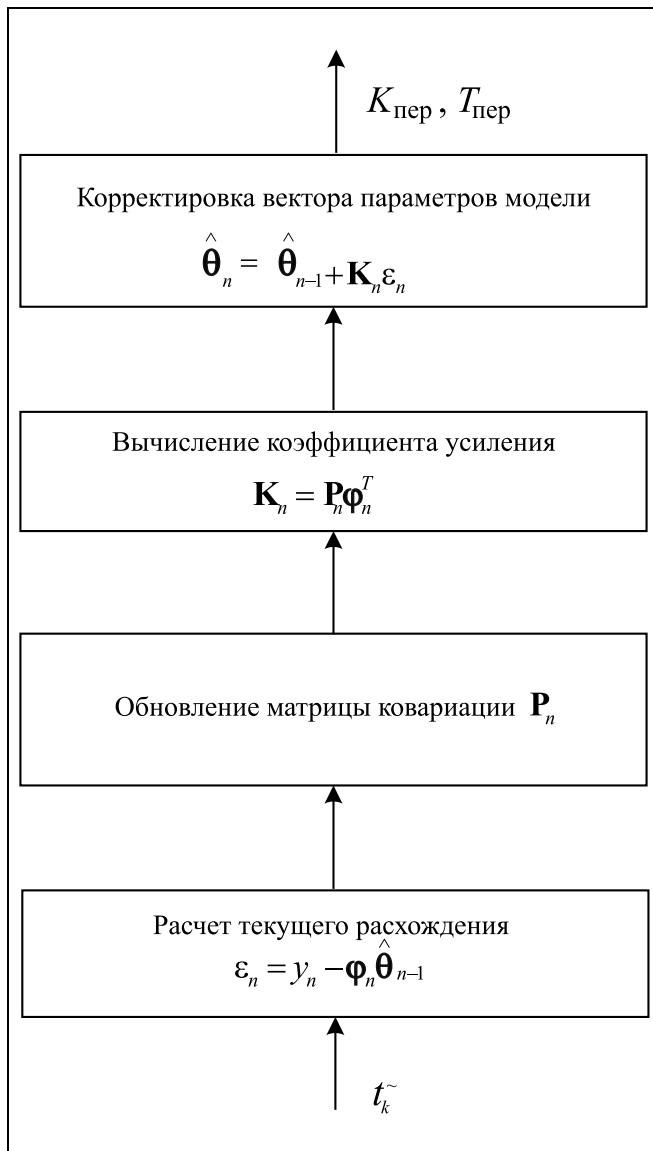


Рис. 4. Структурная схема параметрической идентификации

ведение системы с высокой точностью (которую можно оценить по ошибке рассогласования).

Применение авторегрессионных моделей со скользящим средним для рекуррентного алгоритма параметрической идентификации [13] заключается в последовательности выполнения шагов, а именно: измерения текущего выхода реальной системы на i -м шаге, обновления текущего вектора наблюдения, расчета текущей ошибки, которая минимизируется, обновления текущей матрицы ковариации экстраполированного вектора состояния, расчета текущего коэффициента усиления фильтра Калмана, итоговой корректировки вектора состояния модели на основе учета вектора, полученного на предыдущем шаге.

Структурная схема параметрической идентификации представлена на рис. 4, где $\tilde{t}_k = y_n$ — отфильтрованное значение температуры из блока фильтра Калмана, текущий выход системы; $K_{пер}$ и $T_{пер}$ — искомые параметры при идентификации; ε_n — текущая ошибка рассогласования; Φ — вектор наблюдения предыдущих входов, выходов и рассогласования системы; θ — вектор состояния модели; $P_n = \frac{1}{\lambda} \left(P_{n-1} - \frac{P_{n-1} \Phi_n^T \Phi_n P_{n-1}}{1 + \theta_n^T P_{n-1} \Phi_n} \right)$ — матрица ковариаций; λ — коэффициент «забывания»; K_n — коэффициент усиления фильтра Калмана.

Для аппроксимации используется ARMAX-модель:

$$y_i = -a_1 y_{i-1} - \dots - a_{n_a} y_{i-n_a} + b_1 u_{i-1} + \dots + b_{n_b} u_{i-n_b} + c_1 e_{i-1} + \dots + c_{n_c} e_{i-n_c} + e_i$$

Выход модели y_i для текущего отсчета времени i представим в матричном виде:

$$y_i = \Phi_i \theta + e_i$$

$$\Phi_i = (-y_{i-1}, -y_{i-2}, \dots, -y_{i-n_a}, \dots, u_{i-1}, u_{i-2}, \dots, u_{i-n_b}, \dots, e_{i-1}, e_{i-2}, \dots, e_{i-n_c})$$

$$\theta = (a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_1, b_2, \dots, b_{n_b}, c_1, c_2, \dots, c_{n_c})^T$$

Здесь n_a — число полюсов передаточной функции; $n_b + 1$ — число нулей передаточной функции; n_c — число коэффициентов c_i ; $-y_{i-1}, \dots, -y_{i-n_a}$ и $u_{i-1}, \dots, u_{i-n_b}$ — выходы и входы системы на предыдущих шагах соответственно; $e_{i-1}, \dots, e_{i-n_c}$ — стационарный шум, действующий на систему.



В силу уравнения (5) вектор параметров модели $\theta = (a_1, b_1, b_2, c_1, c_2)^T$.

После численной оценки рекуррентным методом определяются параметры: $a_1 = K_{\text{пер}}$, $b_1 = 1 + T_{\text{пер}}/h_d$, $b_2 = -T_{\text{пер}}/h_d$.

Поиск параметров объекта управления путем решения уравнений фильтра Калмана позволил избежать пересчета всех матриц и векторов при получении нового наблюдения и избавиться при минимизации рассогласования от времязатратного вычисления обратных матриц, которое недопустимо при расчетах в реальном времени.

4. ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Поскольку для получения сведений о температуре образца используются шумящие датчики — термопары, то с описанным выше механизмом идентификации параметров модели могут возникнуть сложности, связанные с тем, что измеренный сигнал выхода с реального объекта будет отличаться от истинного, поэтому для компенсации подобного влияния в модель адаптивного нагрева был добавлен фильтр Калмана.

Для устранения шума дифференциальное уравнение объекта управления (3) добавим уравнением датчика температуры [14] в виде термопары:

$$\begin{cases} \dot{t}^{\sim}(t) + T_{\text{пер}}(t) \frac{dt^{\sim}(t)}{dt} = K_{\text{пер}}(t)u(t), \\ \dot{t}^{\sim}(t) = T^*(t) + T_T \frac{dT^*(t)}{dt}, \end{cases} \quad (6)$$

где $T_T = \frac{m_s c_s}{h_c S}$, m_s — масса рабочего спая термопары, c_s — удельная теплоемкость спая, h_c — коэффициент теплоотдачи конвекцией, S — поверхность теплопередачи рабочего спая.

Представим уравнение (6) в матричной форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u},$$

$$\text{где } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} t^{\sim} \\ T^* \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/T_{\text{пер}} & 0 \\ -1/T_{\text{пер}} & -1/T_T \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} K_{\text{пер}}/T_{\text{пер}} \\ 0 \end{bmatrix},$$

\mathbf{u} — матрица входных воздействий.

Для обеспечения работы фильтра Калмана [15, 16] (рис. 5) необходимо дискретизировать систему с шагом h_k , затем в момент времени t_k на основании полученных параметров при идентифи-

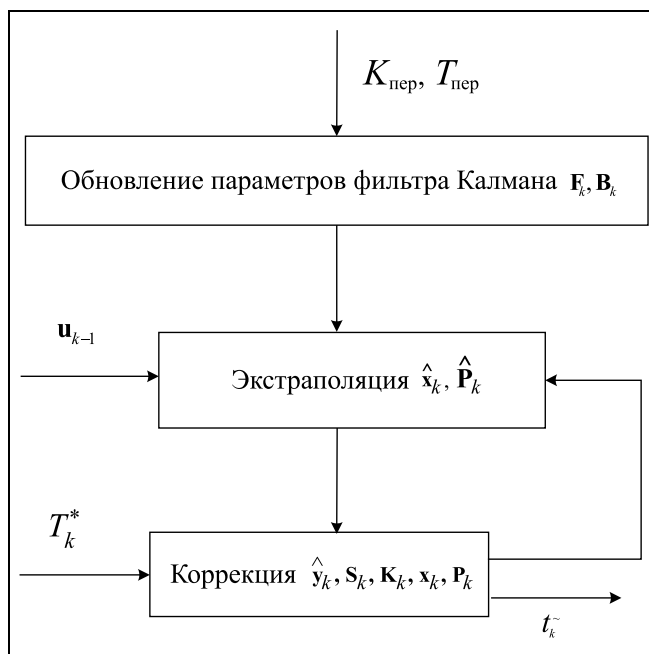


Рис. 5. Фильтр Калмана

кации необходимо обновить параметры фильтра, а именно, рассчитать матрицу

$$\mathbf{F}_k = \begin{pmatrix} e^{-\frac{h_k}{T_{\text{пер}}}} & 0 \\ \frac{T_{\text{пер}} \left(e^{-\frac{h_k}{T_{\text{пер}}} - e^{-\frac{h_k}{T_T}} \right)}{T_{\text{пер}} - T_T} & e^{-\frac{h_k}{T_T}} \end{pmatrix},$$

соответствующую преобразованию модели системы со временем и отражающую физические свойства модели системы; рассчитать матрицу

$$\mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} -K_{\text{пер}} \left(e^{-\frac{h_k}{T_{\text{пер}}} - 1} \right) \\ -\frac{K_{\text{пер}}}{T_{\text{пер}}} \left(T_{\text{пер}} \left(e^{-\frac{h_k}{T_{\text{пер}}} - 1} \right) + \frac{T_T T_{\text{пер}} \left(e^{-\frac{h_k}{T_{\text{пер}}} - e^{-\frac{h_k}{T_T}} \right)}{T_{\text{пер}} - T_T} \right) \end{pmatrix},$$

соответствующую применению управляющего воздействия на модель системы. Следующий блок фильтра Калмана — экстраполяция, где $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_{k-1}$ — ожидаемое состояние системы на текущей итерации фильтра, \mathbf{x}_{k-1} — состояние системы на предыдущей итерации фильтра, \mathbf{u}_{k-1} — вход системы на предыдущей итерации фильтра, $\hat{\mathbf{P}}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1}$ — ожидаемая на

текущей итерации фильтра апостериорная ковариационная матрица ошибок, задающая оценку точности полученной оценки вектора состояния и включающая в себя оценку дисперсий погрешности вычисленного состояния и ковариации, показывающие выявленные взаимосвязи между параметрами состояния системы, $\mathbf{P}_k = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{P}}_k$ — апостериорная ковариационная матрица ошибок в текущий момент времени; \mathbf{E} — единичная матрица; \mathbf{Q}_{k-1} — ковариационная матрица процесса на предыдущей итерации фильтра. На вход блока коррекции поступает измеренная температура T_k^* и информация от блока экстраполяции. В блоке рассчитывается $\hat{\mathbf{y}}_k = T_k^* - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k$ — отклонение полученного на шаге t_k наблюдения от наблюдения, определенного при произведенной экстраполяции; $\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ — ковариационная матрица вектора ошибки; $\mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1}$ — оптимальная по Калману матрица коэффициентов усиления; $\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k \hat{\mathbf{y}}_k$ — состояние системы в момент времени t_k ; \mathbf{H}_k — матрица измерений, связывающая истинный вектор и вектор выполненных измерений; \mathbf{R}_k — матрица измерений стационарного шума.

5. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА

Для обеспечения с высокой точностью близости температуры, поддерживаемой системой управления, к задаваемой технологом температуре выбран критерий:

$$J(t) = \int_0^t (T_{\text{ТО}}(t) - \tilde{t}(t))^2 dt \rightarrow \min,$$

где $T_{\text{ТО}}(t)$ — требуемая зависимость температуры термической обработки от времени t .

В основе метода аналитического синтеза оптимального регулятора лежит решение уравнения Риккати и нахождение матрицы $\mathbf{P}_k^{\text{opt}}$. Метод предполагает наличие модели объекта управления, чьи параметры постоянно корректируются в процессе работы. Переходя от непрерывной оптимальной системы к дискретной [17], в k -й момент времени получим:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}^{\text{opt}} \mathbf{x}_k + \mathbf{B}^{\text{opt}} \mathbf{u}_k;$$

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}^{\text{opt}} \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{R}^{\text{opt}} \mathbf{u}_k) \rightarrow \min -$$

критерий оптимальности.

Здесь \mathbf{x}_k — состояние системы в k -й момент времени, \mathbf{A}^{opt} — матрица системы, \mathbf{B}^{opt} — матрица управления, \mathbf{u}_k — закон управления, матрицы \mathbf{Q}^{opt} и \mathbf{R}^{opt} положительно определенные, в них входят параметры функционала.

Для достижения минимума критерия оптимальности закон управления имеет вид

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{F}_k^{\text{opt}} \mathbf{x}_k,$$

где $\mathbf{F}_k^{\text{opt}} = (\mathbf{R}^{\text{opt}} + (\mathbf{B}^{\text{opt}})^T \mathbf{P}_k^{\text{opt}} \mathbf{B}^{\text{opt}})^{-1} (\mathbf{B}^{\text{opt}})^T \mathbf{P}_k^{\text{opt}}$ — матрица преобразования модели системы, отражающая физические свойства модели системы.

Для нахождения матрицы $\mathbf{P}_k^{\text{opt}}$ необходимо решить дискретное уравнение Риккати

$$\mathbf{Q}^{\text{opt}} - \mathbf{P}_{k-1}^{\text{opt}} + (\mathbf{A}^{\text{opt}})^T (\mathbf{P}_k^{\text{opt}} - \mathbf{P}_k^{\text{opt}} \mathbf{B}^{\text{opt}} (\mathbf{R}^{\text{opt}} + (\mathbf{B}^{\text{opt}})^T \mathbf{P}_k^{\text{opt}} \mathbf{B}^{\text{opt}})^{-1} (\mathbf{B}^{\text{opt}})^T \mathbf{P}_k^{\text{opt}}) \mathbf{A}^{\text{opt}} = 0.$$

Учитывая вид критерия оптимальности, введем $\Delta t_k = t^*(t) - T_{\text{ТО}}(t)$ тогда вектор системы для оптимального регулятора будет состоять из одного элемента $\mathbf{x}_k = \Delta t_k$ вектор управления \mathbf{u}_k будет дополнен элементами $T_{\text{ТО}}$ и $\dot{T}_{\text{ТО}}$. Выполнив дискре-

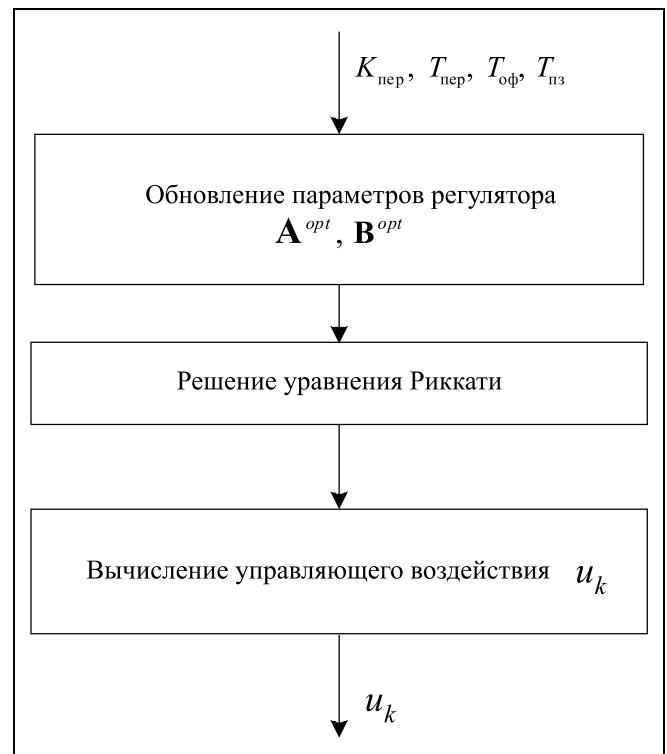


Рис. 6. Структура оптимального регулятора



тизацию системы для оптимального регулятора с шагом h_r можно найти

$$\mathbf{A}^{opt} = e^{h_r/T_{пер}},$$

$$\mathbf{B}^{opt} = (K_{пер}(e^{h_r/T_{пер}} - 1), 1 - e^{h_r/T_{пер}}, -T_{пер}(e^{h_r/T_{пер}} - 1)).$$

Учтем ранее найденные матрицы \mathbf{F}_k и \mathbf{B}_k из фильтра Калмана, тогда матрица, входящая в критерий оптимальности, примет вид $\mathbf{Q}^{opt} = \omega$. Выбирая значение ω , можно настраивать поведение оптимального регулятора.

В настоящей работе не важна минимизация управляющего воздействия, поэтому элементы матрицы \mathbf{R}^{opt} должны иметь минимальные значения. Для этого присвоим ей значение:

$$\mathbf{R}^{opt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} 10^{-9}.$$

Соответствующая структура оптимального регулятора представлена на рис. 6.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе разработанных алгоритмов синтезирована адаптивная система автоматического управления для термической обработки трип-сталей, позволяющая более качественно исследовать свойства трип-сталей благодаря достижению высокой точности поддержания требуемой зависимости температуры от времени (с погрешностью $\pm 1^\circ\text{C}$).

Рассмотренная система управления успешно внедрена в ЦНИИЧермет им. И.П. Бардина для разработки новых марок сталей и корректировки существующих промышленных режимов термической обработки сталей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Климовицкий М.Д., Ларин А.А.* Автоматическое регулирование температуры при термической обработке холоднокатанных сталей // Автоматизация. Современные технологии. — 2015. — № 2. — С. 3–7.
2. *Система управления режимами термической обработки сталей / А.А. Ларин, М.Д. Климовицкий, А.А. Шевков, О.А. Казанджиян // Металлург. — 2014. — № 2. — С. 76–79.*
3. *Astrom K.J., Hagglund T.* Advanced PID control. — ISA — The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. — 460 p.
4. *Шубладзе А.М., Гуляев С.В., Малахов В.А.* Автоматически настраиваемые адаптивные промышленные регуляторы // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2007. — № 7. — С. 12–17.
5. *Тун Мин Хаинг.* Система автоматического управления технологическим процессом нагрева стальной проволоки и ленты при закалке в непрерывном конвейерном режиме: дис. ... канд. техн. наук. — М., 2008. — 208 с.
6. *Исследование структуры и свойств TRIP-сталей на комплексе Gleeble-3800 / А.И. Рудской, Н.Г. Колбасников, О.Г. Зотов и др. // Черные металлы. — 2010. — № 2. — С. 8–14.*
7. *Радионова Л.В.* Исследование распада переохлажденного аустенита углеродистой стали на комплексе Gleeble 3800 // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. — 2014. — Т. 80, № 7. — С. 33–36.
8. *Яцук С.В., Бакланова О.Н., Родионова И.Г.* Влияние термической обработки на формирование структуры и свойств перспективных высокопрочных низколегированных сталей // Перспективные материалы. — 2011. — № 5.
9. *Перспективы развития производства высокопрочных автолистовых сталей // А.В. Горбунов, А.Г. Ветренко, Р.Р. Курамшин и др. // Сталь. — 2012. — № 2. — С. 113–115.*
10. *Развитие проката повышенной прочности для автомобилестроения // Е.Х. Шахпазов, И.Г. Родионова, Д.А. Бурко и др. // Проблемы черной металлургии и материаловедения. — 2007. — № 1. — С. 47–52.*
11. *Бутковский А.Г.* Методы управления системы с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975. — 568 с.
12. *Ранопорт Э.Я.* Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами. — М.: Высш. шк., 2005. — 292 с.
13. *Кацюба О.А.* Теория идентификации стохастических динамических систем в условиях неопределенности. — Самара: СамГУПС, 2008. — 119 с.
14. *Жукова Г.С., Митрохин С.И., Дарсалия В.Ш.* Дифференциальные уравнения. — М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 1999. — 366 с.
15. *Grewal M.S., Andrews A.P.* Kalman filtering: Theory and practice using Matlab / Third edition. — N.-Y.: John Wiley and Sons, 2008. — 589 p.
16. *Kailath T., Sayed A.H., Hassibi B.* Linear estimation. — NJ: Prentice Hall, 2000.
17. *Афанасьев В.Н.* Теория оптимального управления непрерывными системами. Аналитическое конструирование. — М.: Изд-во физического факультета МГУ, 2011. — 170 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Н.Н. Бахтадзе.

Климовицкий Михаил Давидович — д-р техн. наук, профессор, Московский государственный машиностроительный университет «МАМИ»,
✉ mdklim@yandex.ru,

Ларин Андрей Александрович — аспирант, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», г. Москва,
✉ andalarin@gmail.com.