

АДАПТИВНО-РОБАСТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ КОРНЕВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ИНТЕРВАЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДОМИНИРУЮЩИХ ПОЛЮСОВ¹

И.В. Хожаев, С.А. Гайворонский, Т.А. Езангина

Аннотация. Рассмотрена задача разработки методов синтеза линейных адаптивно-робастных регуляторов пониженного порядка, позволяющих в системах с интервально-неопределенными параметрами обеспечить постоянные значения корневых показателей качества управления. Для стабилизации динамических свойств системы предложено располагать области локализации ее полюсов по принципу доминирования. Размещение доминирующих полюсов в заданных точках комплексной плоскости обеспечено подстройкой части параметров регулятора, а уменьшение влияния остальных полюсов на динамические свойства системы достигнуто выбором постоянных значений остальных параметров регулятора. Предложены методики синтеза регуляторов, сочетающие в себе достоинства адаптивного и робастного подходов к управлению системами с интервальными параметрами. Отмечено, для применения предложенных методик необходима линейная модель системы в виде характеристического полинома с интервальными коэффициентами, а для подстройки параметров регулятора необходимы оценки текущих значений интервальных параметров.

Ключевые слова: адаптивное управление, робастное управление, интервальные параметры, параметрическая неопределенность, синтез, имитационное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что многие объекты и системы характеризуются параметрической неопределенностью. Очевидно, что для эффективного управления такими объектами необходимо учитывать неопределенность их параметров при синтезе регуляторов. Существует ряд подходов к управлению такими объектами, в том числе адаптивный, на базе нейронных сетей, на базе нечеткой логики и робастный подход. Каждому из них присущи свои преимущества и недостатки. Так, например, адаптивный регулятор способен обеспечить стабильное качество регулирования в системе, однако из-за низкого быстродействия контура адаптации такой регулятор часто не способен компенсировать быстрые изменения параметров объекта или системы в целом в широких диапазонах [1–3]. Регуляторы, основанные на нейронных сетях, также способны обеспечить стабильное качество регулирования, однако обучение нейронной сети требует

большого количества экспериментальных данных об объекте и высокой квалификации специалистов [4–6]. Кроме того, указанные регуляторы имеют сложную структуру. Регулятор на базе нечеткой логики более прост в реализации, однако процедура синтеза базы правил мало формализована, и ее результат зависит от квалификации и опыта инженера [7–9]. Робастный подход к управлению в отличие от ранее перечисленных позволяет управлять объектами с неопределенными параметрами с помощью регулятора предельно простой структуры — линейного регулятора с постоянными параметрами. При этом робастный регулятор способен компенсировать изменение параметров системы в широких диапазонах, а для расчета его параметров достаточно знать минимальную и максимальную оценки значений неопределенных параметров системы. Недостаток такого подхода заключается в низких динамических свойствах робастных систем, а также в нестабильности значений показателей качества [10–18]. Таким образом, задача разработки методов синтеза регуляторов для систем автоматического управления с нестационарными параметрами остается актуальной.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-79-00264.



Известны примеры применения комбинированных методов синтеза, совмещающих в себе свойства различных подходов к управлению [19–23]. Настоящая работа посвящена разработке метода синтеза регулятора, обладающего одновременно преимуществами адаптивного и робастного регуляторов: достаточными динамическими свойствами системы, стабильными значениями показателей качества регулирования, простой структурой регулятора, а также способностью сохранять желаемое качество регулирования при быстрых изменениях параметров системы в широких диапазонах по неизвестным законам. Предполагается, что есть возможность прямо или косвенно измерить значения нестационарных параметров или оценить их каким-либо иным способом. Для достижения данной цели необходимо решить ряд задач: сформулировать проблему исследования, разработать и апробировать алгоритм синтеза адаптивно-робастного регулятора.

1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассматривается проблема управления системами с интервальными параметрами. Значения таких параметров могут изменяться внутри диапазонов, границы которых заранее известны или могут быть оценены экспериментально. Здесь и далее будем рассматривать объекты управления, чьи передаточные функции имеют положительные коэффициенты. Предлагаемый метод синтеза основан на корневом подходе, позволяющем задавать желаемое качество регулирования через расположение полюсов системы желаемым образом. Для дальнейших вычислений определим форму характеристического полинома системы с интервальными параметрами или интервального характеристического полинома (ИХП):

$$D(s, \vec{K}) = \sum_{i=0}^n [q_i(\vec{K})]s^i = \sum_{i=0}^n [\underline{q}_i, \bar{q}_i]s^i, \quad (1)$$

где $D(s, \vec{K})$ — ИХП системы, \vec{K} — вектор параметров регулятора, $q_i(\vec{K})$ — зависимости коэффициентов ИХП от коэффициентов регулятора, \underline{q}_i и \bar{q}_i — минимальные и максимальные значения коэффициентов ИХП, в которые входят коэффициенты регулятора.

Корни полинома (1), являющиеся полюсами системы, определяют значения корневых показателей качества робастного управления: степени робастной устойчивости η , равной модулю вещественной части ближайшего к мнимой оси полюса

системы, и степени робастной колебательности μ , равной максимальному отношению модулей мнимой и вещественной частей полюсов системы. Изменение интервальных параметров системы вызывает миграцию полюсов системы внутри областей их локализации, что в свою очередь ведет к нестабильности значений корневых показателей качества управления. Для уменьшения колебаний значений корневых показателей качества применяется принцип доминирования полюсов, согласно которому качество управления может быть задано соответствующим размещением нескольких доминирующих полюсов и удалением остальных свободных полюсов от доминирующих для уменьшения их влияния на переходный процесс. Авторами разработаны методы синтеза робастных регуляторов [24, 25], основанные на корневом подходе к синтезу и методе доминирующих полюсов. Данные методы позволяют размещать области локализации полюсов системы с интервальными параметрами в соответствии с желаемым качеством управления. Примеры такого расположения областей локализации полюсов приведены на рис. 1.

Расположение полюсов системы, показанное на рис. 1, а, обеспечивает в системе апериодический тип переходного процесса, длительность которого определяется положением вещественного доминирующего полюса внутри заданного отрезка. Расположение полюсов системы, показанное на рис. 1, б, обеспечивает в системе колебательный тип переходного процесса, при этом его длительность и колебательность определяются положением пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов внутри заданных областей. В обоих случаях свободные полюсы расположены на удалении от доминирующих для уменьшения их влияния на качество управления. Обозначим минимальное расстояние между мнимой осью комплексной плоскости и границей области размещения свободных полюсов как степень доминирования δ . Для выполнения принципа доминирования необходимо, чтобы степень доминирования δ превышала желаемую степень устойчивости системы η в шесть раз [26].

Из рис. 1 очевидно, что применение метода доминирующих полюсов к решению задачи синтеза систем с интервальными параметрами позволяет уменьшить нестабильность корневых показателей качества управления, но не исключить ее. Таким образом, цель данной работы состоит в развитии ранее упомянутых методов синтеза и обеспечении возможности размещать доминирующие полюсы системы в желаемых точках комплексной плоскости, а не в ее областях. Это позволит стабилизировать степень устойчивости и степень колебательности системы при изменениях ее параметров.

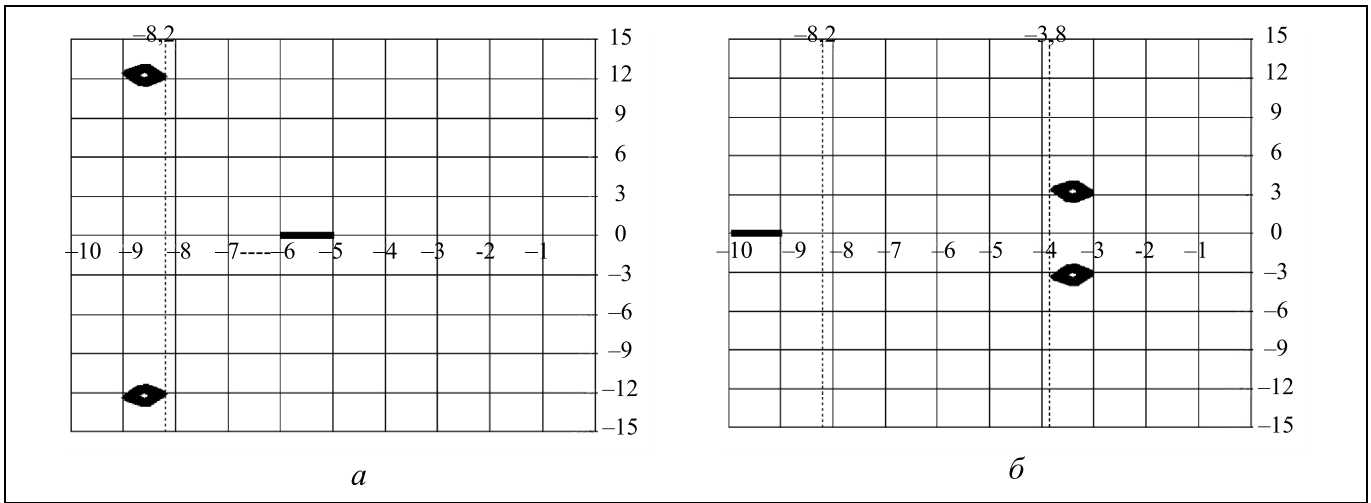


Рис. 1. Примеры расположения областей локализации полюсов системы автоматического управления с интервальными параметрами: *a* — с одним вещественным доминирующим полюсом; *б* — с парой комплексно-сопряженных полюсов

Предлагаемый метод синтеза основан на разложении ИХП (1) на три части: доминирующий полином $A(s)$, определяющий положение доминирующих полюсов; свободный полином $B(s, \vec{K})$, являющийся результатом деления исходного ИХП на доминирующий полином и определяющий положение свободных полюсов, и остаток от этого деления $R(s, \vec{K})$. Учитывая это, ИХП (1) можно переписать как

$$D(s, \vec{K}) = A(s)B(s, \vec{K}) + R(s, \vec{K}). \quad (2)$$

С учетом введенных обозначений процесс синтеза регулятора можно разбить на три этапа: задание положения доминирующих полюсов в соответствии с желаемыми значениями корневых показателей качества; обеспечение региональной устойчивости свободного полинома; обеспечение равенства нулю остатка.

В данной работе будут рассмотрены два случая размещения доминирующих полюсов и, соответственно, два варианта доминирующих полиномов: первый — для размещения одного вещественного полюса и второй — для размещения двух комплексно-сопряженных полюсов. В первом случае доминирующий полином может быть записан в виде

$$A(s) = s - \lambda, \quad (3)$$

где λ — вещественный доминирующий полюс системы, заданный своим постоянным значением; при этом $\lambda < 0$. Во втором случае доминирующий полином имеет вид:

$$A(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) = (s - \alpha - j\beta)(s - \alpha + j\beta), \quad (4)$$

где λ_1 и λ_2 — пара комплексно-сопряженных полюсов системы; α и β — их вещественная и мнимая части соответственно, заданные своими постоянными значениями; при этом $\alpha < 0$. Отметим, что в обоих случаях доминирующий полином имеет постоянные коэффициенты, зависящие от положения доминирующих полюсов, задающих желаемые значения корневых показателей качества регулирования.

Таким образом, сформулируем цель исследования: на основе метода доминирующих полюсов и декомпозиции ИХП (1) в соответствии с выражением (2) разработать метод синтеза адаптивно-робастного регулятора, обеспечивающего постоянство заданных значений корневых показателей качества регулирования для двух вариантов (3) и (4) доминирующих полиномов.

2. ВЫВОД ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Для достижения цели исследования необходимо вывести выражения, позволяющие рассчитать коэффициенты свободного полинома и остаток в зависимости от коэффициентов исходного ИХП и расположения доминирующих полюсов.

При размещении одного вещественного доминирующего полюса искомые выражения принимают вид:

$$[b]_i = [q(\vec{K})]_{i+1} + [b]_{i+1}\lambda; \quad i \in n-1, \dots, 0, \quad (5)$$

$$R(\vec{K}) = D(\lambda, \vec{K}), \quad (6)$$

где $[b]_i$ — интервальные коэффициенты свободного полинома $B(s, \vec{K})$; n — порядок ИХП; $[q_i(\vec{K})]$ —



интервальные коэффициенты ИХП, зависящие от параметров регулятора; λ — значение доминирующего полюса, определяющего качество регулирования в системе; $R(\vec{K})$ — остаток от деления ИХП $D(s, \vec{K})$ на доминирующий полином $A(s)$.

При размещении пары комплексно-сопряженных полюсов искомые выражения принимают вид:

$$[b]_i = [q]_{i+2} + x[b]_{i+1} - y[b]_{i+2}, \quad i \in n - 2, \dots, 0; \quad (7)$$

$$R(s) = (q_1(\vec{z}) + xb_0(\vec{z}) - yb_1(\vec{z}))s + q_0(\vec{z}) - yb_0(\vec{z}); \quad (8)$$

где $[b]_i$ — коэффициенты свободного полинома, x — сумма доминирующих полюсов, y — произведение доминирующих полюсов, n — степень ИХП; $R(s)$ — остаток; $q_0(\vec{z}), q_1(\vec{z}), b_0(\vec{z}), b_1(\vec{z})$ — зависимости коэффициентов ИХП и свободного полинома от вектора интервальных параметров \vec{z} .

На основе полученных выше выражений сформируем алгоритмы синтеза адаптивно-робастных регуляторов с желаемыми свойствами.

3. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ СИНТЕЗА

3.1. Алгоритм размещения одного вещественного доминирующего полюса

Для разработки алгоритма размещения одного вещественного доминирующего полюса системы с интервальными параметрами определим входные данные. Здесь и далее будем предполагать, что известны передаточные функции всех элементов системы, а также границы интервалов изменения их параметров.

В первую очередь, необходимо задать желаемое качество управления в синтезируемой системе так, как показано на рис. 2, где степень устойчивости η системы задана положением вещественного доминирующего полюса λ ; степень робастной колебательности системы μ задана границами области локализации свободных полюсов; независимость качества управления в системе от свободных полюсов обеспечивается степенью доминирования δ .

После задания цели синтеза необходимо выбрать структуру регулятора. Для обеспечения показанного на рис. 2 расположения полюсов необходим регулятор с не менее чем двумя настраиваемыми параметрами. Подстройка одного из этих параметров будет обеспечивать желаемое положение доминирующего полюса; второй параметр, имеющий постоянное значение, обеспечит желаемое положение всех свободных полюсов систе-

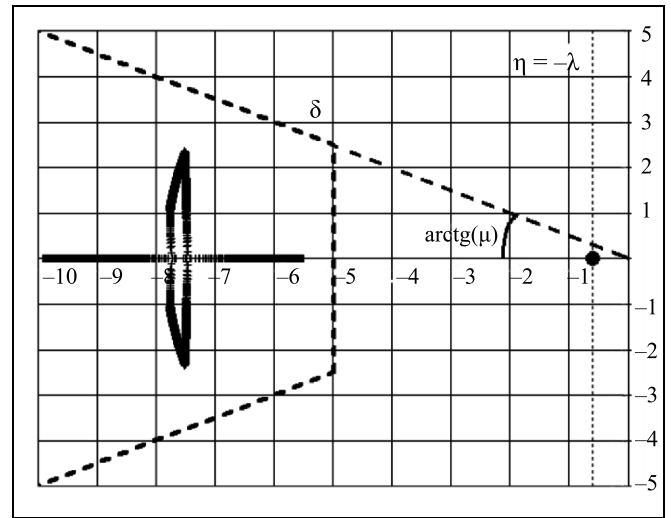


Рис. 2. Пример задания желаемого качества регулирования в синтезируемой системе

мы. Рекомендуется ПИ-регулятор с передаточной функцией:

$$W_{PI}(s, K_p, K_I) = K_p + \frac{K_I}{s}, \quad (9)$$

где K_p и K_I — пропорциональный и интегральный коэффициенты ПИ-регулятора.

Зная передаточную функцию регулятора, найдем передаточную функцию замкнутой системы и ее ИХП в форме (1). Подставив коэффициенты ИХП в формулу (6), найдем остаток от деления ИХП на доминирующий полином (3). Приравняв остаток $R(\vec{K})$ к нулю и выразив один параметр регулятора через другой, получим закон адаптации одного из коэффициентов ПИ-регулятора. Предлагается адаптировать пропорциональный коэффициент регулятора к изменениям интервальных параметров системы. В таком случае закон адаптации в общем виде может быть записан как

$$K_p = f(K_p, \vec{z}), \quad (10)$$

где \vec{z} — вектор интервальных параметров системы.

Для дальнейших вычислений необходимо подставить соотношение (10) в выражение (1). После такой подстановки коэффициенты ИХП будут зависеть от параметров системы и только от одного из параметров регулятора. Коэффициенты ИХП в такой форме можно использовать для вычисления коэффициентов свободного полинома $B(s, \vec{K})$ с помощью выражения (5).

Зная зависимости коэффициентов свободного полинома от одного из коэффициентов регулятора (в нашем случае — от интегрального коэффициента ПИ-регулятора), можно разместить его корни

желаемым образом с помощью метода D -разбиения. Для этого необходимо подставить в свободный полином уравнение границы желаемой области локализации свободных полюсов синтезируемой системы и найти область устойчивости на оси искомого параметра. Так, например, для размещения свободных полюсов левее некоторой прямой на комплексной плоскости необходимо выполнить подстановку:

$$s \rightarrow j\omega + \delta, \quad \delta \leq 0, \quad (11)$$

где δ — степень доминирования, максимальная вещественная часть свободного полюса. Для размещения свободных полюсов в секторе, ограниченном выходящими из начала координат комплексной плоскости лучами, необходимо выполнить подстановку:

$$s \rightarrow \frac{1}{\mu} \omega + j\omega, \quad \mu \geq 0, \quad (12)$$

где μ — желаемая максимальная степень колебательности системы. Использование значений коэффициента регулятора из пересечения областей устойчивости, найденных с помощью этих двух подстановок, позволит разместить свободные полюсы в усеченном секторе, как показано на рис. 2. В том случае, если области устойчивости не пересекаются, разместить свободные полюсы желаемым образом не удастся. В таком случае предлагается снизить желаемую степень доминирования.

Резюмируя изложенное, сформулируем алгоритм синтеза адаптивно-робастного регулятора для размещения одного вещественного доминирующего полюса.

Шаг 1. Задать желаемые значения степени устойчивости и степени робастной колебательности системы с помощью доминирующего полюса λ и границы области локализации свободных полюсов.

Шаг 2. Выбрать линейный регулятор; записать ИХП системы в форме (1).

Шаг 3. Рассчитать остаток с помощью формулы (6); приравнять остаток к нулю и получить закон адаптации одного из коэффициентов регулятора в форме (10), решив полученное уравнение.

Шаг 4. Подставить закон адаптации (10) в выражение (1); рассчитать интервалы коэффициентов свободного полинома с помощью выражения (5).

Шаг 5. Вывести уравнения кривых D -разбиения в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома, выполнив подстановку (11) или (12).

Шаг 6. Исходя из D -разбиения, выбрать значения остальных параметров регулятора и подставить их в закон адаптации (10).

Таким образом, реализуемый регулятором закон управления представляет собой совокупность выражения для адаптации пропорционального коэффициента регулятора и постоянного значения интегрального коэффициента регулятора.

3.2 Алгоритм размещения пары комплексно-сопряженных полюсов

Аналогично п. 3.1 сформулируем алгоритм размещения пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов системы с интервальными параметрами, определив последовательно входные данные, сам алгоритм и выходные данные.

Размещение пары комплексно-сопряженных полюсов позволяет стабилизировать степень устойчивости и степень колебательности синтезируемой системы. Пример такого расположения полюсов приведен на рис. 3, где степень устойчивости системы η и степень ее колебательности μ определены расположением пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов. Независимость качества регулирования от свободных полюсов определяется степенью доминирования δ и углом сектора, в котором они расположены. Отметим, что тангенс угла сектора, в котором размещены свободные полюсы, должен быть меньше либо равным степени колебательности системы, заданной доминирующими полюсами.

Определив цель синтеза, выберем регулятор. Для обеспечения расположения полюсов, показанного на рис. 3, необходим регулятор с не менее чем тремя настраиваемыми параметрами: два из

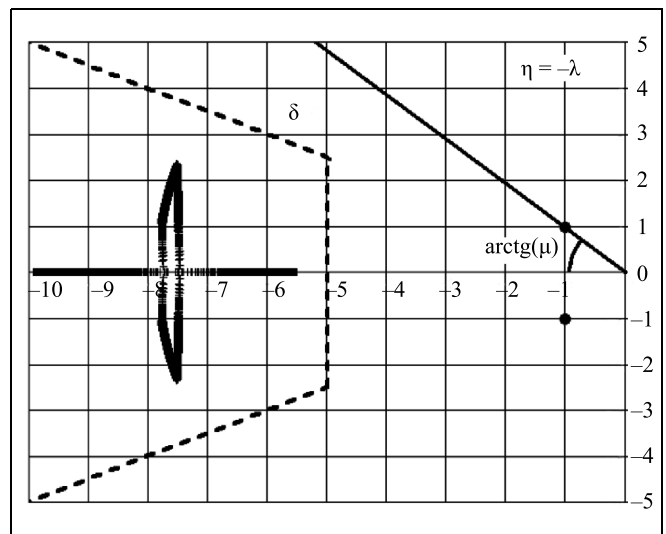


Рис. 3. Пример задания желаемого качества регулирования в синтезируемой системе через расположение пары доминирующих полюсов и параметры области локализации свободных полюсов



них обеспечат стабилизацию доминирующих полюсов, третий — расположение свободных полюсов в заданной области. Аналогично алгоритму, изложенному в п. 3.1, число параметров регулятора может быть увеличено для создания более сложной формы области локализации свободных полюсов. Здесь и далее для размещения пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов будем применять ПИД-регулятор:

$$W_{PID}(s, K_p, K_I, K_D) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s, \quad (13)$$

где K_p , K_I и K_D — пропорциональный, интегральный и дифференциальный коэффициенты ПИД-регулятора.

Выбрав регулятор, рассчитаем передаточную функцию замкнутой системы и ее ИХП в форме (1). Коэффициенты ИХП используем, чтобы вывести остаток $R(s, K_p, K_I, K_D)$ с помощью выражения (8). Проведя подстановку $s \rightarrow j\omega$, выделим вещественную и мнимую части остатка, приравняем их к нулю, получив систему уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(R(j\omega, K_p, K_I, K_D, \vec{z})) = 0, \\ \operatorname{Im}(R(j\omega, K_p, K_I, K_D, \vec{z})) = 0. \end{cases}$$

Решив ее, получим законы адаптации пропорционального и интегрального коэффициентов ПИД-регулятора к изменению интервальных параметров системы. В общем виде такие законы могут быть записаны как

$$\begin{aligned} K_p &= f(K_D, \vec{z}), \\ K_I &= f(K_D, \vec{z}). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставим законы (14) в ИХП синтезируемой системы. Теперь коэффициенты ИХП зависят только от одного из параметров регулятора — дифференциального коэффициента ПИД-регулятора. На основе коэффициентов ИХП в такой форме и выражения (7) рассчитаем коэффициенты свободного полинома. Значение дифференциального коэффициента ПИД-регулятора выберем методом D -разбиения в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома. Аналогично предыдущему алгоритму (см. п. 3.1) для вывода уравнений кривых D -разбиения могут быть сделаны подстановки (11) или (12).

На основании изложенного, сформулируем алгоритм размещения пары комплексно-сопряженных доминирующих полюсов.

Шаг 1. Задать желаемые значения степени устойчивости и степени робастной колебательности системы с помощью доминирующих полюсов λ_1 и

λ_2 и границы области локализации свободных полюсов.

Шаг 2. Выбрать линейный регулятор; записать ИХП системы в форме (1).

Шаг 3. Рассчитать остаток с помощью выражения (8); выразить мнимую и вещественную части остатка, приравнять их к нулю и получить законы адаптации коэффициентов ПИД-регулятора в форме (14), решив полученную систему уравнений.

Шаг 4. Подставить формулу (14) в выражение (1); рассчитать интервалы коэффициентов свободного полинома с помощью выражения (7).

Шаг 5. Вывести уравнения кривых D -разбиения в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома, выполнив подстановку (11) или (12).

Шаг 6. Исходя из D -разбиения, выбрать значения остальных параметров регулятора и подставить их в формулу (14).

Таким образом, синтезированный адаптивно-робастный регулятор представляет собой ПИД-регулятор, в котором пропорциональный и интегральный коэффициенты адаптируются под изменения параметров системы, а дифференциальный коэффициент имеет постоянное значение.

4. ПРИМЕРЫ

4.1. Размещение одного вещественного доминирующего полюса

Пусть необходимо обеспечить аperiodический переходный процесс и желаемую степень устойчивости системы, объект управления которой описан передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{1}{[p_3]s^3 + [p_2]s^2 + [p_1]s + [p_0]},$$

где $[p_3] = [1; 1,1]$, $[p_2] = [28; 32]$, $[p_1] = [215; 285]$ и $[p_0] = [350; 370]$ — интервальные параметры системы. Также известно, что ПИ-регулятор (9) и объект охвачены единичной отрицательной обратной связью.

В соответствии с алгоритмом синтеза зададим желаемое качество регулирования положением доминирующего полюса: $\lambda = (-1; j0)$ и степенью доминирования $\delta = -3$.

Для исследуемой системы ИХП имеет вид:

$$\begin{aligned} D(s, \vec{p}, K_p, K_I) &= \\ &= [p_3]s^4 + [p_2]s^3 + [p_1]s^2 + ([p_0] + K_p)s + K_I. \end{aligned} \quad (15)$$

Учитывая выражение (6) и коэффициенты ИХП (15), получим остаток:

$$\begin{aligned} R(\vec{p}, K_p, K_I) &= [p_3]\lambda^4 + [p_2]\lambda^3 + [p_1]\lambda^2 + \\ &+ ([p_0] + K_p)\lambda + K_I = K_I - K_p - [p_0] + [p_1] - [p_2] + [p_3]. \end{aligned}$$

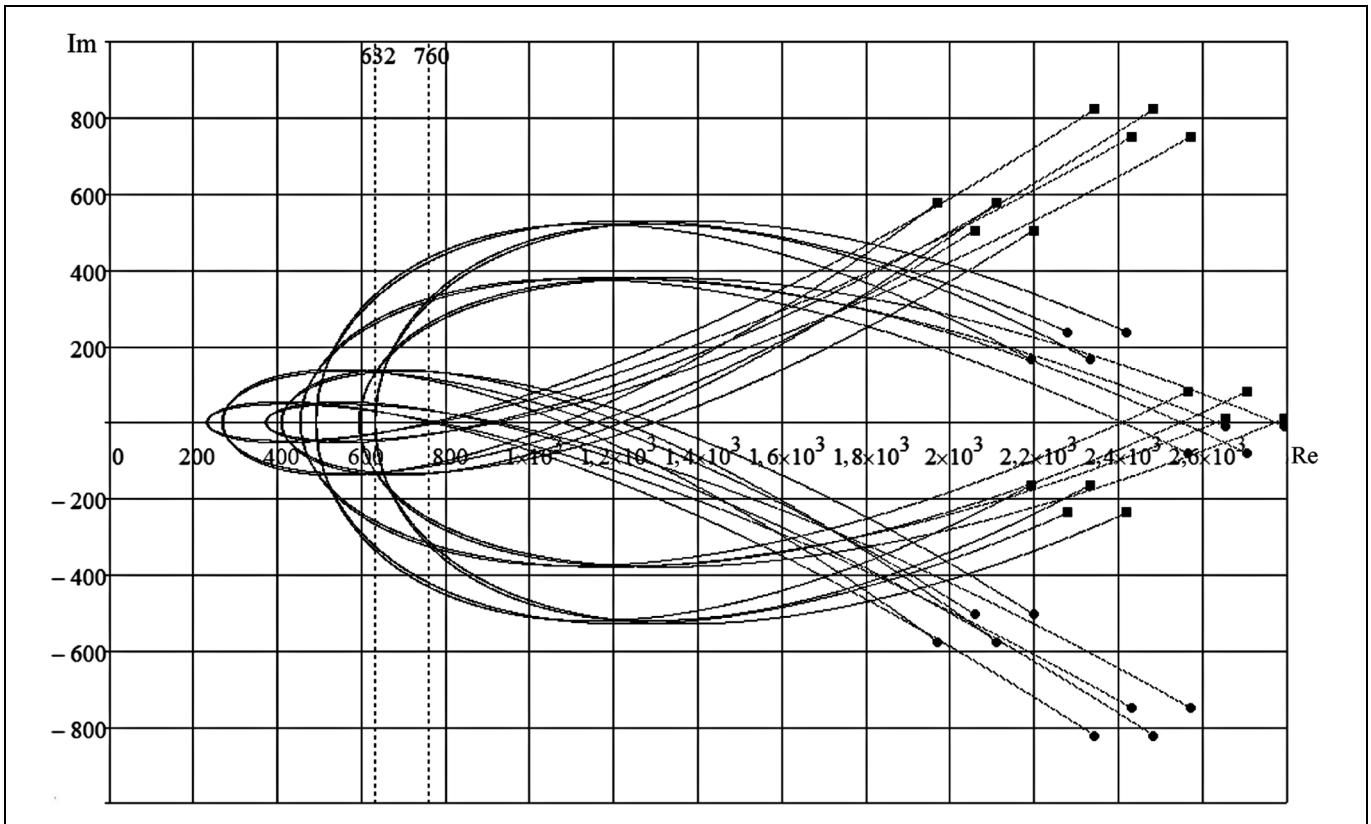


Рис. 4. D -разбиение по оси интегрального коэффициента ПИ-регулятора в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома

Приравняем его к нулю и, решив полученное уравнение, получим закон адаптации пропорционального коэффициента ПИ-регулятора, обеспечивающий стабилизацию доминирующего полюса в заданной точке комплексной плоскости:

$$R(\bar{p}, K_p, K_I) = 0;$$

$$K_p(\bar{p}, K_I) = K_I - [p_0] + [p_1] - [p_2] + [p_3]. \quad (16)$$

Подставим формулы (16) в ИХП (15), получим ИХП системы, коэффициенты которого зависят только от интегрального коэффициента ПИ-регулятора:

$$D(s, \bar{p}, \bar{q}, K_I) = [1; 1, 1]s^4 + [28, 32]s^3 + [215, 285]s^2 + [K_I + 188; K_I + 254, 1]s + K_I.$$

Используем коэффициенты этого ИХП, чтобы найти коэффициенты свободного полинома с помощью выражения (5):

$$\begin{aligned} B(s, K_I) &= [b_3]s^3 + [b_2]s^2 + [b_1]s + [b_0], \\ [b_3] &= [1; 11], \\ [b_2] &= [26, 9; 31], \\ [b_1] &= [184; 258, 1], \\ [b_0] &= [K_I - 70, 1; K_I + 70, 1]. \end{aligned} \quad (17)$$

Применим подстановку (11) к выражению (17) и выразим из него интегральный коэффициент ПИ-регулятора, получив уравнение кривой D -разбиения по его оси:

$$X(\omega, \delta) = -[-70, 1; 70, 1] - [184; 258, 1](\delta + j\omega) - [26, 9; 31](\delta + j\omega)^2 - [1; 1, 1](\delta + j\omega)^3.$$

В этом уравнении четыре интервальных параметра и соответственно шестнадцать вершин многогранника коэффициентов. Перебрав все комбинации минимальных и максимальных значений интервальных параметров, получим шестнадцать уравнений кривых D -разбиения в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома $B(s, K_I)$. Приняв согласно цели синтеза $\delta = -3$, построим кривые D -разбиения (рис. 4).

Видно, что в пересечении всех областей устойчивости лежит отрезок вещественной оси $[632, 760]$. Исходя из D -разбиения, выберем внутри указанного отрезка $K_I = 670$.

Таким образом, параметры синтезированного адаптивно-робастного регулятора имеют вид:

$$K_p(p_0, p_1, p_2, p_3) = 670 - p_0 + p_1 - p_2 + p_3, \quad K_I = 670,$$

где p_0, p_1, p_2 и p_3 — оценки значений интервальных параметров системы или результаты их измерений. Расположение полюсов системы с синтезированным регулятором приведено на рис. 5.

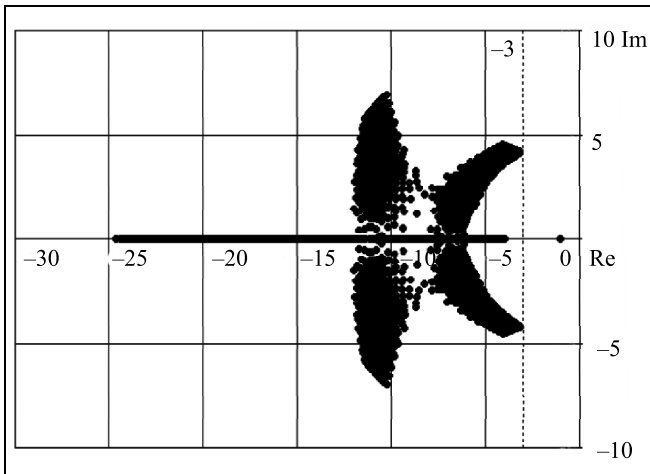


Рис. 5. Расположение полюсов синтезированной системы с одним вещественным доминирующим полюсом

Из рис. 4 можно сделать вывод, что синтез проведен успешно: доминирующий полюс стабилизирован в желаемой точке $(-1, j0)$, а свободные полюсы не выходят за пределы желаемой области локализации.

4.2. Размещение пары комплексно-сопряженных полюсов

На примере системы из п. 4.1 продемонстрируем пример размещения двух комплексно-сопряженных доминирующих полюсов.

В соответствии с алгоритмом определим желаемое качество регулирования: степень устойчивости $\eta = 1$, степень колебательности $\mu = 1$, степень доминирования $\delta = -10$. Для обеспечения таких показателей применим ПИД-регулятор (13).

Получим передаточную функцию и ИХП синтезируемой системы в форме (1):

$$D(s, K_p, K_I, K_D, \vec{p}) = [p_3]s^4 + [p_2]s^3 + ([p_1] + K_D)s^2 + ([p_0] + K_p)s + K_I.$$

Коэффициенты ИХП в такой форме используем для вывода функции остатка с помощью выражения (8). Приравняв мнимую и вещественную части остатка к нулю и решив полученную систему уравнений, получим законы адаптации коэффициентов регулятора к изменению интервальных параметров системы:

$$K_p(K_D, p_1, p_2, p_3) = 2p_1 - 4p_2 + 4p_2 + 4p_3 + 2K_D,$$

$$K_I(K_D, p_0, p_1, p_2) = -p_0 + 2p_1 - 2p_2 + 2K_D, \quad (18)$$

где p_0, p_1, p_2 и p_3 — оценки значений интервальных параметров системы или результаты их измерений.

Также с помощью выражения (7) найдем коэффициенты свободного полинома:

$$B(s) = [1; 1,1]s^2 + [25,8; 30]s + [K_D + 152,8; K_D + 231,4]. \quad (19)$$

Сделав подстановки (11) и (12) в полином (19), выведем уравнения кривых D -разбиения:

$$X_1(\omega, \delta) = -[152,8; 231,4] - [25,8; 30](\delta + j\omega) - [1; 1,1](\delta + j\omega)^2, \quad (20)$$

$$X_2(\omega, \mu) = -[152,8; 231,4] - [25,8; 30]\left(\frac{1}{\mu}\omega + j\omega\right) - [1; 1,1]\left(\frac{1}{\mu}\omega + j\omega\right)^2. \quad (21)$$

Исходя из D -разбиения на рис. 6, а, можно сделать вывод, что при значениях дифференциального коэффициента из диапазона $(0; 71,2]$ будет достигнута желаемая степень робастной колебательности. Из D -разбиения на рис. 6, б можно сделать вывод, что при значениях диф-

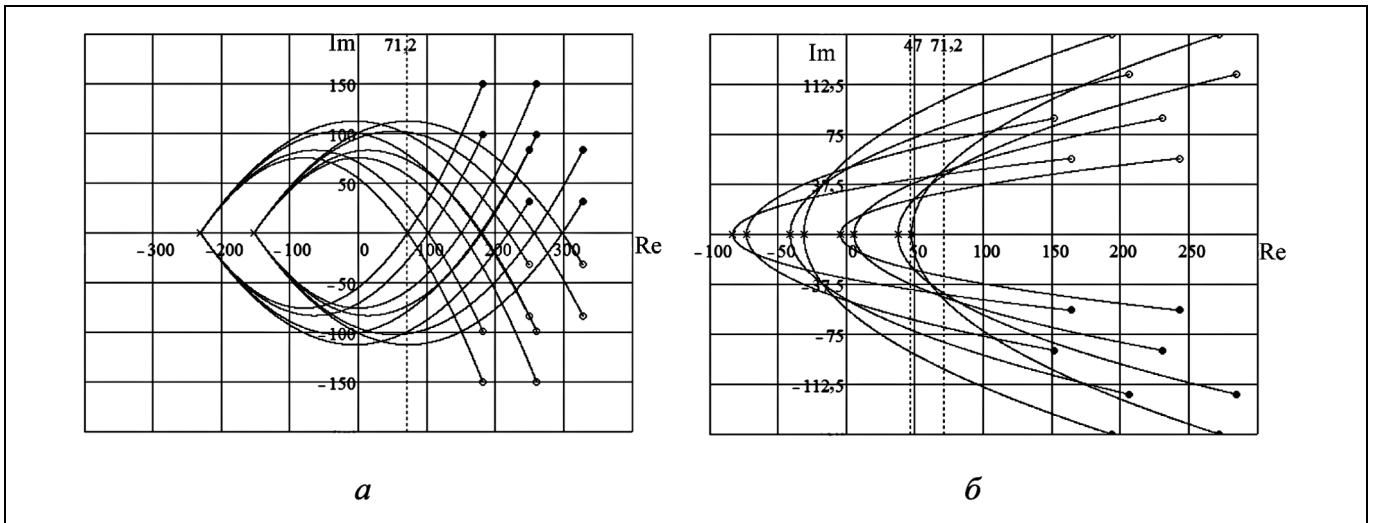


Рис. 6. D -разбиение по оси дифференциального коэффициента ПИД-регулятора в вершинах многогранника коэффициентов свободного полинома: а — по уравнению (20); б — по уравнению (21)

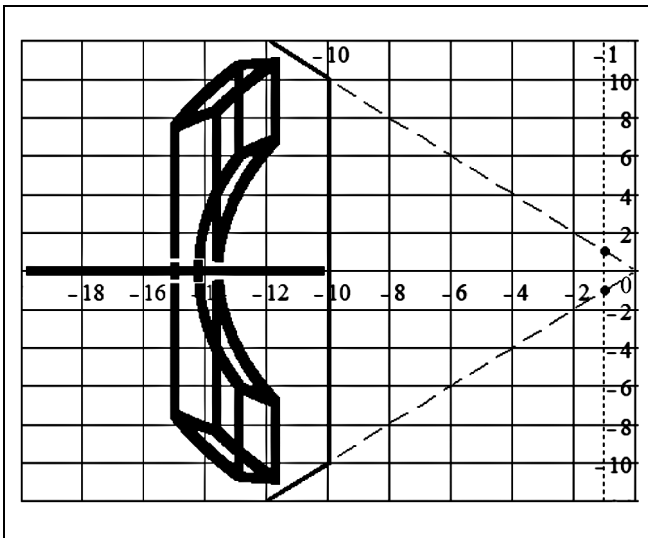


Рис. 7. Расположение полюсов синтезированной системы с парой комплексно-сопряженных доминирующих полюсов

ференциального коэффициента из диапазона $[47, +\infty)$ будет достигнута желаемая степень доминирования. Из пересечения указанных диапазонов выберем значение $K_D = 50$ и подставим его в законы адаптации (18).

Таким образом, параметры адаптивно-робастного регулятора, обеспечивающего желаемое расположение полюсов, имеют вид:

$$K_p(K_D, p_1, p_2, p_3) = 2p_1 - 4p_2 + 4p_3 + 100,$$

$$K_j(K_D, p_0, p_1, p_2) = -p_0 + 2p_1 - 2p_2 + 100,$$

$$K_D = 50.$$

Расположение полюсов синтезированной системы приведено на рис. 7, из которого можно сделать вывод, что синтез выполнен успешно: доминирующие полюсы стабилизированы в заданных точках комплексной плоскости, а свободные полюсы не выходят за пределы желаемых областей локализации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемые методы позволяют синтезировать адаптивно-робастный регулятор, обеспечивающий постоянные значения степени устойчивости и степени колебательности в условиях интервальной неопределенности параметров системы. Разработанные методы синтеза основаны на методе доминирующих полюсов и сочетают в себе преимущества робастного и адаптивного подходов к управлению. Синтезированные регуляторы сохраняют эффективность при быстрых изменениях параметров системы в широких диапазонах, обеспечивают желаемые динамические свойства системы,

для настройки требуют минимальное количество информации о системе. Эти свойства продемонстрированы в приведенных примерах синтеза.

ЛИТЕРАТУРА

- Holtsov, A.S. Comparison of the UAV Adaptive Control with the Robust Control Based on Mu-synthesis // Proc. of MSNMC. — Kiev, 2016. — P. 18–21.
- He, W. Adaptive Boundary Iterative Learning Control for an Euler–Bernoulli Beam System with Input Constraint // IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems. — 2018. — Vol. 29, No. 5. — P. 1539–1549.
- Mondal, S., Ghommam, J., and Saad, M. An Adaptive Full Order Sliding Mode Controller for Mismatched Uncertain Systems // International Journal of Automation and Computing. — 2017. — Vol. 14, No. 2. — P. 191–201.
- Liu, Y.J. Neural Network Control-based Adaptive Learning Design for Nonlinear Systems with Full-state Constraints // IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems. — 2016. — Vol. 27, No. 7. — P. 1562–1571.
- Zhao, Z. Neural Network Based Boundary Control of a Vibrating String System with Input Deadzone // Neurocomputing. — 2018. — Vol. 275. — P. 1021–1027.
- Sun, X. High-performance Control for a Bearingless Permanent-magnet Synchronous Motor Using Neural Network Inverse Scheme Plus Internal Model Controllers // IEEE Trans. on Industrial Electronics. — 2016. — Vol. 63, No. 6. — P. 3479–3488.
- Wang, T. Network-based Fuzzy Control for Nonlinear Industrial Processes with Predictive Compensation Strategy // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. — 2017. — Vol. 47, No. 8. — P. 2137–2147.
- Wang, N., Sun, J.C., Er, M.J. Tracking-error-based Universal Adaptive Fuzzy Control for Output Tracking of Nonlinear Systems with Completely Unknown Dynamics // IEEE Trans. on Fuzzy Systems. — 2018. — Vol. 26, No. 2. — P. 869–883.
- Ullah, N. Fractional order control of static series synchronous compensator with parametric uncertainty // IET Generation, Transmission & Distribution. — 2017. — Vol. 11, No. 1. — P. 289–302.
- Da Silva, F.D.C., De Oliveira, J.B., De Araujo, A.D. Robust Interval Adaptive Pole-placement Controller Based on Variable Structure Systems Theory // Proc. of ICSEng. — Las Vegas, 2017. — P. 45–54.
- Wiboonjaroen, W., Sooknuan, T., Thumma, M. Robust Pole Placement by State-Pi Feedback Control for Interval Plants // Proc. Computing Conf. — London, 2017. — P. 1350–1356.
- Dincel, E., Bhattacharyya, S.P. Robustness and Fragility of High Order Controllers: A Tutorial // Proc. of Conf. on Control Applications. — Buenos Aires, 2016. — P. 191–202.
- Nesenchuk, A.A. A Method for Synthesis of Robust Interval Polynomials Using the Extended Root Locus // Proc. of ACC. — Seattle, 2017. — P. 1715–1720.
- Chursin, Yu., Sonkin, D., Sukhodoev, M., Nurmuhametov, R. Control System for an Object with Interval-given Parameters: Quality Analysis Based on Leading Coefficients of Characteristic Polynomials // International Review on Automatic Control. — 2018. — Vol. 11, No. 4. — P. 203–207.
- Senol, B., Yeroglu, C. Robust Stability Analysis of Fractional Order Uncertain Polynomials // Proc. of the 5th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications. — Nanjing, 2012. — P. 1–6.



16. Egorov, A.V., Cuvas, C., Mondie, S. Necessary and Sufficient Stability Conditions for Linear Systems with Pointwise and Distributed Delays // Automatica. — 2017. — Vol. 80. — P. 218–224.
17. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Применение реберной маршрутизации для анализа устойчивости интервальных полиномов // Известия Академии наук. Теория и системы управления. — 2003. — № 6. — С. 7–12. [Vadutov, O.S., Gaivoronskii, S.A. Primenenie rebernoi marshrutizatsii dlya analiza ustoichivosti interval'nykh polinomov // Izvestiya Akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya. — 2003. — № 6. — S. 7–12. (In Russian)]
18. Niamsup, P., Phat, Vu.N. Robust Finite-time H_∞ Control of Linear Time-varying Delay Systems with Bounded Control via Riccati Equations // International Journal of Automation and Computing. — 2018. — Vol. 15, No. 3. — P. 355–363.
19. Chen, Z., Pan, Y.J., Gu, J. Integrated Adaptive Robust Control for Multilateral Teleoperation Systems under Arbitrary Time Delays // International Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2016. — Vol. 26, No. 12. — P. 2708–2728.
20. Ma, H. Neural-network-based Distributed Adaptive Robust Control for a Class of Nonlinear Multiagent Systems with Time Delays and External Noises // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems. — 2016. — Vol. 46, No. 6. — P. 750–758.
21. Hu, C. Desired Compensation Neural Network Adaptive Robust Control of an Industrial Linear Motor Motion System with Comparative Experimental Investigation // Proc. of ICIA. — Galle, 2016. — P. 479–484.
22. Wang, N. Adaptive Robust Online Constructive Fuzzy Control of a Complex Surface Vehicle System // IEEE Trans. on Cybernetics. — 2016. — Vol. 46, No. 7. — P. 1511–1523.
23. Touijer, N., Kamoun, S. Robust Self-tuning Control Based on Discrete-time Sliding Mode for Auto-regressive Mathematical Model in the Presence of Unmodelled Dynamics // International Journal of Automation and Computing. — 2016. — Vol. 13, No. 3. — P. 277–284.
24. Khozhaev, I.V., Gayvoronskiy, S.A. Synthesis of a PID-controller of a Trim Robust Control System of an Autonomous Underwater Vehicle // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2016. — Vol. 124, No. 1. — P. 1–6.
25. Gayvoronskiy, S.A., Ezangina, T.A., Khozhaev, I.V. Analysis and Synthesis of Dual Mode Control Systems of a Tethered Descend Undersea Vehicle // Proc. of OCEANS 2016. — Shanghai, 2016. — P. 1–8.
26. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных систем: 2-е изд., перераб. — М.: Энергия, 1980. — 312 с. [Voronov, A.A. Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya: Avtomaticheskoe regulirovanie nepreryvnykh sistem: 2-e izd., pererab. — M.: Energiya, 1980. — 312 s. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.В. Хлебниковым.

Поступила в редакцию 19.01.2019, после доработки 26.07.2019.
Принята к публикации 4.09.2019.

Хожяев Иван Валерьевич — аспирант, ✉ khozhaev.i@gmail.com,

Гайворонский Сергей Анатольевич — канд. техн. наук,
✉ saga@tpu.ru,

Езангина Татьяна Александровна — канд. техн. наук,
✉ eza-tanya@yandex.ru,

Национальный исследовательский Томский политехнический университет.

ADAPTIVE-ROBUST STABILIZATION OF INTERVAL CONTROL SYSTEM QUALITY ON A BASE OF DOMINANT POLES METHOD

I.V. Khozhaev[#], S.A. Gayvoronskiy, T.A. Ezangina

Tomsk Polytechnic University, Russia

[#]✉ khozhaev.i@gmail.com

Abstract. The paper is dedicated to a development of methods of synthesizing linear adaptive-robust controllers of low order, which allow providing constant values of control quality indices. To stabilize systems' dynamics, it is proposed to place allocation areas of system poles according to pole dominance principle. Dominant poles allocation in certain points of complex plane is reached by adjusting some of controller parameters; reduction of other poles' influence on the control quality is reached by choosing constant values for other parameters of the controller. The paper proposes the synthesis method combining advantages of adaptive and robust approach to synthesizing control systems with interval parameters. It is noted that to apply the method proposed, it is necessary to obtain linear mathematical model of the system in the form of characteristic polynom with integral coefficients and to adjust the parameters of controller, it is necessary to obtain transient values of interval parameters.

Keywords: adaptive control, robust control, interval parameters, parametric uncertainty, synthesis, simulation modeling.

Funding. The work is performed with financial support of Russian Science Foundation (grant No. 18-79-00264).